

PRÉCIS DE NEUTRONIQUE

Cette page est laissée intentionnellement en blanc.

GÉNIE ATOMIQUE

Précis de Neutronique

Paul Reuss



17, avenue du Hoggar
Parc d'activités de Courtabœuf, BP 112
91944 Les Ulis Cedex A, France

Illustration de couverture : Echelles de modélisation neutronique d'un réacteur à eau sous pression (document CEA / DEN / DM2S / SERMA)

Composition sous \LaTeX : \ScripTeX

ISBN : 2-86883-637-2



Tous droits de traduction, d'adaptation et de reproduction par tous procédés, réservés pour tous pays. La loi du 11 mars 1957 n'autorisant, aux termes des alinéas 2 et 3 de l'article 41, d'une part, que les « copies ou reproductions strictement réservées à l'usage privé du copiste et non destinées à une utilisation collective », et d'autre part, que les analyses et les courtes citations dans un but d'exemple et d'illustration, « toute représentation intégrale, ou partielle, faite sans le consentement de l'auteur ou de ses ayants droit ou ayants cause est illicite » (alinéa 1^{er} de l'article 40). Cette représentation ou reproduction, par quelque procédé que ce soit, constituerait donc une contrefaçon sanctionnée par les articles 425 et suivants du code pénal.

© EDP Sciences 2003

Introduction à la collection « Génie Atomique »

Au sein du Commissariat à l'énergie atomique (CEA), l'Institut national des sciences et techniques nucléaires (INSTN) est un établissement d'enseignement supérieur sous la tutelle du ministère de l'Éducation nationale et du ministère de l'Industrie. La mission de l'INSTN est de contribuer à la diffusion des savoir-faire du CEA au travers d'enseignements spécialisés et de formations continues, tant à l'échelon national, qu'aux plans européen et international.

Cette mission reste centrée sur le nucléaire, avec notamment l'organisation d'une formation d'ingénieur en « Génie Atomique ». Fort de l'intérêt que porte le CEA au développement de ses collaborations avec les universités et les écoles d'ingénieurs, l'INSTN a développé des liens avec des établissements d'enseignement supérieur aboutissant à l'organisation, en co-habilitation, de trente-huit enseignements de 3^e cycle (DEA et DESS). À ces formations s'ajoutent les enseignements des disciplines de santé : les spécialisations en médecine nucléaire et en radiopharmacie, ainsi qu'une formation destinée aux physiciens d'hôpitaux.

La formation continue constitue un autre volet important des activités de l'INSTN, lequel s'appuie aussi sur les compétences développées au sein du CEA et chez ses partenaires industriels.

Dispensé dès 1956 au CEA Saclay, où ont été bâties les premières piles expérimentales, la formation en « Génie Atomique » (GA) l'est également depuis 1976 à Cadarache où a été développée la filière des réacteurs à neutrons rapides. Depuis 1958, le GA est enseigné à l'École des applications militaires de l'énergie atomique (EAMEA) sous la responsabilité de l'INSTN.

Depuis sa création, l'INSTN a diplômé plus de 4 000 ingénieurs que l'on retrouve aujourd'hui dans les grands groupes ou organismes du secteur nucléaire français : CEA, EDF, Framatome, Technicatome, Cogema, Marine nationale. De très nombreux étudiants étrangers provenant de différents pays ont également suivi cette formation.

Cette spécialisation s'adresse à deux catégories d'étudiants : civils et militaires. Les étudiants civils occuperont des postes d'ingénieurs d'études ou d'exploitation dans les réacteurs nucléaires, électrogènes ou de recherches, ainsi que dans les installations du cycle du combustible. Ils pourront évoluer vers des postes d'experts dans l'analyse du risque nucléaire et de l'évaluation de son impact environnemental. La formation de certains officiers des sous-marins et porte-avions nucléaires français est dispensée par l'EAMEA.

Le corps enseignant est formé par des chercheurs du CEA, des experts de l'Institut de radioprotection et de sûreté nucléaire (IRSN), des ingénieurs de l'industrie (EDF, AREVA, ...) Les principales matières sont : la physique nucléaire et la neutronique, la thermohydraulique, les matériaux nucléaires, la mécanique, la protection radiologique, l'instrumentation nucléaire, le fonctionnement et la sûreté des réacteurs à eau sous pression (REP), les filières et le cycle du combustible nucléaire. Ces enseignements dispensés sur une durée de six mois sont suivis d'un projet de fin d'étude, véritable prolongement de la formation réalisé à partir d'un cas industriel concret, se déroulent dans les centres de recherches du CEA, des groupes industriels (EDF, Framatome, Technicatome, etc.) ou à l'étranger (États-Unis, Canada, Royaume-Uni, ...) La spécificité de cette formation repose sur la large place consacrée aux enseignements pratiques réalisés sur les installations de l'INSTN (réacteur Ulysse, simulateurs de REP, laboratoires de radiochimie, etc.)

Aujourd'hui, en pleine maturité de l'industrie nucléaire, le diplôme d'ingénieur en « Génie Atomique » reste sans équivalent dans le système éducatif français et affirme sa vocation : former des ingénieurs qui auront une vision globale et approfondie des sciences et techniques mises en œuvre dans chaque phase de la vie des installations nucléaires, depuis leur conception et leur construction jusqu'à leur exploitation puis leur démantèlement.

L'INSTN s'est engagé à publier l'ensemble des supports de cours dans une collection d'ouvrages destinés à devenir des outils de travail pour les étudiants en formation et à faire connaître le contenu de cet enseignement dans les établissements d'enseignement supérieur français et européens. Édités par EDP Sciences, acteur particulièrement actif et compétent dans la diffusion du savoir scientifique, ces ouvrages sont également destinés à dépasser le cadre de l'enseignement pour constituer des outils indispensables aux ingénieurs et techniciens du secteur industriel.

Joseph Safieh
Responsable général
du cours de Génie Atomique

Table des matières

AVANT-PROPOS	19
AUTEUR	21
PARTIE I • BASES DE PHYSIQUE NEUTRONIQUE	23
CHAPITRE 1 • INTRODUCTION : GÉNÉRALITÉS SUR L'ÉNERGIE NUCLÉAIRE	25
1.1 Rapide historique	25
1.1.1 La pile de Fermi	25
1.1.2 La conclusion d'une longue histoire...	26
1.1.3 ... et le point de départ d'une formidable aventure	28
1.2 Principe d'une centrale nucléaire	30
1.3 La fission	31
1.4 Principe de la réaction en chaîne	32
1.5 Principaux modérateurs et caloporteurs ; filières de réacteurs	34
1.6 Contrôle-commande des réacteurs	36
1.7 Cycle du combustible nucléaire	37
1.8 Sécurité nucléaire et radioprotection	37
1.9 Programmes nucléaires ; perspectives	39
CHAPITRE 2 • PHYSIQUE NUCLÉAIRE À L'USAGE DU NEUTRONICIEN	43
Introduction	43
A. Structure de la matière et énergie de liaison des noyaux	44
2.1 Structure de la matière	44
2.1.1 Image classique de l'atome	44
2.1.2 Éléments et isotopes	44
2.1.3 Notation des nucléides	45
2.1.4 Noyaux stables et instables	45
2.1.5 Systématique des noyaux stables	47

2.2	Énergie de liaison des noyaux	47
2.2.1	Défaut de masse et énergie de liaison des noyaux	47
2.2.2	Unités nucléaires	48
2.2.3	Forces nucléaires	49
2.2.4	Modèle de la goutte	49
2.2.5	Nombres magiques et modèle en couches	51
2.2.6	Spin et parité	52
2.2.7	Niveaux excités des noyaux (états isomériques)	52
2.2.8	Autres modèles nucléaires	52
2.3	Principe de la libération d'énergie nucléaire	53
2.3.1	Recombinaisons nucléaires	53
2.3.2	Énergie de réaction	54
2.3.3	Principe de la fusion et de la fission	54
B.	Radioactivité	57
2.4.1	Zones d'instabilités	57
2.4.2	Principaux types de radioactivité	58
2.4.3	Loi de la radioactivité	59
2.4.4	Exemples de décroissances radioactives	61
2.4.5	Instabilité alpha	62
2.4.6	Instabilité bêta	63
2.4.7	Instabilité gamma	64
2.4.8	Filiations radioactives	64
2.4.9	Équations d'évolution par radioactivité	64
C.	Réactions nucléaires	66
2.5	Généralités sur les réactions nucléaires	66
2.5.1	Réactions spontanées et réactions induites	66
2.5.2	Exemples de réactions nucléaires	66
2.5.3	Lois de conservation	67
2.5.4	Section efficace	68
2.5.5	Section efficace macroscopique	69
2.6	Réactions par neutrons	70
2.6.1	Généralités	70
2.6.2	Diffusions et « vraies » réactions	71
2.6.3	Principales réactions induites par les neutrons dans les réacteurs	72
2.6.4	Sections efficaces partielles et additivité des sections efficaces	72
2.6.5	Allure des sections efficaces neutroniques	73
2.7	Pourquoi des résonances ?	77
2.7.1	Sections efficaces résonnantes : loi de Breit et Wigner	80
2.7.2	Sections efficaces résonnantes : aspects statistiques	84
2.7.3	Sections efficaces dans le domaine thermique	84

2.8	Sources de neutrons	85
2.8.1	Sources spontanées	86
2.8.2	Réactions induites par radioactivité	86
2.8.3	Réactions de fusion	86
2.8.4	Réactions de spallation	86
D.	Fission nucléaire	88
2.9	Fission spontanée et fission induite	88
2.9.1	Notion de barrière de fission	88
2.9.2	Seuils associés à la fission	90
2.9.3	Influence de la parité	91
2.9.4	Effets quantiques : effet « tunnel » et effet « anti-tunnel »	91
2.10	Les produits de la fission	92
2.10.1	Les neutrons	92
2.10.2	Les fragments de fission	94
2.10.3	L'énergie	96
E.	Évaluation et traitement des données nucléaires de base	98
2.11	Mesures de données de base neutroniques	98
2.11.1	Sources de neutrons	98
2.11.2	Détection des neutrons	99
2.11.3	Mesure de la section efficace totale	99
2.11.4	Mesure des sections efficaces partielles et du nombre de neutrons émis par fission	100
2.11.5	Mesures intégrales	100
2.12	Évaluation et bibliothèques de données nucléaires	100
2.13	Traitement des données nucléaires pour les codes de neutronique	101
CHAPITRE 3 • INTRODUCTION À LA NEUTRONIQUE		103
3.1	Les interactions neutron-matière	103
3.1.1	Sections efficaces (rappels)	103
3.1.2	Densité neutronique, flux neutronique, taux de réaction	104
3.1.3	Notion de flux en phase	104
3.1.4	Notion de courant	105
3.1.5	Notion d'opacité	107
3.1.6	Première approche de l'équation de Boltzmann	108
3.2	Représentation générale d'une population neutronique	109
3.2.1	Variables à introduire	109
3.2.2	Notion générale de flux neutronique	110
3.2.3	Équation de Boltzmann	110
3.2.4	Résolutions probabiliste et déterministe de l'équation de Boltzmann	112
3.3	Spectres et bilans des neutrons	113
3.3.1	Réacteurs à neutrons rapides et réacteurs à neutrons thermiques	113
3.3.2	Bilans neutroniques : « formule des quatre facteurs » et variantes	113

CHAPITRE 4 • CINÉTIQUE PONCTUELLE	117
Introduction	117
4.1 Cinétique sans neutrons retardés	117
4.1.1 Première approche	117
4.1.2 Équations d'évolution	118
4.1.3 Réactivité	119
4.2 Cinétique avec neutrons retardés	119
4.2.1 Paramètres des neutrons retardés	119
4.2.2 Aspects qualitatifs	120
4.2.3 Équations d'évolution	121
4.2.4 Équation de Nordheim	121
4.2.5 Cas des faibles réactivités	122
4.2.6 Cas des fortes réactivités	123
4.2.7 L'unité « naturelle » de réactivité : le « dollar »	124
4.2.8 Proportion effective des neutrons retardés	124
4.2.9 Modèle de cinétique rapide	125
4.2.10 Modèle de cinétique lente	125
4.3 Étude de quelques problèmes	126
4.3.1 Cinétique avec terme de source	126
4.3.2 Arrêt d'urgence	127
4.3.3 Créneau de réactivité	127
4.3.4 Rampe de réactivité	128
CHAPITRE 5 • ÉQUATION DE LA DIFFUSION	131
Introduction	131
5.1 Établissement de l'équation de la diffusion	132
5.1.1 Bilan neutronique	132
5.1.2 Évaluation du courant : « loi » de Fick	133
5.1.3 Équation de la diffusion	136
5.1.4 Condition initiale ; conditions aux limites ; conditions d'interface	136
5.1.5 Limite extérieure : distance d'extrapolation du corps noir ; surface extrapolée	137
5.1.6 Approche à partir de l'équation intégrale	138
5.1.7 Conditions de validité de l'approximation de la diffusion	138
5.1.8 Correction de transport	139
5.2 Étude de quelques problèmes	139
5.2.1 Noyaux de l'équation de la diffusion en milieu homogène et infini	139
5.2.2 Généralisation : notion de fonction de Green	142
5.2.3 Notion d'albédo	143
5.2.4 Calcul de l'albédo d'une plaque	143
5.2.5 Utilisation de l'albédo comme condition à la limite	144

5.2.6	Calcul des configurations décrites par une seule variable d'espace	144
5.2.7	Exemple de configuration où le flux se factorise	145
5.2.8	Réacteur homogène et nu : fonctions propres de l'opérateur laplacien	145
5.2.9	Problème stationnaire : calcul du flux par décomposition sur les fonctions propres de l'opérateur laplacien	147
5.2.10	Étude de la cinétique après injection d'une bouffée de neutrons	148
CHAPITRE 6 • THÉORIE À UN GROUPE – DIFFUSION		151
Introduction : qu'est-ce que la théorie à un groupe ?		151
6.1	Étude de quelques problèmes en théorie à un groupe - diffusion	152
6.1.1	Allure des solutions	152
6.1.2	Pile nue homogène et sphérique	153
6.1.3	Autres exemples de piles nues homogènes	154
6.1.4	Interprétation de la condition critique	155
6.1.5	Notion d'économie de réflecteur	156
6.1.6	Calcul de l'économie de réflecteur pour un réacteur « plaque »	157
6.1.7	Traitement des géométries décrites par une seule variable d'espace	158
6.1.8	Exemple de problème où le flux est factorisé	159
6.2	Principe des principales méthodes numériques de traitement de l'équation de la diffusion	160
6.2.1	Généralités sur les traitements numériques	160
6.2.2	Problème à source et problèmes critiques	160
6.2.3	Différences finies	161
6.2.4	Éléments finis	163
6.2.5	Méthodes nodales	166
6.2.6	Méthodes de synthèse	166
CHAPITRE 7 • RALENTISSEMENT DES NEUTRONS		169
Introduction		169
7.1	Lois du choc diffusant	170
7.1.1	Diffusions élastiques et inélastiques	170
7.1.2	Lois du choc élastique	171
7.1.3	Lois du choc élastique et isotrope	173
7.1.4	Léthargie	174
7.1.5	Évaluation du nombre de chocs nécessaires pour ralentir un neutron	175
7.1.6	Comparaison des principaux modérateurs	176
7.1.7	Lois du choc inélastique	178
7.1.8	Équation du ralentissement	179
7.1.9	Première forme de l'équation du ralentissement	179
7.1.10	Deuxième forme de l'équation du ralentissement	181

7.2	Étude de quelques problèmes	182
7.2.1	Généralités	182
7.2.2	Dégradation du spectre des neutrons par diffusions successives	183
7.2.3	Ralentissement sans absorption	184
7.2.4	Ralentissement dans l'hydrogène	186
7.2.5	Ralentissement en présence de trappes	187
7.2.6	Ralentissement en présence d'absorption faible et lentement variable	189
7.2.7	Couplage espace-énergie : théorie de l'âge	191
 CHAPITRE 8 • ABSORPTION RÉSONNANTE DES NEUTRONS (ASPECTS PHYSIQUES)		193
Introduction		193
8.1	Absorption résonnante en situation homogène...	196
8.1.1	Autoprotection en situation homogène	196
8.1.2	Interprétation de la formule du facteur antitrappe	197
8.1.3	Factorisation du flux et notion de section efficace effective	197
8.1.4	Formule pratique du facteur antitrappe en situation homogène	198
8.2	Prise en compte du ralentissement par le matériau absorbant	199
8.2.1	Équation de la structure fine du flux en situation homogène	200
8.2.2	Modèles de ralentissement pour les noyaux résonnants	201
8.3	Absorption résonnante en situation hétérogène	202
8.3.1	Équations des flux et de la structure fine en situation hétérogène	202
8.3.2	Approximations de Wigner et de Bell-Wigner ; notion d'équivalence hétérogène-homogène	205
8.3.3	Cas d'un combustible contenant un mélange	206
8.3.4	Effet Dancoff	207
8.3.5	Formule du facteur antitrappe en situation hétérogène	208
8.4	L'effet Doppler	209
8.4.1	Intérêt de l'effet Doppler	209
8.4.2	Origine de l'effet Doppler	210
8.4.3	Calcul de l'effet Doppler	211
8.5	Perspectives : les problèmes que devra résoudre (...) résonnante	213
8.5.1	L'évaluation du facteur de Bell	213
8.5.2	L'équivalence continu-multigroupe	213
8.5.3	La prise en compte de géométries plus compliquées	214
8.5.4	Les situations à plusieurs noyaux résonnants	214
8.5.5	La définition et le calcul de températures effectives	214

CHAPITRE 9 • THERMALISATION DES NEUTRONS	215
Introduction	215
9.1 Aspects qualitatifs de la thermalisation	216
9.1.1 Qu'est-ce qui différencie le domaine thermique du domaine du ralentissement?	216
9.1.2 Spectre de Maxwell	218
9.1.3 Principe de microréversibilité	218
9.1.4 Lois de diffusion	219
9.1.5 Équation de thermalisation	219
9.2 Allure et caractérisation du spectre thermique	220
9.2.1 Écart entre le spectre des neutrons thermiques et le spectre de Maxwell	220
9.2.2 Exemples	222
9.2.3 Sections efficaces moyennes	224
9.2.4 Traitement d'une situation hétérogène	225
9.3 Bilan des neutrons thermiques	225
9.3.1 Généralités	225
9.3.2 Facteur d'utilisation thermique	226
9.3.3 Facteur de reproduction	226
9.3.4 Optimum de modération	227
9.3.5 Problématique de l'utilisation du bore en solution dans le circuit primaire des réacteurs à eau sous pression	230
9.3.6 Problématique de l'utilisation du plutonium dans les réacteurs à eau sous pression	231
CHAPITRE 10 • THÉORIE MULTIGROUPE	235
Introduction	235
10.1 Principe de la théorie multigroupe	235
10.2 Mise en œuvre de la théorie multigroupe	236
10.3 Exemples de découpages multigroupes	237
10.4 Théorie diffusion-multigroupe	239
10.5 Calcul en théorie à deux groupes d'une pile cylindrique réfléchie	240
CHAPITRE 11 • EMPOISONNEMENT PAR LES PRODUITS DE FISSION	243
Introduction	243
11.1 Généralités sur les produits de fission	244
11.1.1 Équations régissant les produits de fission	244
11.1.2 Pseudo-produits de fission	245
11.1.3 Notion d'empoisonnement	247

11.2	L'effet xénon	248
11.2.1	Chaîne du xénon 135	248
11.2.2	Équations simplifiées de la chaîne du xénon 135	248
11.2.3	Démarrage, équilibre et arrêt du réacteur	249
11.2.4	Instabilités spatiales dues au xénon 135	251
11.3	L'effet samarium	252
11.3.1	Chaîne du samarium 149	252
11.3.2	Équations simplifiées de la chaîne du samarium 149	252
11.3.3	Démarrage, équilibre et arrêt du réacteur	253
 CHAPITRE 12 • ÉVOLUTION DU COMBUSTIBLE (NOYAUX LOURDS)		255
Introduction		255
12.1	Chaînes et équations d'évolution	256
12.1.1	Chaînes d'évolution	256
12.1.2	Équations d'évolution	259
12.1.3	Fluence neutronique	260
12.1.4	Variation des sections efficaces	261
12.1.5	Combustion massique et taux de combustion	262
12.1.6	Exemple de bilan des noyaux lourds (réacteur à eau sous pression)	263
12.2	Évolution du facteur de multiplication	265
12.2.1	Évolution du facteur de multiplication infini	265
12.2.2	Gestion d'un cœur en fréquence multiple	266
12.2.3	Autres problèmes de gestion de cœur (réacteurs à eau sous pression)	268
12.3	Conversion et recyclage de matières	270
12.3.1	Noyaux fissiles, fertiles et stériles	270
12.3.2	Facteur de conversion ; gain de régénération	271
12.3.3	Recyclage du plutonium	273
12.3.4	Cycle thorium-uranium 233	275
12.3.5	Incinération en réacteurs de déchets nucléaires	275
 CHAPITRE 13 • EFFETS DE TEMPÉRATURE		277
Introduction		277
13.1	Boucle des contre-réactions	277
13.2	Définition des coefficients de température	278
13.3	Effets physiques contribuant aux coefficients de température	279
13.4	Effets de température sur la réactivité dans les réacteurs à eau sous pression	281
13.5	Aperçu sur les effets de contre-réaction dans les réacteurs à eau sous pression	283
13.6	Effets de température dans les autres réacteurs	287

PARTIE II • ÉLÉMENTS SUR LES CALCULS DE NEUTRONIQUE	289
CHAPITRE 14 • ÉQUATION DE BOLTZMANN	291
Introduction	291
14.1 Les deux formes de l'équation de Boltzmann	292
14.1.1 Densité entrante, densité sortante et flux neutronique	292
14.1.2 Opérateur de collision	293
14.1.3 Opérateur de transport (forme intégrale)	293
14.1.4 Opérateur de transport (forme différentielle)	294
14.1.5 Équivalence entre les deux formes de l'opérateur de transport	296
14.1.6 Les deux approches déterministes de l'équation de Boltzmann	296
14.1.7 Approche probabiliste de l'équation de Boltzmann	297
14.2 Traitement de l'opérateur de collision	297
14.3 Traitement de l'opérateur de transport sous sa forme intégrale	298
14.3.1 Hypothèse du choc isotrope	298
14.3.2 Correction de transport	300
14.3.3 Probabilités de première collision	301
14.3.4 Relations de réciprocity et de complémentarité entre les probabilités de première collision	303
14.3.5 Probabilités faisant intervenir une surface	303
14.3.6 Relations de réciprocity et de complémentarité entre les probabilités faisant intervenir une surface	304
14.3.7 Allure des probabilités de premier choc pour un corps convexe homogène	305
14.3.8 Calcul des probabilités de collision en géométrie x et en géométrie $x - y$	305
14.3.9 Calcul des probabilités dans un réseau infini de cellules identiques	307
14.3.10 Cylindrisation des cellules	310
14.3.11 Principe des calculs en géométries « multicellules »	311
14.4 Traitement de l'opérateur de transport sous sa forme différentielle	314
14.4.1 Traitement de l'opérateur de diffusion	314
14.4.2 Méthode des harmoniques sphériques	315
14.4.3 Approximation de la diffusion et correction de transport	318
14.4.4 Méthode des harmoniques sphériques simplifiées	319
14.4.5 Méthode des ordonnées discrètes	320
14.4.6 Effets de raies	321
14.4.7 Traitements de la variable d'espace	322
14.5 Notion de mode fondamental	326
14.5.1 Pourquoi s'intéresser au mode fondamental?	326
14.5.2 Quelques solutions analytiques de l'équation de Boltzmann en théorie monocinétique	326
14.5.3 Notion de mode fondamental dans un milieu homogène, en théorie monocinétique	329

14.5.4	Interprétation physique du mode fondamental	331
14.5.5	Existence et calcul du coefficient de fuite	332
14.5.6	Bilan en mode fondamental	334
14.5.7	Généralisation au cas à spectre	335
14.5.8	Notion de mode fondamental dans un réseau régulier	337
14.6	Utilisation des techniques de Monte-Carlo en neutronique	338
14.6.1	Principe général de la méthode de Monte-Carlo	338
14.6.2	Simulations analogues et simulations non analogues	338
14.6.3	Aperçu sur les problèmes d'échantillonnage	340
14.6.4	Simulations analogues du cheminement d'un neutron	342
14.6.5	Estimation du facteur de multiplication	343
14.6.6	Simulations semi-analogues du cheminement des neutrons	344
 CHAPITRE 15 • THÉORIE DE L'ABSORPTION RÉSONNANTE DES NEUTRONS		347
Introduction		347
15.1	Échelles en énergie des différents problèmes de neutronique	347
15.2	L'équivalence hétérogène-homogène : choix du facteur de Bell	348
15.2.1	Principe des pré-tabulations (rappel)	348
15.2.2	Principe de l'équivalence hétérogène-homogène	349
15.2.3	Définition du problème simplifié	349
15.2.4	Mise en œuvre avec le modèle « résonance étroite »	350
15.2.5	Mise en œuvre avec le modèle « résonance large »	350
15.2.6	Examen de la largeur des résonances : l'exemple de l'uranium 238	351
15.2.7	Équivalence macrogroupe par macrogroupe	351
15.3	L'équivalence continu-multigroupe	352
15.3.1	Pourquoi calculer le flux réel et non le flux macroscopique?	352
15.3.2	Principe de l'équivalence continu-multigroupe	352
15.4	Le traitement « un par un » des situations à plusieurs noyaux résonnants	354
15.4.1	Nécessité de traiter des situations à plusieurs noyaux résonnants	354
15.4.2	Principe du traitement « un par un »	355
15.5	Les extensions de la théorie Livolant-Jeanpierre	355
15.5.1	Prise en compte de la capture éventuelle du modérateur	355
15.5.2	Autoprotection dans le domaine thermique	356
15.5.3	Autres modèles de ralentissement	356
15.5.4	Traitement des géométries à plusieurs zones modératrices	357
15.5.5	Traitement des situations à plusieurs zones résonnantes	358
15.5.6	Traitement du cas général	359
15.5.7	Le problème des interférences entre résonances	360

15.6	La méthode des tables de probabilité	361
15.6.1	Introduction	361
15.6.2	Principe d'une table de probabilité	361
15.6.3	Table des sections efficaces partielles	363
15.6.4	Traitement des mélanges	364
15.6.5	Conclusion	365
15.7	Le traitement de l'effet Doppler	365
15.7.1	Calcul de l'élargissement Doppler des résonances	366
15.7.2	Prise en compte des gradients de température	366
15.8	Perspectives	367
15.8.1	La validation des calculs d'autoprotection	367
15.8.2	Quelques problèmes encore en suspens	368
CHAPITRE 16 • THÉORIE DES PERTURBATIONS		369
	Introduction	369
16.1	Notion de flux adjoint	370
16.1.1	Importance neutronique	370
16.1.2	Définition mathématique du flux adjoint	370
16.1.3	Exemples	371
16.1.4	Définition physique du flux adjoint	372
16.2	Formules des perturbations	372
16.2.1	Réacteur critique associé	372
16.2.2	Formule exacte des perturbations	373
16.2.3	Formule au premier ordre des perturbations	374
16.3	Exemples d'applications	375
16.3.1	Équivalent plutonium 239	375
16.3.2	Efficacités différentielle et intégrale d'une barre de commande	376
16.3.3	Erreurs dues aux incertitudes nucléaires et technologiques	378
16.4	Théorie généralisée des perturbations	380
CHAPITRE 17 • APERÇU GÉNÉRAL SUR LE « SCHÉMA DE CALCUL »		381
	Introduction	381
17.1	Données nucléaires	382
17.2	Les tabulations pour le traitement de l'autoprotection des résonances	382
17.3	Les calculs d'assemblage	383
17.4	Le calcul du réflecteur	387
17.5	Le calcul de cœur	387
17.6	Le problème de l'homogénéisation et de la condensation	390
17.7	L'équivalence transport-diffusion	391
17.8	Généralisation : la notion d'équivalence en neutronique	392

17.9	Prise en compte de l'évolution et des contre-réactions	393
17.10	Prise en compte de la cinétique rapide	394
17.11	Récapitulation des principales approximations du schéma de calcul	395
17.12	Validation des schémas de calcul	397
17.13	Qualification des schémas de calcul	398
17.14	Recherches de tendances	398
17.15	Conclusions	403
CHAPITRE 18 • APERÇU SUR LES PROBLÈMES DE CONCEPTION DES CŒURS		405
Introduction		405
18.1	Éléments généraux de conception des cœurs	405
18.1.1	Objectif du réacteur	406
18.1.2	Choix d'une filière	406
18.1.3	Éléments pour le dimensionnement du réseau	406
18.1.4	Éléments pour le choix de la dimension du cœur et pour le choix du réflecteur	408
18.2	Généralités sur le pilotage et la gestion des cœurs	410
18.2.1	Notions sur le pilotage	410
18.2.2	Bilan de réactivité	413
18.2.3	Gestion d'un cœur	414
18.2.4	Recyclage du plutonium	414
18.3	Perspectives de l'énergie nucléaire	418
18.3.1	Éléments de stratégie	418
18.3.2	Utilisation du combustible nucléaire	418
18.3.3	Multirecyclage du plutonium dans les réacteurs	420
18.3.4	Étude des filières de la prochaine génération	423
18.3.5	Les réacteurs hybrides	424
18.3.6	La problématique de la gestion des déchets	430
18.3.7	Nucléaire et développement durable	434
ANNEXES		437
ANNEXE A • BIBLIOGRAPHIE COMMENTÉE		439
A.1	Introduction à l'énergie nucléaire et contexte	440
A.1.1	Généralités	440
A.1.2	Aspects historiques	441
A.1.3	Risques, sûreté et accidents	441
A.1.4	Communication	441

A.1.5	Cycle du combustible	441
A.1.6	Défense nucléaire et risque de prolifération	442
A.1.7	Fusion nucléaire	442
A.1.8	Le phénomène d'Oklo	442
A.2	Ouvrages généraux sur la physique des réacteurs	442
A.3	Ouvrages de l'auteur sur la neutronique	443
A.4	Physique nucléaire, données nucléaires et qualification	443
A.4.1	Généralités sur la physique nucléaire	443
A.4.2	Radioactivité et radioprotection	443
A.4.3	La fission	444
A.4.4	La physique nucléaire utile à la neutronique	444
A.4.5	La mesure des données nucléaires	444
A.4.6	Compilation et traitement des données nucléaires	445
A.4.7	Les mesures intégrales et leur utilisation pour la qualification des données nucléaires	445
A.4.8	La démarche générale de qualification des données nucléaires	445
A.4.9	Bases de données sur les expériences intégrales	446
A.5	Cinétique des réacteurs	446
A.6	Ralentissement, thermalisation et absorption résonnante des neutrons	447
A.6.1	Généralités sur l'absorption résonnante	447
A.6.2	La méthode des taux de réaction effectifs	447
A.6.3	La méthode des tables de probabilité	447
A.6.4	L'effet Doppler	448
A.6.5	Validation et qualification	448
A.6.6	La thermalisation des neutrons	449
A.7	Traitement du spectre neutronique – Théorie multigroupe	449
A.8	Traitement de l'opérateur de transport	450
A.8.1	Ouvrages généraux	450
A.8.2	Quelques titres sur l'approche française	451
A.9	Technique de Monte-Carlo	451
A.9.1	Ouvrages généraux	451
A.9.2	Exemples de codes Monte-Carlo	452
A.9.3	Quelques développements français	452
A.10	Équivalence, homogénéisation et calcul des réflecteurs	453
A.10.1	Homogénéisation	453
A.10.2	Calcul des réflecteurs	454
A.11	Traitement des fuites de neutrons	454
A.12	Calculs de perturbation	455
A.13	Techniques mathématiques et analyse numérique	456

A.14	Développement de logiciels	457
A.14.1	Calcul des probabilités de première collision	457
A.14.2	Les codes APOLLO-1 et APOLLO-2	457
A.14.3	Les calculs de cœur en transport simplifié	457
A.14.4	Les calculs déterministes des protections radiologiques	458
A.15	Validation de logiciels et schémas de calcul	458
A.16	Design et études appliquées	459
 ANNEXE B • CONSTANTES ET TABLES PHYSIQUES		461
B.1	Table des éléments	461
B.2	Constantes physiques	461
B.2.1	Unités usitées en physique nucléaire	461
B.2.2	Principales constantes physiques utilisées en neutronique	463
B.3	Sélection de données nucléaires	463
B.3.1	Données relatives aux éléments	463
B.3.2	Données relatives aux nucléides	466
B.3.3	Énergies libérées par fission	467
 ANNEXE C • COMPLÉMENTS MATHÉMATIQUES		469
C.1	Distribution de Dirac	470
C.1.1	Définition intuitive	470
C.1.2	Définitions mathématiques	470
C.1.3	Définitions en tant que laplaciens	470
C.1.4	Généralisations	471
C.2	Opérateurs linéaires	471
C.2.1	Définition	471
C.2.2	Tout opérateur linéaire est intégral	471
C.2.3	Opérateur adjoint	472
C.2.4	Éléments propres d'un opérateur	472
C.3	Transformation de Fourier	473
C.3.1	Opérateurs invariants par translation	473
C.3.2	Définitions de la transformée de Fourier d'une fonction	474
C.3.3	Transformée de Fourier d'un produit de convolution	475
C.3.4	Exemples à une dimension (convention a)	475
C.3.5	Transformées de Fourier dans l'espace à 2 ou 3 dimensions	476
C.3.6	Transformées de Fourier des fonctions symétriques (convention a)	476
C.3.7	Formule sommatoire de Poisson	477
C.3.8	Valeurs propres des opérateurs invariants par translation	478
C.3.9	Opérateurs linéaires en réseau infini et régulier	478

C.4	Harmoniques sphériques	479
	C.4.1 Invariance par rotation	479
	C.4.2 Polynômes de Legendre	481
	C.4.3 Harmoniques sphériques	483
	C.4.4 Opérateurs invariants par rotation	484
C.5	Fonctions propres de l'opérateur laplacien	485
	C.5.1 Définition	485
	C.5.2 Opérateur laplacien	485
	C.5.3 Solutions générales factorisées	486
	C.5.4 Fonctions propres du laplacien s'annulant à la surface d'un domaine	486
C.6	Fonctions de Bessel	488
	C.6.1 Équations de Bessel	488
	C.6.2 Développements à l'origine	491
	C.6.3 Développements asymptotiques	492
	C.6.4 Relations de récurrence	492
	C.6.5 Intégrales	493
	C.6.6 Wronskiens	493
	C.6.7 Fonction génératrice des J_n	494
	C.6.8 Représentations par une intégrale définie	494
	C.6.9 Formules d'addition	494
	C.6.10 Base complète de fonctions définies dans l'intervalle $[0,1]$	494
	C.6.11 Transformation de Fourier dans le plan	495
	C.6.12 Fonctions d'ordre demi-entier	495
	C.6.13 Quelques valeurs numériques	495
C.7	Opérateur d'advection	496
	C.7.1 Coordonnées cartésiennes	496
	C.7.2 Coordonnées cylindriques	496
	C.7.3 Coordonnées sphériques	497
C.8	Opérateur de Peierls	497
	C.8.1 Géométrie à trois dimensions (x,y,z)	498
	C.8.2 Géométrie à deux dimensions (x,y)	498
	C.8.3 Géométrie à une dimension (x)	498
C.9	Fonctions exponentielles intégrales	499
	C.9.1 Définitions	499
	C.9.2 Relations de récurrence	499
	C.9.3 Développements à l'origine	500
	C.9.4 Développements asymptotiques	500
	C.9.5 Transformées de Fourier en cosinus	500
C.10	Fonctions de Bickley-Naylor	501
C.11	Formules de quadrature	502
	C.11.1 Généralités	502
	C.11.2 Formules à pas constant	503
	C.11.3 Formules de Gauss	505

ANNEXE D • VADE-MECUM	509
D.1 Unités et constantes	509
D.1.1 Unités	509
D.1.2 Quelques constantes physiques	510
D.2 Physique nucléaire	510
D.2.1 Caractéristiques d'une particule (non relativiste)	510
D.2.2 Constitution d'un atome	510
D.2.3 Énergie de liaison des noyaux	511
D.2.4 Radioactivité	511
D.2.5 Fission	511
D.2.6 Réactions par neutrons	511
D.3 Diffusion des neutrons	512
D.3.1 Facteur de multiplication	512
D.3.2 Cheminement des neutrons	512
D.3.3 Population des neutrons	512
D.3.4 Équation du transport	512
D.3.5 Approximation de la diffusion	513
D.3.6 Théorie à un groupe de neutrons	513
D.4 Spectre des neutrons	514
D.4.1 Facteur de multiplication infini des réacteurs à neutrons thermiques	514
D.4.2 Ralentissement élastique	514
D.4.3 Spectre de Maxwell	515
D.5 Cinétique des réacteurs	515
D.5.1 Réactivité	515
D.5.2 Situation surcritique par neutrons prompts	515
D.5.3 Évolution au voisinage de la criticité	516
D.6 Fonctionnement des réacteurs	516
D.6.1 Effets de température	516
D.6.2 Empoisonnement par les produits de fission	517
D.6.3 Évolution des noyaux lourds	517
 INDEX ET GLOSSAIRE	 519

Avant-Propos

Ce *Précis de neutronique* a été conçu à l'intention des élèves de seconde année de la formation d'ingénieurs en « Génie Atomique » pour leur permettre d'acquérir les bases de ce domaine scientifique.

Le plan de ce livre suit celui du « syllabus » proposé aux intervenants aux différents cours de « Génie Atomique » de Saclay, Cadarache et Cherbourg.

Son contenu reprend non seulement une partie de mes publications antérieures sur la neutronique mais s'inspire aussi des documents et photocopiés de mes collègues enseignants : je tiens donc à les remercier collectivement pour l'aide que toute cette matière m'a apportée.

Pour les personnes qui n'ont jamais suivi de formation sur l'énergie nucléaire, je conseille vivement de commencer par mon petit livre *L'Énergie nucléaire* (« Que sais-je? », n° 317, PUF, 1999) où sont présentées des notions de base sur l'énergie et la structure de la matière, ainsi que le descriptif des centrales nucléaires et l'analyse de la problématique de cette énergie.

On pourra aussi consulter l'autre petit livre de la même collection, *La Neutronique* (PUF, « Que sais-je? » n° 3307, 1998), dans lequel les notions développées dans le présent *Précis de neutronique* sont présentées de façon certainement plus accessible.

La lecture ce précis pourra utilement être complétée par celle des *Exercices de neutronique* qui en font le pendant selon, là aussi, le plan du « syllabus ».

Je rappelle enfin que l'ouvrage que j'ai écrit avec Jean Bussac, le *Traité de neutronique* (Hermann, 1978 et 1985), bien que déjà un peu ancien, reste une référence pour ceux qui souhaitent plus de détails ou des compléments sur les aspects physiques. Je n'ai pas repris ici, en effet, un certain nombre de théories analytiques qui étaient utilisées à l'époque — la théorie du facteur de fission rapide, la théorie « ABH » (Amouyal-Benoist-Horowitz), le modèle secondaire de thermalisation de Cadilhac, etc. — mais qui sont aujourd'hui quelque peu tombées en désuétude ; en revanche, j'ai présenté avec davantage de détails les techniques de résolution de l'équation de Boltzmann, en me limitant toutefois, sur ces aspects, aux principes généraux, puisque cet ouvrage est davantage destiné aux utilisateurs des codes de calcul sur ordinateurs qu'aux spécialistes qui les développent.

Remerciements : *une version provisoire de ce Précis de neutronique a été diffusée sous forme de polycopié aux élèves de « Génie atomique » de l'année 2001-2002 et à leurs enseignants. Ce polycopié a également été relu avec grand soin par mon collègue et ami Jean-Claude Lefebvre : je tiens à remercier chaleureusement tous ces lecteurs qui m'ont proposé de nombreuses améliorations dans le document et ont débusqué les inévitables erreurs matérielles. J'exprime aussi ma gratitude aux Éditions EDP Sciences qui ont accepté de publier ce manuscrit en y apportant, là encore, des améliorations dans la présentation.*

P. R.
Gif-sur-Yvette, mai 2003.

Paul Reuss est ancien élève de l'École polytechnique et docteur ès sciences physiques. Il a mené toute sa carrière au Commissariat à l'énergie atomique (CEA), à Saclay et à Fontenay-aux-Roses, se partageant entre les activités de recherche et développement, l'enseignement et la formation.

Ses activités de recherche ont porté sur l'amélioration, la validation et la qualification des codes de calcul pour ordinateur utilisés par les ingénieurs pour la conception et le suivi des cœurs des centrales nucléaires, notamment CORÉGRAF (réacteurs à uranium naturel et à graphite) et APOLLO (réacteurs de tous types et, spécialement, réacteurs à eau). Parmi les développements auxquels il a participé, on retiendra l'étude physique du recyclage du plutonium dans les réacteurs à eau (objet de sa thèse de doctorat d'État), la généralisation de la théorie de l'absorption résonnante des neutrons, et la « recherche de tendances », c'est-à-dire l'exploitation des mesures de neutronique faites sur les expériences critiques et sur les réacteurs de puissance pour améliorer la connaissance des données nucléaires. Plus d'une centaine de publications techniques peuvent être mises à son actif.

Après avoir suivi le DEA de Physique des réacteurs nucléaires, Paul Reuss est rapidement intervenu comme chargé de cours, puis comme professeur responsable de ce DEA. Il a aussi animé de nombreux autres enseignements. Il est aujourd'hui le professeur coordinateur de l'enseignement de neutronique au *Génie atomique*. Outre ce « *Précis de neutronique* », il est l'auteur de plusieurs ouvrages pédagogiques sur la neutronique et la physique nucléaire, notamment, avec Jean Bussac, du *Traité de neutronique* qui a été et reste l'ouvrage de référence pour les étudiants et les spécialistes.

Paul Reuss a suivi les travaux d'une vingtaine de doctorants et a participé à plus de cent jurys de thèse. Parmi ses autres activités liées à la formation, notons qu'il a été pendant deux ans responsable de formation à l'Institut de protection et de sûreté nucléaire (IPSN, maintenant IRSN), qu'il a animé, au CEA et surtout à Électricité de France, de nombreux séminaires sur la physique neutronique, sur la théorie du transport des neutrons et sur l'absorption neutronique, et qu'il a rédigé les très complets polycopiés associés.

Ouvrages de Paul Reuss parus en librairie :

- *Traité de neutronique*, Hermann, 1978 et 1985, 670 pages (en collaboration avec Jean Bussac).
- *Éléments de physique nucléaire à l'usage du neutronicien*, coll. « Enseignement », CEA/INSTN, 1981, 1987 et 1995, 91 pages.
- *Éléments de neutronique*, coll. « Enseignement », CEA/INSTN, 1986 et 1995, 175 pages.
- *Clefs pour la neutronique des réacteurs à eau*, coll. « Enseignement », CEA/INSTN, 1990, 348 pages.
- *L'Énergie nucléaire*, coll. « Que sais-je? », n° 317, PUF, 1994 et 1999, 128 pages.
- *La Neutronique*, coll. « Que sais-je? », n° 3307, PUF, 1998, 128 pages.

Partie I

**BASES DE PHYSIQUE
NEUTRONIQUE**

Cette page est laissée intentionnellement en blanc.

1

Introduction : généralités sur l'énergie nucléaire

1.1 Rapide historique

1.1.1 La pile de Fermi

2 décembre 1942 : pour la première fois, l'Homme réalise une réaction en chaîne de fissions. Le mérite en revient à l'équipe de Chicago, animée par Enrico Fermi (1901–1954). Ce jour-là, la population neutronique diffusant dans la « pile » s'amplifia tout doucement, même après le retrait de la source. Puis, prudemment, Fermi commanda l'insertion de la barre de commande en cadmium, ce qui stoppa la « divergence » : la puissance nucléaire avait atteint environ 0,5 watt !

Personne n'avait pensé à inviter un photographe ! L'événement fut immortalisé par un tableau et un dessin, reproduit ci-dessous (voir figure 1.1, page suivante). On y voit que la « condition critique » (la configuration permettant l'auto-entretien de la réaction en chaîne) a été obtenue quand 400 tonnes de graphite, 6 d'uranium métallique et 58 d'oxyde d'uranium eurent été empilées⁽¹⁾ selon une disposition bien choisie.

Quelques grands principes que nous retrouverons dans tous les réacteurs — de recherche comme de puissance — sont déjà mis en œuvre dans la pile de Fermi.

1/ Le **contrôle-commande**, symbolisé par les deux opérateurs, en bas : celui de gauche, surveillant les cadrans des détecteurs, incarne la fonction de contrôle ; celui de droite, pouvant manœuvrer la « barre de commande » en cadmium, incarne la fonction de commande. Le cadmium est un matériau capturant efficacement les neutrons ; si l'on enfonce la barre, on augmente le nombre de neutrons capturés dans le cadmium et l'on réduit donc le nombre de neutrons provoquant des fissions de l'uranium : la réaction en chaîne s'étouffe ; inversement, si la barre est légèrement extraite, davantage de neutrons deviennent disponibles pour provoquer des fissions : la réaction en chaîne s'amplifie. Le dialogue entre le contrôle et la commande (ici simplement verbal) permet de piloter le système comme souhaité.

1. D'où le terme de « pile atomique » souvent utilisé par la suite pour désigner un réacteur nucléaire, aujourd'hui un peu désuet.

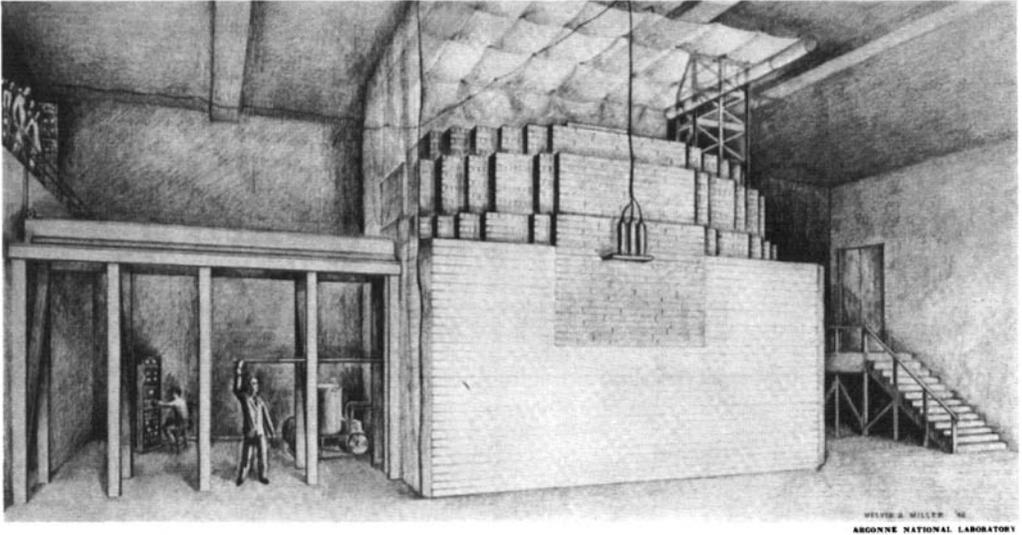


Figure 1.1. La pile de Fermi (document Argonne National Laboratory).

- 2/ La **sûreté** repose d'abord sur un bon contrôle-commande. Mais on y ajoute aussi un dispositif d'arrêt d'urgence en cas d'incident. Il est assuré, dans cette expérience, par un personnage que l'on ne voit pas, placé au-dessus de l'empilement. Armé d'une hache, il peut, au signal de Fermi, trancher la corde qui maintient en équilibre un bac et répandre ainsi dans l'empilement la solution d'acide borique qu'il contient : le bore est un puissant absorbant neutronique ; dans cette hypothèse, il aurait instantanément arrêté la réaction en chaîne.
- 3/ La **radioprotection** est, ici, assurée par le détecteur suspendu devant la pile : il mesure le niveau de rayonnement ambiant. Le signal est transmis par le câble courant le long du plafond jusqu'à un cadran placé sous les yeux de Fermi en personne, au balcon. Fermi s'assure ainsi que ses collaborateurs et lui-même ne courent pas le risque d'une irradiation excessive et, si nécessaire, il peut commander l'arrêt d'urgence.

1.1.2 La conclusion d'une longue histoire...

La divergence de la pile de Fermi conclut un demi-siècle de recherche très active dans le domaine de la physique nucléaire.

On fait généralement démarrer l'histoire de la physique nucléaire en 1896 avec la découverte, presque fortuite, de la radioactivité par Henri Becquerel (1852–1908), intrigué par des plaques photographiques voilées bien que placées à l'abri du soleil dans un tiroir (il se trouve qu'elles avaient été mises au voisinage d'échantillons d'uranium).

Limitons-nous à quelques jalons de cette histoire.

1898 : découverte du polonium et du radium par Marie Sklodowska (1867–1934) et son mari Pierre Curie (1859–1906).

1913 : premiers modèles de l'atome élaborés par Ernest Rutherford (1871–1937) et Niels Bohr (1885–1962).

La notion d'atome, elle-même, imprégnait la physique et la chimie depuis longtemps : déjà imaginée par Démocrite (v. 460–v. 370 av. J.-C.), elle apparaît très clairement dans les travaux de chimistes tels que John Dalton (1766–1844) ou Louis Joseph Gay-Lussac (1778–1850) et permet seule de comprendre la classification des éléments proposée en 1869 par Dmitri Ivanovitch Mendeleïev (1834–1907).

1932 : mise en évidence du neutron par James Chadwick (1891–1974).

1934 : découverte de la radioactivité artificielle par Frédéric Joliot (1900–1958) et son épouse Irène Curie (1897–1956) : par l'action des particules alpha sur l'aluminium 27 (l'aluminium usuel), un neutron et un phosphore 30 sont produits ; ce dernier se désintègre par radioactivité bêta en deux minutes et demie, ce qui fut mis en évidence lors de cette expérience.

1934–1938 : étude des réactions induites par neutron.

Dès que l'on sut créer des rayonnements neutroniques, à la suite des travaux de Chadwick notamment, les physiciens nucléaires s'intéressèrent aux réactions entre ces particules et les divers éléments de la table de Mendeleïev. Comme le neutron n'a pas de charge électrique, il peut s'approcher facilement des noyaux des atomes, et l'expérience montre que la capture du neutron est assez fréquente. On obtient de la sorte un isotope du noyau initial qui, parfois, est radioactif et se transforme en un autre élément par décroissance bêta (les processus radioactifs seront décrits plus en détail au chapitre suivant). Fermi, en particulier, s'intéressait à ces réactions et se disait qu'en bombardant, par des neutrons, l'uranium — le dernier élément de la table de Mendeleïev, de numéro 92 —, il devrait ainsi créer de nouveaux éléments artificiels prolongeant la liste des éléments connus. L'expérience montra effectivement que la réaction donnait des produits radioactifs mais manifestement beaucoup plus nombreux que ce qui était attendu.

1938 : découverte de la fission.

L'expérience de Fermi fut reprise dans d'autres laboratoires. Il fallut quatre ans pour que l'explication correcte du phénomène soit donnée à la suite de la mise en évidence, par Otto Hahn (1879–1968) et Fritz Strassmann, de la présence de baryum dans les produits de la réaction : le baryum étant un élément de masse intermédiaire, cela apportait la preuve que le noyau d'uranium, après absorption du neutron, s'était carrément brisé en deux. La découverte de la fission fut annoncée par Lise Meitner (1878–1968) qui calcula que cette brisure devait s'accompagner d'un dégagement considérable d'énergie, ce qui la rend donc vraisemblable.

1939 : brevets d'un « dispositif de production d'énergie ».

Dès l'annonce de la découverte de la fission, l'expérience est reprise dans différents laboratoires — la physique nucléaire est extrêmement active, comme on le voit, au cours de ces années 1930. En particulier, Joliot et ses collaborateurs, Hans von Halban et Lew Kowarski (1907–1979), mettent en évidence l'émission de neutrons secondaires lors de la fission et en mesurent le nombre moyen, environ trois (ce qui est un peu optimiste, comme le montreront les mesures faites par la suite). Ils comprennent rapidement que cela devrait permettre de réaliser une réaction en chaîne auto-entretenu, les fissions libérant des neutrons susceptibles d'induire de nouvelles fissions. Avec leur collègue Francis Perrin (1901–1992), qui introduit la notion de taille critique, ils conçoivent un dispositif et déposent les brevets de ce que l'on appellera plus tard un réacteur nucléaire. Avec l'invasion allemande, l'équipe est dispersée quelques semaines après et ces brevets restent secrets pendant toute la durée de la guerre.

Les recherches se poursuivirent très activement en Grande-Bretagne, au Canada et aux États-Unis. La crainte que l'Allemagne nazie acquière un avantage décisif avec la réalisation d'une arme « atomique »⁽¹⁾ — crainte exprimée notamment dans la lettre adressée, sur l'impulsion de Leo Szilard (1898–1964) et Eugène Wigner (1902–1995), par Albert Einstein (1879–1955) au Président Roosevelt le 2 août 1939 — conduisit les États-Unis à entreprendre le gigantesque programme « Manhattan ».

1945 : Hiroshima et Nagasaki.

Ce programme, animé par Robert Oppenheimer (1904–1967), explora les deux voies possibles (nous en reparlerons), celle de l'uranium 235 et celle du plutonium 239. La voie du plutonium (élément numéro 94 que recherchait Fermi mais qui fut, en fait, découvert par Glenn Seaborg [1912–1999] en 1940) conduisit à l'essai Trinity à Alamogordo (Nouveau-Mexique) le 16 juillet 1945, puis à la bombe de Nagasaki (9 août 1945). La voie de l'uranium 235 mena à la bombe de Hiroshima (6 août 1945).

1.1.3 ... et le point de départ d'une formidable aventure

Il est certain que les développements de l'énergie nucléaire qui ont suivi la guerre sont restés empreints, dans l'opinion publique, de ce « péché originel ». Et cela d'autant plus que la capitulation du Japon ne mit pas fin, bien au contraire, à la course aux armements, non seulement aux États-Unis, mais aussi dans quelques autres pays développés, notamment l'URSS. Il ne fallut que quelques années (resp. 1952 et 1953) pour que ces deux grandes puissances mettent au point une arme encore plus terrifiante, la bombe « H » à fusion.

Notre propos, ici, est de parler des développements pacifiques de l'énergie nucléaire. Dès la fin des hostilités, la plupart des grands pays industriels s'intéressèrent à cette nouvelle énergie et entreprirent, pour certains, des programmes très ambitieux.

La première production d'électricité nucléaire date de 1951 : elle fut réalisée à Chicago dans un petit réacteur à neutrons rapides EBR-1.

En France, une ordonnance signée par le Général de Gaulle, le 18 octobre 1945, créa le CEA. Trois ans plus tard seulement (15 décembre 1948), les « savants atomistes » français faisaient diverger la pile Zoé (uranium naturel et eau lourde) au fort de Chatillon à Fontenay-aux-Roses (Hauts-de-Seine). Après Fontenay, trois autres grands centres d'études nucléaires furent créés à Saclay (Essonne), Grenoble (Isère) et Cadarache (Bouches-du-Rhône), ainsi que plusieurs centres de la direction des applications militaires. Après Zoé, la France développa la filière UNGG (uranium naturel, graphite, gaz) avec les prototypes G1, G2 et G3, puis six réacteurs de grande puissance, aujourd'hui tous arrêtés. Elle s'intéressa aussi à la filière à eau lourde (Brennilis, aujourd'hui démantelée) et aux réacteurs à neutrons rapides (Phénix et Superphénix, ce dernier arrêté en 1997). À la fin des années 1970, la décision fut prise de réorienter tout l'effort sur la filière des réacteurs à eau sous pression et à uranium (légèrement) enrichi : 58 centrales de 900, 1 300 ou 1 450 MWé fournissent actuellement environ les trois quarts de la production d'électricité française.

1. Crainte qui s'avéra non fondée.

TABLEAU 1.1. Parc électronucléaire mondial : puissance installée en GWé (nombre d'unités) au 31/12/2000 et part du nucléaire dans la production d'électricité en 2000.

(Source : ELECNUC, édition 2001).

PAYS	Installé	En construction	Commandé	Électricité nucléaire
États-Unis	98,1 (104)	–	–	20 %
France	63,2 (59)	–	–	76 %
Japon	43,5 (53)	4,5 (4)	5,8 (5)	35 %
Allemagne	21,3 (19)	–	–	31 %
Russie	19,8 (29)	10,6 (12)	3,8 (4)	15 %
Canada	14,9 (21)	–	–	12 %
Corée du Sud	12,9 (16)	3,8 (4)	–	41 %
Royaume-Uni	12,5 (33)	–	–	23 %
Ukraine	11,2 (13)	3,8 (4)	–	45 %
Suède	9,4 (11)	–	–	40 %
Espagne	7,5 (9)	–	–	28 %
Belgique	5,7 (7)	–	–	55 %
Taiwan	4,9 (6)	2,6 (2)	–	25 %
Bulgarie	3,5 (6)	–	–	49 %
Suisse	3,2 (5)	–	–	38 %
Lituanie	2,8 (2)	–	–	74 %
Inde	2,7 (15)	0,9 (2)	3,6 (8)	4 %
Finlande	2,6 (4)	–	–	30 %
Rép. Tchèque	2,5 (5)	0,9 (1)	–	20 %
Slovaquie	2,4 (6)	0,8 (2)	–	53 %
Chine	2,1 (3)	6,3 (9)	–	1 %
Brésil	1,9 (2)	–	–	1 %
Afrique du Sud	1,8 (2)	–	–	7 %
Hongrie	1,8 (4)	–	–	41 %
Mexique	1,3 (2)	–	–	5 %
Argentine	0,9 (2)	0,7 (1)	–	7 %
Roumanie	0,7 (1)	2,5 (4)	–	10 %
Slovénie	0,6 (1)	0,8 (2)	–	24 %
Pays-Bas	0,5 (1)	–	–	4 %
Pakistan	0,4 (2)	–	–	2 %
Arménie	0,4 (1)	–	–	33 %
Corée du Nord	–	1,9 (2)	–	–
Iran	–	1,0 (1)	–	–
MONDE	357,2 (444)	40,2 (48)	17,0 (21)	16 %

Le tableau 1.1 détaillant le parc mondial des centrales électronucléaires (plus de 400 réacteurs, produisant environ 16 % de l'électricité) montre que la France se singularise par un équipement nucléaire remarquable : la raison en est évidemment l'absence presque totale d'autres sources d'énergie sur le territoire national (hormis l'hydraulique, mais déjà saturée). Une situation assez similaire est observée au Japon, pays qui n'a pas non plus de ressources énergétiques. On pourra noter des situations très contrastées selon les pays, en particulier au sein de l'Union européenne.

À ce parc, il convient d'ajouter des centaines de petits réacteurs de caractéristiques très diverses, dévolus à des applications énergétiques (propulsion navale, dessalement, spatial...) ou à la recherche (irradiations technologiques, imagerie par neutrons...), à l'industrie (production de radioéléments) et à l'enseignement.

1.2 Principe d'une centrale nucléaire

Dans son principe, une centrale électronucléaire est très similaire à une centrale classique à charbon, fuel ou gaz : une source de chaleur porte un gaz à haute température ; celui-ci se détend ensuite dans une turbine convertissant son énergie en énergie mécanique, elle-même transformée en électricité grâce à un alternateur couplé à la turbine ; ce gaz, refroidi, est en général recyclé vers la source de chaleur, suivant ainsi un cycle thermodynamique. Le rendement de la conversion de chaleur en énergie mécanique (et, *a fortiori*, en électricité) ne peut pas dépasser une valeur maximale, dite *rendement de Carnot*, donnée par la formule :

$$r_{\max} = 1 - \frac{T_{\text{froide}}}{T_{\text{chaude}}},$$

où les deux températures (absolues) qui apparaissent sont celles de la source chaude et de la source froide. Dans une centrale nucléaire, la source chaude résulte non pas de la combustion chimique d'un combustible fossile avec l'oxygène, mais d'une « combustion⁽¹⁾ » nucléaire, celle de noyaux lourds fissionnés par des neutrons et libérant ainsi une grande quantité d'énergie — en pratique, sous forme de chaleur.

Pour réaliser une réaction en chaîne, un choix entre plusieurs matériaux et plusieurs agencements est possible, conduisant à autant de « filières⁽²⁾ » ; il y a, de même, des variantes dans les cycles thermodynamiques pour la conversion de la chaleur en électricité. À titre d'exemple, la figure 1.2, page ci-contre, est relative aux réacteurs à eau sous pression⁽³⁾ qui, en France, à une exception près, produisent toute l'électricité d'origine nucléaire.

Le cœur est la partie du réacteur où se produisent les réactions nucléaires et où se libère donc la chaleur. Ici, il est enfermé dans une cuve capable de supporter la pression de quelque 150 bars du circuit primaire. Ce circuit est un circuit fermé d'eau maintenue liquide malgré sa forte température (environ 280 degrés C à l'entrée du cœur et 320 à la sortie) grâce à cette pression (régulée par le pressuriseur).

L'eau quittant le cœur est répartie entre trois (pour les réacteurs de 900 MWé) ou quatre boucles (pour les réacteurs de 1 300 ou 1 450 MWé) comportant chacune un générateur de vapeur et une pompe primaire de recirculation.

Les générateurs de vapeur sont des échangeurs thermiques où l'eau du circuit primaire cède sa chaleur à l'eau du circuit secondaire. Cette dernière, entrant sous forme liquide, est vaporisée ; la vapeur produite par chacune des boucles est regroupée pour être envoyée

1. Par analogie avec la combustion usuelle, les techniciens du nucléaire ont pris l'habitude de parler de « combustion » nucléaire ou de « combustible » nucléaire, mais il s'agit d'un abus de langage !

2. « Filière : Ensemble des éléments constitutifs (notamm. combustible, modérateur et caloporteur) caractéristiques d'un type de réacteur nucléaire » (Petit Larousse).

3. Pour plus de détails, voir l'ouvrage de la même collection sur les réacteurs à eau sous pression.

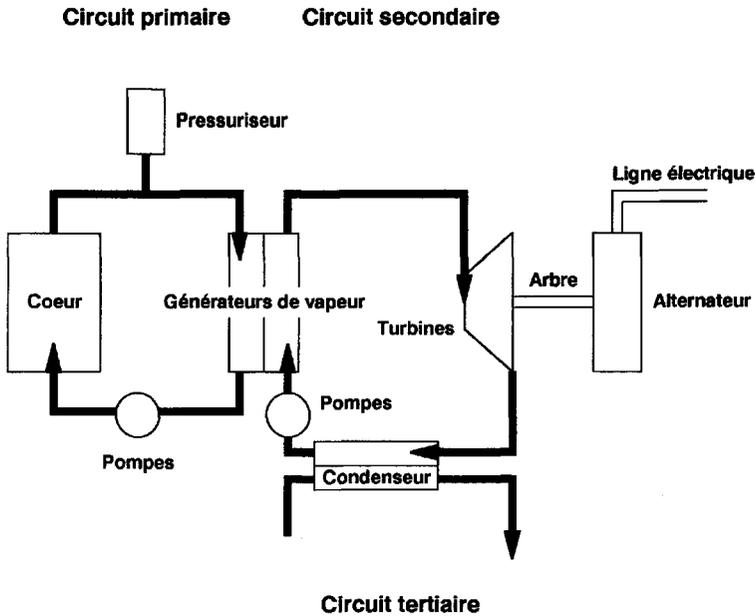


Figure 1.2. Schéma de principe d'une centrale type REP (réacteur à eau sous pression).

dans une série de turbines, haute puis basse pression, directement couplées sur un arbre commun avec l'alternateur ; la vapeur est finalement condensée avant d'être reprise — sous forme liquide — par les pompes secondaires et renvoyée vers les générateurs de vapeur.

Le condenseur est aussi un échangeur thermique : il est refroidi par un troisième circuit d'eau ouvert, lui, vers l'environnement : suivant les cas, il s'agit d'un prélèvement fait dans un fleuve ou dans la mer, ou d'un circuit lui-même refroidi par un aéroréfrigérant.

Compte tenu des températures, notamment celle de l'eau pressurisée du circuit primaire qui conditionne toutes les autres, le rendement global d'une centrale nucléaire n'est pas très bon : environ 33 % (pour 3 joules libérés par les fissions, 1 est converti en électricité et 2 sont dispersés dans l'environnement sous forme de chaleur), à comparer à environ 50 % pour les centrales thermiques classiques où la vapeur est produite à plus haute température. Ce handicap n'est pas rédhibitoire : on peut concevoir des réacteurs nucléaires ayant un meilleur rendement, par exemple les réacteurs à neutrons rapides et les réacteurs à graphite dits à haute température (HTR).

1.3 La fission

Deux types de forces s'exercent entre les nucléons — protons et neutrons — constituant les noyaux des atomes. La première est bien connue à l'échelle macroscopique : c'est la force électrique ou coulombienne. Ici, elle s'exerce uniquement entre les protons, seuls porteurs d'une charge électrique ; elle est répulsive, car associée à des charges toutes positives, et à longue portée, puisque en $1/r^2$. La seconde force peut, seule, expliquer

la stabilité des édifices nucléaires : c'est la force nucléaire. Cette dernière, qui s'exerce entre tous les nucléons quel que soit leur type, est attractive et à courte portée. Très grossièrement, on peut l'imaginer comme une sorte de « colle forte » qui maintient très fermement ensemble les nucléons dès qu'ils sont mis en contact. (En fait, la force nucléaire est la manifestation d'interactions plus fondamentales — les interactions forte et faible — entre les constituants des nucléons, c'est-à-dire les quarks. Mais, en ce qui concerne l'étude de la neutronique, on peut en rester, sans inconvénient majeur, à des images très classiques et approximatives de ce genre.)

La proportion observée dans les noyaux entre protons et neutrons résulte du meilleur équilibre possible entre ces deux forces (si la proportion n'est pas optimale, le noyau est radioactif) : le rapport neutrons/protons, à peu près égal à 1 pour les noyaux légers, augmente progressivement jusqu'à environ 1,5 pour les noyaux lourds. Malgré la meilleure « dilution » des charges électriques qui se repoussent ainsi obtenue, l'énergie de liaison moyenne par nucléon devient plus faible pour les noyaux lourds, puisque, toutes choses égales par ailleurs, l'énergie négative due à la répulsion coulombienne des protons est évidemment proportionnelle au carré du nombre de charges. Ces deux remarques élémentaires ont deux conséquences immédiates :

- 1/ les noyaux lourds sont un peu moins liés que les noyaux intermédiaires ; autrement dit, la fission d'un noyau lourd en deux fragments augmente l'énergie de liaison et par conséquent libère de l'énergie vers l'extérieur. (Rappelons que l'énergie de liaison est l'énergie éjectée lors de la formation de la liaison, ou, si l'on présente les choses à l'envers, l'énergie qu'il faudrait fournir au système pour briser la liaison.) L'expérience montre que la fission libère environ 200 MeV (200 millions d'électronvolts), ce qui est gigantesque : à titre de comparaison, une réaction chimique peut libérer une énergie de l'ordre de quelques électronvolts par atome (exemple : 4,08 eV pour la combustion d'un atome de carbone) ;
- 2/ du fait d'une proportion des neutrons par rapport aux protons, à l'équilibre plus faible pour les noyaux intermédiaires que pour les noyaux lourds, il est logique que quelques neutrons « s'évaporent » lors de la fission, c'est-à-dire soient émis à l'état libre. Comme la répartition des nucléons entre les fragments, ce nombre de neutrons émis est variable, entre zéro et sept : ce qui importe, c'est sa valeur moyenne ν . Par exemple, pour la fission d'uranium 235 (induite par neutron), la mesure donne ν de l'ordre de 2,4.

1.4 Principe de la réaction en chaîne

La notion de réaction en chaîne appartient à la vie courante. Par exemple, le feu est une réaction en chaîne dans laquelle la chaleur induit une réaction chimique — la combustion —, cette dernière produisant de la chaleur, qui poursuivra la combustion produisant à nouveau de la chaleur, et ainsi de suite. Comme nous l'avons vu, dès qu'ils découvrirent que la fission — induite par neutron — émettait aussi quelques neutrons, les physiciens entrevirent la possibilité d'une réaction en chaîne :

Neutrons \implies Fissions \implies Neutrons \implies Fissions \implies Neutrons \implies etc.

permettant de libérer une quantité phénoménale d'énergie... pour un usage pacifique ou pour une arme redoutable.

Pour une production pacifique d'énergie, il faut, comme dans une chaudière classique, maîtriser le rythme de la réaction ; pour une arme, comme dans une bombe utilisant un explosif chimique, il faut, au contraire, provoquer une amplification rapide de la réaction. Le comportement de celle-ci va dépendre du facteur de multiplication k que nous allons maintenant définir.

Soit ω la probabilité pour qu'un neutron placé dans le système provoque une fission (la probabilité complémentaire $1 - \omega$ est la probabilité que le neutron ou bien soit capturé dans le système sans provoquer une fission, ou bien s'échappe, c'est-à-dire soit capturé à l'extérieur). S'il y a fission, celle-ci émet, en moyenne, ν nouveaux neutrons. Le produit $k = \omega\nu$ est le nombre moyen de neutrons descendants directs d'un neutron placé dans le système. En raisonnant dans l'autre sens sur ces deux facteurs (une fission donne ν neutrons, chacun ayant la probabilité ω de provoquer une fission), on voit que k est aussi le nombre moyen de fissions résultant d'une fission initiale. Autrement dit, en raisonnant sur un (grand) nombre N de fissions, on peut dresser le schéma d'évolution suivant :

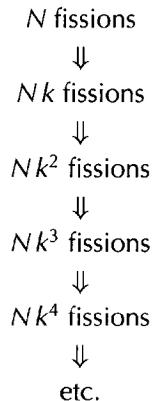


Figure 1.3. Évolution d'une réaction en chaîne.

Il montre que le comportement de la réaction en chaîne va dépendre de la valeur de ce facteur de multiplication k comparée à l'unité :

- si $k > 1$, la réaction s'emballe ;
- si $k < 1$, la réaction s'étouffe ;
- si $k = 1$, la réaction s'auto-entretient à un rythme constant.

La première configuration sera celle qui sera recherchée pour une arme. La troisième configuration, dite « configuration critique », caractérisée par un facteur de multiplication exactement égal à l'unité, sera celle qui sera réalisée dans un réacteur en fonctionnement stable. Lorsqu'on voudra démarrer ou augmenter le niveau de puissance d'un réacteur, on le rendra momentanément (légèrement) sur-critique ($k > 1$), et lorsqu'on voudra abaisser le niveau de puissance ou l'arrêter, on passera à une configuration sous-critique ($k < 1$). Nous avons vu que Fermi réglait finement la valeur du facteur de multiplication en ajustant la position d'une barre de commande ; cette méthode est toujours celle qui est le plus couramment utilisée.

1.5 Principaux modérateurs et caloporteurs ; filières de réacteurs

Comme le facteur ν est (pour l'uranium 235) de l'ordre de 2,4, il faut viser une probabilité ω de l'ordre de $1/2,4 \simeq 42\%$ pour atteindre la criticité (et un petit peu plus si l'on projette de réaliser une arme). Cela est-il concrètement possible? Telle est la question que les physiciens se posèrent à la fin des années 1930.

Les éléments permettant de répondre étaient déjà connus, dans leurs grandes lignes, à l'époque :

- 1/ l'uranium est le seul élément de la nature susceptible de subir la fission sous l'impact des neutrons ;
- 2/ cet élément est formé de deux isotopes : l'uranium 238 et l'uranium 235. Le premier ne peut pas être fissionné (sauf peut-être très rarement avec des neutrons très énergétiques) ; le second, en revanche, subit facilement la fission quelle que soit l'énergie cinétique du neutron incident ;
- 3/ malheureusement, dans l'uranium naturel, l'isotope fissile 235 ne représente que 0,72 % du total (soit 1/139 en nombres de noyaux), l'autre isotope constituant 99,28 % du total⁽¹⁾ ;
- 4/ les neutrons émis par les fissions le sont à une énergie de l'ordre de 2 MeV, soit environ 20 000 km/s ;
- 5/ à cette énergie, les sections efficaces⁽²⁾ des deux isotopes de l'uranium sont du même ordre de grandeur ;
- 6/ par diffusions successives⁽³⁾ dans les matériaux peu capturants, les neutrons sont susceptibles de se ralentir jusqu'à un équilibre thermique approximatif avec la matière : les neutrons « thermiques » ont une énergie de l'ordre de 1/40 eV, soit 2 ou 3 km/s, si la matière qui les a thermalisés est à température usuelle ;
- 7/ pour les neutrons, dans cette plage de vitesses, la section efficace de l'uranium 235 est beaucoup plus grande que celle de l'uranium 238, d'un facteur 250 environ.

Ainsi, deux voies possibles se dégagent pour une réaction en chaîne :

- 1/ **la voie de l'uranium enrichi et des neutrons rapides** : elle utilise les neutrons à l'énergie à laquelle ils sont produits par les fissions, en évitant donc de les ralentir, avec un combustible fortement enrichi en isotopes fissiles, uranium 235 ou succédané artificiel tel le plutonium 239 ;
- 2/ **la voie de l'uranium peu enrichi et des neutrons thermiques** : elle utilise les neutrons après les avoir ralentis et thermalisés par un matériau adéquat appelé « modérateur » ; il est alors possible de s'accommoder d'un combustible pauvre en isotopes fissiles, voire, à la limite, d'uranium naturel. En effet, même dans ce cas, un neutron lent traversant

1. On trouve aussi des traces d'isotope 234 dans l'uranium naturel, mais cela peut être négligé.

2. La notion de section efficace sera définie précisément au chapitre suivant ; ici, on peut retenir que la section efficace représente, à un facteur près, la probabilité qu'un neutron incident interagisse avec un noyau se trouvant dans son voisinage.

3. La diffusion d'un neutron par un noyau est une collision analogue à celle d'une boule de billard sur une autre.

l'uranium a plus de chances d'être absorbé par l'isotope 235 et de le fissionner que d'être capturé (sans fission) par l'isotope 238, puisque le handicap d'un facteur 139 sur les concentrations est plus que compensé par le facteur 250 observé sur les sections efficaces.

Ces deux voies furent ouvertes pendant les années de guerre : la seconde fut introduite par la pile de Fermi, à uranium naturel, que nous avons vue. Cette voie peut aboutir à un réacteur nucléaire mais non, directement, à une bombe : la durée nécessaire pour ralentir et thermaliser les neutrons est trop longue pour une explosion efficace et, en outre, la nécessité de placer un modérateur conduirait à un engin bien trop encombrant. Cependant, cette voie donne du plutonium à partir des captures sans fission de neutrons par l'uranium 238. Ce sous-produit de la réaction en chaîne peut être récupéré par retraitement chimique du combustible, puis utilisé à la place de l'uranium 235 pour une arme. (Rappelons que les explosions d'Alamogordo et de Nagasaki furent celles d'armes à plutonium.)

La première voie fut aussi ouverte par le programme « Manhattan » : plusieurs procédés de séparation isotopique de l'uranium furent explorés, notamment une séparation électromagnétique et l'enrichissement progressif par diffusion gazeuse. (L'arme qui détruisit Hiroshima était une bombe à uranium très enrichi en isotope 235.)

Un modérateur doit être constitué, nous l'avons dit, d'un matériau *peu capturant* pour les neutrons de façon à ne pas gaspiller ceux qui sont fournis par les fissions. Ajoutons qu'il faut aussi qu'il contienne des *noyaux légers*, ralentissant mieux les neutrons⁽¹⁾. Il faut enfin que ce matériau soit suffisamment dense, c'est-à-dire qu'il contienne suffisamment de noyaux ralentisseurs, ce qui amène à choisir *un liquide ou un solide* et à exclure les gaz. En pratique, ces critères conduisent à un choix assez restreint de modérateurs :

- les *matériaux hydrogénés* liquides ou solides, en particulier l'eau ;
- l'*eau lourde* (eau dans laquelle tout l'hydrogène est du deutérium) ;
- le *béryllium* ou son oxyde **BeO**, la *glucine* ;
- le carbone sous forme de *graphite*.

Comme l'hydrogène est légèrement capturant, les matériaux hydrogénés ne permettent pas l'utilisation d'uranium naturel (une teneur au moins de l'ordre de 2 % en isotope 235 est nécessaire). Malgré la nécessité, donc, d'un enrichissement, ces matériaux, bon marché, sont souvent choisis à cause de la grande efficacité de l'hydrogène pour ralentir les neutrons.

L'utilisation d'uranium naturel est possible, en revanche, avec les trois autres modérateurs. Le graphite est le moins efficace sous l'angle neutronique, mais il est relativement facile à obtenir⁽²⁾ et assez peu coûteux : ce fut le choix fait par Fermi. Le béryllium et la glucine sont rarement utilisés à cause de leurs mauvaises propriétés métallurgiques. L'eau lourde est le meilleur modérateur sous l'angle neutronique, mais c'est un matériau coûteux,

1. Pour la même raison que le ralentissement d'une boule de billard percutant une boule placée sur la table est plus efficace si les deux boules sont de masses égales ou voisines.

2. Il faut atteindre une haute pureté chimique, notamment vis-à-vis du bore qui capture grandement les neutrons.

puisqu'il nécessite une séparation isotopique de l'hydrogène (l'hydrogène naturel contient un atome d'hydrogène lourd, ou deutérium⁽¹⁾, sur 6 500 environ).

Dans un réacteur de puissance, il convient de faire circuler un fluide pour extraire la chaleur produite par les fissions : ce fluide s'appelle le « caloporteur ». Ce peut être un gaz (gaz carbonique, hélium...) ou un liquide (eau⁽²⁾, eau lourde, métal liquide...).

Le choix du modérateur (ou de l'absence de modérateur, s'il s'agit d'un réacteur à neutrons rapides), du caloporteur et du combustible (matière fissile, forme physico-chimique, géométrie) et de son gainage définit un concept de réacteur nucléaire. Ce concept peut déboucher sur une technologie : on parle alors de « filière » de réacteurs.

1.6 Contrôle-commande des réacteurs

Nous avons vu que le contrôle-commande est une nécessité que Fermi, déjà, avait bien comprise : la stabilisation de la réaction en chaîne suppose, en effet, que le facteur de multiplication k soit exactement réglé sur la valeur 1. Ce rôle de *pilotage* de la réaction en chaîne est la première des fonctions que doivent remplir les moyens de commande. Le plus souvent, on utilise, comme Fermi, une ou plusieurs barres contenant un matériau capturant les neutrons (bore, cadmium, etc.).

Notons que, dans les réacteurs de puissance, il existe des *contre-réactions* liées aux variations de température : ces variations peuvent modifier, en effet, l'intensité des réactions neutroniques et donc le facteur de multiplication k . En pratique, les contre-réactions font baisser ce facteur de multiplication si la puissance augmente, d'où une *autorégulation du système*. Les actions de pilotage, dans ces conditions, ne sont nécessaires que pour modifier le niveau de la puissance d'équilibre, ou pour démarrer ou arrêter la réaction en chaîne.

Les moyens de commande ont, en réalité, plusieurs fonctions :

- le *pilotage* ;
- les *compensations des évolutions à long terme* du facteur de multiplication dues aux variations des concentrations (produits de fission et noyaux lourds) ;
- l'*aplatissement de la nappe de puissance* (éventuellement) ;
- la *sûreté* : il est nécessaire qu'à chaque instant l'opérateur dispose, en cas d'incident, de la possibilité d'arrêter très rapidement la réaction en chaîne par insertion d'une forte capture neutronique. En pratique, la sûreté ne repose pas seulement sur la vigilance de l'opérateur. Dans tous les réacteurs, il existe aussi des *dispositifs automatiques d'arrêt rapide* dès qu'une anomalie est détectée par les systèmes de contrôle.

Ces différentes fonctions peuvent être assurées par un même système ou par des systèmes spécifiques. Cependant, le dispositif d'arrêt d'urgence est toujours spécifique.

1. Les noyaux de deutérium sont formés d'un proton et d'un neutron. Les noyaux d'hydrogène usuel sont formés d'un seul proton.

2. Dans les réacteurs à eau sous pression ou à eau bouillante, l'eau joue à la fois le rôle de modérateur et celui de caloporteur.

1.7 Cycle du combustible nucléaire

L'irradiation en réacteur n'est qu'une petite partie, certes essentielle, de l'histoire de la matière combustible : en effet, elle est forcément précédée, en amont, d'un certain nombre d'étapes jusqu'à la fabrication de l'élément de combustible qui sera chargé dans un cœur de réacteur : extraction de l'uranium d'une mine, concentration et purification, changements des formules chimiques et, s'il y a lieu, enrichissement.

L'aval peut se réduire à un entreposage⁽¹⁾ plus ou moins long en attendant la décision d'un stockage définitif, en l'état, des assemblages irradiés : c'est, par exemple, la politique actuelle des États-Unis (dans ce cas, le combustible ne suit pas, à proprement parler, un « cycle »). Dans d'autres pays, en France notamment, le combustible des centrales nucléaires est, pour l'essentiel, retraité après quelques années d'entreposage laissant le temps à la radioactivité de s'atténuer. Le retraitement permet de séparer et de récupérer les matières énergétiques pour un recyclage ; il permet également de séparer les déchets radioactifs selon leur nature — notamment les produits de fission constitués de noyaux de masses intermédiaires et présentant une radioactivité⁽²⁾ bêta et les actinides⁽³⁾ « mineurs » (non recyclables) présentant surtout une radioactivité alpha — pour un conditionnement spécifique et adapté à un entreposage puis un stockage adéquats.

La figure 1.4, page suivante, montre, à titre d'exemple et de façon simplifiée, le cycle du combustible des réacteurs à eau sous pression français. On voit que l'on peut recycler l'uranium qui contient encore une quantité notable — environ 1 % — d'uranium 235 et qui peut être ré-enrichi (mais cela n'est pas fait actuellement, à grande échelle, pour Électricité de France) et, surtout, le plutonium provenant des captures de neutrons par l'uranium 238 et, lui non plus, pas totalement consommé lors de l'irradiation. En France, l'essentiel du plutonium obtenu au retraitement des combustibles à uranium est recyclé sous la forme d'un combustible dit « MOX », oxyde mixte de plutonium et d'uranium à faible teneur en uranium 235⁽⁴⁾. En revanche, les assemblages de combustible MOX irradiés ne sont pas, actuellement, retraités.

1.8 Sûreté nucléaire et radioprotection

Comme toutes les autres, l'industrie nucléaire présente des risques qu'il convient d'analyser et de circonscrire : nous avons vu que, sur cet aspect également, Fermi était déjà parfaitement conscient des problèmes.

La spécificité du risque nucléaire tient évidemment à la radioactivité des matières mises en œuvre, en particulier celle des « cendres » des réactions nucléaires, produits de fission et actinides.

La nocivité des rayonnements radioactifs est aujourd'hui bien connue ; la seule incertitude concerne l'effet des faibles doses pour lequel il est pratiquement impossible de savoir, pour

1. Le terme d'« entreposage » se réfère à une situation transitoire, éventuellement de longue durée. Par définition le « stockage » a un caractère définitif.

2. Les différents modes de radioactivité seront décrits au chapitre 2.

3. Actinide : élément de la série de l'actinium, c'est-à-dire de numéro atomique 89 et au-delà.

4. La problématique du plutonium sera détaillée aux chapitres 12 et 18.

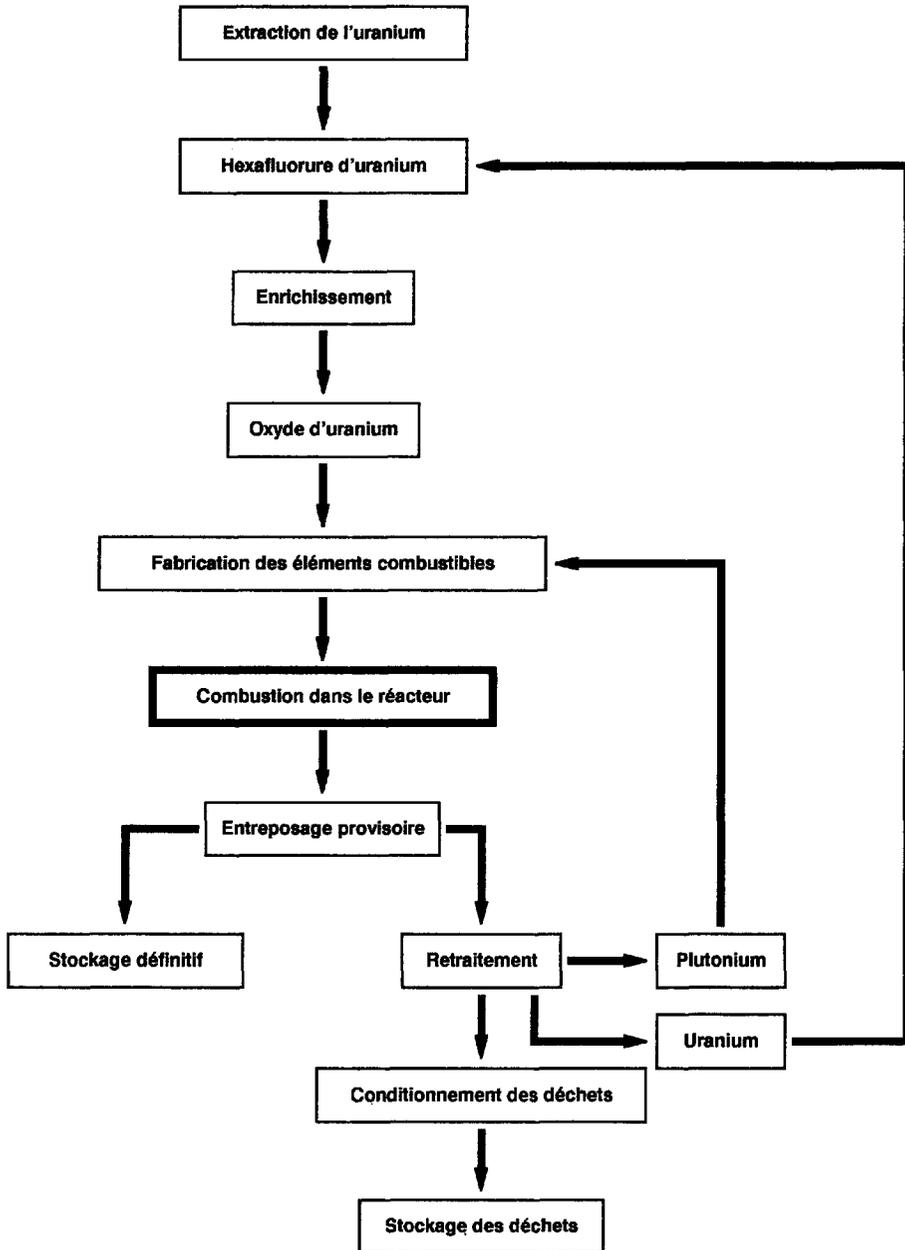


Figure 1.4. Le cycle du combustible nucléaire des réacteurs à eau sous pression.

des raisons de faible statistique, s'il est nul ou si le risque (probabilité de cancer radio-induit) est proportionnel à la dose : en pratique, on retient évidemment, par précaution, la seconde hypothèse. Le coefficient est déterminé à partir d'observations de « cohortes » ayant été soumises à des doses faibles mais non très faibles, notamment les rescapés de Hiroshima et Nagasaki : pour la population générale et tous risques confondus (cancers

mortels, cancers non mortels et effets héréditaires) le coefficient a été estimé à $7,3 \cdot 10^{-2}$ par sievert. Par exemple, une personne soumise pendant 50 ans à l'irradiation naturelle moyenne en France (2,4 mSv/an), soit $50 \times 0,0024 = 0,12$ Sv, a, dans cette hypothèse, une probabilité $7,3 \cdot 10^{-2} \times 0,12 = 0,00876$, soit moins de 1 %, d'avoir un cancer radio-induit. (À titre de comparaison, 25 % des décès sont dus, en France, à un cancer. Comme la forme d'un cancer ne dépend pas de sa cause, il est ainsi pratiquement impossible de séparer ce qui est dû à la radioactivité et ce qui est dû aux autres causes.)

En utilisant un tel coefficient et en se fixant un seuil de « risque acceptable », on définit des doses maximales admissibles et, de là, des « limites annuelles d'incorporation » des divers radionucléides, puis une réglementation rigoureuse de radioprotection à laquelle doit se soumettre, en particulier, l'industrie nucléaire.

Le problème de la sûreté se pose en des termes différents, puisqu'elle traite non pas les situations normales mais les situations accidentelles. Le risque existe au niveau des réacteurs et des autres installations du cycle du combustible et des transports de matière. Sans développer ce thème, qui ne fait pas partie de l'objectif de ce livre, gardons à l'esprit que la « philosophie de la sûreté » se décline selon deux plans :

- *la prévention* : limiter autant que faire se peut l'occurrence d'un accident, ce qui a des conséquences sur la conception des installations, la construction, l'exploitation, la maintenance et, donc, la formation du personnel ;
- *la mitigation* : limiter autant que faire se peut les conséquences d'un accident au cas où il se produirait en dépit de toutes les précautions prises, ce qui conduit d'abord à la notion de « défense en profondeur », comme, par exemple, l'interposition de barrières successives (au moins trois) entre la radioactivité et l'environnement⁽¹⁾, ensuite à des plans d'urgence testés par des exercices de crise.

1.9 Programmes nucléaires ; perspectives

Le tableau 1.1, page 29, donne un aperçu de la situation de l'équipement nucléaire des divers pays. On sera sans doute frappé par le petit nombre de réacteurs en construction, et surtout en commande, si on le compare aux chiffres de la colonne « Installé ».

Les implications actuelles dans l'énergie nucléaire sont, on le remarquera, extrêmement diverses. La France, notamment, a une position dominante quant à la participation du nucléaire dans sa production d'électricité. Cela est incontestablement la conséquence du grand enthousiasme que suscitait, dans les décennies qui ont précédé et suivi la guerre, tout ce qui portait l'appellation d'« atomique » ou de « nucléaire », enthousiasme que les décisions politiques ont su ensuite efficacement relayer.

À très court terme, il est peu vraisemblable que cette situation se modifie beaucoup, hormis peut-être dans quelques pays d'Extrême-Orient qui sont actuellement les seuls à

1. Par exemple, dans les réacteurs à eau, la première barrière est constituée par les gaines des combustibles, conçues pour confiner pratiquement tous les produits radioactifs résultant des réactions nucléaires ; la deuxième barrière est constituée par le circuit primaire, en particulier la cuve : en cas de rupture de gaine(s), elle devrait confiner les produits actifs, puisque ce circuit est complètement isolé des autres ; en cas de rupture de cette deuxième barrière (brèche sur une tuyauterie primaire), la troisième barrière constituée par l'enceinte de confinement du réacteur interviendrait. L'accident de Three Mile Island a montré l'efficacité de cette troisième barrière après rupture des deux premières.

faire preuve d'un certain dynamisme en la matière. Cependant, avec quelques années de décalage par rapport à la situation observée dans les pays occidentaux, ces pays voient apparaître les réticences d'une partie de l'opinion vis-à-vis de l'énergie nucléaire.

Cette réticence, exacerbée par des mouvements s'appuyant souvent sur des argumentations peu rationnelles, est, toutefois, loin d'être générale. Dans le grand public — comme le révèlent les sondages d'opinion — et, surtout, parmi les élus, beaucoup comprennent que l'énergie de la fission n'est pas aussi diabolique que le laisseraient penser certains propos, qu'elle présente même des avantages très sérieux en terme de préservation de l'environnement et qu'en tout cas, elle est, dans beaucoup de pays, à peu près « incontournable ».

On peut donc penser qu'à moyen terme, un regain d'intérêt pour l'énergie nucléaire se manifesterait. Quelques prémices sont observées aux États-Unis qui, après un démarrage ambitieux, n'ont plus construit de nouveaux réacteurs depuis près de trente ans. En France, il sera important de bien préparer l'opinion quand il faudra renouveler — en centrales nucléaires ou non nucléaires — les réacteurs aujourd'hui en fonctionnement.

Il est évidemment hasardeux de se prononcer sur le long terme. Il est clair qu'à une échéance d'un siècle ou deux, les sources fossiles (hormis le charbon) seront à peu près épuisées. Il est vraisemblable que les « énergies nouvelles » (en réalité exploitées depuis toujours) — solaire (thermique ou photovoltaïque), éolien, biomasse, géothermie... — seront davantage développées, tout en conservant, cependant, une contribution au total relativement modeste, pour des raisons à la fois techniques et environnementales. Peut-être que l'énergie de fusion thermonucléaire sortira enfin des limbes — tout en restant sans doute à un niveau modeste compte tenu de sa gigantesque complexité technologique. Peut-être que de nouvelles formes d'énergie seront découvertes ou inventées...

Retenons que, dans ce paysage fort flou, l'énergie nucléaire de fission reste et restera un atout disponible sur une durée pratiquement illimitée. En effet, le risque de pénurie d'uranium, qui semble se dessiner à une échéance de moins d'un siècle si l'on se contente de diviser les ressources répertoriées par la consommation annuelle, n'existe pas en réalité. Il y a à cela deux raisons.

La première est la possibilité de surgénération. Dans les réacteurs usuels exploités aujourd'hui, notamment les réacteurs à eau, seul, en gros, est utilisé l'uranium 235, soit 0,7 % de l'uranium naturel ; nous disons « en gros » car, d'une part, tout l'uranium 235 n'est pas consommé (le réacteur devant rester critique doit toujours contenir une certaine masse de matière fissile) et, d'autre part, un petit peu d'uranium 238 est fissionné après avoir été converti en plutonium. Il est possible, par exemple mais pas uniquement, dans des réacteurs à neutrons rapides tel *Superphénix*, d'accroître le taux de conversion d'uranium 238 en plutonium par rapport à la consommation de matière fissile jusqu'à atteindre, voire dépasser, le seuil de surgénération où la masse de matière fissile produite dépasse celle qui est consommée. Dans ces conditions, tout l'uranium et pas seulement l'uranium 235 pourrait être utilisé, aux pertes près dans les opérations de retraitement : ainsi, cinquante à soixante fois plus d'énergie pourrait être produite avec les ressources en uranium... ce qui repousserait fort loin la pénurie.

La deuxième raison est que le chiffreage des ressources — environ 4 millions de tonnes — ne correspond pas à l'uranium existant mais seulement aux gisements prouvés ou vraisemblables exploitables aux conditions économiques actuelles (130 \$ par kg). En réalité, l'uranium est un élément relativement abondant, qui serait disponible en bien plus grande

quantité si l'on acceptait de le payer plus cher. En particulier, la masse d'uranium dissoute, bien qu'en faible concentration, dans l'eau de mer est gigantesque. Aux conditions actuelles, cet uranium serait beaucoup trop cher à exploiter. Mais, en cas de crise, il est disponible. Cela serait même économiquement raisonnable avec la surgénération, c'est-à-dire une production d'énergie 50 fois plus importante par unité de masse.

* * *

Nous avons ouvert cette introduction avec Fermi... Concluons en notant que Fermi n'a pas, à proprement parler, créé le réacteur à fission.

En exploitant le gisement d'uranium d'Oklo (Gabon), on a, en effet, découvert en 1972 des anomalies de teneur isotopique. Les premières enquêtes conclurent rapidement que l'explication ne pouvait être qu'une réaction en chaîne spontanée. Les analyses et études approfondies qui suivirent montrèrent qu'une quinzaine de foyers de réactions nucléaires s'étaient « allumés » et avaient lentement « mijoté » pendant probablement des centaines de milliers d'années, il a de cela près de deux milliards d'années, juste après la mise en place du gisement.

Le phénomène s'explique par des circonstances exceptionnelles, essentiellement son ancienneté (plus on remonte dans le passé, plus la teneur en isotope 235 dans l'uranium est élevée) et la forte teneur du minerai... ainsi qu'une stabilité géologique remarquable qui a permis de conserver jusqu'à nous ces vestiges de « réacteurs fossiles ».

Cette page est laissée intentionnellement en blanc.

2 Physique nucléaire à l'usage du neutronicien

Introduction

La neutronique est l'étude du cheminement des neutrons dans la matière et des réactions qu'ils y induisent, en particulier la génération de puissance par la fission de noyaux d'atomes lourds⁽¹⁾.

La neutronique est une branche de la physique qui a la particularité d'être intermédiaire entre le macroscopique et le microscopique. Fondamentalement, c'est la description de l'interaction de particules élémentaires — les neutrons — avec les noyaux des atomes de la matière. À ce titre donc, la neutronique dérive de la physique nucléaire. Mais, la population des neutrons étant très nombreuse, on est amené à la traiter de façon globale en l'assimilant à un « fluide » continu, comme cela est fait en mécanique des fluides.

Cette approche amène à reprendre, pour traiter la population neutronique, une équation écrite, dans le cadre de ses travaux sur la mécanique statistique, par Ludwig Boltzmann (1844–1906) en 1879, soit plus d'un demi-siècle avant la découverte du neutron ! L'étude et le traitement numérique de l'équation de Boltzmann pour les neutrons est le principal défi posé aux neutroniciens.

On trouve, dans cette équation, deux opérateurs mathématiques traduisant les deux facettes de la migration des neutrons : l'*opérateur de transport* et l'*opérateur de collision*. De leur émission jusqu'à leur absorption, le cheminement des neutrons est, en effet, une alternance de parcours en ligne droite, sans interaction avec la matière (en terme technique, c'est le « transport » de ces particules), et d'interactions avec un noyau atomique (dans l'image d'un projectile venant percuter une cible, c'est une « collision »).

C'est au niveau des collisions qu'intervient l'aspect microscopique du problème. Pour écrire, puis tenter de résoudre l'équation de Boltzmann, seule une description purement phénoménologique — essentiellement en terme de section efficace — est utile.

Ainsi, la neutronique, d'une part, va au-delà de la physique nucléaire, puisqu'elle traite du transport des particules, et, d'autre part, est loin de couvrir toute la physique nucléaire,

1. Voir P. REUSS, *La Neutronique, Que sais-je?*, n° 3307, PUF, 1998.

puisqu'elle ne considère que ce qui entre et sort des réactions sans traiter en détail ce qui se passe dans la « boîte noire ».

C'est ce dernier aspect qui est abordé dans ce chapitre, sous-titré « à l'usage du neutronicien » pour rappeler qu'il ne traite pas, et de loin, toute la physique nucléaire. Pour comprendre un minimum du « pourquoi » des entrées-sorties des réactions nucléaires régissant la neutronique, nous regarderons un tout petit peu dans la « boîte noire », mais en nous limitant aux aspects essentiels et élémentaires.

Remarque : On trouvera, dans ce chapitre, quelques valeurs numériques ou ordres de grandeur. Des tables plus complètes et plus précises figurent dans l'annexe « *Constantes et tables physiques* ».

A. STRUCTURE DE LA MATIÈRE ET ÉNERGIE DE LIAISON DES NOYAUX

2.1 Structure de la matière

2.1.1 Image classique de l'atome

Comme nous l'avons vu dans l'introduction historique, la structure des atomes s'est petit à petit élaborée avec la découverte de la radioactivité et les nombreuses expériences de physique nucléaire qui ont jalonné la première moitié du xx^e siècle. La première image à peu près pertinente est celle de l'atome de Bohr et Rutherford (1913) : il y apparaît comme un minuscule « système solaire » formé d'un noyau autour duquel gravitent des électrons comme les planètes autour du soleil. Ce modèle est intéressant car il introduit deux idées qui s'avéreront fondamentales en neutronique :

- 1/ le noyau est extrêmement petit par rapport à l'ensemble de l'atome : son diamètre est de l'ordre de 10^{-13} à 10^{-12} cm contre 10^{-8} cm pour l'atome, soit l'équivalent d'une petite bille au centre d'un terrain de football !
- 2/ ce noyau, cependant, contient presque toute la masse de l'atome ; c'est dire que sa densité est énorme : de l'ordre de 10^{14} g/cm³ !

Autour du noyau gravitent des électrons, légères particules portant chacune une charge électrique négative élémentaire. Le noyau porte autant de charges électriques élémentaires, mais positives, qu'il y a d'électrons, de sorte que, globalement, l'atome est normalement neutre.

2.1.2 Éléments et isotopes

Le nombre Z d'électrons, et donc de charges électriques dans le noyau, définit un élément chimique. Les liaisons chimiques, en effet, ne font intervenir que la structure électronique des atomes. Ces électrons s'organisent en couches successives qui expliquent les régularités et récurrences observées par Mendeleïev dans sa classification des éléments.

On ne connaissait pas la structure du noyau lorsque Bohr élaborait son modèle d'atome. Mais on subodora rapidement — et la preuve expérimentale en fut définitivement apportée par Chadwick en 1932 — que les noyaux étaient formés de deux types de particules, les protons et les neutrons, regroupées sous le terme générique de « nucléons » :

- le *proton*, 1 836 fois plus lourd que l'électron, porte une charge électrique positive ;
- le *neutron*, presque de même masse (1 839 fois plus lourd que l'électron), ne porte pas de charge électrique.

Très souvent, les noyaux des atomes d'un même élément, caractérisé par le nombre Z de protons et d'électrons, diffèrent par le nombre N de neutrons associés aux protons : on parle dans ce cas d'« isotopes »⁽¹⁾. On utilise aussi le terme de « nucléide » pour désigner une espèce nucléaire caractérisée par Z et N , ou, si l'on préfère, par Z (*numéro atomique*) et $A = Z + N$ (*nombre de masse*). Ce dernier nombre, en effet, caractérise en gros la masse d'un atome. La présence d'isotopes permet aux chimistes d'expliquer les masses non entières de certains éléments.

Si les isotopes se ressemblent pour le chimiste, leurs propriétés nucléaires peuvent être complètement différentes. Nous en avons déjà vu deux exemples au chapitre précédent :

- l'hydrogène ($Z = 1$) est formé de deux isotopes : l'hydrogène ordinaire ($N = 0$, $A = 1$) et l'hydrogène lourd ou deutérium ($N = 1$, $A = 2$) ; il existe aussi un hydrogène super-lourd ou tritium ($N = 2$, $A = 3$), radioactif ;
- l'uranium, à l'autre extrémité de la table de Mendeleïev ($Z = 92$), est formé, pour l'essentiel, de deux isotopes naturels : l'uranium 235 ($N = 143$, $A = 235$) et l'uranium 238 ($N = 146$, $A = 238$).

2.1.3 Notation des nucléides

En toutes lettres, les nucléides sont désignés par le nom de l'élément (sans majuscule) suivi du nombre de masse (sans trait d'union) ; exemple : **uranium 235**.

En abrégé, on utilise le symbole de l'élément avec, en exposant à gauche, le nombre de masse A ; exemple : ^{235}U . Il peut être utile de rappeler aussi le numéro atomique Z , bien que cela soit redondant avec le symbole de l'élément ; dans ce cas, Z est placé en indice à gauche ; exemple : $^{235}_{92}\text{U}$.

Exceptions : pour les isotopes lourds de l'hydrogène, on utilise plus généralement les symboles **D** (deutérium) ou **T** (tritium) au lieu de ^2H ou ^3H .

2.1.4 Noyaux stables et instables

L'observation des nucléides de la nature montre que toutes les combinaisons N - Z ne sont pas possibles. La majorité correspond à des noyaux stables c'est-à-dire éternels si on ne les détruit pas par une réaction nucléaire. Quelques-uns sont radioactifs, tel le potassium 40 : au bout d'un laps de temps plus ou moins long (caractérisé par la période radioactive,

1. Ce terme signifie « même place » et rappelle que ces atomes différents occupent le même emplacement dans le tableau de Mendeleïev.

définie précisément ci-dessous), ils se transforment spontanément en un autre nucléide. Tous les éléments au-delà du bismuth ($Z = 83$) sont radioactifs.

Une façon parlante de visualiser l'ensemble des nucléides est de les représenter chacun par un point dans un diagramme cartésien ($Z-N$) : c'est ce qui a été fait dans la figure 2.1 où sont portés les 267 nucléides stables trouvés sur terre, ainsi que 19 nucléides naturels presque stables, c'est-à-dire de très longue période, tels que les deux principaux isotopes naturels de l'uranium.

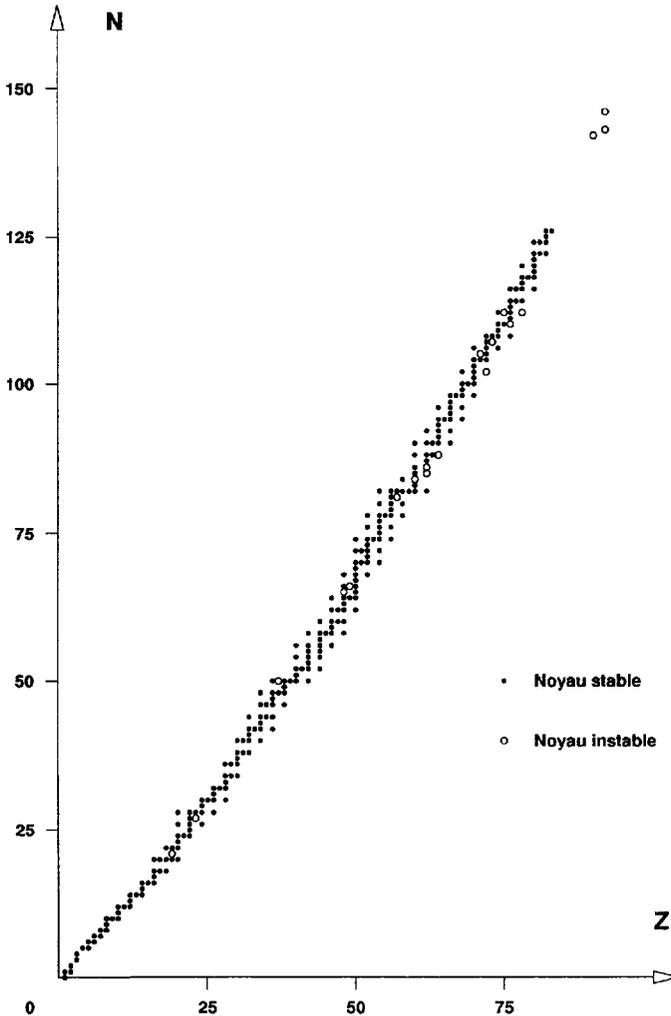


Figure 2.1. Diagramme indiquant les combinaisons $Z-N$ conduisant à des noyaux stables (on a placé aussi les noyaux instables naturels de période supérieure à 100 millions d'années).

En observant bien, on remarquera qu'il n'y a aucun point aux abscisses $Z = 43$ (technétium) et $Z = 61$ (prométhéum) : ces deux éléments n'ont pas d'isotope stable et n'existent pas dans la nature.

Grâce à des réactions nucléaires, l'homme a créé des centaines de nouveaux nucléides : ils sont tous radioactifs (autrement dit : tous les noyaux stables possibles se trouvent sur Terre) et situés au voisinage immédiat du « nuage » de points de la figure.

Ce nuage esquisse une ligne imaginaire qui semble correspondre à un optimum de la proportion neutrons/protons pour chaque valeur du nombre Z de protons : cette ligne est appelée « *vallée de stabilité* ». Le modèle de la goutte (ci-dessous) essayera de rendre compte de cela.

2.1.5 Systématique des noyaux stables

Si l'on examine avec soin le diagramme (figure 2.2, page suivante), on peut observer qu'il y a davantage de points aux abscisses ou ordonnées paires qu'impaires ; un décompte confirme cette remarque ; sur 286 nucléides stables ou presque stables, on en trouve, en effet :

- 167 (58 %) pairs en protons et pairs en neutrons ;
- 57 (20 %) pairs en protons et impairs en neutrons ;
- 53 (19 %) impairs en protons et pairs en neutrons ;
- 9 seulement (3 %) impairs en protons et impairs en neutrons.

Si l'on exclut quatre noyaux légers, ${}^2_1\text{H}$, ${}^6_3\text{Li}$, ${}^{10}_5\text{B}$ et ${}^{14}_7\text{N}$, seuls ${}^{40}_{19}\text{K}$, ${}^{50}_{23}\text{V}$, ${}^{138}_{57}\text{La}$, ${}^{176}_{71}\text{Lu}$ et ${}^{180}_{73}\text{Ta}$ sont impairs-impairs ; ces cinq derniers sont radioactifs.

L'analyse de l'énergie de liaison et de la radioactivité bêta fournira l'explication de ces différences.

2.2 Énergie de liaison des noyaux

2.2.1 Défaut de masse et énergie de liaison des noyaux

On s'attend à ce que la masse d'un noyau A formé de Z protons et de N neutrons soit la somme des masses de ses constituants ; la mesure révèle que ce n'est pas le cas. Un défaut de masse :

$$\Delta m = Zm_p + Nm_n - m_A,$$

de l'ordre du pour cent, donc mesurable avec précision, est observé.

Ce défaut de masse correspond, par l'équivalence masse-énergie d'Einstein, à l'énergie de liaison du noyau :

$$W = \Delta mc^2.$$

Cette énergie W a été prélevée sur la masse des constituants et éjectée lorsque le noyau a été formé.

Inversement, cette énergie est celle qu'il faudrait apporter pour séparer les nucléons assemblés dans le noyau. (Imaginez le travail à fournir pour « tirer » sur les nucléons et les « décoller » les uns des autres.)

Un tel défaut de masse existe pour toute liaison, par exemple, celle des électrons autour du noyau ou celle des atomes dans une molécule. Mais, dans ces exemples, le défaut de masse, c'est-à-dire l'énergie de la liaison comparée à la masse des constituants, est infime.

Pour les noyaux, en revanche, l'énergie de la liaison est gigantesque : on peut retenir, en ordre de grandeur, que les énergies des liaisons nucléaires sont typiquement un million de fois plus grandes que les énergies des liaisons chimiques.

Les mesures des défauts de masse, donc des énergies de liaison W , des différents nucléides peuvent être portées sur un diagramme. Pour des raisons, à la fois, de commodité de représentation graphique et d'analyse physique, on porte généralement non pas W en fonction du nombre de masse A , mais W/A : c'est l'énergie de liaison moyenne par nucléon. Voici le diagramme (figure 2.2) ainsi obtenu.

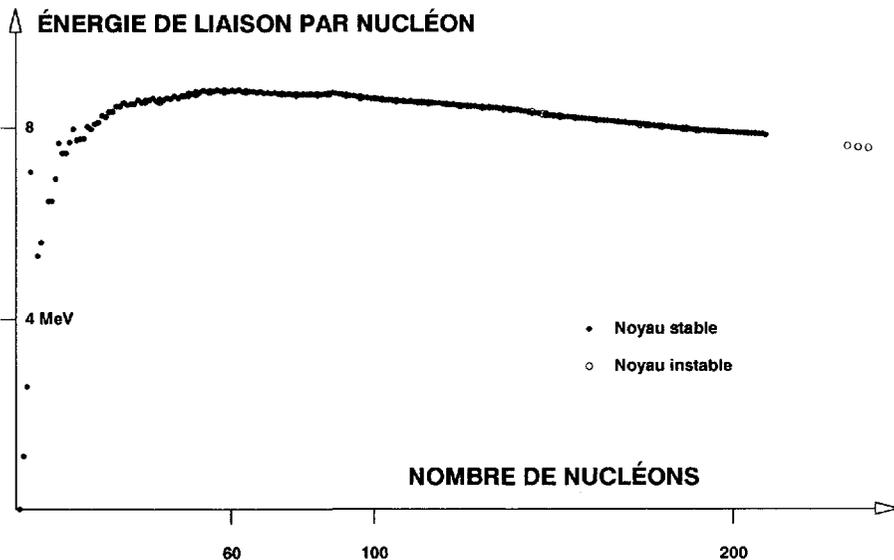


Figure 2.2. Énergie de liaison moyenne par nucléon des noyaux stables en fonction du nombre de masse (on a placé aussi les noyaux instables naturels de très longue période).

2.2.2 Unités nucléaires

Les unités SI sont peu adaptées aux ordres de grandeur rencontrés en physique atomique et nucléaire. C'est pourquoi deux autres unités ont été introduites :

- l'unité de masse atomique (symbole u) définie comme le douzième de la masse d'un atome de carbone 12, soit approximativement la masse d'un nucléon : $1 u = 1,66054 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$;
- l'électronvolt (symbole eV) défini comme l'énergie acquise par une charge électrique élémentaire traversant une différence de potentiel de 1 volt : $1 eV = 1,60218 \cdot 10^{-19} \text{ J}$, ainsi que ses sous-multiple et multiples : meV , keV , MeV , GeV , TeV .

L'équivalence d'Einstein entre ces deux unités est : $1 u \sim 931,49 \text{ MeV}$.

2.2.3 Forces nucléaires

L'énergie d'une liaison résulte (classiquement) du travail de forces de liaison. Quelles sont les forces intervenant au niveau des noyaux ?

- 1/ On peut penser aux forces *électriques* (coulombiennes) bien connues au niveau macroscopique. Ces forces sont à longue portée et décroissent comme $1/r^2$. Dans le noyau, elles doivent s'exercer entre protons seulement, puisque les neutrons ne portent pas de charge, et être *répulsives*, puisque s'exerçant entre charges de même signe. Elles ne peuvent donc certainement pas expliquer la stabilité des noyaux.
- 2/ La cohésion des noyaux résulte d'une deuxième force dite *nucléaire*, attractive et s'exerçant entre tous les nucléons quelle que soit leur nature. Cette force, très intense, est à courte portée ; rappelons qu'on peut l'imaginer comme une sorte de « colle forte » rassemblant les particules nucléaires lorsqu'elles sont mises en contact.

Cette image (macroscopique) est évidemment grossière. Une meilleure modélisation (introduite dans les années 1930), mais restant phénoménologique, est celle de l'échange résonnant de mésons⁽¹⁾ entre les nucléons. Aujourd'hui, dans le cadre du « modèle standard », les nucléons sont considérés comme formés chacun de trois quarks (*uud* pour le proton et *udd* pour le neutron) et les forces nucléaires comme le résultat des interactions entre quarks, régies par la chromodynamique quantique, grâce aux gluons médiateurs de l'interaction forte. Pour la physique nucléaire à « basse énergie », celle qui intéresse les physiciens des réacteurs, ces notions ne sont pas indispensables.

2.2.4 Modèle de la goutte

Le modèle nucléaire, totalement phénoménologique mais restant extrêmement utile pour saisir l'essentiel des lois de la physique nucléaire qui nous seront utiles, est le modèle de la goutte élaboré en 1935 par Hans Albrecht Bethe (1906) et Carl von Weizsäcker (1912). Ces deux auteurs partent de la similitude supposée du noyau — un nombre relativement important de « billes » réunies entre elles grâce à des forces de contact — avec une goutte de liquide — réunion de molécules également rassemblées grâce à des forces à courte portée (forces de Van der Waals) — et reprennent la formulation de l'énergie de liaison de cette dernière en y ajoutant quelques termes spécifiques. La formule proposée donnant l'énergie de liaison W en fonction du nombre de masse A et du numéro atomique Z est la suivante :

$$W = a_v A - a_s A^{2/3} - a_a \frac{(A/2 - Z)^2}{A} - a_c \frac{Z^2}{A^{1/3}} + \delta a_p A^{-1/2} .$$

- Le premier terme est le *terme de volume* : pour chaque nucléon, une certaine quantité d'énergie correspond à l'énergie des liaisons avec les voisins immédiats, d'où, avec un coefficient adéquat, un total proportionnel au nombre de nucléons.
- Le deuxième terme est le *terme de surface* : les nucléons situés contre la surface du noyau n'ont pas de voisins vers l'extérieur et sont donc moins liés, d'où une correction négative. En supposant, comme pour une goutte d'eau, que les « billes »

1. Particules de masse intermédiaire entre celle des électrons et celle des nucléons.

sont incompressibles (leur rayon est de l'ordre de $1,2 \cdot 10^{-15}$ m) et que la « goutte » est sphérique, le volume est proportionnel à A , le rayon à $A^{1/3}$ et la surface — et donc le nombre de nucléons concernés — à $A^{2/3}$.

Dans une goutte de liquide usuel, seuls ces deux termes interviennent. Dans une « goutte » de matière nucléaire, trois autres termes correctifs sont à introduire.

- Le *terme d'asymétrie* exprime le fait que, toutes choses égales par ailleurs, la stabilité (donc l'énergie de liaison) est maximale si la répartition des nucléons est équitable entre protons et neutrons. Ce terme s'annule, en effet, si $Z = N = A/2$, et conduit à une moindre énergie de liaison si la répartition n'est pas équitable.
- Le *terme coulombien* traduit la répulsion coulombienne des charges électriques positives. Un calcul élémentaire d'électrostatique, fait en supposant que les charges positives sont uniformément réparties dans la « goutte » sphérique, conduit à la forme indiquée.
- Le dernier terme, enfin, dit *terme de parité*, exprime qu'indépendamment d'un partage équitable entre les deux sortes de nucléons, les protons, d'une part, et les neutrons, d'autre part, s'assemblent par paires. La formation de chaque paire correspond à une énergie de liaison. Conventionnellement, on prend le cas Z pair et N impair, ou l'inverse, comme référence ($\delta = 0$); pour le cas pair-pair, on ajoute le terme correspondant à la liaison de la paire supplémentaire en prenant $\delta = +1$; pour le cas impair-impair, on retranche le terme correspondant à la liaison de la paire manquante en prenant $\delta = -1$; le coefficient a_p est choisi de façon à ce que l'expression corresponde, en plus ou en moins, à cette dernière liaison (certains auteurs proposent une dépendance vis-à-vis du nombre de masse un peu différente de $A^{-1/2}$). La présence de ce terme de parité explique évidemment le plus grand nombre de nucléides caractérisés par des nombres pairs que par des nombres impairs.

Certains coefficients a peuvent être évalués théoriquement; en pratique, pour tenter de remédier aux approximations de ce modèle et obtenir la formule la plus précise possible, on ajuste ces coefficients par une technique de moindres carrés pour que la formule restitue le mieux possible les résultats des mesures de masse. Voici, par exemple, les coefficients proposés par Luc Valentin, en MeV :

$$a_v = 15,56; \quad a_s = 17,23; \quad a_a = 94,4; \quad a_c = 0,70; \quad a_p = 12.$$

Il est clair que la formule ne rend pas compte des petites irrégularités observées, en particulier pour les noyaux légers... difficilement assimilables à une goutte !

Cela étant, la formule rend bien compte de la forme des courbes qu'esquissent les ensembles de points des deux figures 2.1, page 46 et 2.2, page 48.

- On trouve bien la *vallée de stabilité* si l'on cherche, pour A fixé, la valeur de Z conduisant à la plus grande énergie de liaison. En particulier, on remarque que cette vallée correspond à peu près à la symétrie neutron-proton pour les noyaux légers. Pour les noyaux plus lourds, la proportion relative des neutrons doit augmenter, jusqu'à environ 50% de plus que les protons : on perd, certes, sur le terme d'asymétrie, mais on « dilue » les charges électriques ce qui fait gagner sur le terme coulombien. La vallée s'incurve pour réaliser le meilleur compromis possible entre ces deux effets.
- En reportant l'« équation » de la vallée de stabilité dans la formule de Bethe et Weizsäcker, on trouve bien alors la *courbe d'énergie de liaison par nucléon W/A* .

La figure 2.3 montre, en fonction de A , la contribution des différents termes (sauf le terme de parité) à W/A . On observera notamment l'évolution avec A du compromis optimal entre les termes coulombien et d'asymétrie.

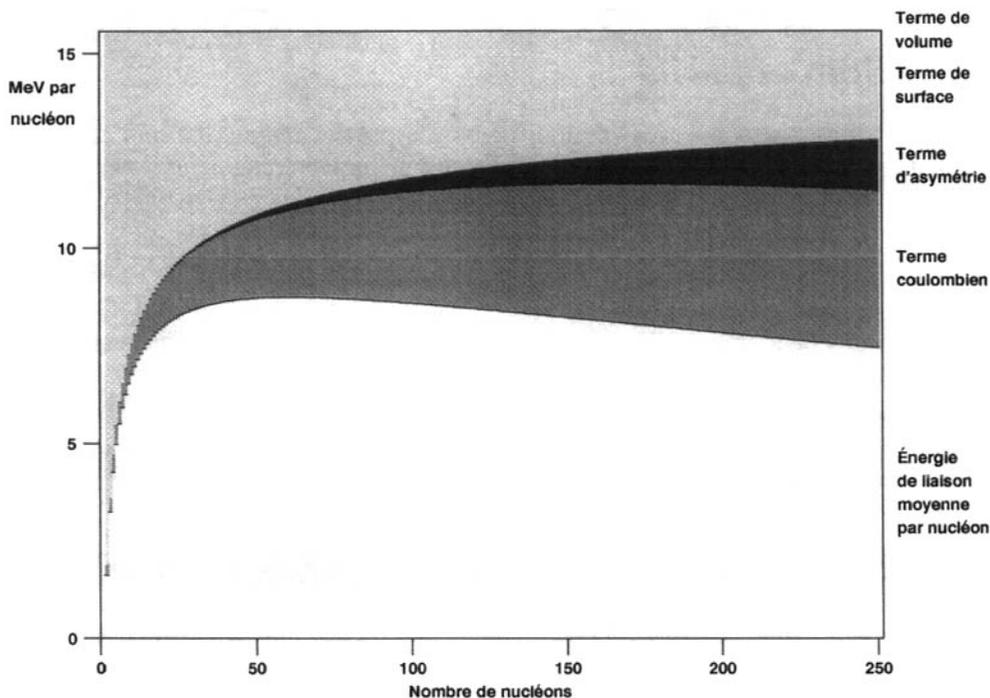


Figure 2.3. Énergie de liaison moyenne par nucléon des noyaux stables en fonction du nombre de masse, selon le modèle de la goutte : le terme de volume est la valeur constante associée au haut du cadre ; les trois corrections négatives sont représentées par les zones grisées ; l'énergie de liaison correspond à la courbe limitant la zone blanche.

2.2.5 Nombres magiques et modèle en couches

Nous l'avons dit, de petites irrégularités ne sont pas rendues par le modèle de la goutte. On observe en particulier des énergies de liaison un peu plus grandes pour les noyaux ayant un « nombre magique » de protons et/ou de neutrons : 2, 8, 20, 28, 50, 82 ou 126. En particulier, l'hélium 4 (${}^4_2\text{He}$ ou particule alpha) et l'oxygène 16 (${}^{16}_8\text{O}$), doublement magiques, s'avèrent nettement plus liés que leurs voisins immédiats sur la figure 2.3.

On a là l'effet de « couches » liées à l'aspect quantique de la physique du noyau, similaires aux couches électroniques des atomes.

Le « modèle en couches » complète le modèle de la goutte et tente de prendre en compte cet aspect (avec un potentiel en r^2 , il permet d'expliquer les trois premiers nombres magiques). Ce modèle, que nous ne détaillerons pas ici, est similaire dans son principe au modèle des couches électroniques des atomes : on se donne une forme simple et empirique du « potentiel nucléaire » $V(r)$ dans lequel baignent les nucléons et l'on

recherche les solutions stationnaires (fonctions propres) de l'équation de Schrödinger :

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m} \Delta + V(r) \right] \Psi(\vec{r}) = E\Psi(\vec{r}).$$

2.2.6 Spin et parité

Le spin et la parité sont aussi des notions liées à l'aspect quantique. Le spin caractérise en unité \hbar (constante de Planck réduite : $\hbar = h/2\pi$) le moment angulaire intrinsèque. Le proton et le neutron ont, chacun, un spin $1/2$. Dans une paire, les spins des deux nucléons sont opposés, ce qui conduit à une contribution nulle au spin du noyau.

Les noyaux pairs-pairs ont ainsi un spin nul. On peut aussi considérer qu'ils sont à peu près sphériques.

Pour les noyaux pairs-impairs, le spin est de la forme $n + 1/2$ (avec n pas nécessairement nul) et, pour les noyaux impairs-impairs, le spin est entier. Un écart par rapport à la forme sphérique peut être mis en évidence (mesure d'un moment quadripolaire).

La parité (+ ou -) exprime la symétrie ou l'antisymétrie de la fonction d'onde associée au noyau par rapport à l'origine des coordonnées.

2.2.7 Niveaux excités des noyaux (états isomériques)

Une autre conséquence de l'aspect quantique de la physique nucléaire est l'existence de niveaux excités : dans son état normal, un noyau se trouve au niveau d'énergie le plus bas, dit « niveau fondamental » ; mais, par exemple à la suite d'une réaction nucléaire, un noyau peut acquérir une « énergie d'excitation », c'est-à-dire accéder à un niveau d'énergie supérieur. En général rapidement, un noyau excité éjectera, en une ou plusieurs étapes, ce supplément d'énergie, le plus souvent sous forme de rayonnement gamma (photon de grande énergie). Comme pour les atomes, les états excités des noyaux se présentent sous forme d'une structure en niveaux discrets (mais l'ordre de grandeur de la distance séparant les niveaux est beaucoup plus grand : on retrouve la différence d'un facteur de l'ordre de 10^6).

Ces niveaux ont un certain « flou » : leur largeur Γ est liée à leur durée de vie τ par la relation d'incertitude de Heisenberg : $\Gamma\tau \simeq \hbar$.

D'une façon générale, les espacements entre niveaux diminuent lorsqu'on monte dans l'« échelle » des énergies d'excitation, jusqu'à une zone de continuum où les niveaux se recouvrent. On retiendra aussi que la structure générale est plus lâche pour les noyaux légers — l'énergie séparant le premier niveau du fondamental est de l'ordre de quelques MeV — que pour les noyaux lourds — pour lesquels cette distance n'est plus que de l'ordre de quelques dizaines de keV.

2.2.8 Autres modèles nucléaires

La modélisation du noyau atomique présente deux difficultés : la première provient de la connaissance approximative de l'interaction nucléaire ; la seconde vient de l'impossibilité

pratique de résoudre le « problème à N corps », surtout si N est grand. C'est la raison pour laquelle tous les modèles qui ont pu être proposés ont leurs limites.

Les deux modèles que nous venons d'évoquer ne sont évidemment pas les seuls : ils illustrent seulement deux approches possibles.

La première est l'approche purement phénoménologique basée sur une analogie classique : elle est illustrée par le modèle de la goutte (celui qui sera le plus utile pour ce qui nous concerne). Autres exemples : le modèle de Fermi où le noyau est assimilé à un gaz de fermions (protons et neutrons) dans un puits de potentiel nucléaire ; le modèle optique, utile pour le traitement des réactions à très haute énergie.

La deuxième approche tente d'individualiser le traitement de chaque nucléon, mais en traitant de façon moyenne l'ensemble des interactions avec les autres : exemple, le modèle en couches. On peut améliorer la représentation mathématique du champ de potentiel : exemple le plus connu, le potentiel de Woods-Saxon (permettant de retrouver tous les nombres magiques) :

$$V(r) = \frac{V_0}{1 + \exp\left(\frac{r - R}{0,228 a}\right)},$$

où R est le rayon du noyau, r la distance au centre, V_0 (de l'ordre de 50 MeV) et a des paramètres pouvant être ajustés.

Évoquons aussi, pour mémoire, le modèle du noyau composé que nous présenterons avec les réactions nucléaires.

2.3 Principe de la libération d'énergie nucléaire

2.3.1 Recombinaisons nucléaires

Comme on le sait, l'art du chimiste est la recombinaison des atomes en de nouvelles molécules : ces atomes eux-mêmes ne sont pas modifiés ni en nature ni en nombre ; seules changent les liaisons et les énergies associées.

Si l'énergie de liaison *augmente*, le supplément est évacué vers l'extérieur (en général sous forme de chaleur) : la réaction est dite « *exo-thermique* » (ou « *exo-énergétique* ») ; par exemple, la recombinaison de deux molécules d'hydrogène H_2 et d'une molécule d'oxygène O_2 pour former deux molécules d'eau H_2O est une réaction *exo-thermique* (elle est utilisée dans le chalumeau). Si l'énergie de liaison *diminue*, la variation doit être apportée par l'extérieur (par exemple, prélevée sous forme de chaleur) : la réaction est dite « *endo-thermique* » ; par exemple, la dissociation de l'eau en hydrogène et oxygène.

Les réactions nucléaires obéissent au même principe général, si ce n'est qu'on travaille alors au niveau des *nucléons* et non plus des atomes⁽¹⁾. Ici aussi, les réactions nucléaires sont *exo-* ou *endo-énergétiques* selon le signe de la variation de l'énergie de liaison.

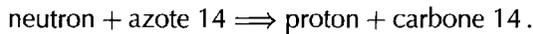
1. Comme en chimie, le nombre de nucléons n'est pas modifié dans une réaction nucléaire ; en revanche, des transformations de proton en neutron, ou l'inverse, par radioactivité bêta, peuvent être observées.

Comme les énergies des liaisons nucléaires sont typiquement un million de fois plus grandes que les énergies des liaisons chimiques, un facteur du même ordre de grandeur est observé sur les énergies des réactions.

2.3.2 Énergie de réaction

Comme on dispose de tables précises des masses de tous les nucléides (ou atomes associés), il est aisé de calculer l'énergie d'une réaction : il suffit de faire la *différence* de masses entre les produits initiaux et les produits finaux, et de convertir en énergie cette différence : la réaction est exo-énergétique si la masse diminue, et endo-énergétique dans le cas inverse.

Par exemple, considérons la réaction⁽¹⁾ :



La consultation d'une table de masses⁽²⁾ fournit :

- neutron : 1,008665 u ;
- azote 14 : 14,003074 u ;
- hydrogène léger : 1,007825 u ;
- carbone 14 : 14,003242 u.

Le bilan massique s'en déduit :

- produits initiaux : 15,011739 u ;
- produits finaux : 15,011067 u,

soit un défaut de masse de 0,000672 u équivalent à 0,626 MeV. Cette réaction est donc exo-énergétique.

2.3.3 Principe de la fusion et de la fission

Si l'on vise la production d'énergie d'origine nucléaire, il faut évidemment rechercher les réactions exo-énergétiques, c'est-à-dire celles qui conduisent à une *augmentation* de l'énergie de liaison. L'examen de l'allure générale de la « courbe » donnant l'énergie de liaison par nucléon (figure 2.4, page ci-contre) présentant un maximum au voisinage de la masse 60 (fer et éléments voisins) laisse présager deux voies générales :

- la voie de la *fusion* suggère de rassembler des petits noyaux pour en former de plus gros, ce qui fait passer, par exemple, de A à B avec, donc, une augmentation de W/A ;
- la voie de la *fission* suggère de scinder en deux (par exemple) un gros noyau, ce qui fait passer ainsi de A' à B' avec, donc, là aussi une augmentation de W/A .

1. Cette réaction se produit dans la haute atmosphère et est à l'origine du carbone 14, radioactif, en faible proportion dans le carbone de la biosphère. Les neutrons sont produits par des réactions induites par les protons du rayonnement cosmique.

2. Sauf pour le neutron, il s'agit de masses d'atomes : c'est équivalent à l'utilisation de masses de noyaux si l'on néglige les énergies des liaisons électroniques, puisque le nombre d'électrons est le même dans les deux membres de la réaction.

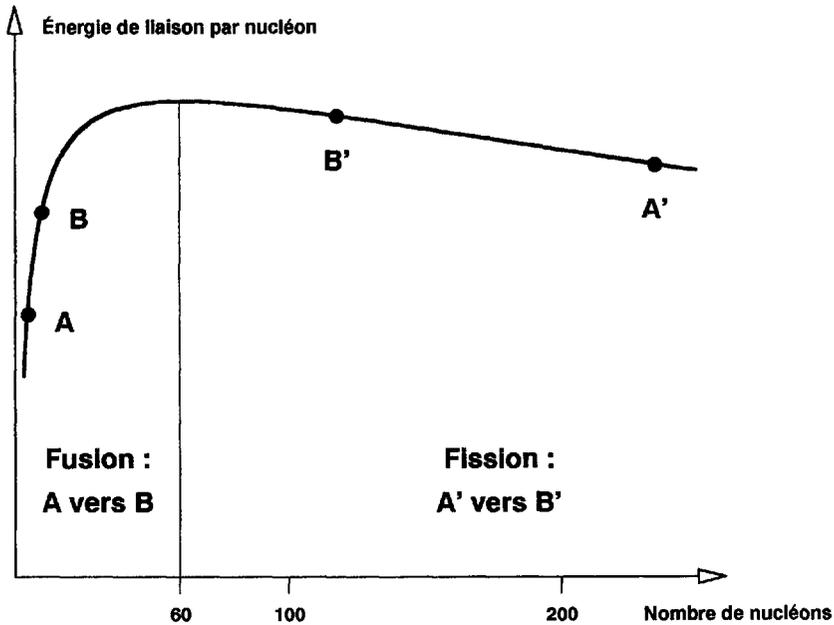
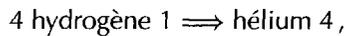


Figure 2.4. Énergie de liaison moyenne par nucléon des noyaux stables et principe de la fusion et de la fission.

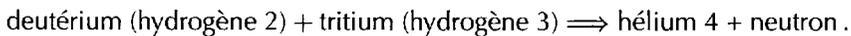
La fusion est à l'origine de l'énergie des étoiles. Le mécanisme principal (mais non le seul) est une suite complexe de réactions se résumant par :



et fournissant environ 28 MeV, c'est-à-dire l'énergie de liaison de l'hélium 4.

Pour l'ingénieur, la fusion est une opération difficile à réaliser car, pour fusionner deux noyaux, il faut les mettre en contact de façon à faire jouer les forces de liaison nucléaire, donc vaincre la répulsion coulombienne entre les deux noyaux chargés positivement.

La réaction généralement envisagée, car présentant le moins de difficulté, est la réaction de fusion des deux isotopes lourds de l'hydrogène :



Rappelons que le deutérium est l'un des isotopes naturels de l'hydrogène. Le tritium (nucléide radioactif de période 12 ans) doit par contre être préalablement produit. La réaction choisie est la capture neutronique par le lithium ; la réaction principale est :



(Il est intéressant de combiner les deux réactions en récupérant le neutron de la réaction de fusion pour régénérer le tritium consommé par cette réaction.)

En pratique, pour la réaction de fusion, il faut porter les réactifs à très haute température — typiquement 100 millions de degrés C — de façon à ce que leur énergie cinétique soit suffisante pour que la barrière de répulsion coulombienne puisse être franchie lors d'une

collision. Trois voies sont envisageables pour communiquer la température nécessaire, la première étant mise en œuvre dans les bombes dites « H » (hydrogène) et les deux autres étant étudiées en vue d'une production pacifique d'énergie thermonucléaire (autre nom de l'énergie de fusion) :

- l'explosion d'une bombe « atomique » à fission (uranium 235 ou plutonium 239) ;
- la fusion magnétique : un plasma des réactifs est confiné, par des champs magnétiques, loin des parois de la chambre de combustion (en général choisie de forme torique et appelée « tokamak ») ; différents modes de chauffage sont possibles et souvent combinés : chauffage ohmique (effet Joule), injection de particules neutres énergétiques, chauffage cyclotronique par ondes haute fréquence ;
- la fusion inertielle : les réactifs, enfermés dans une petite bille d'un diamètre de l'ordre du millimètre, sont brutalement portés à très haute température grâce à un ensemble de puissants faisceaux laser (ou, éventuellement d'autres particules), ce qui provoque à la fois une forte compression et un fort chauffage pouvant déclencher la réaction de fusion.

Dans ces deux derniers cas, une fois démarrée, la réaction de fusion pourrait apporter la chaleur nécessaire à son entretien. La voie magnétique a sans doute fait l'objet de plus de travaux de développement, mais la voie inertielle présente aussi des atouts ; aucune de ces deux voies ne permet d'envisager une contribution significative à court terme de la fusion pour couvrir les besoins énergétiques : au mieux, le projet *Iter*, s'il est adopté, permettra de porter un jugement sur la faisabilité d'un réacteur à fusion magnétique.

Comparativement, la fission apparaît nettement plus facile... et effectivement mise en œuvre depuis plus d'un demi-siècle. L'un des points essentiels est que l'on peut commencer par des machines de puissance modeste (rappelons-nous que le réacteur de Fermi délivrait un demi watt !), puis perfectionner petit à petit les technologies, alors qu'il est impossible de faire de la fusion exo-énergétique à petite échelle, quelle que soit la voie.

L'autre raison pour laquelle la fission est plus aisée est qu'il existe, comme nous l'avons vu au chapitre précédent, une réaction en chaîne grâce aux neutrons insensibles aux forces électriques et pouvant donc s'approcher sans difficulté des noyaux et s'y intégrer grâce à la liaison nucléaire ; pour l'uranium 235, par exemple, nous savons que cela suffit pour provoquer la fission : l'énergie de la liaison du neutron incident avec le noyau d'uranium 235 est dispersée au sein de l'uranium 236 ainsi obtenu ; dans ce cas, cette énergie s'avère suffisante pour séparer la « goutte » en deux fragments. En outre, les quelques neutrons libérés simultanément pourront induire de nouvelles fissions et entretenir ainsi la réaction en chaîne.

L'examen de la courbe d'énergie de liaison (figure 2.4, page précédente) montre que la fission (supposée symétrique pour simplifier) fait augmenter l'énergie de liaison d'environ 0,85 MeV par nucléon ; avec, disons, 236 nucléons (uranium 235 plus le neutron incident), cela fait une énergie de l'ordre de $0,85 \times 236 \simeq 200$ MeV ; l'expérience confirme ce chiffre gigantesque par rapport à toutes les formes d'énergie « classiques ».

Cela nous amène à parler des neutrons et des réactions qu'ils peuvent induire. Nous commencerons par quelques considérations générales sur les réactions nucléaires et, en particulier, sur les réactions spontanées que sont les désintégrations radioactives.

B. RADIOACTIVITÉ

2.4.1 Zones d'instabilités

Le diagramme Z - N des nucléides naturels (figure 2.1, page 46) montre que toutes les combinaisons ne conduisent pas à des noyaux stables (il n'y a pas d'autres nucléides stables que ceux trouvés sur Terre). Cela ne veut pas dire que les autres combinaisons n'existent pas, mais seulement qu'elles sont *instables* : spontanément, au bout d'un laps de temps variable selon les exemples, un noyau instable se transforme pour donner un noyau stable... ou un noyau encore instable qui se transformera à son tour. Ce mécanisme spontané est la radioactivité ; une telle transformation est appelée désintégration radioactive ou décroissance radioactive (ce dernier terme rappelant que la radioactivité fait décroître au cours du temps le nombre de noyaux instables). On trouve quelques dizaines de nucléides radioactifs naturels et l'on connaît les caractéristiques de quelques milliers d'autres nucléides radioactifs artificiels. Tous ces noyaux sont représentés par des points proches de la vallée de stabilité ; sinon, leur existence serait trop éphémère pour être mise en évidence.

Ce terme de « vallée » suggère l'idée d'une surface située au-dessus du plan Z - N représentant l'énergie de liaison du noyau (ou, plus précisément, sa masse) et présentant une dépression le long de la courbe en question : tout point qui n'est pas situé sur la courbe ou en son voisinage immédiat aura tendance à « dévaler la pente » pour tomber au fond de la vallée.

Si l'on se réfère à cette image, on peut distinguer trois zones d'instabilité (voir figure 2.5) :

- la zone **A** est celle des noyaux situés à peu près dans l'axe de la vallée, mais trop haut (on peut imaginer que la vallée monte en pente douce dans la partie correspondant

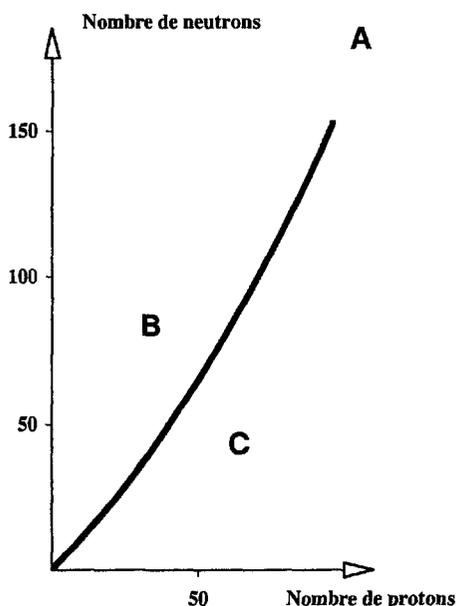


Figure 2.5. Les trois zones d'instabilité.

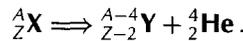
aux noyaux intermédiaires, puis s'élève selon une pente de plus en plus accentuée) : c'est la zone des noyaux *trop gros* ;

- la zone **B** est celle des noyaux situés sur la « rive droite » : c'est la zone des noyaux qui ont *trop de neutrons* par rapport aux protons ;
- la zone **C** est celle des noyaux situés sur la « rive gauche » : c'est la zone des noyaux qui ont *trop de protons* par rapport aux neutrons.

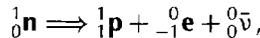
2.4.2 Principaux types de radioactivité

Les principaux modes de décroissance radioactive sont associés, respectivement, à ces trois zones d'instabilité.

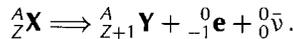
- Pour les noyaux de la zone **A**, la décroissance se fait le plus souvent⁽¹⁾ par *radioactivité alpha* (α) : au sein du (gros) noyau une particule alpha — qui n'est autre qu'un noyau d'hélium 4 formé de deux protons et de deux neutrons — « s'isole », puis est éjectée ; en désignant par **X** et **Y** les symboles chimiques des noyaux initial et final, la réaction s'écrit donc :



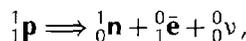
- Pour les noyaux de la zone **B**, ayant trop de neutrons, l'un des neutrons se transforme en proton selon un processus d'interaction faible :



où l'électron et l'antineutrino sont éjectés. Pour l'observateur, cette réaction, dite *radioactivité bêta-moins* (β^-), s'écrit :



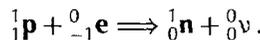
- Pour les noyaux de la zone **C**, ayant trop de protons, le processus symétrique pourra se produire :



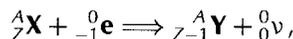
où le positon (antielectron) et le neutrino sont éjectés. Pour l'observateur, cette réaction, dite *radioactivité bêta-plus* (β^+), s'écrit :



- Pour ces noyaux de la zone **C**, ayant trop de protons, un autre processus, n'ayant pas de symétrique, pourra aussi se produire : c'est la *capture électronique* (CE), c'est-à-dire la capture par un proton du noyau d'un des électrons les plus proches :



Pour l'observateur, la réaction s'écrit :



et se distingue de la précédente par le fait que seul un neutrino (non détecté en pratique) est éjecté ; cependant, un rayonnement X résultant du réarrangement du cortège électronique pourra aussi être vu.

1. Parmi les autres processus rares, citons la fission spontanée dont nous reparlerons.

- Pour ces divers modes de décroissance, le noyau Y est très souvent obtenu non pas dans son état fondamental, mais dans un état excité Y^* , dit *isomère* de l'état fondamental. La durée de vie d'un isomère est, sauf exception, extrêmement brève, la décroissance se faisant par émission d'un photon gamma (si le noyau retombe directement sur le niveau fondamental) ou plusieurs (s'il transite par un ou plusieurs niveaux intermédiaire(s)). Cette décroissance, appelée *radioactivité gamma* (γ) accompagne donc (ou, plus exactement, suit) la plupart des autres types de décroissances radioactives.

Les particules éjectées constituent des *rayonnements* qualifiés comme les décroissances qui les ont produits :

- le rayonnement alpha est arrêté dans la matière usuelle sur une distance de l'ordre du dixième de millimètre, en y déposant son énergie, de l'ordre de 5 MeV ou plus ;
- le rayonnement bêta est arrêté dans la matière usuelle sur une distance de l'ordre du millimètre. L'énergie emportée par la particule et déposée dans la matière peut aller, selon les exemples, de quelques keV à quelques MeV. Dans le cas de la radioactivité bêta-plus, le positon s'annihile avec un électron en émettant à 180 degrés deux photons de 511 keV, c'est-à-dire l'énergie correspondant à la masse de chacune de ces particules ;
- les antineutrinos ou neutrinos se partagent l'énergie des désintégrations radioactives bêta avec les électrons ou les positons⁽¹⁾. Ces particules n'interagissent pratiquement pas avec la matière et s'échappent sans être détectées ;
- les photons gamma de la radioactivité peuvent avoir des énergies de quelques keV jusqu'à plusieurs MeV. Leurs parcours, d'autant plus longs que l'énergie est élevée, sont typiquement de l'ordre du décimètre. Certains photons peuvent aller fort loin car la longueur du parcours est aléatoire selon une loi exponentielle, au contraire des particules chargées dont le parcours est pratiquement fixé, une fois précisés l'énergie de la particule et le matériau traversé. Ce sont donc ces rayonnements gamma qui posent les principaux problèmes de radioprotection.

2.4.3 Loi de la radioactivité

En dépit de la variété des processus de décroissance, la loi mathématique qui régit la radioactivité est universelle : c'est la loi exponentielle. Cette loi résulte du fait que l'instant de la transformation est aléatoire et exprime le fait qu'un noyau radioactif ne « vieillit » pas mais « meurt » à un moment imprévisible. La notion seule pertinente est donc la notion de *probabilité de désintégration radioactive* durant l'intervalle de temps élémentaire dt à venir, soit λdt : cette probabilité infinitésimale est évidemment proportionnelle à l'intervalle infinitésimal dt ; la constante de proportionnalité λ est appelée « *constante de décroissance (ou de désintégration) radioactive* ». Le fait qu'un noyau instable ne « vieillit » pas mais est seulement susceptible de « mourir » se traduit par le fait que λ ne dépend pas (si l'on sait qu'il est encore « vivant ») de l'âge de ce noyau, c'est-à-dire du moment où il a été produit. L'expérience montre, en outre, que cette constante ne

1. Bien avant qu'elle ait pu être mise en évidence expérimentalement (1953), l'existence de ces particules avait été postulée par Pauli, puis par Fermi dans sa théorie de la radioactivité bêta, pour préserver le principe de conservation de l'énergie. Leur présence dans les formules des réactions est également nécessaire pour conserver le moment cinétique : leur spin est 1/2. Leur masse est, sinon nulle, en tout cas très faible.

dépend pas des conditions physico-chimiques du noyau concerné, c'est-à-dire qu'elle est réellement une caractéristique nucléaire. En revanche, bien entendu, cette constante n'est pas la même selon les processus et les noyaux instables.

Considérons une population nombreuse de noyaux radioactifs d'un type donné. Soit $N(t)$ l'effectif à l'instant t . Entre t et $t+dt$, chacun des noyaux a la probabilité λdt de disparaître ; donc :

$$dN = -N(t)\lambda dt.$$

On en déduit la loi exponentielle en intégrant :

$$N(t) = N(0)e^{-\lambda t}.$$

La figure 2.6 indique l'allure de la courbe représentative de cette fonction exponentielle et introduit la notion de « période radioactive » (le terme de « demi-vie » est à éviter) : c'est le laps de temps au bout duquel la moitié de l'effectif a disparu (au bout de deux périodes, l'effectif est réduit au quart ; au bout de trois périodes, au huitième... au bout de dix périodes au millième environ, et ainsi de suite).

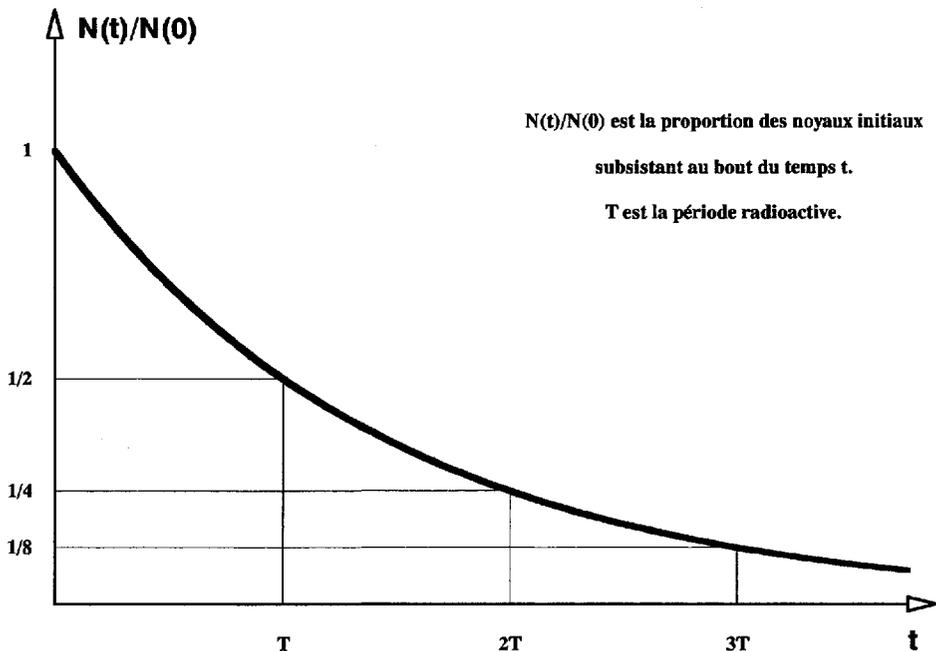


Figure 2.6. Loi de la décroissance radioactive.

Cette période est donnée par la formule :

$$T = \frac{\ln(2)}{\lambda} \simeq \frac{0,693}{\lambda}.$$

Il convient de la distinguer de la *vie moyenne* $1/\lambda$, laps de temps moyen au bout duquel se désintègrera un noyau instable observé à un instant donné.

L'activité d'une matière radioactive est le nombre de désintégrations par unité de temps, donc :

$$A = \lambda N.$$

Elle s'exprime en *becquerels* (Bq) : 1 Bq = 1 désintégration par seconde. Ancienne unité : le curie (Ci) : 1 Ci = 37 milliards de Bq. On remarquera que l'activité décroît au cours du temps selon la même loi que le nombre N de noyaux instables.

2.4.4 Exemples de décroissances radioactives

Parmi la multitude d'exemples qui pourraient être choisis, en voici quelques-uns pour illustrer la variété des processus, la très vaste plage des périodes et la diversité des domaines scientifiques et médicaux concernés par la radioactivité :

- ²²⁶Ra : le radium 226, descendant indirect de l'uranium 238, se trouve en faible quantité dans les minerais d'uranium ; ce radionucléide *alpha* de période 1 620 ans est célèbre depuis qu'il fut découvert par Marie et Pierre Curie en 1898, puis isolé par Marie Curie et André Debierne en 1910. On notera que l'activité de 1 gramme de radium est égale à 1 curie : ce fut la définition initiale de cette unité (définition actuelle : $3,7 \cdot 10^{10}$ Bq) ;
- ²³⁵U : l'uranium 235, seul noyau fissile par neutron lent parmi les nucléides naturels, est un émetteur *alpha* de longue période : 710 millions d'années ;
- ²³⁸U : l'autre isotope, l'uranium 238, est un émetteur *alpha* de plus longue période encore : 4,5 milliards d'années. Ces très longues périodes font que ces nucléides existent encore en quantité significative sur Terre depuis qu'ils ont été créés (dans l'explosion d'une étoile supernova), il y a quelque 5 milliards d'années. La période plus courte de l'uranium 235 explique sa moindre abondance. On notera aussi que ces noyaux très lourds peuvent également subir la fission spontanée, mais à un rythme très lent : par exemple, 26 fissions spontanées se produisent par heure et par gramme d'uranium 238 ;
- ²³²Th : le thorium naturel n'est formé que de ce seul isotope thorium 232, émetteur *alpha* de très longue période : 14 milliards d'années. Avec les deux nucléides précédents, isotopes de l'uranium, ce sont les seuls noyaux presque stables, c'est-à-dire de très longue période, parmi les éléments au-delà du bismuth ($Z = 83$). Si l'on trouve dans la nature les éléments intermédiaires, pourtant de périodes plus courtes, c'est parce qu'ils sont régénérés en permanence à partir de l'un de ces trois nucléides ;
- ¹n : paradoxalement, le neutron à l'état libre est instable, alors qu'inséré dans un noyau stable, il est stable ; avec une période de 12 minutes, il se désintègre par décroissance *bêta-moins*. Dans les réacteurs, la durée de vie des neutrons à l'état libre est de l'ordre de la milliseconde ou moins : la probabilité de décroissance pendant cette durée est infime et cette radioactivité est totalement négligeable en physique des réacteurs ;
- ³H : le tritium est l'un des réactifs de la réaction de fusion D + T (l'autre, le deutérium, est stable). Sa durée de vie est de 12 ans ; il se transforme en hélium 3 par décroissance *bêta-moins*. Après qu'il ait été produit, il faut l'utiliser assez rapidement (tokamak) ou le renouveler régulièrement (arme) ;
- ¹¹C : le carbone a deux isotopes stables, le carbone 12 (99 %) et le carbone 13 (1 %). On peut s'attendre à ce que l'isotope 11, présentant un déficit en neutrons, soit émetteur *bêta-plus* : c'est effectivement le cas ; la période est de 20 minutes. Le carbone 11 fait

partie des radio-isotopes utilisés en imagerie médicale, en l'occurrence en tomographie par émission de positons⁽¹⁾ (TEP), utilisée notamment pour étudier le métabolisme cérébral : le positon s'annihile avec un électron, pratiquement à l'endroit même de la décroissance, en émettant deux gamma de 511 keV qui sont détectés à 180 degrés et en coïncidence ; cela donne l'axe sur lequel s'est produite la désintégration. Après un grand nombre d'événements de la sorte, un traitement mathématique fournit une carte de la concentration du carbone 11. On met en œuvre le procédé en fabriquant le carbone 11 grâce à un accélérateur sur les lieux mêmes, en marquant les molécules auxquelles on s'intéresse (par exemple du glucose), en les injectant au patient et en effectuant la tomographie, tout cela pendant les quelques dizaines de minutes disponibles avant la disparition du radionucléide ;

- ¹⁴C : cet isotope a, lui, trop de neutrons et est ainsi émetteur *bêta-moins* ; sa période est de 5 700 ans. Comme on l'a déjà dit (cf. note 1, page 54), le carbone 14 se trouve en quantité faible, mais à peu près constante, dans le carbone naturel de la biosphère car il est généré en permanence par des réactions nucléaires induites dans la haute atmosphère par le rayonnement solaire. Tout organisme vivant — animal ou plante — contient donc du carbone 14. Après la mort, en revanche, le carbone 14 n'est plus renouvelé et disparaît par radioactivité. En mesurant la concentration restante, on peut estimer la date de la mort. Compte tenu de la période, cette méthode convient pour déterminer des âges compris entre quelques centaines et quelques dizaines de milliers d'années, ce qui est bien adapté, par exemple, aux recherches archéologiques ;
- ⁹⁷Tc : le technétium 97, de période 2,7 millions d'années, est un exemple de radionucléide décroissant (pour l'essentiel) par *capture électronique*. C'est l'isotope de plus longue période de cet élément. Comme cette période est courte par rapport à l'âge de la Terre (4,5 milliards d'années), il n'y a pas de technétium naturel ;
- ¹⁶N : exemple d'émetteur surtout connu pour son émission *gamma*, après une décroissance *bêta-moins*. La période est courte : 7 secondes. Cet émetteur est produit dans les réacteurs à eau par réaction (n,p) sur l'oxygène usuel (oxygène 16) ; la période est malheureusement telle que l'émission gamma se produit en majorité hors du cœur, en particulier dans les générateurs de vapeur des réacteurs à eau sous pression ; mais cela permet aussi une mesure du débit d'eau primaire ;
- ⁶⁰Co : autre exemple d'émetteur *bêta-moins/gamma* ; la période est de 5,7 années. Ce radionucléide a été très utilisé dans les « bombes au cobalt » de la cancérothérapie : en irradiant un cancer, on détruit davantage les cellules malignes — plus radiosensibles — que les cellules saines. (Aujourd'hui, on utilise d'autres radionucléides, choisis selon les types de cancers.) Ce radionucléide est aussi le principal contributeur à l'activation des structures en acier soumises au flux neutronique.

2.4.5 Instabilité alpha

L'énumération de ces quelques exemples va nous permettre d'introduire quelques remarques de caractère général sur les processus alpha et bêta.

En ce qui concerne le premier, on observe que les périodes sont presque toujours longues, sauf pour les éléments 84 à 89 et les noyaux (artificiels) les plus lourds, et que les énergies

1. On parle aussi de *positrons*, mais c'est un anglicisme incorrect.

des désintégrations sont de l'ordre de 5 MeV ou un peu plus : en négligeant le recul du noyau, cette énergie est communiquée à la particule alpha si elle est seule, ou partagée entre la particule alpha et le ou les rayonnement(s) gamma. On note enfin que seuls des noyaux lourds subissent des décroissances alpha.

Cela vient de l'énergie de la réaction :

$$Q = W(A - 4, Z - 2) + W(4, 2) - W(A, Z),$$

$$Q = [M(A, Z) - M(A - 4, Z - 2) - M(4, 2)]c^2,$$

où l'énergie de liaison de la particule alpha, $W(4, 2)$, est égale à 28,3 MeV : en faisant le calcul à partir de la formule de Bethe et Wiezsäcker pour divers points situés sur l'axe de la vallée de stabilité, on observe que Q n'est positif que pour A supérieur à 150 environ. Comme le suggère l'intuition, des calculs de physique quantique montrent que la période est d'autant plus courte que Q est élevé : en pratique, les décroissances alpha ne deviennent significatives que si Q dépasse 4 ou 5 MeV, ce qui correspond à un nombre de masse de l'ordre de 220.

2.4.6 Instabilité bêta

En ce qui concerne l'instabilité bêta, ce n'est pas, en revanche, le nombre de masse qui joue le rôle essentiel mais la proportion entre les neutrons et les protons comparée à sa valeur optimale. En utilisant à nouveau la formule de Bethe et Wiezsäcker pour mener l'analyse, on doit fixer $A^{(1)}$ — non modifié dans une décroissance bêta ou une capture électronique — et examiner les variations de l'énergie de liaison W — ou de la masse M — en fonction de Z :

- si A est impair, le terme de parité δ est nul pour toutes les répartitions entre protons et neutrons : tous les points représentatifs de M en fonction de Z se situent sur *une parabole* dont l'équation est donnée par le modèle de la goutte. En principe, seul est stable le noyau correspondant au point le plus proche du fond de la parabole, les noyaux représentés par des points plus à gauche étant instables par radioactivité bêta-moins et les noyaux représentés par des points plus à droite étant instables par radioactivité bêta-plus et/ou par capture électronique. Compte tenu de la petite différence de masse entre le neutron et le proton qu'il faut prendre en compte pour faire un bilan exact de la réaction, il y a quelques fois deux noyaux stables ;
- si A est pair, le terme de parité δ peut valoir, selon les combinaisons, $+1$ ou -1 : les points se placent alors, alternativement, sur *deux paraboles* décalées en ordonnée de deux fois l'énergie associée au terme de parité. Il peut, dans ce cas, y avoir jusqu'à trois isobares stables.

Les périodes bêta sont, en règle générale, plus courtes que les périodes alpha (mais il y a des exceptions) et d'autant plus courtes que l'énergie de la décroissance est élevée (mais la parité joue aussi : les transitions sans changement de parité se font plus « facilement » que les transitions avec changement de parité).

En terme de nombre d'isotopes (c'est-à-dire à Z fixé), ces considérations montrent que les éléments pairs ont plus d'isotopes que les éléments impairs. Un examen systématique établit que :

1. Les noyaux de même nombre de masse sont qualifiés d'« isobares ».

- si Z est *pair*, il y a *au moins* deux isotopes stables, à une exception près, le béryllium ($Z = 4$) qui n'a qu'un seul isotope stable, le béryllium 9 ;
- si Z est *impair*, il y a *au plus* deux isotopes stables.

2.4.7 Instabilité gamma

Rappelons (cf. p. 52) que les noyaux ont des *états excités* ou *états isomériques* (isomère : mêmes nombres A et Z). Les décroissances alpha et bêta peuvent donner différents isomères du même nucléide. Les isomères se désintègrent en général rapidement jusqu'au nucléide fondamental par émission de photons gamma.

Les spectres de ces émissions gamma sont d'autant plus compliqués et riches que la décroissance alpha ou bêta aura placé le noyau « fils »⁽¹⁾ sur un niveau de rang élevé : c'est dire que la structure des émissions gamma sera souvent plus compliquée pour les noyaux lourds que pour les noyaux légers.

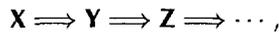
2.4.8 Filiations radioactives

Il arrive souvent que le noyau Y , obtenu par décroissance d'un noyau radioactif X , soit lui-même radioactif et se désintègre vers un noyau Z . En particulier, derrière chacun des trois noyaux lourds presque stables de la nature se trouve une longue chaîne de descendants, présentant parfois des bifurcations. À titre d'exemple, on trouvera ci-dessous (figure 2.7, page ci-contre) la chaîne partant de l'uranium 238 comportant quinze nucléides instables avant le produit final ^{206}Pb stable.

Ces chaînes comportent des décroissances alpha, qui font baisser A de quatre unités, et bêta, qui ne font pas varier A . Toutes les valeurs de A d'une chaîne sont donc de la forme soit $4n$ (chaîne du thorium 232), soit $4n + 1$ (chaîne n'existant pas dans la nature), soit $4n + 2$ (chaîne de l'uranium 238), soit $4n + 3$ (chaîne de l'uranium 235).

2.4.9 Équations d'évolution par radioactivité

Les équations régissant les nombres d'atomes X, Y, Z, \dots liés par une chaîne de décroissances radioactives :



généralisent l'équation de la décroissance d'un nucléide : hormis le maillon de tête, il faut ajouter un terme de production au terme de disparition⁽²⁾ :

$$\frac{dX}{dt} = -\lambda_X X,$$

$$\frac{dY}{dt} = +\lambda_X X - \lambda_Y Y,$$

$$\frac{dZ}{dt} = +\lambda_Y Y - \lambda_Z Z.$$

1. Les anglo-saxons disent « fille » (*daughter*) !

2. On peut visualiser la chaîne par une suite de réservoirs se déversant les uns dans les autres. Les équations s'obtiennent en explicitant tous les flux entrants (signe +) et sortants (signe -).

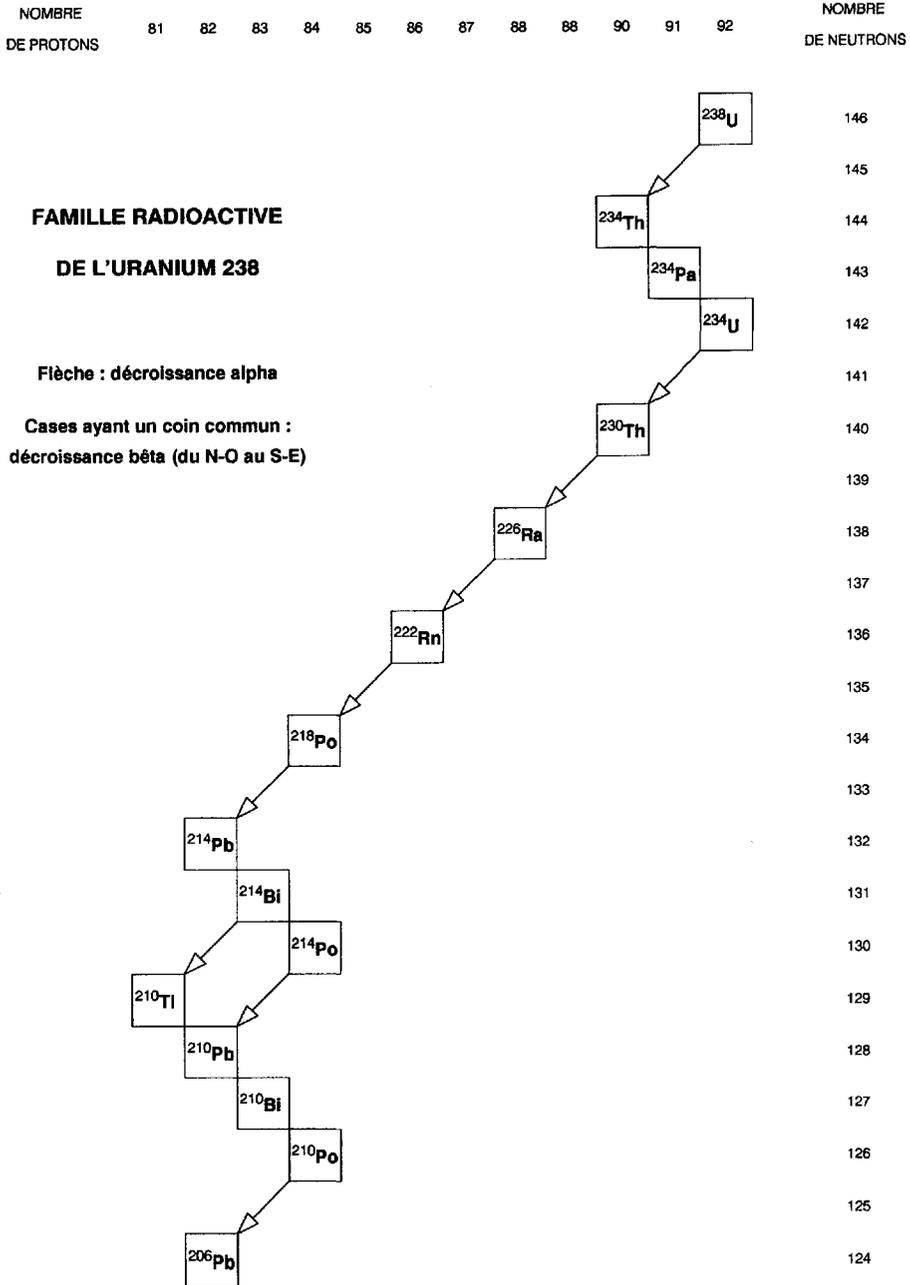


Figure 2.7. Chaîne radioactive de l'uranium 238.

La solution générale est une combinaison d'exponentielles $e^{-\lambda t}$. Les constantes s'obtiennent, d'une part, en reportant dans le système, d'autre part en prenant en compte les conditions initiales (si la chaîne est linéaire, les équations peuvent se résoudre de proche en proche).

Si la période du nucléide de tête est beaucoup plus longue que toutes les autres — ce qui est le cas pour les chaînes du thorium 232, de l'uranium 235 et de l'uranium 238 —, les concentrations tendent vers une situation d'« *équilibre séculaire* » : pour cet équilibre, atteint lorsque tous les nucléides sont restés en place depuis un temps long devant toutes les périodes sauf la première, toutes les activités sont les mêmes :

$$\lambda_X X = \lambda_Y Y = \lambda_Z Z = \dots,$$

et les concentrations sont donc inversement proportionnelles aux périodes. Elles sont, en outre, pratiquement indépendantes du temps sur des durées courtes devant la première période.

C. RÉACTIONS NUCLÉAIRES

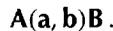
2.5 Généralités sur les réactions nucléaires

2.5.1 Réactions spontanées et réactions induites

La radioactivité peut être qualifiée de « réaction nucléaire spontanée ». Mais le terme de « réaction » est plutôt utilisé lorsque la réaction est *induite*, en pratique par un « *projectile* » venant percuter une « *cible* ». (En réalité, le projectile et la cible jouent des rôles parfaitement symétriques, comme on s'en rend compte si l'on se place dans le système du centre de masse.) En désignant par **a** le projectile et par **A** la cible, et en supposant, par exemple, que deux objets sont issus de la réaction, un « gros » **B** et un « petit » **b**, on peut écrire :



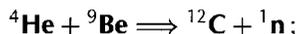
ou, de façon plus concise :



2.5.2 Exemples de réactions nucléaires

Voici quelques exemples utiles à connaître pour qui s'intéresse à l'énergie nucléaire (la plupart ont déjà été cités) :

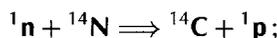
- réaction la plus couramment utilisée dans les *sources de neutrons* (obtenue en mélangeant un quelconque émetteur alpha avec du béryllium) :



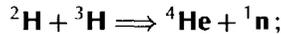
- réaction à l'origine de la *découverte de la radioactivité artificielle* en 1934 par Joliot :



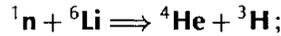
- réaction produisant le *carbone 14* :



- réaction de la *fusion thermonucléaire* :



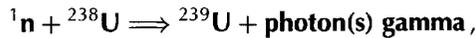
- production du *tritium* nécessaire pour cette réaction :



- réaction de *fission* :

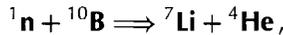


- réaction de *capture radiative d'un neutron* qui peut se produire sur tous les noyaux :



(pour cet exemple, le noyau obtenu, uranium 239, se transforme, après deux décroissances bêta-moins de courtes périodes, en plutonium 239 fissile);

- autre réaction de *capture neutronique* :



(cette réaction est utilisée dans les réacteurs, notamment les réacteurs à eau sous pression, pour réguler la réactivité).

2.5.3 Lois de conservation

Dans ces réactions, comme dans tous les processus physiques, un certain nombre de grandeurs se conservent; les principales sont :

- le *nombre de nucléons*;
- le *nombre (algébrique) de charges électriques*;
- *l'énergie*;
- *l'impulsion*;
- le *moment cinétique*.

L'utilisation des deux premières lois permet, par exemple, de rétablir **B** si l'on connaît **a**, **A** et **b**. C'est ainsi que l'on peut retrouver, si on l'a oublié, que la réaction (n,α) de capture des neutrons par le bore 10 donne du lithium 7.

Dans la troisième loi, il faut comptabiliser la masse avec les autres formes d'énergie (cinétique et excitation). En pratique, elle permet d'établir des bilans énergétiques de réaction à partir des tables de masses des nucléides.

La quatrième loi permet de trouver la répartition de l'énergie sortante : par exemple, pour la réaction de fusion D + T, l'énergie de 17,6 MeV de la réaction (troisième loi) se répartit à raison de 3,5 MeV pour la particule α et 14,1 pour le neutron, comme on le voit en supposant que l'impulsion est négligeable à l'entrée et donc aussi à la sortie de la réaction.

Les troisième et quatrième lois suggéraient la présence, outre l'électron, d'une particule « fantôme » dans la désintégration bêta (le neutrino). La conservation du moment cinétique l'impose aussi : le neutrino doit avoir un spin 1/2.

2.5.4 Section efficace

La notion de section efficace est nécessaire si l'on veut quantifier le *nombre de réactions* entre un flux de particules **a** et des cibles **A**, ou si l'on préfère, la *probabilité d'une interaction*.

Une section efficace peut être « microscopique », c'est-à-dire caractéristique d'une « cible » individuelle, ou « macroscopique », c'est-à-dire caractéristique d'un matériau contenant un grand nombre de cibles. Différentes présentations de ces notions sont possibles. Nous proposons au lecteur de présenter préalablement les deux notions, puis d'examiner comment elles sont reliées. Nous introduirons pour cela des images de la mécanique classique faisant appel à l'intuition. C'est évidemment réducteur (mais non faux), aussi incluons-nous les nuances nécessaires.

La figure 2.8 introduit de façon intuitive la définition d'une section efficace (ici pour une cible et un projectile supposés sphériques) : une collision se produira si et seulement si la trajectoire du projectile amène son centre à passer à une distance du centre de la cible inférieure à la somme des rayons, c'est-à-dire à traverser le cercle du plan de la figure ayant comme rayon la somme des rayons des deux objets. La section efficace est l'aire σ de ce cercle.

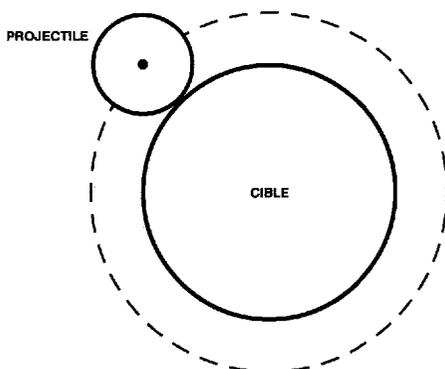


Figure 2.8. Notion intuitive de section efficace.

Cette aire est liée à une probabilité : si l'on place, dans le plan de la figure, non pas une cible mais un nombre quelconque n de cibles réparties dans un contour d'aire S et si l'on envoie au hasard le projectile à travers S , la probabilité qu'il percute l'une des cibles est l'aire de l'ensemble des cercles tiretés rapportée à l'aire totale soit $n\sigma/S$.

En physique nucléaire et en neutronique, la définition intuitive est trop simpliste : on s'en rend compte si l'on remarque que la section efficace neutronique σ peut différer considérablement entre des noyaux *a priori* peu différents (par exemple, les isotopes 235 et 238 de l'uranium) et que, pour un noyau donné, elle peut varier énormément selon la vitesse du neutron. Toutefois, l'image montre que l'ordre de grandeur des sections efficaces devrait tourner autour de 10^{-24} cm², puisque le rayon des noyaux est le l'ordre de 10^{-12} cm, ce que confirment les mesures. C'est la raison pour laquelle la physique nucléaire exprime les sections efficaces en barns :

$$1 \text{ barn (b)} = 10^{-24} \text{ cm}^2 = 10^{-28} \text{ m}^2 .$$

En revanche, la définition probabiliste de σ reste correcte en physique quantique.

2.5.5 Section efficace macroscopique

Imaginons un neutron voyageant dans la matière, qu'il « voit » pratiquement comme du vide, puisqu'il « ignore » les électrons. Son parcours se poursuit donc en ligne droite à vitesse constante jusqu'à ce qu'il percute un noyau se trouvant sur la trajectoire. Pour un petit parcours dx cette probabilité de collision est infinitésimale et proportionnelle à dx , (par exemple, le neutron a deux fois plus de chance de percuter un noyau sur un parcours de $2 \mu\text{m}$ que sur un parcours de $1 \mu\text{m}$) : nous pouvons l'écrire Σdx en notant Σ le coefficient de proportionnalité adéquat, appelé « section efficace macroscopique ». Les neutroniciens, usuellement, adoptent le centimètre comme unité de longueur dans leurs calculs et, par conséquent, expriment les sections efficaces macroscopiques en cm^{-1} .

Cette définition permet de calculer la loi de probabilité régissant la distance x entre le point de départ du neutron et le point où il va subir sa *première* collision. Cette première collision a lieu à la distance x à dx près, c'est-à-dire entre les distances x et $x + dx$:

- 1/ si le neutron n'a pas subi de collision entre 0 et x , soit $Q(x)$ cette probabilité ;
- 2/ et si le neutron subit une collision entre x et $x + dx$, cette deuxième probabilité est, par définition, Σdx .

La probabilité de cet événement est donc : $p(x) dx = Q(x) \times \Sigma dx$.

Pour calculer $Q(x)$, remarquons que $Q(x + dx)$, probabilité qu'il n'y ait *pas de collision* sur la distance $x + dx$ est le produit de :

- 1/ la probabilité qu'il n'y ait *pas de collision* entre 0 et x , soit $Q(x)$;
 - 2/ la probabilité qu'il n'y ait *pas de collision* entre x et $x + dx$, soit, par définition, $1 - \Sigma dx$.
- Soit : $Q(x + dx) = Q(x) \times (1 - \Sigma dx)$.

En simplifiant, en intégrant et en remarquant que $Q(0)$ est, par définition, égal à 1, on obtient :

$$Q(x) = \exp(-\Sigma x),$$

d'où :

$$p(x) dx = Q(x) \times \Sigma dx = \exp(-\Sigma x) \Sigma dx.$$

L'inverse de la section efficace macroscopique, $\lambda = 1/\Sigma$, est le libre parcours moyen des neutrons, c'est-à-dire la valeur moyenne de la distance x à laquelle se produit la première collision. En effet :

$$\lambda = \langle x \rangle = \int_0^{\infty} x p(x) dx = \int_0^{\infty} x \exp(-\Sigma x) \Sigma dx = \frac{1}{\Sigma}.$$

Les mesures montrent que, dans les matériaux usuels et pour les neutrons, les sections efficaces macroscopiques sont souvent de l'ordre du cm^{-1} et les libres parcours de l'ordre du cm.

La probabilité élémentaire Σdx d'interaction avec la matière pour un parcours dx est évidemment proportionnelle au nombre d'« obstacles » que le neutron est susceptible de rencontrer, donc au nombre N de noyaux par unité de volume. En notant σ le coefficient de proportionnalité, cela amène à écrire :

$$\Sigma = N\sigma.$$

Ce coefficient σ , qui sera appelé « *section efficace microscopique* » (par opposition à macroscopique) est effectivement très petit si on l'exprime avec les unités usuelles, puisque N a l'ordre de grandeur du nombre d'Avogadro. L'unité adéquate sera donc le barn. Notons surtout que cette deuxième définition de la section efficace microscopique est cohérente avec la définition intuitive proposée ci-dessus.

Pour nous en convaincre, évaluons, en utilisant l'image du projectile et de la cible, la probabilité d'interaction avec la matière pour une particule y faisant un parcours dx : à ce parcours, nous pouvons associer le petit cylindre de hauteur dx et ayant comme base le cercle tireté de la figure 2.8, page 68, c'est-à-dire une surface d'aire σ . Le volume de ce cylindre est σdx . La particule subit une collision sur le parcours dx si et seulement si un centre de noyau atomique se trouve dans ce volume : s'il y a N noyaux par unité de volume, la probabilité que ce soit le cas est $N \times \sigma dx$. En rapprochant de l'expression Σdx cette probabilité, on retrouve bien $\Sigma = N\sigma$.

2.6 Réactions par neutrons

2.6.1 Généralités

Parmi les exemples de réactions nucléaires que nous avons donnés (cf. p. 66), ceux qui concernent les neutrons montrent que plusieurs processus existent. Avant de recenser ceux qui intéressent la physique des réacteurs, c'est-à-dire ceux qui concernent des neutrons d'énergie comprise entre zéro et une dizaine de MeV, notons deux points importants pour la neutronique :

- 1/ les interactions neutron-électron sont négligeables car, d'une part, la section efficace est infime (seule une interaction faible est possible entre ces deux particules) et, d'autre part, le rapport des masses est tel qu'une collision d'un neutron avec un électron ne modifierait guère sa trajectoire.

Conséquence : le parcours des neutrons est très long (à leur échelle), typiquement de l'ordre du centimètre ; autrement dit : un neutron traverse environ cent millions d'atomes avant de rencontrer, par hasard, un noyau avec lequel il a une interaction. (Pour reprendre une image proposée p. 44, on peut dire qu'en traversant un « terrain de foot », le neutron ne peut « voir » que la petite bille centrale : il faut donc qu'il en traverse un grand nombre avant de risquer une collision avec cette bille.)

Remarque : Comme il ne considère pas les interactions neutrons-électrons, le neutronicien n'a pas besoin d'introduire une modélisation précise des cortèges électroniques des atomes. L'image du « système solaire », par exemple, peut suffire ;

- 2/ les interactions neutron-neutron sont également négligeables, non pas pour une question de section efficace⁽¹⁾ mais pour une question de densité. En ordres de grandeur, on trouve 10^{22} noyaux atomiques par cm^3 dans la matière usuelle et seulement 10^8 neutrons par cm^3 dans un réacteur de grande puissance : un neutron voyageant dans

1. Les sections efficaces de diffusion pour les interactions p-p, n-p et n-n sont du même ordre de grandeur.

le système a donc, en gros, 10^{14} fois plus de chances de rencontrer un noyau qu'un autre neutron et cette dernière éventualité peut ainsi être négligée.

La conséquence de cela est que l'équation de Boltzmann qui régit la densité neutronique est *linéaire*, ce qui simplifie son étude mathématique et les traitements numériques. Si elles devaient être prises en compte, les interactions neutron-neutron s'exprimeraient, en effet, par un terme proportionnel au *carré* de la densité, donc non-linéaire.

2.6.2 Diffusions et « vraies » réactions

Dans les interactions des neutrons avec la matière, il convient d'abord de distinguer les « vraies » réactions et les diffusions potentielles : dans la *diffusion potentielle*, il n'y a pas, à proprement parler, mise en contact du neutron avec le noyau-cible (c'est-à-dire mise en jeu des forces nucléaires), mais seulement diffusion par le champ nucléaire de l'onde associée au neutron. D'un point de vue phénoménologique, le processus est strictement semblable au choc élastique entre deux boules de billard, c'est-à-dire avec conservation de l'impulsion et de l'énergie cinétique⁽¹⁾. Par opposition, dans une « vraie » réaction, il y a pénétration du neutron dans le noyau. Dans la gamme des énergies qui nous concerne, la réaction peut être décrite par le *modèle du noyau composé*. Dans ce modèle, trois étapes successives sont distinguées :

- 1/ la *voie d'entrée* : incorporation par le noyau-cible du neutron incident, donnant l'isotope de rang immédiatement supérieur et acquisition par cet isotope d'une énergie d'excitation égale à la somme de l'énergie de liaison du neutron supplémentaire (travail des forces nucléaires de liaison) et de l'énergie cinétique apportée par le neutron ;
- 2/ la « vie » proprement dite du *noyau composé*, isotope du noyau-cible : son existence est brève à notre échelle — de l'ordre de 10^{-14} s — mais longue à l'échelle nucléaire, c'est-à-dire du laps de temps nécessaire pour que s'établisse la nouvelle liaison nucléaire — de l'ordre de 10^{-22} s. L'énergie d'excitation peut ainsi s'« uniformiser » au sein du noyau composé ; en d'autres termes, celui-ci vit un temps suffisant pour « oublier » comment il a été créé, c'est-à-dire la voie d'entrée : ce qui va suivre sera indépendant du processus qui a créé le noyau composé (absorption d'un neutron, d'un proton, d'un gamma...);
- 3/ la *voie de sortie* : le noyau composé excité va rapidement (à notre échelle) se désintégrer par un processus de type radioactif ; avec l'énergie acquise lors de l'absorption d'un neutron, plusieurs mécanismes sont possibles et entrent en compétition (nous les détaillons ci-dessous).

Cette énergie d'excitation du noyau composé est, en effet, importante : l'énergie de la liaison du neutron supplémentaire est de l'ordre de l'énergie de liaison moyenne par nucléon, donc entre 5 et 10 MeV environ⁽²⁾ et l'énergie cinétique que le neutron apporte peut aller de zéro à quelques MeV.

1. Pour établir les lois du choc, au ch. VII, nous utiliserons cette image.

2. L'énergie de liaison du dernier nucléon est un peu plus grande que la moyenne dans la zone où la courbe de W/A en fonction de A est croissante et un peu plus petite que la moyenne dans la zone où la courbe décroît, notamment la zone des noyaux lourds tel l'uranium.

2.6.3 Principales réactions induites par les neutrons dans les réacteurs

Le tableau 2.1 synthétise les principales réactions qui peuvent être observées dans les réacteurs.

TABLEAU 2.1. Principales réactions subies par les neutrons dans les réacteurs.

Interaction sans formation d'un noyau composé		
Diffusion potentielle (élastique)	$n + A \Rightarrow n + A$	Toujours possible
Interactions passant par la formation d'un noyau composé		
Diffusion résonnante élastique	$n + A \Rightarrow n + A$	Toujours possible
Diffusion résonnante inélastique	$n + A \Rightarrow n' + A^*$ $A^* \Rightarrow A + \gamma$	Seuil : premier niveau de A
Réaction ($n,2n$)	$n + A \Rightarrow n' + n'' + (A - 1)$	Seuil : énergie de séparation d'un neutron de A
Capture radiative	$n + A \Rightarrow \gamma + (A + 1)$	Toujours possible
Réaction (neutron, particule chargée)	$n + A \Rightarrow p + B$ $n + A \Rightarrow \alpha + C$ etc.	Le plus souvent avec seuil ; parfois sans seuil
Fission	$n + A \Rightarrow$ $PF' + PF'' + \text{quelques neutrons}$ (En moyenne, ν , entre 2 et 3)	Noyaux lourds : sans seuil si N impair, avec seuil si N pair ; effet « tunnel ».

Outre la diffusion potentielle, deux réactions sont toujours possibles, quel que soit le noyau-cible et quelle que soit l'énergie du neutron : 1/ la *diffusion résonnante élastique*, c'est-à-dire passant par la formation d'un noyau composé (l'énergie apportée par le neutron incident est intégralement restituée — une partie pour briser la liaison, l'autre sous forme d'énergie cinétique — à un neutron éjecté) ; 2/ la *capture radiative* (l'énergie d'excitation du noyau composé est intégralement éjectée sous forme de photon(s)).

Certaines réactions sont le plus souvent à seuil, mais pas toujours : 1/ la *fission* (voir ci-dessous p. 88) ; 2/ les réactions où une *particule chargée* est éjectée.

Les autres réactions sont toujours à seuil : 1/ la *diffusion (résonnante) inélastique* laissant le noyau résiduel dans un état excité après éjection du neutron (le seuil est l'énergie du niveau excité considéré, donc au minimum celle du premier niveau) ; 2/ les réactions ($n,2n$) (éjection de deux neutrons : le seuil est l'énergie de liaison du deuxième neutron à prélever pour le séparer), (n,np), ($n,3n$), etc.

2.6.4 Sections efficaces partielles et additivité des sections efficaces

Les sections efficaces microscopiques σ ou macroscopiques Σ que nous venons de définir caractérisent toute interaction d'un neutron dans la matière : c'est la raison pour laquelle

elles sont qualifiées de « totales » (si nécessaire, on ajoute l'indice « t » pour éviter toute ambiguïté).

Nous venons de voir que, pour les neutrons, il y a toujours plusieurs types d'interactions possibles : on est ainsi amené à caractériser chacun de ces processus par une section efficace partielle σ_r ou Σ_r , où r désigne la réaction. Par définition, le rapport σ_r/σ ou Σ_r/Σ est la *probabilité* que l'interaction neutron-matière, si elle se produit, se fasse selon le processus r . Par conséquent, *la somme des sections efficaces partielles est la section efficace totale*.

En neutronique, on a pris l'habitude de distinguer la *diffusion* — indice s comme l'équivalent anglais *scattering* — et l'*absorption* — indice a — selon que le neutron est réémis ou pas après la réaction (les processus $(n,2n)$ sont considérés comme des diffusions) :

$$\sigma_s + \sigma_a = \sigma, \quad \Sigma_s + \Sigma_a = \Sigma,$$

et, parmi les absorptions, les *fissions* et toutes les autres absorptions qualifiées de *captures* :

$$\sigma_f + \sigma_c = \sigma_a, \quad \Sigma_f + \Sigma_c = \Sigma_a.$$

Dans les matériaux composites, on pourra distinguer le type de noyau avec lequel le neutron aura interagi, par exemple uranium 235, uranium 238 et oxygène s'il s'agit d'oxyde d'uranium. La section efficace macroscopique du *mélange* (totale ou partielle) sera la somme des sections efficaces macroscopiques $\Sigma_k = N_k \sigma_k$ de chacun des composants :

$$\Sigma = \Sigma_1 + \Sigma_2 + \dots$$

En d'autres termes, Σ_k/Σ est la *probabilité* que la réaction, si elle a lieu, concerne le composant k du mélange.

2.6.5 Allure des sections efficaces neutroniques

L'allure générale des courbes de sections efficaces diffère selon qu'il s'agit de diffusion ou d'absorption et selon les nucléides : si les sections efficaces de diffusion sont souvent à peu près constantes et de l'ordre de quelques barns, les sections efficaces d'absorption sont, en règle générale, d'autant plus grandes que les neutrons sont moins rapides et d'ordre de grandeur très variable selon les nucléides. De plus, de nombreuses irrégularités sont souvent observées.

Voici, à titre d'exemple, une courbe typique de section efficace d'absorption neutronique (figure 2.9, page suivante) : la réaction (n,γ) de l'or 197 (isotope naturel unique), représentée entre 0 et 20 MeV. (Cette section efficace a été mesurée avec un soin particulier car elle sert souvent de standard dans les mesures relatives de capture : il est, en effet, plus facile de mesurer un rapport de deux sections efficaces qu'une section efficace en absolu.) On pourra observer un comportement général que l'on retrouve de façon plus ou moins systématique pour toutes les courbes de sections efficaces d'absorption :

- 1/ un comportement général dit « en $1/v$ », c'est-à-dire inversement proportionnel à la vitesse des neutrons ou à la racine carrée de leur énergie cinétique ; cette loi est le plus souvent bien suivie par toutes les sections efficaces d'*absorption* — capture radiative, fission, réactions (n,p) et (n,α) — dans le domaine des neutrons « thermiques », c'est-à-dire en dessous de l'électronvolt ;

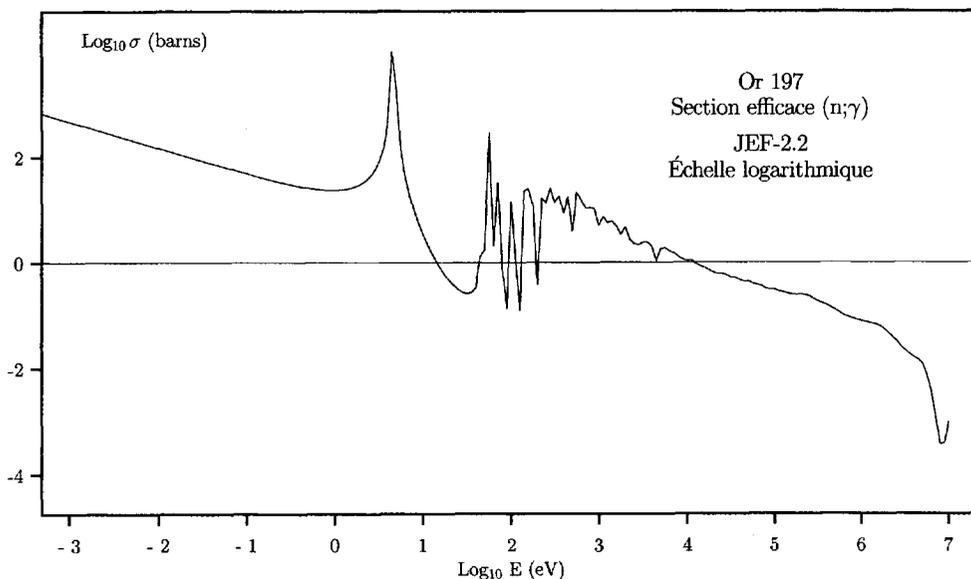


Figure 2.9. Section efficace de la réaction (n,γ) sur l'or 197.

2/ un comportement complexe avec une courbe présentant de nombreux « pics » passablement irréguliers dans le domaine dit « épithermique », situé entre les domaines « rapide » et « thermique », typiquement entre quelques eV et quelques keV; ces pics sont appelés « résonances » de la section efficace; pour l'or, une résonance spectaculaire se détache autour de 5 eV.

Les figures qui suivent montrent trois autres courbes de sections efficaces :

- la réaction (n,α) sur le bore 10 (l'une des rares réactions neutron-particule chargée ne présentant pas de seuil) est un exemple d'une section efficace qui suit presque parfaitement la loi en $1/v$ sur tout le domaine des énergies utiles (figure 2.10, page ci-contre);
- la réaction de fission sur l'uranium 235 joue un rôle évidemment fondamental dans les réacteurs (figure 2.11, page ci-contre);
- la réaction de capture radiative sur l'uranium 238 (qui, après deux décroissances bêta-moins, donnera le plutonium 239) se caractérise par de nombreuses et importantes résonances qui, comme nous le verrons par la suite, donnent beaucoup de soucis aux neutroniciens (figure 2.12, page 76)!

Si donc l'allure des sections efficaces d'absorption, surtout dans le domaine thermique, est toujours plus ou moins similaire, les ordres de grandeur, par contre, peuvent différer considérablement selon les exemples. Les tableaux suivants (tableaux 2.2 et 2.3, page 76) l'illustrent sur quelques valeurs de sections efficaces pour des neutrons de 2 200 m/s, vitesse souvent prise comme référence.

Un nucléide présente une grande section efficace pour les neutrons lents si, par hasard, il se trouve une résonance centrée sur une énergie proche de zéro (éventuellement négative) : c'est le cas des exemples présentés sur les deux figures suivantes (figures 2.13, page 77 et 2.14, page 78), en particulier les quatre principaux isotopes du plutonium.

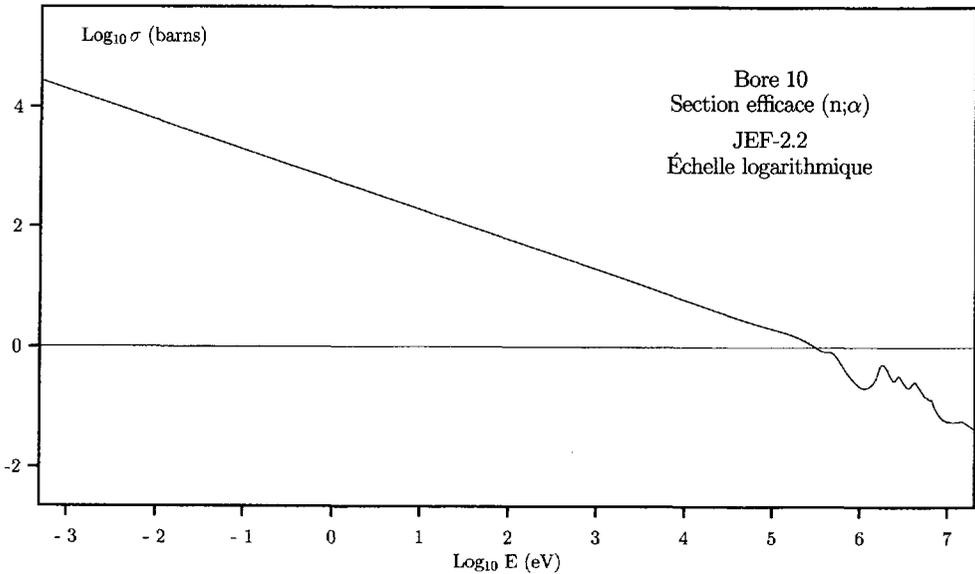


Figure 2.10. Section efficace de la réaction (n,α) sur le bore 10.

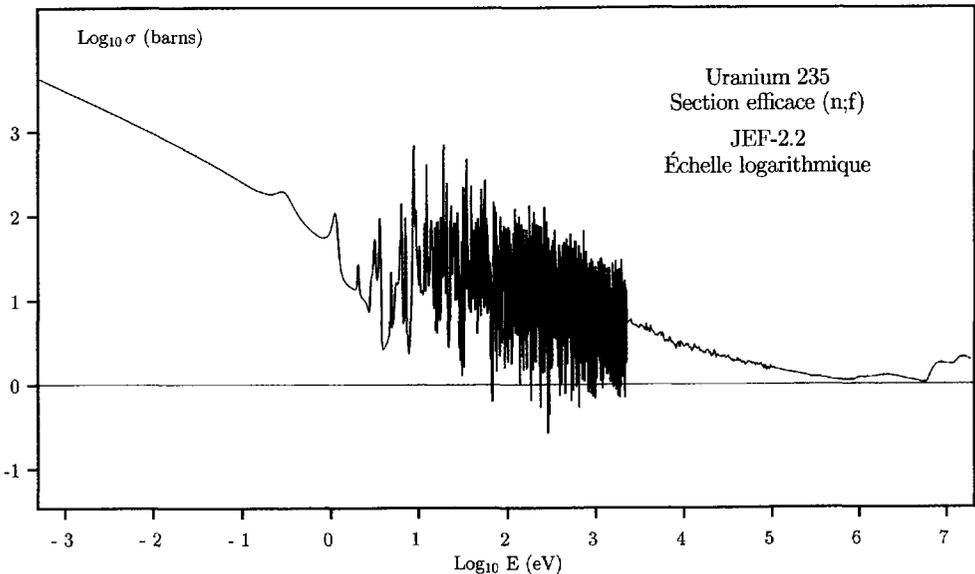


Figure 2.11. Section efficace de la réaction (n,f) sur l'uranium 235.

Les sections efficaces de *diffusion* peuvent aussi présenter des résonances, surtout pour les nucléides intermédiaires et lourds ; mais, contrairement à la loi en $1/v$ des sections efficaces d'absorption, le comportement général est une *constante* : cette constante correspond tout simplement à la diffusion potentielle ; cette section efficace de diffusion potentielle est de l'ordre de quelques barns, c'est-à-dire la valeur géométrique donnée par l'image de la cible et du projectile. Exception : l'hydrogène léger, qui est pourtant le plus

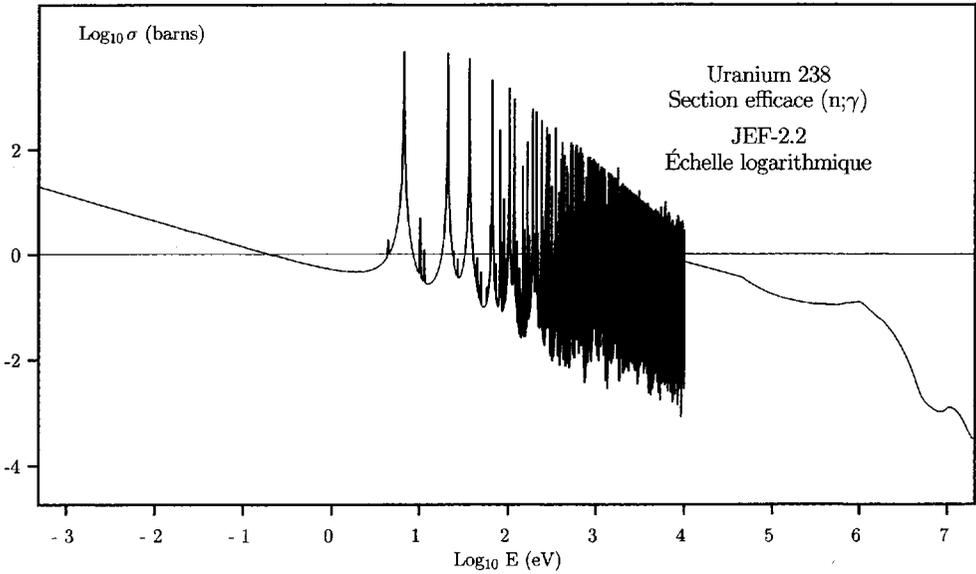


Figure 2.12. Section efficace de la réaction (n,γ) sur l'uranium 238.

TABLEAU 2.2. Quelques sections efficaces d'absorption (en barns) pour des neutrons de 2 200 m/s.

Noyau ou élément	Section efficace
Hydrogène naturel	0,332
Deutérium	0,000506
Béryllium naturel	0,0076
Bore 10	3 840
Carbone naturel	0,00337
Oxygène naturel	0,000191
Zirconium naturel	0,184
Xénon 135	2 650 000
Gadolinium naturel	48 600
Samarium 149	40 500
Plomb naturel	0,178

TABLEAU 2.3. Caractéristiques des principaux noyaux lourds pour des neutrons de 2 200 m/s (fission, capture : sections efficaces en barns ; ν : nombre moyen de neutrons émis par fission).

Noyau	Fission	ν	Capture
Thorium 232	–	–	7,40
Uranium 233	525,2	2,498	45,9
Uranium 235	582,6	2,439	98,9
Uranium 238	–	–	2,719
Plutonium 239	747,3	2,874	270,4
plutonium 240	–	–	288,8
Plutonium 241	1 012,3	2,939	363,0

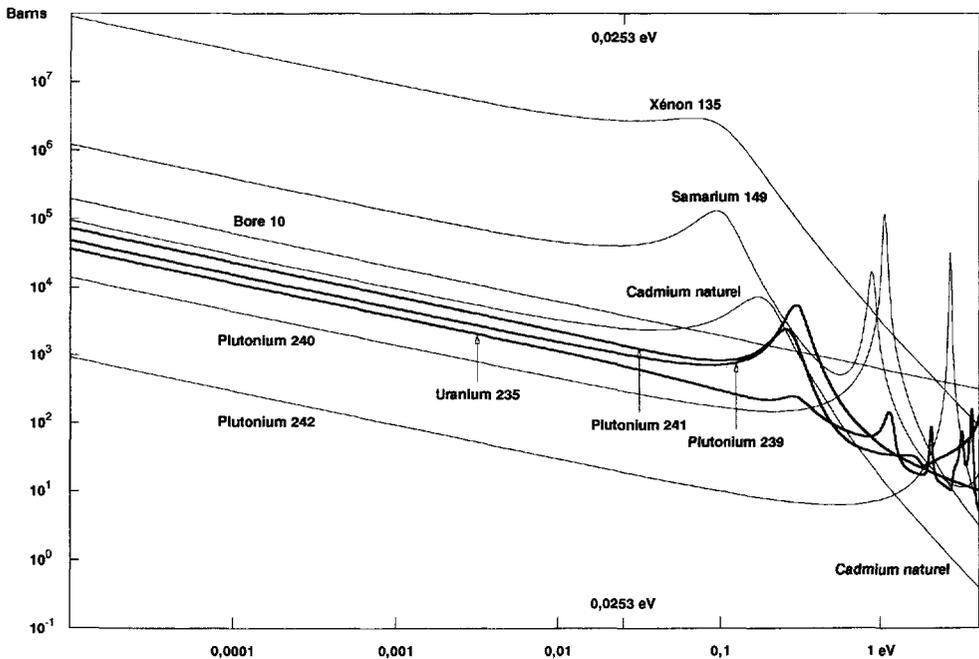


Figure 2.13. Quelques sections efficaces d'absorption dans le domaine des neutrons thermiques.

petit noyau atomique, est celui qui présente la plus grande section efficace de diffusion : 20 barns. Pour les neutrons de très basse énergie, des effets quantiques conduisent à des sections efficaces de diffusion plus élevées que les valeurs du « plateau » observé dans la plus grande partie du domaine utile. Cela est illustré sur la figure 2.15, page 79 relative aux trois principaux noyaux modérateurs.

2.7 Pourquoi des résonances ?

La présence de résonances provient de la structure en niveaux des états excités du *noyau composé* obtenu par absorption du neutron incident (voir figure 2.16, page 80).

Rappelons que l'énergie d'excitation acquise par le noyau composé est la somme de l'énergie de liaison du neutron incident (travail des forces nucléaires) et de l'énergie cinétique apportée par ce neutron. Si cette énergie d'excitation se trouve juste sur l'un des niveaux du noyau composé, comme sur la figure 2.16, page 80, ou dans son voisinage immédiat, la réaction se fera aisément et une grande section efficace sera observée. Si, au contraire, l'énergie d'excitation ne tombe pas sur l'un des niveaux du noyau composé, la réaction se fera plus difficilement, ce qui se traduira par une faible section efficace. C'est ainsi que la section efficace neutronique peut varier de plusieurs décades pour une très faible variation de l'énergie du neutron, comme on pourra l'observer sur les figures précédentes.

La structure générale des niveaux est d'autant plus « tassée » que les noyaux sont lourds : c'est la raison pour laquelle on observe peu ou pas de résonances sur les courbes de

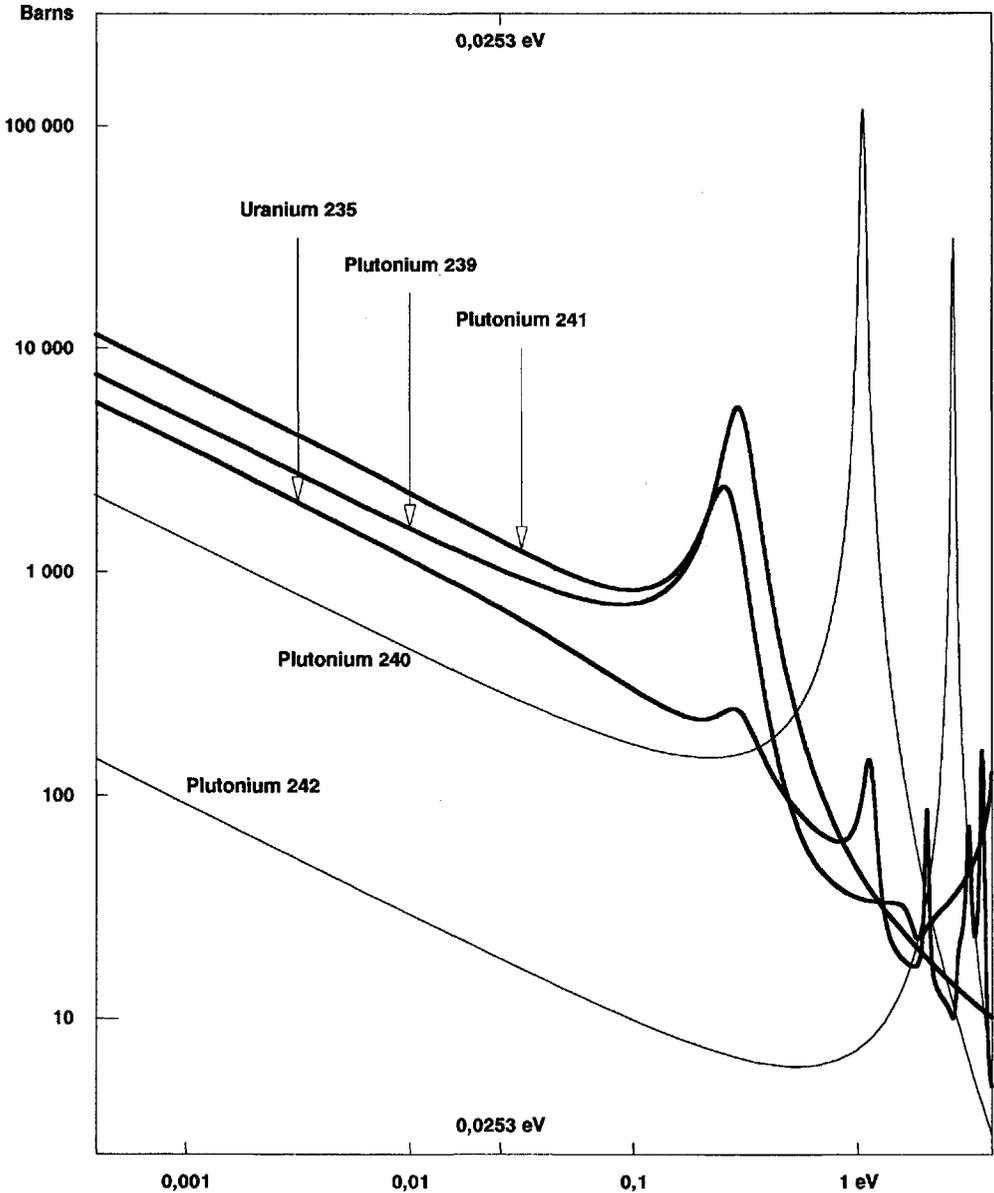


Figure 2.14. Comparaison des sections efficaces d'absorption des isotopes du plutonium à celle de l'uranium 235, dans le domaine des neutrons thermiques.

sections efficaces des noyaux légers et, au contraire, une véritable « forêt » de pics sur les courbes relatives aux noyaux lourds, notamment les actinides.

L'énergie de la liaison du neutron incident est plus forte si le noyau-cible est impair en neutrons, puisqu'une paire est formée, que s'il est pair en neutrons, puisque celui qui arrive restera « célibataire » : toutes choses égales par ailleurs, dans le premier cas, l'énergie d'excitation, plus importante, se trouve dans un domaine où les niveaux sont plus

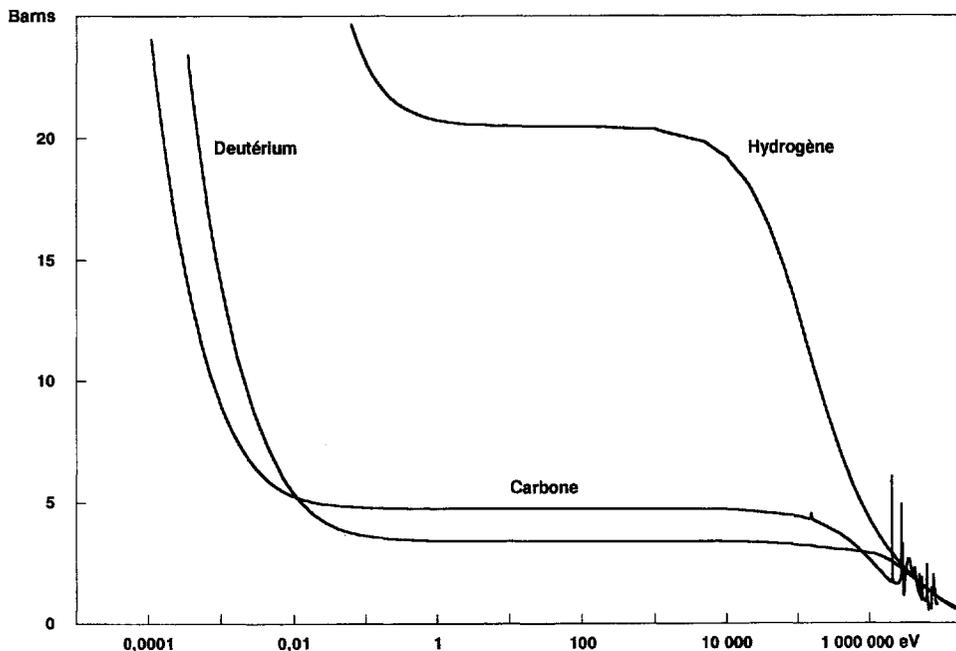


Figure 2.15. Sections efficaces de diffusion élastique des principaux noyaux utilisés comme modérateurs : hydrogène ordinaire, deutérium et carbone.

denses, puisque cette densité s'accroît lorsque l'énergie d'excitation devient plus grande. C'est la raison pour laquelle on observe davantage de résonances pour des nucléides impairs en neutrons (uranium 235, plutonium 239...) — environ une par électronvolt, là où on peut les séparer — que pour les nucléides pairs en neutrons (uranium 238, thorium 232...) — environ une résonance tous les 20 eV, en moyenne.

Pour les faibles énergies cinétiques des neutrons, donc des énergies d'excitation peu élevées, les niveaux sont nettement séparés et l'on parvient à bien mettre en évidence toutes les résonances lorsque l'on fait des mesures : c'est le domaine dit « *résolu* ». Pour de plus fortes énergies, les résonances subsistent mais ne peuvent plus être discriminées par les mesures : c'est le domaine dit « *statistique* ». À plus haute énergie encore, les résonances finissent par se recouvrir mutuellement compte tenu de leur largeur : c'est le domaine du « *continuum* ».

En vertu de la remarque précédente, les limites (approximatives) entre ces domaines sont plus basses pour les noyaux impairs en neutrons que pour les noyaux pairs en neutrons de masses voisines. C'est ainsi que (très approximativement) le domaine statistique se trouve autour du keV dans le premier cas et autour de la dizaine de keV dans le deuxième cas, en ce qui concerne les actinides.

Remarquons aussi que, selon les exemples, les résonances concernent plutôt l'absorption — exemple : les trois grandes résonances de l'uranium 238 à 6,7, 20,9 et 36,7 eV — ou plutôt la diffusion (résonnante) — exemple : résonance du sodium à 5 keV, résonances de l'oxygène autour du MeV —, mais les deux composantes existent toujours; même remarque en ce qui concerne les processus d'absorption, s'il y en a plusieurs, par exemple fission et capture radiative.

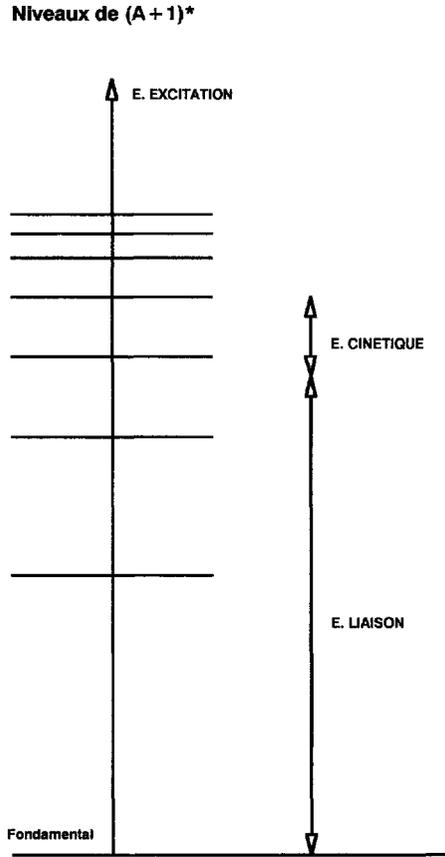


Figure 2.16. Une résonance est observée pour chaque valeur de l'énergie cinétique du neutron amenant l'énergie d'excitation du noyau composé sur l'un des niveaux.

Notons enfin qu'il existe des « *résonances négatives* » ou, plus précisément, à énergies négatives : elles correspondent aux niveaux situés *au-dessous* de l'énergie de liaison dans la figure 2.16. Les pics de ces résonances ne peuvent évidemment pas être « vus » dans les mesures ; en revanche, on peut détecter (dans la partie des énergies positives) les « ailes », si le niveau est proche de l'origine.

2.7.1 Sections efficaces résonnantes : loi de Breit et Wigner

Si l'on utilise le formalisme de la mécanique quantique et le modèle du noyau composé, c'est-à-dire si l'on suppose qu'il n'y a pas de corrélation entre les voies d'entrée et de sortie, on peut modéliser la réaction nucléaire et formuler ainsi les lois de la section efficace. Le formalisme général, dit de la « matrice \mathbf{R} », doit être simplifié en pratique. Il existe différents degrés d'approximation et donc différents modèles : le plus utilisé dans les codes de calcul de physique nucléaire pour la neutronique est le formalisme de Reich et Moore ; le modèle le plus simple, largement suffisant pour la plupart des applications et,

en tout cas, pour les aspects qualitatifs importants est le modèle de Breit et Wigner à un niveau⁽¹⁾ : nous nous limiterons ici à ce modèle.

Avant de détailler les formules, commençons par trois remarques :

1/ comme tout « objet » microscopique, le neutron a non seulement un aspect corpusculaire, mais aussi un aspect ondulatoire. La longueur de l'onde associée au neutron se calcule par :

$$\lambda = \frac{h}{mv} = \frac{2,86 \cdot 10^{-9}}{\sqrt{E}},$$

où λ est en cm et E en eV (formule de De Broglie pour le cas non relativiste). Pour les neutrons rapides, cette longueur d'onde est de l'ordre de la taille des noyaux (par exemple, $2,9 \cdot 10^{-12}$ cm pour des neutrons de 1 MeV) ; pour les neutrons thermiques, en revanche, cette longueur d'onde est de l'ordre de la taille des atomes (par exemple, $1,8 \cdot 10^{-8}$ cm pour des neutrons de 1/40 eV). Cela a notamment deux conséquences :

- d'une façon générale, les neutrons lents « voient » une plus grande portion de l'espace que les neutrons rapides, ce qui se traduit par des sections efficaces souvent plus grandes pour les neutrons lents et, plus spécifiquement, ce qui conduit à la « loi en $1/v$ » pour l'absorption,
- les neutrons de très basse énergie peuvent, dans les cristaux et même dans certaines molécules, subir des effets d'interférence lorsqu'ils sont diffusés : cela en fait un outil d'exploration de la structure de la matière complémentaire des rayons X et des électrons ;

2/ pour une boule de billard venant frapper plus ou moins tangentiellement une autre boule, un moment angulaire orbital doit être pris en compte ; ce moment $L = mvd$ est le produit de l'impulsion mv du projectile par le paramètre d'impact d , distance minimale entre le centre du projectile et le centre de la cible. En physique quantique, ce moment est quantifié $L = \ell \hbar$. Si l'on rapproche les deux formules, on voit que l'entier ℓ doit être de l'ordre de mvd/\hbar , avec d inférieur ou égal à la somme des « rayons » du neutron ($r_0 \simeq 1,2 \cdot 10^{-15}$ m) et de la cible ($r_0 A^{1/3}$). Cette évaluation (évidemment trop simple) montre que, pour les neutrons thermiques et épithermiques, l'onde s ($\ell = 0$) est prépondérante, mais qu'à haute énergie⁽²⁾, les ondes suivantes p, d, f, g, h , etc. ($\ell = 1, 2, 3, 4, 5$, etc.) jouent un rôle de plus en plus important.

Nous avons vu que les résonances sont surtout marquées dans la partie basse du domaine épithermique : c'est dire que les ondes s (sans moment angulaire donc à symétrie sphérique) y jouent le rôle essentiel. Même si, en pratique, les autres ondes doivent parfois être prises en compte, c'est la raison pour laquelle nous n'écrivons les formules de Breit et Wigner que pour les ondes s ⁽³⁾ ;

3/ les neutrons et certains noyaux ont un moment angulaire intrinsèque (spin). Celui du neutron est $s = 1/2$ (en unité \hbar). Celui des noyaux pairs-pairs est $I = 0$; celui des autres noyaux est non nul. Pour les ondes s , le spin J du noyau composé est $1/2$ si $I = 0$ et

1. Il existe une extension : le modèle de Breit et Wigner multiniveau. Il prend en compte les effets d'interférence non seulement entre la diffusion potentielle et la diffusion résonnante (voir ci-dessous), mais aussi entre les niveaux excités du noyau composé.

2. Pour l'uranium, la formule donne $\ell = 1$ pour des neutrons de 300 keV.

3. Les formules générales ne sont pas, à vrai dire, beaucoup plus compliquées : il faut ajouter des coefficients dans les termes résonnants et d'interférence.

$l - 1/2$ ou $l + 1/2$ si l est non nul. Pour tenir compte des différentes orientations des moments angulaires, il faut introduire un *facteur statistique* :

$$g = \frac{2J + 1}{(2s + 1)(2I + 1)},$$

c'est-à-dire $g = 1$ si l est nul et $g = (l + 1)/(2l + 1)$ ou $g = l/(2l + 1)$ si l est non nul.

Les autres paramètres intervenant dans les formules sont les suivants :

- *masse réduite* μ définie par $1/\mu = 1/m_{\text{noyau-cible}} + 1/m_{\text{neutron}}$;
- *énergie cinétique du neutron dans le système du centre de masse* : E ;
- *impulsion* : $i = \sqrt{2\mu E}$;
- *longueur d'onde réduite* : $\kappa = \hbar/i$;
- *énergie du pic de la résonance* : E_0 (même définition que pour E) ;
- *largeur de la résonance* : $\Gamma = \hbar/\tau$ où τ est la durée de vie moyenne du noyau composé (inverse de sa constante de décroissance) ; la largeur Γ a la dimension d'une énergie et s'exprime en pratique en électronvolts ou, plus souvent, en meV ;
- *largeurs partielles* : Γ_i . Nous avons vu que le noyau composé peut se désintégrer selon plusieurs modes (voies de sortie) : émission d'un neutron ($i = n$), émission de photons ($i = \gamma$), fission ($i = f$), etc. ; à chaque mode est associée une largeur partielle dont la somme est Γ ; en d'autres termes, le rapport Γ_i/Γ est la probabilité que la « sortie » se fasse selon la voie i ;
- *section efficace de diffusion potentielle* : p (sur l'intervalle d'énergie couvert par une résonance, cette section efficace peut être considérée comme une constante).

Les formules de Breit et Wigner décrivent les sections efficaces partielles pour une résonance supposée isolée et caractérisée par ses *paramètres de résonance* E_0 et Γ_i ($i = n, \gamma, \dots$). En pratique, il y a plusieurs résonances et il conviendra de *sommer les expressions* pour toutes les résonances. Voici ces formules :

- **pour les sections efficaces d'absorption** :

$$\sigma_i = \pi \kappa^2 g \frac{\Gamma_n \Gamma_i}{(E - E_0)^2 + \Gamma^2/4},$$

avec $i = \gamma$ pour la capture radiative, $i = f$ pour la fission, etc.

- **pour la section efficace de diffusion** : au processus résonnant dont la section efficace est donnée par la formule précédente avec $i = n$, il faut ajouter la diffusion potentielle dont la section efficace est p et un *terme d'interférence* entre les deux processus⁽¹⁾ :

$$\sigma_s = \pi \kappa^2 g \frac{\Gamma_n^2}{(E - E_0)^2 + \Gamma^2/4} + 2\sqrt{\pi \kappa^2 g p} \frac{\Gamma_n (E - E_0)}{(E - E_0)^2 + \Gamma^2/4} + p;$$

1. Il provient du fait qu'en mécanique quantique, on ajoute des fonctions d'onde à valeur complexe, puisqu'on calcule le carré de la norme pour avoir la section efficace : cela conduit à des termes « croisés » entre ceux qu'on ajoute.

– pour la section efficace totale :

$$\sigma = \pi \lambda^2 g \frac{\Gamma_n \Gamma}{(E - E_0)^2 + \Gamma^2/4} + 2\sqrt{\pi \lambda^2 g p} \frac{\Gamma_n (E - E_0)}{(E - E_0)^2 + \Gamma^2/4} + p.$$

Si l'on pose :

$$r = g \frac{\hbar^2 (A + 1)}{2\pi E_0 m A} = g \frac{2\,603\,911}{E_0} \cdot \frac{A + 1}{A}, \quad q = \sqrt{p r},$$

(A étant le rapport entre la masse du noyau-cible et celle du neutron, c'est-à-dire, à peu de chose près, le nombre de masse) et :

$$x = \frac{E - E_0}{\Gamma/2}, \quad \psi = \frac{1}{1 + x^2}, \quad \chi = \frac{2x}{1 + x^2},$$

ces formules s'écrivent plus simplement :

– pour les sections efficaces d'absorption :

$$\sigma_i = r \psi \cdot \frac{\Gamma_n \Gamma_i}{\Gamma^2};$$

L'expression de la fonction ψ montre qu'une section efficace résonnante se représente par une courbe *symétrique* ayant la forme d'une cloche centrée sur l'énergie de la résonance et évanescence à l'infini. La largeur Γ est l'intervalle d'énergie délimité si l'on se place à mi-hauteur par rapport au pic (x compris entre -1 et $+1$). Les courbes relatives aux différentes réactions d'absorption ne diffèrent entre elles que d'un simple facteur⁽¹⁾ ;

– pour la section efficace de diffusion :

$$\sigma_s = (r\psi + q\chi) \cdot \frac{\Gamma_n^2}{\Gamma^2} + p;$$

– pour la section efficace totale :

$$\sigma = (r\psi + q\chi) \cdot \frac{\Gamma_n}{\Gamma} + p.$$

Outre la courbe en cloche représentant l'absorption, les sections efficaces de diffusion et totale contiennent un terme constant (potentiel) et un terme d'interférence *antisymétrique* par rapport au pic de la résonance, positif aux énergies supérieures à E_0 et négatif au-dessous.

Ces formules donnent les sections efficaces dans le *système du centre de masse*, c'est-à-dire celui dans lequel les physiciens nucléaires tels Breit et Wigner font leurs calculs. Mais, bien évidemment, c'est dans le système du laboratoire (c'est-à-dire celui du réacteur) que les neutroniciens écrivent l'équation de Boltzmann et tentent de la résoudre. Si l'on suppose que le noyau-cible est initialement immobile, les formules de changement de repère donnent :

$$E_{\text{lab}} = \frac{A + 1}{A} E_{\text{cm}},$$

1. Si l'on néglige la variation des largeurs avec l'énergie, ce qui n'est pas rigoureusement correct.

ce qui, une fois introduit dans les formules de Breit et Wigner, conduit à des expressions similaires. Si l'on veut tenir compte de l'agitation thermique des noyaux-cibles (ce qui peut être important s'il y a des résonances), il faut effectuer une convolution mathématique entre la loi de Breit et Wigner et la loi de l'agitation thermique. Ce problème dit d'« effet Doppler » sera examiné au chapitre 8.

2.7.2 Sections efficaces résonnantes : aspects statistiques

Aucun modèle nucléaire n'est capable de prédire le détail d'une structure résonnante de section efficace : seules les mesures fournissent cette information. L'analyse statistique des résultats montre que :

- les largeurs Γ_n fluctuent fortement d'une résonance à l'autre ;
- les largeurs Γ_γ , en revanche, sont grossièrement les mêmes pour toutes les résonances ;
- la distance moyenne $\langle D \rangle$ entre deux résonances varie légèrement selon les domaines d'énergie selon la loi approximative :

$$\langle D \rangle = \alpha \exp(-\beta \sqrt{E_{ex}}),$$

où α et β sont des constantes et E_{ex} l'énergie d'excitation. Cette relation permet de comprendre la succession des domaines (en partant du bas) : résolu, statistique, *continuum* ;

- la distribution des espacements D entre deux résonances successives suit à peu près la *loi de probabilité de Wigner* :

$$p(w) dw = \frac{\pi}{2} w \exp\left(-\frac{\pi}{4} w^2\right) dw,$$

où l'on a posé $w = D/\langle D \rangle$.

On pourra vérifier quelques-uns de ces aspects statistiques sur le tableau 2.4, page ci-contre, donnant les paramètres des quatorze premières résonances de l'uranium 238. L'énergie du pic est donnée en eV ; les largeurs sont en meV ; la section efficace résonnante totale au pic est donnée en barns ; la section efficace potentielle pour ce nucléide est $p = 8,9$ barns.

2.7.3 Sections efficaces dans le domaine thermique

Nous avons déjà noté qu'à basse énergie, les sections efficaces d'absorption (fission et capture) suivent approximativement une *loi en 1/v*. Cela peut se justifier à partir de la formule de Breit et Wigner pour l'absorption :

- Γ_f , Γ_γ , Γ_α , etc. sont indépendants de l'énergie E ;
- Γ_n varie comme la racine carrée de cette énergie (pour les ondes s) ;
- κ^2 varie comme l'inverse de cette énergie ;
- le dénominateur est à peu près égal à la constante E_0^2 si l'on suppose que E et Γ sont faibles devant E_0 .

TABEAU 2.4. Premières résonances de l'uranium 238 (Ondes s seulement ; évaluation JEF-2).

Énergie du pic	Largeur neut.	Largeur gamma	Largeur totale	Section maximum
6,674	1,493	23	24,493	23 992
20,871	10,26	22,91	33,17	38 923
36,682	34,13	22,89	57,02	42 849
66,032	24,6	23,36	47,96	20 399
80,749	1,865	23	24,865	2 448
102,56	71,7	23,42	95,12	19 295
116,902	25,49	22,99	48,48	11 811
145,66	0,847	23	23,847	651
165,29	3,367	23	26,367	2 036
189,67	173,2	22,38	195,58	12 253
208,51	51,11	23,94	75,05	8 573
237,38	27,16	24,54	51,70	5 812
273,66	25,78	22,1	47,88	5 166
291	16,87	22,12	38,99	3 907

Donc σ_f et σ_c varient comme l'inverse de la racine carrée de E c'est-à-dire comme $1/\sqrt{v}$.

Si plusieurs résonances contribuent, le raisonnement reste évidemment valable.

Le même raisonnement montre qu'à basse énergie, les sections efficaces de diffusion sont à peu près constantes.

Ces approximations sont mal vérifiées si la quatrième hypothèse tombe, c'est-à-dire si l'énergie E_0 du pic est proche de zéro ; sauf exception (tel le bore 10), c'est le cas des nucléides présentant une grande section efficace pour les neutrons thermiques parce que, précisément et par hasard, ils ont un pic de résonance proche de l'origine. Exemples : le xénon 135, le samarium 149, l'uranium 235 (résonance négative proche de zéro), le plutonium 239 (résonance à 0,3 eV)⁽¹⁾, etc.

2.8 Sources de neutrons

La principale source de neutrons dans les réacteurs est évidemment celle des fissions. Cependant, dans d'autres applications de la neutronique, d'autres sources de neutrons peuvent être mises en œuvre ; et, même dans un réacteur, il est nécessaire d'initialiser la réaction en chaîne par une source autre que celle de la fission induite par neutron. C'est la raison pour laquelle nous terminerons ce sous-chapitre consacré aux réactions nucléaires par une rapide présentation des sources neutroniques.

1. Nous avons vu (cf. p. 79) que les noyaux lourds impairs en neutrons ont une forte densité de résonances (espacement de l'ordre de 1 eV) : il y a donc une forte chance de trouver une résonance proche de zéro, donc une forte section efficace et un écart à la loi en $1/\sqrt{v}$. Inversement, les noyaux lourds pairs en neutrons ont moins de résonances (espacement de l'ordre de 20 eV) : il a peu de chance de trouver une résonance proche de zéro et, par conséquent, la section efficace est en général modeste et la loi en $1/\sqrt{v}$ bien vérifiée ; exemples : uranium 238, thorium 232 ; contre-exemple : plutonium 240 (résonance à 1 eV).

2.8.1 Sources spontanées

Quelques neutrons produits par des réactions nucléaires résultant des rayons cosmiques voyagent dans notre environnement. Dans les réacteurs, on trouve aussi des neutrons émis par fissions spontanées. Ce phénomène est surtout observé, mais à un rythme néanmoins très faible, parmi les noyaux lourds pairs-pairs, notamment l'uranium 238 (cf. p. 61) et le plutonium 240. Dans un réacteur qui a fonctionné et contenant du combustible irradié — et donc des émetteurs alpha —, il y a aussi quelques neutrons émis par réactions (α, n) et (γ, n) sur l'oxygène.

Dans un système sous-critique (réacteur ou autre installation du cycle), caractérisé par un facteur de multiplication k ces sources sont amplifiées, grâce aux fissions induites, d'un facteur G d'autant plus grand que le système est proche de la criticité : $G = 1 + k + k^2 + k^3 + \dots = 1/(1 - k)$.

2.8.2 Réactions induites par radioactivité

Ces sources, très faibles⁽¹⁾, sont théoriquement suffisantes pour faire démarrer une réaction en chaîne dans un réacteur⁽²⁾. En pratique, on introduit une source beaucoup plus intense, de façon à pouvoir suivre la divergence par mesure de flux neutronique jusqu'à ce qu'une puissance significative soit atteinte : alors la source peut être indifféremment ôtée ou laissée en place, puisque la réaction en chaîne de fissions induites devient prépondérante.

Les sources de démarrage les plus courantes utilisent la réaction (α, n) ou la réaction (γ, n) sur le béryllium : elles sont fabriquées à partir d'un mélange de béryllium et d'un émetteur α (par ex. du radium) ou γ (par ex. de l'antimoine 124 : si la source est laissée dans le réacteur, cet isotope de période relativement courte — 60 jours — peut être régénéré par irradiation neutronique).

2.8.3 Réactions de fusion

Pour des applications nécessitant des sources plus intenses — par exemple, des mesures de neutronique hors réacteur ou dans des systèmes sous-critiques — c'est la réaction de fusion D+T qui est la plus souvent utilisée : la technique habituelle est l'accélération de deutons (obtenus par ionisation de deutérium) venant frapper une cible « tritiée » (contenant du tritium).

2.8.4 Réactions de spallation

Pour des sources beaucoup plus intenses, par exemple, dans l'optique de la génération d'énergie à partir de réacteurs sous-critiques ou celle d'une incinération à grande échelle

1. Bien que très faibles, elles doivent être prises en compte par la radioprotection lors de la manipulation de combustibles nucléaires irradiés.

2. C'est parce qu'il faut éviter un démarrage prématuré et moins efficace de la réaction en chaîne que, dans les armes à plutonium, il ne faut pas dépasser quelques pour cent de plutonium 240 émetteur de neutrons par fissions spontanées.

de déchets nucléaires⁽¹⁾, les techniques précédentes ne peuvent pas être extrapolées. La méthode semblant la plus prometteuse pour ce type d'application est celle centrée sur les réactions dites de « spallation » de noyaux lourds par des protons de grande énergie.

Si, aujourd'hui, les physiciens de l'énergie nucléaire s'intéressent aux réactions de spallation, ce ne sont pas eux qui les ont découvertes et d'abord étudiées, mais les astrophysiciens. Ces réactions, en effet, peuvent se produire à la surface des étoiles lors des éruptions stellaires et, surtout, entre le rayonnement cosmique galactique et les noyaux des (rares) atomes interstellaires : cette interaction modifie la composition de ce rayonnement cosmique et, par là, apporte des informations sur l'origine de ce rayonnement ; la rayonnement cosmique provoque aussi des réactions de spallation dans la matière des météorites : l'observation des produits de ces réactions donne une indication sur le temps de séjour de ces météorites dans l'espace.

Les réactions de spallation sont induites par des nucléons ou des petits noyaux (par exemple, des particules alpha) s'ils sont animés par une grande vitesse, disons si leur énergie cinétique dépasse 10 MeV et, de préférence, si elle est de l'ordre du GeV. (Les protons du rayonnement cosmique galactique ont une énergie moyenne de 4 GeV : c'est la raison pour laquelle ils provoquent des réactions de spallation s'ils entrent en interaction avec la matière.)

Les réactions de spallation ont lieu sur les noyaux intermédiaires ou lourds : en leur arrachant des fragments, ces réactions éjectent des nucléons ou des noyaux légers : isotopes de l'hydrogène, de l'hélium, du lithium, voire du béryllium et du bore ; parfois la fission du noyau percuté est observée.

Ces réactions de spallation se font en deux étapes :

- la première étape ne dure que le temps de transit de la particule incidente dans le noyau rencontré, soit 10^{-22} à 10^{-21} seconde ; par collisions successives du type « boule de billard », quelques nucléons sont éjectés : c'est la *cascade intranucléaire* ;
- la seconde étape est plus longue, d'environ 10^{-16} seconde : le noyau résiduel, très énergétique car il a conservé une partie de l'énergie de la particule incidente, se libère de cet excès d'énergie en émettant encore quelques nucléons : c'est l'*évaporation*.

Dans la matière dense, les nucléons ou petits noyaux ainsi émis ont une certaine probabilité de percuter d'autres noyaux et, si leur énergie est encore suffisante, d'y répéter ces deux phases : c'est la *cascade extranucléaire* (voir la figure 2.17, page suivante).

Ces réactions ont intéressé les physiciens des réacteurs lorsqu'ils ont vu qu'en envoyant un proton d'une énergie de l'ordre du GeV dans une cible constituée de noyaux lourds (tungstène, plomb, bismuth, thorium, uranium...), ils pouvaient produire *une trentaine de neutrons secondaires*. (Dans cette plage, le nombre de neutrons obtenus par spallation est à peu près proportionnel à l'énergie cinétique du proton incident.) En effet, ces neutrons peuvent servir à induire des fissions (fournissant elles-mêmes plus d'énergie que l'énergie qui a été nécessaire pour produire le proton incident) ou à transmuter des noyaux : convertir de la matière fertile en matière fissile, détruire des déchets radioactifs, etc.

1. Voir le chapitre 18.

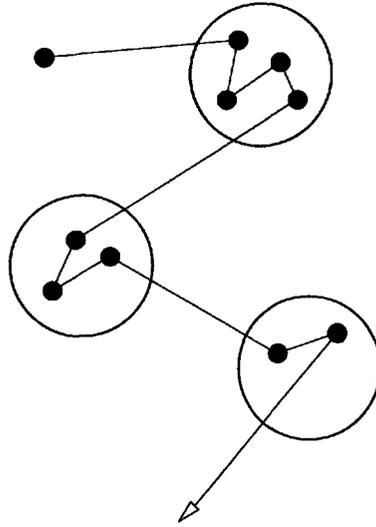


Figure 2.17. Spallation : cascades intra- et extranucléaire (schéma).

D. FISSION NUCLÉAIRE

2.9 Fission spontanée et fission induite

2.9.1 Notion de barrière de fission

Quand un processus nucléaire est exo-énergétique, on peut s'attendre à ce qu'il se produise spontanément : c'est, par exemple, ce qui se passe dans la radioactivité. Or, la fission d'un noyau lourd est largement exo-énergétique, puisqu'elle libère environ 200 MeV, comme nous l'avons vu. Certes, la fission spontanée peut être observée pour quelques actinides, mais à un rythme ridiculement faible et négligeable en pratique.

Si la fission ne se produit donc pas spontanément (et si des noyaux lourds existent dans la nature), c'est qu'un certain *apport* d'énergie est nécessaire, comme le suggère, de façon intuitive, la figure 2.18, page ci-contre.

Comme une goutte de liquide, le noyau, initialement à peu près sphérique, ne peut se scinder en deux que s'il est d'abord suffisamment déformé pour que se produise un étranglement. Cette déformation suppose une « pichenette », c'est-à-dire un apport d'énergie préalable : sans cet apport, pas de fission !

De façon plus précise, et si l'on se réfère au modèle de la goutte (cf. p. 49), on peut dire que la déformation nécessaire correspond d'abord essentiellement à une *augmentation de la surface*, donc à une diminution de l'énergie de liaison (ou augmentation de masse, ou encore, apport d'énergie). Ensuite, le *travail des forces coulombiennes* va, au contraire, libérer de l'énergie en accentuant dans un premier temps l'étranglement jusqu'à la scission, puis en faisant se repousser violemment les deux noyaux résiduels : finalement, la

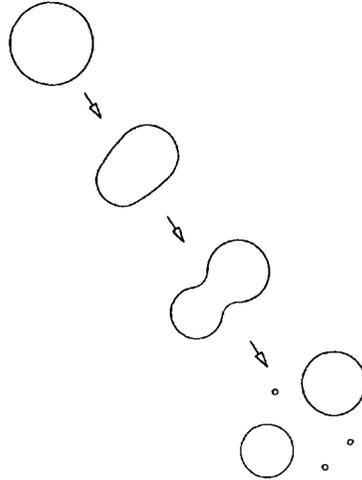


Figure 2.18. Déformation avant fission (schéma).

plus grosse partie de l'énergie libérée par la fission se retrouvera sous forme d'énergie cinétique dans ces deux fragments. Ces deux étapes peuvent s'illustrer par la figure 2.19 (qui n'est pas à l'échelle) : en fonction d'un paramètre qualifié de « déformation » et

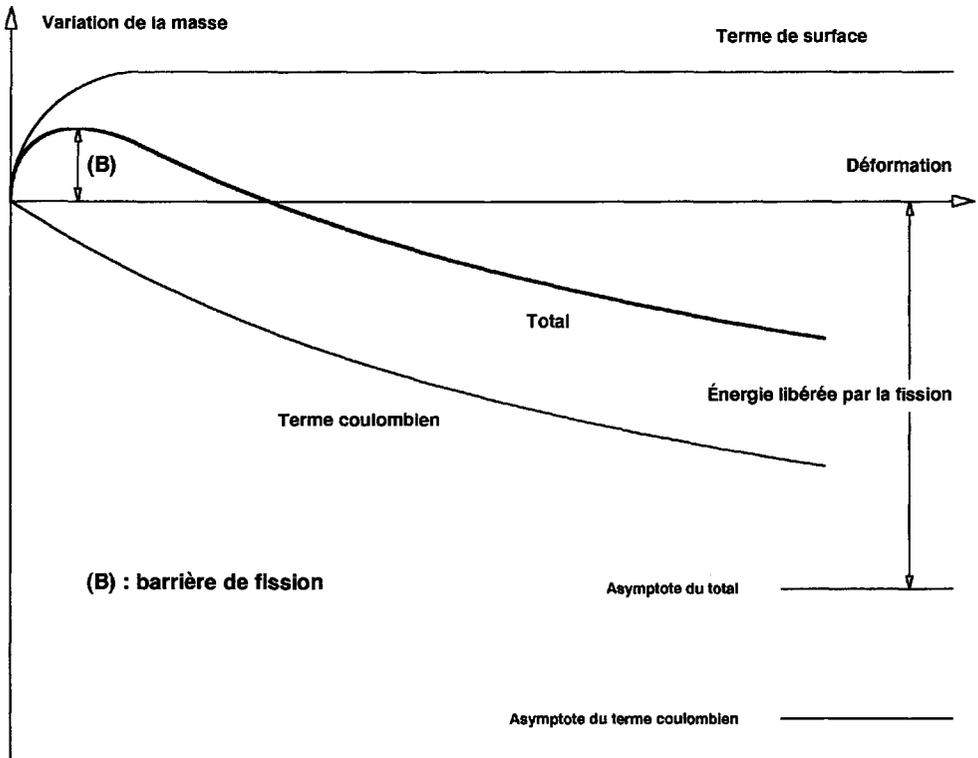


Figure 2.19. Notion de barrière de fission (schéma).

défini de façon à augmenter au cours des étapes successives et à les quantifier, ce schéma montre l'évolution du terme de surface qui croît jusqu'au point de scission (deux sphères tangentes) et n'évolue plus par la suite, et celle du terme coulombien qui décroît continûment. On voit que la somme de ces deux termes est d'abord positive, passe par un maximum, puis décroît jusqu'à une asymptote largement négative. La hauteur de la « colline » (barrière) à franchir est l'apport d'énergie nécessaire pour provoquer la fission ; l'ordonnée de l'asymptote est l'énergie finalement libérée par la fission.

Soulignons qu'il ne s'agit que d'un schéma, d'une part, parce que nous n'avons pas défini précisément la variable placée en abscisse, d'autre part, parce que la courbe peut être plus compliquée : démarrer à une valeur légèrement positive et passer par zéro avant d'aborder la « colline » (ce qui signifie que le noyau à l'état fondamental n'a pas la forme d'une sphère mais d'un ellipsoïde) ; présenter deux, voire trois « bosses »...

2.9.2 Seuils associés à la fission

Ces considérations très générales, nous amènent à délimiter deux seuils : l'un est celui à partir duquel la fission devient exo-énergétique ; l'autre est celui où la barrière s'efface, c'est-à-dire à partir duquel les noyaux sont instables vis-à-vis de la fission spontanée.

En supposant que la fission se fait de façon symétrique, le premier seuil est défini par :

$$2W\left(\frac{A}{2}, \frac{Z}{2}\right) - W(A, Z) > 0.$$

Avec la formule de Bethe et Weizsäcker, et en négligeant le terme de parité, cela conduit à :

$$\frac{Z^2}{A} > \frac{(2^{1/3} - 1)a_s}{(1 - 2^{-2/3})a_c} = 17,3,$$

ce qui correspond à peu près, sur la ligne de stabilité, à $A = 90$.

Le seuil d'effacement de la barrière de fission peut s'évaluer approximativement en se plaçant au point de scission (deux sphères tangentes) et en écrivant que les variations des termes de surface et coulombien se compensent exactement. Le calcul fait dans les mêmes conditions donne :

$$\frac{Z^2}{A} > \frac{(2^{1/3} - 1)a_s}{(1 - 2^{-2/3} - 5 \cdot 2^{1/3}/24)a_c} = 59,5,$$

valeur qui n'est pas atteinte sur la ligne de stabilité⁽¹⁾.

Entre ces deux limites, on peut évaluer la hauteur de la barrière de fission (en MeV) par une formule empirique qu'a proposée G. Seaborg :

$$B = 19,0 - 0,36 \frac{Z^2}{A} + \varepsilon,$$

avec $\varepsilon = 0$ pour les noyaux p-p, $\varepsilon = 0,4$ pour les noyaux p-i ou i-p, $\varepsilon = 0,7$ pour les noyaux i-i. (Cette formule donne une valeur limite de Z^2/A un peu plus basse, de l'ordre de 54, qui n'est cependant pas non plus atteinte.)

1. Le long de la ligne de stabilité, et si on l'extrapole au-delà des noyaux réels, ce paramètre passe par un maximum à 49 pour la masse 600 environ.

2.9.3 Influence de la parité

La formule de Seaborg montre que la barrière est un peu moins haute pour les noyaux pairs-pairs ; ce ne sont cependant pas ceux qui sont le plus facilement fissionnés ! En effet, l'autre élément de la discussion est l'apport d'énergie permettant, éventuellement, de franchir cette barrière.

Dans le cas qui nous concerne, cet apport résulte de l'absorption d'un neutron incident. Rappelons que l'énergie d'excitation du noyau composé résultant de cette absorption est la somme de l'énergie cinétique amenée par le neutron et de l'énergie de liaison du neutron supplémentaire. Cette dernière est sensiblement plus importante si la cible initiale est impaire en neutron que si elle est paire, puisque dans le premier cas il y a formation d'une paire.

Nous pouvons illustrer (figure 2.20, page suivante) ces différences sur l'exemple des deux isotopes principaux de l'uranium (les valeurs numériques sont en MeV)⁽¹⁾ :

TABLEAU 2.5.

Isotope	235	238
Énergie de liaison	6,5	4,8
Barrière de fission	6,1	6,6
Bilan	+0,4	-1,8

Le bilan est assez largement positif pour l'isotope 235, ce qui laisse penser que ce noyau subira la fission s'il absorbe un neutron même d'énergie cinétique négligeable ; le bilan est, au contraire négatif de 1,8 MeV pour l'autre isotope, ce qui signifie qu'un apport d'énergie cinétique au moins égal à cette valeur est nécessaire pour provoquer la fission. Cela est, effectivement, à peu près exact mais doit être un peu nuancé à cause des effets quantiques.

2.9.4 Effets quantiques : effet « tunnel » et effet « anti-tunnel »

En physique classique, un mobile franchit la colline s'il est lancé au-dessus et ne la franchit pas sinon ; en physique quantique, ce « tout ou rien » doit être remplacé par une probabilité variant continûment de 1 à 0.

C'est ainsi que, même si l'énergie d'excitation du noyau composé n'est pas suffisante pour l'amener au-dessus de la barrière, la fission peut cependant se produire — avec une probabilité d'autant plus faible que le bilan est négatif — : c'est ce qui est appelé de façon imagée l'« effet tunnel » (le système traverse la « colline » comme si on y avait percé un tunnel). C'est ainsi que la section efficace de fission de l'uranium 238 n'est pas strictement nulle pour les neutrons lents, mais seulement négligeable en pratique (de

1. Les valeurs de la hauteur de la barrière sont des valeurs mesurées légèrement différentes de celles données par la formule de Seaborg (on notera que, dans le cas de la fission induite par l'absorption d'un neutron, il faut appliquer la formule au noyau composé). Les schémas donnent la courbe de masse (ou d'énergie) limitée aux faibles déformations, c'est-à-dire autour de la barrière.

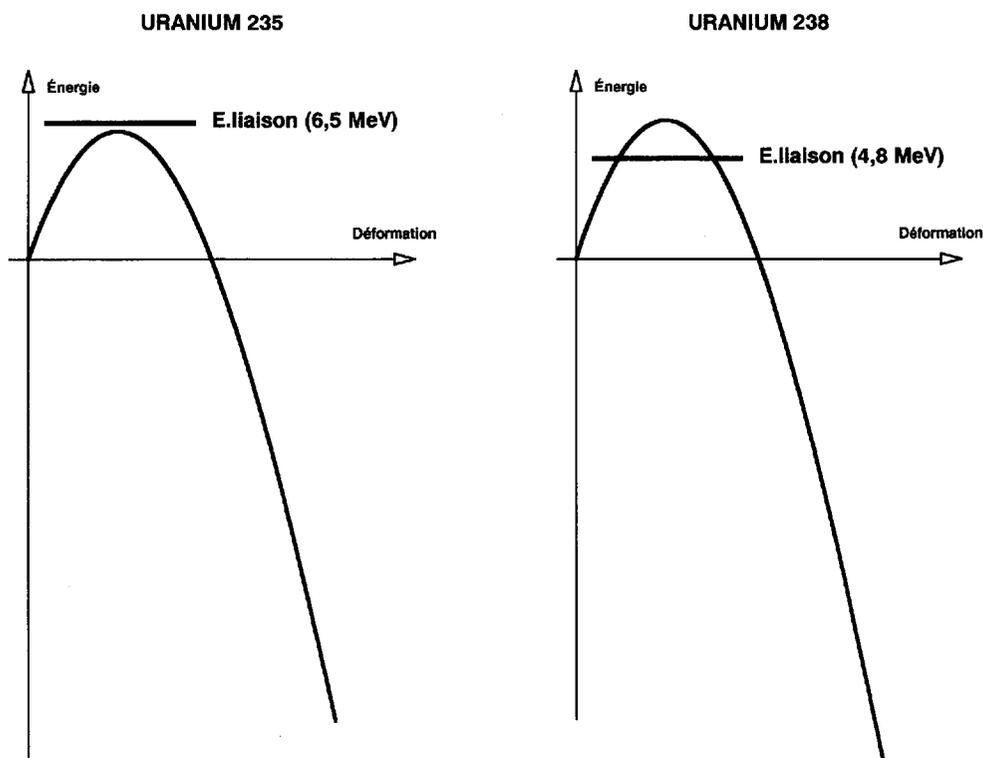


Figure 2.20. Comparaison des deux isotopes de l'uranium vis-à-vis de la fission.

l'ordre du microbarn); et, bien que le « seuil » (classique) soit situé vers 1,8 MeV, cette section efficace devient notable à partir d'un « seuil effectif » d'énergie des neutrons situé vers 0,8 MeV. Remarquons aussi que c'est grâce à l'effet tunnel que se produisent les fissions spontanées.

Inversement, si l'énergie d'excitation dépasse le « seuil », la fission ne se produit pas forcément, mais seulement avec une forte probabilité. C'est ainsi qu'après absorption d'un neutron lent la fission de l'uranium 235 n'est observée que six fois sur sept environ, bien que le bilan soit positif de 0,4 MeV.

2.10 Les produits de la fission

2.10.1 Les neutrons

On peut distinguer trois types de produits de la fission : l'énergie — l'objectif recherché —, les fragments — les sous-produits qui, en l'état actuel des choses, n'ont pas d'utilisation — et les neutrons qui permettent la réaction en chaîne.

La plupart des neutrons sont émis par « évaporation » par les deux fragments avant même qu'ils soient arrêtés par la matière, environ 10^{-17} s après la scission, c'est-à-dire de façon instantanée à notre échelle. Ces « neutrons prompts » sont en nombre variable — de zéro

à sept — et émis suivant un spectre s'éteignant à peu près entre 0 et 10 MeV, dit « *spectre de fission* ».

Il existe des approximations analytiques du spectre de fission, les plus couramment utilisées étant :

– le *spectre de Maxwell* :

$$\chi(E) dE = \frac{2\pi}{(\pi T)^{3/2}} \sqrt{E} \exp\left(-\frac{E}{T}\right) dE,$$

(nombre de neutrons émis entre E et $E + dE$) avec T de l'ordre de 1,33 MeV (pour l'uranium, et un peu plus pour le plutonium), c'est-à-dire une énergie moyenne $3/2 T$ de l'ordre de 2 MeV (figure 2.21) ;

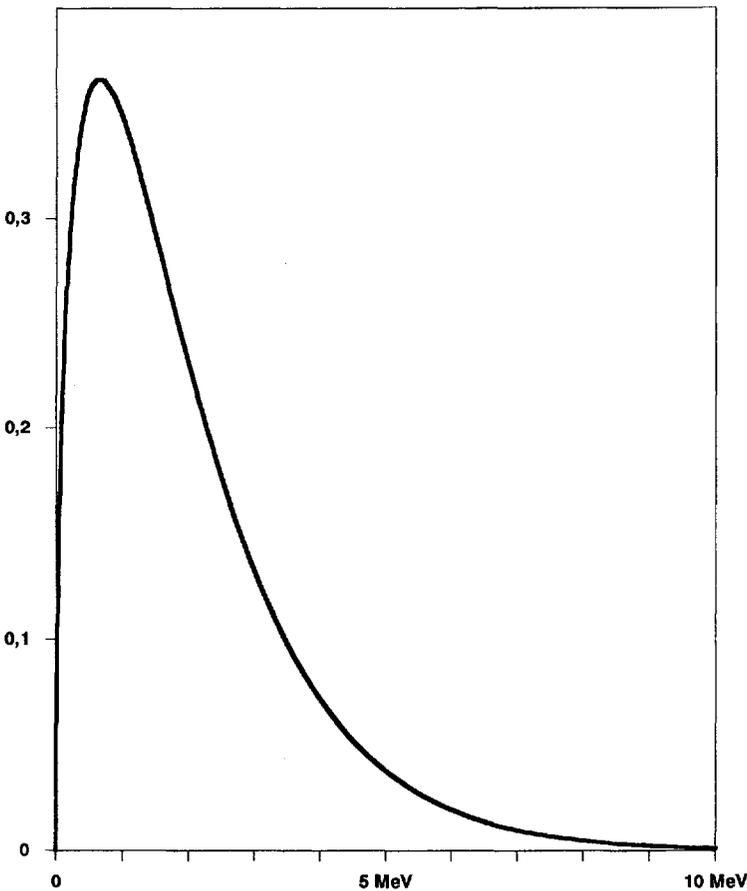


Figure 2.21. Spectre de fission (uranium, neutrons prompts).

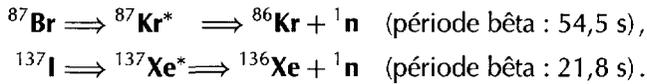
– le *spectre de Cranberg* :

$$\chi(E) dE = \frac{2 \exp(-AB/4)}{\sqrt{\pi A^3 B}} \exp\left(-\frac{E}{A}\right) \operatorname{sh} \sqrt{BE} dE,$$

avec $A = 0,965$ MeV et $B = 2,29$ MeV⁻¹ pour l'uranium.

Outre les neutrons prompts, quelques neutrons sont émis de façon retardée par rapport à la fission⁽¹⁾. Nous verrons au chapitre 4 que, bien que la proportion des neutrons retardés soit faible (0,7 % pour la fission induite de l'uranium 235 et 0,2 % pour celle du plutonium 239), ils jouent un rôle fondamental dans la cinétique des réacteurs. En effet, leur émission peut être décalée par rapport à la fission d'un laps de temps d'ordre de grandeur compris entre la seconde et la minute, c'est-à-dire très long devant la durée de vie des neutrons qui, elle, se mesure plutôt en microsecondes.

Il existe une centaine de processus d'émission de neutrons retardés, tous similaires : une décroissance bêta-moins d'un fragment de fission suivie d'une émission neutronique (possible si le noyau obtenu après la décroissance bêta a une énergie d'excitation supérieure à l'énergie de séparation d'un neutron). Le délai entre la fission et l'émission du neutron est dû à la décroissance bêta car l'émission neutronique, si elle se produit ensuite⁽²⁾, est quasiment instantanée. Exemples :



Les neutrons retardés sont émis à une énergie un peu plus faible (0,2 à 0,6 MeV) que les neutrons prompts (2 MeV en moyenne).

2.10.2 Les fragments de fission

La fission est toujours binaire si l'on fait abstraction des neutrons et des très rares noyaux légers (tritium, particule alpha) émis lors des fissions dites « ternaires » : les deux fragments sont des noyaux de masse approximativement moitié de la masse du noyau fissionnant. Ces fragments sont extrêmement divers car de très nombreuses répartitions des nucléons disponibles sont possibles : plusieurs centaines de nucléides, isotopes de plus de trente éléments peuvent être obtenus !

La figure 2.22, page ci-contre, donne une idée de la répartition statistique de ces fragments, chacun d'eux étant caractérisé par son « rendement γ », c'est-à-dire la probabilité d'obtention lors d'une fission. (Remarquer que la somme des rendements est égale à 200 %, puisque les fissions sont binaires.)

On notera, d'une part, la grande dispersion des valeurs numériques des rendements et, d'autre part, le caractère le plus souvent *dissymétrique* de la fission, l'un des fragments, le plus lourd, figurant dans la « tache » du haut et l'autre, le plus léger, dans la « tache » du bas.

Cette dissymétrie est encore plus visible si l'on trace le diagramme des rendements *cumulés* Y pour chaque nombre de masse A (figure 2.23, page 96). Ce diagramme illustre aussi la différence de rendements selon le noyau fissionné, c'est-à-dire le nombre de nucléons à répartir.

On remarquera enfin que pratiquement tous ces fragments sont radioactifs bêta-moins car situés *au-dessus* de la ligne de stabilité (ce qui s'explique par la courbure de cette

1. Les valeurs de ν données p. 76 (tableau 2.3) sont des valeurs totales neutrons prompts + neutrons retardés.

2. La désexcitation peut aussi se faire par émission gamma.

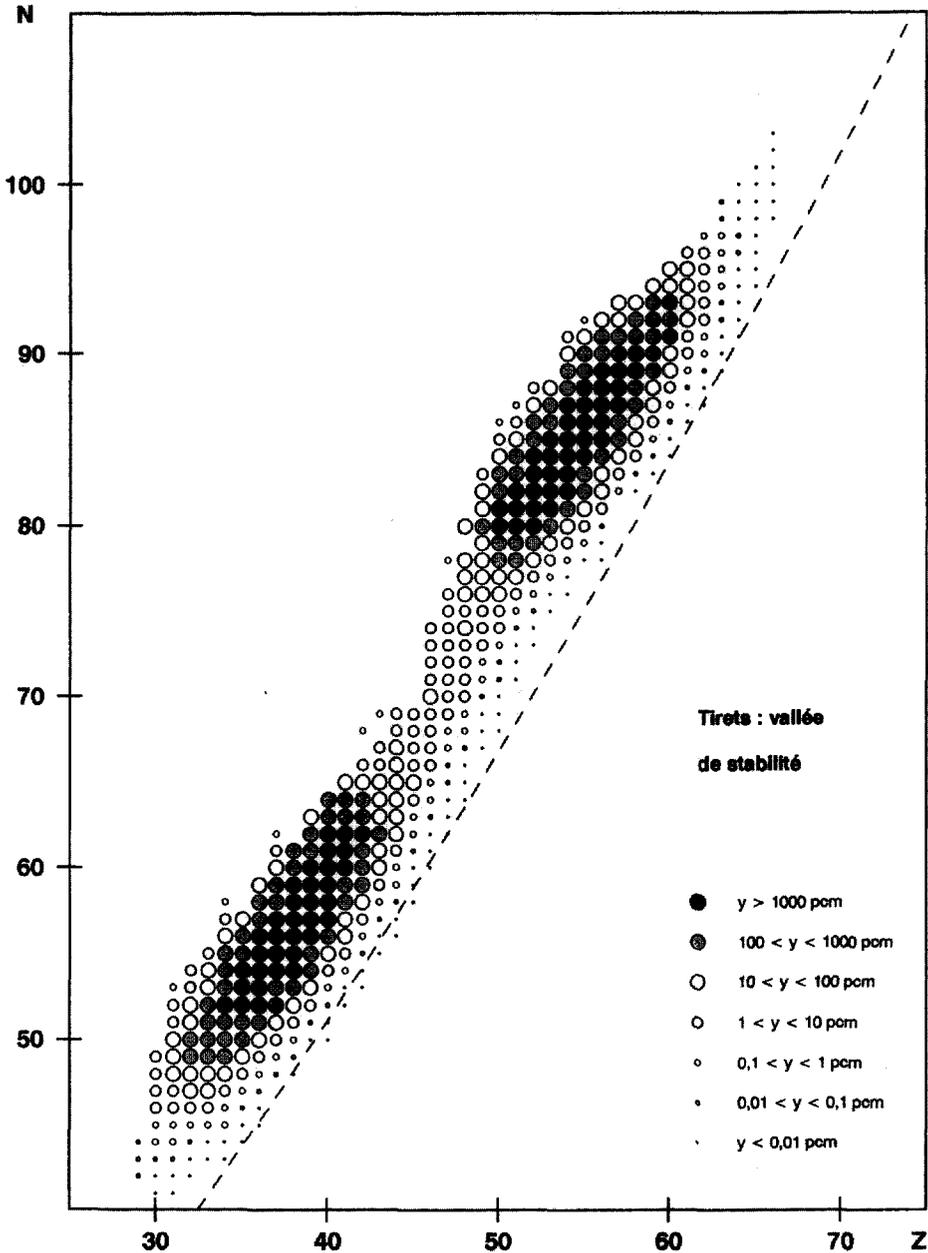


Figure 2.22. Fragments de la fission d'uranium 235 induite par neutron thermique.

ligne : cf. la figure 2.1, page 46). En outre, certains d'entre eux sont moyennement, voire fortement capturants pour les neutrons. On désigne par « produits de fission » l'ensemble des nucléides obtenus dans les réacteurs par suite des fissions, c'est-à-dire les fragments plus tous les nucléides (qui peuvent figurer ou non dans la liste des fragments) obtenus par décroissance radioactive et/ou par capture neutronique.

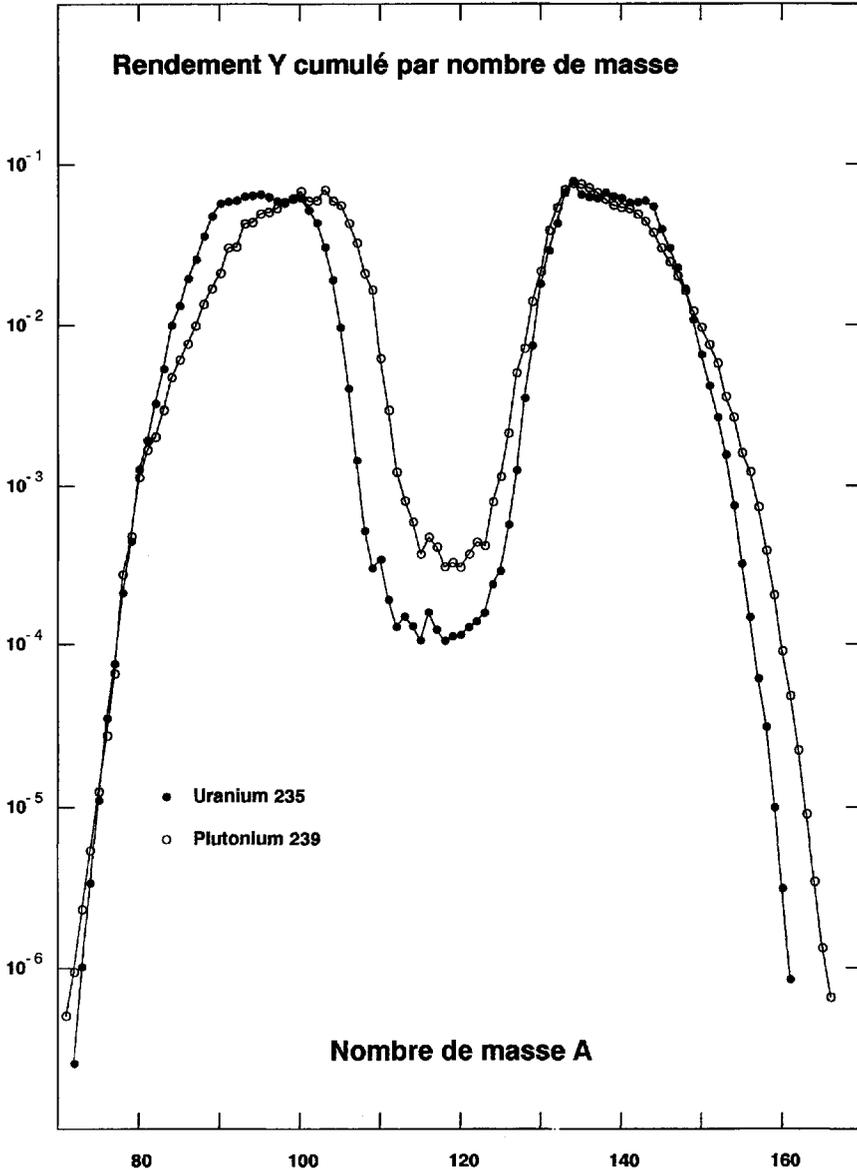


Figure 2.23. Rendements cumulés pour une fission induite par neutron thermique : comparaison de l'uranium 235 et du plutonium 239.

2.10.3 L'énergie

L'énergie libérée lors d'une fission, de même que la ventilation entre les différents postes, sont, en moyenne, les mêmes à quelques pour cent près pour tous les noyaux fissiles.

Voici, à titre d'exemple, la ventilation de l'énergie libérée lors d'une fission d'uranium 235 induite par neutron thermique (en MeV) :

• Fragments de fission :	166,2
• Photons gamma instantanés :	8,0
• Neutrons :	4,8
• Rayonnements bêta (électrons) :	7,0
• Antineutrinos accompagnant les bêta :	9,6
• Photons gamma après bêta :	7,2
Total :	202,8

Plus de quatre-vingts pour cent de cette énergie est emportée par les deux fragments et dispersée au sein même du combustible où a eu lieu la fission (parcours moyen des fragments dans l'uranium métallique : 7 μm).

L'énergie des électrons est aussi déposée sur une faible distance dans le combustible.

Le parcours moyen des photons gamma est de l'ordre de plusieurs centimètres : l'énergie correspondante est surtout déposée dans les matériaux lourds, c'est-à-dire, là encore, le combustible, mais dans une zone plus large.

L'énergie des neutrons (2,4 fois 2 MeV environ), pour la plupart prompts, est déposée, elle, essentiellement dans le matériau modérateur qui les ralentit.

L'énergie des antineutrinos qui n'interagissent pas avec la matière n'est pas récupérée.

Pour faire le bilan de l'énergie effectivement *récupérée*, il faut ôter le poste « antineutrinos ». Il faut rajouter, en revanche, l'énergie produite par les réactions de capture (en général radiative) des $\nu - 1$ neutrons qui, en moyenne, dans une réaction en chaîne équilibrée, ne provoqueront pas de fission. L'énergie gamma des réactions de capture dépend des matériaux donc du réacteur considéré : en ordre de grandeur et en moyenne (chiffre généralement adopté pour les réacteurs à eau), on peut retenir 6 MeV par capture soit $6 \times 1,4 = 8,4$ MeV au total. Le bilan, toujours pour l'uranium 235, s'établit finalement ainsi :

• Énergie libérée :	202,8
• Antineutrinos accompagnant les bêtas :	-9,6
• Photons gamma après capture neutronique :	+8,4
Énergie récupérée par fission :	201,7

À titre de comparaison, voici les chiffres pour trois autres exemples :

• Uranium 235 (neutron thermique) :	201,7
• Uranium 238 (neutron rapide) :	205,0
• Plutonium 239 (neutron thermique) :	210,0
• Plutonium 241 (neutron thermique) :	212,4

En gros, dans tous les cas, il faut $3,1 \cdot 10^{10}$ fissions pour produire un joule.

Noter enfin que 14,2 MeV, soit 7 % de l'énergie, dite ici « récupérée », sont libérés dans le système un certain laps de temps après la fission qui peut aller de quelques secondes à plusieurs années⁽¹⁾ : c'est toute celle qui concerne les rayonnements bêta et gamma différés (après bêta).

1. Cette énergie ne sera, dans ce cas, probablement pas récupérée !

E. ÉVALUATION ET TRAITEMENT DES DONNÉES NUCLÉAIRES DE BASE

La problématique des données nucléaires utilisées dans les calculs des réacteurs n'est pas, à proprement parler, celle des neutroniciens, mais celle de physiciens nucléaires spécialisés. Cette problématique ne sera donc pas développée ici. Il est indispensable, cependant, que le neutronicien ait quelques notions sur ce sujet de façon à assurer le dialogue et les synergies nécessaires avec ces spécialistes.

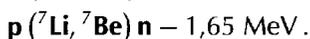
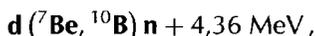
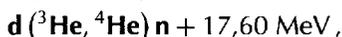
En effet, l'obtention des sections efficaces et autres données nucléaires ne se réduit pas à un problème de mesures : il faut aussi *évaluer* ces mesures (les choisir et/ou les pondérer), *compléter* celles qui manquent grâce aux modèles nucléaires, mettre en forme ces données sous des formats standardisés, les traiter en vue de les utiliser dans les calculs de neutronique et, finalement, qualifier ces calculs grâce à des expériences de neutronique. Ces dernières expériences, dites « intégrales » par opposition aux mesures nucléaires directes, peuvent s'avérer une source d'information extrêmement précieuse et complémentaire de celle apportée par les mesures « différentielles », d'où une rétroaction possible et les synergies que nous évoquions.

2.11 Mesures de données de base neutroniques

2.11.1 Sources de neutrons

Pour effectuer des mesures des paramètres nucléaires utilisés en neutronique, il faut évidemment commencer par la source de neutrons. Différentes techniques sont possibles les deux les plus utilisées étant :

- Pour les *mesures différentielles*, un accélérateur fonctionnant de façon continue ou pulsée fournissant des neutrons grâce à une réaction nucléaire bien choisie provoquée par l'impact des particules accélérées sur une cible. Exemples :
 - accélérateur linéaire d'électrons : les électrons amenés à une énergie d'une centaine de MeV produisent, par rayonnement de freinage dans une cible épaisse, des photons gamma, qui eux-mêmes donneront des neutrons par réaction (γ, n) ou (γ, f) ;
 - accélérateur électrostatique Van de Graff de protons ou de deutons donnant des neutrons par réaction sur une cible ; exemples :



Si la source est pulsée, on peut discriminer les énergies des neutrons grâce à la technique du *temps de vol* (figure 2.24, page ci-contre).

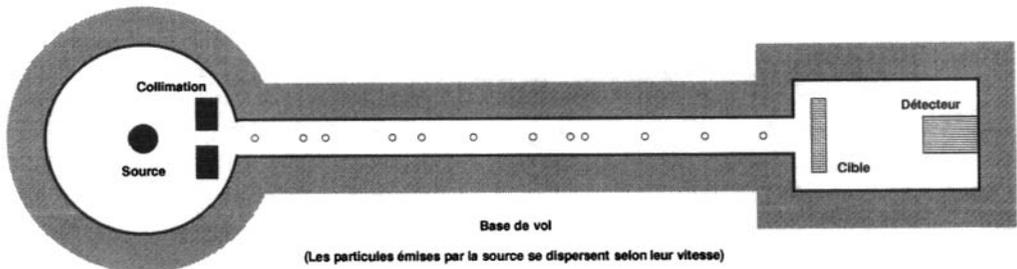


Figure 2.24. Principe des mesures par temps de vol.

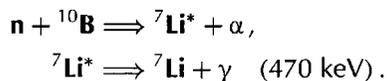
Les particules (neutrons) sont émises à un instant initial selon un spectre en énergie ; le faisceau est collimaté et envoyé dans une base de vol (tuyau) qui peut aller jusqu'à une centaine de mètres de longueur ; la cible contenant le matériau à mesurer se trouve au bout. En mesurant le laps de temps entre l'émission et la détection de l'événement dans la cible, on peut déduire la vitesse, donc l'énergie, du neutron qui a provoqué la réaction.

Comme tout cela ne dure que quelques millisecondes, les mesures peuvent être répétées un très grand nombre de fois⁽¹⁾ ;

- Pour les *mesures intégrales*, on utilise le plus souvent les neutrons d'un réacteur expérimental.

2.11.2 Détection des neutrons

Le détecteur de neutrons le plus utilisé est le scintillateur NaI associé à un photomultiplicateur détectant le photon de 470 keV résultant d'une capture par le bore. Les réactions mises en jeu sont les suivantes :



2.11.3 Mesure de la section efficace totale

La section efficace totale σ est la plus facile à mesurer. La mesure est faite en *absolu*. Elle est effectuée par *transmission* au travers d'un échantillon du matériau à étudier, d'épaisseur e bien choisie, et contenant N atomes par unité de volume. En effet, le coefficient de transmission, c'est-à-dire le rapport des signaux expérimentaux (absorption neutronique dans le détecteur du schéma) avec et sans la cible dans le faisceau est $\exp(-eN\sigma)$: connaissant e et N , la mesure de ce rapport donne σ .

1. On remarquera que le choix de la base de vol est affaire de compromis : plus elle est longue, meilleure est la discrimination en énergie mais plus le taux de comptage est faible (effet d'angle solide sous lequel est vue la cible depuis la source).

2.11.4 **Mesure des sections efficaces partielles et du nombre de neutrons émis par fission**

La mesure des sections efficaces partielles (diffusion, capture, fission...) est plus délicate car il faut détecter les produits de la réaction (neutrons, photons gamma...). On essaie d'en perdre le moins possible en plaçant une panoplie de détecteurs autour de la cible dans l'angle solide maximum.

La difficulté est de connaître simultanément le nombre de neutrons incidents et le nombre d'événements. On résout souvent ce problème de normalisation, en faisant des mesures *relatives*, c'est-à-dire en comparant les résultats obtenus avec, d'une part, l'échantillon du matériau étudié et, d'autre part, un échantillon d'un matériau connu car préalablement mesuré (standard).

2.11.5 **Mesures intégrales**

Les mesures intégrales sont celles qui sont faites soit dans des réacteurs de puissance, soit dans des réacteurs expérimentaux réalisés pour cet objectif de mesures. On les dénomme ainsi car elles concernent des grandeurs (taux de réaction, facteur de multiplication, etc.) qui s'expriment mathématiquement par des intégrales contenant des sections efficaces.

Ces mesures sont intéressantes à double titre : 1/ d'une part, elles portent sur des paramètres intéressant directement l'ingénieur et lui permettent ainsi de porter un jugement sur la qualité des calculs ; 2/ d'autre part, elles sont souvent très précises et apportent ainsi une information pertinente, quoique indirecte, sur les données nucléaires.

Nous détaillerons un peu plus les principes de ces mesures et de leur exploitation au chapitre 17 (schéma de calcul), quand nous aurons suffisamment exploré la neutronique.

2.12 **Évaluation et bibliothèques de données nucléaires**

Les mesures nucléaires faites par les spécialistes depuis plus d'un demi-siècle, sur les différents nucléides, pour les différentes réactions et en fonction de l'énergie des neutrons incidents conduisent à un volume d'information colossal. Cette raison, plus la nécessité de choisir entre les mesures redondantes (ou d'en faire la moyenne avec des poids adéquats) et de combler les manques, ont obligé à organiser cette information et à standardiser le mode de présentation et les procédures d'exploitation. Cela est la tâche des organismes d'évaluation. Voici la liste des principales évaluations utilisées aujourd'hui par les physiciens des réacteurs (au sens large : fission, fusion et protection) :

- **ENDF/B6** (Evaluated Nuclear Data File), USA ;
- **JEF-2** (Joint European File), Europe (agence de l'énergie nucléaire de l'OCDE) ;
- **JENDL/3** (Japanese Evaluated Nuclear Data Library), Japon ;
- **CENDL/3** (Chinese Evaluated Nuclear Data Library), Chine ;
- **EFF-3** (European Fusion File), Europe (UE) ;

- **FENDL/1** (Fusion Evaluated Nuclear Data Library), AIEA ;
- **UKNDL** (UK Nuclear Data Library), Royaume-Uni ;
- **KEDAK** (Kerndaten Karlsruhe), Allemagne ;
- **BROND**, Russie ;
- **EAJ-99** (European Activation File), Europe (UE).

2.13 Traitement des données nucléaires pour les codes de neutronique

La présentation des données nucléaires dans ces évaluations est choisie de façon que tout le détail puisse y être inscrit, s'il est connu. Mais cette présentation n'est pas forcément la plus adéquate pour les codes de physique des réacteurs : par exemple, ces codes travaillent le plus souvent non pas en données « ponctuelles » (courbes continues en énergie) mais en données « multigroupes » (courbes approximées par des « escaliers » ; cf. ch. 10) ; de même, le traitement, complexe, des résonances des noyaux lourds passe en général par des pré-tabulations (cf. ch. 15) ; en outre, le traitement de l'élargissement par effet Doppler doit être effectué (cf. ch. 8), ainsi que celui de la thermalisation (cf. ch. 9), etc. : c'est dire que sur tous ces aspects, des logiciels utilitaires sont à élaborer en interface entre les fichiers fournis par les « évaluateurs » et les codes de physique des réacteurs proprement dits.

Cette page est laissée intentionnellement en blanc.

3

Introduction à la neutronique

3.1 Les interactions neutron-matière

3.1.1 Sections efficaces (rappels)

Comme elle n'est pas propre à la neutronique, nous avons introduit la notion de section efficace au chapitre précédent (*cf.* p. 68 et s.). Rappelons que, dans le jargon usuel et pour les réactions induites par neutron, on parle :

- de *diffusion* (scattering) pour toute réaction ré-émettant (au moins) un neutron ;
- de *absorption* pour toute réaction mettant fin au cheminement à l'état libre du neutron ;
- de *fission* (induite) pour une absorption conduisant à la fission du noyau composé formé ;
- de *capture* pour toute autre absorption.

Nous avons donc :

- section efficace totale : $\sigma_t = \sigma_s + \sigma_a$;
- section efficace d'absorption : $\sigma_a = \sigma_f + \sigma_c$.

La probabilité élémentaire d'interaction pour un parcours dx est Σdx , avec $\Sigma = N\sigma$ (indice « t » sous-entendu), où N est le nombre d'atomes par unité de volume (dans le cas d'un mélange homogène de plusieurs types d'atomes, il faut additionner les termes $[N\sigma]_k$) ; la probabilité que la première collision ait lieu à la distance x du point de départ, à dx près, est $e^{-\Sigma x} \Sigma dx$; il en résulte, entre autres, que le libre parcours moyen des neutrons (moyenne de la distance à laquelle se produit le premier choc) est $\lambda = 1/\Sigma$.

Le libre parcours des neutrons dans les matériaux usuels est de l'ordre du centimètre : c'est la raison pour laquelle les neutroniciens utilisent cette unité de longueur (au lieu de l'unité du système international, le mètre). Par conséquent, les sections efficaces macroscopiques sont mesurées en cm^{-1} et les concentrations en atomes par cm^3 ; ces dernières sont souvent exprimées en 10^{24} par cm^3 — c'est-à-dire en atomes par barn.centimètre — de façon à simplifier la multiplication de N par les sections efficaces microscopiques exprimées en barns ($1 \text{ b} = 10^{-24} \text{ cm}^2$).

3.1.2 Densité neutronique, flux neutronique, taux de réaction

La population des neutrons, bien que très diluée par rapport à celle des atomes, n'en est pas moins fort nombreuse, de l'ordre de $10^8/\text{cm}^3$ dans un réacteur de puissance : on la traitera donc de façon statistique, c'est-à-dire par la notion de *densité*. La densité n des neutrons est le nombre de neutrons observé par unité de volume ; plus précisément, si l'on considère par la pensée un petit élément de volume d^3r placé au point \vec{r} dans le système, le nombre *moyen* de neutrons qu'on pourrait y compter⁽¹⁾ est $n(\vec{r}) d^3r$. Cette densité peut évidemment varier d'un point à l'autre, et au cours du temps ; on peut aussi, éventuellement, distinguer les vitesses des neutrons, en module et en direction.

Pour simplifier, supposons n constant vis-à-vis de ces variables (mais cela n'affecte pas le raisonnement suivant). Désignons par v la vitesse des neutrons. Pendant un intervalle de temps dt , chaque neutron effectue un parcours $dx = v dt$ et a donc la probabilité $\Sigma dx = \Sigma v dt$ d'interagir avec la matière. En multipliant par le nombre $n(\vec{r}) d^3r$ de neutrons présents dans l'élément de volume d^3r , on obtient le nombre $n(\vec{r}) \Sigma v d^3r dt$ d'interactions neutron-matière dans d^3r pendant dt . La grandeur :

$$R = n \Sigma v,$$

représentant le nombre d'interactions par unité de volume et par unité de temps est le « *taux de réaction* ».

En pratique, il est utile de distinguer les différents *types de réaction* en décomposant Σ selon les sections efficaces partielles Σ_r (cf. p. 72) et R selon les taux de réactions partiels R_r :

$$R_r = n \Sigma_r v.$$

Comme il s'avère que le produit nv apparaît souvent dans les formules, on a pris l'habitude de poser :

$$\Phi = nv,$$

ce qui est parfaitement légitime, et d'appeler « *flux* » cette grandeur, ce qui est assez malencontreux — mais consacré par l'usage — car il ne s'agit pas d'un flux au sens usuel, c'est-à-dire une quantité traversant une surface⁽²⁾, puisque Φ est défini à partir de la notion *volumique* de densité.

Finalement, on exprimera les taux de réaction par la formule :

$$R_r = \Sigma_r \Phi,$$

où Σ représente la matière et Φ la population des neutrons qui y cheminent.

3.1.3 Notion de flux en phase

Comme la densité, le flux peut dépendre de \vec{r} et de t ; et comme pour la densité, il peut aussi être utile de distinguer les vitesses \vec{v} des neutrons.

1. Imaginons qu'on en prenne une photo et qu'on l'examine ensuite.

2. Ce « flux » a cependant la dimension d'un nombre de neutrons traversant l'unité de surface par unité de temps, c'est-à-dire d'un « vrai » flux (ce que le neutronicien appelle « courant »).

En pratique, les matériaux mis dans les réacteurs sont *isotropes*, c'est-à-dire qu'ils ont les mêmes propriétés quel que soit l'angle sous lequel on les examine⁽¹⁾ : il en résulte que *les sections efficaces ne dépendent pas de la direction du neutron incident mais seulement de sa vitesse en module*. C'est la raison pour laquelle on séparera, en neutronique, les variables v (vitesse en module) — ou une variable qui lui est liée, comme l'énergie cinétique E — et $\vec{\Omega} = \vec{v}/v$ (vecteur unitaire portant la vitesse, se repérant en pratique avec deux angles, en général, la colatitude θ et la longitude φ) (voir figure 3.1).

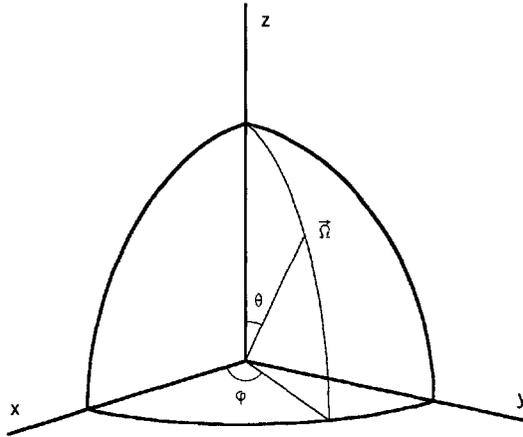


Figure 3.1. Repérage d'une direction de l'espace par deux angles.

Si l'on distingue les directions dans la densité ou le flux, on parlera de « *densité (ou de flux) en phase* ». Par exemple, $n(\vec{\Omega}, \dots) d^2\Omega$ est le nombre de neutrons qu'on peut compter dans l'élément d'angle solide $d^2\Omega$ obtenu en faisant varier l'angle θ de $d\theta$ et l'angle φ de $d\varphi$ (petit « rectangle » sur la sphère de rayon unité).

Rappelons quelques formules utiles :

1/ composantes cartésiennes du vecteur $\vec{\Omega}$:

$$\Omega_x = \sin \theta \cos \varphi, \quad \Omega_y = \sin \theta \sin \varphi, \quad \Omega_z = \cos \theta;$$

2/ élément d'angle solide :

$$d^2\Omega = \sin \theta d\theta d\varphi.$$

3.1.4 Notion de courant

Ce que les neutroniciens appellent « courant » est ce qu'on appellerait « flux » dans les autres branches de la physique : c'est le nombre de neutrons traversant un élément de surface, rapporté à l'unité de surface et à l'unité de temps.

1. Cela est vrai, en pratique, même pour les matériaux à structure cristalline comme les métaux, car les cristaux y ont une taille de l'ordre du micromètre, c'est-à-dire infime devant le libre parcours des neutrons, et une orientation variable et totalement aléatoire.

Considérons un élément de surface $d\vec{S} = dS\vec{N}$, d'aire dS et placé perpendiculairement au vecteur unitaire \vec{N} (normale). Intéressons-nous aux neutrons de direction donnée $\vec{\Omega}$ à $d^2\Omega$ près. Ceux qui vont traverser dS pendant l'intervalle de temps allant de t à $t + dt$ sont ceux qui sont, à l'instant t , dans le cylindre élémentaire s'appuyant sur le contour de l'élément de surface et de génératrices parallèles $\vec{\Omega}$ et de longueur $v dt$ (voir figure 3.2).

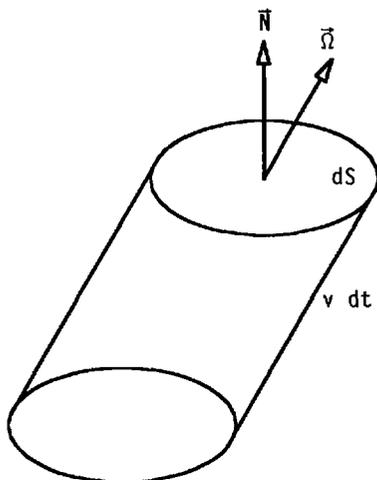


Figure 3.2. Calcul du courant de neutrons.

Par définition de la densité, le nombre de neutrons concerné est le produit de $n d^2\Omega$ par le volume de ce cylindre, soit $dSv dt \cos \theta$ en désignant maintenant par θ l'angle que forment les vecteurs \vec{N} et $\vec{\Omega}$. Ce nombre peut aussi s'écrire :

$$\vec{J} \cdot d\vec{S} d^2\Omega dt,$$

en posant :

$$\vec{J}(\vec{\Omega}) = \vec{v}n(\vec{\Omega}) = v\vec{\Omega}n(\vec{\Omega}) = \vec{\Omega}\Phi(\vec{\Omega}),$$

(le point désigne un produit scalaire des vecteurs; les variables \vec{r} , v et t sont sous-entendues). Cette grandeur est le *vecteur courant*; le produit scalaire de ce vecteur \vec{J} par le vecteur unitaire \vec{N} est le nombre de neutrons, par unité d'angle solide autour de la direction $\vec{\Omega}$, traversant, par unité de temps, l'élément de surface d'aire unité.

Remarquons que le nombre de neutrons que nous avons calculé est *positif* si θ est plus petit que $\pi/2$, c'est-à-dire si les neutrons traversent l'élément de surface dans le sens de la normale, et *négalif* si θ est plus grand que $\pi/2$, c'est-à-dire si les neutrons traversent l'élément de surface dans le sens inverse de celui de la normale.

On définit aussi les courants *intégrés* sur la phase, traversant dans le sens de la normale :

$$J_+ = \int_{0 < \theta < \pi/2} \vec{J}(\vec{\Omega}) \cdot \vec{N} d^2\Omega,$$

et dans l'autre sens (valeur absolue) :

$$J_- = - \int_{\pi/2 < \theta < \pi} \vec{J}(\vec{\Omega}) \cdot \vec{N} d^2\Omega,$$

ainsi que le courant net algébrique :

$$J_{\text{net}} = J_+ - J_- .$$

Pour un flux en phase isotrope, c'est-à-dire dont la valeur ne dépend pas de $\vec{\Omega}$, donc un courant en phase en cos θ , on obtient :

$$J_+ = J_- = \frac{\Phi}{4}, \quad J_{\text{net}} = 0 .$$

3.1.5 Notion d'opacité

Il est toujours important en neutronique d'apprécier si une zone de l'espace, par exemple un élément de combustible, est « grande » ou « petite » : dans le premier cas, en effet, les hétérogénéités affecteront la distribution du flux, alors que dans le deuxième cas, les hétérogénéités seront « gommées ».

La taille d'une zone doit être appréciée avec l'unité de mesure qu'est le libre parcours moyen $\lambda = 1/\Sigma$ des neutrons. Il est commode d'adopter comme « taille » d'une zone⁽¹⁾ la corde moyenne, c'est-à-dire la distance moyenne séparant le point de sortie du point d'entrée pour un neutron traversant la zone considérée. D'après un théorème dû à Augustin Cauchy (1789–1857), cette corde est donnée par la formule très simple :

$$\langle X \rangle = \frac{4V}{S},$$

où V désigne le volume de la zone et S sa surface. En rapportant cette corde moyenne à λ (ou en la multipliant par Σ), on définit l'opacité de la zone :

$$\omega = \frac{4V\Sigma}{S} .$$

Par comparaison à l'unité, ω permet de préciser les qualificatifs de « grand » ou de « petit ». À titre indicatif, voici (tableau 3.1) l'opacité d'un cylindre de diamètre (et de corde moyenne) 1 cm pour quelques matériaux (modérateurs, caloporteurs, combustibles, absorbants) et pour les neutrons thermiques (les sections efficaces [totales] sont en barns et les concentrations en nombre par b.cm) :

TABLEAU 3.1.

Matériau	Section efficace principale et valeur	Nombre d'atomes ou de molécules par unité de volume	Opacité
Eau	s 107	0,03337	3,59
Graphite	s 4,95	0,0802	0,40
Sodium	s 3,63	0,0254	0,09
Plomb	s 11,4	0,0328	0,37
U naturel	a 17,03	0,0483	0,82
U 235	a 696,6	0,0483	33,6
Gadolinium	a 48 900	0,0303	1 482

1. À condition qu'elle soit convexe.

3.1.6 Première approche de l'équation de Boltzmann

Le réacteur étant donné et décrit par sa géométrie, sa composition et les sections efficaces, le but du calcul de neutronique est la détermination des taux de réaction et donc de la densité — ou du flux — des neutrons. Ce flux résulte de sources qui, dans certains problèmes, sont données ; le plus souvent, ce sont des sources de fissions induites par neutrons, par conséquent proportionnelles au flux et également inconnues.

Nous proposons au lecteur d'introduire cette problématique sur un exemple simple avant de présenter le cas le plus général. Cet exemple se caractérise par trois hypothèses simplificatrices :

- 1/ les neutrons sont monocinétiques, de vitesse v ;
- 2/ les sources et la population neutronique sont stationnaires dans le temps ;
- 3/ les sources sont isotropes.

a) Commençons par un cas élémentaire : une source, assimilée à un point, placée seule dans le vide, émettant S neutrons par unité de temps (voir figure 3.3).

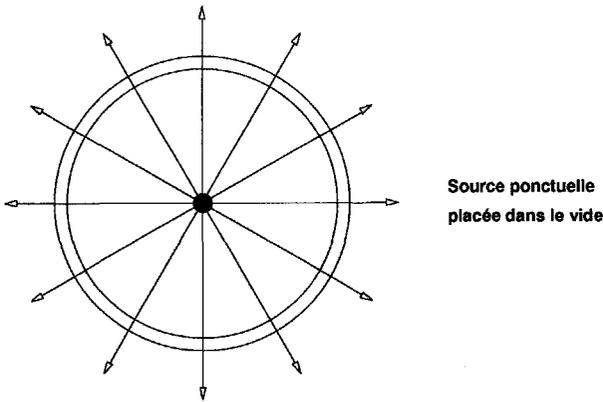


Figure 3.3. Problème élémentaire de « transport » de neutrons.

Pour estimer la densité, considérons par la pensée le volume élémentaire délimité par deux sphères de rayons R et $R + dR$. Les neutrons mettant $dt = dR/v$ pour traverser ce volume, on y observe, en permanence, ce qui a été émis pendant ce laps de temps, soit $S dt = S dR/v$. La densité s'obtient en divisant ce nombre par le volume $4\pi R^2 dR$, puis le flux en multipliant par v :

$$n = \frac{S}{4\pi R^2 v}, \quad \varphi = \frac{S}{4\pi R^2}.$$

b) Plaçons maintenant cette source dans une matière absorbante : seuls seront présents les neutrons ayant traversé sans interaction avec cette matière la distance R séparant la source de l'élément de volume ; la probabilité d'effectuer cette traversée est $\exp(-\Sigma R)$; d'où :

$$\varphi = \frac{S \exp(-\Sigma R)}{4\pi R^2}.$$

- c) Supposons maintenant qu'il y ait non pas une source mais un ensemble de sources réparties à raison de $S(\vec{r}') d^3 r'$ dans l'élément de volume $d^3 r'$; la neutronique est *linéaire*, ce qui signifie que, s'il y a plusieurs sources, le flux Φ s'obtient en additionnant les flux φ dus à chacune des sources ; ici, cette addition peut s'explicitier par une intégrale :

$$\Phi(\vec{r}) = \int \frac{\exp(-\Sigma R)}{4\pi R^2} S(\vec{r}') d^3 r'.$$

Il faut, dans cette relation, intégrer sur tout le système et se souvenir que R est la distance de la source au point où l'on mesure le flux, c'est-à-dire que $R = |\vec{r} - \vec{r}'|$.

- d) À l'alinéa **b**, nous avons considéré que tous les neutrons interagissant avec la matière étaient « perdus » ; en réalité, ils sont peut-être diffusés et donc ré-émis. Or, une ré-émission est strictement équivalente à une émission⁽¹⁾ ; donc, il suffit, pour prendre en compte les diffusions, de rajouter aux « vraies » sources les sources de diffusion, ces dernières s'exprimant par $\Sigma_s \Phi$ en vertu de la formule générale donnant les taux de réaction. D'où :

$$\Phi(\vec{r}) = \int \frac{\exp(-\Sigma R)}{4\pi R^2} [S(\vec{r}') + \Sigma_s \Phi(\vec{r}')] d^3 r'.$$

- e) Il se peut que le matériau constituant le système soit hétérogène. Il suffit, dans ce cas, comme on le constate immédiatement en combinant les probabilités de non-choc, de remplacer, dans l'exponentielle, ΣR par l'intégrale en ligne droite de \vec{r}' à \vec{r} de la section efficace totale. D'où, en notant τ cette intégrale :

$$\Phi(\vec{r}) = \int \frac{e^{-\tau}}{4\pi R^2} [S(\vec{r}') + \Sigma_s(\vec{r}') \Phi(\vec{r}')] d^3 r'.$$

- f) Si, enfin, les sources proviennent de fissions, elles s'expriment en fonction du flux par $S = \nu \Sigma_f \Phi$, d'où :

$$\Phi(\vec{r}) = \int \frac{e^{-\tau}}{4\pi R^2} [\nu \Sigma_f(\vec{r}') \Phi(\vec{r}') + \Sigma_s(\vec{r}') \Phi(\vec{r}')] d^3 r'.$$

Notons que cette dernière équation, contrairement aux précédentes, devient homogène : si elle a une solution, cette solution n'est définie qu'à un facteur près.

3.2 Représentation générale d'une population neutronique

3.2.1 Variables à introduire

Si l'on veut représenter complètement (mais de façon statistique) une population de neutrons dans un système, *sept variables* doivent être utilisées :

- *trois variables d'espace*, par exemple x , y et z , pour repérer la *position* des particules ;
- *trois variables de vitesse*, par exemple v , θ et φ , pour repérer l'*état* des particules⁽²⁾ ;
- *la variable de temps* t , pour préciser l'instant auquel est faite l'observation.

1. Si nous supposons, comme nous le faisons ici, que la diffusion ne change pas la vitesse du neutron et le ré-émet de façon isotrope.

2. Rappelons que l'utilisation des coordonnées sphériques pour le vecteur vitesse s'impose puisque les sections efficaces ne dépendent pas, en pratique, de la direction des neutrons.

3.2.2 Notion générale de flux neutronique

La densité n est le nombre de neutrons *par* unité de volume, *par* unité de vitesse, *par* unité d'angle solide et *par* l'instant considéré. Il est important de remarquer que le choix des prépositions n'est pas indifférent :

- si l'argument u d'une fonction f appelle « par », il s'agit d'une *fonction-densité* ; un changement de variable (ou d'unité) $u \implies v$ doit être fait par la formule :

$$|f(u) du| = |f(v) dv|,$$

soit :

$$f(v) = f(u) |du/dv|,$$

en exprimant le second membre avec la variable v ;

- si l'argument u d'une fonction f appelle « à », il s'agit d'une « vraie » fonction ; un changement de variable $u \implies v$ doit être fait par la formule :

$$f(v) = f(u).$$

Le « flux » neutronique $\Phi = nv$ est, lui, une fonction-densité par rapport à toutes les variables, y compris le temps⁽¹⁾, comme on le constate en étudiant la notion de taux de réaction $R = \Sigma\Phi$, R étant un nombre de réactions par unité de volume et par unité de temps, et Σ étant une « vraie » fonction⁽²⁾.

3.2.3 Équation de Boltzmann

Remarque : Il n'est pas indispensable d'introduire d'emblée l'équation de Boltzmann pour aborder la neutronique, puisque le formalisme, plutôt rébarbatif, n'est utile à détailler que pour comprendre les méthodes de résolution et les principes des codes de calcul (ce que nous présenterons au chapitre 14). Si nous le faisons — rapidement — ici, c'est uniquement pour sensibiliser le lecteur à la complexité de l'équation et le convaincre de la difficulté, voire de l'impossibilité pratique, d'une résolution numérique détaillée, même avec les ordinateurs les plus rapides. On peut, sans inconvénient, sauter ce paragraphe.

Dans le cas simple précédent, nous pouvons repérer, d'une part, l'*opérateur de transport* reliant le flux Φ à la densité d'émission Q (neutrons quittant un point après y avoir été émis ou après une diffusion) et s'explicitant par l'intégrale :

$$\Phi(\vec{r}) = \int \frac{e^{-\tau}}{4\pi R^2} Q(\vec{r}') d^3r',$$

et, d'autre part, l'*opérateur de collision* reliant $Q = D + S$ à Φ :

- en ce qui concerne les diffusions, $D = \Sigma_s \Phi$,
- en ce qui concerne les sources (s'il s'agit de fissions), $S = \nu \Sigma_f \Phi$.

Voici ce que deviennent ces trois relations dans le cas général (nous supposons uniquement que le réacteur est fixe).

1. En effet, la vitesse est une densité par rapport au temps puisque c'est une distance parcourue *par* unité de temps.

2. Le « flux » lui-même peut être considéré comme un taux de réaction : c'est la somme des parcours effectués par l'ensemble des neutrons, par unité de volume et par unité de temps.

a) Densité d'émission(Neutrons quittant un élément de volume \times vitesse \times angle solide)

$$Q = D + S.$$

b) Opérateur de diffusion

(Neutrons changeant de vitesse et de direction)

$$D(\vec{r}, v, \vec{\Omega}, t) = \int_0^{\infty} dv' \int_{(4\pi)} d^2\Omega' \Sigma_s[\vec{r}, (v', \vec{\Omega}') \rightarrow (v, \vec{\Omega})] \Phi(\vec{r}, v', \vec{\Omega}', t).$$

L'intégrale double explicite le changement à la fois de la vitesse et de la direction du neutron lors d'une diffusion; la section efficace de diffusion doublement différentielle quantifie la probabilité des événements.

c) Opérateur de production

(Neutrons émis par fission)

$$S(\vec{r}, v, \vec{\Omega}, t) = \frac{1}{4\pi} \chi(v) \int_0^{\infty} dv' \int_{(4\pi)} d^2\Omega' v \Sigma_f(\vec{r}, v') \Phi(\vec{r}, v', \vec{\Omega}', t).$$

L'intégrale double rappelle que les fissions peuvent être induites par des neutrons de toutes vitesses et de toutes directions. Nous supposons ici que les neutrons émis par fission le sont de façon isotrope sur les 4π stéradians (ce qui est toujours licite) et que le spectre de fission χ est le même quel que soit le noyau fissionné et quelle que soit l'énergie du neutron ayant induit la fission (il est, bien sûr, possible de ne pas faire ces approximations).

d) Opérateur de transport

(Neutrons voyageant en ligne droite sans interaction)

► Forme intégrale

$$\Phi(\vec{r}, v, \vec{\Omega}, t) = \int_0^{\infty} ds \exp(-\tau) Q(\vec{r} - s\vec{\Omega}, v, \vec{\Omega}, t - s/v),$$

avec :

$$\tau = \int_0^s \Sigma(\vec{r}' - s'\vec{\Omega}, v) ds' \quad (\text{parcours optique}).$$

L'intégrale exprime le fait que tout neutron quittant un point de la demi-droite parallèle à $\vec{\Omega}$, et aboutissant au point où le flux est évalué, contribue à l'évaluation *si et seulement si* il ne subit pas une collision sur le parcours (une absorption le ferait disparaître et une diffusion l'enverrait dans une autre direction avec une autre vitesse).

► Forme différentielle

Il est possible, soit par un raisonnement de caractère physique, soit en dérivant l'équation précédente par rapport au point d'observation \vec{r} et dans la direction $\vec{\Omega}$ — cela sera détaillé au chapitre 14 —, d'écrire l'opérateur de transport sous une forme différentielle, c'est-à-dire avec des dérivées en espace et en temps au lieu d'une intégrale sur s :

$$-\operatorname{div}[\vec{\Omega}\Phi(\vec{r}, v, \vec{\Omega}, t)] - \Sigma(\vec{r}, v)\Phi(\vec{r}, v, \vec{\Omega}, t) + Q(\vec{r}, v, \vec{\Omega}, t) = \frac{1}{v} \frac{\partial}{\partial t} \Phi(\vec{r}, v, \vec{\Omega}, t).$$

e) Équation de Boltzmann

L'équation de Boltzmann régissant le flux Φ est obtenue en rassemblant ces formules, c'est-à-dire en remplaçant dans l'une des expressions de l'opérateur de transport la densité d'émission exprimée (par des intégrales) en fonction du flux. Le lecteur pourra faire l'exercice !

3.2.4 Résolutions probabiliste et déterministe de l'équation de Boltzmann

Les deux formes de l'opérateur de transport sont strictement équivalentes sous l'angle mathématique, ce qui veut dire que les solutions théoriques sont les mêmes.

En pratique, ce n'est pas le cas, d'une part parce qu'on fait souvent des approximations — pas forcément les mêmes — dans l'approche complètement intégrale et dans l'approche intégrodifférentielle (intégrale pour v et $\vec{\Omega}$ et différentielle en \vec{r} et t), d'autre part parce que, les résolutions étant rarement analytiques, il faut se contenter de traitements numériques — évidemment différents selon la forme de l'opérateur à traiter.

Ces divers traitements numériques sont qualifiés de « déterministes » par opposition aux traitements « probabilistes », de plus en plus prisés par les ingénieurs car rendus plus accessibles par l'accroissement des capacités informatiques.

Ces derniers appliquent à la neutronique la technique dite « Monte Carlo » (clin d'oeil aux jeux de hasard). Le principe est de simuler le plus précisément possible le cheminement de neutrons en tirant au sort les événements comme le font les vrais neutrons, c'est-à-dire conformément aux lois de la physique nucléaire : point d'émission, points de collision, type d'atome choqué, type de réaction, voie de sortie, etc. Cette approche reste statistique, comme l'approche déterministe, puisque l'on simulera le plus grand nombre possible d'histoires de neutrons de façon à obtenir avec la plus grande précision statistique possible les taux auxquels on s'intéresse.

Outre le fait qu'elle évite d'avoir à écrire explicitement l'équation de Boltzmann, cette méthode est séduisante en ce sens qu'elle n'oblige pas forcément à introduire des simplifications dans la géométrie, les compositions et les lois nucléaires. À ce titre, on peut la qualifier d'« exacte ». En pratique, ce n'est, au mieux, qu'une méthode de référence car les incertitudes de caractère statistique ne peuvent jamais être réduites à zéro. Elles varient, en effet, comme l'inverse de la racine carrée du nombre d'événements : si l'on veut réduire l'incertitude d'un facteur 10, il faut traiter 100 fois plus d'histoires, donc utiliser un ordinateur 100 fois plus rapide si on y consacre le même temps de calcul.

3.3 Spectres et bilans des neutrons

3.3.1 Réacteurs à neutrons rapides et réacteurs à neutrons thermiques

Rappelons (cf. p. 34) que, schématiquement, deux grandes voies sont possibles pour réaliser une réaction en chaîne :

- la voie des *réacteurs à neutrons rapides* dans laquelle on évite de ralentir les neutrons pour les utiliser au mieux *au-dessus* du domaine des grandes résonances de capture ;
- la voie des *réacteurs à neutrons thermiques* dans laquelle on favorise, au contraire, en ajoutant un modérateur, le ralentissement des neutrons pour les utiliser au mieux *au-dessous* du domaine des grandes résonances, en pratique dans le domaine thermique dans lequel les neutrons sont à peu près à la température du système.

Les spectres des neutrons, dans les deux cas émis par fission à une même énergie de l'ordre de 2 MeV, sont donc complètement différents en-dessous de cette plage :

- dans les *réacteurs à neutrons rapides*, le spectre est toujours plus ou moins dégradé par rapport au spectre de fission car on ne peut pas éviter un certain ralentissement par diffusions inélastiques (notamment sur les noyaux lourds) et élastiques (par exemple, sur le sodium si ce caloporteur est utilisé). Ce spectre est relativement différent selon le concept du réacteur : typiquement, pour un réacteur de grande puissance refroidi au sodium, le flux⁽¹⁾ présente un maximum vers une centaine de keV et devient négligeable au-dessous d'une centaine d'électronvolts ;
- dans les *réacteurs à neutrons thermiques*, le spectre a une allure générale toujours un peu similaire :
 - une « bosse » à haute énergie reflétant le spectre de fission (cf. figure 2.21, page 93) mais légèrement dégradé au cause des diffusions,
 - un légère décroissance dans le domaine épithermique, reflétant les pertes par captures résonnantes, notamment par l'uranium 238 (cf. figure 2.12, page 76),
 - une nouvelle « bosse » à basse énergie reflétant la distribution de Maxwell de l'agitation thermique mais un peu plus « dure » (décalée vers les hautes énergies) car l'équilibre de température n'est pas parfaitement atteint. À titre d'illustration, voici (figure 3.4, page suivante) un spectre typique des neutrons dans un réacteur à eau sous pression. (La représentation « en escalier » reflète le calcul « multigroupe » fait en pratique, ici par le code APOLLO et la bibliothèque à 99 groupes.)

3.3.2 Bilans neutroniques : « formule des quatre facteurs » et variantes

Enrico Fermi, qui avait choisi la voie des réacteurs à neutrons thermiques pour la « pile de Chicago », a proposé une décomposition du bilan neutronique en quatre facteurs : les formules exprimant chacun d'eux lui ont permis d'optimiser le réseau et d'évaluer la

1. Il s'agit du flux en léthargie, que nous définirons au chapitre 7

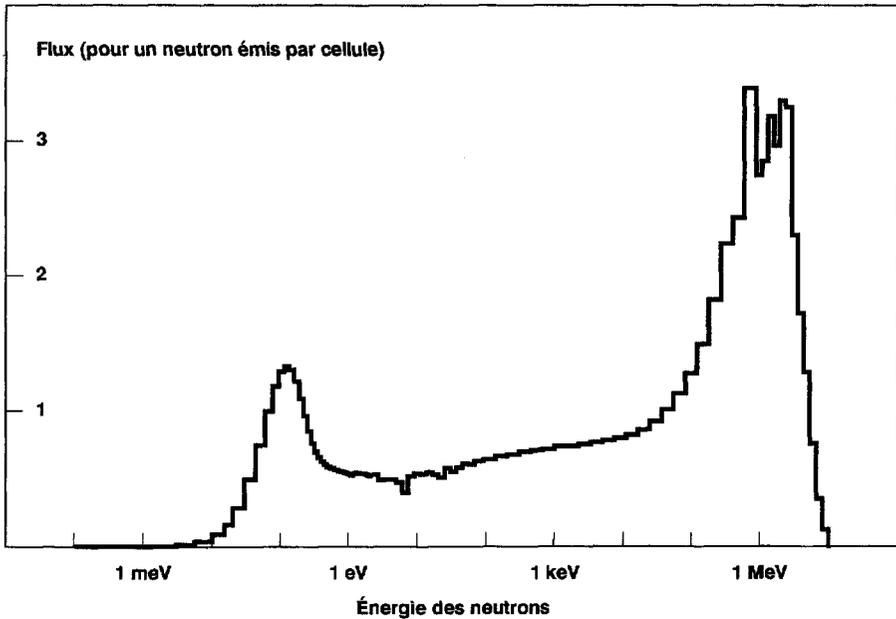


Figure 3.4. Flux pour un réacteur à eau sous pression (combustible frais).

taille critique ; ces formules ne sont plus utilisées dans les calculs de réacteurs depuis que l'informatique s'est introduite en neutronique mais restent utiles pour comprendre la physique et évaluer les effets. Avant de les détailler, le moment venu (cf. ch. 8 et 9), il est sans doute intéressant de donner les définitions et les ordres de grandeur sur un exemple — nous avons choisi celui des réacteurs à eau sous pression — pour avoir une idée du devenir des neutrons émis par fission⁽¹⁾.

Pour simplifier, Fermi ne prend pas en compte les fuites de neutrons hors du cœur du réacteur, c'est-à-dire qu'il raisonne sur le facteur de multiplication « infini », k_{∞} , qu'aurait le système s'il s'étendait jusqu'à l'infini. (Le vrai facteur de multiplication k est évidemment plus faible que k_{∞} , puisqu'une partie des neutrons s'échappe : il faut donc viser un facteur de multiplication infini plus grand que 1.)

Le bilan s'établit en partant d'une fission et en analysant les événements jusqu'à la fission suivante, donc en suivant l'« histoire » du neutron. La formule dite des « quatre facteurs » qui traduit l'analyse s'écrit :

$$k_{\infty} = \epsilon p f \eta .$$

L'analyse peut se résumer par le schéma suivant (figure 3.5, page ci-contre, où nous avons fait aussi figurer les ordres de grandeur de chacun des facteurs pour un réacteur à eau sous pression).

Conventionnellement, l'analyse est faite pour *un neutron émis* : les valeurs qui suivent sont donc des *moyennes*. Le combustible du système considéré est supposé formé d'un

1. Nous nous limiterons ici aux définitions classiques issues des travaux de Fermi. D'autres décompositions du bilan neutronique, plus détaillées ou généralisables à toutes les filières, ont été proposées, notamment par Roger Naudet, par Alain Santamarina et par l'auteur.

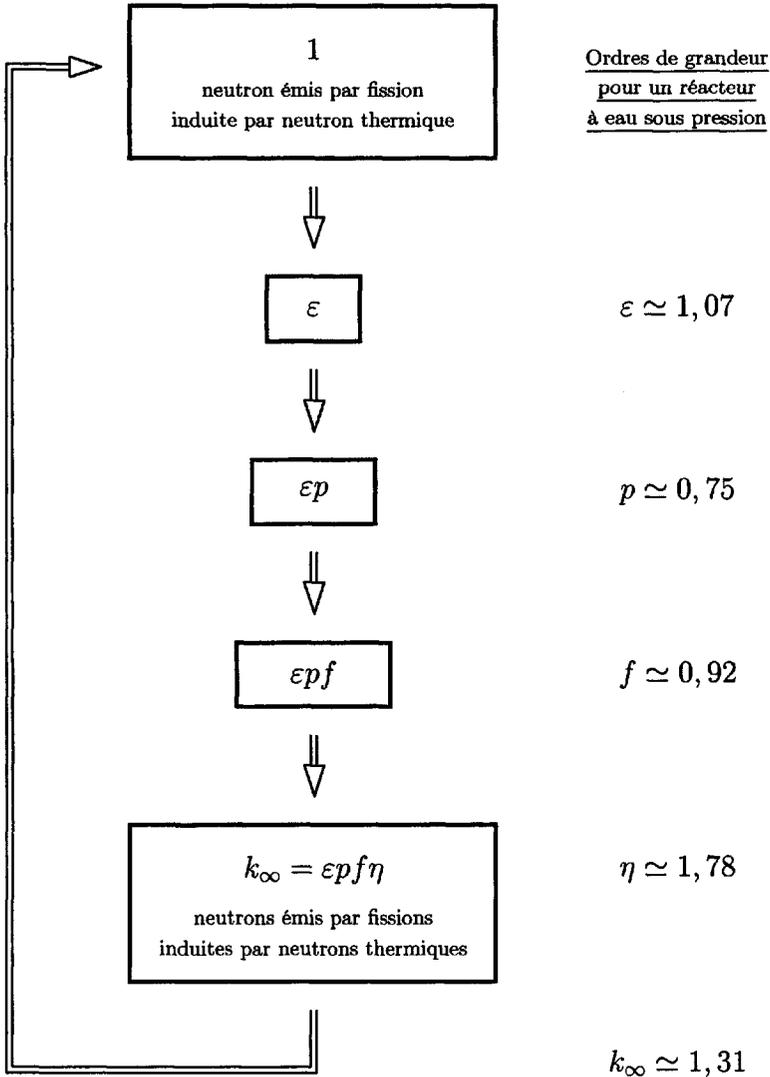


Figure 3.5. Cycle des neutrons dans un réacteur à neutrons thermiques et formule classique des quatre facteurs (sans fuites). Ordres de grandeur pour un réacteur à eau sous pression.

mélange d'un matériau fissile par neutrons lents (par exemple, uranium 235) et d'un matériau non fissile par neutrons lents mais capturant (par exemple, uranium 238). Pour le premier, ainsi que pour les autres matériaux capturants (modérateur, gaine), on peut admettre que toutes les absorptions se produisent dans le domaine thermique.⁽¹⁾ En revanche, pour le second, il faut prendre en compte, d'une part, les fissions induites par neutrons rapides, d'autre part et surtout, les captures dans les nombreuses et grandes résonances du domaine épithermique.

1. Cette hypothèse est critiquable dans le cas des réacteurs à eau...

Toujours conventionnellement, on raisonne pour un neutron émis par le flux principal des fissions, c'est-à-dire pour un neutron émis par fission induite par neutron thermique (disons, uranium 235).⁽¹⁾

C'est la raison pour laquelle un facteur correctif ε doit tout de suite être introduit : il prend en compte le *supplément* de neutrons (quelques pour cent) dû aux fissions rapides (induites par un neutron rapide, très rapidement après sa naissance). Ce facteur ε , appelé « *facteur de fission rapide* » est défini comme le nombre total de neutrons qui vont aborder l'étape suivante — le ralentissement —, pour un neutron provenant d'une fission « thermique » (induite par neutron thermique).

Le facteur suivant, p , comptabilise les « rescapés » à la fin du ralentissement, domaine fort dangereux pour les neutrons, puisque « piégé » par les nombreuses « trappes » que représentent les résonances de capture (sans fission). En dépit du caractère spectaculaire de ces résonances, environ les trois quarts des neutrons en réchappent : le facteur p , appelé « *facteur antitrappe* » est la probabilité pour un neutron abordant le domaine du ralentissement de le traverser jusqu'à l'entrée du domaine thermique (disons, en gros, 1 eV).

Les deux facteurs suivants sont relatifs aux neutrons *thermiques*. Le facteur f , dit « *facteur d'utilisation thermique* » est la probabilité que le neutron, une fois thermique, soit absorbé utilement, c'est-à-dire dans le combustible et non dans un autre matériau stérile, tel le modérateur ou la gaine. En général, plus de 90 % des neutrons sont « bien utilisés ».

Le dernier facteur, η , est le « *facteur de reproduction* » : il est défini comme le nombre de neutrons émis par fission pour une absorption de neutron thermique dans le combustible. C'est donc le produit de la probabilité que l'absorption soit une fission (et non une capture stérile par l'un ou l'autre des matériaux constituant le combustible) par le nombre moyen ν de neutrons émis lors d'une fission. La valeur de ce facteur dépend directement de la teneur en matière fissile du combustible ; pour l'exemple choisi, où le combustible est de l'uranium enrichi à un peu plus de 3 %, les valeurs de η , et donc finalement de k_∞ , sont relativement élevées.

Pour cette filière, il faut, en effet, viser une telle valeur de l'ordre de 1,3 pour k_∞ , d'une part, pour compenser les fuites qui vont faire baisser le facteur de multiplication de quelques pour cent, d'autre part et surtout, pour anticiper l'évolution qui, par la dégradation de la matière fissile et l'accumulation des produits de fission, peut amener une baisse du facteur de multiplication de plusieurs dizaines de pour cent. Les assemblages combustibles très irradiés peuvent ainsi se caractériser par un k_∞ inférieur à 1, ce qui est compensé par les assemblages voisins moins irradiés ayant un k_∞ supérieur à 1. Nous verrons aussi qu'en début d'un cycle de fonctionnement du réacteur il faut viser un facteur k supérieur à 1, de façon à être critique en fin de cycle : l'excédent en début de cycle est compensé par des « poisons » absorbants.

1. Dans les codes de calcul, au contraire, toutes les fissions sont mises sur le même plan.

4

Cinétique ponctuelle

Introduction

Nous avons vu (cf. figure 1.3, page 33) que, dans une réaction en chaîne, le nombre de fissions ou le nombre de neutrons était multiplié par un facteur k d'une génération à la suivante et qu'ainsi le comportement cinétique du réacteur avait un caractère exponentiel. Mais nous n'avons pas évalué la durée d'une génération : c'est ce que nous nous proposons de faire dans ce chapitre de façon à connaître la rapidité de l'évolution exponentielle selon la valeur du facteur de multiplication k .

Par ailleurs, si le raisonnement que nous avons fait a l'avantage d'être intuitif, il est trop simple car l'évolution du taux de fissions et du nombre des neutrons ne se fait pas de façon discrète (avec un entier n) mais de façon continue au cours du temps t .

Enfin, et surtout, ce raisonnement néglige le fait qu'il y a deux populations de neutrons — les neutrons prompts et les neutrons retardés (cf. p. 94) — et que les neutrons retardés modifient complètement le comportement cinétique du système, ainsi que nous allons le voir.

Dans l'étude des problèmes de cinétique, on peut en général admettre que le flux neutronique varie en amplitude sans changer de distribution spatiale, c'est-à-dire qu'il est factorisé :

$$\Phi(\vec{r}, v, \vec{\Omega}, t) = \varphi(\vec{r}, v, \vec{\Omega}) \times n(t).$$

Cette hypothèse permet de limiter l'étude de la cinétique au seul facteur temporel, c'est-à-dire de raisonner *comme si* le réacteur était réduit à un point. Dans ce chapitre, nous traiterons le problème de la cinétique dans ce cadre « ponctuel ».

4.1 Cinétique sans neutrons retardés

4.1.1 Première approche

En reprenant le schéma de la réaction en chaîne (figure 1.3, page 33), nous voyons que la population neutronique est multipliée par k^n au bout de n générations. Or, les évaluations qu'on peut en faire montrent que la durée d'une génération — c'est-à-dire le laps de

temps moyen qui sépare une fission de la fission suivante — est extrêmement court : le l'ordre de 10^{-7} s dans un réacteur à neutrons rapides et entre 10^{-5} s et 10^{-3} s dans les réacteurs à neutrons thermiques selon le choix du modérateur, par exemple à peu près $2,5 \cdot 10^{-5}$ s dans les réacteurs à eau sous pression. (Ce temps est court car les neutrons voyagent vite : même un neutron thermique parcourt 2 à 3 km par seconde !).

Ainsi, pour cet exemple, 40 000 générations se succèdent en une seconde; si, pour fixer les idées, nous prenons une valeur de k s'écartant de 0,01 % de la criticité, nous voyons que la puissance varie en une seconde d'un facteur :

- $1,0001^{40\,000} = 55$ si l'écart est positif,
- $0,9999^{40\,000} = 0,018$ si l'écart est négatif.

On imagine difficilement, dans ces conditions, comment contrôler et réguler la réaction en chaîne⁽¹⁾.

4.1.2 Équations d'évolution

Ce raisonnement, nous l'avons dit, est trop simple, puisque l'évolution a un caractère continu. Notons donc $n(t)$ le nombre de neutrons, fonction du temps t .

Si nous appelons θ la durée moyenne de la vie du neutron de son émission jusqu'à son absorption et si nous admettons que le neutron a la même probabilité d'être absorbé quel que soit son « âge »⁽²⁾, nous pouvons dire que la probabilité que chaque neutron disparaisse pendant un intervalle de temps élémentaire dt est dt/θ ; donc le nombre moyen de neutrons disparaissant pendant dt est $n dt/\theta$.

Chaque disparition de neutron a la probabilité ω d'être une fission (notation adoptée à la p. 33) et, si la fission a effectivement lieu, celle-ci donne en moyenne ν nouveaux neutrons. Chaque disparition redonne donc, en moyenne $\omega\nu = k$ nouveaux neutrons; ainsi, les $n dt/\theta$ disparitions observées pendant dt redonnent $k n dt/\theta$ nouveaux neutrons.

Finalement, la variation du nombre de neutrons pendant dt est :

$$dn = -n dt/\theta + kn dt/\theta,$$

soit :

$$\frac{dn}{dt} = \frac{k-1}{\theta} n;$$

et, en intégrant :

$$n(t) = n(0) \exp\left(\frac{(k-1)t}{\theta}\right).$$

Le lecteur pourra reprendre l'application numérique précédente et constater que les résultats sont presque identiques : cette meilleure modélisation ne change donc pas les conclusions !

1. Joliot et coll. ne connaissaient pas l'existence des neutrons retardés et, après de tels calculs d'ordre de grandeur, avaient imaginé, dans les brevets de mai 1939, un dispositif pulsé fort compliqué...

2. Cela n'est véritablement correct qu'en théorie monocinétique. L'hypothèse est licite en pratique, notamment dans les réacteurs à neutrons thermiques, puisque la durée du ralentissement est courte devant la durée de l'étape thermique et que cette dernière est à peu près monocinétique. Noter aussi qu'en théorie à spectre, il faudrait, en toute rigueur, distinguer le temps de vie (de l'émission à l'absorption du neutron) du temps de génération (de la fission à la fission suivante), puisque le spectre en énergie des fissions et celui des captures (donc des absorptions) n'ont pas de raison d'être identiques.

4.1.3 Réactivité

Avant de reprendre la question en tenant compte des neutrons retardés, introduisons la notion de réactivité qui est souvent utilisée dans les problèmes de cinétique. La réactivité ρ est définie par :

$$\rho = \frac{k - 1}{k},$$

et s'exprime en p.c.m. (ou pcm), ce qui signifie « pour cent mille », c'est-à-dire 10^{-5} .

La réactivité s'annule à la criticité ; son signe définit le sens de l'évolution :

- évolution croissante si la réactivité est positive (état surcritique) ;
- évolution décroissante si la réactivité est négative (état sous-critique).

Noter qu'au voisinage de la criticité, la réactivité est très peu différente de $k - 1$.

Le plus souvent, la réactivité d'un réacteur varie à cause d'un mouvement d'absorbant, l'accroissement de l'absorption faisant baisser de façon inversement proportionnelle le facteur de multiplication.

Si l'absorption augmente, les neutrons disparaissent plus vite : le temps de vie décroît, lui aussi, de façon inversement proportionnelle à l'absorption. Nous constatons donc que θ varie comme k , ce qui nous amène à poser :

$$\theta = \ell k,$$

où ℓ est le temps de vie des neutrons dans le réacteur *critique*.

L'introduction de la réactivité, avec cette hypothèse, permet de simplifier l'écriture de l'équation de la cinétique :

$$\frac{dn}{dt} = \frac{\rho}{\ell} n,$$

et, en intégrant :

$$n(t) = n(0) \exp\left(\frac{\rho t}{\ell}\right).$$

4.2 Cinétique avec neutrons retardés

4.2.1 Paramètres des neutrons retardés

Nous avons vu (cf. p. 94) que quelques neutrons sont émis de façon retardée par rapport à la fission à cause d'une décroissance bêta précédant l'émission neutronique. Les deux voies conduisant aux retards les plus longs ont été citées. Les autres — une centaine de processus similaires — sont, en pratique, regroupées en quatre autres « pseudo-chaînes » (soit, au total, *six groupes de neutrons retardés*) dont les caractéristiques sont ajustées à partir de résultats de mesures.

Pour un noyau fissile donné, chaque groupe i de neutrons retardés est caractérisé par deux paramètres nucléaires :

- la proportion β_i des neutrons retardés de ce groupe parmi l'ensemble des neutrons émis par fission (prompts et retardés), exprimée, en pratique, en pcm ;

- la constante de décroissance radioactive λ_i du « précurseur », c'est-à-dire de la désintégration bêta qui va conduire au noyau émettant (de façon quasiment instantanée) le neutron ; ou, ce qui est équivalent, la période radioactive $T_i = \ln 2 / \lambda_i$.

Comme elles sont obtenues par ajustement, ces périodes ne sont pas tout à fait les mêmes selon les noyaux fissiles, mais, en pratique, les valeurs sont voisines. Il en est de même des rapports β_i/β où β est la proportion *totale* des neutrons retardés, c'est-à-dire la somme des β_i .

C'est la raison pour laquelle nous ne donnons, dans les tableaux ci-dessous (tableaux 4.1 et 4.2), les β_i , les T_i et les vies moyennes $\tau_i = 1/\lambda_i$ que pour un exemple (l'uranium 235), en nous limitant pour les autres à la seule valeur de β .

TABLEAU 4.1. Caractéristiques des six groupes de neutrons retardés (fission d'uranium 235 induite par neutron thermique). Le groupe unique « moyen » est caractérisé par la somme des β_i et la moyenne des T_i pondérée par les β_i .

Groupe	β (pcm)	T (s)	τ (s)
1	24	54,5	78,6
2	123	21,8	31,5
3	117	5,98	8,62
4	262	2,23	3,22
5	108	0,495	0,714
6	45	0,179	0,258
Moyenne	679	7,84	11,31

TABLEAU 4.2. Proportion totale des neutrons retardés pour quelques noyaux fissiles (fission induite par neutron thermique ou rapide selon les cas).

Noyau	Fission	β (pcm)
Thorium 232	Rapide	2433
Uranium 233	Thermique	296
Uranium 235	Thermique	679
Uranium 238	Rapide	1828
Plutonium 239	Thermique	224
Plutonium 240	Rapide	292
Plutonium 241	Thermique	535

4.2.2 Aspects qualitatifs

En première approximation, on peut conserver le raisonnement que nous venons de faire en prenant simplement en compte les neutrons retardés dans le calcul du temps moyen de génération, c'est-à-dire en remplaçant, pour ces derniers, ℓ par $\tau_i + \ell$:

$$\bar{\ell} = (1 - \beta) \times \ell + \sum_i \beta_i \times (\tau_i + \ell) = \ell + \beta \bar{\tau}.$$

Si l'on prend l'exemple du réacteur à eau à uranium 235, ℓ passe ainsi de $2,5 \cdot 10^{-5}$ s à $\bar{\ell} = 2,5 \cdot 10^{-5} + 679 \cdot 10^{-5} \times 11,31 = 0,077$ s (le terme $\beta\bar{\tau}$ ajouté par les neutrons retardés l'emporte largement sur ℓ). Ce ne sont plus 40 000 mais 13 « générations effectives » par seconde qu'il faut prendre en compte. Si le facteur de multiplication s'écarte de 0,01 % de la criticité, la puissance n'évolue pas d'un facteur 55 mais seulement de 1/10 de pour cent ! Nous voyons donc que la présence des neutrons retardés modifie complètement le comportement cinétique du réacteur, et le rend ainsi facile à piloter, contrairement à ce que le calcul initial laissait craindre.

4.2.3 Équations d'évolution

Cette évaluation est correcte qualitativement, mais non quantitativement si la réactivité est trop importante. C'est pourquoi il nous faut introduire une modélisation plus précise.

En restant toujours dans le modèle ponctuel, notons n le nombre de neutrons et c_i le nombre de noyaux précurseurs⁽¹⁾ du groupe i :

- pour les **neutrons**, la loi de disparition est la même que précédemment, mais il faut distinguer dans la production la voie directe (neutrons prompts) pour la proportion $1 - \beta$ des neutrons produits et la voie retardée résultant d'une désintégration radioactive et s'exprimant par un terme λc_i ;
- pour les **précurseurs**, le taux de disparition est celui de la radioactivité (terme λc_i), et le taux de production est égal au nombre de neutrons qui seront émis de façon retardée par la chaîne considérée,

$$\frac{dn}{dt} = \frac{k(1 - \beta) - 1}{\theta} n + \sum_i \lambda_i c_i,$$

$$\frac{dc_i}{dt} = \frac{k\beta_i}{\theta} n - \lambda_i c_i.$$

En posant comme précédemment $\theta = k\ell$ et en introduisant la réactivité, ces équations se simplifient,

$$\frac{dn}{dt} = \frac{\rho - \beta}{\ell} n + \sum_i \lambda_i c_i,$$

$$\frac{dc_i}{dt} = \frac{\beta_i}{\ell} n - \lambda_i c_i.$$

4.2.4 Équation de Nordheim

Tous les coefficients figurant dans ce système sont des constantes physiques, hormis la réactivité qui peut varier si l'on agit sur le système ou si des évolutions spontanées interviennent (cf. ch. 11 à 13). Si l'on se place dans le cas où la réactivité ne varie pas, le système est « à coefficients constants » et a alors comme solution des combinaisons

1. Dans la chaîne de décroissance $\mathbf{A} \Rightarrow \mathbf{B}^* \Rightarrow \mathbf{C} + \mathbf{n}$, le noyau intermédiaire \mathbf{B} peut aussi se désexciter par émission gamma. Par convention, on appellera « précurseurs de neutrons retardés » les seuls noyaux \mathbf{A} qui donneront un neutron ; autrement dit le nombre c de noyaux précurseurs est le nombre réel multiplié par la probabilité que la désexcitation de \mathbf{B} se fasse par émission neutronique.

linéaires de $g + 1$ fonctions exponentielles, s'il y a $g + 1$ équations, c'est-à-dire g groupes de précurseurs de neutrons retardés plus l'équation des neutrons.

Les constantes de temps ω des exponentielles s'obtiennent en reportant dans le système une expression de ce type, c'est-à-dire :

$$\begin{aligned}n(t) &= a \exp(\omega t), \\c_i(t) &= b_i \exp(\omega t),\end{aligned}$$

où a et b_i sont des constantes. Après simplification par $\exp(\omega t)$, les équations se réduisent à un système algébrique :

$$\begin{aligned}\omega a &= \frac{\rho - \beta}{\ell} a + \sum_i \lambda_i \beta_i, \\ \omega b_i &= \frac{\beta_i}{\ell} a - \lambda_i \beta_i.\end{aligned}$$

Les équations pour chacun des groupes donnent b_i en fonction de a ; en reportant dans la première équation, on obtient une équation homogène qui après simplification par a donne la condition que doit vérifier ω :

$$\rho = \omega \left[\ell + \sum_i \frac{\beta_i}{\lambda_i + \omega} \right].$$

Cette condition est appelée, en France, « équation de Nordheim » et, dans les pays anglo-saxons, « *inhour equation* », puisqu'elle donne une quantité qui peut s'exprimer en heure⁻¹ (inverse d'heure).

La représentation graphique en fonction de ω de l'expression figurant au second membre (voir la figure 4.1, page ci-contre) montre — en coupant la figure par une droite horizontale à l'ordonnée ρ — qu'il y a toujours $g + 1$ solutions réelles quelle que soit la réactivité.

À chacune des $g + 1$ racines ω_k , il faut associer une constante d'intégration a_k (les autres constantes $b_{i,k}$ s'expriment en fonction des a_k , une fois ω_k déterminé, ainsi que nous venons de le voir). Ces $g + 1$ constantes d'intégration doivent être déterminées à partir de $g + 1$ conditions : en général, ce seront les valeurs de n et des c_i à l'instant initial.

L'examen de la figure montre qu'il y a g exponentielles transitoires (ω toujours négatif) correspondant aux g (ici six) branches de gauche et une exponentielle dominante asymptotiquement, car caractérisée par la plus grande valeur de ω , correspondant à la branche de droite; la valeur dominante de ω est du signe de ρ : si la réactivité est positive, les fonctions croissent asymptotiquement (système surcritique); si la réactivité est négative, les fonctions décroissent asymptotiquement (système sous-critique); si la réactivité est nulle, les fonctions tendent vers une valeur asymptotique (système critique).

4.2.5 Cas des faibles réactivités

Si la réactivité est faible (en valeur absolue), la valeur dominante de ω est petite : aux dénominateurs de la formule de Nordheim, ω peut être négligé devant λ_i , ce qui revient à confondre la courbe avec sa tangente à l'origine. Il en résulte :

$$\omega \simeq \rho / \bar{\ell}.$$

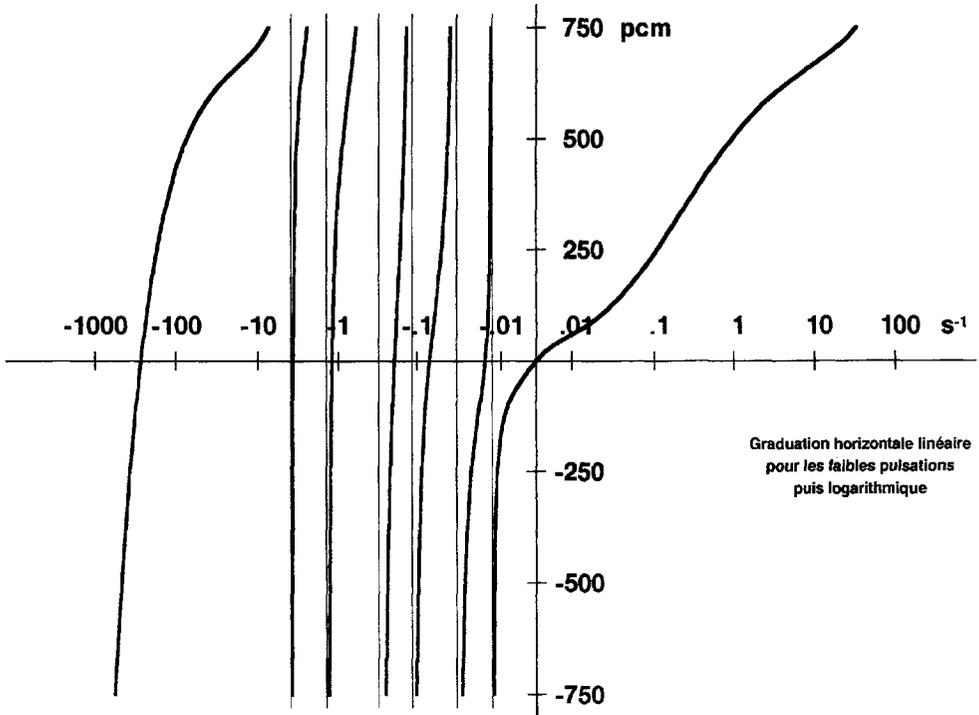


Figure 4.1. Représentation graphique du second membre de l'équation de Nordheim (Fission de l'uranium 235 induite par neutron thermique et traitée à six groupes de neutrons retardés).

On trouve ainsi le comportement simple que nous avons décrit au début : formule élémentaire avec un temps de génération moyen tenant compte des retards à l'émission. Ce raisonnement était donc acceptable dans la mesure où le système reste proche de la criticité.

Une meilleure approximation est :

$$\omega \simeq \frac{\rho}{(\beta - \rho)\bar{\tau} + \ell}.$$

4.2.6 Cas des fortes réactivités

Si la réactivité est positive et importante, ω devient grand devant chacun des λ_i , ainsi que le montre la figure précédente, et l'on peut, aux dénominateurs de la formule de Nordheim, négliger λ_i devant ω . Il devient alors :

$$\omega \simeq \frac{\rho - \beta}{\ell}.$$

On retrouve ici la formule élémentaire *sans neutrons retardés* mais avec la réactivité $\rho - \beta$ au lieu de ρ . Ce régime est *surcritique par les seuls neutrons prompts*⁽¹⁾, avec donc la

1. En calquant l'expression anglaise, on parle quelquefois de régime « prompt-critique » ou de « prompt-criticité ».

réactivité qu'on aurait si les neutrons retardés n'existaient pas, et le « vrai » temps de vie. Il est évident que cette situation ne peut être qu'accidentelle. En exploitation normale, on exige des opérateurs de rester très en-dessous du seuil de criticité par neutrons prompts de façon à avoir un « *temps de doublement* » de la puissance, $T = \ln 2/\omega$, suffisamment important pour contrôler l'installation : au moins une quinzaine de secondes sur une installation expérimentale — donc un seuil de réactivité d'environ 250 pcm environ si elle est à uranium — et un seuil de réactivité encore bien plus bas pour un réacteur de puissance.

4.2.7 L'unité « naturelle » de réactivité : le « dollar »

Ces considérations montrent que le p.c.m. est une unité commode mais conventionnelle ; pour la physique, et en particulier pour repérer un tel seuil à ne pas approcher, l'unité naturelle de réactivité est la proportion β des neutrons émise de façon retardée. Les Américains ont proposé d'appeler « dollar » cette unité et « cent » sa centième partie⁽¹⁾.

La valeur du « dollar » en terme de p.c.m. (réactivité réelle) dépend du combustible : par exemple, elle est environ trois fois plus faible pour un combustible à base de plutonium que pour un combustible à uranium⁽²⁾.

4.2.8 Proportion effective des neutrons retardés

En résumé, on voit que cette proportion β des neutrons retardés apparaît comme le paramètre essentiel pour caractériser un système vis-à-vis de la cinétique et, plus précisément, vis-à-vis du risque d'un accident de criticité (insertion incontrôlée d'une forte réactivité positive⁽³⁾). C'est dire que ce paramètre doit être évalué avec grand soin. Notons, en particulier, deux points :

- a/ la définition des paramètres du modèle ponctuel doit être faite à partir de la partie spatio-énergétique du flux, $\varphi(\vec{r}, v, \vec{\Omega})$, ainsi que de la fonction d'importance neutronique (qui sera évoquée au chapitre 16) ;
- b/ le problème se pose en particulier pour β qui est le paramètre le plus sensible à ces aspects : d'une part, il faut pondérer soigneusement en fonction des taux de fissions selon les nucléides (car les β individuels sont très différents les uns des autres) ; d'autre part, il faut prendre en compte le fait que les neutrons retardés sont émis à une énergie plus faible que les neutrons prompts (400 keV en moyenne au lieu de 2 MeV). S'il s'agit d'un réacteur à neutrons thermiques, les neutrons retardés ont moins de risque de s'échapper dans le domaine rapide avant d'être ralentis et d'être susceptibles de provoquer une fission, ils sont donc un peu plus « efficaces » que les neutrons prompts. En

1. Dans le même ordre d'idées, ils utilisent souvent aussi l'« inhour » (inverse d'heure) pour exprimer ω .

2. Hormis les branches les plus à gauche et à droite sur la figure 4.1, page précédente, qui dépendent surtout du temps de vie ℓ des neutrons prompts et donc de la filière du réacteur, l'utilisation du « dollar » pour graduer l'axe vertical permet d'avoir une représentation graphique de l'équation de Nordheim qui dépend peu de la nature du combustible.

3. Dans les réacteurs à eau sous pression, par exemple, cela pourrait provenir de l'éjection rapide d'une grappe de commande à la suite d'une rupture de son mécanisme, de l'introduction d'eau claire au lieu d'eau borée, etc.

revanche, il ne provoqueront pas de fissions rapides : cela conduira à adopter dans les calculs un « bêta effectif » β_{eff} un peu différent du « bêta moyen » $\bar{\beta}$ obtenu en pondérant les « bêtas nucléaires » β_k des différents nucléides fissiles par les taux de fission.

4.2.9 Modèle de cinétique rapide

Nous venons de voir que, si ρ est supérieur à β , on peut traiter la cinétique par le modèle sans neutrons retardés à condition de remplacer ρ par $\rho - \beta$. Ce modèle simple n'est évidemment licite que dans la mesure où les émissions des neutrons retardés sont négligeables ou, tout au moins, ne varient pas de façon significative. Il permet, par exemple, d'étudier de façon qualitative sinon quantitative un accident de criticité (par neutrons prompts) dont la phase essentielle dure moins d'un dixième de seconde. (La difficulté principale du problème est d'évaluer l'évolution de ρ , elle aussi rapide à cause de contre-réactions liées à des effets de température ; cf. ch. 13.)

4.2.10 Modèle de cinétique lente

Pour tous les problèmes de pilotage de réacteurs, le modèle de cinétique lente est beaucoup plus utile : il consiste à faire tendre le temps de vie réel ℓ des neutrons vers zéro. Cela est licite, en effet, puisque, dans ces problèmes, le rôle essentiel dans la cinétique est joué par les neutrons retardés (cf. par exemple, le calcul de $\bar{\ell}$ fait ci-dessus p. 120).

Si le temps de vie tend vers zéro, il en est de même du nombre de neutrons $n^{(1)}$. En revanche, le taux d'absorption (nombre d'absorptions par unité de temps) $\alpha = n/\ell$ reste fini. En ré-écrivant les équations avec cette nouvelle fonction :

$$\ell \cdot \frac{d\alpha}{dt} = (\rho - \beta)\alpha + \sum_i \lambda_i c_i,$$

$$\frac{dc_i}{dt} = \beta_i \alpha - \lambda_i c_i,$$

puis en faisant $\ell = 0$, il vient :

$$\alpha = \frac{\sum_i \lambda_i c_i}{\beta - \rho},$$

$$\frac{dc_i}{dt} = \beta_i \alpha - \lambda_i c_i.$$

La première équation devient explicite : elle exprime que, si l'évolution n'est pas trop rapide, la population des neutrons est constamment en équilibre avec ce qu'impose le niveau de « source » que représentent les précurseurs ; cette population est formée de l'ensemble (infini) des générations promptes issues des neutrons des sources. Un tel équilibre n'est évidemment possible que si la série est convergente, c'est-à-dire si la situation est *sous-critique par neutrons prompts* ; en d'autres termes, ce modèle ne s'applique que si $\beta - \rho$ est positif.

1. Remarque que, dans un réacteur, le nombre de précurseurs est bien plus grand que le nombre de neutrons : on pourra faire le calcul pour une situation d'équilibre critique avec les données numériques d'un réacteur à eau sous pression et à uranium.

À cause de cet équilibre, l'ordre du système différentiel s'abaisse d'une unité. Si la réactivité est constante, on peut, comme précédemment, rechercher des solutions exponentielles et écrire l'équation de Nordheim (on retrouve évidemment l'équation précédente sans le terme ℓ).

En particulier, si l'on adopte une théorie à un seul groupe de neutrons retardés, le problème se réduit à la résolution d'une seule équation différentielle, celle qui régit la concentration (unique) des précurseurs :

$$\frac{dc}{dt} = \frac{\rho\lambda c}{\beta - \rho},$$

$$\alpha = \frac{\lambda c}{\beta - \rho}.$$

4.3 Étude de quelques problèmes

4.3.1 Cinétique avec terme de source

Nous avons supposé jusqu'ici que les seules sources de neutrons étaient celles dues aux fissions (source prompte et sources retardées). S'il existe aussi une source « externe » (aux fissions) S , par exemple une source de démarrage, celle-ci doit être ajoutée au second membre de l'équation des neutrons :

$$\frac{dn}{dt} = \frac{\rho - \beta}{\ell} n + \sum_i \lambda_i c_i + S,$$

$$\frac{dc_i}{dt} = \frac{\beta_i}{\ell} n - \lambda_i c_i.$$

Nous supposons ici que cette source, ainsi que la réactivité, sont constantes dans le temps.

- Si le système est *sous-critique*, une solution indépendante du temps s'ajoute à la solution transitoire donnée par l'équation de Nordheim (cf. la technique usuelle de résolution de ce type de problème : solution générale = solution particulière + solution générale de l'équation sans second membre); cette solution particulière indépendante du temps est :

$$n_{as} = \frac{\ell S}{-\rho}, \quad c_{i,as} = \frac{\beta_i S}{-\rho \lambda_i}.$$

- Si le système est *juste critique*, la solution asymptotique croît linéairement en fonction du temps :

$$n_{as} = \frac{\ell}{\bar{\ell}} S t + C^{te}, \quad c_{i,as} = \frac{\beta_i \tau_i}{\bar{\ell}} S t + C^{te},$$

$$\sum_i c_{i,as} = \frac{\bar{\ell} - \ell}{\bar{\ell}} S t + C^{te}, \quad n_{as} + \sum_i c_{i,as} = S t + C^{te}.$$

- Si le système est *surcritique*, la solution asymptotique est qualitativement similaire (croissance exponentielle) qu'il y ait ou non une source.

4.3.2 Arrêt d'urgence

Dans tout réacteur, un système de sécurité, le plus souvent réalisé par un jeu de barres fortement absorbantes, permet d'insérer très rapidement une forte antiréactivité et d'arrêter ainsi la réaction en chaîne. Pour simplifier, nous supposons ici que cette réactivité négative ρ est insérée instantanément.

Immédiatement, si l'on se réfère au modèle de cinétique lente et en fait avec une constante de temps ω de l'ordre de $(\rho - \beta)/\ell$ si l'on se réfère à l'équation de Nordheim exacte, la puissance chute d'un facteur $\beta/(\beta - \rho)$. Elle continue à baisser ensuite selon les g modes exponentiels et finalement selon le moins rapide d'entre eux, avec une constante de temps de l'ordre de $-\lambda_1$ (correspondant à l'asymptote verticale la plus à droite sur le graphique de Nordheim), soit environ un facteur 2 en 55 secondes.

4.3.3 Créneau de réactivité

Lorsqu'on désire faire varier le niveau de puissance du réacteur, on introduit momentanément une réactivité positive (modeste) pour monter la puissance ou négative (et modeste également) pour l'abaisser. En pratique, les insertions de réactivité ne sont jamais brutales mais, pour simplifier les calculs, on peut supposer que l'affaire est réalisée grâce à un « créneau » de réactivité, c'est-à-dire une insertion instantanée d'une réactivité ρ , maintenue constante pendant un certain laps de temps T , puis suivie d'un retour également instantané à une réactivité nulle.

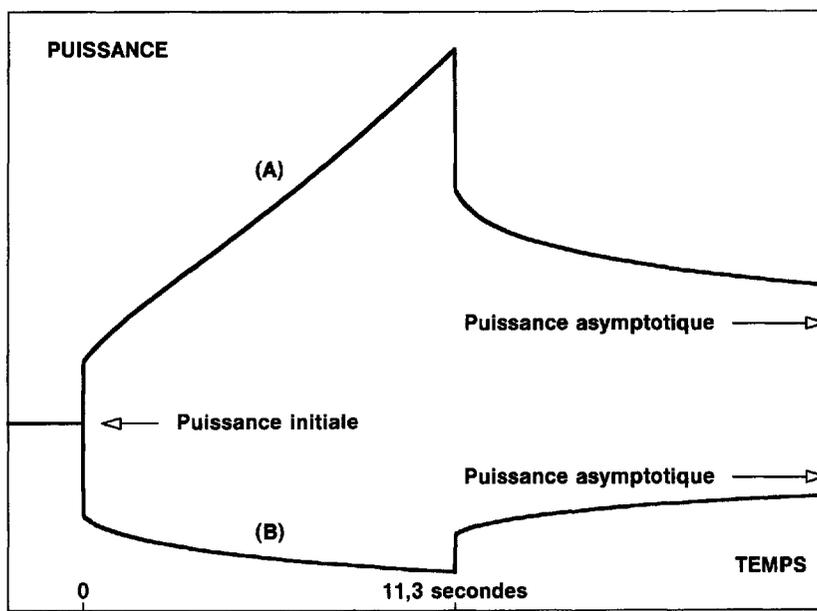


Figure 4.2. Deux exemples de variation de la puissance lors de « créneaux » de réactivité (fissions d'uranium 235; théorie à six groupes de neutrons retardés; A : $\rho = \beta/4$; B : $\rho = -\beta$).

À l'instant de l'insertion de réactivité, la puissance varie quasiment instantanément du facteur $\beta/(\beta - \rho)$ (plus grand que 1 si la réactivité introduite est positive et plus petit que 1 si elle est négative); elle évolue ensuite selon les g modes exponentiels principaux; lorsque la réactivité est réduite à zéro, une brusque variation du facteur inverse du précédent survient, suivie d'une atteinte plus lente de l'asymptote. La figure 4.2, page précédente, donne deux exemples de « créneaux » de 11,3 secondes (cette valeur choisie ici est le temps de vie moyen des précurseurs), obtenus grâce à des calculs exacts; le lecteur pourra examiner le problème par le modèle de cinétique lente.

4.3.4 Rampe de réactivité

Comme nous l'avons dit, les insertions de réactivité sont, en pratique, progressives, par exemple faites par montée ou descente de barres absorbantes. Une simulation meilleure que le « créneau » est donc celle de la « rampe » de réactivité, c'est-à-dire d'une variation linéaire au cours du temps à partir d'un état critique :

$$\rho(t) = \pi t,$$

où le coefficient π (pente) est choisi positif, si on veut faire monter la puissance, ou négatif, si on veut l'abaisser.

La résolution analytique du problème est dans ce cas plus délicate : pour simplifier, nous le présenterons ici dans le cadre du modèle « cinétique lente à un groupe de neutrons retardés », pour lequel les équations sont :

$$\frac{dc}{dt} = \frac{\pi t \lambda c}{\beta - \pi t}, \quad \alpha = \frac{\lambda c}{\beta - \pi t}.$$

L'équation différentielle est à variables séparées et peut ainsi s'intégrer :

$$\ln \frac{c(t)}{c(0)} = -\lambda t + \frac{\lambda \beta}{\pi} \ln \frac{\beta}{\beta - \pi t}.$$

On en déduit :

$$\frac{c(t)}{c(0)} = e^{-\lambda t} \cdot \left(\frac{\beta}{\beta - \pi t} \right)^\gamma, \quad \frac{p(t)}{p(0)} = e^{-\lambda t} \cdot \left(\frac{\beta}{\beta - \pi t} \right)^{\gamma+1},$$

avec :

$$\gamma = \frac{\lambda \beta}{\pi}.$$

(La puissance p est proportionnelle au taux d'absorption α .)

La figure 4.3, page ci-contre, donne quelques exemples des courbes de puissance obtenues avec cette dernière formule.

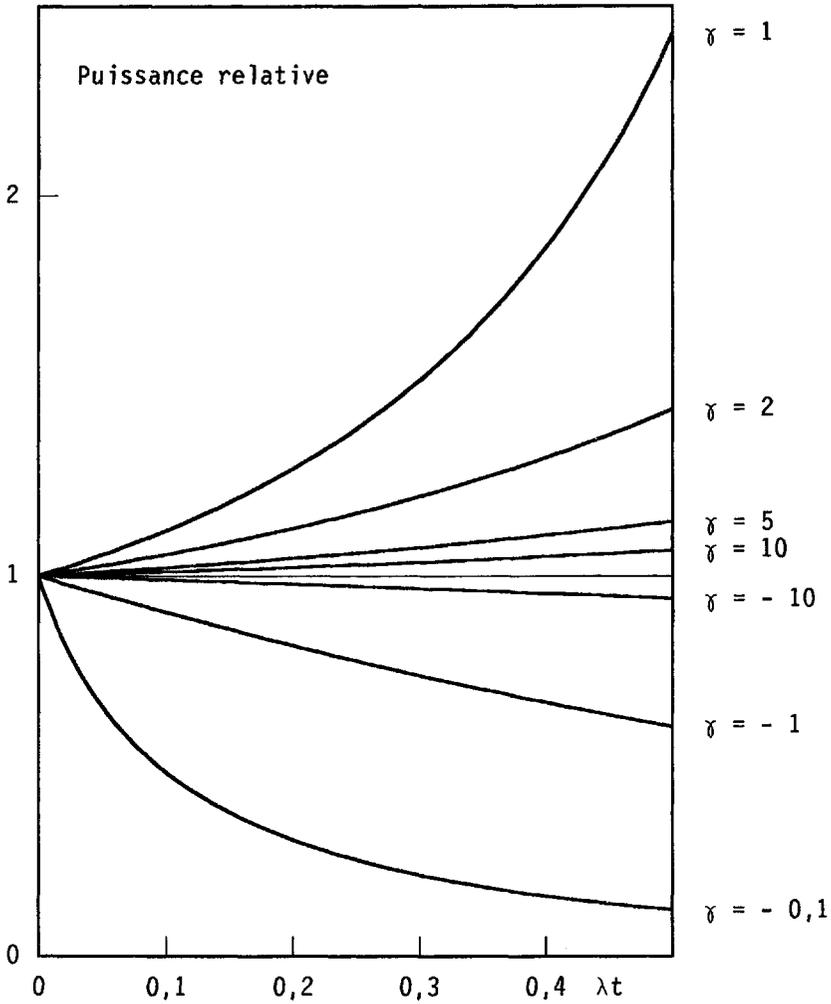


Figure 4.3. Quelques exemples de variation de la puissance lors de « rampes » de réactivité (cinétique lente à un groupe de neutrons retardés).

Cette page est laissée intentionnellement en blanc.

5

Équation de la diffusion

Introduction

La grande complexité mathématique de l'équation de Boltzmann ne laisse guère d'espoir pour des résolutions analytiques et seules des simplifications des opérateurs qui y apparaissent permettront d'aller plus loin dans ce sens. Et même si l'on envisage de mener les calculs de façon purement numérique (en utilisant, en pratique, un ordinateur), de telles simplifications sont le plus souvent nécessaires.

L'approximation de la diffusion est une simplification très usuellement adoptée pour l'opérateur de transport : elle est intéressante car elle permet d'esquiver la prise en compte de la variable « phase » $\bar{\Omega}$ (direction du neutron) et d'exprimer le transport des particules grâce à un opérateur mathématique simple et bien connu, l'opérateur « laplacien » (ou, en abrégé, le laplacien) ; cette approximation a, bien sûr, ses limites.

Notre souci principal, dans ce chapitre, étant l'étude de la *migration* dans l'espace, nous nous limiterons, pour simplifier, à une théorie monocinétique ; mais une telle simplification n'est pas indispensable, ainsi que nous le verrons au chapitre 10.

Nous nous proposons, dans ce chapitre 5, de présenter cette approximation dite « de la diffusion » et d'examiner, dans ce cadre, le calcul du flux lorsque les sources sont supposées connues. En pratique, les sources sont souvent des sources de fission qui s'expriment donc en fonction du flux inconnu : le problème qui se pose alors sera examiné au chapitre suivant.

Ce chapitre est organisé en deux parties : 1/ l'établissement de l'approximation de la diffusion et la discussion des hypothèses ; 2/ l'étude de quelques problèmes, à titre d'exemples.

5.1 Établissement de l'équation de la diffusion

5.1.1 Bilan neutronique

Considérons un domaine quelconque de l'espace, D , et intéressons-nous au nombre de neutrons qui s'y trouvent. Par définition de la densité n , ce nombre, à l'instant t , est :

$$X(t) = \int_D n(\vec{r}, t) d^3r.$$

L'habitude veut que l'on utilise le « flux » $\Phi = nv$ plutôt que la densité, d'où :

$$X(t) = \int_D \frac{1}{v} \Phi(\vec{r}, t) d^3r.$$

(Ici, les neutrons sont supposés monocinétiques, donc v n'est pas un argument ; comme nous ne distinguons pas les directions $\vec{\Omega}$ des neutrons, nous utilisons une densité et un flux intégrés sur cette variable.)

C'est la variation de ce nombre entre t et $t + dt$,

$$dX = X(t + dt) - X(t) = \int_D \frac{1}{v} \frac{\partial \Phi(\vec{r}, t)}{\partial t} d^3r dt,$$

que nous allons exprimer en analysant les différents phénomènes susceptibles de l'affecter. Il faut en distinguer trois :

1/ **les sources** : pendant dt , elles contribuent à faire croître X de :

$$d_{(1)}X = \int_D S(\vec{r}, t) d^3r dt;$$

2/ **les absorptions** : pendant dt , elles contribuent à faire décroître X de :

$$d_{(2)}X = \int_D \Sigma_a(\vec{r}) \Phi(\vec{r}, t) d^3r dt;$$

(N.B. : ici nous ne considérons pas les diffusions car elles ne changent pas la vitesse [théorie monocinétique] et, si elles modifient la direction, elles n'affectent pas le nombre X .)

3/ **les entrées-sorties** : les premières contribuent à faire croître X et les secondes à le faire décroître. Nous avons vu (cf. p. 106) que le vecteur $\vec{J}(\vec{\Omega})$ (variables \vec{r} et t sous-entendues) permet d'exprimer le bilan net des traversées d'un élément de surface (en positif, le nombre de traversées dans le sens de la normale et, en négatif, les traversées dans le sens inverse), et cela pour des neutrons de direction $\vec{\Omega}$. Si nous considérons le vecteur \vec{J} (variables \vec{r} et t sous-entendues) — c'est-à-dire le vecteur courant $\vec{J} = \int \vec{J}(\vec{\Omega}) d^2\Omega$ intégré

sur les phases —, nous pouvons de même exprimer le nombre net de traversées, toutes directions confondues. Si nous orientons la normale vers l'extérieur du domaine D et si nous intégrons sur toute sa surface S , nous pouvons exprimer la troisième variation de X (décroissance si elle est positive, croissance si elle est négative) :

$$d_{(3)}X = \int_D \vec{j}(\vec{r}, t) \cdot \vec{N} dS dt.$$

Pour écrire cette intégrale sous une forme analogue aux précédentes, c'est-à-dire sous forme d'une intégrale de volume, utilisons le *théorème d'Ostrogradsky* :

$$d_{(3)}X = \int_D \text{div}[\vec{j}(\vec{r}, t)] d^3r dt.$$

Finalement :

$$dX = d_{(1)}X - d_{(2)}X - d_{(3)}X,$$

exprime le bilan dans D pendant dt . Le domaine D étant quelconque, on peut le réduire à l'élément de volume d^3r (c'est-à-dire supprimer les signes « somme »), puis simplifier par $d^3r dt$:

$$\frac{1}{v} \frac{\partial \Phi(\vec{r}, t)}{\partial t} = S(\vec{r}, t) - \Sigma_a(\vec{r}) \Phi(\vec{r}, t) - \text{div}[\vec{j}(\vec{r}, t)].$$

On notera que, bien que la variable $\vec{\Omega}$ n'y apparaisse pas, cette équation est tout à fait rigoureuse (en théorie monocinétique); malheureusement, elle ne se suffit pas à elle-même puisqu'elle contient non pas une mais deux fonctions inconnues, le flux Φ et le courant \vec{j} . C'est la raison pour laquelle une deuxième relation sera nécessaire entre \vec{j} et Φ . Cette dernière ne pourra être qu'approximative dans la mesure où l'on ne veut pas calculer le flux en phase.

5.1.2 Évaluation du courant : « loi » de Fick

La deuxième relation que nous allons adopter est connue sous le nom de « loi de Fick »⁽¹⁾. La loi de Fick est connue en chimie : elle exprime le fait que les flux (au sens usuel du terme) de matière dans une solution s'établissent dans le sens opposé au gradient de concentration et proportionnellement au module du gradient⁽²⁾. On la transpose à la neutronique en remplaçant le mot « flux » par le mot « courant » et en remplaçant la « concentration » n des neutrons par la grandeur qui lui est proportionnelle, Φ ; comme en chimie, le coefficient de proportionnalité est appelé « coefficient de diffusion » et noté D , soit :

$$\vec{j}(\vec{r}, t) \simeq -D(\vec{r}) \overrightarrow{\text{grad}} \Phi(\vec{r}, t).$$

1. Le terme de « loi » doit être entendu ici dans son acception en physique, comme on parle, par exemple, de « loi de Fourier » pour la chaleur. Une loi physique est toujours plus ou moins approximative.

2. En d'autres termes, ces flux tendent à uniformiser les concentrations; c'est ainsi que le sucre accumulé au début au fond d'une tasse de café finit par s'y uniformiser même si l'on ne l'agite pas avec une petite cuillère.

Il est évidemment possible de *justifier* cette loi par des considérations plus précises que la seule intuition à laquelle nous venons de faire appel. Commençons par une justification physique (nous présenterons plus loin l'une des justifications mathématiques possibles). Supposons que la situation change peu — ou pas du tout — au cours du temps, ce qui permettra de raisonner en régime stationnaire.

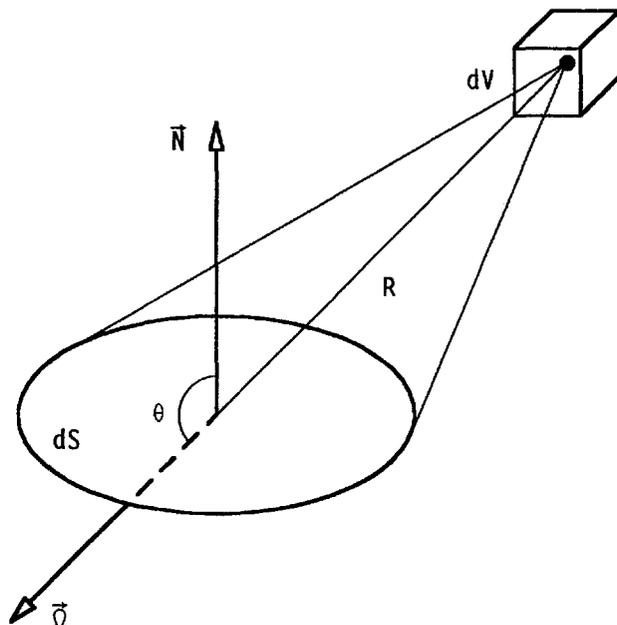


Figure 5.1. Évaluation du courant.

Plaçons un élément de surface quelconque dS , orienté par sa normale \vec{N} (voir figure 5.1). Les neutrons qui vont le traverser sont tous ceux qui ont quitté un élément de volume dV (après y avoir été émis ou diffusés), en partant dans l'élément d'angle solide sous lequel on voit dS depuis dV et qui auront fait le parcours sans collision. Raisonons par unité de temps :

- neutrons quittant dV : $Q(\vec{r}) dV$ (Q étant la densité d'émission) ;
- angle solide sous lequel on voit dS , rapporté au total de 4π stéradians : $dS \cos \theta / (4\pi R^2)$;
- probabilité d'effectuer le parcours sans collision : $e^{-\Sigma R}$.

En sommant pour tous les éléments de volume *au-dessus* de dS , on évalue $J_- dS$ (cf. p. 106) et en sommant pour tous les éléments de volume *au-dessous* de dS , on évalue $J_+ dS$:

$$J_+ dS = \int_{(0 < \theta < \pi/2)} Q(\vec{r}) dV \frac{dS \cos \theta}{4\pi R^2} e^{-\Sigma R},$$

$$J_- dS = \int_{(\pi/2 < \theta < \pi)} Q(\vec{r}) dV \frac{dS \cos \theta}{4\pi R^2} e^{-\Sigma R}.$$

Pour effectuer le calcul des intégrales, nous ferons trois approximations :

- 1/ le milieu est homogène au voisinage de dS , autrement dit Σ est une constante ; noter que « au voisinage » veut dire « quelques libres parcours moyens », puisque l'exponentielle devient négligeable au-delà ;
- 2/ en régime stationnaire ($\partial\Phi/\partial t = 0$), l'équation du bilan se réduit à $S = \Sigma_a\Phi + \text{div}\vec{J}$, soit $S \simeq \Sigma_a\Phi$ si l'on néglige le deuxième terme, c'est-à-dire si les variations du flux ne sont pas trop rapides⁽¹⁾. On en déduit que :

$$Q = S + \Sigma_s\Phi \simeq \Sigma_a\Phi + \Sigma_s\Phi \simeq \Sigma\Phi ;$$

- 3/ toujours dans cette hypothèse d'une variation faible du flux donc de Q , un développement de Taylor au premier ordre est sans doute suffisant :

$$Q(\vec{r}) \simeq Q(\vec{r}') + x\frac{\partial Q(\vec{r}')}{\partial x} + y\frac{\partial Q(\vec{r}')}{\partial y} + z\frac{\partial Q(\vec{r}')}{\partial z},$$

où \vec{r} est le point où est placé dS , \vec{r}' le point où est placé dV et \vec{R} , de composantes x , y et z , le vecteur joignant \vec{r} à \vec{r}' ; au second membre, la fonction Q et ses dérivées sont prises en \vec{r}' .

En effectuant le calcul en coordonnées sphériques, c'est-à-dire en posant :

$$x = R \cos \varphi \sin \theta, \quad y = R \sin \varphi \sin \theta, \quad z = R \cos \theta, \quad dV = R^2 dR \sin \theta d\theta d\varphi,$$

et en remplaçant Q par $\Sigma\Phi$, on obtient :

$$J_+ = \frac{\Phi}{4} - \frac{1}{6\Sigma} \frac{\partial\Phi}{\partial z}, \quad J_- = \frac{\Phi}{4} + \frac{1}{6\Sigma} \frac{\partial\Phi}{\partial z},$$

d'où :

$$J_{\text{net}} = J_+ - J_- = -\frac{1}{3\Sigma} \frac{\partial\Phi}{\partial z}.$$

On peut ré-écrire ces formules en posant :

$$D = \frac{1}{3\Sigma}.$$

Remarquons que les courants que nous avons calculés sont relatifs à la composante selon z du vecteur courant ; pour une composante N quelconque :

$$J_{+,N} = \frac{\Phi}{4} - \frac{D}{2} \frac{\partial\Phi}{\partial N}, \quad J_{-,N} = \frac{\Phi}{4} + \frac{D}{2} \frac{\partial\Phi}{\partial N},$$

et pour le vecteur courant lui-même :

$$\vec{J} = -D \overrightarrow{\text{grad}} \Phi,$$

c'est-à-dire la loi que nous avons introduite ci-dessus.

1. La loi de Fick, si nous l'admettons provisoirement, indique que le courant est faible si le gradient du flux est faible.

5.1.3 Équation de la diffusion

En reportant la loi de Fick dans l'équation du bilan, nous obtenons l'équation dite de la diffusion :

$$\frac{1}{v} \frac{\partial \Phi(\vec{r}, t)}{\partial t} = S(\vec{r}, t) - \Sigma_a(\vec{r}) \Phi(\vec{r}, t) + \text{div}[D(\vec{r}) \overrightarrow{\text{grad}} \Phi(\vec{r}, t)].$$

En pratique, le milieu où est écrite cette équation est homogène : Σ_a et D sont alors indépendants de \vec{r} et l'on peut simplifier l'écriture en remarquant que l'opérateur $\text{div}(\overrightarrow{\text{grad}})$ n'est autre que l'opérateur laplacien Δ , c'est-à-dire :

– en coordonnées cartésiennes :

$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2};$$

– en coordonnées cylindriques :

$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2};$$

– en coordonnées sphériques⁽¹⁾ :

$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} E,$$

avec :

$$E = \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{\sin^2 \theta} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2}.$$

5.1.4 Condition initiale ; conditions aux limites ; conditions d'interface

On démontre que cette équation de la diffusion a une et une seule solution si l'on se donne, outre l'équation elle-même avec la description géométrique et physique des milieux :

1/ si l'on traite une situation dépendant du temps : la *condition initiale*, c'est-à-dire la distribution spatiale des neutrons à l'instant origine, $\Phi(\vec{r}, 0)$;

2/ dans tous les cas : des *conditions aux limites du domaine*.

En pratique, ces dernières se présentent sous la forme d'une relation à vérifier faisant intervenir le flux et/ou sa dérivée par rapport à la normale.

En général, le réacteur est constitué d'une ou plusieurs zones homogènes. On est alors amené à considérer l'équation de la diffusion dans chacune d'elles, avec des valeurs constantes de D et Σ_a , et à expliciter la continuité du flux et du courant aux interfaces entre deux zones 1 et 2 :

$$\Phi_1 = \Phi_2, \quad D_1 \frac{\partial \Phi_1}{\partial N} = D_2 \frac{\partial \Phi_2}{\partial N}.$$

1. Ici, les angles θ et φ désignent les composantes angulaires de la variable d'espace et non de la vitesse du neutron.

En effet, comme les neutrons ne « savent » pas qu'ils traversent une interface, la densité en phase est forcément continue ; il en est de même du flux (intégré) et du courant (intégré) qui sont des intégrales sur $\bar{\Omega}$ de cette densité en phase⁽¹⁾.

5.1.5 Limite extérieure : distance d'extrapolation du corps noir ; surface extrapolée

On peut, en général, considérer que les neutrons qui sortent du réacteur sont perdus puisqu'ils trouvent au-delà des matériaux absorbants où ils disparaissent (acier, béton...). La condition à la limite qui l'exprime est :

$$J_- = 0,$$

(des neutrons peuvent s'échapper mais aucun ne revient). Ces matériaux capturant tous les neutrons sont appelés « corps noirs ». Noter en passant que le vide est aussi un corps noir, puisque, dans ce cas aussi, les neutrons qui sortent ne reviendront pas !

Dans le contexte de l'approximation de la diffusion, cette condition à la limite s'exprime par :

$$J_- = \frac{\Phi}{4} + \frac{D}{2} \frac{\partial \Phi}{\partial N} = 0,$$

c'est-à-dire par une valeur imposée à la *dérivée logarithmique* du flux :

$$\frac{\partial \Phi / \partial N}{\Phi} = -\frac{1}{2D} = -\frac{3\Sigma}{2} = -\frac{3}{2\lambda} = -\frac{1}{d}.$$

Un calcul géométrique élémentaire (figure 5.2, page suivante) montre que cela revient à dire que la tangente à la courbe de flux au niveau de la surface coupe l'axe au-delà de la surface à une distance d égale aux deux tiers du libre parcours moyen des neutrons. Cette *distance d'extrapolation* est de l'ordre du centimètre, c'est-à-dire petite devant les dimensions d'un réacteur : on ne commet donc qu'une erreur minime en remplaçant le flux par sa tangente sur cette distance, donc en remplaçant la véritable condition à la limite par la condition d'annulation du flux à cette distance, c'est-à-dire sur la *surface extrapolée* vers l'extérieur de d par rapport à la surface réelle.

C'est ce que l'on fait en général car il est plus simple d'expliciter la condition $\Phi = 0$ à la limite extrapolée que la condition de dérivée logarithmique à la surface réelle. Comme cela ne complique pas les choses, on en profite pour remplacer le coefficient $2/3$ dans l'expression de d par un coefficient plus précis obtenu en traitant exactement le problème du corps noir⁽²⁾, sans faire l'approximation de la diffusion :

$$d = 0,7104\lambda.$$

1. Si les coefficients de diffusion sont différents, le tracé du flux est continu mais présente un « angle » au passage de l'interface : c'est un artefact dû à l'approximation de la diffusion.

2. Ce problème est appelé « *problème de Milne* ».

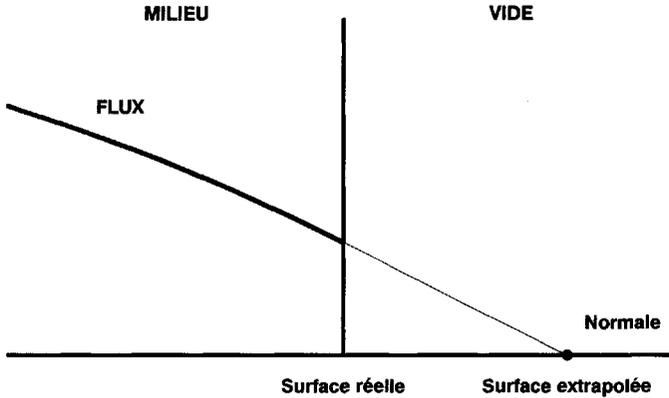


Figure 5.2. Distance d'extrapolation.

5.1.6 Approche à partir de l'équation intégrale

À titre d'exercice, voici une autre façon d'obtenir l'équation de la diffusion (en régime stationnaire, pour simplifier). Nous laissons au lecteur le soin de mener les calculs en détail :

– on part de l'équation intégrale de Boltzmann en diffusion isotrope (cf. p. 110) :

$$\Phi(\vec{r}) = \int \frac{e^{-\Sigma R}}{4\pi R^2} Q(\vec{r}') d^3 r' ;$$

- on suppose le matériau homogène autour de \vec{r} dans la zone qui contribue à l'intégrale (Σ constant) ;
- on remplace, pour calculer l'intégrale, $Q(\vec{r}')$ par son développement au second ordre en série de Taylor autour de \vec{r} ;
- pour le calcul du laplacien qui apparaît alors, on fait l'approximation $Q \simeq \Sigma\Phi$, c'est-à-dire : $\Delta Q \simeq \Sigma\Delta\Phi$.

5.1.7 Conditions de validité de l'approximation de la diffusion

La « démonstration » de la loi de Fick que nous avons présentée ci-dessus montre que l'approximation de la diffusion est valable dans la mesure où *les variations (en espace et en temps) sont lentes*. Concrètement, c'est le cas :

- s'il y a peu d'hétérogénéités géométriques ;
- si la section efficace d'absorption est faible devant la section efficace de diffusion ;
- si l'on ne se place pas trop près des interfaces (au moins à quelques libres parcours) ;
- si l'on ne se place pas trop près des sources « concentrées ».

5.1.8 Correction de transport

Une bonne partie de l'erreur commise par l'approximation de la diffusion provient de l'hypothèse d'isotropie des diffusions. (Cette hypothèse est nécessaire pour aboutir à la forme simple de l'équation intégrale du transport utilisée ci-dessus ; elle a aussi été faite pour établir la loi de Fick lorsque nous avons admis qu'un neutron quittant dV avait la probabilité $d^2\Omega/4\pi$ de « viser » dS , $d^2\Omega$ étant l'angle solide sous lequel est vue dS depuis le point d'émission.) La correction de transport, qu'on établit à partir de la forme différentielle de l'opérateur de transport, permet de remédier à l'essentiel de cette erreur. Comme elle est simple à introduire, elle sera toujours faite en pratique. Elle consiste, en effet, dans l'expression du coefficient de diffusion, à remplacer la section efficace totale Σ par la section efficace dite de « de transport » :

$$\Sigma_{tr} = \Sigma - \bar{\mu}\Sigma_s,$$

où $\bar{\mu}$ est le cosinus moyen de l'angle de déviation du neutron au cours d'une collision : c'est une donnée nucléaire qu'il faut simplement ajouter aux autres. (Nous verrons au ch. 7 qu'une bonne approximation pour un noyau A fois plus lourd que le neutron est $\bar{\mu} = 2/[3A]$.) Les formules à utiliser sont donc :

$$D = 1/3\Sigma_{tr}, \quad d = 0,7104/\Sigma_{tr}.$$

5.2 Étude de quelques problèmes

5.2.1 Noyaux de l'équation de la diffusion en milieu homogène et infini

On appelle « noyaux » d'une équation (ici équation de la diffusion) les solutions élémentaires obtenues pour les milieux les plus simples et les « seconds membres » (ici les sources) les plus simples.

Nous allons examiner, dans ce paragraphe, le milieu le plus simple qu'on puisse rencontrer dans les problèmes de neutronique : le milieu homogène et sans frontière, c'est-à-dire infini. Nous examinerons trois sources élémentaires pouvant schématiser des sources réelles : la source ponctuelle émettant S neutrons par unité de temps ; la source filiforme (disposée sur une droite) émettant S neutrons par unités de longueur et de temps et la source plane émettant S neutrons par unités de surface et de temps.

1/ Source « point » : plaçons cette source à l'origine des coordonnées et utilisons les coordonnées sphériques ; pour des raisons de symétrie, les variables angulaires n'interviennent pas et l'équation à résoudre se réduit à :

$$D \left[\frac{d^2\Phi}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{d\Phi}{dr} \right] - \Sigma_a\Phi + S = 0.$$

En dehors du point origine, la source est nulle. En recherchant une solution de la forme $\Phi = f/r$, on voit que la solution générale s'exprime avec deux constantes A et B :

$$\Phi(r) = A \frac{e^{-kr}}{r} + B \frac{e^{+kr}}{r},$$

avec :

$$\kappa^2 = \frac{\Sigma_a}{D}.$$

La constante B doit être nulle car le flux ne peut pas croître indéfiniment quand on s'éloigne de la source. Reste à déterminer la constante A .

- *Première méthode* : le nombre net $4\pi\varepsilon^2 J(\varepsilon)$ de neutrons sortant d'une sphère de rayon ε doit tendre vers l'intensité S de la source si ε tend vers zéro. En faisant le calcul avec :

$$\Phi(r) = A \frac{e^{-\kappa r}}{r}, \quad J(r) = -D \frac{d\Phi(r)}{dr},$$

on trouve $A = S/4\pi D$, soit :

$$\Phi(r) = S \frac{e^{-\kappa r}}{4\pi D r}.$$

- *Deuxième méthode* : la source peut être représentée mathématiquement par $S\delta(\vec{r})$ où δ est la distribution de Dirac à trois dimensions ; près de l'origine, le flux est équivalent à A/r , puisque l'exponentielle est à peu près égale à 1 ; or, on a la formule :

$$\delta(\vec{r}) = -\frac{1}{4\pi} \Delta \frac{1}{r}.$$

En équilibrant les coefficients des deux distributions de Dirac apparaissant ainsi dans l'équation, on voit qu'il faut que A soit égal à $S/4\pi D$.

- 2/ Source « fil »** : plaçons cette source le long de l'axe z et utilisons les coordonnées cylindriques ; seule la variable ρ intervient et l'équation à résoudre se réduit à :

$$D \left[\frac{d^2\Phi}{d\rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{d\Phi}{d\rho} \right] - \Sigma_a \Phi + S = 0.$$

En dehors de l'axe z , la source est nulle. La solution générale s'exprime avec deux constantes A et B :

$$\Phi(\rho) = AK_0(\kappa\rho) + BI_0(\kappa\rho),$$

où K_0 et I_0 sont deux fonctions de Bessel (voir annexes).

La constante B doit être nulle puisque la fonction I_0 croît comme une exponentielle et que le flux ne peut pas croître indéfiniment quand on s'éloigne de la source. La constante A peut être déterminée de façon similaire à ce que nous avons fait pour la source « point ».

- *Première méthode* : analogue en considérant un cylindre de rayon ε et de hauteur unité : on trouve $A = S/2\pi D$, soit :

$$\Phi(\rho) = S \frac{K_0(\kappa\rho)}{2\pi D}.$$

- *Deuxième méthode* : la source peut être représentée mathématiquement par $S\delta(\vec{\rho})$ où δ est la distribution de Dirac à deux dimensions ; sachant que, près de l'origine, la fonction $K_0(u)$ est équivalente à $-\ln u$ et qu'on a la formule :

$$\delta(\vec{\rho}) = \frac{1}{2\pi} \Delta \ln \rho,$$

on retrouve la valeur de A en équilibrant les coefficients des deux distributions de Dirac apparaissant dans l'équation.

3/ **Source « plan »** : plaçons cette source dans le plan d'équation $x = 0$ et utilisons les coordonnées cartésiennes ; seule la variable x intervient et l'équation à résoudre se réduit à :

$$D \frac{d^2 \Phi}{dx^2} - \Sigma_a \Phi + S = 0.$$

En dehors du plan origine, la source est nulle. Supposons x strictement positif. La solution générale s'exprime avec deux constantes A et B :

$$\Phi(x) = Ae^{-\kappa x} + Be^{+\kappa x}.$$

La constante B doit être nulle puisque le flux ne peut pas croître indéfiniment quand on s'éloigne de la source. Pour x strictement négatif, le flux est la fonction symétrique, ce que l'on peut prendre en compte en introduisant la valeur absolue de x :

$$\Phi(r) = Ae^{-\kappa|x|}.$$

La constante A peut être déterminée de façon similaire à ce que nous avons fait précédemment.

– *Première méthode* : considérons deux plans infiniment voisins du plan source en $x = -0$ et $x = +0$; comme la moitié des neutrons est émise vers la droite et la moitié vers la gauche, nous avons :

$$J_+(+0) = J_+(-0) + \frac{S}{2}, \quad J_-(-0) = J_-(+0) + \frac{S}{2},$$

d'où :

$$J(+0) = J(-0) + S.$$

En utilisant la loi de Fick, on en déduit $A = S/2\kappa D$ et :

$$\Phi(r) = S \frac{e^{-\kappa|r|}}{2\kappa D}.$$

– *Deuxième méthode* : la source peut être représentée mathématiquement par $S\delta(x)$ où δ est la distribution de Dirac à une dimension ; en utilisant la formule :

$$\delta(x) = \frac{1}{2} \Delta|x|,$$

on retrouve la valeur de A en équilibrant les coefficients des deux distributions de Dirac apparaissant dans l'équation.

Carrés moyens des distances parcourues à vol d'oiseau

Après multiplication par Σ_a , ces noyaux représentent la densité d'absorption, par exemple par unité de volume pour le premier ; on pourra vérifier que l'intégrale de $\Sigma_a \Phi$ respectivement sur r (entre zéro et l'infini), sur ρ (entre zéro et l'infini) et sur x (entre $-\infty$ et $+\infty$) est bien égal à S , donc qu'il y a, par unité de temps, autant de neutrons absorbés que de neutrons émis. En pondérant r^2 — resp. ρ^2 et x^2 — par cette densité d'absorption, on obtient la moyenne du carré de la distance parcourue à vol d'oiseau par un neutron de

son émission jusqu'à son absorption — resp. de la projection du parcours sur le plan x - y et sur l'axe \vec{x} —; on trouve ainsi (en prenant $S = 1$, la densité d'absorption est normalisée) :

$$\langle r^2 \rangle = \int_0^\infty r^2 \Sigma_a \frac{e^{-\kappa r}}{4\pi D r} 4\pi r^2 dr = 6L^2,$$

$$\langle \rho^2 \rangle = \int_0^\infty \rho^2 \Sigma_a \frac{K_0(\kappa \rho)}{2\pi D} 2\pi \rho d\rho = 4L^2,$$

$$\langle x^2 \rangle = \int_0^\infty x^2 \Sigma_a \frac{e^{-\kappa x}}{2\kappa D} 2 dx = 2L^2,$$

avec $L^2 = 1/\kappa^2 = D/\Sigma_a$; cette grandeur, qui a la dimension d'une surface, est appelée « aire de diffusion ». On remarquera que la deuxième formule, puis la première, se déduisent de la troisième par application du théorème de Pythagore.

5.2.2 Généralisation : notion de fonction de Green

Une source filiforme peut être considérée comme un ensemble de sources ponctuelles situées sur un axe ; de même pour une source plane. Comme la neutronique est linéaire, on peut calculer le flux résultant d'un ensemble de sources en sommant les flux élémentaires dus à chacune des sources : on pourra retrouver ainsi les noyaux « fil » et « plan » en effectuant les intégrales adéquates du noyau « point ».

Cela peut être généralisé au cas d'un réacteur quelconque hétérogène et/ou fini. Une source quelconque $S(\vec{r}')$ peut être considérée comme un ensemble (infini) de sources ponctuelles : dans l'élément de volume d^3r' se trouve une source élémentaire $S(\vec{r}') d^3r'$ qui peut être assimilée à une source ponctuelle. Si l'on a pu calculer le flux $g(\vec{r}, \vec{r}')$ au point \vec{r} dû à une source ponctuelle et unité placée au point \vec{r}' , le flux dû à l'ensemble $S(\vec{r}')$ des sources peut en être déduit par l'intégrale :

$$\Phi(\vec{r}) = \int g(\vec{r}, \vec{r}') S(\vec{r}') d^3r'.$$

Le flux élémentaire $g(\vec{r}, \vec{r}')$ est la *fonction de Green* de l'équation de la diffusion⁽¹⁾.

En théorie monocinétique, on ne change pas la physique neutronique si l'on inverse le sens d'écoulement du temps ; il en résulte que la fonction de Green est *symétrique* :

$$g(\vec{r}, \vec{r}') = g(\vec{r}', \vec{r}),$$

c'est-à-dire que l'on trouve le même résultat en plaçant une source émettant un neutron par unité de temps au point \vec{r}' et en mesurant le flux au point \vec{r} , et en plaçant une source émettant un neutron par unité de temps au point \vec{r} et en mesurant le flux au point \vec{r}' .

Ce résultat est évidemment faux en théorie à spectre : en pratique, les neutrons se ralentissent dans les réacteurs ; en retournant le sens du temps, ils y seraient accélérés !

1. La notion de fonction de Green est générale et s'applique à toute équation *linéaire* reliant une fonction inconnue Φ à une fonction donnée S .

5.2.3 Notion d'albédo

On place en général autour du cœur d'un réacteur une couche d'un matériau « réflecteur » dont le rôle est de renvoyer vers le cœur des neutrons qui en sortent et qui, sinon, seraient perdus. On améliore ainsi le facteur de multiplication. Les matériaux utilisés comme réflecteurs sont souvent les mêmes que ceux qui sont choisis comme modérateurs puisque la caractéristique d'un bon réflecteur est de diffuser les neutrons — jusqu'à ce qu'ils retournent éventuellement vers le cœur — sans trop les capturer.

Un réflecteur est caractérisé par son coefficient de réflexion, ou *albédo*, défini comme la proportion des neutrons sortant du cœur renvoyés vers le cœur, c'est-à-dire :

$$\beta = \frac{J_-}{J_+},$$

formule où les courants sont pris à l'interface cœur-réflecteur avec la normale orientée du cœur vers le réflecteur. (Dans les problèmes où les courants dépendent du point sur l'interface, ces courants sont pris soit localement, soit en moyenne.)

5.2.4 Calcul de l'albédo d'une plaque

Remarquons que l'albédo peut être exprimé avec le flux de la zone cœur (à sa limite) ou avec le flux de la zone réflecteur (id.) puisqu'il y a continuité des deux courants. En pratique, on *calculera* l'albédo en se plaçant dans le réflecteur et on *utilisera* pour le calcul du flux du cœur.

À titre d'exemple, calculons l'albédo d'une plaque infinie selon y et z et comprise entre les plans $x = 0$ et $x = e$. Nous supposons que les neutrons entrent uniformément par la face $x = 0$, donc que le flux ne dépend que de x . Il n'y a pas de sources au sein du réflecteur. L'équation à résoudre est :

$$D \frac{d^2 \Phi}{dx^2} - \Sigma_a \Phi = 0.$$

La solution générale s'exprime avec deux constantes A et B :

$$\Phi(x) = Ae^{-\kappa x} + Be^{+\kappa x}.$$

Si nous supposons que l'épaisseur e inclut la distance d'extrapolation au-delà du réflecteur, la condition à cette limite est l'annulation du flux ; pour la prendre en compte, il vaut mieux, dans cet exemple, écrire la solution générale sous une forme équivalente faisant intervenir les fonctions hyperboliques au lieu des exponentielles :

$$\Phi(x) = A \operatorname{sh}[\kappa(e - x)] + B \operatorname{ch}[\kappa(e - x)],$$

puisque la condition en $x = e$ conduit immédiatement à $B = 0$.

La constante A peut se calculer si l'on se donne le courant entrant en $x = 0$. Ici, ce calcul n'est pas nécessaire puisque nous voulons obtenir un rapport : en utilisant cette expression du flux et les formules donnant les courants partiels (cf. p. 135), on trouve :

$$\beta = \frac{1 - \gamma}{1 + \gamma}, \quad \text{avec : } \gamma = 2\kappa D \operatorname{coth} \kappa e.$$

(Le paramètre γ est, au signe près, deux fois le rapport courant/flux à l'interface.)

On voit que l'albédo est d'autant meilleur que l'épaisseur du réflecteur est grande, ce qui est bien naturel (moins de fuites vers l'extérieur). Toutefois, une asymptote est atteinte à partir d'une épaisseur de 2 ou 3 longueurs de diffusion $L = 1/\kappa$. Le tableau 5.1 donne quelques ordres de grandeur de cette valeur asymptotique de l'albédo :

$$\beta_{as} = \frac{1 - 2\kappa D}{1 + 2\kappa D}.$$

TABLEAU 5.1. Albédos pour les neutrons thermiques de quelques matériaux usuels (sous une grande épaisseur).

Matériau	D (cm)	L (cm)	β
Graphite	0,8	55	0,94
Béryllium	0,5	21	0,91
Glucine	0,6	30	0,92
Eau lourde	0,8	130	0,97
Eau ordinaire	0,2	2,8	0,80

5.2.5 Utilisation de l'albédo comme condition à la limite

Si nous nous plaçons maintenant du côté du cœur et si nous supposons connu l'albédo du réflecteur, nous pouvons utiliser cette information pour exprimer la condition à la limite :

$$\frac{J_-}{J_+} = \beta,$$

où les courants sont à exprimer avec le flux dans le cœur. En pratique, il est plus aisé d'explicitier cette condition sous une forme faisant intervenir la dérivée logarithmique du flux :

$$2D \frac{d\Phi/dN}{\Phi} = -\gamma, \quad \text{avec : } \gamma = \frac{1 - \beta}{1 + \beta}.$$

Nous verrons un exemple d'application de cette technique au chapitre suivant (économie de réflecteur).

5.2.6 Calcul des configurations décrites par une seule variable d'espace

Pour tous les exemples que nous avons traités jusqu'ici, le calcul a pu être mené de façon analytique car ces problèmes ne faisaient intervenir qu'une seule variable d'espace, r , ρ ou x .

D'une façon générale, tous les problèmes de ce type, même hétérogènes, peuvent être résolus dans la mesure où il est possible d'explicitier la solution générale de l'équation de la diffusion dans chacune des zones, c'est-à-dire si la fonction S n'est pas trop compliquée (ou est nulle) et permet de trouver une solution particulière. En effet, lorsqu'une

seule variable d'espace intervient, l'équation de la diffusion se réduit à une équation différentielle du second ordre au lieu d'une équation aux dérivées partielles : la solution générale dans chaque zone du système s'exprime alors comme la somme d'une solution particulière avec la source et de la combinaison linéaire de deux solutions de l'« équation sans second membre » (sans source). Ensuite, les conditions aux interfaces et aux limites permettent de calculer de proche en proche les deux constantes d'intégration qui apparaissent pour chaque zone (coefficients de la combinaison linéaire).

5.2.7 Exemple de configuration où le flux se factorise

Ce type de calcul analytique peut être étendu aux configurations à deux, voire trois dimensions, si la géométrie du système et la distribution des sources sont telles que le flux se factorise. Il faut dire que cette circonstance est assez rare.

À titre d'exemple de problème où le flux se factorise, citons celui d'un réacteur cylindrique vertical compris entre les plans $z = -H/2$ et $z = +H/2$ (y compris distances d'extrapolation), constitué de différents matériaux disposés en couronnes concentriques et alimenté par une source proportionnelle à $\cos \pi z/H$ avec un coefficient de proportionnalité qui peut varier d'une zone à l'autre ou être nul.

5.2.8 Réacteur homogène et nu : fonctions propres de l'opérateur laplacien

Dans le cas d'un réacteur homogène et nu, la méthode de la décomposition sur les fonctions propres du laplacien permet, au moins théoriquement, de traiter le problème pour n'importe quelle source. Avant de les utiliser, définissons d'abord ces fonctions et indiquons, sans démonstration, les principales propriétés⁽¹⁾.

• **Définition** : le réacteur considéré, supposé homogène et nu (ou entouré d'un corps noir), occupe un domaine D de l'espace limité par sa surface S ; sur S , la fonction qui nous intéresse (le flux) doit s'annuler (nous supposons que S est la surface extrapolée). Cela nous amène à introduire le problème purement géométrique (donc mathématique) suivant : trouver des fonctions $f(\vec{r})$ du point de l'espace définies dans D telles que :

a) elles soient *fonctions propres* de l'opérateur laplacien Δ , c'est-à-dire solutions de l'équation :

$$\Delta f + \mu f = 0,$$

où μ est un nombre appelé *valeur propre*⁽²⁾ associée à f ;

b) elles vérifient les *conditions aux limites* à savoir l'annulation sur S .

1. La plupart de ces propriétés sont générales : autre opérateur linéaire, autres conditions aux limites. Nous choisissons ici l'opérateur qui apparaît dans l'équation qui nous intéresse (l'opérateur laplacien) et nous adoptons les conditions aux limites du problème physique que nous voulons traiter (annulation à la surface).

2. En général, en mathématiques, on appelle « valeur propre » le nombre $\lambda = -\mu$; ici, c'est μ que nous appellerons « valeur propre » pour des raisons de commodité : ce nombre est toujours positif.

- **Existence des solutions** : il existe une suite infinie de solutions ; cette suite est dénombrable, c'est-à-dire qu'il est possible de les numérotter avec un indice n : f_n ; μ_n . (L'équation définissant f étant homogène, nous conviendrons de considérer comme identiques deux fonctions ne différant entre elles que par un facteur multiplicatif.)
- **Propriétés des valeurs propres** : les valeurs propres sont toutes réelles et positives. Elles peuvent être, ou non, dégénérées (l'ordre de la dégénérescence est le nombre de fonctions propres linéairement indépendantes associées à une même valeur propre).
- **Mode fondamental** : la plus petite valeur propre, μ_0 est *non dégénérée* et la fonction propre associée, f_0 , conserve le même signe, par exemple positif, dans tout le domaine D . Les autres f_n sont appelées « harmoniques ».
- **Orthogonalité et normalisation des fonctions propres** : deux fonctions propres f_j et f_k associées à deux valeurs propres *différentes* sont orthogonales (leur produit scalaire est nul) :

$$\langle f_j, f_k \rangle = \int_D f_j^* \cdot f_k d^3r = 0 \quad (j \neq k),$$

(si les fonctions sont à valeurs complexes, l'astérisque désigne l'imaginaire conjuguée).

Pour une valeur propre μ_i dégénérée m fois, il est toujours possible de choisir une suite de fonctions $f_{i,j}$ orthogonales deux à deux :

$$\langle f_{i,j}, f_{i,k} \rangle = 0, \quad (j \neq k).$$

Dans ces conditions, les fonctions propres sont toutes orthogonales deux à deux, quelles que soient les valeurs propres associées.

Enfin, comme les fonctions propres sont définies à un facteur près, il est toujours possible de choisir ce facteur de façon à ce que chaque fonction propre soit normée (produit scalaire avec elle-même égal à 1) ; dans ces conditions, l'orthonormalisation des fonctions propres se résume par :

$$\langle f_j, f_k \rangle = \delta_{jk},$$

où δ_{jk} est le symbole de Kronecker.

- **Complétude de la base** : la suite des fonctions f_n est complète, c'est-à-dire suffisamment « riche » pour permettre de développer en série toute fonction ou distribution utile en physique ; cela signifie qu'à n'importe quelle fonction ⁽¹⁾ $\varphi(\vec{r})$ définie dans D , on peut associer une suite de coefficients φ_n tels que :

$$\varphi(\vec{r}) = \sum_{n=0}^{\infty} \varphi_n f_n(\vec{r}).$$

En multipliant cette formule par l'imaginaire conjugué de l'une des fonctions propres, en intégrant sur D (c'est-à-dire en multipliant scalairement par l'une des fonctions propres) et en supposant que la base a été orthonormée, on trouve l'expression des coefficients du développement :

$$\varphi_n = \int_D f_n^*(\vec{r}) \cdot \varphi(\vec{r}) d^3r.$$

1. Même ne vérifiant pas la condition à la limite ! Dans ce cas le développement est discontinu à la traversée de S .

• **Relation de fermeture** : rappelons que la distribution de Dirac $\delta(\vec{r} - \vec{r}')$ (considérée comme fonction de \vec{r} , donc \vec{r}' étant considéré comme un paramètre) est définie par la formule :

$$\int_D \delta(\vec{r} - \vec{r}') \cdot \varphi(\vec{r}) d^3r = \varphi(\vec{r}'),$$

où φ est une fonction quelconque continue en \vec{r}' ; en appliquant ces formules à $\delta(\vec{r} - \vec{r}')$, on obtient :

$$\sum_{n=0}^{\infty} f_n^*(\vec{r}') \cdot f_n(\vec{r}') = \delta(\vec{r} - \vec{r}').$$

Cette relation est appelée « relation de la fermeture »⁽¹⁾ ; l'existence de la relation de fermeture est équivalente à la complétude de la base.

On trouvera en annexe les formules donnant les éléments propres de l'opérateur laplacien pour les géométries usuelles. On pourra vérifier sur ces exemples les propriétés générales qui viennent d'être énumérées.

5.2.9 Problème stationnaire : calcul du flux par décomposition sur les fonctions propres de l'opérateur laplacien

Considérons l'équation de la diffusion pour un réacteur *nu et homogène* en régime stationnaire. Si la distribution des sources $S(\vec{r})$ est quelconque, il peut être difficile de trouver la solution analytique ; en revanche, la méthode par décomposition sur les fonctions propres pourra être mise en œuvre. (Concrètement, il faudra peut-être calculer numériquement et non analytiquement les intégrales et il faudra sûrement tronquer les développements à un rang N fini mais suffisamment élevé pour obtenir la précision requise.)

L'équation à résoudre dans le domaine D du réacteur est :

$$D\Delta\Phi - \Sigma_a\Phi + S = 0,$$

avec la condition d'annulation du flux sur sa surface S .

La source étant donnée on peut la développer en série de fonctions propres du laplacien :

$$S(\vec{r}) = \sum_{n=0}^{\infty} S_n f_n(\vec{r}),$$

en calculant les coefficients par :

$$S_n = \int_D f_n^*(\vec{r}) \cdot S(\vec{r}) d^3r.$$

Recherchons le flux sous forme d'un développement similaire :

$$\Phi(\vec{r}) = \sum_{n=0}^{\infty} \Phi_n f_n(\vec{r}).$$

1. Noter la similitude formelle entre la relation de fermeture et la relation d'orthonormalisation.

En reportant dans l'équation de la diffusion, en remplaçant Δf_n par $-\mu_n f_n$ et en identifiant à zéro terme à terme⁽¹⁾, on obtient :

$$-D\mu_n\Phi_n - \Sigma_a\Phi_n + S_n = 0,$$

d'où la solution sous forme d'une série :

$$\Phi(\vec{r}) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{S_n}{D\mu_n + \Sigma_a} f_n(\vec{r}).$$

On démontre que cette série converge vers une fonction continue s'annulant sur la surface, donc respectant la condition à la limite.

5.2.10 Étude de la cinétique après injection d'une bouffée de neutrons

Voici un deuxième exemple d'utilisation des fonctions propres du laplacien⁽²⁾ : les expériences dites de « *neutrons pulsés* ». Le principe est d'envoyer une bouffée de neutrons dans un massif constitué du matériau à étudier, puis de mesurer la décroissance du flux en un point. Comme cette décroissance se fait très vite, ainsi que nous allons le voir, l'expérience peut être répétée un grand nombre de fois de façon à améliorer la statistique. Le problème à résoudre est celui de l'équation de la diffusion en cinétique, ici sans source :

$$D\Delta\Phi - \Sigma_a\Phi = \frac{1}{v} \frac{\partial\Phi}{\partial t},$$

dans un domaine D que nous supposons homogène avec annulation à sa surface S . On se donne le flux initial $\Phi(\vec{r}, 0)$ (vérifiant la condition à la limite).

1/ Cherchons le flux sous la forme d'un développement en fonctions propres du laplacien :

$$\Phi(\vec{r}, t) = \sum_{n=0}^{\infty} \Phi_n(t) f_n(\vec{r}).$$

2/ Connaissant $\Phi(\vec{r}, 0)$, nous pouvons en déduire les valeurs $\Phi_n(0)$ des coefficients à l'instant origine, puisque nous pouvons les calculer en prenant t nul dans cette formule :

$$\Phi_n(0) = \int_D f_n^*(\vec{r}) \cdot \Phi(\vec{r}, 0) d^3r.$$

1. Pour montrer que cela est licite, il suffit de multiplier scalairement par l'une des fonctions propres et de tenir compte de l'orthonormalisation.

2. Signalons, sans le développer ici, que l'on peut parfois traiter un problème multidimensionnel par une technique mixte : résolution analytique selon une des variables et développement sur les fonctions propres selon les autres. Exemple, le problème de la « pile exponentielle » de forme cylindrique, ou parallélépipédique, dans laquelle on fait entrer un courant de neutrons par l'une des bases selon une distribution connue sur cette surface. Le problème que nous présentons ici est de même nature : analytique vis-à-vis du temps et développé en fonctions propres vis-à-vis de l'espace.

3/ Par ailleurs, si nous reportons le développement du flux dans l'équation de la diffusion, puis si nous identifions terme à terme, nous obtenons les équations différentielles :

$$-D\mu_n\Phi_n(t) - \Sigma_a\Phi_n(t) = \frac{1}{v} \frac{d\Phi_n(t)}{dt}.$$

4/ Celles-ci s'intègrent facilement :

$$\Phi_n(t) = \Phi_n(0) \cdot \exp[-v(D\mu_n + \Sigma_a)t].$$

On peut poser $L^2 = D/\Sigma_a$ et $\ell = 1/(v\Sigma_a)$: ce sont, respectivement, l'aire de diffusion et le temps de vie des neutrons dans le milieu en l'absence de fuite.

5/ Finalement :

$$\Phi(\vec{r}, t) = \sum_{n=0}^{\infty} \Phi_n(0) f_n(\vec{r}) \exp\left[-\frac{(1 + L^2\mu_n)t}{\ell}\right].$$

En mesurant la décroissance du flux en différents points pour séparer les modes (la fonction propre fondamentale et les harmoniques), on peut obtenir les deux paramètres caractérisant le matériau, ℓ et L^2 .

À titre d'exemple, voici les courbes de flux en espace et pour des instants successifs pour un massif en forme de plaque infinie avec une bouffée initiale de neutrons sur le plan médian, représentée par $\delta(x)$. Les figures 5.3, page suivante, montrent les courbes successives pour trois intervalles de temps ; pour la lisibilité, les flux ont été renormalisés à une valeur donnée au centre de la plaque et au début de l'intervalle de temps. On remarquera que les courbes se rapprochent petit à petit du mode fondamental (ici, un cosinus) qui décroît moins vite que les harmoniques.

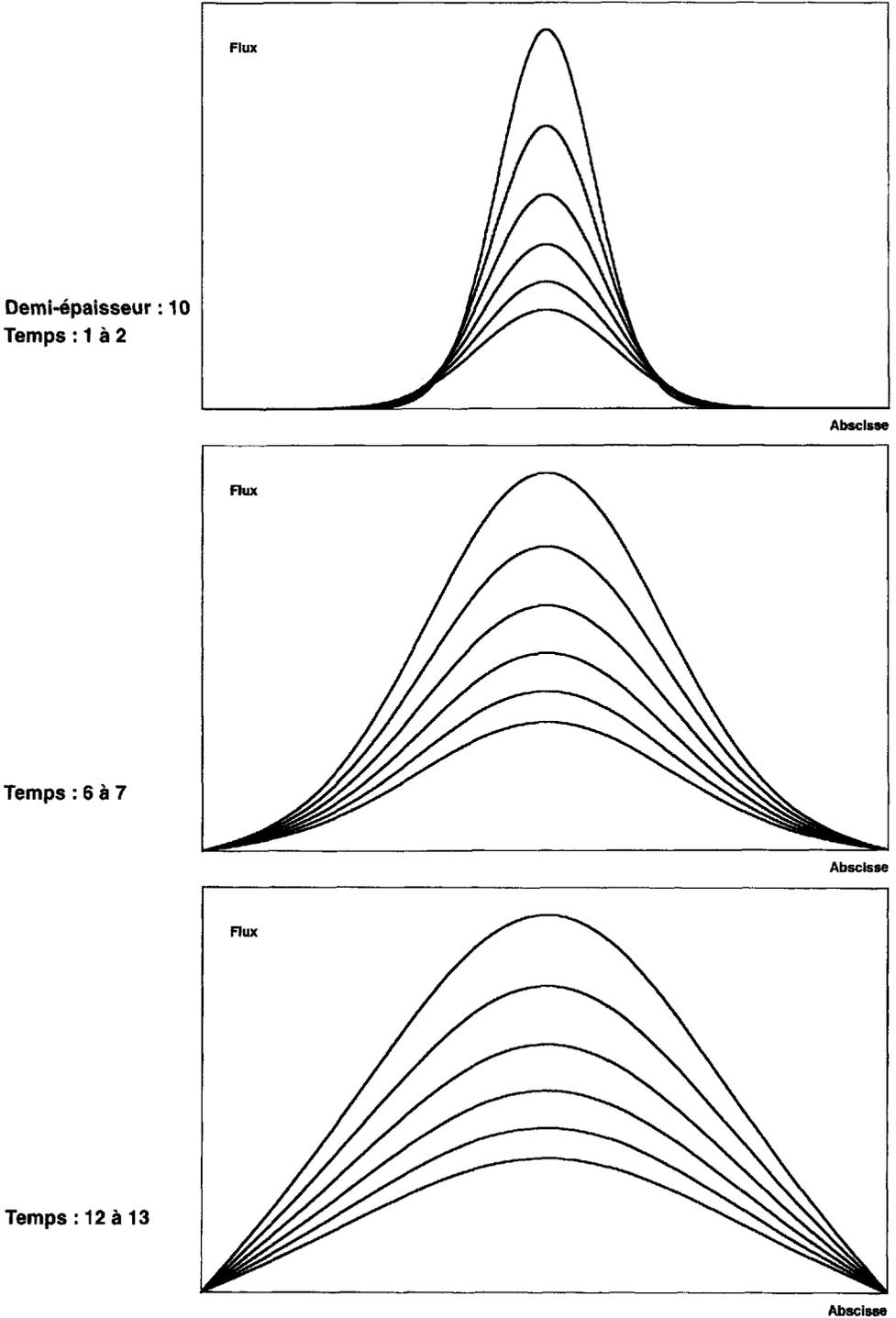


Figure 5.3. Évolution du flux après une bouffée de neutrons (unité de longueur : L ; unité de temps : ℓ).

6

Théorie à un groupe – diffusion

Introduction : qu'est-ce que la théorie à un groupe ?

Au chapitre précédent, nous avons supposé que les sources de neutrons étaient connues *a priori* et nous avons cherché à calculer le flux qui en résulte. Mais, ainsi que nous l'avions d'ailleurs remarqué, les sources dans les réacteurs sont presque toutes des sources de neutrons émis par fission, induites par le flux : elles sont donc, au départ, inconnues au même titre que le flux. C'est ce problème que nous voulons aborder ici⁽¹⁾.

Dans le contexte du chapitre précédent, on pouvait considérer que l'on s'intéressait à une population de neutrons thermiques qu'il était assez naturel d'assimiler à une population de neutrons monocinétiques puisque le spectre des neutrons thermiques est relativement étroit⁽²⁾. L'hypothèse semble beaucoup plus hasardeuse maintenant puisque les neutrons sont émis à une énergie de l'ordre de 2 MeV et disparaissent, pour l'essentiel, s'il s'agit d'un réacteur à neutrons thermiques, à une énergie de l'ordre de 0,025 eV, soit 10^8 fois plus faible !

Les tests de calculs montrent cependant que raisonner à « *un groupe de neutrons* », c'est-à-dire en les regroupant sans distinguer leurs énergies et donc en les traitant *comme si* ils étaient monocinétiques, conduit à des résultats qualitativement corrects et même quantitativement relativement précis.

La raison de ce succès paradoxal (aussi bien dans les réacteurs à neutrons thermiques que dans les réacteurs à neutrons rapides) est que, dans une zone donnée du réacteur, le cœur par exemple, le *spectre* des neutrons (c'est-à-dire leur distribution en énergie) est, en gros, le même dans toute la zone : si nous introduisons dans le groupe unique des données nucléaires (sections efficaces, coefficients de diffusion...) moyennées sur ce spectre⁽³⁾, nous traitons correctement le facteur « espace » d'un flux à peu près factorisé énergie \times espace.

1. Bien qu'il ne soit guère plus difficile de traiter le cas général, avec les deux types de sources — autonomes et par fissions induites — nous nous limiterons dans ce chapitre au cas où les sources sont *uniquement* des sources de fissions induites.

2. Nous avons aussi implicitement admis que les sources émettaient les neutrons à cette même vitesse, ce qui n'est sans doute pas très réaliste !

3. On notera qu'une moyenne spectrale par le flux ne fait pas intervenir le *niveau* de ce flux mais seulement sa *distribution en énergie*.

Nous noterons $\Phi(\vec{r})$ ce facteur « espace » du flux et $\Sigma_f(\vec{r})$ les sections efficaces associées permettant d'exprimer les taux de réaction⁽¹⁾. En particulier, le taux de fission s'écrira $\Sigma_f\Phi$ et donc la source :

$$S = \nu\Sigma_f\Phi.$$

Nous ferons ici une deuxième approximation (qui accompagne souvent, mais pas obligatoirement, les théories à peu de groupes, voire à un seul groupe) : l'*approximation de la diffusion*.

En outre, comme nous ne nous intéresserons ici qu'à des situations stationnaires, nous ne mettrons pas le temps ; l'équation « un groupe - diffusion » que nous étudierons est donc :

$$D\Delta\Phi + \nu\Sigma_f\Phi - \Sigma_a\Phi = 0.$$

Au lieu des trois paramètres apparaissant dans cette équation et définissant la matière, nous utiliserons aussi :

- le *facteur de multiplication infini* : $k_\infty = \nu\Sigma_f/\Sigma_a$, ainsi appelé car il représente le rapport production/disparition des neutrons en l'absence de fuites, donc pour un milieu s'étendant à l'infini ;
- l'*aire de migration* : $M^2 = D/\Sigma_a$, représentant le sixième du carré moyen de la distance parcourue par les neutrons de leur émission à leur absorption dans le milieu supposé infini ; (On parle en général d'aire [ou de longueur] de diffusion dans le contexte « monocinétique » et d'aire [ou de longueur] de migration dans le contexte « théorie à un groupe » ; c'est la raison pour laquelle nous notons maintenant M^2 cette grandeur que nous avons notée L^2 au chapitre précédent.)
- le *laplacien-matière* : $\chi^2 = (\nu\Sigma_f - \Sigma_a)/D = (k_\infty - 1)/M^2$ ainsi nommé car caractérisant la matière et apparaissant comme une *valeur propre de l'opérateur laplacien* si on ré-écrit l'équation « un groupe - diffusion » sous sa forme canonique :

$$\Delta\Phi + \chi^2\Phi = 0.$$

Dans un premier temps, nous détaillerons quelques exemples de résolution analytique de cette équation ; dans la deuxième partie, nous esquisserons quelques notions générales sur les méthodes numériques mises en œuvre dans les codes de calcul.

6.1 Étude de quelques problèmes en théorie à un groupe - diffusion

6.1.1 Allure des solutions

Si le milieu est à proprement parler multiplicateur, c'est-à-dire si son facteur de multiplication infini k_∞ est plus grand que 1, le laplacien-matière χ^2 est effectivement positif : les solutions sont du type $\cos \chi x$ et $\sin \chi x$ ou équivalents pour les autres géométries ; la courbe représentative du flux présente une *concavité vers le bas*.

1. Le taux de réaction est intégré sur le spectre. Dans les conventions usuelles, le flux est aussi une intégrale sur le spectre ; la section efficace, dans ces conditions, est une *moyenne* sur le spectre, pondérée par le flux.

Si le milieu est caractérisé par un facteur de multiplication infini k_∞ plus petit que 1 et, en particulier, s'il ne s'y produit pas de fission ($k_\infty = 0$), le laplacien-matière est négatif et sera plutôt noté $-\kappa^2$: les solutions sont du type $\text{ch } \kappa x$ et $\text{sh } \kappa x$ ou équivalents pour les autres géométries ; la courbe représentative du flux présente une *concavité vers le haut*.

6.1.2 Pile nue homogène et sphérique

À titre d'exemple de pile nue et homogène, prenons une pile sphérique de rayon R y compris la distance d'extrapolation. Supposons que χ^2 est positif, c'est-à-dire que k_∞ est plus grand que 1. (Le lecteur pourra constater que, si k_∞ est inférieur à 1, une solution stationnaire sans source autonome est impossible : physiquement, c'est évident puisque le système est forcément sous-critique.)

L'équation à résoudre, compte tenu de la symétrie sphérique, est :

$$\frac{d^2 \Phi(r)}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{d\Phi(r)}{dr} + \chi^2 \Phi(r) = 0,$$

avec la condition à la limite :

$$\Phi(R) = 0.$$

En recherchant la solution sous la forme $\Phi = f/r$, on simplifie l'équation :

$$\frac{d^2 f(r)}{dr^2} + \chi^2 f(r) = 0,$$

dont les solutions sont les fonctions trigonométriques d'argument χr . D'où :

$$\Phi(r) = A \frac{\sin \chi r}{r} + B \frac{\cos \chi r}{r},$$

où A et B sont deux constantes.

Un argument de régularité à l'origine (flux restant fini) impose de prendre B nul :

$$\Phi(r) = A \frac{\sin \chi r}{r}.$$

La condition à la limite impose, par ailleurs :

$$A \sin \chi R = 0.$$

Si nous excluons $A = 0$, qui donnerait un flux nul, cette condition impose que χR soit un multiple de π :

$$\chi R = k\pi,$$

avec k entier. Excluons $k = 0$, qui donnerait aussi un flux nul, et les valeurs négatives qui donnent les mêmes fonctions (éventuellement au signe près) que les valeurs positives.

Le flux Φ doit être positif ou nul (rappelons que le flux est, à la vitesse près, une densité neutronique). Parmi les valeurs entières et positives de k , seul $k = 1$ est physiquement acceptable : sinon, en effet, le sinus changerait de signe, lorsque r varie de 0 à R .

Nous obtenons finalement deux conclusions :

1/ le problème n'a une solution qu'à la condition que χR soit égal à π ;

2/ cette solution est de la forme (figure 6.1, page suivante) :

$$\Phi(r) = A \frac{\sin \pi \frac{r}{R}}{r}.$$

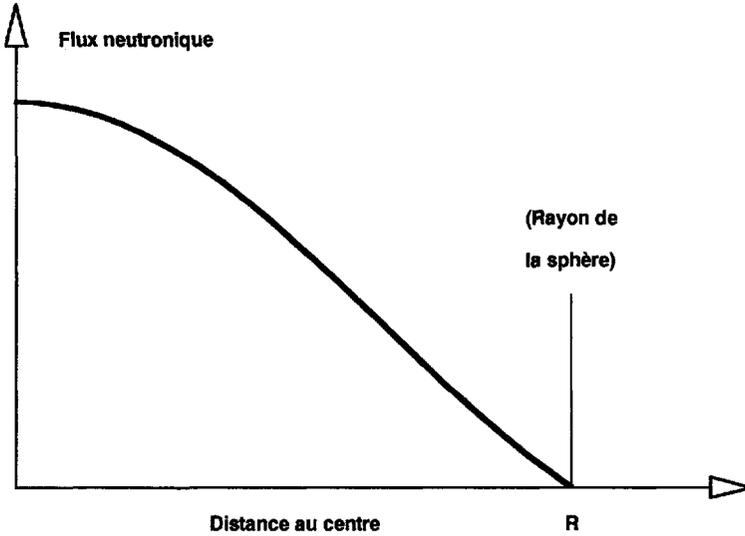


Figure 6.1. Flux dans un réacteur sphérique.

La condition, que nous écrivons plutôt sous la forme :

$$\chi^2 = \frac{\pi^2}{R^2},$$

explicite que l'on ne peut trouver un flux stationnaire que *si et seulement si le réacteur est critique*. Cette condition fait intervenir les différentes caractéristiques du système ; sous la forme proposée, on voit que le membre de gauche est une caractéristique de la *matière* utilisée, alors que le membre de droite est une caractéristique *géométrique* (forme et dimension) ; on la résume souvent sous la forme :

$$\text{laplacien-matière} = \text{laplacien géométrique}.$$

Si le système est critique, l'une et l'autre de ces deux grandeurs sont égales à la *valeur propre fondamentale de l'opérateur laplacien*, la plus petite (celle que nous avons notée μ_0 au chapitre précédent ; cf. p. 146).

Si le réacteur est critique, le flux est la *fonction propre fondamentale associée* : cette fonction n'est définie qu'à un facteur arbitraire A près. Mathématiquement, cela provient du caractère homogène (sans « second membre ») de la théorie à un groupe ; physiquement, cela résulte de la notion même de criticité : la criticité signifie l'égalité entre les productions et les disparitions de neutrons ; mais cette égalité peut être réalisée à un niveau quelconque, aussi bien mille neutrons par seconde que un million ou un milliard...

6.1.3 Autres exemples de piles nues homogènes

Ces considérations valent pour toutes les piles nues et homogènes : seules changent les formules du laplacien géométrique et du flux. Voici, à titre d'exemples, les formules pour deux formes simples de piles où le flux se factorise selon les variables :

– cylindre de rayon R et de hauteur H :

$$\mu_0 = \frac{j^2}{R^2} + \frac{\pi^2}{H^2}, \quad \Phi(\rho, z) = A J_0 \left(j \frac{\rho}{R} \right) \cos \left(\frac{\pi}{2} \frac{z}{H} \right);$$

(origine des coordonnées au centre du cylindre; J_0 : fonction de Bessel; $j = 2,40483$: premier zéro de cette fonction);

– parallélépipède rectangle de côtés a , b et c :

$$\mu_0 = \frac{\pi^2}{a^2} + \frac{\pi^2}{b^2} + \frac{\pi^2}{c^2}, \quad \Phi(x, y, z) = A \sin \left(\pi \frac{x}{a} \right) \sin \left(\pi \frac{y}{b} \right) \sin \left(\pi \frac{z}{c} \right);$$

(origine des coordonnées en un sommet).

6.1.4 Interprétation de la condition critique

Le « laplacien géométrique » μ_0 est souvent noté B^2 par symétrie avec le « laplacien-matière » χ^2 : prenons maintenant cette notation⁽¹⁾.

Si l'on revient à l'expression de χ^2 , on peut ré-écrire la condition critique de la pile nue et homogène sous la forme :

$$k = \frac{k_\infty}{1 + M^2 B^2} = 1.$$

Le rapport est, en effet, le facteur de multiplication vrai, du réacteur de dimension finie, souvent appelé « effectif » et noté k_{eff} pour le distinguer du facteur de multiplication « infini ».

(**Esquisse de la démonstration** : on a, par définition :

$$k = \frac{P}{A + \Lambda},$$

où P , A et Λ sont respectivement le nombre de productions dans la pile, d'absorptions dans la pile et de fuites [*leakage* en anglais] par sa surface, par unité de temps. Les deux premiers taux s'expriment en fonction de l'intégrale du flux dans la pile; le troisième en fonction de l'intégrale sur la surface de la dérivée normale du flux; mais cette dernière intégrale se ramène, grâce au théorème de Green et à l'équation du flux $\Delta\Phi + B^2\Phi = 0$, à l'intégrale du flux dans la pile. On trouve alors la formule indiquée en simplifiant par cette dernière intégrale et en utilisant les définitions de k_∞ et M^2 .)

Ce facteur k est le produit de k_∞ par la *probabilité de non-fuite* d'un neutron émis dans la pile :

$$P_{\text{non-fuite}} = \frac{1}{1 + M^2 B^2}.$$

Cette dernière est évidemment nulle si le réacteur est réduit à un point et tend vers 1 si le réacteur est infini; entre ces limites, et si k_∞ est plus grand que 1, le réacteur est critique pour une certaine taille, sa forme étant fixée. Cette notion de taille critique, à laquelle on peut associer celle de masse critique, est illustrée ci-dessous (voir figure 6.2, page suivante) pour le cas de la sphère.

1. On utilise souvent aussi les notations B_g^2 et B_m^2 .

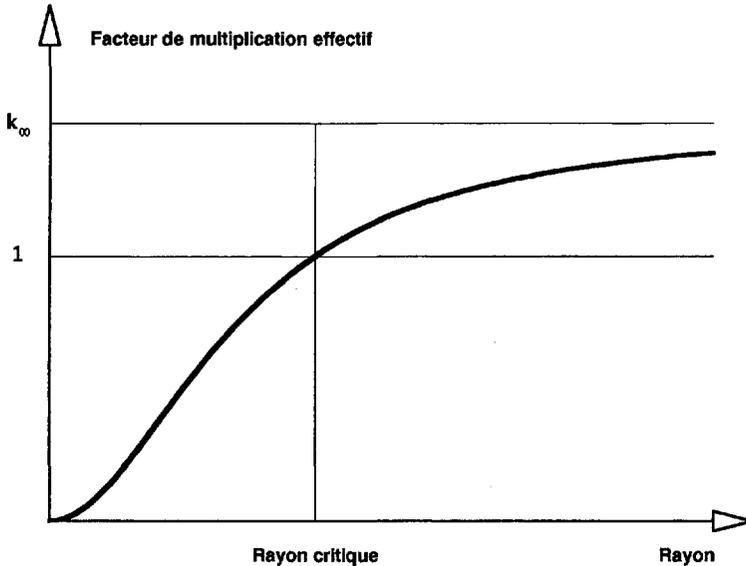


Figure 6.2. Notion de taille critique d'une pile nue et homogène (ici sphérique).

6.1.5 Notion d'économie de réflecteur

La notion de réflecteur a été introduite au chapitre précédent (cf. p. 143). Un réflecteur renvoie vers le cœur une partie des neutrons qui s'en échappent : ces neutrons, qui sinon se seraient perdus, reviennent dans le matériau multiplicateur et peuvent éventuellement y provoquer une fission. L'amélioration du facteur de multiplication résultant de la meilleure probabilité $P_{\text{non-fuite}}$ amène à une augmentation du facteur de multiplication effectif et, finalement, à une réduction de la taille critique.

L'albédo que nous avons déjà défini, ainsi que les divers paramètres que nous venons d'énumérer, peuvent caractériser l'« efficacité » d'un réflecteur. Celui que l'on préfère souvent considérer est l'économie de matériau multiplicateur résultant du réflecteur ou, en abrégé, « économie de réflecteur ».

Cette notion est définie par la figure 6.3, page ci-contre⁽¹⁾.

La courbe de flux dans le cœur (une fois normalisée) est la même qu'il y ait ou non un réflecteur (l'équation n'a pas changé). Sans réflecteur, cette courbe doit être tracée jusqu'au point où elle coupe l'axe, ce qui définit la frontière de la pile si elle est nue (en négligeant la distance d'extrapolation). Si, maintenant, on place un réflecteur, il faut arrêter la courbe au point où la dérivée logarithmique du flux a la valeur $-\gamma/2D$ requise (cf. p. 144). Ce point est forcément plus proche du centre du cœur que la surface de la pile nue ; l'écart (flèches) est, par définition, l'économie de réflecteur.

On notera, en passant, que placer un réflecteur a un autre avantage qui, en pratique, peut être encore plus crucial que l'économie de matière fissile : c'est l'amélioration du facteur

1. Les courbes qui sont tracées dans la figure 6.3, page ci-contre, ont été calculées pour une géométrie « plaques infinies ».

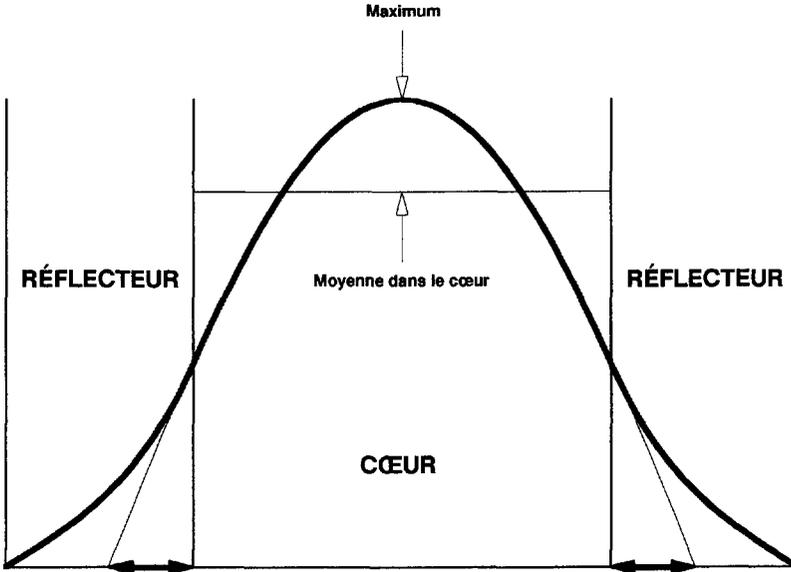


Figure 6.3. Notion d'économie de réflecteur. La courbe tracée en trait épais représente le flux ; dans le cœur, la puissance est proportionnelle au flux ; dans le réflecteur, elle est nulle.

de forme de la puissance, $F = P_{\max}/P_{\text{moy}}$, puissance maximale rapportée à la puissance moyenne, qui, ici, est égal au rapport équivalent calculé avec le flux, $F = \Phi_{\max}/\Phi_{\text{moy}}$. En effet, les contraintes de température maximum imposées par la sûreté fixent P_{\max} ; dans ces conditions, la puissance délivrée par la centrale, produit de P_{moy} par le volume du cœur, est inversement proportionnelle à ce facteur de forme, ce qui incite à rechercher la valeur de F la plus basse possible. La figure montre à l'évidence que la présence du réflecteur abaisse ce facteur (en normalisant à P_{\max} , on élimine, dans le calcul de la moyenne, la partie de la courbe où les valeurs sont les plus faibles). On peut noter aussi qu'« aplatiser » la distribution de puissance permet une plus grande uniformité des températures du fluide à la sortie du cœur, ainsi qu'une valeur moyenne plus élevée, ce qui, outre la puissance thermique, améliore également le rendement thermodynamique de la conversion en électricité.

6.1.6 Calcul de l'économie de réflecteur pour un réacteur « plaque »

Prenons la géométrie du schéma précédent : un réacteur constitué d'un cœur en forme de plaque d'épaisseur $2a$ entouré de part et d'autre d'une plaque de réflecteur d'épaisseur e . L'équation de la diffusion dans le réflecteur a été résolue au chapitre précédent (cf. p. 143). Nous avons obtenu :

$$\gamma = 2\kappa_r D_r \coth \kappa_r e,$$

(nous ajoutons l'indice « r » comme réflecteur).

Dans le cœur, compte tenu de la symétrie et en prenant l'origine des abscisses au niveau du plan médian, le flux est :

$$\Phi(x) = A \cos \chi_c x,$$

où χ_c est la racine carrée de son laplacien-matière.

La condition à l'interface de droite⁽¹⁾ en $x = a$:

$$2D_c \frac{d\Phi/dN}{\Phi} = -\gamma,$$

donne la condition critique :

$$2\chi_c D_c \operatorname{tg} \chi_c a = 2\kappa_r D_r \operatorname{coth} \kappa_r e.$$

(Variante de calcul : écrire que le flux dans le réflecteur [de droite], compte tenu de la condition à la limite, est : $\Phi[x] = B \operatorname{sh} \kappa_r [a + e - x]$ et expliciter la continuité du flux et du courant à l'interface.)

En écrivant que le flux du cœur (extrapolé au-delà de l'interface) s'annule en $x = a + \delta$ (point où l'argument du cosinus vaut $\pi/2$), on trouve l'expression de l'économie de réflecteur⁽²⁾ δ :

$$\delta = \frac{1}{\chi_c} \operatorname{Arctg} \left[\frac{D_c \chi_c}{D_r \kappa_r} \operatorname{th} \kappa_r e \right].$$

– Si l'épaisseur du réflecteur est faible, l'économie de réflecteur lui est à peu près proportionnelle :

$$\delta \simeq \frac{D_c}{D_r} e.$$

– Si l'épaisseur du réflecteur est importante (au moins deux ou trois longueurs de migration) :

$$\delta \simeq \delta_{as} = \frac{1}{\chi_c} \operatorname{Arctg} \left[\frac{D_c \chi_c}{D_r \kappa_r} \right].$$

– Si, en outre, le cœur est de grande dimension, c'est-à-dire si $\chi_c \delta$ est petit devant 1 :

$$\delta_{as} \simeq \frac{D_c}{D_r} L_r.$$

(Voir le tableau 5.1, page 144 pour les ordres de grandeur de $L_r = 1/\kappa_r$.)

6.1.7 Traitement des géométries décrites par une seule variable d'espace

La méthode mise en œuvre dans ce calcul du réacteur réfléchi se généralise à n'importe quelle géométrie qui se décrit avec une seule variable d'espace x , ρ ou r (empilement de plaques ou de couronnes cylindriques ou sphériques concentriques).

1. La condition à l'interface de gauche donne la même équation avec des signes opposés pour chacun des membres.

2. En géométrie plane, elle ne dépend pas explicitement de a , mais cela n'est pas général.

Dans une des zones, l'équation « un groupe-diffusion » se résout analytiquement : la solution générale est la combinaison linéaire de deux solutions particulières. Les deux constantes A et B de la combinaison peuvent s'exprimer en fonction des flux et courant à l'une des interfaces, et vice-versa. Ainsi, en exprimant, par exemple, ces constantes en fonction des flux et courant à gauche, puis en calculant les flux et courant à droite en fonction des constantes, on exprime les flux et courant à droite en fonction des flux et courant à gauche : ces relations sont linéaires, et peuvent se matérialiser sous la forme d'une matrice 2×2 .

Suivant les cas, pour la frontière de gauche du système ou pour la zone centrale, où l'on doit vérifier soit une condition à la limite, soit une condition de symétrie (dérivée nulle), un choix judicieux des deux solutions permet de constater que l'une des deux constantes doit être nulle ; l'autre, disons A , pourra servir de constante de normalisation.

En prenant ensuite les couches successives de gauche à droite, on calcule de proche en proche, grâce aux matrices, les flux et courant à droite en fonction de A .

Arrivé à la frontière de droite, il faut expliciter la condition à la limite ; cela se matérialise par une équation de la forme $E(\dots)A = 0$, où $E(\dots)$ est une expression, peut-être compliquée mais calculable à partir du produit de toutes les matrices, qui fait intervenir toutes les informations sur la géométrie et les matériaux. Comme on ne veut pas que A soit nul, puisqu'on recherche une solution stationnaire non triviale, c'est l'autre facteur qui doit être nul. On exprime ainsi la *condition critique* du système :

$$E(\dots) = 0.$$

Remarque : On peut, si cela s'avère plus commode, travailler par récurrence non pas de gauche à droite mais de droite à gauche.

6.1.8 Exemple de problème où le flux est factorisé

Si la géométrie s'y prête, le flux, dans un cas multidimensionnel, se factorise selon les variables. En pratique, cela est le cas *uniquement si* le système est *multicouche* selon une variable et *homogène* selon les autres. Alors, la solution est le mode fondamental du laplacien selon ces dernières et se calcule par la méthode matricielle selon la première⁽¹⁾. Par exemple, le flux d'un réacteur cylindrique réfléché radialement mais non axialement (ou l'inverse) est factorisé et peut se calculer analytiquement ; ce n'est plus le cas pour un réacteur réfléché à la fois radialement et axialement.

Alors, seules des méthodes purement numériques restent envisageables. C'est parce que cette difficulté apparaît presque toujours pour les réacteurs étudiés par les ingénieurs qu'on a dû faire appel à l'informatique pour les calculs de réacteurs⁽²⁾. Avant même de songer à programmer de tels calculs, il faut s'interroger sur les techniques numériques à mettre en œuvre. Il y a là un vaste champ des mathématiques appliquées dans lequel les neutronicien ont apporté des développements importants. Ce seul domaine de l'analyse

1. Sur l'exemple présenté p. 145, le flux se factorisait précisément parce que nous avons choisi une source axiale disposée selon ce mode fondamental en z . Noter que la factorisation suppose aussi que les conditions aux limites s'y prêtent.

2. Cela est d'autant plus vrai qu'on voudra, en pratique, traiter aussi le spectre des neutrons.

numérique mériterait un ouvrage complet (il en existe de fort bien faits : voir la bibliographie) et ne peut être développé ici. Pour que le lecteur ait tout de même un aperçu de ce qui est fait dans les codes de calcul, nous donnerons quelques indications très rapides sur les principes généraux des méthodes numériques les plus utilisées pour résoudre l'équation de la diffusion et traiter la théorie à un groupe⁽¹⁾.

6.2 Principe des principales méthodes numériques de traitement de l'équation de la diffusion

6.2.1 Généralités sur les traitements numériques

La difficulté fondamentale du traitement numérique d'une équation dont l'inconnue est une fonction est qu'il faut remplacer une grandeur qui fait intervenir une infinité de valeurs numériques — une fonction — par un nombre fini de valeurs numériques et cela en perdant un minimum d'informations. En schématisant, on peut dire que deux approches sont possibles :

- la *discrétisation* : elle consiste à dresser une table de valeurs de la fonction considérée pour un nombre fini de valeurs du ou des argument(s) : exemple, une table de logarithmes ou autres fonctions transcendentes ;
- la *représentation par une série* : elle consiste à représenter la fonction considérée par une somme finie de fonctions de base bien choisies, appelées « fonctions-tests » : exemple, la représentation sous la forme d'une série de Fourier tronquée, à un certain rang, par un polynôme de degré fini...

Une fois choisie la forme sous laquelle sera représentée la fonction inconnue, il faudra définir le traitement mathématique qui permettra de passer de l'équation considérée à un système algébrique donnant, respectivement, soit les valeurs discrétisées, soit les coefficients placés devant les fonctions-tests. L'équation donnant le flux neutronique étant toujours linéaire, il en sera de même de ce système algébrique : en pratique, le problème se ramène ainsi à l'inversion d'une matrice, souvent de très grande dimension⁽²⁾, ce qui sera généralement fait par itération⁽³⁾.

Parmi les méthodes évoquées ci-dessous, celle des différences finies est du type « discrétisation » ; les autres sont des représentations par séries de fonctions-tests.

6.2.2 Problème à source et problèmes critiques

Les problèmes que nous avons examinés au chapitre précédent, pour lesquels la source est donnée, sont appelés « problèmes à source ». Après discrétisation ou représentation

1. Ces méthodes se généralisent toutes à la théorie « diffusion - multigroupe » ; nous introduirons au chapitre 14 les méthodes numériques utilisées pour traiter l'équation du transport.

2. Il est fréquent qu'un problème de neutronique fasse intervenir des centaines de milliers d'inconnues.

3. Le choix de la méthode itérative la plus efficace pose aussi un intéressant et difficile problème mathématique.

par une série tronquée, ces problèmes se présentent sous la forme :

$$MV = B,$$

où M est une matrice (remplaçant l'équation) et B un vecteur (dédié de la source), connus une fois mis en œuvre le traitement numérique ; V est le vecteur des inconnues. La résolution de ce système est l'inversion de la matrice M donnant V :

$$V = M^{-1}B.$$

Les problèmes considérés dans le présent chapitre sont appelés « problèmes critiques ». Ils se distinguent des précédents, d'une part, par le fait que la source est liée au flux inconnu et, d'autre part, par le fait que la solution n'existe que si la condition critique est assurée (on peut dire aussi que l'opérateur représenté par l'équation à résoudre doit avoir une valeur propre nulle).

On résout, en pratique, la première difficulté grâce à une itération dite « externe », par opposition à l'itération « interne » mise en œuvre pour inverser M : on part d'une approximation initiale $S^{(0)}$ de la source de fission ; on en déduit une approximation $\Phi^{(0)}$ du flux en traitant le problème comme un problème à source, c'est-à-dire en inversant M ; de ce flux, on peut calculer une meilleure approximation $S^{(1)}$ de la source en appliquant l'opérateur de production par fission (ici, multiplication par $\nu \Sigma_f$) ; de $S^{(1)}$ on déduit $\Phi^{(1)}$, et ainsi de suite jusqu'à ce qu'un critère de convergence de l'itération soit satisfait (plusieurs dizaines d'itérations « externes » sont souvent nécessaires).

Pour le deuxième aspect — la condition critique — on introduit un « paramètre critique » qu'on détermine également au cours des itérations pour que le problème ait une solution : il s'agit d'un paramètre quelconque permettant de modifier fictivement le réacteur qu'on a décrit dans les données du calcul de façon à le rendre critique : frontière extérieure, concentration ou position d'un poison, teneur en matière fissile du combustible, etc. Le paramètre le plus fréquemment utilisé est le facteur de multiplication effectif k du réacteur : si l'on revient à sa définition, on voit que c'est le facteur tel que si l'on divisait les productions de neutrons par ce facteur k , c'est-à-dire si l'on remplaçait ν par ν/k chaque fois que ce nombre apparaît dans les équations, on rendrait le réacteur critique. [Dans l'itération « externe » le facteur k est évalué, de plus en plus précisément si n croît, en comparant en intensité les sources $S^{(n)}$ et $S^{(n+1)}$.]

Rappelons enfin que, dans un problème critique, le flux n'est obtenu qu'à un facteur multiplicatif près, A . Avant la sortie des résultats, il faut que le concepteur ou l'utilisateur du code précise comment est choisi ce facteur : on peut, par exemple, normaliser à un neutron émis par la source ou à une puissance totale d'une unité, etc.

6.2.3 Différences finies

La méthode des différences finies consiste à choisir une discrétisation selon chacune des variables du problème, puis à approximer les dérivées — qui sont des quotients de différences infinitésimales — par des quotients de différences finies, mais petites. Par exemple, si la variable x a été discrétisée, c'est-à-dire si l'on ne considère que les abscisses discrètes $x_0, x_1, x_2, x_3, \text{etc.}$, et, pour une fonction $\Phi(x)$, que les valeurs associées $\Phi_0 = \Phi(x_0), \Phi_1 = \Phi(x_1), \Phi_2 = \Phi(x_2), \Phi_3 = \Phi(x_3), \text{etc.}$, on approximera la dérivée en x_i

par le quotient :

$$\frac{d\Phi}{dx}(x = x_i) \simeq \frac{\Phi_{i+1} - \Phi_i}{x_{i+1} - x_i} = \frac{\Phi_{i+1} - \Phi_i}{h},$$

(dérivée à droite), ou par le quotient :

$$\frac{d\Phi}{dx}(x = x_i) \simeq \frac{\Phi_i - \Phi_{i-1}}{x_i - x_{i-1}} = \frac{\Phi_i - \Phi_{i-1}}{h},$$

(dérivée à gauche). On supposera ici, pour simplifier la présentation, que la discrétisation est régulière (effectuée selon un pas h constant), mais cette restriction n'est pas indispensable.

En appliquant deux fois cette approximation (une fois avec la première formule et une fois avec la seconde de façon à aboutir à une formule symétrique), on exprime une dérivée seconde ;

$$\frac{d^2\Phi}{dx^2}(x = x_i) \simeq \frac{\Phi_{i+1} - 2\Phi_i + \Phi_{i-1}}{h^2}.$$

Pour un problème à deux dimensions traité en coordonnées cartésiennes x et y , que nous supposerons, pour simplifier, discrétisées de façon régulière avec le même pas h , une démarche similaire conduit à l'approximation de l'opérateur laplacien :

$$(\Delta\Phi)_{ij} \simeq \frac{\Phi_{i+1,j} + \Phi_{i-1,j} + \Phi_{i,j+1} + \Phi_{i,j-1} - 4\Phi_{ij}}{h^2}.$$

On utilise aussi parfois une « formule à neuf points » :

$$\begin{aligned} (\Delta\Phi)_{ij} \simeq & [4(\Phi_{i+1,j} + \Phi_{i-1,j} + \Phi_{i,j+1} + \Phi_{i,j-1}) \\ & + (\Phi_{i+1,j+1} + \Phi_{i-1,j-1} + \Phi_{i+1,j-1} + \Phi_{i-1,j+1}) \\ & - 20\Phi_{ij}] / (6h^2). \end{aligned}$$

Pour les problèmes à trois dimensions et/ou les autres systèmes de coordonnées, des formules similaires ont également été établies.

Une fois choisie la formule, il suffit de la reporter dans l'équation à résoudre écrite en l'un des points discrets. Par exemple, pour l'équation de la diffusion :

$$D\Delta\Phi - \Sigma_a\Phi + S = 0,$$

dans un cas à deux dimensions, on écrira :

$$D_{ij}(\Delta\Phi)_{ij} - \Sigma_{a,ij}\Phi_{ij} + S_{ij} = 0.$$

En faisant varier les indices i et j sur tout le domaine du réacteur, on obtient un système linéaire comportant autant d'équations que d'inconnues. Remarque que ce système est extrêmement « creux » (c'est-à-dire : sa matrice M contient beaucoup de zéros), puisque chaque équation ne fait intervenir que cinq ou neuf inconnues selon la formule adoptée pour la discrétisation du laplacien⁽¹⁾. Les équations ne peuvent cependant pas être résolues de proche en proche : une inversion itérative de la matrice M est nécessaire.

1. À titre de comparaison, un domaine discrétisé, par exemple, selon 300 points en x et 300 points en y fait intervenir $300^2 = 90\,000$ inconnues !

Remarque : En pratique, le pas de discrétisation est de l'ordre du libre parcours des neutrons, c'est-à-dire du centimètre. Cela amène, pour les calculs de réacteurs à eau, à utiliser, dans le plan (x, y) , une maille ou $2 * 2$ mailles⁽¹⁾ par cellule élémentaire (après homogénéisation du crayon de combustible, de sa gaine et de la portion d'eau associée); on peut profiter de cette discrétisation pour affecter, si nécessaire, des propriétés neutroniques différentes à chacune des cellules⁽²⁾. Dans ces conditions, on peut se demander où placer les points de la discrétisation. Il existe deux variantes, également symétriques, qui ont chacune leurs adeptes et leurs détracteurs : elles sont schématisées ci-dessous (figure 6.4).

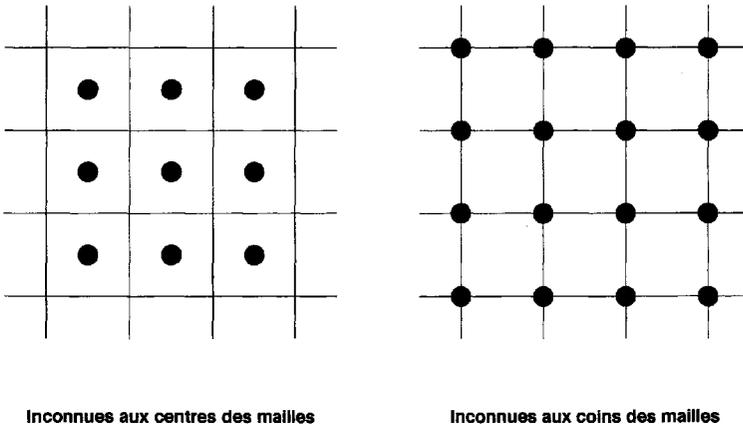


Figure 6.4. Discrétisations x - y pour un maillage carré (les points sont ceux où sont considérées les fonctions)

6.2.4 Éléments finis

À première vue, la méthode des éléments finis ressemble à celle des différences finies puisque la première étape est le découpage du système en mailles de volume fini, appelées en l'occurrence « éléments ». En fait, l'approche est différente puisqu'il s'agit maintenant d'une représentation en série de fonctions-tests.

Chaque fonction-test est propre à *un* élément et nulle pour les autres. En général, on adopte des fonctions linéaires, quadratiques ou cubiques définies de façon :

- a/ à assurer la continuité aux interfaces entre éléments des fonctions qui seront représentées par une somme de ces fonctions-tests ;
- b/ à approximer les fonctions, dans chaque élément, par un polynôme de degré respectivement 1, 2 ou 3.

La figure 6.5, page suivante, donne des exemples de telles fonctions-tests pour les éléments à une dimension x et les approximations linéaire et quadratique.

1. Les formules que nous venons de voir sont en h^2 ce qui veut dire qu'on améliore la précision d'un facteur 4 si l'on réduit le pas d'un facteur 2.

2. On peut ainsi distinguer les cellules de combustible (éventuellement de différentes compositions), les cellules d'absorbant, les « trous d'eau », etc.

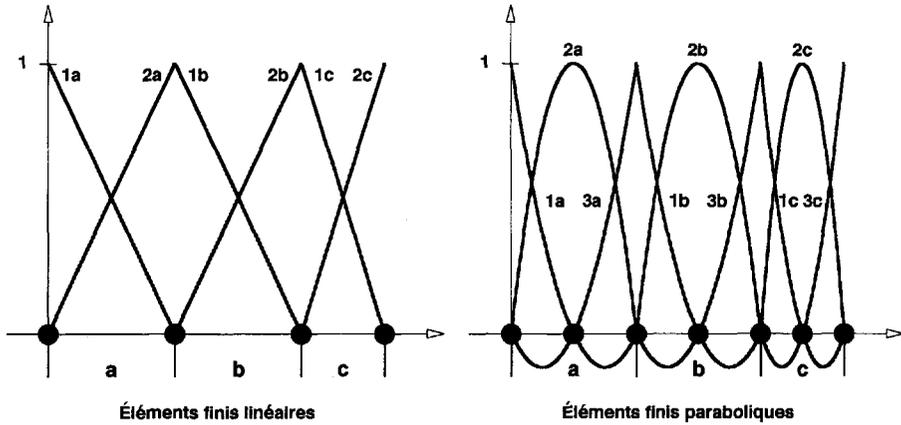


Figure 6.5. Exemples de fonctions-tests pour un cas à une dimension (a, b, c désignent les éléments et 1, 2, 3 les fonctions-tests).

On remarquera que ces fonctions sont, respectivement, les droites ou les paraboles nulles en tous les « nœuds » de l'élément (points gras sur la figure 6.5) sauf un, ce qui permet de respecter les deux critères⁽¹⁾.

Si nous appelons φ_k ces fonctions-tests, les inconnues du problème sont les coefficients A_k de la représentation de la fonction cherchée Φ (dans notre cas le flux) par la série :

$$\Phi(\vec{r}) = \sum_k A_k \varphi_k(\vec{r}).$$

(En pratique, ce qui est strictement équivalent avec le choix fait des fonctions-tests, on peut aussi dire que ces inconnues sont les valeurs de Φ aux « nœuds », ce qui montre la grande similitude de cette approche avec celle des différences finies.)

La technique la plus souvent utilisée pour aboutir au système linéaire donnant ces inconnues s'appuie sur une formulation variationnelle du problème, puis un critère de Galerkin. Présentons cela sur l'exemple à une dimension x , c'est-à-dire d'une géométrie plane éventuellement hétérogène :

$$\frac{d}{dx} \left[D(x) \frac{d\Phi(x)}{dx} \right] - \Sigma_a(x) \Phi(x) + S(x) = 0, \quad a \leq x \leq b, \quad \Phi(a) = \Phi(b) = 0.$$

Une formulation dite « variationnelle » (ou « faible ») peut être faite de ce problème de résolution d'une équation différentielle : associons à cette équation la fonctionnelle⁽²⁾ :

$$J(v) = \int_a^b \left\{ -D(x) \left[\frac{dv(x)}{dx} \right]^2 + \Sigma_a(x) [v(x)]^2 - 2S(x)v(x) \right\} dx,$$

où $v(x)$ est une fonction quelconque vérifiant les conditions aux limites.

1. Pour la continuité, il faut prendre le même coefficient pour les deux fonctions qui valent 1 à l'interface, ce qui peut être réalisé en regroupant les fonctions concernées, par exemple, pour les éléments linéaires, 2a avec 1b, 2b avec 1c et ainsi de suite.

2. En mathématiques, on appelle « fonctionnelle » une opération qui associe un nombre à une fonction. D'autres choix de fonctionnelles sont possibles pour aboutir à une formulation variationnelle du problème de la diffusion.

Nous avons le *théorème variationnel* suivant : la fonctionnelle $J(v)$ est extremum (ici, il s'agit d'un minimum) si et seulement si la fonction v est solution de l'équation de la diffusion.

[*Esquisse de la démonstration* : calculer $J(v + \varepsilon w)$ où v et w sont des fonctions vérifiant les conditions aux limites et ε un paramètre (qu'il n'est pas indispensable, dans le cas présent, de supposer petit) ; remarquer que J est extremum si le terme en ε est nul quel que soit w ; constater que cela exige que le terme en facteur de w soit identiquement nul et remarquer que ce terme est précisément le premier membre de l'équation de la diffusion.]

En vertu de ce théorème, nous pouvons re-formuler le problème de la résolution de l'équation de la diffusion dans les termes suivants : *déterminer la fonction v réalisant l'extremum de J .*

Si nous appliquons cette formulation dans le contexte des éléments finis, nous pouvons la traduire ainsi : la *meilleure approximation* de la solution de l'équation de la diffusion sous la forme :

$$\Phi = \sum_k A_k \varphi_k,$$

est obtenue avec le jeu de coefficients A_k réalisant l'extremum de :

$$F(A_1, A_2, A_3, \dots) = J\left(\sum_k A_k \varphi_k\right).$$

En pratique, on déterminera les coefficients en explicitant que la fonction F des coefficients A_k est extremum, c'est-à-dire que toutes ses dérivées partielles sont nulles :

$$\frac{\partial F}{\partial A_1} = 0, \quad \frac{\partial F}{\partial A_2} = 0, \quad \frac{\partial F}{\partial A_3} = 0, \quad \text{etc.}$$

Comme F est, par construction, une fonction quadratique, ces dernières équations se présentent sous la forme d'un système linéaire. Ici encore, nous aurons, en définitive, une inversion de matrice à effectuer.

Compte tenu de la similitude que nous avons notée entre la méthode des éléments finis et celle des différences finies, on pourrait s'attendre à ce que les performances de ces deux approches numériques soient comparables. En fait, ce n'est pas le cas : la méthode des éléments finis, surtout en approximation parabolique ou cubique, est beaucoup plus performante que la méthode des différences finies : à même maillage, une meilleure précision est obtenue ; ou : pour atteindre la même précision, un maillage plus lâche peut être adopté.

Pour fixer les idées, voici un ordre de grandeur. En approximation parabolique, on peut adopter en éléments finis des mailles vingt fois plus larges qu'en différences finies. Comme les éléments paraboliques utilisent un nœud interne, le facteur n'est égal qu'à dix. Et comme le système d'équations à inverser est un peu plus complexe, on peut réduire d'un facteur deux, c'est-à-dire retenir un *avantage d'un facteur cinq* de la méthode des éléments finis par rapport à celle des différences finies. Notons aussi deux points importants :

- ce gain est observé pour un problème à une dimension ; pour un problème à deux dimensions, il passe à $5 \times 5 = 25$ et, pour un problème à trois dimensions, à $5 \times 5 \times 5 = 125$!

- ce gain — séduisant — n'est réalisable que s'il est effectivement possible de décrire la géométrie avec de grandes mailles (éléments) homogènes : pour les réacteurs à eau, ce n'est pas le cas si l'on fait une description « cellule par cellule » ; la mise en œuvre de la méthode des éléments finis suppose, dans ce cas, une homogénéisation complète des assemblages.

6.2.5 Méthodes nodales

Les méthodes nodales permettent aussi de traiter un cœur de réacteur avec de grandes mailles, ce qui est utile, en particulier, pour les calculs à trois dimensions. Dans ce cas, les mailles sont appelées « *nodes* » (terme anglais) ou « nœuds » (terme français)⁽¹⁾.

L'approche est similaire à celle des éléments finis en ce sens que le flux est approché par des approximations polynomiales. Les différences essentielles sont les suivantes :

- on considère non seulement le flux *dans* les mailles, mais aussi *sur* leurs faces.
- le degré des approximations polynomiales n'est pas forcément le même pour les flux internes et pour les flux sur les faces.
- les flux internes sont calculés à partir du bilan neutronique :

$$\text{Absorptions} + \text{Fuites nettes} = \text{Sources}$$

- les courants sortants sont déduits des courants entrants par une intégration analytique de l'équation de la diffusion (réalisable grâce aux approximations polynomiales des flux).
- les courants sortants d'un « nœud » sont utilisés comme courants entrants dans le « nœud » adjacent.

Les performances des méthodes nodales sont similaires à celles des éléments finis : comme il y a des très nombreuses variantes dans chaque cas — et des méthodes de programmation qui peuvent différer selon les laboratoires —, il est difficile de repérer un avantage décisif en faveur de l'une des approches !

6.2.6 Méthodes de synthèse

Contrairement aux précédentes, la méthode de synthèse s'appuie davantage sur une intuition physique que sur une rigueur mathématique : si elle s'applique, elle peut conduire à d'excellentes performances en terme de rapport coût/précision... mais elle peut aussi conduire à des résultats décevants.

Le principe est le suivant, par exemple pour un calcul de cœur à trois dimensions :

- 1/ on repère les géométries caractéristiques des différents tranches axiales du cœur (réflecteur bas, zone sans grappes de commande, zone avec grappes de commande, réflecteur haut, etc.) et l'on fait un calcul à deux dimensions de chacune des tranches, donnant des flux $\varphi_k(x, y)$.

1. Ne pas confondre avec les « nœuds » des éléments finis.

2/ on recherche le flux à trois dimensions sous la forme d'une combinaison linéaire de ces flux avec des coefficients dépendant de la troisième variable z :

$$\Phi(x, y, z) \simeq \sum_k \psi_k(z) \varphi_k(x, y),$$

(c'est l'opération de synthèse).

3/ On détermine les coefficients par un critère donné, par exemple, une technique de Galerkin (orthogonalité de l'erreur avec chacun des φ_k).

La méthode est intéressante car il est plus « économique » de calculer quelques flux à deux dimensions qu'un flux à trois dimensions (la troisième étape n'est pas très « gourmande » en temps de calcul).

La méthode de synthèse peut évidemment s'appliquer à d'autres problèmes multidimensionnels : on peut envisager, par exemple, de faire une synthèse espace \times temps pour un calcul de cinétique⁽¹⁾.

1. C'est ce qui a été fait dans l'exemple développé au chapitre précédent (page 148) concernant les expériences de neutrons pulsés.

Cette page est laissée intentionnellement en blanc.

7

Ralentissement des neutrons

Introduction

Après l'étude de la neutronique vis-à-vis du temps, puis vis-à-vis de l'espace, nous abordons, dans ce chapitre et les trois suivants, le problème vis-à-vis de l'énergie des neutrons.

Cet aspect de la neutronique est également important, quelle que soit la filière du réacteur auquel on s'intéresse.

- Dans les *réacteurs à neutrons thermiques* se pose le difficile problème de la traversée du domaine des trappes de capture, notamment celles de l'uranium 238 entre quelques électronvolts et quelques milliers d'électronvolts. En particulier le facteur antitrappe p (cf. p. 116) doit être évalué convenablement car il conditionne en grande partie la faisabilité d'un concept de filière.
- Dans les *réacteurs à neutrons rapides*, on observe des variations notables des sections efficaces dans le domaine couvert par le spectre des neutrons : le bilan neutronique est donc très sensible à la forme de ce spectre, ce qui veut dire qu'il faut le calculer, là aussi, avec soin, donc traiter en détail le ralentissement des neutrons et la compétition entre ralentissement et absorption.

Le ralentissement des neutrons se fait par diffusions successives, dont il nous faudra examiner en détail le mécanisme. Nous allons voir que, contrairement aux lois de l'absorption qui sont simples à haute énergie et compliquées à plus basse énergie (à cause de la présence des résonances), les lois de la diffusion sont relativement compliquées à haute énergie (importance des aspects inélastiques et anisotropes) mais plus simples ensuite. Cela permet — fort heureusement — de découpler un peu les difficultés.

Nous allons, dans ce chapitre, essentiellement nous intéresser à la diffusion ; le problème de l'absorption résonnante sera présenté au chapitre suivant. Ensuite, nous parlerons du domaine thermique. Le chapitre 10, enfin, présentera le traitement multigroupe presque systématiquement mis en œuvre en neutronique pour tous les calculs impliquant le spectre.

Le présent chapitre a été découpé en trois parties : les lois de la diffusion des neutrons ; l'équation du ralentissement ; l'étude de quelques problèmes « académiques ».

7.1 Lois du choc diffusant

7.1.1 Diffusions élastiques et inélastiques

Rappelons qu'un choc est qualifié d'« élastique » s'il y a conservation de l'énergie cinétique et d'« inélastique » dans le cas contraire, c'est-à-dire si une partie de l'énergie a été prélevée pour modifier l'état interne de la « cible »⁽¹⁾. Dans le cas présent, une diffusion est inélastique si le noyau-cible, initialement à son niveau d'énergie fondamental, se trouve sur un niveau excité après l'interaction avec le neutron ; ce noyau se désexcitera ultérieurement par émission gamma.

Nous avons vu au chapitre 2 (cf. tableau 2.1, page 72) qu'il convient de distinguer plusieurs mécanismes de diffusion :

- *diffusion potentielle* (toujours élastique) correspondant à une simple diffusion de l'onde associée au neutron par le champ de potentiel du noyau ; réaction pouvant être observée sur tous les noyaux avec les neutrons de toute énergie, caractérisée par une section efficace à peu près constante en énergie et de l'ordre de quelques barns ;
- *diffusion résonnante* correspondant à l'absorption du neutron incident, à la formation d'un noyau composé, puis à la ré-émission d'un neutron⁽²⁾ ; réaction caractérisée par une structure résonnante, donc par une section efficace pouvant varier rapidement en fonction de l'énergie entre des valeurs pouvant être très élevées ou très faibles ; plusieurs voies de sortie sont possibles ; en ce qui concerne la diffusion :
 - si, après l'éjection du neutron, le noyau-cible est au niveau fondamental (donc dans le même état que l'état initial), cette diffusion est *élastique* ;
 - si, après l'éjection du neutron, le noyau-cible est excité, cette diffusion est *inélastique*.

Les diffusions élastiques sont sans seuil, c'est-à-dire possibles avec des neutrons de toute énergie ; les diffusions inélastiques, au contraire, sont des réactions à seuil, puisque le neutron incident doit au moins apporter l'énergie nécessaire pour amener le noyau-cible du niveau fondamental au premier niveau excité. Ce seuil se situe à quelques MeV pour les noyaux légers et à quelques dizaines de keV pour les noyaux lourds : c'est dire que, dans les réacteurs, ce seront essentiellement sur les matériaux du combustible, notamment l'uranium 238, que seront observées les diffusions inélastiques. Si nécessaire, on peut distinguer les réactions et les sections efficaces associées selon le niveau excité (discret ou dans le continuum) du noyau percuté.

Signalons aussi que les réactions $(n,2n)$, essentiellement sur l'uranium 238, améliorent légèrement le bilan neutronique (en pratique, entre 100 et 200 pcm) : cela est pris en compte dans les codes de calcul mais peut être négligé ici.

Ce sont les diffusions élastiques qui vont jouer le rôle prépondérant dans le ralentissement des neutrons, surtout dans les réacteurs à neutrons thermiques contenant un modérateur. C'est la raison pour laquelle nous n'évoquerons les diffusions inélastiques que pour mémoire et détaillerons surtout le ralentissement élastique.

1. Un choc entre des boules de billard en ivoire est pratiquement élastique ; si les boules étaient en pâte à modeler, le choc serait fortement inélastique.

2. En utilisant une image classique, on pourrait dire que, dans la diffusion potentielle, c'est le neutron incident qui repart alors que, dans la diffusion résonnante, c'est un neutron quelconque du noyau composé qui est éjecté.

Remarquons que, pour ce dernier, peu importe pour la neutronique que le mécanisme soit potentiel ou résonnant pourvu que la section efficace pour la somme des deux processus soit correcte : nous ne ferons donc plus la distinction dorénavant.

7.1.2 Lois du choc élastique

L'établissement des lois du choc élastique peut être traité comme un problème de mécanique purement classique.

Dans le système du laboratoire, c'est-à-dire lié au réacteur (schéma du haut, figure 7.1), nous avons un neutron (petite boule noire) qui, initialement, se dirige vers un noyau (grosse boule noire) que nous pouvons considérer comme immobile ; après collision, les deux objets partent, chacun avec une certaine vitesse, dans deux directions différentes ; le neutron, en particulier, passe d'une vitesse initiale V_{ni} à une vitesse finale V_{nf} avec une déviation d'un angle ψ (noter que le processus se produit dans l'espace à trois dimensions : la figure est faite dans le plan des vecteurs \vec{V}_{ni} et \vec{V}_{nf} ; le problème présente une symétrie de révolution par rapport à l'axe portant \vec{V}_{ni} , ce qui veut dire que tous les événements caractérisés par une rotation d'un angle φ autour de cet axe sont équiprobables). Les relations entre ces vitesses et cet angle ψ résultent des lois de conservation de l'impulsion et de l'énergie cinétique. Il est possible de faire le calcul dans le système du laboratoire, mais il est beaucoup plus simple de passer au système du centre de masse.

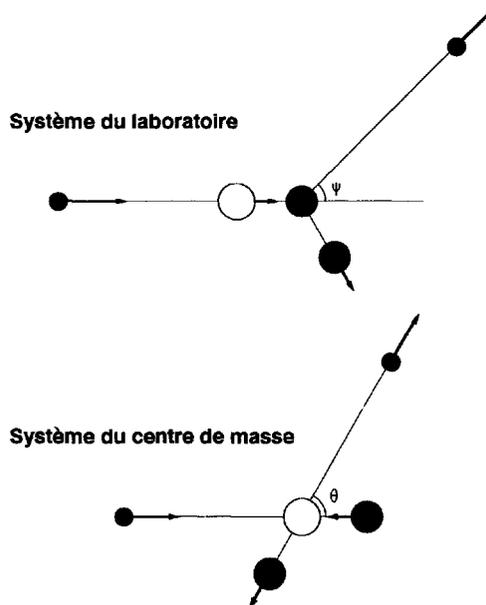


Figure 7.1. Diffusion élastique d'un neutron par un noyau initialement immobile.

Le centre de masse (ou centre de gravité, ou encore barycentre) est le point situé sur le segment joignant les deux particules à des distances inversement proportionnelles à leur masse : nous avons représenté ce point, en lui affectant toute la masse, par la boule

blanche fictive. Dans le système du centre de masse (dont l'origine est fixée à ce point), la diffusion se présente selon le schéma du bas de la figure 7.1, page précédente : avant la réaction, les deux boules se dirigent l'une vers l'autre avec des vitesses inversement proportionnelles à leurs masses ; après la réaction, elles s'éloignent l'une de l'autre avec des vitesses également inversement proportionnelles à leurs masses : cela veut simplement dire que, dans ce système, l'impulsion est initialement nulle et reste nulle. Comme l'énergie cinétique n'a pas changé, les modules des vecteurs vitesses n'ont pas changé. Dans ce système, s'est produite une simple rotation d'un angle θ (outre l'angle φ qui n'intervient pas dans la discussion).

Désignons par A le rapport de la masse du noyau-cible à celle du neutron (comme la masse du neutron est proche d'une unité de masse atomique, A est proche du nombre de masse du noyau). Les formules du choc élastique s'obtiennent à partir des trois remarques suivantes :

1/ la vitesse du centre de masse, dans le système du laboratoire est donnée par :

$$\vec{V}_{mi} = \vec{V}_{mf} = \vec{V}_m = \frac{1}{A+1} \vec{V}_{ni} + \frac{A}{A+1} \vec{V}_{Ni} = \frac{1}{A+1} \vec{V}_{ni},$$

(i : initial ; f : final ; n : neutron ; N : noyau-cible ; m : centre de masse ; \vec{V}_{Ni} est nulle).

2/ les formules de changement de repère (avant et après choc, et pour chaque boule) sont :

$$\vec{v} = \vec{V} - \vec{V}_m,$$

(V : système du laboratoire ; v : système du centre de masse).

3/ dans le système du centre de masse, les composantes de la vitesse du neutron selon l'axe porté par la vitesse initiale et l'axe perpendiculaire dans le plan de la figure sont $V_{ni} \cos \theta$ et $V_{ni} \sin \theta$.

On remarquera que, la vitesse initiale du neutron V_{ni} , ou son énergie cinétique E_{ni} , étant fixée, les variables « après choc » sont toutes des variables aléatoires dépendant du « paramètre d'impact » : en mécanique classique, c'est, d'une part, l'angle φ définissant le plan de la figure, d'autre part, la distance d du centre de la boule percutée à la droite portant \vec{V}_{ni} qui conditionnent la valeur de θ ; en mécanique quantique, nous pouvons conserver θ et φ comme variables aléatoires principales. Les autres variables aléatoires sont liées à θ seulement car φ ne joue pas de rôle pour une raison de symétrie.

Sans détailler les calculs, voici les deux formules principales ainsi obtenues⁽¹⁾ :

1/ énergie cinétique finale du neutron dans le système du laboratoire :

$$\frac{E_{nf}}{E_{ni}} = \frac{A^2 + 1 + 2A \cos \theta}{(A + 1)^2} = \frac{1}{2} [1 + \alpha + (1 - \alpha) \cos \theta];$$

2/ angle de déviation du neutron dans le système du laboratoire :

$$\cos \psi = \frac{1 + A \cos \theta}{\sqrt{A^2 + 1 + 2A \cos \theta}}.$$

1. Nous nous limitons ici aux formules concernant le neutron ; il est évident qu'on établirait pareillement celles concernant le noyau si on en avait besoin.

Dans la première formule, on a posé :

$$\alpha = \frac{(A - 1)^2}{(A + 1)^2} ;$$

Ce paramètre est le rapport minimum entre l'énergie finale et l'énergie initiale du neutron, obtenu lorsque θ est égal à π (demi-tour complet). Noter qu'il est d'autant plus faible que le noyau-cible est léger, ce qui montre que ces noyaux ralentissent mieux les neutrons. En particulier, pour l'hydrogène⁽¹⁾, α est nul, ce qui signifie qu'un neutron peut être, à la limite, totalement stoppé en une seule collision.

7.1.3 Lois du choc élastique et isotrope

S'il est clair que toutes les valeurs de φ sont équiprobables, il est plus difficile de se prononcer sur la loi de probabilité régissant θ . L'expérience, ainsi que des considérations théoriques (dont nous avons donné un aperçu p. 81) montrent que, sauf peut-être à très haute énergie mais en tout cas dans le domaine épithermique où se trouvent la plupart des grandes résonances des noyaux lourds, la diffusion peut-être considérée comme *isotrope dans le système du centre de masse*⁽²⁾. Cette hypothèse est licite, en particulier, pour les matériaux modérateurs qui jouent le rôle prépondérant dans les filières de réacteurs à neutrons thermiques.

Cette isotropie signifie que, dans ce système, le vecteur vitesse du neutron \vec{v}_{nf} après la collision⁽³⁾ a la même probabilité de pointer dans toutes les directions de l'espace : la probabilité d'avoir φ à $d\varphi$ près et θ à $d\theta$ près est l'élément d'angle solide délimité par $d\varphi$ et $d\theta$, rapporté aux 4π stéradians, soit $\sin \theta d\theta d\varphi / (4\pi)$. Si l'on intègre sur les 2π radians sur lesquels peut varier φ , on voit que la variable aléatoire θ est, dans cette hypothèse d'isotropie, régie par la loi de probabilité :

$$P(\theta) d\theta = \frac{1}{2} \sin \theta d\theta = \frac{1}{2} d|\cos \theta| .$$

Comme l'énergie du neutron après choc E_{nf} est liée linéairement à $\cos \theta$ et comme cette dernière variable est uniforme⁽⁴⁾, il en est de même de E_{nf} , dans l'intervalle qui peut être atteint, c'est-à-dire entre αE_{ni} et E_{ni} :

$$P(E_{nf}) dE_{nf} = \frac{dE_{nf}}{(1 - \alpha)E_{ni}} .$$

En ce qui concerne l'angle ψ de déviation dans le système du laboratoire la loi de probabilité est moins simple : comme ψ est toujours inférieur à θ (sauf pour les valeurs extrêmes 0 et π), l'isotropie dans le centre de masse signifie une *anisotropie vers l'avant*

1. En confondant les masses du proton et du neutron, nous avons A égal à 1.

2. Dans le formalisme introduit page 81, on dit que la diffusion se fait selon l'« onde s ».

3. Ainsi que celui du noyau.

4. Densité de probabilité égale à 1/2 dans l'intervalle $[-1, +1]$.

dans le système du réacteur (diffusion préférentiellement vers l'avant). En particulier, alors que la moyenne λ de $\cos \theta$ est nulle, celle de $\cos \psi$ est :

$$\mu = \langle \cos \psi \rangle = \frac{2}{3A}.$$

Cette anisotropie vers l'avant est d'autant plus marquée que le noyau est léger : ainsi, μ vaut $2/3$ pour l'hydrogène, mais est pratiquement nul pour l'uranium.

7.1.4 Léthargie

Pour des raisons à la fois pratiques (tracé de courbes de sections efficaces ou de spectres neutroniques...) et théoriques (la loi du choc élastique régit directement un *rapport* d'énergies), les neutroniciens sont amenés à utiliser le *logarithme* de l'énergie cinétique des neutrons. C'est la raison pour laquelle ils ont introduit la variable appelée « léthargie » définie par :

$$u = \ln \frac{E_{\text{réf}}}{E}.$$

- Comme un logarithme porte sur un nombre sans dimension, l'énergie E doit être rapportée à une énergie de référence $E_{\text{réf}}$.
- Comme les neutrons se ralentissent, au moins pendant la première partie de leur « vie », il est commode de placer E au dénominateur de façon à ce que la léthargie croisse comme le temps : u devient, en quelque sorte, une mesure de l'« âge » du neutron en train de se ralentir.
- Le choix de l'énergie de référence est totalement arbitraire. Dans les codes de calcul (exemple APOLLO), on adopte souvent 10 MeV : ainsi, si l'on néglige les neutrons d'énergie plus grande que 10 MeV, tous les neutrons du calcul ont une léthargie positive. D'autres choix peuvent être faits pour des raisons de commodité.

Après changement de variable (cf. la formule de la p. 110), la loi du choc pour l'énergie du neutron se transforme en une loi pour le *gain de léthargie* :

$$u_f - u_i = \ln \frac{A^2 + 1 + 2A \cos \theta}{(A + 1)^2} = \ln \left\{ \frac{1}{2} [1 + \alpha + (1 - \alpha) \cos \theta] \right\}.$$

Ce gain de léthargie sera noté Δu ou w . Nous voyons qu'il varie entre 0 (pour $\theta = 0$) et une valeur maximale (pour $\theta = \pi$) :

$$w_{\text{max}} = \varepsilon = -\ln \alpha,$$

finie, sauf pour le cas de l'hydrogène.

Si la diffusion est supposée isotrope dans le système du centre de masse, la loi uniforme pour l'énergie devient, pour le gain de léthargie, une loi exponentielle décroissante, à prendre entre 0 et ε et à normaliser :

$$P(w) dw = \frac{e^{-w}}{1 - \alpha} dw.$$

Les lois pour l'énergie et pour le gain de léthargie sont comparées dans la figure 7.2 (les courbes ont été calculées pour $A = 4$).

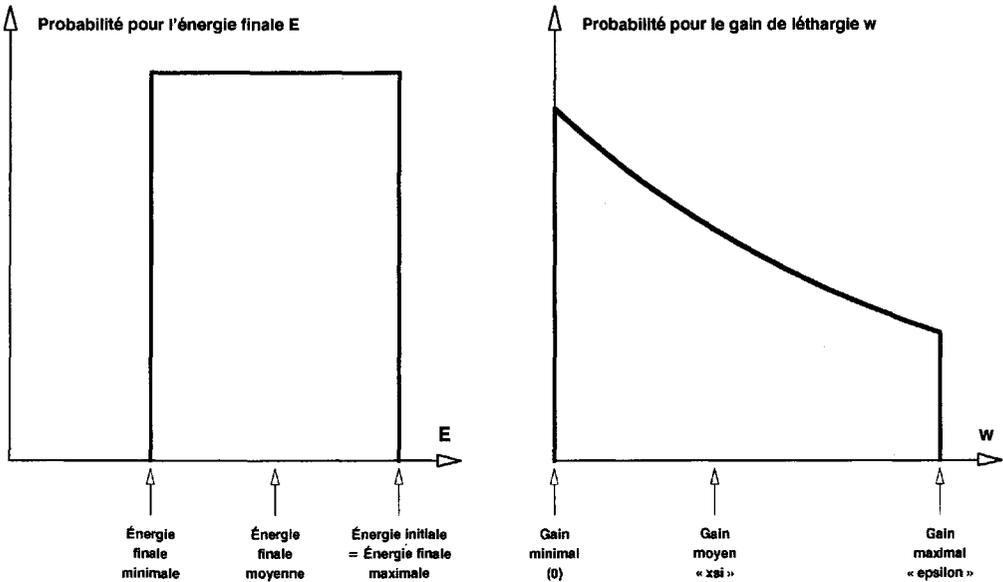


Figure 7.2. Lois de probabilité pour l'énergie et pour la léthargie dans le cas d'un choc élastique et isotrope dans le système du centre de masse.

De ces lois de probabilité on peut déduire, en particulier, les valeurs moyennes :

$$\langle E_{nf} \rangle = \frac{1 + \alpha}{2} E_{ni}, \quad \langle w \rangle = \xi = 1 - \frac{\alpha \varepsilon}{1 - \alpha}.$$

Attention ! Comme la liaison entre l'énergie et la léthargie n'est pas linéaire, l'énergie moyenne après choc et la léthargie moyenne après choc ne se correspondent pas.

7.1.5 Évaluation du nombre de chocs nécessaires pour ralentir un neutron

Ce dernier paramètre, ξ , s'avère le plus pertinent pour caractériser l'« efficacité » du ralentissement par un noyau : c'est l'« avancée » moyenne des neutrons, en terme de léthargie, sur le « chemin » du ralentissement. Notamment, il permet d'évaluer le nombre moyen de diffusions⁽¹⁾ nécessaires pour ralentir un neutron d'une énergie E_0 à une énergie E_1 : comme les neutrons avancent, en moyenne, de ξ unités de léthargie à chaque collision, il leur faut, pour franchir l'intervalle total de léthargie $U = \ln E_0/E_1$, un nombre moyen n de collisions tel que $n\xi = U$. Le tableau 7.1, page suivante, donne quelques exemples pour quelques valeurs de A , et $E_0 = 2$ MeV et $E_1 = 1$ eV, soit 14,51 unités de léthargie.

Dans l'hydrogène, nous l'avons dit, une seule collision peut arrêter complètement un neutron ; la circonstance est cependant rare puisqu'une quinzaine de chocs sont nécessaires

1. En supposant que tous les chocs sont élastiques et isotropes dans le centre de masse.

TABLEAU 7.1. Paramètres du ralentissement pour quelques noyaux.

Noyau	A	α	ε	ξ	n
H	1	0	∞	1	15
D	2	0,111	2,197	0,725	20
C	12	0,716	0,334	0,158	92
U	236	0,9832	0,0170	0,0084	1717

en moyenne pour ralentir le neutron. On voit que le deutérium, bien que deux fois plus lourd que l'hydrogène, n'est guère moins efficace en terme de nombre de collisions pour ralentir un neutron. Même le carbone de masse 12 est raisonnablement efficace : en l'absence d'autres matériaux, 92 diffusions dans le graphite sont vraisemblables compte tenu de sa faible capture. En revanche, il est clair qu'un neutron émis dans un massif d'uranium sera absorbé bien avant d'avoir été ralenti.

7.1.6 Comparaison des principaux modérateurs

Ces considérations montrent que ce sont les noyaux légers qu'il faut rechercher pour modérer les neutrons ; il faut aussi que ces noyaux soient peu capturants, sous peine de faire disparaître les neutrons qu'on cherche à ralentir.

La liste des noyaux légers et peu capturants est vite faite⁽¹⁾ :



Nous éliminerons de la liste l'hélium, qui n'existe qu'à l'état gazeux (c'est le premier des gaz rares), donc trop peu dense pour constituer un modérateur.

En revanche, nous considérerons aussi l'hydrogène ordinaire, bien qu'il soit relativement capturant, car c'est le meilleur ralentisseur de neutrons.

Les principaux matériaux, liquides ou solides, formés de ces noyaux et donc susceptibles d'être utilisés comme modérateurs sont ceux du tableau suivant (tableau 7.2, page ci-contre)⁽²⁾. Les propriétés neutroniques de ces matériaux en termes de capacité à ralentir les neutrons et de faible capture sont résumées dans les colonnes 4 et 5 ; si ces deux critères sont favorables à la fois, un réacteur à uranium naturel est concevable : c'est le cas des trois derniers exemples, mais non de l'eau (et autres matériaux hydrogénés) à cause d'une caractéristique médiocre en terme de capture.

Si, cependant, la grosse majorité des réacteurs électronucléaires actuels appartient aux filières modérées à l'eau, c'est qu'à côté de cette section efficace de capture relativement élevée pour les neutrons thermiques l'hydrogène — sous forme d'eau en particulier — présente trois autres atouts essentiels :

1. Il n'y a pratiquement pas d'hélium 3, très capturant, dans l'hélium naturel sur Terre (on obtient l'hélium 3 par décroissance radioactive du tritium). Le béryllium naturel n'a qu'un seul isotope. Les deux isotopes du carbone naturel et les trois isotopes de l'oxygène naturel sont tous peu absorbants.

2. On aurait pu y faire figurer aussi les composés hydrogénés du carbone, tels les liquides organiques : leur caractéristiques neutroniques sont assez similaires à celles de l'eau (en raisonnant à même nombre d'atomes d'hydrogène par unité de volume) car, dans tous ces composés, l'hydrogène joue le rôle principal tant en ralentissement qu'en capture.

TABEAU 7.2. Comparaison des principales caractéristiques des matériaux modérateurs les plus couramment utilisés.

Modérateur	Formule	Etat	Ralents.	Capture	Coût	U naturel
Eau	H ₂ O	Liquide	Excellent	Médiocre	Nul	Impossible
Eau lourde	D ₂ O	Liquide	Excellent	Excellent	Elevé	Possible
Glucine	BeO	Solide	Moyen	Bon	Moyen	Possible
Graphite	C	Solide	Moyen	Bon	Moyen	Possible

- 1/ un coût pratiquement nul (seul un contrôle de pureté est nécessaire) ;
- 2/ des propriétés thermodynamiques intéressantes et bien maîtrisées par les industriels ; en particulier, la possibilité de faire jouer à l'eau non seulement le rôle de modérateur, mais aussi ceux de caloporteur et éventuellement, après vaporisation, de fluide envoyé à la turbine ;
- 3/ un *pouvoir modérateur* exceptionnel : ce paramètre, qui caractérise finalement le mieux la capacité d'un matériau à ralentir les neutrons, est le produit $\xi \times \sigma_s$, si l'on raisonne par atome, ou $\xi \times \Sigma_s$, si l'on raisonne par unité de volume. En effet, pour un bon matériau ralentisseur, il ne suffit pas que le gain moyen de léthargie à chaque diffusion soit le plus grand possible : il faut aussi qu'il y ait le plus de diffusions possibles (par rapport aux absorptions, notamment dans les résonances), donc que la section efficace de diffusion soit la plus élevée possible. Les tableaux 7.3 et 7.4, page suivante, montrent que l'hydrogène et les matériaux hydrogénés se détachent nettement des autres : la raison en est l'exceptionnelle valeur de la section efficace de diffusion du plus petit noyau qu'est l'hydrogène⁽¹⁾. Finalement, grâce à ce fort pouvoir modérateur, les réacteurs à eau se caractériseront par une très grande compacité⁽²⁾.

La contre-partie de l'utilisation de l'hydrogène est sévère : la nécessité « incontournable » d'utiliser un combustible enrichi⁽³⁾.

1. Les masses sont rapportées à celle du neutron ; les sections efficaces sont exprimées en barns et le pouvoir modérateur $\xi \Sigma_s = \xi \sigma_s N$ en cm^{-1} ; les masses volumiques sont données à froid en g/cm^3 et les concentrations N en molécules par b.cm.

2. Par exemple, le rapport du volume du modérateur à celui du combustible est de l'ordre de 50 dans les réacteurs à graphite et uranium naturel et de l'ordre de 2 dans les réacteurs à eau sous pression.

3. Ordre de grandeur de la teneur minimale en isotope 235 pour atteindre la condition critique dans un réacteur infini à uranium et modéré à l'eau : 1,04 % en configuration homogène ; 0,80 % en configuration hétérogène.

TABLEAU 7.3. Comparaison des principaux noyaux modérateurs (la section efficace de diffusion est prise pour les neutrons épithermiques [quelques eV] et la section efficace d'absorption pour les neutrons thermiques [0,0253 eV]).

Noyau	Masse	Gain moyen de léthargie	Section de diffusion	Section d'absorption
Hydrogène	1,00	1,0000	20,4	0,332
Deutérium	2,00	0,7261	3,40	0,00051
Béryllium	8,93	0,2080	6,00	0,0076
Carbone	12,01	0,1589	4,74	0,00337
Oxygène	15,86	0,1209	3,89	0,000191

TABLEAU 7.4. Comparaison des principaux matériaux modérateurs.

Matériau	Masse volu.	Concentration	Pouvoir modérateur	Valeur relative matériau/eau
Eau ordinaire	0,998	0,03337	1,3772	1
Eau lourde	1,105	0,0332	0,1795	0,130
Béryllium	1,85	0,124	0,1548	0,112
Glucine	3,01	0,0725	0,1246	0,090
Graphite	1,6	0,0802	0,0604	0,044

7.1.7 Lois du choc inélastique

Les caractéristiques des modérateurs sont liées à la diffusion élastique. Sur les matériaux lourds, en particulier l'uranium du combustible, c'est la diffusion inélastique qui joue le rôle prépondérant dans la dégradation du spectre des neutrons, car le gain de léthargie par choc élastique est pratiquement nul. Le rôle relatif des diffusions inélastiques est faible dans les réacteurs à neutrons thermiques mais non négligeable dans les réacteurs à neutrons rapides.

Sans nous étendre sur la démonstration qui est similaire à celle qui a permis d'établir les lois du choc élastique, donnons les deux principales formules du choc inélastique :

$$\frac{E_{nf}}{E_{ni}} = \frac{\gamma^2 + 1 + 2\gamma \cos \theta}{(A + 1)^2},$$

et :

$$\cos \psi = \frac{1 + \gamma \cos \theta}{\sqrt{\gamma^2 + 1 + 2\gamma \cos \theta}},$$

avec :

$$\gamma = A\sqrt{1 - [(A + 1)/A].Q/E_{ni}},$$

où Q est l'énergie d'excitation du noyau-cible. Comme on peut le vérifier, ce paramètre γ se réduit à A si Q est nul.

Notons que l'énergie minimale du neutron pour une diffusion inélastique est :

$$E_{\text{seuil}} = \frac{A+1}{A} Q.$$

On peut admettre que la diffusion inélastique est isotrope dans le système du centre de masse, donc aussi dans le système du laboratoire, si elle a lieu sur un noyau lourd.

7.1.8 Équation du ralentissement

L'équation du ralentissement n'est autre que la réduction de l'équation de Boltzmann (cf. p. 110) au cas ne faisant intervenir que la variable vitesse du neutron v — ou une variable qui lui liée, énergie cinétique E ou léthargie u — prise dans le domaine du ralentissement. Mais, de façon à mieux appréhender les aspects physiques de cette équation du ralentissement, nous reprendrons le problème au point de départ.

Pour avoir un problème de pur ralentissement, nous nous placerons dans la situation d'un milieu infini et homogène alimenté par une source uniforme en espace et constante dans le temps⁽¹⁾. Nous utiliserons la variable léthargie qui s'avère être la plus pertinente sous l'angle de la physique.

L'équation de Boltzmann en général et l'équation du ralentissement en particulier s'obtiennent en effectuant un *décompte des neutrons*. En ce qui concerne le ralentissement, on peut imaginer deux façons de décompter les neutrons : cela conduit à deux formes de l'équation équivalentes sous l'angle mathématique mais non sous celui de la physique et du traitement des problèmes. La première forme est la plus usuelle ; c'est notamment celle qui est traitée numériquement dans la plupart des codes de calcul, par exemple par le code APOLLO. La seconde forme est intéressante pour certains problèmes et pour mieux percevoir le mécanisme du ralentissement : c'est pourquoi nous la présenterons aussi ; toutefois, il est possible de passer de paragraphe.

7.1.9 Première forme de l'équation du ralentissement

La première forme de l'équation du ralentissement fait intervenir la « densité d'arrivée », que nous noterons $\rho(u)$. Cette densité⁽²⁾ est définie de la façon suivante : $\rho(u) du$ est le nombre de neutrons arrivant, par unité de temps et par unité de volume, dans l'intervalle de léthargie du compris entre u et $u + du$, à la suite d'une diffusion à une autre léthargie u' (antérieure à u , puisqu'il s'agit de ralentissement).

Le taux de diffusion⁽³⁾ à la léthargie u' s'écrit, en vertu de la formule des taux de réaction, $\Sigma_s(u') \Phi(u')$; notons $P(u' \rightarrow u) du$ la probabilité qu'un neutron diffusé à la léthargie u' soit transféré dans l'intervalle de léthargie du compris entre u et $u + du$; ces grandeurs

1. Un problème similaire de pur ralentissement serait obtenu en prenant l'intégrale sur tout l'espace des fonctions neutroniques d'un système quelconque alimenté par une source constante dans le temps.

2. Au sens mathématique du terme (cf. p. 110).

3. Il s'agit aussi d'une densité : $\Sigma_s(u') \Phi(u') du'$ est le nombre de neutrons voyageant dans l'intervalle de léthargie du' et diffusés par unité de temps et par unité de volume.

nous permettent d'exprimer la densité d'arrivée en explicitant sa définition :

$$\rho(u) = \int_{-\infty}^u \Sigma_s(u') \Phi(u') du' P(u' \rightarrow u),$$

(nous avons simplifié par du aux deux membres et nous avons explicité le fait que u' est antérieure à u).

Remarque : On pose souvent :

$$\Sigma_s(u' \rightarrow u) = \Sigma_s(u') P(u' \rightarrow u).$$

Cette grandeur, qui conserve la dimension d'une section efficace, est appelée « *section efficace différentielle* (en léthargie⁽¹⁾) *de diffusion* ». La densité d'arrivée s'écrit ainsi plus simplement :

$$\rho(u) = \int_{-\infty}^u \Sigma_s(u' \rightarrow u) \Phi(u') du'.$$

Aux neutrons qui *arrivent* à la léthargie u (à du près) à la suite d'une diffusion, il faut ajouter les neutrons qui naissent directement à cette léthargie u (à du près) par émission par la source ; cette deuxième densité⁽²⁾ sera notée S .

Dans notre problème, il ne peut arriver qu'une seule chose aux neutrons placés (par diffusion ou par émission) à la léthargie u (à du près) : subir une collision (diffusion ou absorption). La somme $\rho du + S du$ est donc égale au taux de collision total $\Sigma \Phi du$ (indice « t » sous-entendu pour la section efficace totale). Donc, l'équation du ralentissement donnant le flux $\Phi(u)$ résultant des sources $S(u)$ s'écrit :

$$S(u) + \rho(u) = S(u) + \int_{-\infty}^u \Sigma_s(u' \rightarrow u) \Phi(u') du' = \Sigma(u) \Phi(u).$$

Si la loi de transfert n'a pas de propriétés particulières, seule une résolution numérique d'une telle *équation intégrale* est envisageable.

Dans le cas particulier du ralentissement élastique, isotrope (dans le système du centre de masse) et monoatomique (par des noyaux tous de même masse A), la probabilité de transfert est :

$$P(u' \rightarrow u) = P(u - u') = \frac{e^{-(u-u')}}{1 - \alpha},$$

si la différence $u - u'$ est comprise entre 0 et ε et nulle sinon. L'équation s'écrit alors :

$$S(u) + \int_{u-\varepsilon}^u \Sigma_s(u') \Phi(u') P(u - u') du' = \Sigma(u) \Phi(u).$$

Si l'on fait le changement de fonction :

$$f(u) = \Sigma_s(u) \Phi(u),$$

1. Pour distinguer de la section efficace différentielle en angle solide.

2. Même dimension que ρ .

l'équation prend la forme :

$$S(u) + \int_{u-\varepsilon}^u f(u')P(u-u') du' = \frac{\Sigma(u)}{\Sigma_s(u)} f(u).$$

L'intégrale est la densité d'arrivée ρ ; on voit que c'est un *produit de convolution*, noté $\rho = f * P$, ce qui peut suggérer une étude par transformation de Laplace⁽¹⁾.

7.1.10 Deuxième forme de l'équation du ralentissement

Pour caractériser les transferts, le deuxième comptage que l'on peut faire consiste à « regarder », non pas les neutrons qui « tombent à » une léthargie u (à du près), mais les neutrons qui « sautent par dessus » une léthargie u : ce nombre est appelé « *courant de ralentissement* » et noté $q(u)$. C'est l'analogue du nombre de mètres cubes d'eau par seconde que l'on pourrait évaluer en se plaçant sur un pont au-dessus d'un fleuve. Contrairement à ρ qui est une densité et donc une notion différentielle [si l'intervalle du tend vers zéro, le nombre de neutrons y arrivant, $\rho(u) du$, est évanescent], le courant $q(u)$ est une vraie fonction⁽²⁾.

En explicitant cette définition, on voit que q est donné par une intégrale double comptabilisant tous les transferts d'une léthargie u' antérieure à u vers une léthargie u'' postérieure à u :

$$q(u) = \int_{-\infty}^u \int_u^{\infty} \Sigma_s(u') \Phi(u') du' P(u' \rightarrow u'') du'',$$

ou :

$$q(u) = \int_{-\infty}^u \int_u^{\infty} \Sigma_s(u' \rightarrow u'') \Phi(u') du' du''.$$

Comparons maintenant les courants « vus » par deux « observateurs » placés à u et à $u + du$: le second, mais non le premier, comptera les neutrons émis par la source dans cet intervalle; et le premier, mais non le second, comptera les neutrons absorbés dans cet intervalle :

$$q(u + du) - q(u) = \frac{dq(u)}{du} du = S(u) du - \Sigma_a(u) \Phi(u) du,$$

ou, après simplification par du :

$$\frac{dq(u)}{du} = S(u) - \Sigma_a(u) \Phi(u).$$

1. Cette propriété d'*invariance par translation* le long de l'axe des léthargies apparaît avec le choix de cette variable à la place de l'énergie.

2. Ce courant est une vraie fonction vis-à-vis de la léthargie, mais reste une densité vis-à-vis du temps et de l'espace : c'est un nombre de neutrons passant u , par unité de temps et par unité de volume. C'est pour cette raison que cette grandeur était autrefois appelée « densité de ralentissement ».

Jointe à la définition de q , cette équation constitue la deuxième forme de l'équation du ralentissement.

On peut remarquer, en dérivant par rapport à u l'équation définissant q (il faut dériver par rapport à deux des bornes d'intégrales), qu'on a l'identité :

$$\frac{dq(u)}{du} = \Sigma_s(u)\Phi(u) - \rho(u).$$

En portant cette identité dans la deuxième forme de l'équation du ralentissement, on obtient la première forme : cela montre l'équivalence mathématique de ces deux formes.

Si l'on pose :

$$R(u' \rightarrow u) = \int_u^{+\infty} P(u' \rightarrow u'') du'',$$

on peut expliciter le courant par une intégrale simple :

$$q(u) = \int_{-\infty}^u \Sigma_s(u')\Phi(u') du' R(u' \rightarrow u).$$

Dans le cas du ralentissement élastique, isotrope et monoatomique, R n'est fonction, comme P , que de la différence $u - u'$:

$$R(u' \rightarrow u) = R(u - u') = \frac{e^{-(u-u')} - \alpha}{1 - \alpha}.$$

(Comme le gain de léthargie est compris entre 0 et $\epsilon = -\ln \alpha$, R est compris entre 0 et 1).
Noter que, comme ρ , q s'exprime en fonction de la densité de diffusion f par un produit de convolution :

$$q(u) = \int_{u-\epsilon}^u f(u')R(u - u') du' = (f * R)(u).$$

7.2 Étude de quelques problèmes

7.2.1 Généralités

Nous l'avons dit, dans le cas général, il n'y a pas de solution analytique à l'équation du ralentissement. Et même dans le cas plus simple du ralentissement élastique, isotrope et monoatomique, les solutions rigoureuses sont rares ! Celles qui ont pu être obtenues l'on été quand un artifice mathématique a permis de passer de l'équation intégrale à une équation différentielle. Voici un échantillonnage presque exhaustif des solutions analytiques connues.

Sauf indication contraire, l'équation que nous examinons maintenant est relative au cas élastique, isotrope et monoatomique.

7.2.2 Dégénération du spectre des neutrons par diffusions successives

Nous avons vu que les neutrons émis à une énergie E_0 , donc subissant un choc à cette énergie $E_{n1} = E_0$, ont, dans l'hypothèse où c'est une diffusion, une énergie $E_1 = E_{n1}$ uniformément répartie dans l'intervalle entre αE_0 et E_0 .

Toujours dans l'hypothèse d'une diffusion, l'énergie E_2 , après deux chocs, se répartit entre α fois le minimum de E_1 , soit $\alpha^2 E_0$ et le maximum de E_1 , soit E_0 . La loi de répartition se calcule en utilisant la variable léthargie et en convoluant la loi de répartition de E_1 avec la loi de transfert.

De même, toujours dans l'hypothèse d'une diffusion, l'énergie E_3 , après trois chocs, se répartit entre α fois le minimum de E_2 , soit $\alpha^3 E_0$ et le maximum de E_2 , soit E_0 . La loi de répartition se calcule en convoluant la loi de répartition de E_2 avec la loi de transfert. Et ainsi de suite.

Le calcul de ces convolutions successives est quelque peu fastidieux⁽¹⁾. Il conduit à une formule de récurrence relativement simple et facile à programmer. La figure 7.3 montre les courbes successives ainsi obtenues pour le cas du carbone (des réseaux de courbes

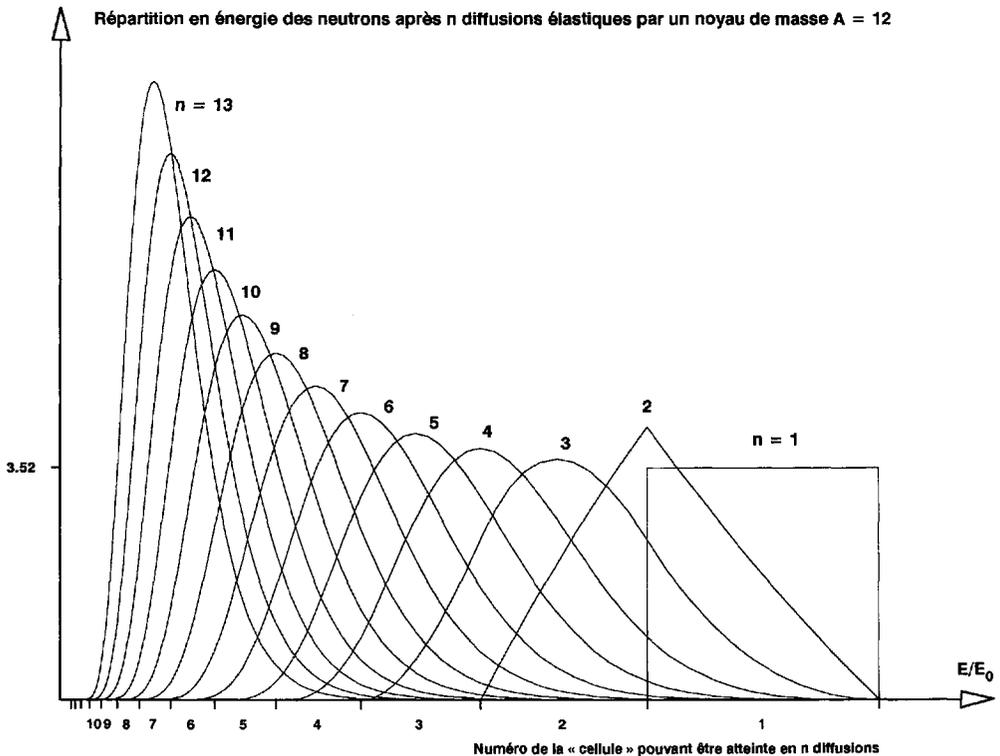


Figure 7.3. Répartition en énergie, selon n , des neutrons émis à une énergie E_0 et diffusés n fois par du graphite (la « cellule » n est l'intervalle pouvant être atteint seulement après au moins n collisions).

1. Il a été fait par Philippe Jourdan (communication privée).

similaires peuvent être tracés avec les variables v et u). On observera deux caractéristiques intéressantes du mécanisme de ralentissement : la dégradation progressive du spectre et, simultanément, sa dispersion en léthargie de plus en plus accentuée avec le nombre n de collisions.

7.2.3 Ralentissement sans absorption

Toujours en l'absence d'absorption, quel est le flux résultant d'une source de neutrons placée à une énergie donnée E_0 , c'est-à-dire la somme sur n de toutes les courbes précédentes? La réponse est connue depuis que George Placzek fit le calcul en 1946 et obtint le fameux transitoire connu depuis sous le nom de « transitoire de Placzek ».

Pour calculer ce flux, Placzek n'a pas détaillé les répartitions selon n mais a directement résolu l'équation du ralentissement.

Remarquons d'abord que la deuxième équation du ralentissement donne, en prenant l'origine des léthargies en E_0 , en normalisant la source à S et en la représentant par $S\delta(u)$, puis en annulant l'absorption :

$$q(u) = S\Upsilon(u),$$

où Υ est l'échelon unité. Cela signifie simplement qu'à une énergie supérieure à celle de la source, il n'y a évidemment pas de neutron et qu'à toute énergie au-dessous, quelle qu'elle soit, on peut observer un courant de S neutrons en train de se ralentir puisqu'il n'y a pas de disparition par absorption. Cette remarque peut permettre de simplifier le calcul. Sans rentrer dans les détails, disons que l'on peut ainsi :

- calculer analytiquement le flux de proche en proche par résolution d'une équation différentielle dans l'intervalle $[0, \varepsilon]$, puis dans l'intervalle $[\varepsilon, 2\varepsilon]$, ensuite dans l'intervalle $[2\varepsilon, 3\varepsilon]$, et ainsi de suite ;
- établir la valeur asymptotique du flux :

$$\Phi_{as}(u) = \frac{S}{\xi\Sigma_s(u)}.$$

La figure 7.4, page ci-contre, montre la courbe du flux ainsi calculé pour le cas d'un noyau lourd (A grand). (La figure est similaire pour toutes les valeurs de A , sauf $A = 1$, valeur pour laquelle le comportement asymptotique est observé d'emblée.)

On observera la discontinuité du flux en $u = \varepsilon$, la discontinuité de sa dérivée en $u = 2\varepsilon$, la discontinuité de sa dérivée seconde en $u = 3\varepsilon$, etc. L'explication physique est la suivante : tous les neutrons subissent leur première collision à la léthargie origine ; en $\varepsilon - 0$, on peut trouver des neutrons ayant subi 1, 2, 3... chocs (cf. les courbes de répartition en fonction du nombre de chocs) ; en $\varepsilon + 0$, on peut trouver des neutrons ayant subi 2, 3... chocs, mais pas de neutrons de premier choc qui n'ont pas pu franchir plus que ε au premier choc, d'où la discontinuité du flux. Les discontinuités suivantes — plus faibles — s'expliquent de façon similaire.

Le comportement asymptotique de la densité de diffusion $\Sigma_s(u)\Phi(u)$ est pratiquement atteint à partir du quatrième intervalle. Il est facile de comprendre pourquoi la valeur est S/ξ : comme chaque neutron avance de ξ en moyenne à chaque diffusion, et si la densité

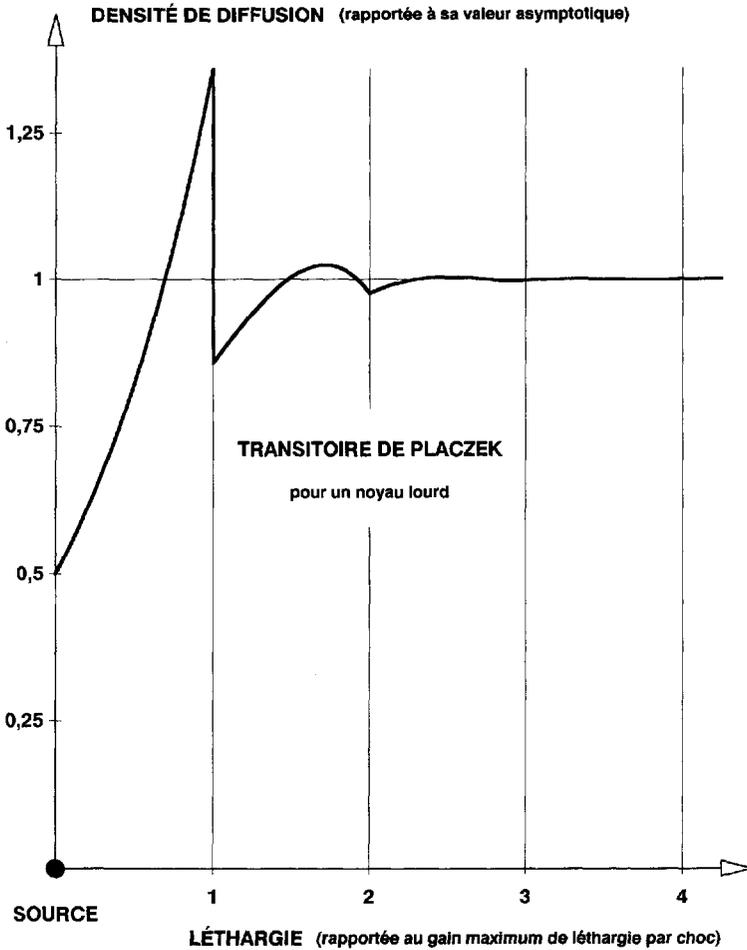


Figure 7.4. Transitoire de Placzek pour un noyau lourd.

de diffusion $\Sigma_s \Phi$ est constante en léthargie, le courant est le produit de ces deux termes ; or, nous avons vu que ce courant est, ici, égal à S : d'où le résultat ⁽¹⁾.

On peut généraliser la formule : si l'on néglige le transitoire de Placzek, on a, approximativement, entre le flux et le courant, la relation :

$$\Phi(u) \simeq \frac{q(u)}{\xi \Sigma_s(u)}$$

Comme le flux est une densité et le courant une vraie fonction, cette relation s'écrit avec E et v :

$$\Phi(E) \simeq \frac{q(E)}{\xi \Sigma_s(E) E}, \quad \Phi(v) \simeq \frac{2q(v)}{\xi \Sigma_s(v) v}$$

1. Image que nous réutiliserons au prochain chapitre : vous observez un troupeau de kangourous passant sous vos yeux, à raison de q kangourous par seconde ; ces kangourous font des bonds de ξ mètres en moyenne ; donc, dans chaque intervalle de ξ mètres, vous pouvez compter q kangourous par seconde touchant le sol ; cela en fait donc $f = q/\xi$ par seconde et par mètre.

7.2.4 Ralentissement dans l'hydrogène

L'étude du ralentissement dans l'hydrogène est plus simple que dans les autres matériaux car la loi de transfert exponentielle du gain de léthargie n'est pas tronquée à une valeur maximum ε , mais va jusqu'à l'infini. En particulier, l'équation du ralentissement peut être résolue analytiquement dans ce cas, quelles que soient les lois adoptées pour les sections efficaces de diffusion et d'absorption.

En pratique, dans le domaine épithermique, la section efficace de diffusion de l'hydrogène est à peu près constante et sa section efficace de capture est négligeable. Mais on peut admettre que ce problème représente bien celui du *mélange homogène d'hydrogène et d'un matériau lourd* (uranium, par exemple) puisque la diffusion par ce dernier ne joue aucun rôle (elle ne change pas l'énergie des neutrons) et que seule son absorption intervient.

L'équation du ralentissement, sous sa première forme, s'écrit alors :

$$S(u) + \int_{-\infty}^u f(u')e^{-(u-u')} du' = \frac{\Sigma_t(u)}{\Sigma_s(u)} f(u),$$

avec $f(u) = \Sigma_s(u)\Phi(u)$.

En la multipliant par e^u , on fait apparaître une équation différentielle du premier ordre régissant :

$$F(u) = \int_{-\infty}^u f(u')e^{u'} du'.$$

Cette équation différentielle peut être intégrée ; on en déduit f , puis Φ , en dérivant F . Tous calculs faits, on trouve :

$$\Phi(u) = \int S(u_0)\varphi(u; u_0) du_0,$$

où $\varphi(u; u_0)$ (fonction de Green) est la solution pour la source $\delta(u - u_0)$ (source d'un neutron par unités de temps et de volume, émettant à la léthargie u_0) :

$$\varphi(u; u_0) = \frac{1}{\Sigma_t(u)} \left\{ \delta(u - u_0) + \frac{\Sigma_s(u_0)}{\Sigma_t(u_0)} \Upsilon(u - u_0) \rho(u; u_0) \right\},$$

avec :

$$\rho(u; u_0) = \exp \left[- \int_{u_0}^u \frac{\Sigma_a(u')}{\Sigma_t(u')} du' \right].$$

Commentaires concernant cette fonction de Green :

- la distribution de Dirac vient compenser la source dans l'équation ; physiquement, tous les neutrons sont supposés émis à une léthargie unique u_0 , donc le taux de (première) collision est infiniment « concentré » à cette léthargie et il en est de même pour le flux (flux des neutrons avant leur première collision) ;
- les neutrons qui ont subi au moins un choc se dispersent au-delà et non en-deçà de la léthargie origine u_0 , d'où l'échelon unité ;

- ces neutrons ne doivent pas avoir été absorbés mais doivent avoir été diffusés lors de leur premier choc, à u_0 , d'où la probabilité $\Sigma_s(u_0)/\Sigma_t(u_0)$ que ce choc ait été une diffusion ;
- de même, aux léthargies u au-delà n'existent que les neutrons qui n'ont pas été absorbés aux léthargies u' intermédiaires entre u_0 et u : c'est la raison de ce même quotient Σ_s/Σ_t qui apparaît implicitement dans l'intégrale en argument de l'exponentielle puisque $\Sigma_a/\Sigma_t = 1 - \Sigma_s/\Sigma_t$. Cette intégrale représente la *probabilité qu'un neutron soit ralenti de u_0 à u sans avoir été absorbé* : c'est, si l'on veut, une probabilité antitrappe. L'expression décroissante traduit la diminution progressive du nombre de neutrons « rescapés » lorsqu'on leur fait traverser un passage dangereux de plus en plus long ; la forme exponentielle traduit le fait que ces « rescapés » ont dû franchir des passages dangereux successifs et échapper à chaque fois au péril : multiplier les probabilités élémentaires conduit à additionner les arguments des exponentielles qui les expriment.

7.2.5 Ralentissement en présence de trappes

La formule de la probabilité d'échapper à l'absorption pendant le ralentissement est intéressante car elle s'applique quelle que soit la loi des sections efficaces ; mais, malheureusement, elle suppose une loi « hydrogène » pour le ralentissement. Un calcul pour une loi de ralentissement plus générale n'étant pas possible, des modèles de ralentissement approximatifs ont été construits : sans chercher à expliciter complètement ces modèles, nous allons maintenant présenter les formules auxquelles ils conduisent. L'un de ces modèles — dit de Greuling et Goertzel — est bien adapté au problème de l'absorption « douce » (faible et lentement variable) ; le second de ces modèles — dit de Wigner — est bien adapté au problème des « trappes » (résonances conduisant à une section efficace intense mais dans d'étroits domaines d'énergie seulement). Commençons par ce dernier.

a) Problème de la trappe noire

Ce problème est basé sur une représentation assez « académique » d'une résonance, mais se résout simplement : on suppose que la section efficace d'absorption est nulle partout sauf dans un intervalle de largeur γ ou elle est infinie. Nous nous proposons de calculer la probabilité p qu'un neutron se ralentissant échappe à la trappe.

Plaçons l'origine de la léthargie à l'entrée de la trappe et prenons une source normalisée à un neutron placée très en amont. Aux léthargies situées un peu avant la trappe, la densité de diffusion $\Sigma_s(u)\Phi(u)$ a sa valeur asymptotique $1/\xi$. Le nombre $1-p$ de neutrons *tombant* dans la trappe s'explique en sommant sur toutes les léthargies possibles de départ (avant la trappe) et d'arrivée (dans la trappe), séparées au maximum de ε . L'intégrale double se calcule analytiquement :

$$1 - p = \int_0^\gamma du \int_{u-\varepsilon}^0 du' \frac{1}{\xi} \frac{e^{-(u-u')}}{1-\alpha} = \frac{1 - e^{-\gamma} - \alpha\gamma}{\xi(1-\alpha)}.$$

Voici (figure 7.5, page suivante), pour deux exemples, les courbes montrant comment varie la probabilité antitrappe en fonction de γ/ε (pour γ plus grand que ε , elle est évidemment nulle puisque aucun neutron ne peut « sauter par dessus » la trappe).

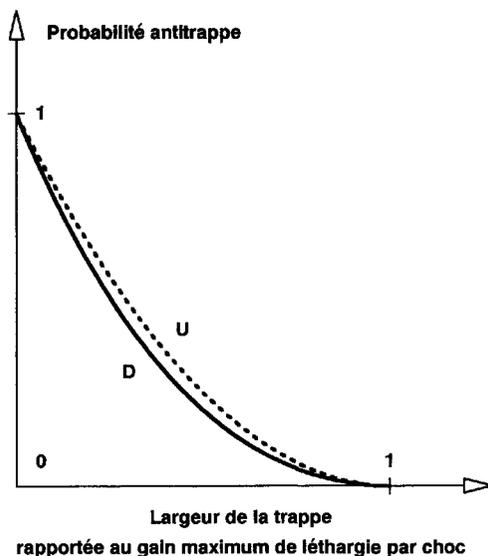


Figure 7.5. Probabilité d'échapper à une « trappe noire » pour un neutron ralenti par le deutérium ou par l'uranium.

b) Cas d'une trappe noire et étroite

Si la trappe est étroite, un développement limité pour γ petit donne :

$$1 - p \simeq \frac{\gamma}{\xi}.$$

Il est important de cerner le sens physique de cette formule : si la trappe est étroite, le nombre de neutrons qui y tombent (densité d'arrivée) est pratiquement égal au nombre de neutrons qui atteindraient l'intervalle concerné si la trappe était ôtée, soit $1/\xi$ par unité de léthargie ; en d'autres termes, c'est presque le même que la trappe soit présente ou absente. En effet, en présence de la trappe, seuls *manquent* les neutrons — très peu nombreux si la trappe est étroite — qui seraient tombés *deux fois ou plus* dans cet intervalle.

On retiendra que, pour mesurer l'« étroitesse » d'une trappe, l'unité à prendre est ε (ou ξ à peu près égal à $\varepsilon/2$ pour les noyaux intermédiaires et lourds).

c) Cas d'une trappe grise et étroite

Considérons, maintenant, une trappe grise étroite, « grise » signifiant : de section efficace d'absorption *finie*. Comme précédemment, le nombre de neutrons arrivant dans un intervalle du situé dans la trappe est à peu près égal à celui qu'on aurait sans la trappe, soit du/ξ , puisqu'elle est supposée étroite. La trappe étant grise, seule la proportion Σ_a/Σ_t — rapport de la section efficace d'absorption à la section efficace totale à cette léthargie — est absorbée, les autres neutrons étant diffusés et « sauvés », puisque transférés, pour la plupart, au-delà de la trappe. Donc, en sommant :

$$1 - p \simeq \int_{\text{Trappe}} \frac{\Sigma_a(u)}{\Sigma_t(u)} \frac{du}{\xi}.$$

d) Cas d'un ensemble de trappes grises et étroites

Considérons, finalement, une succession de trappes grises étroites suffisamment séparées les unes des autres pour que le transitoire de Placzek induit par la capture (source « négative ») d'une trappe soit négligeable au niveau des suivantes. La probabilité antitrappe globale est alors le produit des probabilités antitrappes de chacune :

$$p \simeq \prod p_i.$$

Chaque probabilité peut aussi être écrite, approximativement, sous une forme exponentielle :

$$p_i \simeq 1 - \int_{(i)} \frac{\Sigma_a(u)}{\xi \Sigma_t(u)} du \simeq \exp \left[- \int_{(i)} \frac{\Sigma_a(u)}{\xi \Sigma_t(u)} du \right].$$

Cela simplifie l'écriture du produit :

$$p \simeq \exp \left[- \sum_i \int_{(i)} \frac{\Sigma_a(u)}{\xi \Sigma_t(u)} du \right].$$

e) Formule du facteur antitrappe

Comme la fonction intégrée est nulle en dehors des trappes, nous pouvons écrire plus simplement :

$$p \simeq \exp \left[- \int \frac{\Sigma_a(u)}{\xi \Sigma_t(u)} du \right].$$

Cette formule approximative du facteur antitrappe généralise la formule exacte que nous avons trouvée dans le cas de l'hydrogène : en effet, pour l'hydrogène, ξ est égal à 1.

7.2.6 Ralentissement en présence d'absorption faible et lentement variable

Alors que le problème des trappes est représentatif de la partie à basse énergie du domaine du ralentissement, ce problème d'absorption faible et lentement variable est plutôt celui que l'on trouve à haute énergie. Nous le présenterons sans détailler les justifications mathématiques.

a) Ralentissement avec absorption constante

Supposons, pour commencer, que le rapport $c = \Sigma_a / \Sigma_s$ soit constant en léthargie (il n'est pas indispensable de supposer que ces sections efficaces elles-mêmes soient constantes, bien qu'en pratique ce n'est que dans ce cas que c pourra être supposé constant). Sous sa deuxième forme, l'équation du ralentissement, prise pour les léthargies situées au-delà de la source, s'écrit :

$$\frac{dq(u)}{du} = -c f(u),$$

où le courant q est relié à la densité de diffusion f par le produit de convolution :

$$q = R * f.$$

La solution est une fonction exponentielle⁽¹⁾ :

$$q(u) = Ae^{-mu},$$

où la constante A exprime la normalisation de la source : l'exponentielle e^{-mu} est donc la probabilité d'échapper à l'absorption pour un neutron se ralentissant sur un intervalle de léthargie de longueur u . La constante m est la racine d'une équation algébrique qu'on obtient en reportant dans les équations (le lecteur pourra constater que cette équation algébrique fait intervenir une intégrale de R qui s'exprime analytiquement).

b) Ralentissement avec absorption constante et faible

Si c est petit, la constante m peut être calculée par développement limité. On trouve ainsi :

$$m \simeq \frac{\Sigma_a}{\xi \Sigma_s + \gamma \Sigma_a}.$$

Rappelons que ξ est la moyenne du gain w de léthargie par choc :

$$\langle w \rangle = \xi.$$

Le paramètre γ (notation usuelle ; ne pas confondre avec la largeur d'une trappe introduite ci-dessus) est défini par :

$$\langle w^2 \rangle = 2\gamma\xi.$$

c) Ralentissement avec absorption faible et lentement variable

Si l'on suppose, enfin, que les sections efficaces sont, non pas constantes, mais lentement variables, on peut proposer une expression approximative du facteur p en remplaçant la constante m par sa valeur moyenne sur l'intervalle de léthargie considéré :

$$p \simeq \exp \left[- \int \frac{\Sigma_a(u)}{\xi \Sigma_s(u) + \gamma \Sigma_a(u)} du \right].$$

On notera la très grande similitude de cette formule avec la précédente : la seule différence est, en effet, le remplacement de ξ par γ au dénominateur, devant la section efficace d'absorption. On pourra vérifier que, numériquement, γ n'est pas très différent de ξ . En particulier, pour l'hydrogène, γ est égal à 1 et l'on retrouve, à nouveau, la formule exacte de p !

d) Formules pratiques du facteur antitrappe

Si l'on n'envisage pas un calcul numérique du ralentissement, l'une ou l'autre de ces formules — la première, si l'on est plutôt dans un problème de résonances, et la seconde,

1. On peut le vérifier en reportant dans les équations et le démontrer par transformation de Laplace.

si l'on a plutôt affaire à une absorption faible —, pourra être adoptée pour évaluer le facteur antitrappe d'une configuration homogène. Comme, en pratique, les milieux sont constitués d'un mélange de différents types d'atomes, il faudra adopter les sections efficaces macroscopiques calculées par la règle d'additivité usuelle et, pour respecter leur définition, calculer les paramètres ξ et $2\gamma\xi$ du mélange en pondérant les valeurs individuelles de chaque nucléide par les sections efficaces macroscopiques de diffusion.

7.2.7 Couplage espace-énergie : théorie de l'âge

Nous avons, dans ce chapitre, examiné seulement l'aspect « énergie » du problème neutronique. Mais il est clair qu'en réalité, il y a un couplage avec l'aspect « espace ». C'est là un problème difficile, qu'en pratique on traite le plus souvent par la théorie multigroupe que nous présenterons au chapitre 10.

Signalons toutefois une théorie due à Fermi lui-même et appelée « théorie de l'âge » : cette théorie est très physique et permet de bien visualiser certains phénomènes ; malheureusement, outre qu'elle n'est qu'approximative, elle se s'applique que si le réacteur est homogène, ce qui est extrêmement limitatif !

Pour en donner juste un aperçu⁽¹⁾, disons que cette théorie établit un strict parallèle entre une variable appelée « âge » qui mesure l'avancée dans le ralentissement (l'âge croît, en gros, proportionnellement à la léthargie) et le temps dans un problème de diffusion cinétique. Par exemple, si l'on place au plan médian d'un réacteur plaque homogène une source de neutrons rapides, on observe, au fur et à mesure que l'âge (la léthargie) croît, un étalement dans l'espace et une atténuation tout à fait similaire à ce que nous avons analysé à propos des expériences de neutrons pulsés (cf. pp. 148–150). Voici les courbes (figure 7.6, page suivante) pour un réacteur infini et un matériau non absorbant. La formule obtenue par la théorie de l'âge est :

$$q(x, \tau) = S \frac{e^{-x^2/4\tau}}{\sqrt{4\pi\tau}},$$

où τ est l'âge (cette variable a la dimension d'une surface) et x la distance au plan source. Pour la figure 7.6, page suivante, on a pris conventionnellement $S = (0,32\pi)^{1/2}$.

1. Quelques détails seront étudiés dans la partie « exercices ».

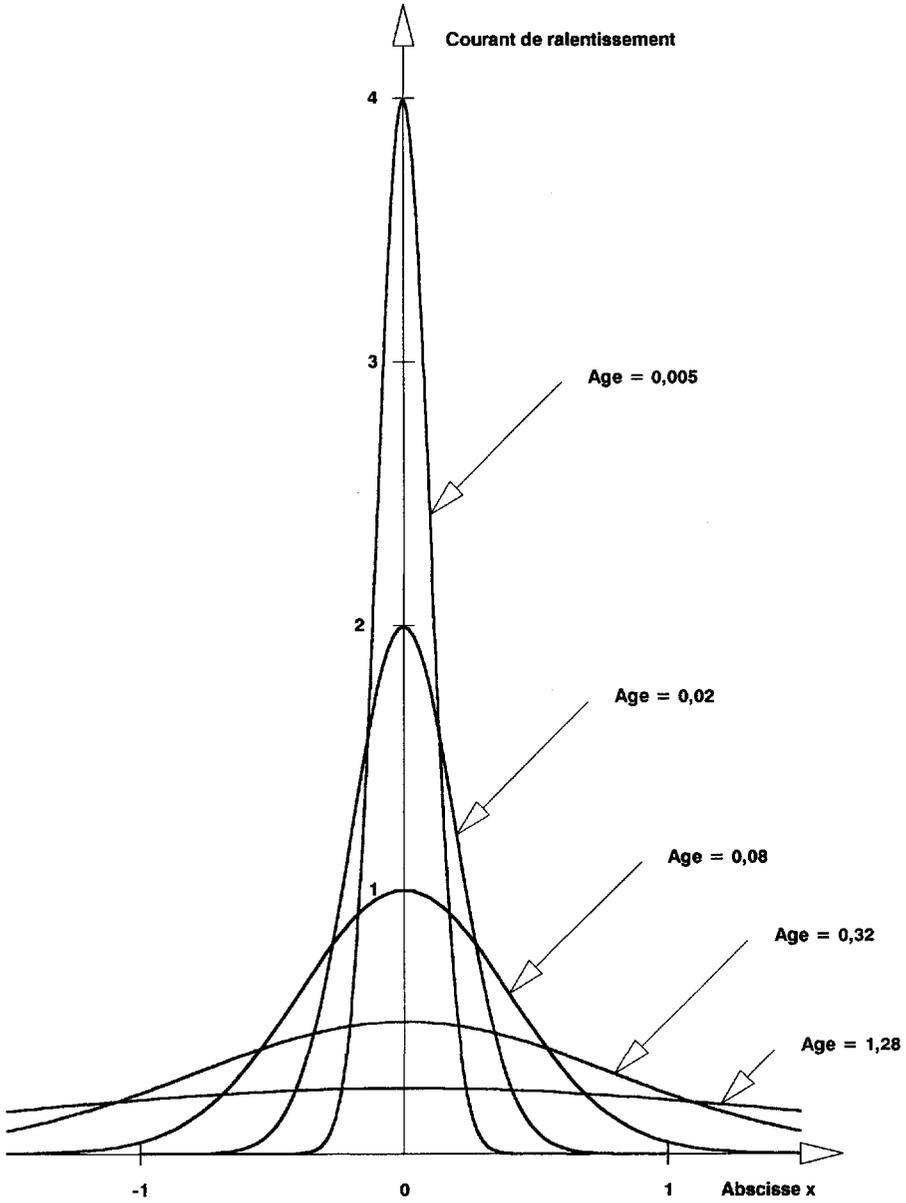


Figure 7.6. Courant de ralentissement à diverses valeurs de l'âge pour un neutron émis par une source plane placée dans un milieu infini et homogène.

8

Absorption résonnante des neutrons (aspects physiques)

Introduction

L'inextricable « forêt » de résonances que présente l'uranium 238, avec des valeurs de section efficace pouvant atteindre des dizaines de milliers de barns (figure 8.1) pourrait faire croire que tenter de ralentir et de thermaliser les neutrons en présence d'uranium est une vraie gageure !

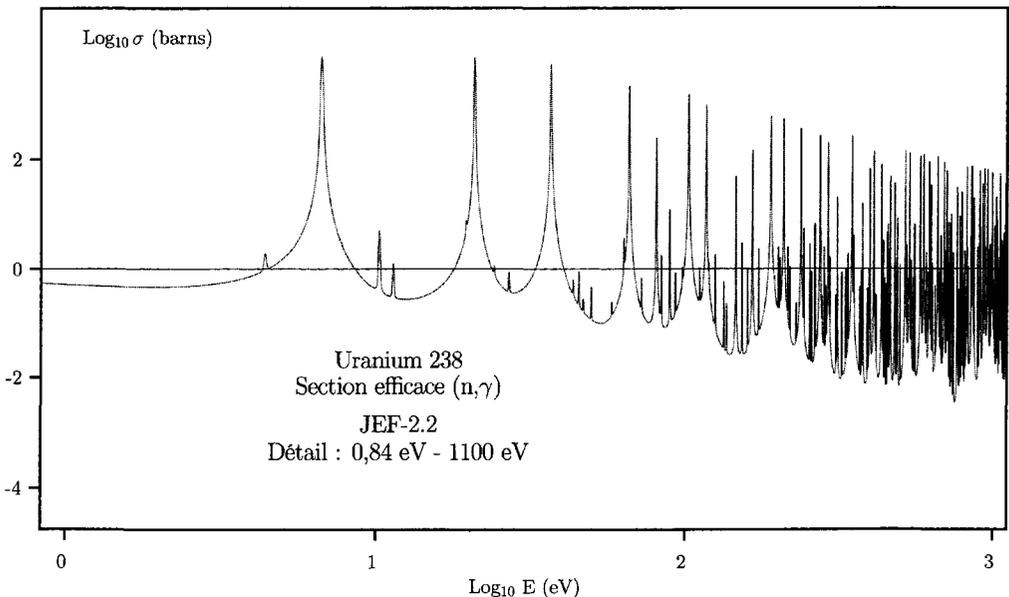


Figure 8.1. Section efficace de capture neutronique de l'uranium 238 dans le domaine des résonances résolues.

C'est cependant possible et cela grâce à un phénomène physique désigné par le terme d'« *autoprotection* », un terme peu explicite mais consacré par l'usage, dont nous allons tenter, dans ce chapitre, de cerner la signification.

La raison première du fait que la capture résonnante des neutrons reste limitée, malgré les très grandes valeurs de section efficace, est apparue dans l'exercice de la trappe que nous avons résolu au chapitre précédent : même si la section efficace est infinie, la probabilité de chute dans la trappe reste limitée et même modeste si cette trappe est étroite : elle ne dépasse pas, en effet, le rapport γ/ξ où γ est la largeur en léthargie de la trappe et ξ le gain moyen de léthargie qu'acquiert un neutron au cours d'une diffusion. Or, quel que soit le modérateur utilisé pour diffuser et ralentir les neutrons, la valeur de ξ est toujours largement supérieure à la largeur des résonances : autrement dit, *comparées au ralentissement par le modérateur, les résonances de capture par le combustible sont toujours étroites.*

Une image simple qui permet de comprendre cela est l'image des kangourous (figure 8.2) : s'il y a une trappe, même très profonde, sur le sentier emprunté par les kangourous, beaucoup d'entre eux — et notamment celui dont le cheminement est représenté — en réchappent si la trappe est plus étroite que les bonds faits par les kangourous !

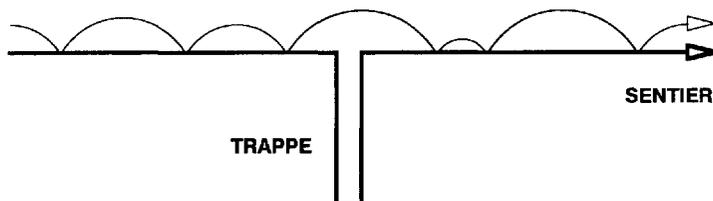


Figure 8.2. Comme les kangourous progressant sur un sentier piégé d'une trappe, beaucoup de neutrons se ralentissent sans disparaître dans les résonances.

On peut aussi remarquer que la structure hétérogène, adoptée en général dans les réacteurs pour des raisons technologiques, présente aussi un avantage en terme de neutronique car elle réduit la capture résonnante (figure 8.3, page ci-contre) : après avoir été émis par fission, les neutrons quittent en général les éléments de combustible et vont voyager dans le modérateur qui est plus vaste ; tant qu'ils y restent, ils peuvent se ralentir sans risque ; devenus thermiques, leur cheminement peut les ramener dans un combustible où ils pourront provoquer de nouvelles fissions.

De façon plus technique, le taux d'absorption des neutrons, qui est le produit $\Sigma_a \times \Phi$ d'une section efficace par un flux, reste limité car si la section efficace Σ_a devient grande, le flux Φ , corrélativement, s'effondre de façon à peu près inversement proportionnelle : c'est, à proprement parler, ce qu'on appelle le phénomène d'auto-protection.

Ce phénomène se manifeste aux énergies (ou léthargies) où la section efficace devient grande et, si la structure est hétérogène, dans la région où se trouve le matériau résonnant, c'est-à-dire le combustible. Les figures 8.4a et 8.4b, page ci-contre, schématisent ces deux aspects énergétique et spatial de l'auto-protection⁽¹⁾.

1. En ce qui concerne l'espace, on peut dire que les couches externes du combustible protègent les couches internes, d'où le terme d'auto-protection (*selfshielding* en anglais).

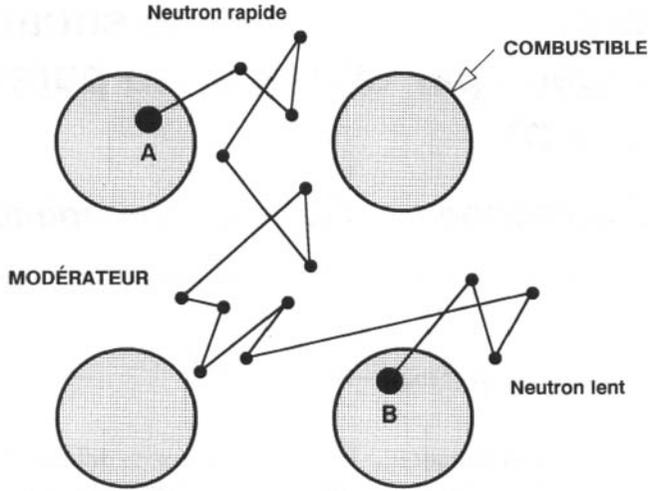


Figure 8.3. Une structure hétérogène réduit l'absorption dans les résonances du combustible aux énergies intermédiaires.

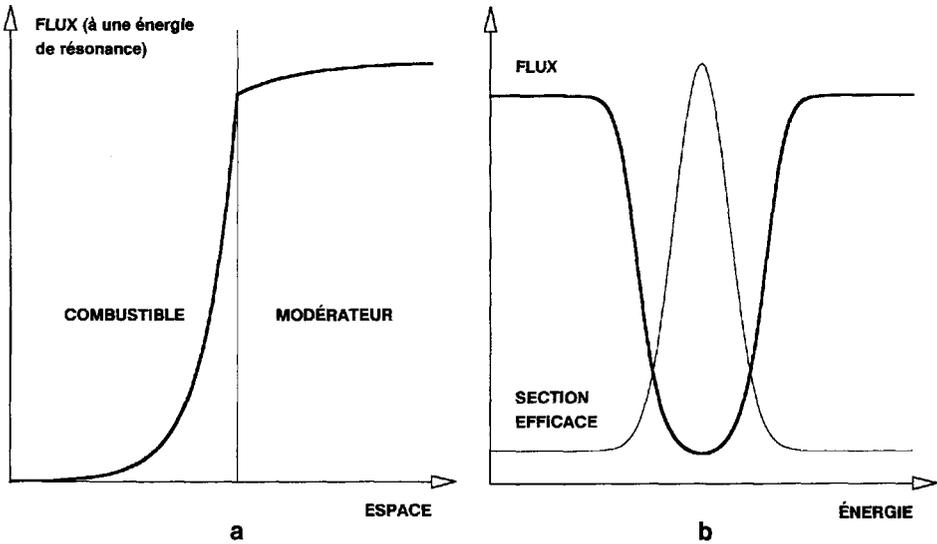


Figure 8.4. Phénomène d'autoprotection par rapport à l'énergie (à gauche) et par rapport à l'espace (à droite).

8.1 Absorption résonnante en situation homogène par un matériau purement absorbant

8.1.1 Autoprotection en situation homogène

Reprenons la formule de p , probabilité d'échapper à l'absorption pendant le ralentissement à travers une structure résonnante⁽¹⁾ :

$$p \simeq \exp \left[- \int \frac{\Sigma_a(u)}{\xi \Sigma_t(u)} du \right].$$

En pratique, nous pouvons remarquer que la section efficace de diffusion et le gain moyen de léthargie concernent le matériau *modérateur* qui ralentit les neutrons mais ne les capture pas et que la section efficace d'absorption concerne le matériau *combustible* qui présente des résonances d'absorption pour les neutrons mais ne les diffuse pas — ou, plus précisément, nous pouvons faire, au moins provisoirement, l'hypothèse simplificatrice de négliger purement et simplement les diffusions par ce matériau qui, en première approximation, ne changent pas l'énergie des neutrons⁽²⁾. Ces deux matériaux sont ainsi totalement antinomiques :

- le modérateur est purement diffusant et présente une section efficace à peu près constante ;
- le combustible est purement absorbant et présente une section efficace presque partout négligeable sauf dans d'étroits intervalles de léthargie où elle peut être très élevée.

Pour analyser la structure que va présenter le flux et le taux d'absorption dans ce problème, reprenons l'équation du ralentissement (sous sa première forme : cf. p. 180) :

$$\rho(u) + S(u) = \Sigma_t(u)\Phi(u).$$

Ici, nous pouvons négliger la source S (les neutrons sont émis par fission à des énergies situées bien au-dessus du domaine des résonances). La densité d'arrivée :

$$\rho(u) = \int_{-\infty}^u \Sigma_s(u')\Phi(u') du' P(u' \rightarrow u),$$

est une intégrale qui porte en pratique sur un intervalle ϵ très grand devant la largeur des résonances : si nous prenons u dans une résonance, ou juste avant cette résonance, nous ne changeons pratiquement pas l'intégrale qui fait intervenir essentiellement des valeurs de u' situées avant la résonance ; en d'autres termes, cette densité d'arrivée est à peu près

1. Un développement similaire à celui que nous allons présenter peut aussi être fait sur la formule « absorption faible ».

2. Dans le milieu homogène que nous considérons ici, un simple changement de direction du parcours du neutron ne change pas le déroulement de la suite des événements ; en situation hétérogène, ce pourrait ne plus être vrai.

constante dans la résonance et en son voisinage. Nous pouvons même préciser sa valeur puisque, **avant** la résonance, nous avons la situation asymptotique sans absorption :

$$\Phi(u) \simeq \frac{q(u)}{\xi \Sigma_s(u)} \simeq \frac{q}{\xi \Sigma_s} \simeq C^{\text{te}}, \quad \rho(u) \simeq \Sigma_s(u) \Phi(u) \simeq \frac{q}{\xi} \simeq C^{\text{te}}.$$

Par l'équation du ralentissement, nous en déduisons **dans** la résonance :

$$\Phi(u) \simeq \frac{q}{\xi \Sigma_t(u)} = \frac{C^{\text{te}}}{\Sigma_t(u)}.$$

Nous avons là la caractéristique essentielle du phénomène d'autoprotection : *dans une résonance, le flux se déprime de façon à peu près inversement proportionnelle à la section efficace totale.*

En outre, ce résultat va nous permettre d'interpréter la formule de ρ , puis d'introduire la notion d'intégrale effective.

8.1.2 Interprétation de la formule du facteur antitrappe⁽¹⁾

Si nous nous normalisons à un neutron se ralentissant à la léthargie u ($q = 1$), nous voyons que le taux d'absorption dans l'intervalle de léthargie du est :

$$\Sigma_a(u) \Phi(u) du \simeq \frac{\Sigma_a(u) du}{\xi \Sigma_t(u)}.$$

Ce taux est, avec cette normalisation, une probabilité ; le complément à 1, qui peut aussi être écrit sous la forme d'une exponentielle :

$$1 - \frac{\Sigma_a(u) du}{\xi \Sigma_t(u)} \simeq \exp\left(-\frac{\Sigma_a(u) du}{\xi \Sigma_t(u)}\right),$$

est la probabilité de non-absorption dans l'intervalle du . Pour un intervalle de léthargie finie, il faut calculer la probabilité p de non absorption en multipliant toutes les probabilités élémentaires, c'est-à-dire en additionnant les arguments des exponentielles, donc en effectuant l'intégrale.

8.1.3 Factorisation du flux et notion de section efficace effective

En dehors d'une résonance, la section efficace totale se réduit à la section efficace de diffusion du modérateur (m) et le flux est :

$$\Phi(u) = \Psi(u) \simeq \frac{q(u)}{\xi \Sigma_{s,m}}.$$

1. Nous reprenons ici un raisonnement que nous avons introduit au chapitre précédent dans le contexte de l'étude des trappes.

Cette fonction est lentement décroissante au même titre que le courant q qui reste constant entre les résonances et décroît légèrement au passage de chaque résonance; elle est appelée « flux macroscopique » car elle a la dimension d'un flux, est égale au flux en dehors des résonances et épouse ainsi la forme générale du flux vrai quand on fait abstraction des perturbations au niveau de chacune des résonances.

Au niveau d'une résonance, le flux subit une dépression que nous pouvons caractériser par un deuxième facteur $\varphi(u)$:

$$\Phi(u) = \Psi(u)\varphi(u) \simeq \frac{q(u)}{\xi \Sigma_t(u)} = \frac{q(u)}{\xi \{\Sigma_{s,m} + \Sigma_{a,c}(u)\}}.$$

Cette brusque dépression est due à la section efficace d'absorption du combustible (c) qui s'ajoute à la section efficace de diffusion du modérateur (m). La fonction sans dimension :

$$\varphi(u) = \frac{\Sigma_{s,m}}{\Sigma_{s,m} + \Sigma_{a,c}(u)},$$

décrit cette dépression (voir figure 8.4a, page 195). Cette fonction varie très rapidement au niveau d'une résonance : partant de 1 avant la résonance, elle « s'effondre » dans la résonance — d'autant plus que la résonance est haute —, puis reprend la valeur 1 après la résonance. Cette fonction est appelée « structure fine » ou « facteur d'autoprotection ».

Il s'avère commode de rapporter le taux d'absorption non pas au vrai flux Φ , qui est compliqué et donc difficile à calculer, mais au flux macroscopique Ψ beaucoup plus lisse. Cela conduit à introduire la section efficace dite « effective » définie donc par :

$$\Sigma_{a,c}(u)\Phi(u) = \Sigma_{a,\text{eff}}(u)\Psi(u),$$

c'est-à-dire :

$$\Sigma_{a,\text{eff}}(u) = \Sigma_{a,c}(u)\varphi(u),$$

(indice « c » sous-entendu pour la section effective). Comme cette section efficace est relative au combustible, en concentration N_0 , on peut aussi la définir en microscopique :

$$\sigma_{a,\text{eff}}(u) = \Sigma_{a,\text{eff}}(u)/N_0 = \sigma_{a,c}(u)\varphi(u).$$

8.1.4 Formule pratique du facteur antitrappe en situation homogène

On appelle « intégrale effective » l'intégrale sur tout le domaine des résonances de cette section efficace effective :

$$I_{\text{eff}} = \int \sigma_{a,\text{eff}}(u) du.$$

Si l'on néglige les variations de $\Sigma_{s,m}$, cette intégrale permet d'exprimer le facteur antitrappe :

$$\rho \simeq \exp \left[-\frac{N_0 I_{\text{eff}}}{(\xi \Sigma_s)_m} \right].$$

Cette formule — très simple — est aussi très physique : elle exprime bien le fait que le facteur antitrappe est le résultat de la compétition entre l'absorption dans les trappes du combustible (élément défavorable, figurant au numérateur) et le ralentissement par le modérateur (élément favorable, figurant au dénominateur).

Si nous définissons la « section efficace de dilution » comme « le nombre de barns de modérateur » associés à chaque atome de combustible :

$$\sigma_d = \frac{\Sigma_{s,m}}{N_0},$$

nous pouvons écrire la formule de l'intégrale effective sous la forme :

$$I_{\text{eff}} = \int \sigma_{a,c}(u) \varphi(u) du = \int \sigma_{a,c}(u) \frac{\sigma_d}{\sigma_d + \sigma_{a,c}(u)} du.$$

Cette relation montre que, pour un noyau résonnant donné, l'intégrale effective est une fonction d'un unique paramètre, σ_d : cette fonction peut donc être tabulée une fois pour toutes, puis réutilisée pour chaque calcul du facteur antitrappe. Nous allons voir que cette intéressante remarque peut s'appliquer dans un contexte plus large : en tenant compte du ralentissement par le matériau résonnant et/ou pour une situation hétérogène.

Dans cette intégrale, la fraction φ représente le facteur d'autoprotection. Ce facteur tend vers 1 si la section efficace de dilution tend vers l'infini, c'est-à-dire si la quantité de matière résonnante susceptible de déprimer le flux tend vers zéro. La limite de l'intégrale effective est l'intégrale de la section efficace d'absorption, appelée « intégrale de résonance ». Notons les ordres de grandeur pour l'uranium 238 sur tout le domaine des résonances et pour la dilution (équivalente) dans un réacteur du type eau sous pression :

- section efficace de dilution : 50 barns ;
- intégrale de résonance : 280 barns ;
- intégrale effective de résonance : 20 barns.

Nous voyons, qu'en moyenne, l'autoprotection réduit d'un facteur 14 l'intégrale caractérisant la capture résonnante !

8.2 Prise en compte du ralentissement par le matériau absorbant

Nous avons justifié l'idée de négliger le ralentissement par le matériau résonnant lui-même en disant qu'il s'agit d'un matériau lourd qui ne modifie pratiquement pas l'énergie des neutrons lors d'une diffusion. Certes, l'intervalle de ralentissement est petit ! Mais la largeur des résonances est petite également, et ce qui importe, c'est l'ordre de grandeur relatif.

Pour mesurer l'intervalle de ralentissement, nous pouvons utiliser ε ou ξ . Pour mesurer la largeur d'une résonance, dans la même unité, la léthargie, nous pouvons considérer $\gamma = \Gamma/E_0$, où E_0 est l'énergie du pic de la résonance et Γ sa largeur à mi-hauteur (cf. la loi de Breit et Wigner, p. 80). Cependant, même à mi-hauteur du pic, la section efficace est encore très grande : c'est pourquoi, on préfère considérer la « largeur pratique » Γ_p définie comme l'intervalle où la section efficace résonnante dépasse la section efficace potentielle, et la valeur γ_p associée. La loi de Breit et Wigner (cf. p. 82) donne :

$$\Gamma_p \simeq \sqrt{\sigma_{\text{max}}/\sigma_p}, \quad \sigma_{\text{max}} = r \frac{\Gamma_n}{\Gamma},$$

(σ_{max} : section efficace résonnante au pic ; σ_p : section efficace potentielle).

Avec ce critère, six résonances de l'uranium 238 (situées au-dessous de 200 eV, notamment les quatre premières à partir du bas) sont larges ou plutôt larges (γ_p supérieur à ϵ) et toutes les autres sont étroites ou plutôt étroites.

Si, donc, les résonances de l'uranium sont toujours étroites quand on les compare au ralentissement par le modérateur, la situation est plus complexe quand on les compare au ralentissement par ce matériau lourd lui-même. D'où la nécessité de renoncer à l'hypothèse simplificatrice que nous avons faite.

8.2.1 Équation de la structure fine du flux en situation homogène

La structure fine φ nous a permis de caractériser l'autoprotection et d'introduire la notion d'intégrale effective pouvant être tabulée une fois pour toutes : nous allons tenter de conserver ce formalisme général sans faire *a priori* d'hypothèse sur le ralentissement par les noyaux résonnants. Nous suivrons en cela les développements initialisés à la fin des années 1960 par Michel Livolant et sa doctorante Françoise Jeanpierre. (Cette théorie de l'absorption résonnante, connue en France sous la dénomination de « théorie Livolant-Jeanpierre » est utilisée dans le code APOLLO ; nous en présenterons les rudiments dans ce chapitre et les compléterons au chapitre 15.)

Considérons donc un milieu infini et homogène constitué du mélange d'un matériau lourd résonnant (indice « 0 ») et d'un ou plusieurs matériaux légers non capturants (indice « 1 »). Dans le domaine des résonances, les sources de fission sont négligeables ; en sous-entendant u , l'équation du ralentissement se réduit à :

$$R_0 \Phi + R_1 \Phi = (\Sigma_0 + \Sigma_1) \Phi .$$

Nous avons distingué les deux matériaux et désigné par R (à ne pas confondre avec le noyau introduit p. 182) les opérateurs de ralentissement donnant la densité d'arrivée :

$$(R_i \Phi)(u) = \int_{u-\epsilon_i}^u \Sigma_{s,i}(u') \Phi(u') \frac{e^{-(u-u')}}{1-\alpha_i} du' .$$

Comme nous l'avons fait précédemment, nous allons essayer d'écrire le flux sous une forme factorisée :

$$\Phi = \Psi \varphi ,$$

où Ψ est le « flux en dehors des résonances » (flux macroscopique) et φ le facteur prenant en compte l'autoprotection des résonances (structure fine). Le choix adéquat du premier facteur est :

$$\Psi = \frac{R_1 \Phi}{\Sigma_1} .$$

puisque cette fonction varie peu (le dénominateur est à peu près constant et l'opérateur intégral à longue portée du numérateur lisse toutes les irrégularités du flux) et qu'elle est effectivement égale au flux en dehors des résonances (s'il n'y pas de résonance, la section efficace totale Σ est égale à la section efficace potentielle Σ_p , le flux est constant en léthargie et $R\Phi$ est égal à $\Sigma_p \Phi$, cela pour les deux matériaux).

Au voisinage d'un pic de résonance, le flux Φ va varier rapidement, mais non Ψ . Sur l'intervalle de largeur ε_0 , qui est à peu près à la même échelle, la variation de Ψ peut également être négligée : dans l'expression de l'opérateur de ralentissement par le matériau lourd, on peut donc faire l'approximation de remplacer $\Psi(u')$ par $\Psi(u)$ et donc de sortir ce dernier terme de l'intégrale ; en d'autres termes :

$$R_0(\varphi\Psi) \simeq \Psi R_0\varphi.$$

En reportant ces trois dernières relations dans l'équation du flux, nous voyons que l'on peut simplifier par Ψ ; l'équation qui reste ne concerne que la seule structure fine φ :

$$R_0\varphi + \Sigma_1 = (\Sigma_0 + \Sigma_1)\varphi.$$

On a l'habitude de la diviser par la concentration N_0 du matériau résonnant, d'introduire la section efficace de dilution :

$$\sigma_d = \frac{\Sigma_1}{N_0},$$

et de poser $r_0 = R_0/N_0$ (opérateur écrit avec $\sigma_{s,0}$ au lieu de $\Sigma_{s,0}$). Elle prend alors la forme canonique :

$$r_0\varphi + \sigma_d = (\sigma_0 + \sigma_d)\varphi.$$

Si nous écrivons un code de calcul pour résoudre numériquement cette équation, en tenant compte de toutes les résonances, nous pouvons l'utiliser pour calculer l'intégrale effective associée à φ et tabuler une fois pour toutes le résultat pour quelques valeurs de σ_d . Il suffira ensuite d'interpoler dans la table en fonction de σ_d pour déterminer l'intégrale effective I_{eff} et le facteur antitrappe p pour toute situation (homogène) qui peut nous intéresser.

8.2.2 Modèles de ralentissement pour les noyaux résonnants

Pour éviter la résolution d'une équation intégrale que représente cette équation de structure fine (similaire à l'équation du ralentissement dans le matériau « 0 »), des modèles de ralentissement ont été construits. Dans le contexte présent, ils apparaissent comme plutôt obsolètes car les moyens informatiques actuels permettent d'envisager une résolution exacte de l'équation de structure fine pour tabuler l'intégrale effective. Mais nous verrons que de tels modèles restent utiles pour ramener une situation hétérogène à une situation homogène. Limitons-nous ici aux deux modèles les plus classiques⁽¹⁾, bien adaptés, respectivement, aux cas extrêmes d'une résonance très étroite, ou très large, devant le gain de léthargie par diffusion⁽²⁾.

1/ Le modèle « résonance étroite » (ou « NR » comme *narrow resonance*) s'applique préférentiellement pour les résonances situées à haute énergie. Si l'on place u dans la résonance, presque toutes les valeurs de u' contribuant à l'intégrale $r_0\varphi$ sont situées

1. Des extensions sont présentées au chapitre 15.

2. Malheureusement, la plupart des résonances importantes de l'uranium 238 sont plutôt intermédiaires.

avant la résonance, là où $\sigma_{s,0}$ se réduit à la section efficace potentielle $\sigma_{p,0}$ et où φ vaut 1 ; donc :

$$r_0\varphi \simeq \sigma_{p,0}, \quad \varphi(u) \simeq \varphi_{NR}(u) = \frac{\sigma_{p,0} + \sigma_d}{\sigma_0(u) + \sigma_d},$$

d'où l'intégrale effective associée par une simple quadrature numérique. Si l'on adopte la loi de Breit et Wigner, le résultat s'exprime de façon analytique :

$$I_{NR} = \frac{I_{rés}}{\sqrt{1 + (1 - i)\sigma_{max}/(\sigma_{p,0} + \sigma_d)}}, \quad i = \frac{\Gamma_n}{\Gamma} \frac{\sigma_{p,0}}{\sigma_{p,0} + \sigma_d},$$

avec :

$$I_{rés} = \frac{\pi}{2} \frac{\sigma_{max}\Gamma_\gamma}{E_0}.$$

2/ Le modèle « résonance large » (ou « WR » comme *wide resonance*) s'applique préférentiellement pour les résonances situées à basse énergie. Si l'on place u dans la résonance, toutes les valeurs de u' contribuant à l'intégrale $r_0\varphi$ sont situées très près de u ; en confondant donc $\sigma_{s,0}(u')$ avec $\sigma_{s,0}(u)$, il vient :

$$r_0\varphi \simeq \sigma_{s,0}\varphi, \quad \varphi(u) \simeq \varphi_{WR}(u) = \frac{\sigma_d}{\sigma_{a,0}(u) + \sigma_d},$$

d'où l'intégrale effective associée par une simple quadrature numérique. Si l'on adopte la loi de Breit et Wigner, le résultat s'exprime aussi de façon analytique :

$$I_{WR} = \frac{I_{rés}}{\sqrt{1 + (\Gamma_\gamma/\Gamma)(\sigma_{max}/\sigma_d)}}.$$

8.3 Absorption résonnante en situation hétérogène

8.3.1 Équations des flux et de la structure fine en situation hétérogène

Nous l'avons dit, la structure d'un réacteur nucléaire est rarement homogène : le plus souvent, le combustible et le modérateur sont physiquement séparés et disposés selon un motif plus ou moins régulier de « cellules », appelé « réseau ». Le calcul du facteur antitrappe doit donc être étendu à cette situation hétérogène. Nous considérons ici, pour simplifier, le cas du réseau infini et régulier constitué de cellules à deux régions — combustible et modérateur⁽¹⁾ — ; nous verrons au chapitre 15 que la généralisation à des géométries plus compliquées est possible. Ces deux régions seront repérées par les indices « c » et « m » ; pour commencer, nous supposons que le milieu combustible ne contient exclusivement que la matière résonnante « 0 ».

1. Nous négligeons, en particulier, les gaines ; ou, nous les supposons homogénéisées avec le modérateur.

Du fait de l'hétérogénéité, les flux dépendent maintenant non seulement de la léthargie u , mais aussi du point de l'espace. Pour exprimer les taux de réaction dans chacune des régions, nous n'aurons à considérer que les *valeurs moyennes* à chaque léthargie, $\Phi_c(u)$ et $\Phi_m(u)$, respectivement dans la zone combustible et celle du modérateur. Pour écrire les équations régissant ces flux, il nous faut expliciter non seulement les transferts en léthargie mais aussi les échanges entre les deux zones. Ce dernier aspect sera pris en compte grâce aux « *probabilités de première collision* ». Ces grandeurs seront définies et étudiées en détail au chapitre 14 (elles servent pour résoudre l'équation de Boltzmann) : ouvrons simplement ici une parenthèse pour indiquer les aspects essentiels utiles pour le problème de l'absorption résonnante.

Dans une situation hétérogène quelconque, découpée en régions, P_{ji} est la *probabilité qu'un neutron né ou placé dans la région j subisse sa première collision dans la région i* . Nous avons vu dans l'approche de l'équation de Boltzmann (cf. p. 108 et suivantes) que le « flux sans choc ⁽¹⁾ » en \vec{r} pour une source ponctuelle et unité placée en \vec{r}' est :

$$\frac{e^{-\tau}}{4\pi R^2},$$

où R est la distance de \vec{r}' à \vec{r} et τ l'intégrale de la section efficace totale sur le segment de droite joignant ces deux points. En multipliant par la section efficace macroscopique totale au point \vec{r} , nous obtenons la densité de première collision autour du point \vec{r} (nombre de collisions par unité de volume) pour un neutron émis au point \vec{r}' . En intégrant sur \vec{r} dans toute la région i (où la section efficace est égale à Σ_i), nous comptabilisons toutes les collisions dans cette région. En moyennant, enfin, le résultat pour tous les points \vec{r}' de la région j , c'est-à-dire en intégrant sur toute cette région puis en divisant par son volume V_j , il vient :

$$P_{ji} = \frac{\Sigma_i}{V_j} \int_{V_j} d^3r' \int_{V_i} d^3r \frac{e^{-\tau}}{4\pi R^2}.$$

Remarquons que l'intégrale double est symétrique, donc que :

$$P_{ji} \frac{V_j}{\Sigma_i} = P_{ij} \frac{V_i}{\Sigma_j},$$

(relation de réciprocité) et que, le réseau étant illimité, la première collision a forcément lieu dans l'un des milieux :

$$\sum_i P_{ji} = 1,$$

(relation de conservation des neutrons).

Ici, nous avons seulement deux régions. Les quatre probabilités qui les couplent permettent d'écrire les deux équations régissant les deux flux. En sous-entendant u et en distinguant les éventualités concernant le prochain choc que va subir un neutron placé à cette léthargie

1. C'est-à-dire des neutrons directement émis, sans les neutrons éventuellement ré-émis après une diffusion.

par diffusion dans l'une des régions, il vient en explicitant les taux de collision dans le combustible et dans le modérateur :

$$\begin{aligned} V_c R_c \Phi_c \times P_{cc} + V_m R_m \Phi_m \times P_{mc} &= V_c \Sigma_c \Phi_c, \\ V_c R_c \Phi_c \times P_{cm} + V_m R_m \Phi_m \times P_{mm} &= V_m \Sigma_m \Phi_m. \end{aligned}$$

L'absorption résonnante se produit dans le combustible. C'est donc Φ_c que nous allons chercher à factoriser :

$$\Phi_c = \varphi \Psi.$$

La définition précédemment adoptée pour Ψ convient pour les mêmes raisons (nous pouvons adopter indifféremment les indices « c » ou « m ») :

$$\Psi = \frac{R_m \Phi_m}{\Sigma_m}.$$

Comme précédemment, nous pouvons faire l'approximation :

$$R_c(\varphi \Psi) \simeq \Psi R_c \varphi.$$

En reportant ces trois relations dans l'équation exprimant le taux de collision dans le combustible, nous constatons encore la simplification par Ψ et obtenons l'équation de structure fine :

$$V_c R_c \varphi \times P_{cc} + V_m \Sigma_m \times P_{mc} = V_c \Sigma_c \varphi.$$

En remarquant que $V_m \Sigma_m \times P_{mc} = V_c \Sigma_c \times P_{cm}$ (relation de réciprocité) et que $P_{cm} = 1 - P_{cc}$ (conservation), elle s'écrit plus simplement :

$$R_c \varphi \times P_{cc} + \Sigma_c \times (1 - P_{cc}) = \Sigma_c \varphi.$$

Ici, nous pouvons remplacer l'écriture P_{cc} par P_{00} , puisque le volume d'émission « j » (combustible) peut indifféremment être dénommé « c » ou « 0 » et que le volume du premier choc (combustible également) est supposé ne contenir que des noyaux du type « 0 » :

$$R_0 \varphi \times P_{00} + \Sigma_0 \times (1 - P_{00}) = \Sigma_0 \varphi.$$

En divisant par P_{00} et par la concentration volumique N_0 du matériau résonnant, nous retrouvons une *équation de structure fine formellement identique à celle que nous avons dans le cas homogène* :

$$v_0 \varphi + \sigma_e = (\sigma_0 + \sigma_e) \varphi,$$

avec seulement le remplacement de la section efficace de dilution par une « *section efficace équivalente de dilution* » :

$$\sigma_e = \frac{\sigma_{00}(1 - P_{00})}{P_{00}}.$$

Cette remarque formelle ne semble cependant guère opérationnelle : nous avons noté que tout l'intérêt de cette approche résidait dans le fait que σ_d était une constante et que, par conséquent, une pré-tabulation de l'intégrale effective faite une fois pour toutes pouvait

être envisagée. Maintenant, le paramètre σ_e qui remplace σ_d n'est plus une constante, mais une fonction certainement compliquée de la léthargie, puisque son expression contient la section efficace résonnante σ_0 (noter que P_{00} dépend aussi, entre autres, de cette section efficace).

Cependant, à y bien regarder, on s'aperçoit que σ_e est *presque une constante*. Si l'on fait donc l'approximation de la remplacer par une constante $\bar{\sigma}_e$, nous pourrions calculer l'intégrale effective *homogène* pour cette valeur en utilisant la table et obtenir ainsi une approximation de l'intégrale effective hétérogène. Examinons cela.

8.3.2 Approximations de Wigner et de Bell-Wigner ; notion d'équivalence hétérogène-homogène

En étudiant les courbes donnant P_{cc} en fonction de Σ_c pour quelques géométries usuelles, Wigner remarqua qu'elles pouvaient être approximées de façon assez correcte par l'expression :

$$P_{cc} \simeq \frac{\ell \Sigma_c}{1 + \ell \Sigma_c},$$

où $\ell = 4V_c/S_c$, quatre fois le quotient du volume du combustible par sa surface est la corde moyenne de cette région, c'est-à-dire la moyenne de la distance de deux points pris au hasard sur la surface (ce résultat est le théorème de Cauchy).

Si l'on introduit cette approximation dans la formule de σ_e on trouve :

$$\sigma_e \simeq \frac{1}{\ell N_0},$$

c'est-à-dire une valeur effectivement constante !

Mais quelle est la précision de cette approximation ? Pour l'apprécier, traçons σ_e en fonction de $\ell \Sigma_c$ pour quelques exemples : c'est ce que nous avons fait dans la figure 8.5, page suivante. On peut démontrer que la valeur asymptotique $\sigma_{e,\infty}$ est l'expression de Wigner : c'est pourquoi c'est $b = \sigma_e/\sigma_{e,\infty}$ qui a été porté en ordonnée (facteur ou, plus précisément, fonction de Bell).

On voit que remplacer la fonction b par une constante b ne doit pas conduire à une très grosse erreur, surtout si cette constante est bien choisie (ce problème sera examiné au chapitre 15). Cette approximation dite de Bell-Wigner conduisant à :

$$\sigma_e \simeq \frac{b}{\ell N_0},$$

ou, si l'on préfère, à :

$$P_{cc} \simeq \frac{\ell \Sigma_c}{b + \ell \Sigma_c},$$

permet d'établir une « *équivalence hétérogène-homogène* » : la géométrie réelle est ramenée à une géométrie homogène équivalente en terme d'autoprotection pour laquelle l'intégrale effective peut être simplement relevée dans une table.

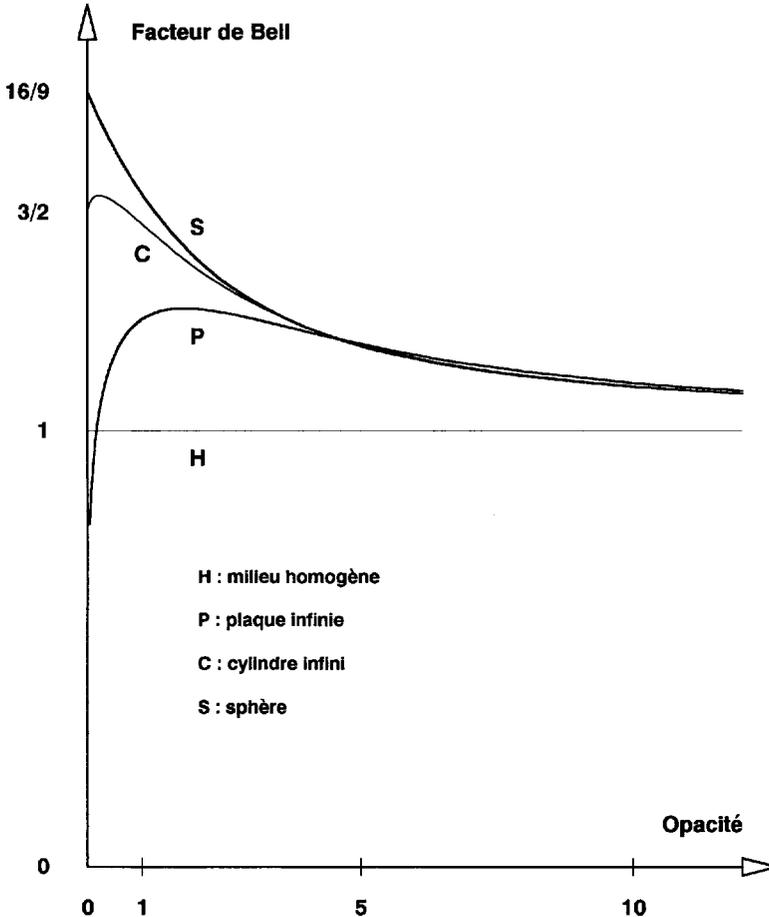


Figure 8.5. Fonction de Bell pour quelques géométries (l'opacité est le produit de la corde moyenne par la section efficace totale).

8.3.3 Cas d'un combustible contenant un mélange

Bien souvent, le combustible contient, outre le noyau résonnant, un autre matériau qui lui est intimement mélangé, par exemple l'oxygène avec l'uranium dans un oxyde. Pour en tenir compte dans les équations, il faut remplacer $R_c \Phi_c$ par $R_0 \Phi_c + R'_c \Phi_c$ et Σ_c par $\Sigma_0 + \Sigma'_c$, sommes dans lesquelles le premier terme représente le matériau résonnant considéré et le deuxième tous les autres matériaux (supposés non résonnants) qui sont mélangés avec le matériau résonnant au sein du combustible.

En remarquant que $R'_c \Phi_c / \Sigma'_c$ est à peu près égal à Ψ (le flux macroscopique est à peu près « plat » à la fois en espace et en léthargie) et que les collisions dans le combustible se répartissent au prorata des sections efficaces totales, c'est-à-dire que :

$$P_{00} = P_{cc} \frac{\Sigma_0}{\Sigma_0 + \Sigma'_c},$$

on retrouve la *même* équation de structure fine avec la *même* définition de la section équivalente que précédemment, à savoir :

$$\sigma_e = \frac{\sigma_{00}(1 - P_{00})}{P_{00}}.$$

Avec l'approximation de Bell-Wigner, cela conduit à :

$$\sigma_e \simeq \frac{b}{\ell N_0} + \frac{\Sigma'_c}{N_0}.$$

Dans cette formule, le premier terme est le « terme hétérogène » précédent et le second le « terme homogène », c'est-à-dire (à un détail de notation près) celui que nous avons en situation homogène : on voit qu'il suffit d'ajouter ces deux termes.

8.3.4 Effet Dancoff

La figure 8.5, page ci-contre, de la fonction de Bell suppose implicitement que l'élément de combustible (sphérique, cylindrique ou en forme de plaque) est *isolé* : cela veut dire qu'un neutron qui en sort, sans collision, est sûr de subir sa première collision sur un atome du modérateur et non du combustible. En réalité, dans les réseaux « serrés » tels ceux des réacteurs à eau ou des réacteurs à neutrons rapides, un neutron sortant d'un élément de combustible peut fort bien traverser le modérateur, entrer dans un autre élément de combustible et y subir sa première collision... ou même traverser cet élément, puis le modérateur derrière et subir sa première collision dans un troisième élément... Cet effet, s'il existe, est appelé « effet Dancoff » (du nom du physicien qui l'a étudié). La correction de P_{00} et de σ_e qui en résulte est la correction de Dancoff. Moyennant quelques hypothèses simples, elle s'exprime avec le *facteur de Dancoff* C : c'est la *probabilité* pour un neutron sortant d'un élément de combustible de traverser sans choc le modérateur et donc de revenir dans un autre élément de combustible. Pour calculer cette probabilité, on suppose en général que les neutrons sortent de l'élément de combustible de façon isotrope. C'est notamment ce qui a été fait pour les calculs relatifs à un réseau régulier carré d'éléments cylindriques dans un modérateur homogène et qui ont permis de tracer les courbes suivantes (figure 8.6, page suivante).

On remarquera que le facteur de Dancoff pour les réacteurs à eau est de l'ordre de 0,1 à 0,3.

Notons P_{cc}^+ la probabilité de première collision dans le combustible, sans effet Dancoff, pour un neutron émis dans le combustible. Avec effet Dancoff, la série esquissée ci-dessus donne :

$$P_{cc} = P_{cc}^+ + P_{cs}^+ C P_{sc}^+ + P_{cs}^+ C (1 - P_{sc}^+) P_{sc}^+ + \dots$$

$$P_{cc} = P_{cc}^+ + \frac{P_{cs}^+ C P_{sc}^+}{1 - C(1 - P_{sc}^+)},$$

où $P_{cs}^+ = 1 - P_{cc}^+$ est la probabilité de sortie sans choc du combustible de naissance et P_{sc}^+ la probabilité de choc dans le combustible pour un neutron entrant par sa surface. On démontre (cf. ch. 14) que l'on a la relation de réciprocité :

$$P_{sc}^+ = \ell \Sigma_c P_{cs}^+,$$

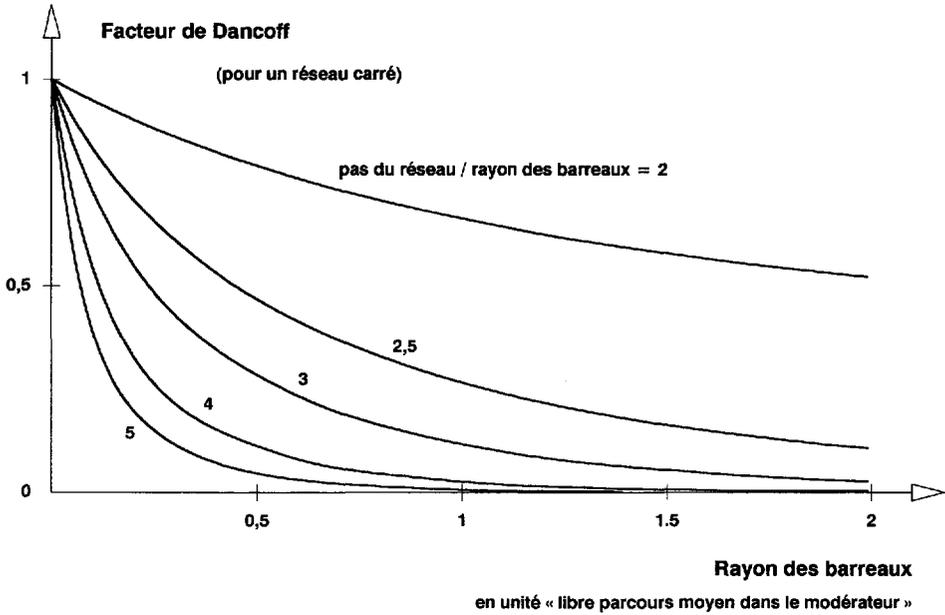


Figure 8.6. Facteur de Dancoff pour un réseau carré d'éléments de combustibles cylindriques.

de sorte que toutes les probabilités P^+ peuvent s'exprimer en fonction de P_{cc}^+ . En passant ensuite à la section équivalente, on retrouve, après un calcul un peu fastidieux mais qui se simplifie, la relation :

$$\sigma_e \simeq \frac{b}{\ell N_0} + \frac{\Sigma'_c}{N_0},$$

avec :

$$b = \frac{(1 - C)b^+}{1 - C + Cb^+},$$

où b^+ est calculé sans effet Dancoff (cf. les courbes de la figure 8.5, page 206).

8.3.5 Formule du facteur antitrappe en situation hétérogène

Désignons par $Q(u)$ le courant de ralentissement intégré sur tout le volume de la cellule : par définition, le facteur antitrappe est le rapport entre la valeur de ce courant à la fin du domaine du ralentissement, après les résonances, et sa valeur initiale, juste après le domaine de l'émission par fission et avant les résonances.

1/ Comme les intégrales en léthargie qui définissent le courant q portent sur les mêmes intervalles que celles qui définissent la densité d'arrivée ρ , le même phénomène de lissage intervient : ce courant est lié non pas au flux réel « accidenté » Φ mais au flux macroscopique Ψ . De même, comme nous raisonnons sur le comportement

macroscopique, nous pouvons négliger le transitoire de Placzek, c'est-à-dire adopter le modèle dit de Fermi. Dans ces conditions, le courant intégré sur la cellule est le produit du pouvoir modérateur intégré sur la cellule par le flux macroscopique Ψ :

$$Q(u) \simeq [(V\xi\Sigma_s)'_c + (V\xi\Sigma_s)_m]\Psi(u),$$

(on pourrait ajouter aussi le pouvoir ralentisseur du matériau résonnant lui-même mais il est certainement négligeable devant les autres).

- 2/ La dérivée de ce courant par rapport à la léthargie est le produit du volume de combustible par le taux d'absorption moyen par unité de volume de combustible $N_0\sigma_{a,c}(u)\Phi_c(u)$. Nous avons ré-écrit ce taux sous la forme $N_0\sigma_{a,\text{eff}}(u)\Psi(u)$ après avoir remplacé Φ_c par $\varphi\Psi$ et posé $\sigma_{a,\text{eff}} = \sigma_{a,c}\varphi$:

$$\frac{dQ(u)}{du} = -V_c N_0 \sigma_{a,\text{eff}}(u) \Psi(u).$$

- 3/ En éliminant Ψ entre ces deux équations, nous trouvons l'équation différentielle régissant Q :

$$\frac{dQ(u)}{du} = -\frac{V_c N_0 \sigma_{a,\text{eff}}(u)}{(V\xi\Sigma_s)'_c + (V\xi\Sigma_s)_m} Q(u).$$

En l'intégrant, on obtient le rapport $Q_{\text{final}}/Q_{\text{initial}}$, c'est-à-dire le facteur antitrappe :

$$p = \exp \left[-\frac{V_c N_0 I_{\text{eff}}}{(V\xi\Sigma_s)'_c + (V\xi\Sigma_s)_m} \right],$$

en posant :

$$I_{\text{eff}} = \int \sigma_{a,\text{eff}}(u) du.$$

Cette formule généralise celle que nous avons écrite en situation homogène (cf. p. 198) et s'interprète de la même façon. Pour une géométrie quelconque, on obtiendrait par la même démarche :

$$p = \exp \left[-\frac{V_c N_0 I_{\text{eff}}}{\sum_i (V\xi\Sigma_s)_i} \right].$$

8.4 L'effet Doppler

8.4.1 Intérêt de l'effet Doppler

Nous verrons au chapitre 13 qu'un certain nombre d'effets de température interviennent dans les réacteurs : des variations de réactivité avec les températures créent des contre-réactions et modifient la cinétique. Parce qu'il est directement lié à l'absorption résonnante que nous traitons dans ce chapitre, nous évoquerons ici l'un de ces effets, sans doute le plus important en termes de stabilité du système et donc de sûreté : comme il est lié à un problème de *vitesse relative* entre les neutrons et les noyaux résonnants, cet effet est appelé « effet Doppler »⁽¹⁾.

1. L'effet Doppler le plus connu en pratique est celui de la modification de la fréquence d'une onde si la source émettrice est animée d'une certaine vitesse par rapport à l'observateur. Par exemple, le son de la sirène d'une voiture de pompiers semble brusquement changer de fréquence quand la voiture passe devant l'observateur, c'est-à-dire lorsque la vitesse relative de la source par rapport à l'observateur change de signe.

Comme nous allons le voir, cet effet est, en pratique, caractérisé par un coefficient *négatif* : si la température croît, la réactivité décroît. Cela assure la stabilité spontanée du réacteur et garantit un retour à la normale en cas d'incident. Par exemple, une augmentation intempestive de la puissance amène une augmentation de température et donc une baisse de réactivité (si le coefficient est négatif) ; le réacteur, initialement critique, devient légèrement sous-critique et la puissance baisse. De même, une baisse initiale de la puissance serait suivie d'une augmentation : dans tous les cas, la contre-réaction vient annuler la perturbation initiale ; le système retrouve son niveau de puissance d'équilibre (température donnant une réactivité nulle).

8.4.2 Origine de l'effet Doppler

Au chapitre précédent et au cours du présent chapitre, nous avons toujours considéré que le noyau percuté par un neutron était initialement immobile. Cela, en effet, paraît une hypothèse licite car l'énergie cinétique d'un neutron en train de se ralentir — des dizaines, des centaines ou des milliers d'électronvolts — est beaucoup plus grande que l'énergie d'agitation thermique des noyaux-cibles — de l'ordre de quelques *centièmes* d'électronvolt — liée à leur température dans le réacteur. En ce qui concerne la diffusion⁽¹⁾, l'hypothèse peut incontestablement être faite et donc tous les développements que nous avons présentés ne sont par remis en cause. En ce qui concerne l'absorption, en revanche, les effets de l'agitation thermique des noyaux-cibles ne sont pas négligeables et doivent être pris en compte dans les *calculs d'intégrale effective* (tout le reste du formalisme n'est pas modifié).

La raison fondamentale de cette sensibilité est la *variation très rapide des sections efficaces pour les matériaux présentant des résonances*, c'est-à-dire essentiellement, en pratique, l'*uranium 238*. (Comme c'est ce matériau qui est concerné, l'effet Doppler est lié à la température du *combustible* ; c'est l'effet stabilisateur principal parce que les variations de température du combustible suivent de façon pratiquement instantanée les variations de puissance.)

Le problème est le suivant : si l'on tient compte, lors de l'interaction neutron-noyau, de la (faible) vitesse du noyau-cible au moment de l'impact, on modifie — très légèrement — la *vitesse relative* du neutron par rapport au noyau, c'est-à-dire la vitesse dans le *centre de masse*. La section efficace qui est fonction de la vitesse relative est donc modifiée. Si la section efficace varie lentement, cette modification est minime et sans aucun doute négligeable ; mais, si l'on se trouve au voisinage d'un pic de résonance, cette faible modification de la vitesse relative peut conduire à une modification très appréciable de la section efficace.

La vitesse du noyau-cible (considérée dans le système du laboratoire) est variable en intensité et en direction (dans les solides et les liquides, l'effet de la température est une vibration des atomes autour d'une position moyenne). La correction peut donc être variable en signe et en valeur absolue. Il faut mener un calcul complet pour savoir quel sera, globalement, l'incidence. Ce calcul est une *convolution* (c'est-à-dire une intégrale) entre la fonction représentant la section efficace dans le système du centre de masse et le spectre des vitesses de l'agitation thermique des noyaux-cibles, faite en prenant en

1. Prendre en compte l'effet Doppler modifie très légèrement le noyau de transfert en énergie lors d'une diffusion ; mais les conséquences concrètes (elles ont été chiffrées) sont négligeables.

compte les formules de changement de repère. Ce calcul suppose évidemment que soit connu le spectre de l'agitation thermique.

8.4.3 Calcul de l'effet Doppler

Ce spectre est simple dans les gaz : c'est le *spectre de Maxwell* (nous en verrons les formules au chapitre suivant) donnant la répartition des vitesses en module et l'*isotropie* pour les directions. Dans les matériaux solides tels ceux qui constituent les combustibles nucléaires, les lois sont beaucoup plus compliquées et mal connues. C'est la raison pour laquelle l'approximation d'une agitation thermique suivant un spectre de Maxwell est souvent faite (en pratique, on tente de corriger l'erreur en remplaçant la température vraie du combustible par une « température effective »).

Si, en outre, on adopte la loi de Breit et Wigner pour représenter les résonances dans le système du centre de masse, on voit, tous calculs faits, qu'il suffit de remplacer les fonctions Ψ et χ qui interviennent dans les formules (cf. p. 82) par des intégrales qui ont été tabulées pour les calculs pratiques :

$$\psi = \frac{1}{2\beta\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\exp\{-(x-y)^2/(4\beta^2)\}}{1+y^2} dy,$$

et :

$$\chi = \frac{1}{2\beta\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\exp\{-(x-y)^2/(4\beta^2)\}}{1+y^2} 2y dy,$$

où l'on a posé :

$$x = \frac{2(E - E_0)}{\Gamma} \quad \Delta = \sqrt{4E_0 kT/A} \quad \beta = \Delta/\Gamma,$$

(Δ s'appelle la « largeur Doppler »).

La figure 8.7, page suivante, montre l'incidence de l'effet Doppler pour la première et la principale résonance de l'uranium 238 (cette figure montre les variations de la fonction Ψ avec ses arguments x , en abscisse, et β , lié à la température; la fonction χ , antisymétrique, a tendance à s'aplatir et s'élargir de façon similaire lorsque la température augmente).

On notera deux caractéristiques essentielles : la résonance s'élargit; le pic s'abaisse. On peut démontrer que cela se fait à *intégrale de résonance* (aire sous la courbe) *constante*.

Cela pourrait laisser penser que ces deux modifications à intégrale constante ne fassent guère d'effet neutronique : mais cela est *faux* : à cause de l'autoprotection, l'*élargissement des résonances joue bien davantage que l'abaissement des pics*. Cela se voit immédiatement si l'on revient aux formules du facteur d'autoprotection et de l'intégrale effective. En termes plus élémentaires, disons que l'effet Doppler élargit les trappes offertes aux « kangourous » tout en les laissant quasiment noires malgré l'abaissement des courbes de section efficace.

Ainsi, l'effet Doppler conduit à une *augmentation de l'absorption résonnante*; en particulier, à une augmentation de la capture résonnante par l'uranium 238 (capture sans fission) donc à une diminution du facteur de multiplication : c'est la raison pour laquelle le coefficient de l'effet Doppler est en pratique négatif (ordre de grandeur : -2 à -3 pcm par degré Celsius).

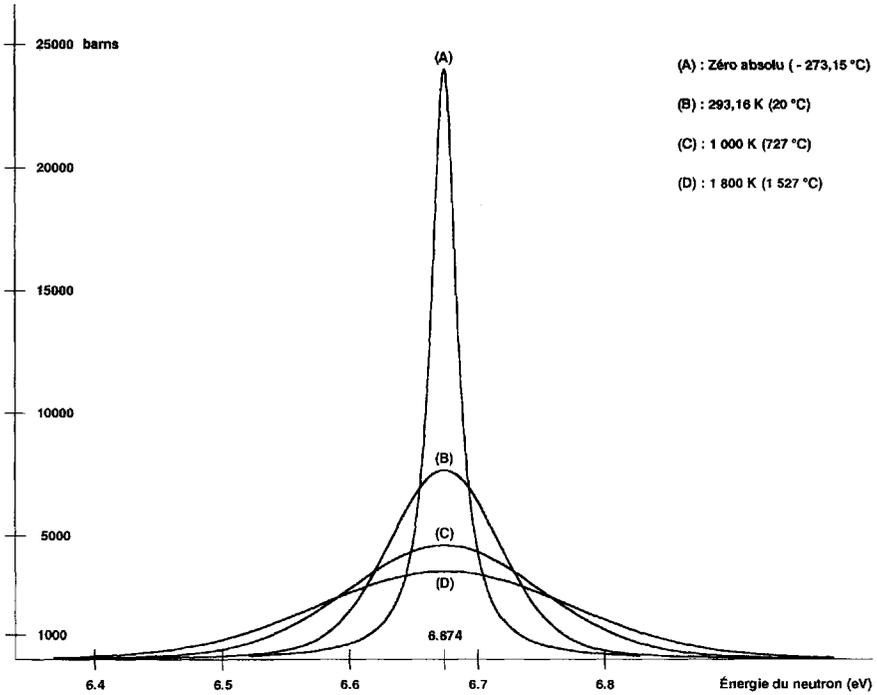


Figure 8.7. Élargissement par effet Doppler de la grande résonance de l'uranium 238.

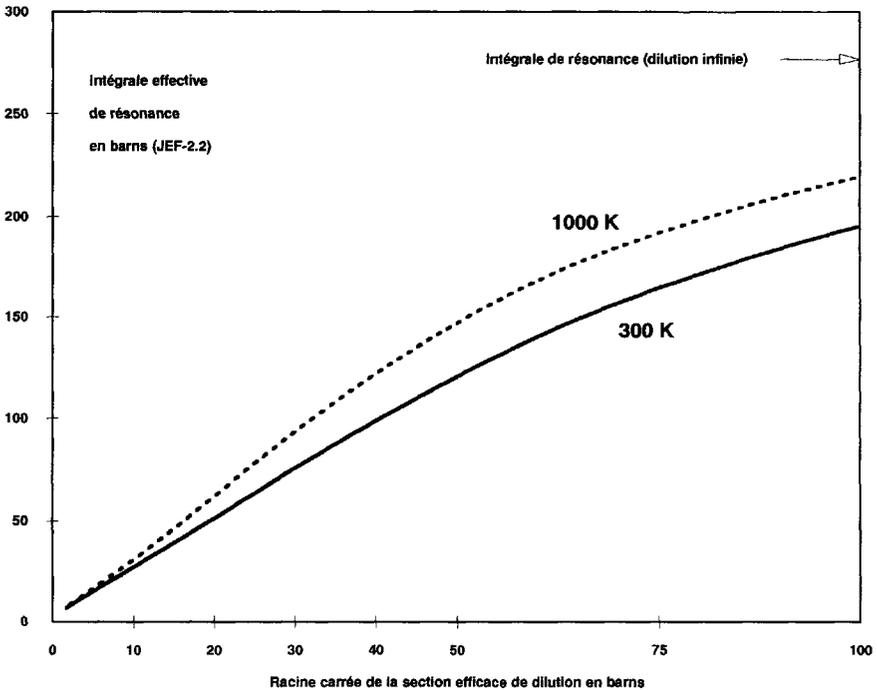


Figure 8.8. Intégrale effective de capture par l'uranium 238.

Sur la figure 8.8, page ci-contre, on remarquera que, dans le domaine utile (section équivalente de l'ordre d'une cinquantaine de barns), *l'intégrale effective de capture par l'uranium 238 varie de façon à peu près linéaire avec la racine carrée de la section efficace de dilution*. On montre aussi, en faisant des calculs à différentes températures, qu'elle varie de façon également à peu près linéaire avec la *racine carrée de la température absolue*.

On notera, en conclusion, que l'effet Doppler oblige à faire les *tabulations de l'intégrale effective non seulement en fonction de la section de dilution, mais aussi en fonction de la température*.

8.5 Perspectives : les problèmes que devra résoudre une théorie de l'absorption résonnante

Pour conclure, enfin, ce chapitre général sur l'absorption résonnante, indiquons en quelques mots pourquoi on ne peut pas se cantonner à la formule du facteur antitrappe p que nous avons établie et pourquoi d'autres développements pour une théorie de l'absorption résonnante des neutrons sont nécessaires (quelques éléments seront apportés au chapitre 15).

8.5.1 L'évaluation du facteur de Bell

Nous avons vu que le facteur de Bell b , constante qui remplace la fonction de Bell, permet d'établir une équivalence entre le problème réel, hétérogène, et un problème homogène préalablement tabulé. Il faudra élaborer le critère de choix de ce facteur permettant d'obtenir l'équivalence la plus précise possible.

8.5.2 L'équivalence continu-multigroupe

Pour établir la formule de p , nous avons dû supposer que le flux macroscopique Ψ était « plat » à la fois en léthargie et en espace : ce n'est évidemment qu'une approximation.

Un traitement multigroupe⁽¹⁾ relativement fin (mais tout de même pas à l'échelle des résonances) devrait permettre de s'en affranchir... mais à la condition qu'on soit capable de définir correctement et de calculer les sections efficaces multigroupes. Ce problème sera traité par une autre procédure d'équivalence⁽²⁾ appelée « équivalence continu-multigroupe ».

1. Les principes généraux de la théorie multigroupe seront présentés au chapitre 10

2. La notion générale d'équivalence, telle qu'elle est utilisée en neutronique, sera présentée au chapitre 17.

8.5.3 La prise en compte de géométries plus compliquées

Pour pouvoir traiter les problèmes rencontrés dans les réacteurs réels, il faudra pouvoir traiter des géométries plus compliquées que la simple cellule à deux zones, élément d'un réseau infini et régulier, que nous avons considérée ici.

Deux extensions sont nécessaires : 1/ pouvoir traiter plusieurs zones non résonnantes ; 2/ pouvoir traiter plusieurs zones résonnantes. Nous verrons que le premier problème est une extension simple, mais que le second nécessite des développements beaucoup plus difficiles.

8.5.4 Les situations à plusieurs noyaux résonnants

Enfin, une troisième extension s'avérera indispensable : pouvoir traiter plusieurs noyaux résonnants. Ce problème se pose, en effet, systématiquement en pratique, d'une part, parce que les combustibles nucléaires contiennent plusieurs nucléides lourds (isotopes de l'uranium, du plutonium, etc.) qui ont tous des résonances, d'autre part, parce qu'un même nucléide peut se trouver dans des zones à des températures différentes⁽¹⁾, donc avec des déformations différentes des courbes de sections efficaces.

8.5.5 La définition et le calcul de températures effectives

Ce problème peut être réglé approximativement en adoptant une température moyenne (ou « effective ») bien choisie. Encore faut-il trouver le critère de choix et pouvoir le mettre en œuvre !

Autre problème de température « effective » déjà évoqué : tenter de remédier à l'erreur que l'on commet sur le calcul de l'effet Doppler en assimilant le spectre d'agitation thermique des noyaux résonnants à un spectre de Maxwell.

La théorie de l'absorption résonnante, sans aucun doute la plus difficile de la neutronique, présente encore un certain nombre de défis qu'il faudra relever !

1. Par exemple, entre le centre et la périphérie des crayons de combustible, la température peut différer de 1 000 °C !

9

Thermalisation des neutrons

Introduction

Les neutrons ne se ralentiront pas indéfiniment dans les réacteurs, d'une part, parce qu'ils finiront sûrement par être absorbés⁽¹⁾, d'autre part, parce que, même s'ils n'étaient pas absorbés, ils finiraient par atteindre un équilibre thermique avec la matière constituant le système, donc un certain état d'agitation caractérisé par une énergie cinétique moyenne non nulle : cette moyenne⁽²⁾ est kT , où k est la constante de Boltzmann et T la température absolue. Par exemple, $kT = 0,0253$ eV, soit environ un quarantième d'électronvolt, à température usuelle (20 degrés Celsius) et à peu près deux fois plus dans un réacteur industriel à eau où ce matériau (qui joue le rôle de « thermaliseur » principal) est à environ 300°C.

Il a donc une transition progressive entre le ralentissement « pur » tel que nous l'avons étudié et ce comportement asymptotique d'équilibre thermique, jamais complètement atteint. Cette transition est ce que l'on appelle la « thermalisation ». Elle commence à devenir manifeste autour de quelques dizaines de fois kT , c'est-à-dire quelques électrons-volts.

Dans les calculs, on place, de façon un peu arbitraire, une énergie de coupure entre le domaine du ralentissement et celui de la thermalisation. Par exemple, 2,77 eV pour la bibliothèque usuelle du code APOLLO. Le domaine d'énergie que nous allons étudier dans ce chapitre se situe donc au-dessous de cette coupure.

1. Essentiellement dans le domaine qui va nous concerner maintenant, mais également dans les résonances, s'il s'agit d'un réacteur à neutrons thermiques; presque toujours à haute énergie s'il s'agit d'un réacteur à neutrons rapides. Dans ce dernier cas, le flux des neutrons au-dessous d'une centaine d'électronvolts est en général négligeable et, a fortiori, le problème de la thermalisation ne se pose pas.

2. Attention ! nous verrons qu'il y a différentes façons de la définir.

9.1 Aspects qualitatifs de la thermalisation

9.1.1 Qu'est-ce qui différencie le domaine thermique du domaine du ralentissement ?

Dans le domaine du ralentissement, nous avons pu supposer, lorsque nous avons traité l'interaction neutron-noyau, que ce dernier était parfaitement immobile avant l'interaction (seul le calcul de l'absorption dans un matériau présentant des résonances, c'est-à-dire des variations très rapides des sections efficaces, doit tenir compte de l'agitation thermique des cibles). Par définition même du domaine de la thermalisation, cette hypothèse n'est maintenant plus acceptable.

La conséquence essentielle qui en résulte est que les neutrons peuvent être *non seulement ralentis mais aussi accélérés* au cours d'une diffusion. À la limite, dans l'hypothèse où il n'y aurait pas d'absorption, ces deux processus s'équilibreraient, par définition de l'équilibre.

Outre l'hypothèse « *cible immobile* », il y a une deuxième hypothèse que nous avons faite, mais que nous n'avons pas explicitée, pour simplifier : c'est l'hypothèse « *cible libre* », c'est-à-dire libre de toute « entrave » pour encaisser le recul lors du choc. Or, cela n'est pas tout à fait le cas puisque les noyaux percutés par les neutrons se trouvent au centre d'atomes liés dans des édifices — molécules ou cristaux — par des forces de nature chimique. Tant que l'énergie des neutrons incidents est beaucoup plus grande que l'énergie des liaisons chimiques, ces dernières peuvent être négligées, ainsi que nous l'avons fait. Pour des neutrons ayant une énergie de l'ordre de l'électronvolt ou moins, c'est-à-dire l'ordre de grandeur des liaisons chimiques, cela n'est plus correct⁽¹⁾.

Ces deux aspects qu'il va falloir maintenant prendre en compte — agitation thermique et liaisons chimiques des cibles — vont rendre beaucoup plus difficile le traitement des interactions neutron-matière. Alors que, dans le domaine du ralentissement, nous avons pu traiter l'interaction par le modèle phénoménologique de la mécanique classique, on ne peut plus échapper à un traitement par la physique quantique pour décrire les diffusions dans le domaine de la thermalisation. Imitant en cela l'attitude usuelle du neutronicien des réacteurs, nous n'entrerons guère dans les détails de la théorie de la thermalisation, faisant confiance aux spécialistes fournissant les sections efficaces et lois de transfert à utiliser dans les codes.

Si le thermaliseur était un gaz monoatomique (pas de liaisons chimiques), son spectre d'agitation thermique serait un spectre de Maxwell (voir ci-dessous) : une simple convolution avec la vitesse du neutron fournirait alors la section efficace et la loi de transfert (ralentissement ou accélération) en cas de diffusion.

Dans une matière condensée liquide ou solide, les modes d'agitation sont beaucoup plus complexes⁽²⁾. Par exemple, dans l'eau, outre des translations et des rotations des molécules, il y a aussi des modes de vibrations internes des molécules (figure 9.1, page ci-contre) selon l'angle des liaisons oxygène-hydrogène ou selon les axes de ces liaisons, en phase ou en opposition de phase.

1. En toute rigueur, l'effet des liaisons chimiques commence à se faire sentir un peu avant la fin du domaine du ralentissement, par exemple au-dessous d'une quarantaine d'électronvolts dans du graphite, et cela est pris en compte (de façon elliptique, les spécialistes parlent de « ralentissement lié »).

2. Ces modes d'agitation mécaniques, en général quantifiés, s'appellent « phonons ».

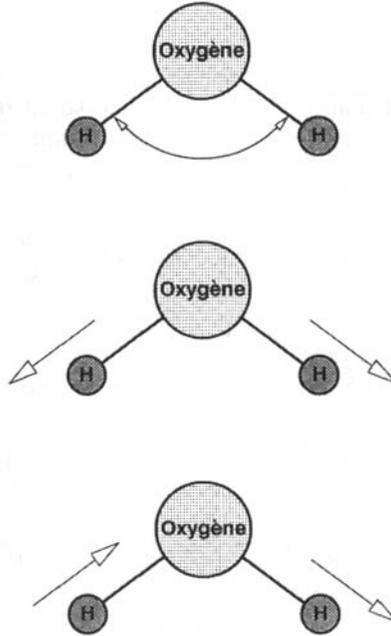


Figure 9.1. Modes de vibration interne (phonons) d'une molécule d'eau.

Comme pour le problème du ralentissement, on distingue les *diffusions élastiques*, où l'énergie cinétique des deux « objets vus de l'extérieur » est conservée, et les *diffusions inélastiques*, où l'énergie cinétique ne l'est pas car l'énergie interne de l'objet percuté a été modifiée. Dans le domaine du ralentissement, un choc inélastique correspond à un changement de l'énergie interne du *noyau*; en pratique, c'est une excitation du niveau fondamental vers un niveau excité, donc une *perte* pour l'énergie du neutron. Dans le domaine thermique, un choc inélastique correspond à un changement de l'énergie interne d'une *molécule* (telle la molécule d'eau) ou d'un cristal; ce peut être un apport ou un prélèvement d'énergie interne et donc une *perte* ou un *gain* pour l'énergie du neutron (comme pour les chocs élastiques).

Comme toute particule microscopique, le neutron a non seulement un aspect corpusculaire, mais aussi un aspect ondulatoire. Rappelons que la longueur d'onde des neutrons thermiques est du même ordre de grandeur que les distances interatomiques. C'est pourquoi, dans les matériaux présentant une certaine régularité, notamment les cristaux⁽¹⁾, mais aussi des liquides tels l'eau lourde⁽²⁾, des effets d'interférence entre les ondes diffusées par chacune des cibles peuvent apparaître, conduisant à une *diffusion* qualifiée de « *cohérente* ». *A contrario*, si cet aspect n'intervient pas, on parle de *diffusion* « *incohérente* ».

1. Par exemple le graphite. La condition de Bragg $2d \sin \theta = n\lambda$ (d : distance entre plans atomiques; θ : angle entre la vitesse du neutron et ces plans; λ : longueur d'onde du neutron) ne peut plus être assurée pour les neutrons d'énergie inférieure à 0,004 eV : c'est la raison pour laquelle la section de diffusion est quasiment nulle au-dessous de ce seuil.

2. Interférence entre les ondes diffusées par chacun des deutons.

9.1.2 Spectre de Maxwell

Quel que soit le thermaliseur, le spectre des neutrons (population assimilable à un gaz parfait), à l'équilibre en l'absence d'absorption, serait un spectre de Maxwell. Ce spectre, assez bien observé dans les matériaux présentant une faible capture (graphite, eau lourde...) si leur volume est suffisant, est, après normalisation à un neutron, donné par la formule :

$$n(E) dE = \frac{2\sqrt{E/kT}}{\sqrt{\pi}} \exp(-E/kT) \frac{dE}{kT},$$

(proportion des neutrons dont l'énergie est comprise entre E et $E + dE$). L'énergie la plus probable [celle pour laquelle $n(E)$ est maximum] est $E_p = kT/2$; l'énergie cinétique moyenne est $\bar{E} = 3kT/2$ (c'est-à-dire $kT/2$ par degré de liberté et trois degrés de liberté : translation selon chacune des directions de l'espace).

En passant à la vitesse par la formule $E = mv^2/2$ de l'énergie cinétique et en posant $mv_0^2/2 = kT$, le changement de variable sur cette densité donne :

$$n(v) dv = \frac{4}{\sqrt{\pi}} (v/v_0)^2 \exp[-(v/v_0)^2] \frac{dv}{v_0},$$

(voir plus loin, figure 9.2, page 221, une représentation graphique de cette fonction). Cette formule donne une vitesse la plus probable v_p égale à la vitesse de référence v_0 et une vitesse moyenne donnée par la formule :

$$\bar{v} = \frac{2}{\sqrt{\pi}} v_0 = 1,128 v_0.$$

On notera que énergies et vitesses, plus probables ou moyennes, ne se correspondent pas. En pondérant par le flux $n\bar{v}$, on obtiendrait encore d'autres coefficients.

Retenons les valeurs numériques associées à la température ambiante usuelle :

$$t = 20^\circ\text{C}, \quad T = 293,15 \text{ K}, \quad kT = 0,0253 \text{ eV}, \quad v_0 = 2\,200 \text{ m/s}.$$

Cette vitesse de 2 200 m/s est souvent prise comme vitesse de référence dans les tables de sections efficaces pour le domaine thermique.

9.1.3 Principe de microréversibilité

Nous avons vu que la théorie des interactions neutron-matière dans le domaine thermique risquait d'être compliquée; aussi ne la détaillerons-nous pas. Précisons juste deux points.

Le premier est le principe dit de microréversibilité ou du *bilan détaillé* : en l'absence d'absorption et à l'équilibre, lorsque le spectre des neutrons est le spectre de Maxwell, il y a exactement le même nombre de transferts par diffusion d'un intervalle d'énergie dE vers un intervalle d'énergie dE' que de transferts inverses de dE' vers dE . Cela entraîne une contrainte mathématique sur la loi de transfert $P(E' \rightarrow E)$ que devra impérativement respecter toute modélisation :

$$E \exp(-E/kT) dE \Sigma_s(E) P(E \rightarrow E') dE' = E' \exp(-E'/kT) dE' \Sigma_s(E') P(E' \rightarrow E) dE.$$

(On reconnaîtra dans chaque membre le produit de trois termes : le flux de Maxwell dans l'intervalle de départ ; la section efficace de diffusion ; la probabilité de transfert vers l'autre intervalle en cas de diffusion.) On peut aussi écrire cette relation en restreignant les diffusions à celles qui dévient le neutron d'un angle ψ .

9.1.4 Lois de diffusion

Le deuxième point que nous signalerons est que la section efficace de diffusion doublement différentielle en énergie et en angle (ou en $\cos \psi = \mu$), $\Sigma_s(E')P(E' \rightarrow E)P(\mu)$, est une fonction de trois variables E' , E et μ qui peut s'exprimer en réalité par une fonction S de deux variables seulement :

$$\Sigma_s(E', E, \mu) = \Sigma_s(E')P(E' \rightarrow E)P(\mu) = C^{te} \sqrt{E/E'} \exp[(E' - E)/(2kT)]S(\alpha, \beta),$$

où α et β caractérisent les transferts de moment et d'énergie :

$$\alpha = \frac{E^2 + E'^2 - 2EE'\mu}{(kT)^2}, \quad \beta = \frac{E' - E}{kT}.$$

Cette fonction S peut être reliée au *spectre de fréquences*⁽¹⁾ $\rho(\omega)$, c'est-à-dire à la répartition des modes de vibration mécanique (phonons) selon leur fréquence ou leur pulsation ω .

9.1.5 Équation de thermalisation

L'équation de thermalisation est, formellement, tout à fait similaire à l'équation du ralentissement, hormis le fait qu'il faut la restreindre au domaine thermique. Prenons-la pour un cas indépendant de l'espace et du temps. Elle peut être écrite indifféremment avec la lèthargie, la vitesse ou l'énergie cinétique des neutrons ; par exemple, avec cette dernière variable :

$$\int_0^{E_{\text{coupure}}} \Sigma_s(E')\Phi(E') dE'P(E' \rightarrow E) + S_{\text{ral}}(E) = \Sigma_t(E)\Phi(E).$$

Cette similitude formelle traduit un processus physique analogue — des changements d'énergie par diffusion — mais masque un aspect mathématique complètement différent : alors que, dans le problème du ralentissement, nous avons E toujours inférieur ou égal à E' (donc E en borne inférieure de l'intégrale), des transferts dans les deux sens sont possibles dans le problème de la thermalisation (l'intégrale porte sur tout le domaine thermique). Si nous discrétisons l'équation, nous obtiendrons, dans le premier cas, un système algébrique *triangulaire* qui se résout explicitement de proche en proche en partant de l'énergie la plus haute ; pour le problème de la thermalisation, nous aurons un système algébrique

1. Ce spectre de fréquence conditionne non seulement les propriétés neutroniques mais aussi les propriétés calorifiques (chaleur spécifique) et optiques (diffusion des photons) de la matière concernée : dans la mise au point des modèles, des informations de caractère expérimental en provenance de ces différentes branches de la physique peuvent être utiles.

complet, nécessitant une inversion de matrice (faite, en général et notamment dans APOLLO, par itérations). La borne supérieure de l'intégrale E_{coupure} est l'énergie adoptée pour séparer le domaine de la thermalisation du domaine du ralentissement. La « source » :

$$S_{\text{ral}}(E) = \int_{E_{\text{coupure}}}^{\infty} \Sigma_s(E') \Phi(E') dE' P(E' \rightarrow E),$$

n'est plus ici une véritable source mais la *densité d'arrivée aux énergies inférieures à l'énergie de coupure* due aux diffusions se produisant dans la dernière partie du domaine du ralentissement et transférant le neutron au-delà de l'énergie de coupure, dans le domaine de la thermalisation. Ce terme permet d'assurer une continuité du flux au passage de E_{coupure} .

9.2 Allure et caractérisation du spectre thermique

9.2.1 Écart entre le spectre des neutrons thermiques et le spectre de Maxwell

L'écart du spectre réel des neutrons par rapport au spectre de Maxwell $m(x) = (4/\sqrt{\pi})x^2 \exp(-x^2)$ se présente schématiquement comme l'indique la figure 9.2, page ci-contre.

La figure a été faite avec la *vitesse réduite* v/v_0 où v_0 correspond à kT ; en ordonnée, c'est la *densité* qui est portée. Pour décomposer la densité réelle n en deux composantes m (Maxwell) et e (écart), on a normalisé n et m à la même valeur; autrement dit, l'intégrale de e est nulle.

Avec cette convention, on notera que :

- dans la partie proprement maxwellienne du spectre — disons pour les vitesses comprises entre zéro et deux fois v_0 —, l'écart est *négatif* : cela reflète l'*absorption* des neutrons qui réduit l'effectif présent;
- dans la partie correspondant aux vitesses plus élevées, la maxwellienne « s'écrase » rapidement — elle est pratiquement nulle au-delà de $x = 3$ —, tandis que la densité réelle, tout en décroissant très légèrement, reste appréciable : nous observons là la « *queue du ralentissement* », c'est-à-dire les neutrons provenant des hautes énergies, se ralentissant et entrant dans le domaine thermique de façon à compenser les disparitions par absorptions. Nous avons vu (cf. p. 186) que le flux de ralentissement est approximativement constant en léthargie et donné par la formule :

$$\Phi(u) = \frac{q}{\xi \Sigma_s},$$

où q est le courant de ralentissement au voisinage de l'énergie de coupure et $\xi \Sigma_s$ le pouvoir modérateur du matériau. Si l'on passe à la densité et si l'on fait le changement de variable, on trouve pour le comportement de la densité dans cette plage :

$$n_{\text{as}}(x) = \frac{2q}{\xi \Sigma_s v_0} \frac{1}{x^2}.$$

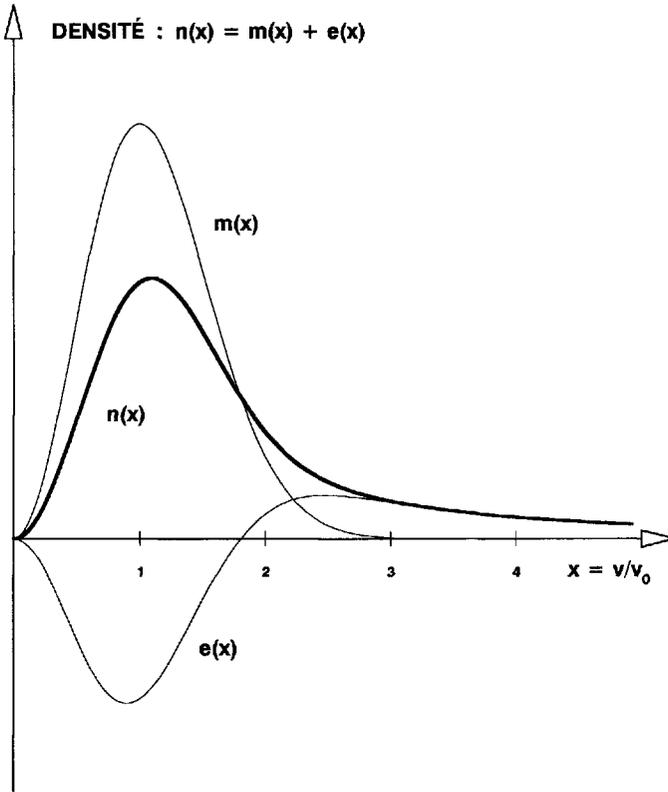


Figure 9.2. Écart entre le spectre réel et le spectre de Maxwell.

Comme le courant q est égal au nombre d'absorptions dans le domaine thermique, puisqu'il les compense, nous pouvons écrire :

$$q = \int \Sigma_a(v)\Phi(v) dv = \int \Sigma_a(x)n(x)xv_0 dx,$$

d'où, en rapprochant les formules :

$$n_{as}(x) = N \frac{2\bar{\Sigma}_a}{\xi \Sigma_s} \frac{1}{x^2},$$

où :

$$N = \int n(x) dx,$$

est le nombre total de neutrons et :

$$\bar{\Sigma}_a = \frac{\int \Sigma_a(x)xn(x) dx}{N},$$

la section efficace d'absorption dite traditionnellement « effective » : si la section efficace est en $1/v$, cette section effective est simplement $\Sigma_a(v_0)$.

Nous voyons donc qu'en normalisant à un neutron thermique ($N = 1$), la densité asymptotique est :

$$n_{as} = 2r \frac{1}{x^2},$$

où le paramètre :

$$r = \frac{\bar{\Sigma}_a}{\xi \bar{\Sigma}_s},$$

caractérise la *proportion épithermique* des neutrons.

Il est intéressant de faire apparaître ce coefficient pour renormaliser la fonction d'écart introduite ci-dessus :

$$e(x) = 2r\varepsilon(x),$$

On constate que la fonction $\varepsilon(x)$ (par définition équivalente asymptotiquement à $1/x^2$) dépend peu, pour un thermaliseur donné, de la quantité de combustible associée, c'est-à-dire de l'intensité de l'absorption : on a une bonne approximation du spectre des neutrons thermiques en prenant une fonction « universelle » calculée une fois pour toutes.

9.2.2 Exemples

On pourra comparer la figure 9.2, page précédente, du spectre thermique aux spectres obtenus par des calculs avec le code APOLLO (figure 9.3, page ci-contre) relatifs à un réacteur à eau sous pression avec du combustible frais respectivement à uranium légèrement enrichi et à plutonium sur support d'uranium naturel. Le lecteur devra s'habituer à l'utilisation de la léthargie qui est la variable adoptée par le code (nous avons tout de même orienté l'axe des abscisses dans le sens des énergies croissantes). Les spectres sont directement ceux calculés par le code en théorie multigroupe, d'où la forme « en escalier » des courbes : le calcul a été fait à 99 groupes d'énergie, mais seuls les groupes 52 à 99 (le dernier groupe du domaine du ralentissement et les 47 groupes du domaine thermique) sont représentés, c'est-à-dire le domaine au-dessous de 3,38 eV.

Comme sur la figure 9.2, page précédente, nous avons normalisé au même nombre de neutrons (même intégrale de la densité sur le domaine considéré) les courbes relatives au spectre du combustible à uranium et le spectre de Maxwell (ce dernier, qui est analytique, peut être tracé sans l'approximation multigroupe). On pourra noter, comme pour le schéma précédent, le léger décalage des maxima, l'écart négatif à gauche (effet de l'absorption) et positif à droite (queue du ralentissement). Hormis deux petites irrégularités, dues à de petites résonances de l'uranium 235, on trouve jusqu'à 1 eV, et même un petit peu en dessous, le flux constant en léthargie que l'on attend dans la fin du domaine du ralentissement.

Nous avons conservé la normalisation d'APOLLO — une source d'un neutron — pour tracer le spectre pour le combustible MOX : il est normal que les deux courbes partent du même niveau tout à fait à droite puisque les deux situations sont pratiquement identiques pour les domaines rapide et épithermique : même quantité de modérateur, à peu près la même quantité d'uranium 238 et même gaine. On voit, en revanche, que dans le domaine thermique, le nombre de neutrons est beaucoup plus faible — sur cet exemple

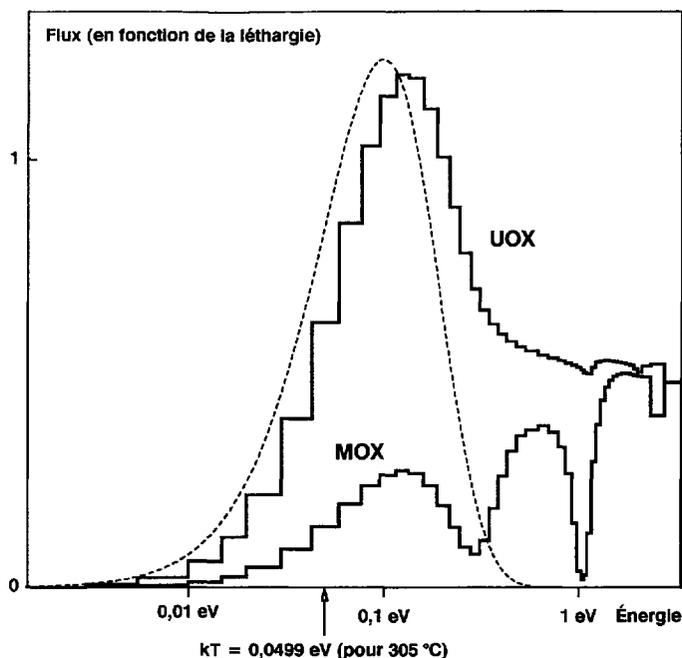


Figure 9.3. Spectres thermiques dans le combustible d'un réacteur à eau sous pression.

1) UOX : uranium à 3,7 % d'uranium 235. 2) MOX : oxyde mixte à 6,5 % de plutonium. En pointillés : spectre de Maxwell normalisé au même nombre de neutrons thermiques que le spectre du cas UOX.

d'un facteur 4 environ — : cela provient de la forte absorption du combustible MOX pour les neutrons thermiques en comparaison du combustible standard. Il y a à cela trois raisons qui se cumulent :

1/ la teneur plus élevée du plutonium que celle de l'uranium 235 qu'il remplace puisque ce plutonium n'est qu'aux deux tiers fissile seulement ; il s'agit, en effet, de plutonium obtenu par retraitement d'un combustible REP standard irradié, dont la composition isotopique est approximativement :

238/239/240/241/242 : 2/58/23/11/6 (en pour cent),

(seuls les isotopes impairs 239 et 241 sont fissiles par neutrons lents) ;

2/ les sections efficaces microscopiques à 2 200 m/s plus élevées pour les isotopes fissiles du plutonium que pour l'uranium 235 ;

3/ la présence de très grandes résonances pour quatre de ces isotopes : vers 0,3 eV pour les isotopes 239 et 241 ; à 1,06 eV pour l'isotope 240 et vers 2,5 eV pour l'isotope 242 (cf. les courbes de sections efficaces de ces différents nucléides présentées figure 2.14, page 78).

Les résonances à 0,3 et 1,06 eV créent de spectaculaires dépressions de flux : voilà, à nouveau, une illustration du phénomène d'autoprotection. Pour qu'il soit à peu près bien pris en compte par le code, le maillage multigroupe a été affiné dans ces régions.

Par contre, la résonance du plutonium 242, moins abondant, est mal décrite⁽¹⁾. Avec une absorption aussi forte et une structure aussi complexe, la décomposition du spectre en une composante maxwellienne et une fonction d'écart perd évidemment une grande partie de son intérêt !

9.2.3 Sections efficaces moyennes

Si l'on souhaite caractériser une section efficace $\sigma(E)$ par une *valeur unique* $\bar{\sigma}$ pour effectuer, par exemple, un calcul de cœur dans l'esprit de ce que nous avons vu au chapitre 6, une règle doit être adoptée pour la pondération en énergie. Il n'y a pas de critère qui s'impose de façon absolue ; l'important est d'assurer une *cohérence* entre la convention adoptée pour les sections efficaces et la définition du *flux total* $\bar{\Phi}$, de façon à respecter les *taux de réaction*, seules grandeurs physiques réellement mesurables :

$$\bar{\sigma}\bar{\Phi} = \int \sigma(E)\Phi(E) dE.$$

La définition la plus *simple* du flux total, et celle qui est généralement adoptée⁽²⁾, est l'intégrale du flux :

$$\bar{\Phi} = \int \Phi(E) dE.$$

Les sections efficaces associées, dans ce cas qualifiées de *sections efficaces « moyennes »*⁽³⁾, doivent donc être calculées par la formule :

$$\bar{\sigma} = \frac{\int \sigma(E)\Phi(E) dE}{\int \Phi(E) dE}.$$

On peut appliquer ces formules en intégrant sur toutes les énergies : on aboutit ainsi à une *théorie à un groupe* (cf. ch. 6). Plus généralement, on isole le *groupe des neutrons thermiques*⁽⁴⁾ : les intégrales sont prises alors entre 0 et E_{coupure} . Par exemple, pour un spectre de Maxwell et une section efficace en $1/v$:

$$\bar{\sigma} = \frac{\sqrt{\pi}}{2} \sigma(v_0) = \frac{\sqrt{\pi}}{2} \frac{\sqrt{293,15}}{\sqrt{T}} \sigma_{2200} = \frac{1}{1,128} \frac{\sqrt{293,15}}{\sqrt{T}} \sigma_{2200}.$$

(Le facteur $2/\sqrt{\pi} = 1,128$ est la moyenne de $x = v/v_0$ sur un spectre de Maxwell, et également celle de $1/x$.)

1. La bibliothèque plus récente à 172 groupes raffine davantage ces résonances du plutonium et permet, en outre, de faire un traitement de l'autoprotection.

2. Autre définition possible : $v_0 N$, c'est-à-dire, à un facteur près, le *nombre total* de neutrons : elle conduit aux sections dites « effectives ». L'expression du paramètre r fait apparaître la section effective macroscopique d'absorption.

3. Par opposition aux sections efficaces « effectives ».

4. Ce groupe sera, par exemple, le deuxième d'une théorie à deux groupes, le premier contenant tous les neutrons rapides et épithermiques.

9.2.4 Traitement d'une situation hétérogène

En pratique, le problème de la thermalisation se présente dans une structure hétérogène, par exemple un réseau de cellules. Pour traiter ce problème, il faut coupler l'espace et l'énergie. Le traitement du problème en espace sera vu en détail au chapitre 14 ; mais pour en donner tout de suite un aperçu, prenons l'exemple de la cellule élémentaire d'un réseau supposé infini et régulier, constituée d'un crayon ou barreau de combustible entouré de modérateur (la gaine est négligée pour simplifier).

Le combustible est toujours d'assez petite dimension et le traiter par la méthode des probabilités de première collision avec l'hypothèse d'un flux plat (comme nous l'avons vu au chapitre précédent [cf. p. 203] pour le problème de l'absorption résonnante) est sans doute acceptable⁽¹⁾.

Si le modérateur est également de faible volume (exemple : réacteurs à eau), la même approximation peut être faite. Les équations à résoudre se présentent alors sous la forme :

$$\begin{aligned} V_c R_c \Phi_c \times P_{cc} + V_m (R_m \Phi_m + S_{ral}) \times P_{mc} &= V_c \Sigma_c \Phi_c, \\ V_c R_c \Phi_c \times P_{cm} + V_m (R_m \Phi_m + S_{ral}) \times P_{mm} &= V_m \Sigma_m \Phi_m, \end{aligned}$$

où la variable E a été omise pour simplifier l'écriture et où R désigne maintenant l'opérateur de thermalisation ; la source de ralentissement S_{ral} (par unité de volume) a été supposée apparaître uniquement dans le modérateur.

Si le modérateur est de grandes dimensions (exemple : réacteurs à eau lourde ou à graphite et à uranium naturel), il doit être découpé en volumes plus petits si l'on veut faire un calcul « en transport ». On peut aussi, pour simplifier, le traiter en approximation de la diffusion.

Pour l'aspect énergie, on fait, en pratique, un traitement multigroupe où les probabilités de transferts sont représentées sous forme matricielle⁽²⁾.

9.3 Bilan des neutrons thermiques

9.3.1 Généralités

Si l'on admet que toutes les sections efficaces d'absorption sont en $1/v$ et que toutes les sections efficaces de diffusion sont constantes, on ne commet pas une très grosse erreur en faisant un traitement monocinétique avec les données nucléaires prises à la vitesse v_0 , soit $2\,200 \text{ m/s} \times \sqrt{T/293,15}$. C'est ainsi qu'ont travaillé Fermi et ses élèves⁽³⁾ : les formules qu'ils ont utilisées, et que nous allons présenter maintenant, leur ont servi pour calculer la partie thermique (facteurs f et η) du facteur de multiplication (cf. la formule des quatre facteurs, p. 113 et suivantes).

1. Sinon, il faut découper le combustible en volumes élémentaires plus petits.

2. De même que des modèles de ralentissement ont été élaborés (cf. p. 187), des modèles différentiels de thermalisation ont été construits : le plus élaboré fut celui de Michel Cadilhac. Ces modèles sont aujourd'hui tombés en désuétude.

3. Les « piles » de l'époque étaient à uranium ; dans le cas du plutonium, dont la section efficace n'est pas en $1/v$, une telle approximation est plus douteuse.

Aujourd'hui, les calculs sont effectués numériquement par des codes, tel APOLLO, en couplant espace et énergie. Il reste cependant intéressant de reproduire *a posteriori* ces facteurs de façon à appréhender le bilan neutronique : c'est la raison pour laquelle nous les présentons. Nous verrons ensuite trois exemples d'utilisation de ces formules élémentaires pour l'analyse d'effets physiques.

9.3.2 Facteur d'utilisation thermique

En traitant donc la population des neutrons thermiques comme si elle était monocinétique, le taux d'absorption dans une région i s'écrit $V_i \Sigma_{a,i} \Phi_i$. Le facteur d'utilisation thermique f qui est, par définition, la proportion des neutrons thermiques absorbée dans le combustible s'écrit par conséquent :

$$f = \frac{V_c \Sigma_{a,c} \Phi_c}{V_c \Sigma_{a,c} \Phi_c + V_m \Sigma_{a,m} \Phi_m + \dots}$$

La discussion est souvent plus simple sous la forme :

$$\frac{1}{f} - 1 = \frac{V_m \Sigma_{a,m} \Phi_m}{V_c \Sigma_{a,c} \Phi_c},$$

puisqu'elle isole trois rapports : le rapport des volumes, dit « rapport de modération », le rapport des sections efficaces et le rapport des flux dit « facteur de désavantage ».

Ce dernier est ainsi nommé car il est plus grand que 1 (figure 9.4, page ci-contre), ce qui est désavantageux pour le bilan neutronique (s'il valait 1, le facteur f serait meilleur).

Pour calculer ce facteur de désavantage, il faudrait écrire et résoudre les équations en espace et en théorie monocinétique. (En formalisme avec probabilités de première collision, ce sont les équations écrites ci-dessus en γ remplaçant $R\Phi$ par $\Sigma_s \Phi$).

9.3.3 Facteur de reproduction

Le facteur de reproduction est, par définition, le nombre de neutrons produits par les fissions induites par neutrons thermiques, rapporté au nombre d'absorptions de neutrons thermiques dans le combustible.

Dans ce rapport, le produit $V_c \Phi_c$ apparaît au numérateur et au dénominateur de sorte que le facteur η se réduit à un simple rapport de sections efficaces macroscopiques :

$$\eta = \frac{\nu \Sigma_{f,c}}{\Sigma_{a,c}}$$

Dans un combustible à uranium, ce rapport s'exprime en fonction de la teneur e en isotope 235 (en nombre de noyaux) :

$$\eta = \frac{e \nu \sigma_{f,5}}{e \sigma_{a,5} + (1 - e) \sigma_{a,8}},$$

soit :

$$\eta = \eta_5 \alpha_5, \quad \eta_5 = \frac{\nu \sigma_{f,5}}{\sigma_{a,5}}, \quad \alpha_5 = \frac{e \sigma_{a,5}}{e \sigma_{a,5} + (1 - e) \sigma_{a,8}},$$

où η_5 est le facteur η pour l'uranium 235 pur et α_5 la probabilité qu'un neutron absorbé dans le combustible le soit par l'isotope 235.

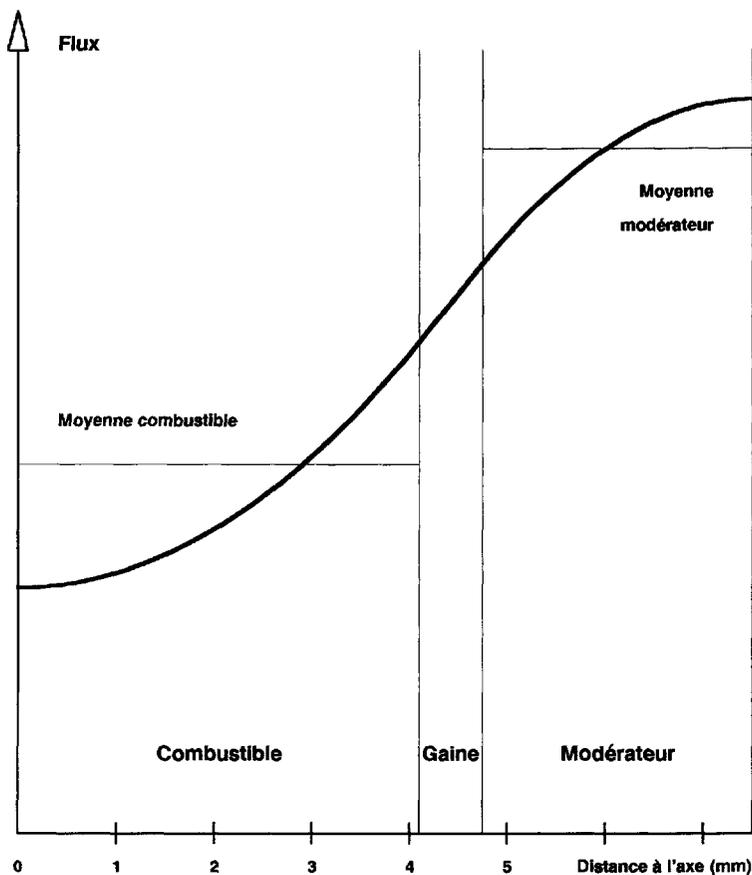


Figure 9.4. Allure du flux thermique dans une cellule. (les dimensions indiquées ici sont relatives à la cellule élémentaire d'un réacteur à eau sous pression, mais le creusement est exagéré : le facteur de désavantage est de l'ordre de 1,05 avec un combustible standard et de 1,1 avec du MOX).

Les figures 9.5 et 9.6, page suivante, montrent que le facteur η , tracé en fonction de la teneur e , croît très vite vers son asymptote.

Si l'on ne raisonne qu'en terme de réactivité, il n'est pas nécessaire d'enrichir un combustible en uranium au-delà de quelques pour cent. (En revanche, un enrichissement plus élevé permet de gagner en compacité : cet aspect peut être très important pour un réacteur expérimental à haut flux.)

9.3.4 Optimum de modération

Les trois exemples d'application des formules simples des quatre facteurs que nous présentons maintenant seront illustrés numériquement sur le cas des réacteurs à eau sous pression ; mais leur portée est plus générale.

Le premier problème est celui de l'optimum de modération : nous supposons que le crayon de combustible a été choisi (géométrie et composition) et nous nous demandons quel pas

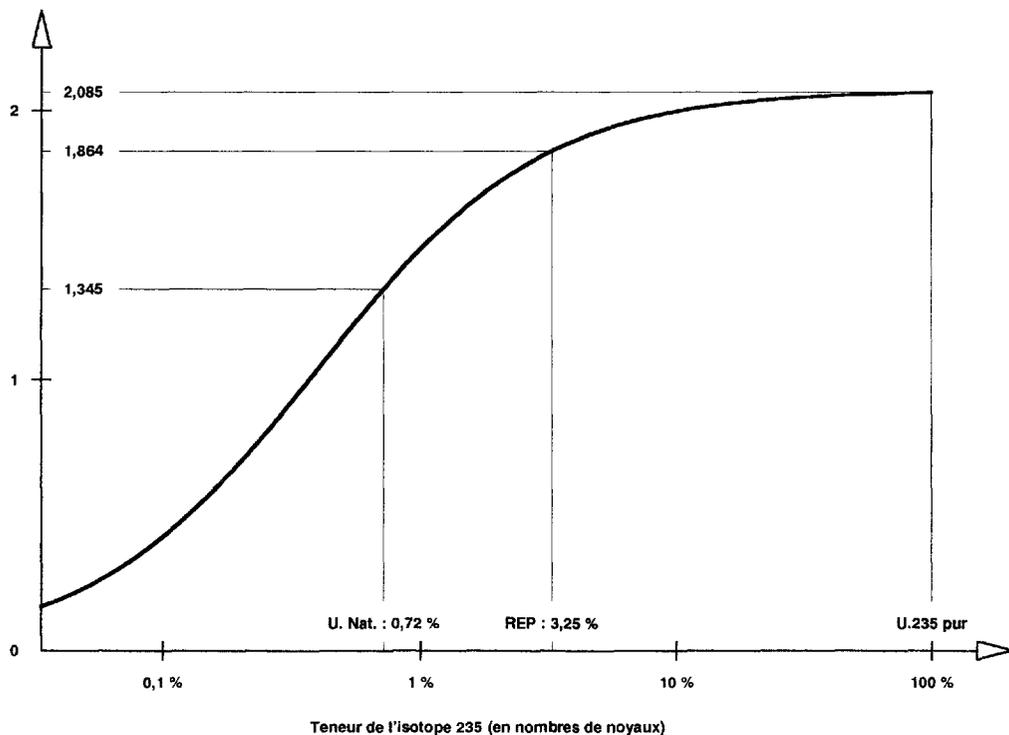


Figure 9.5. Facteur de reproduction η de l'uranium en fonction de la teneur en isotope 235 (Attention ! l'échelle est logarithmique en abscisse).

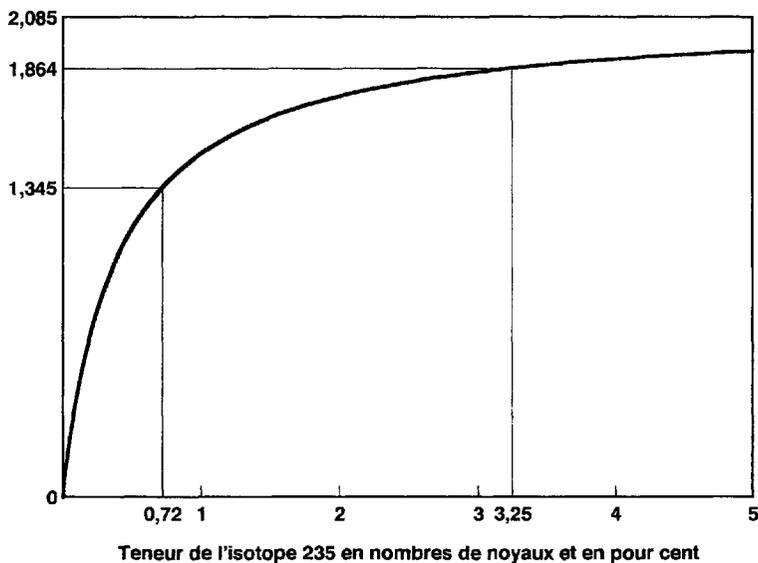


Figure 9.6. Facteur de reproduction η de l'uranium en fonction de la teneur en isotope 235 (Zoom pour les faibles teneurs ; échelles linéaires).

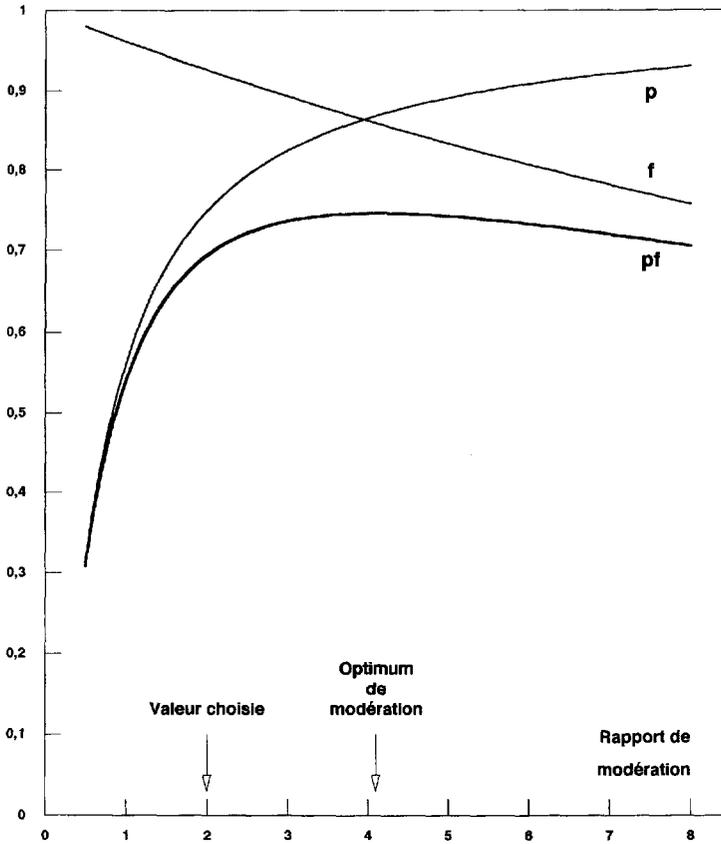


Figure 9.7. Optimum de modulation (pour l'exemple des réacteurs à eau sous pression).

du réseau faut-il adopter pour avoir le plus grand facteur de multiplication possible. Ce paramètre se traduit, sur le plan neutronique, par la recherche de l'optimum du rapport de modulation V_m/V_c .

Dans les formules élémentaires⁽¹⁾, ce paramètre intervient seulement sur les facteurs p et f .

Si le rapport de modulation croît de zéro à l'infini, le premier facteur croît de 0 à 1 (sans modérateur, aucun neutron ne peut être ralenti et, si le modérateur est infiniment vaste, tous les neutrons échappent aux trappes); le deuxième facteur, au contraire, décroît de 1 à 0 (sans modérateur, tous les neutrons sont absorbés dans le combustible et, si le modérateur est infiniment vaste, tous les neutrons s'y perdent). (Les formules analytiques confirment ces remarques qualitatives.) Le produit pf , et par conséquent k_∞ , nuls pour ces deux limites, passent forcément par un optimum (voir la figure 9.7)⁽²⁾.

1. Pour simplifier, nous ne discuterons pas les variations du facteur de fission rapide, qui sont faibles, et nous raisonnerons sur le facteur de multiplication infini, car les fuites sont faibles pour les réacteurs de puissance.

2. Si on utilise les formules élémentaires, la position de cet optimum est obtenue par une équation du second degré.

Pour les réacteurs à eau sous pression, cet optimum se situe à peu près à 4 (en rapport des volumes d'eau et d'oxyde d'uranium). On remarquera que la valeur qui a été choisie par les concepteurs de cette filière — à peu près 2 — est nettement sous-moderée, ce qui correspond à un « sacrifice » de plusieurs milliers de pcm ! Il y a deux raisons à cela : **1/** une plus grande compacité du cœur ; **2/** un coefficient de « perte » d'eau de signe correct. Cette deuxième raison, liée à la sûreté, est évidemment la raison essentielle : en cas d'échauffement, la dilatation de l'eau ou la formation de bulles réduit la masse d'eau dans le cœur, ce qui est équivalent, sous l'angle neutronique, à une réduction du rapport de modération⁽¹⁾ ; en reprenant un raisonnement fait à propos de l'effet Doppler : si le réseau est sous-moderé, cette réduction de modération conduit à une baisse du facteur de multiplication ; le réacteur devenant sous-critique, la puissance, puis la température, baissent, contrecarrant ainsi la perturbation initiale.

9.3.5 Problématique de l'utilisation du bore en solution dans le circuit primaire des réacteurs à eau sous pression

Les concepteurs des réacteurs à eau sous pression ont aussi choisi d'utiliser le bore sous forme d'acide borique B(OH)_3 en solution dans l'eau du circuit primaire pour compenser l'essentiel des variations spontanées de réactivité. (Par exemple, l'usure du combustible au cours d'un cycle d'irradiation peut induire une baisse du facteur de multiplication pouvant dépasser une dizaine de milliers de pcm : on vise donc, en début de cycle, un surcroît de réactivité de cette valeur — à compenser par un poison qu'il faudra retirer petit à petit — de façon à pouvoir « tenir » le cycle.) La répartition homogène dans le cœur de l'acide borique en fait le poison idéal au sens où il ne perturbe pas la distribution de puissance.

Ce poison a cependant un gros inconvénient : *il ajoute une composante positive, donc il dégrade le coefficient de température négatif du cœur.* La capture par le bore en solution vient s'ajouter à celle du modérateur proprement dit au numérateur de la formule de $1/f-1$ (on peut calculer qu'avec 1 000 ppm de bore dans le cœur, la section efficace $\Sigma_{a,m}$ est à peu près triplée par rapport à celle de l'eau elle-même) : l'ajout de bore vient faire baisser le facteur f , donc le facteur k_∞ , ce qui est l'objectif recherché (ordre de grandeur, avec un combustible standard : -10 pcm par ppm de bore). Mais la présence de bore vient aussi déformer la courbe du facteur f et, tout en abaissant cette courbe et celle de pf , *déplace l'optimum de modération vers la gauche*, ainsi que le montre le schéma de l'optimum de modération que nous avons repris ci-dessus (figure 9.8, page ci-contre) avec 1 000 ppm de bore. C'est parce qu'ils voulaient avoir une certaine latitude dans l'utilisation du bore en solution que les concepteurs ont choisi un rapport de modération assez bas : il y a, en effet, une *limite à la concentration admissible de bore* qui correspond à la concentration amenant l'optimum de modération au rapport de modération choisi ; il ne faut pas que cette limite soit trop contraignante.

Cette dégradation du coefficient de température tient au fait que le bore en question, en solution dans l'eau, *se dilate comme l'eau en cas d'élévation de température.* Si la

1. Les formules des facteurs p et f font intervenir le produit $(NV)_m$: ce paramètre est proportionnel à la masse du modérateur.

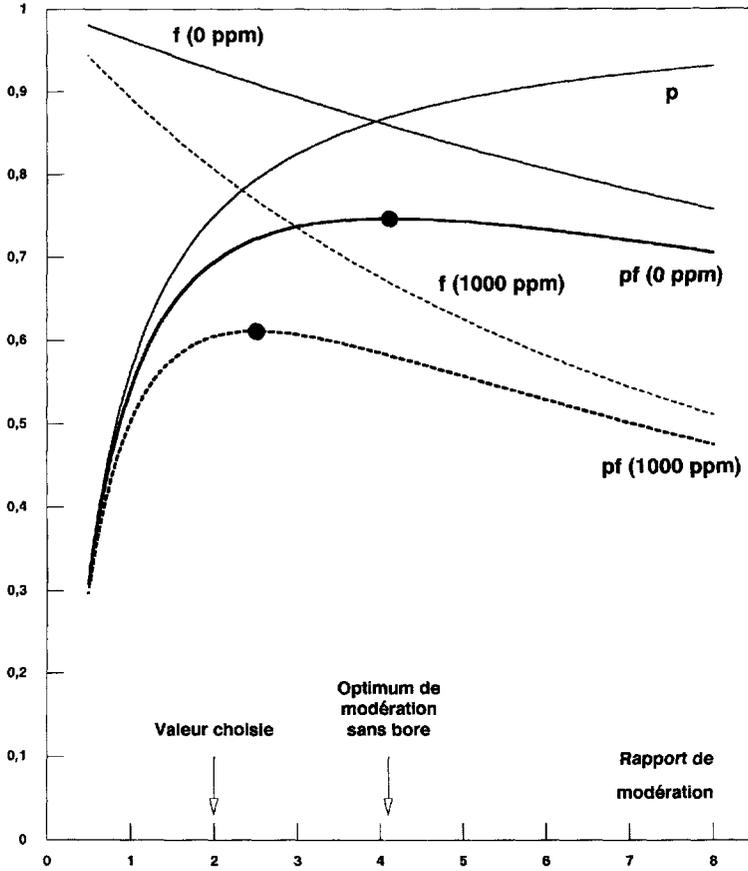


Figure 9.8. Optimum de modération : déformation des courbes avec l'ajout de bore en solution dans l'eau.

limite est trop basse par rapport aux besoins de compensation en réactivité, il faut choisir un autre poison qui ne se dilate pas (ou peu), donc un poison solide. Comme l'effet à compenser s'amenuise et disparaît avec l'évolution, il faut que ce poison disparaisse aussi : en pratique, on utilise des *poisons consommables*, conçus pour se détruire par irradiation neutronique au cours du cycle d'irradiation. Ces poisons consommables ne peuvent pas suivre la courbe exacte d'évolution du facteur de multiplication : le bore en solution reste nécessaire, mais en moindre concentration.

9.3.6 Problématique de l'utilisation du plutonium dans les réacteurs à eau sous pression

Le recyclage du plutonium dans les réacteurs à eau — problème sur lequel nous reviendrons au chapitre 18 — pose aussi des difficultés de caractère neutronique à cause de la forte absorption de ce combustible pour les neutrons lents.

Notons déjà que la substitution du MOX au combustible standard augmente cette fois non pas le numérateur mais le dénominateur de la formule de $1/f - 1$. L'effet est de déplacer vers la droite l'optimum de modération (voir la figure 9.9).

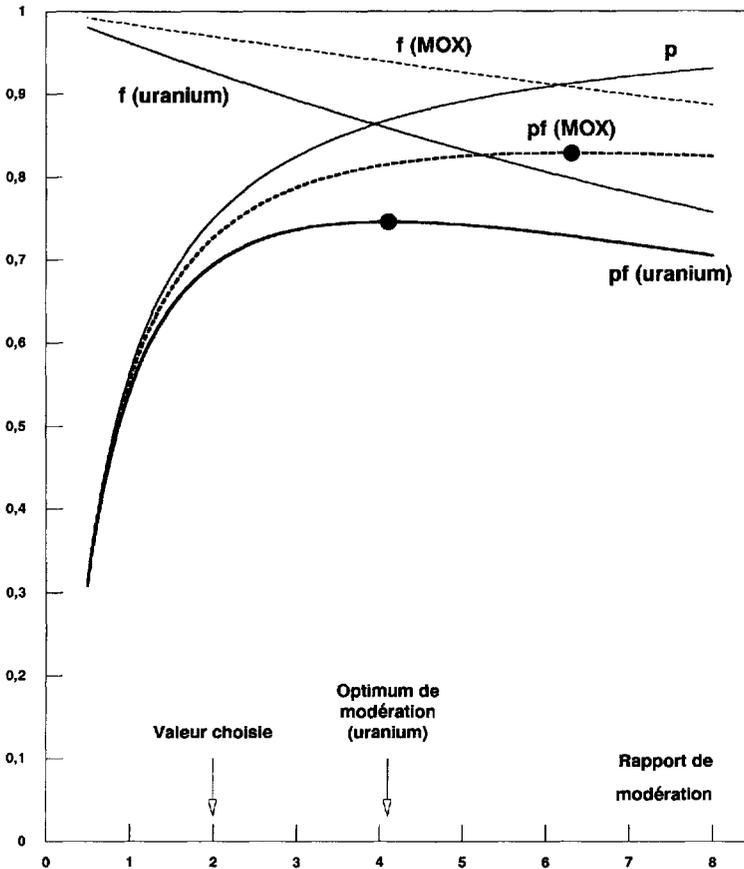


Figure 9.9. Optimum de modération : déformation des courbes avec la substitution UOX \rightarrow MOX.

Avec la valeur choisie pour le rapport de modération, le réseau comprenant du combustible MOX devient extrêmement sous-modéré. Cela se voyait aussi sur les spectres thermiques que nous avons comparés (cf. figure 9.3, page 223) où le spectre du cas MOX apparaît comme complètement « écrasé » par la grande absorption du combustible.

La conséquence directe de cette forte absorption est la forte perte d'efficacité des absorbants de commande, que ce soient les grappes ou le bore en solution, d'un facteur de l'ordre de 3. L'explication peut être donnée, au choix, de deux points de vue équivalents :

- la baisse du flux thermique (relativement au cas standard) entraîne une baisse des taux d'absorption dans les grappes ou le bore, qui capturent essentiellement dans ce domaine d'énergie ;
- l'efficacité d'un absorbant en terme de réactivité est proportionnelle au rapport de sa section efficace d'absorption à celle du milieu environnant : si cette dernière est

accrue sans que l'absorbant soit modifié, l'efficacité décroît de façon inversement proportionnelle.

La perte d'efficacité du bore n'est pas très contraignante, puisqu'on peut augmenter sa concentration⁽¹⁾. La perte d'efficacité des grappes, en revanche, a obligé les ingénieurs à limiter au tiers le nombre des assemblages à plutonium dans un cœur de réacteur à eau sous pression de façon à pouvoir assurer la sûreté en toutes circonstances. La juxtaposition alors inévitable dans un cœur d'assemblages à uranium et à plutonium crée des discontinuités neutroniques considérables aux interfaces pour les neutrons thermiques. Comme ces discontinuités auraient induit des pics de puissance inadmissibles, il a fallu les atténuer. C'est la raison pour laquelle les assemblages MOX sont « zonés » : pour « adoucir » les gradients de section efficace d'absorption dans le domaine thermique, il y a trois teneurs en plutonium, croissantes de la périphérie vers le centre de l'assemblage.

1. Avec du MOX, la marge en terme de rapport de modération, donc de concentration admissible, est accrue.

Cette page est laissée intentionnellement en blanc.

10

Théorie multigroupe

Introduction

Les problèmes qui ont occupé les trois chapitres précédents nécessitent, si on veut les traiter avec précision, un traitement numérique de la variable « énergie du neutron », E , ou d'une variable liée, la vitesse v ou la léthargie u .

La démarche choisie de façon pratiquement universelle par les neutroniciens est l'approximation qu'ils appellent « multigroupe ». Si le principe de cette approximation reste le même selon les applications, le degré de détail de cette modélisation, c'est-à-dire le nombre de groupes, est très variable : en pratique, cela peut aller de deux groupes à plusieurs dizaines de milliers de groupes.

10.1 Principe de la théorie multigroupe

Soit E_0 l'énergie maximale que peuvent avoir les neutrons. Le principe de la théorie multigroupe consiste à découper l'intervalle global d'énergie $[E_0, 0]$ en sous-intervalles numérotés de 1 à N en y plaçant les bornes $E_1, E_2, \dots, E_{N-1}, E_N = 0$, en pratique numérotées par énergies décroissantes : le groupe de neutrons numéro g est constitué par l'ensemble de neutrons dont l'énergie se trouve dans l'intervalle numéro g , c'est-à-dire l'intervalle $[E_{g-1}, E_g]$.

Dans chacun des groupes d'énergie, le transport des neutrons est traité comme s'ils étaient monocinétiques.

Les équations propres à chacun des groupes sont couplées car, aux vraies sources émettant dans le groupe considéré, s'ajoutent les taux de transferts dans ce groupe depuis les autres groupes ; et aux vraies absorptions dans ce groupe s'ajoutent les transferts vers les autres groupes.

10.2 Mise en œuvre de la théorie multigroupe

Bien entendu, il est possible, mais non obligatoire, d'approximer, en outre, l'opérateur de transport, par exemple, en le remplaçant par l'opérateur de diffusion. En abrégant, on parlera respectivement de *transport multigroupe* et de *diffusion multigroupe*. De même, le traitement multigroupe d'une situation de réacteur peut s'accompagner, ou non, d'un certain nombre d'homogénéisations.

Dans tous les cas se posera le problème de définir et de calculer les sections efficaces, dans chaque groupe et pour chaque réaction, et les probabilités de transfert d'un groupe à l'autre. Nous examinerons ici ce problème en supposant qu'aucune autre approximation n'est introduite par ailleurs (les problèmes d'homogénéisation et de l'utilisation de l'approximation de la diffusion seront évoqués au chapitre 17). Nous nous placerons, pour simplifier, dans le cas stationnaire, mais introduire le temps ne changerait pas la discussion ; de même la variable $\vec{\Omega}$ est sous-entendue ci-dessous.

Le premier point à préciser est la définition des *flux multigroupes* : comme il est naturel en vertu du principe même de la méthode, le flux $\Phi_g(\vec{r})$ du groupe g au point \vec{r} doit être défini comme l'intégrale sur le groupe g du flux vrai $\Phi(\vec{r}, E)$, c'est-à-dire :

$$\Phi_g(\vec{r}) = \int_{E_{g-1}}^{E_g} \Phi(\vec{r}, E) dE.$$

Le principe de la conservation des taux de réaction conduit alors à définir les sections efficaces multigroupes comme les moyennes, en chaque point, des sections efficaces réelles pondérées par le flux réel :

$$\sigma_g(\vec{r}) = \frac{\int_{E_{g-1}}^{E_g} \sigma(E) \Phi(\vec{r}, E) dE}{\int_{E_{g-1}}^{E_g} \Phi(\vec{r}, E) dE}.$$

On démontre qu'en calculant les flux avec ces sections efficaces, on obtiendrait les flux multigroupes exacts⁽¹⁾. Outre le fait que ces sections efficaces multigroupes devraient dépendre de \vec{r} , même dans un milieu homogène, et aussi éventuellement de t et de $\vec{\Omega}$ — ce qui n'est guère pratique pour faire des calculs ! — la difficulté est que, par définition, on ne peut pas les obtenir puisque pour les calculer, il faudrait connaître le flux exact en espace et en énergie, c'est-à-dire avoir résolu complètement le problème !

On remplace donc, pour faire la pondération permettant d'obtenir les sections efficaces multigroupes, le flux exact inconnu par un flux de pondération $\varphi_g(E)$ choisi *a priori* et qui « ressemble » le mieux possible au flux exact :

$$\sigma_g = \frac{\int_{E_{g-1}}^{E_g} \sigma(E) \varphi_g(E) dE}{\int_{E_{g-1}}^{E_g} \varphi_g(E) dE}.$$

1. Les équations multigroupes seraient tout simplement les intégrales sur chacun des groupes de l'équation exacte.

C'est à ce niveau, et à ce niveau seulement, que réside l'approximation multigroupe. Il est évident que cette approximation est d'autant meilleure que le découpage est fin, car la sensibilité des sections efficaces multigroupes au choix de la fonction de pondération est d'autant plus faible que les groupes sont étroits.

Le choix des spectres de pondération dépend du type de problème ; par exemple :

- pour constituer une « bibliothèque » relativement fine destinée aux calculs de cellule ou d'assemblage, un spectre choisi une fois pour toutes est adopté (par exemple, pour APOLLO, on prend respectivement un spectre de fission, un flux constant en léthargie et un spectre de Maxwell pour les domaines rapide, épithermique et thermique)⁽¹⁾ ;
- pour constituer une « bibliothèque » moins détaillée en énergie destinée aux calculs de cœur, on utilise le spectre local (pour chaque type de cellule ou d'assemblage) obtenu à l'étape précédente⁽²⁾.

Remarque : Le critère du respect des taux de réaction conduit à définir les matrices de transfert approximant les probabilités de transfert par la formule :

$$\sigma_{h \rightarrow g} = \sigma_h P_{h \rightarrow g} = \frac{\int_{E_{h-1}}^{E_h} \sigma_s(E') \varphi_h(E') dE' \int_{E_{g-1}}^{E_g} P(E' \rightarrow E) dE}{\int_{E_{h-1}}^{E_h} \varphi_h(E') dE'}$$

10.3 Exemples de découpages multigroupes

Sur la figure 10.1, page suivante, on pourra comparer quelques découpages multigroupes utilisés dans les calculs de neutronique et présentés selon la variable léthargie.

- Le découpage dit « universel » est le découpage minimal nécessaire pour faire des calculs précis sans modélisation de l'autoprotection (il s'avère cependant insuffisamment détaillé dans la partie à haute énergie des résonances de l'uranium 238) : il donne une idée de la finesse qu'il faudrait introduire pour décrire les sections efficaces.
- Les quatre découpages suivants sont utilisés par les codes APOLLO et WIMS (équivalent britannique d'APOLLO) ; le découpage à 37 groupes avait été condensé à partir du découpage à 99 groupes en utilisant un spectre REP caractéristique et n'est plus guère utilisé aujourd'hui ; le découpage à 172 groupes a été construit pour, d'une part, détailler certaines résonances (par exemple, celle du plutonium 242 vers 2,5 eV) et, d'autre part, être compatible avec les découpages précédents à 99 et 69 groupes : c'est ce qui explique certaines irrégularités dans le choix des bornes de groupes.
- Le découpage RNR est couramment utilisé pour les calculs de cœur de réacteurs à neutrons rapides (un découpage à 6 groupes est également utilisé).

1. Pour ce type de calculs, le découpage est fait avec un nombre de groupes de l'ordre de la centaine. Cela est beaucoup trop peu pour décrire les résonances des noyaux lourds : c'est la raison pour laquelle une procédure spéciale d'« autoprotection » des résonances doit, en outre, être mise en œuvre (cf. ch. 15).

2. Outre cette « condensation en énergie », c'est-à-dire le passage d'une structure multigroupe détaillée à une structure plus grossière par regroupement des « microgroupes » en « macrogroupes », on effectue aussi souvent des homogénéisations, c'est-à-dire des moyennes non pas en énergie mais en espace.

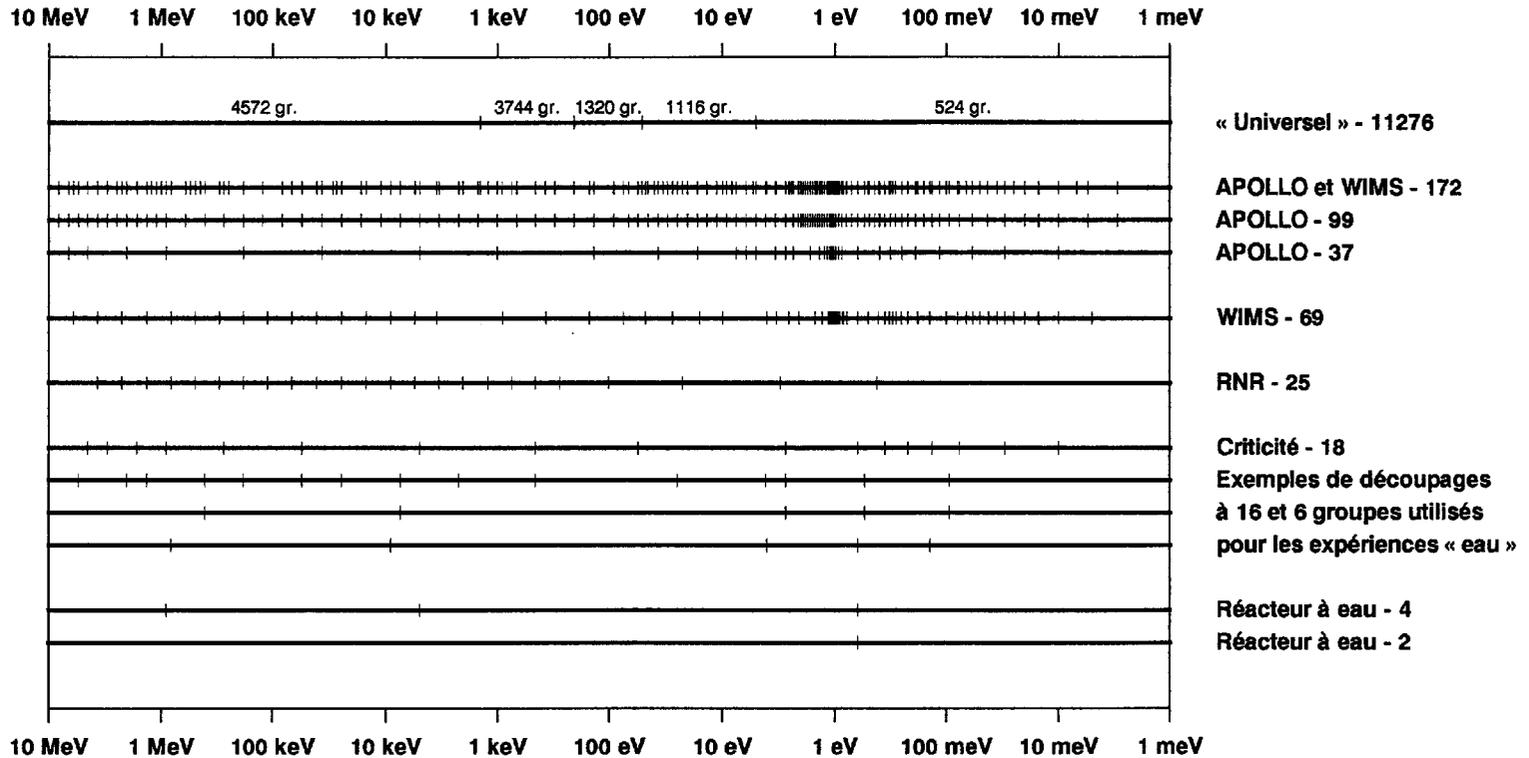


Figure 10.1 Comparaison de quelques découpages multigroupes.

- Les quatre découpages suivants ont été choisis par les physiciens chargés d’interpréter les expériences de criticité et de neutronique des réseaux à eau.
- Les deux derniers, enfin, sont ceux qui sont généralement adoptés pour les calculs des cœurs de réacteurs à eau : pour les petits cœurs (fuites importantes), on adopte trois groupes dans le domaine des neutrons rapides et épithermiques⁽¹⁾ et un groupe thermique ; pour les réacteurs de puissance, Électricité de France se limite généralement à des calculs à deux groupes seulement.

10.4 Théorie diffusion-multigroupe

À titre d’exemple, explicitons les équations multigroupes en régime stationnaire et en approximation de la diffusion dans chacun des groupes (variable \vec{r} sous-entendue) :

$$D_g \Delta \Phi_g - \Sigma_{a,g} \Phi_g - \sum_h \Sigma_{g \rightarrow h} \Phi_g + \sum_h \Sigma_{h \rightarrow g} \Phi_h + \chi_g \sum_h \nu \Sigma_{f,h} \Phi_h = 0,$$

$$(g = 1, 2, \dots, N)$$

- Le premier terme explicite les fuites ;
- le second, les vraies absorptions ;
- le troisième, les disparitions du groupe par transfert vers un autre groupe ;
- le quatrième, les apports par transferts depuis un autre groupe ;
- le dernier, enfin, les apports par fission (χ_g est la proportion des neutrons émis par fission dans le groupe g , c’est-à-dire l’intégrale du spectre de fission sur ce groupe).

Remarquer que les transferts du groupe dans lui-même s’éliminent entre le troisième et le quatrième termes.

Dans le domaine du ralentissement, les transferts n’ont lieu que vers les groupes de numéro supérieur ; s’il n’y a qu’un seul groupe pour décrire les neutrons thermiques, il n’y pas de terme de « remontée » (*up-scattering*) par diffusion, ce qui simplifie le traitement du système.

Il est important de remarquer qu’on ne gagne pas forcément à accroître le nombre de groupes dans le domaine du ralentissement : certes, un plus grand nombre de groupes améliore l’approximation multigroupe ; mais cela rend aussi plus douteuse l’approximation de la diffusion. Nous avons vu, en effet (cf. p. 138), que cette approximation est d’autant meilleure que l’absorption est faible. Or, plus le nombre de groupes épithermiques est élevé, plus sont étroits ces groupes et plus est grande la probabilité d’en sortir par diffusion, c’est-à-dire plus est grande cette « pseudo-absorption ».

Pour fixer les ordres de grandeur disons que, si Δu est la largeur du groupe en léthargie et si ξ est le gain moyen de léthargie par diffusion, un neutron (s’il n’est pas absorbé) subira $n = \Delta u / \xi$ diffusions avant d’être transféré vers le groupe suivant ; le rapport entre la section efficace de « pseudo-absorption » et la section efficace totale (en négligeant la vraie absorption) est donc de l’ordre de $1/n = \xi / \Delta u$. S’il y a trop de groupes, la largeur de

1. Pour les réacteurs à eau, la plus grosse partie des fuites est observée dans les deux premiers de ces groupes.

chacun est faible et ce rapport est grand. (*N.B.* : les valeurs de n pour quelques nucléides courants et un seul groupe épithermique sont données au tableau 7.1, page 176)

En revanche, si les calculs sont faits en théorie du transport, le plus grand nombre de groupes possible est souhaitable car il n'y a aucune restriction sur la valeur de l'absorption.

10.5 Calcul en théorie à deux groupes d'une pile cylindrique réfléchi

À titre d'exemple d'application de la théorie diffusion-multigroupe, prenons le cas le plus simple, à deux groupes, l'un pour les neutrons rapides et épithermiques et l'autre pour les neutrons thermiques :

$$\begin{aligned} D_1 \Delta \Phi_1 - \Sigma_1 \Phi_1 + \nu \Sigma_{f1} \Phi_1 + \nu \Sigma_{f2} \Phi_2 &= 0, \\ D_2 \Delta \Phi_2 - \Sigma_2 \Phi_2 + \Sigma_r \Phi_1 &= 0. \end{aligned}$$

Pour simplifier l'écriture, nous avons posé :

- $\Sigma_r = \Sigma_{1 \rightarrow 2}$: unique section de transfert (*removal*) ;
- $\Sigma_1 = \Sigma_{a,1} + \Sigma_r$: section efficace de disparition du premier groupe ;
- $\Sigma_2 = \Sigma_{a,2}$: section efficace de disparition du deuxième groupe.

On remarquera que tous les neutrons émis par fission apparaissent dans le premier groupe.

Si nous prenons en compte les fissions du groupe 1 par un facteur ϵ , c'est-à-dire $\nu \Sigma_{f1} \Phi_1 + \nu \Sigma_{f2} \Phi_2 = \epsilon \nu \Sigma_{f2} \Phi_2$, et si nous remarquons que le rapport Σ_r / Σ_1 peut être interprété comme le facteur antitrappe ρ et le rapport $\nu \Sigma_{f2} / \Sigma_2$ comme le produit $f\eta$, nous pouvons ré-écrire ces équations sous la forme :

$$\begin{aligned} D_1 \Delta \Phi_1 - \Sigma_1 \Phi_1 + \frac{k_\infty}{\rho} \Sigma_2 \Phi_2 &= 0, \\ D_2 \Delta \Phi_2 - \Sigma_2 \Phi_2 + \rho \Sigma_1 \Phi_1 &= 0, \end{aligned}$$

en introduisant le produit k_∞ des quatre facteurs.

Pour, en outre, présenter un peu plus en détail les fonctions de Bessel, nous examinerons la résolution de ces équations sur l'exemple d'un réacteur cylindrique réfléchi, de hauteur infinie : cœur homogène entre les rayons 0 et a ; réflecteur homogène entre les rayons a et b (distance d'extrapolation négligée). Le lecteur pourra, sans difficulté supplémentaire, faire la transposition à d'autres géométries décrites par une seule variable d'espace.

Pour de telles géométries, les équations de la diffusion se réduisent à des équations différentielles du second ordre. Ici, avec deux groupes, la solution générale du système est la combinaison linéaire de $2 \times 2 = 4$ solutions particulières. Pour ces dernières, on peut rechercher des flux proportionnels à une même fonction propre du laplacien, disons :

$$\Phi_2(\vec{r}) = s \Phi_1(\vec{r}),$$

avec :

$$\Delta \Phi_1(\vec{r}) + \lambda \Phi_1(\vec{r}) = 0.$$

En reportant dans le système des équations à deux groupes, on trouve, d'une part, l'équation que doit vérifier la *valeur propre* λ :

$$(1 + L_1^2 \lambda)(1 + L_2^2 \lambda) = k_\infty,$$

(où l'on a posé $L_i^2 = D_i/\Sigma_i$) et, d'autre part, l'expression du *coefficient de couplage* s :

$$s = \frac{D_1 \lambda + \Sigma_1}{k_\infty \Sigma_2 / \rho} = \frac{\rho \Sigma_1}{D_2 \lambda + \Sigma_2}.$$

L'équation aux valeurs propres a toujours deux racines réelles :

- si k_∞ est supérieur à 1, une racine positive que nous noterons μ^2 et une racine négative que nous noterons $-v^2$;
- si k_∞ est inférieur à 1 (et, en particulier, s'il est nul), deux racines négatives que nous noterons $-\mu^2$ et $-v^2$.

Après avoir calculé ces racines, on en déduit les coefficients de couplage.

Pour chaque valeur propre, l'équation (ici différentielle) :

$$\Delta \Phi_1(\vec{r}) + \lambda \Phi_1(\vec{r}) = 0,$$

a deux solutions linéairement indépendantes. Avec les deux valeurs propres, cela donne bien les quatre solutions particulières recherchées.

Solution des équations dans le cœur

Si le cœur a de grandes dimensions, donc si k_∞ est peu supérieur à 1, les calculs au premier ordre donnent, en posant $M^2 = L_1^2 + L_2^2$:

$$\begin{aligned} \mu^2 &\simeq \frac{k_\infty - 1}{M^2}, & s_\mu &\simeq \rho \frac{\Sigma_1}{\Sigma_2}, \\ v^2 &\simeq \frac{M^2}{L_1^2 L_2^2}, & s_v &\simeq -\rho \frac{D_1}{D_2}. \end{aligned}$$

Examinons maintenant le problème en espace, pour la géométrie cylindrique du réacteur :

- pour $\lambda = +\mu^2$, la solution générale de l'équation aux valeurs-fonctions propres est la combinaison linéaire des deux fonctions de Bessel de première espèce d'ordre zéro :

$$\Phi_1(\rho) = A J_0(\mu \rho) + A' Y_0(\mu \rho).$$

Comme la fonction Y_0 est singulière à l'origine, il faut, ici, prendre A' nul pour que le flux reste régulier sur l'axe du réacteur ;

- pour $\lambda = -v^2$, la solution générale de l'équation aux valeurs-fonctions propres est la combinaison linéaire des deux fonctions de Bessel de seconde espèce d'ordre zéro :

$$\Phi_1(\rho) = B I_0(v \rho) + B' K_0(v \rho).$$

Comme la fonction K_0 est singulière à l'origine, il faut, ici, prendre B' nul pour que le flux reste régulier sur l'axe du réacteur.

La solution générale des équations à deux groupes dans le cœur, respectant la régularité à l'origine, sont finalement :

$$\begin{aligned} \Phi_1(\rho) &= A J_0(\mu \rho) + B I_0(v \rho), \\ \Phi_2(\rho) &= A s_\mu J_0(\mu \rho) + B s_v I_0(v \rho). \end{aligned}$$

Solution des équations dans le réflecteur

Pour le réflecteur, où k_∞ est nul, on trouve (indice « réflecteur » sous-entendu) :

$$\mu^2 = \frac{1}{L_1^2}, \quad s_\mu = \frac{\Sigma_1}{\Sigma_2} \frac{L_1^2}{L_1^2 - L_2^2},$$

$$v^2 = \frac{1}{L_2^2}, \quad s_v = \infty.$$

(Comme s_v est infini, il ne faut placer la fonction correspondante que dans le deuxième groupe.)

En ce qui concerne maintenant le problème en espace, pour la géométrie cylindrique du réflecteur :

- pour $\lambda = -\mu^2$, la solution générale de l'équation aux valeurs-fonctions propres est la combinaison linéaire des deux fonctions de Bessel de deuxième espèce d'ordre zéro :

$$\Phi_1(\rho) = C I_0(\mu\rho) + C' K_0(\mu\rho).$$

Comme l'axe ne fait pas partie du réflecteur, il faut garder les deux fonctions ; mais il faut que la combinaison soit nulle en $\rho = b$: cela donne C' en fonction de C :

$$C' = -C I_0(\mu b) / K_0(\mu b) ;$$

- pour $\lambda = -v^2$, les calculs sont similaires en remplaçant μ par v , C par D et C' par D' .
Finalement :

$$\Phi_1(\rho) = C I_0(\mu\rho) + C' K_0(\mu\rho),$$

$$\Phi_2(\rho) = s_\mu [C I_0(\mu\rho) + C' K_0(\mu\rho)] + D I_0(v\rho) + D' K_0(v\rho),$$

(expressions où il faut remplacer C' et D' par leurs expressions).

Condition critique

Reste à expliciter les conditions d'interface en $\rho = a$: il y a quatre équations à écrire, la continuité des deux flux et celle des deux courants. Quand on les explicite, on obtient un système algébrique homogène de quatre équations pour les quatre inconnues A , B , C et D .

La compatibilité — le déterminant du système doit être nul — donne la condition critique. Il est clair qu'il est quelque peu fastidieux de l'expliciter !

Pour l'expression des flux, il reste un facteur multiplicatif arbitraire comme pour tout problème critique, par exemple, la constante principale A .

Disons, pour conclure, que la théorie à deux groupes donne, par rapport à la théorie à un groupe, un degré de liberté supplémentaire permettant de décrire les *transitoires d'interface* (ce sont, pour le cœur, les fonctions avec l'argument v qui décroissent très rapidement quand on s'éloigne de l'interface). C'est pour cette raison qu'il faut utiliser au moins deux groupes en pratique, puisqu'il y a toujours des interfaces dans les réacteurs réels.

11

Empoisonnement par les produits de fission

Introduction

Comme nous l'avons vu au chapitre 2 (cf. p. 94 et suivantes), la fission des noyaux lourds peut former une très grande variété de *fragments de fission*, avec des *rendements* (probabilité d'obtention pour une fission) eux-mêmes extrêmement divers.

La fission est le plus souvent dissymétrique, ce qui fait que les fragments peuvent être répartis en fragments lourds et fragments légers (mais il n'y a pas de frontière franche entre les deux catégories).

Du fait de la courbure globale de la vallée de stabilité des noyaux, presque tous les nucléides obtenus par fission sont représentés par des points situés *au-dessus* de la vallée de la stabilité (si l'on place le nombre Z de protons en abscisse et le nombre N de neutrons en ordonnée) : de nombreuses décroissances bêta-moins vont donc être observées pour ces nucléides, en moyenne environ *quatre* décroissances avant l'obtention d'un noyau stable. Elles sont caractérisées par des périodes variables allant d'une fraction de seconde à des millions d'années. Cependant, presque toutes ces décroissances sont plus courtes que celle du césium 137, l'un des produits de fission les plus abondants, de période 30 ans⁽¹⁾. Comme c'est très souvent le cas des décroissances bêta, de nombreuses émissions gamma accompagnent cette radioactivité bêta.

Tous ces produits restent, sauf incident, confinés au sein du combustible nucléaire : le parcours des fragments de fission ne dépasse pas la dizaine de microns et, par conséquent, ils ne peuvent pas traverser la gaine. Les produits volatils et les gaz rares peuvent cependant migrer au sein du combustible en restant à l'intérieur de la gaine et, notamment, s'accumuler dans les *chambres d'expansion* prévues pour les recevoir, au haut des gaines, au-delà de la colonne de combustible.

Soumis, comme le combustible, à un flux intense, ces noyaux sont susceptibles de capturer des neutrons : cela a comme conséquence, d'une part, de dégrader la réactivité (cette

1. C'est parce qu'on prend 10 périodes (réduction de la concentration d'un facteur mille environ) et qu'on admet que cette période de 30 ans est « enveloppe », que l'on dit qu'après trois siècles la radiotoxicité de ces produits sera devenue négligeable.

antiréactivité due à la présence de produits de fission est appelée « empoisonnement », d'autre part, de changer les concentrations (création d'un isotope d'un rang supérieur).

On convient, en général de réserver le terme de *fragments de fission* aux seuls nucléides directement issus des fissions et d'appeler *produits de fission* l'ensemble des nucléides obtenus dans les réacteurs à la suite des fissions, soit directement, soit à la suite des décroissances radioactives, soit à la suite des captures ; bien entendu, il peut arriver qu'un même nucléide puisse être obtenu par plus d'une de ces voies.

On recense environ *huit cents produits de fission*⁽¹⁾ : c'est dire que le problème de l'empoisonnement neutronique par les produits de fission est un problème complexe, qu'il faudra souvent simplifier.

Ce chapitre sera présenté en trois parties : la première sera consacrée aux produits de fission en général ; les deux suivantes détailleront les phénomènes associés à deux produits de fission particulièrement importants dans les *réacteurs à neutrons thermiques* — parce que caractérisés par de gigantesques sections efficaces dans ce domaine d'énergie —, le xénon 135 et le samarium 149.

11.1 Généralités sur les produits de fission

11.1.1 Équations régissant les produits de fission

Si l'on veut distinguer I produits de fission (à la limite, environ 800), il faut introduire, comme fonctions inconnues du temps, les I concentrations N_i (i allant de 1 à I), c'est-à-dire les nombres d'atomes par unité de volume. On raisonne souvent, pour simplifier, en moyenne sur tout le volume du *combustible* ; en toute rigueur, ces concentrations doivent être considérées en tout point \vec{r} du combustible : si tel est le cas, \vec{r} joue un rôle de paramètre dans les équations et nous le sous-entendrons systématiquement ci-dessous.

L'équation régissant la variation temporelle de N_i peut faire intervenir, au maximum, *cinq termes* ; en pratique, beaucoup d'entre eux sont nuls ou négligeables, ce qui simplifie le système différentiel global :

$$\frac{dN_i}{dt} = +\gamma_i \Sigma_f \Phi - \lambda_i N_i - \sigma_i N_i \Phi + \lambda_j N_j + \sigma_k N_k \Phi,$$

- le premier terme du second membre représente la production directe par fission : $\Sigma_f \Phi$ est le nombre de fissions par unités de volume et de temps ; γ_i est la probabilité⁽²⁾ d'obtention (rendement) de ce produit i : comme il y a, en général, plusieurs noyaux fissiles, il faut prendre la valeur moyenne en pondérant par les taux de fission ;
- le deuxième terme représente la disparition de ce nucléide i par radioactivité ; λ est la constante de décroissance radioactive ;

1. Toutes les propriétés nucléaires nécessaires aux calculs (rendements par fission pour les divers noyaux fissiles, détail des décroissances radioactives...) sont rassemblées, pour les spécialistes, dans des bases de données spécifiques.

2. Noter cependant que la somme des γ_i est égale à 2 puisque chaque fission donne deux fragments.

- le troisième terme représente la disparition de ce nucléide i par capture neutronique ; σ est la section efficace microscopique de capture ;
- le quatrième terme représente la production du nucléide i par décroissance radioactive d'un autre nucléide, disons j ;
- le cinquième terme représente la production du nucléide i par capture neutronique par un autre nucléide, disons k .

Remarque : Flux et sections efficaces sont les grandeurs « un groupe » : flux intégré sur toutes les énergies ; sections efficaces moyennées sur toutes les énergies par le flux.

Lorsque les coefficients des termes de disparition sont grands, la concentration tend assez vite vers une asymptote. Lorsque, au contraire, ils sont faibles, la concentration croît de façon continue et à peu près linéaire au cours du temps d'irradiation. Et, évidemment, tous les cas intermédiaires peuvent se rencontrer. Ainsi, dans les réacteurs à eau, par exemple, où le combustible est irradié quelques années, l'effet en réactivité de la capture par les produits de fission fait baisser, dès quelques jours, le facteur de multiplication de quelques milliers de pcm ; l'effet d'empoisonnement⁽¹⁾ continue ensuite à croître, mais lentement : en fin d'irradiation, il peut atteindre quinze à vingt mille pcm. Comme, en moyenne, les sections efficaces des produits de fission sont plus faibles dans le domaine rapide que dans le domaine thermique⁽²⁾, les effets d'empoisonnement par les produits de fission sont plus modestes — d'un facteur 10 environ — dans les réacteurs à neutrons rapides que dans les réacteurs à neutrons thermiques.

11.1.2 Pseudo-produits de fission

Avec les puissants moyens informatiques dont disposent maintenant les ingénieurs, il serait possible de résoudre totalement le système complet des équations des produits de fission. Cela alourdirait cependant passablement les calculs de réacteurs et, surtout, serait une perte de temps stérile dans l'utilisation des machines compte tenu des précisions requises par les ingénieurs. En effet, la majorité des produits de fission ne présentent pas de capture notable et ne nécessitent donc pas un calcul précis de concentration. Pour repérer les nucléides importants, le plus simple est de classer les produits de fission en fonction de leur section efficace macroscopique à un groupe, c'est-à-dire, à un facteur près, la contribution à l'effet en réactivité. Le détail dépend évidemment du réacteur (les rendements moyens dépendent de la répartition des fissions selon les noyaux fissiles, les sections efficaces à un groupe dépendent du spectre...) et de la durée d'irradiation (comme nous l'avons dit, les concentrations n'évoluent pas proportionnellement) ; cependant, pour une filière donnée, le classement dépend peu de ce détail. Voici, à titre indicatif, un diagramme présentant ce classement effectué à partir de calculs faits en traitant toutes les équations et concernant un réacteur à eau sous pression (figure 11.1, page suivante) ; on a pris les résultats à 35 000 MWj/t⁽³⁾, c'est-à-dire en fin d'irradiation d'un combustible

1. Voir p. 247 la définition précise de l'empoisonnement.

2. En particulier, le fort empoisonnement par les produits de fission présentant une résonance dans le domaine thermique — tels le xénon 135 ou le samarium 149 — n'existe pas dans les réacteurs à neutrons rapides.

3. Cette unité sera définie au chapitre suivant.

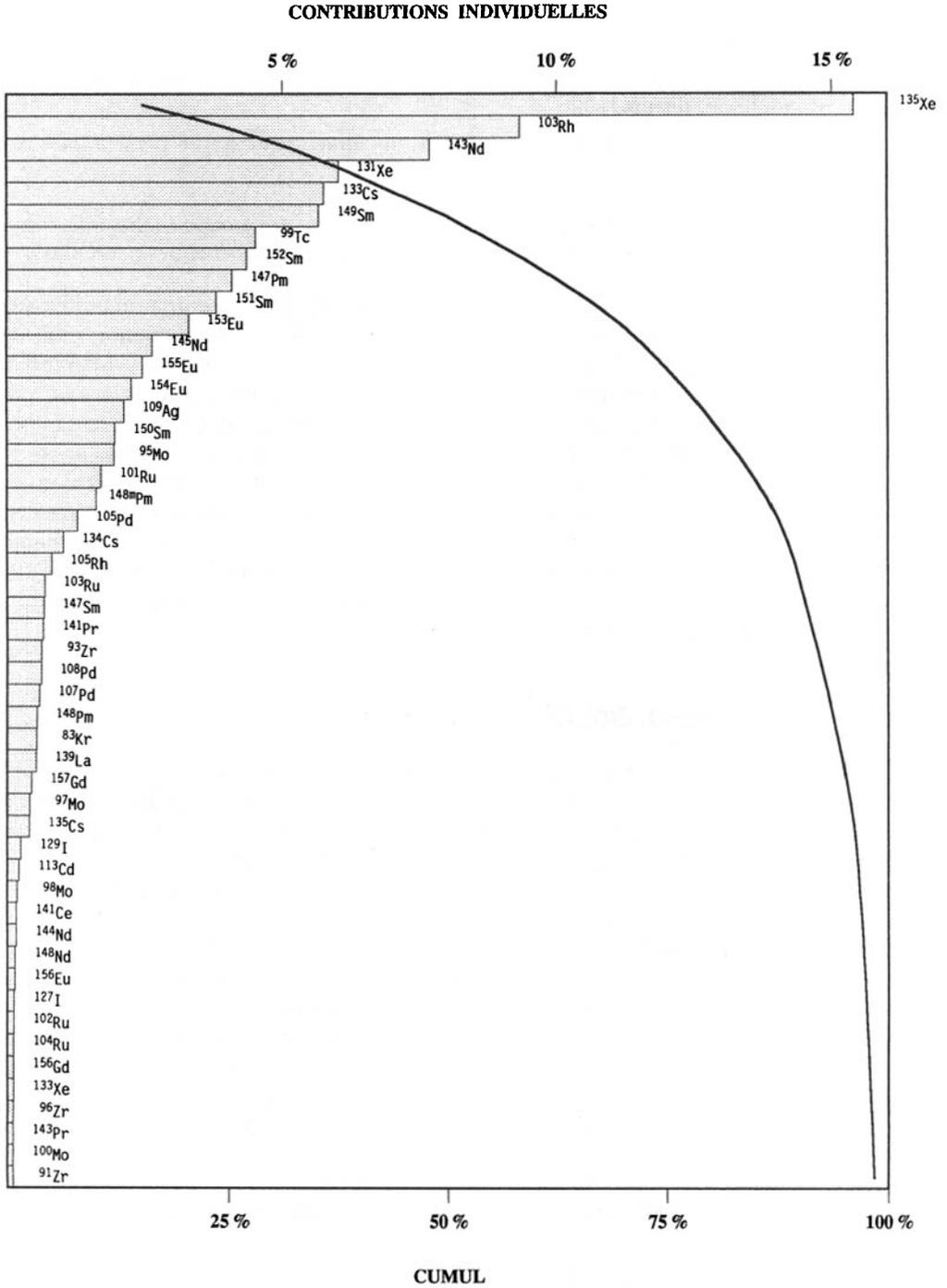


Figure 11.1. Classement, par ordre décroissant, des empoisonnements des cinquante produits de fission principaux (réacteur à eau sous pression).

standard. L'histogramme en « bâtons » donne les contributions individuelles, par ordre décroissant, des 50 premiers produits et la courbe donne le cumul de ces contributions jusqu'au nucléide considéré.

On voit, par exemple, que les douze premiers produits de fission font à eux seuls les trois quarts de l'empoisonnement et les vingt-cinq premiers 90 % du total.

C'est la raison pour laquelle on ne traitera pas, en pratique, plus de quelques dizaines de produits de fission : les premiers de ce classement, plus, si nécessaire, ceux qui interviennent dans leurs chaînes et ceux qui, tels le néodyme 148, sont souvent utilisés dans les mesures pour caractériser l'irradiation d'un combustible.

Les autres produits, ceux qui ne seront pas traités en détail, ne peuvent cependant pas être totalement négligés : on les regroupe en ce qu'on appelle un « *pseudo-produit de fission* ». Celui-ci est construit une fois pour toutes à partir de calculs de référence tel celui qui a été fait pour construire ce diagramme : on lui affecte les *propriétés moyennes* de tous les produits de fission auxquels il se substitue.

Remarque : Comme les rendements dépendent du noyau fissionné, il faut, en réalité, bâtir puis traiter un pseudo-produit de fission pour chacun des noyaux fissiles principaux (uranium 233, 235 et 238, plutonium 239 et 241, etc.).

11.1.3 Notion d'empoisonnement

Nous avons déjà utilisé ce terme à plusieurs reprises : précisons sa définition dans le contexte de la « formule des quatre facteurs » pour les réacteurs à neutrons thermiques. Si nous remarquons :

- a/ que les produits de fission apparaissent et restent au sein du combustible ;
- b/ que leur capture, si elle est à prendre en compte, intervient essentiellement au niveau thermique⁽¹⁾,

nous voyons que les produits de fission vont affecter légèrement le facteur d'utilisation thermique (par l'intermédiaire de $\Sigma_{a,c}$ et aussi un peu du facteur de désavantage)⁽²⁾ et essentiellement, car directement par cette même section efficace⁽³⁾ $\Sigma_{a,c}$, le facteur de reproduction η .

Par convention, l'« empoisonnement » est défini comme *l'effet sur η seulement, exprimé au premier ordre et en valeur absolue*. Nous le noterons π :

$$\pi = \left| \frac{\Delta \eta}{\eta} \right| = \frac{\Delta \Sigma_{a,c}}{\Sigma_{a,c}} = \frac{\Sigma_{a,PF}}{\Sigma_{a,c}}$$

1. Dans l'esprit des quatre facteurs tels que Fermi les définissait, on admet que toutes les absorptions sont « thermiques » hormis les fissions rapides et les captures résonnantes par l'uranium 238 ; autrement dit, les quelques absorptions épithermiques par les autres matériaux sont comptabilisées avec les facteurs d'utilisation thermique et de reproduction (cf. p. 226 et 226). Pour les réacteurs à eau, dans lesquels la composante épithermique du spectre est importante, cette convention est discutable !

2. Cette augmentation de l'absorption des neutrons thermiques réduit légèrement l'aire de diffusion et donc les fuites de neutrons thermiques, mais cela peut être négligé.

3. Le lecteur est invité à calculer, pour les comparer, les dérivées logarithmiques de ces deux facteurs par rapport à cette section efficace.

Bien entendu, dans cette expression approximative de l'effet en réactivité (au signe près), on peut distinguer les contributions individuelles de chacun des produits de fission, ce qui est simple puisque la formule adoptée est additive :

$$\pi_i = \frac{\Sigma_{a,i}}{\Sigma_{a,c}} = \frac{N_i \sigma_{a,i}}{\Sigma_{a,c}}$$

11.2 L'effet xénon

Le xénon 135, nucléide artificiel car radioactif, est le noyau présentant, pour les neutrons thermiques, la plus grande section efficace connue ! (environ trois millions de barns ; voir la figure 2.13, page 77). Comme, de plus, il est produit assez abondamment dans les réacteurs, il est le premier contributeur à l'empoisonnement dans les réacteurs de puissance à neutrons thermiques.

11.2.1 Chaîne du xénon 135

La figure 11.2 précise les deux modes de production de ce nucléide.

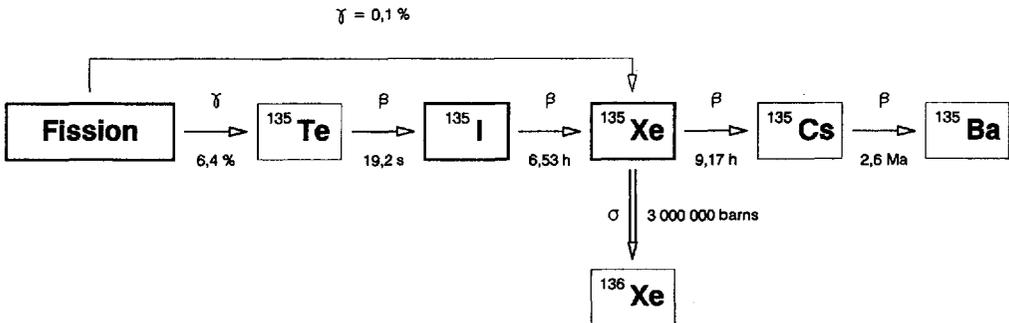


Figure 11.2. Chaîne des réactions produisant et détruisant le xénon 135 (les valeurs des rendements sont relatives aux fissions de l'uranium 235 induites par neutrons lents ; les durées indiquées sont les périodes radioactives).

La production directe par fission existe mais est peu importante (rendement γ_X de 0,1 %). La voie principale passe par l'iode 135.

11.2.2 Équations simplifiées de la chaîne du xénon 135

Comme la durée de vie du tellure 135 est infime, on peut admettre que la fission donne directement l'iode 135 avec le rendement γ_I de 6,4 %.

Les nucléides situés au-delà du xénon n'ont pas à être traités si c'est le xénon qui nous intéresse. Dans ces conditions, en les notant, pour simplifier, I et X , les concentrations

de l'iode 135 et du xénon 135 sont régies par les équations suivantes (application des équations générales à ce cas particulier) :

$$\frac{dI}{dt} = \gamma_I \Sigma_f \Phi - \lambda_I I,$$

$$\frac{dX}{dt} = \gamma_X \Sigma_f \Phi + \lambda_I I - (\lambda_X + \sigma_X \Phi) X.$$

11.2.3 Démarrage, équilibre et arrêt du réacteur

Si le flux est maintenu constant, ces équations s'intègrent analytiquement. Par exemple, la première des courbes de la figure 11.3 montre l'évolution du xénon au cours du temps après le démarrage du réacteur. On suppose qu'au départ, il n'y a ni iode 135 ni xénon 135 car, même si le réacteur a fonctionné précédemment, ces deux nucléides ont disparu en quelques jours par décroissance radioactive. En abscisse, outre le temps, est porté le paramètre sans dimension λt où λ est la constante λ_I de décroissance radioactive de l'iode, soit $1/9,42 \text{ h}^{-1}$ puisque la période est 6,53 heures. En ordonnées, c'est non pas

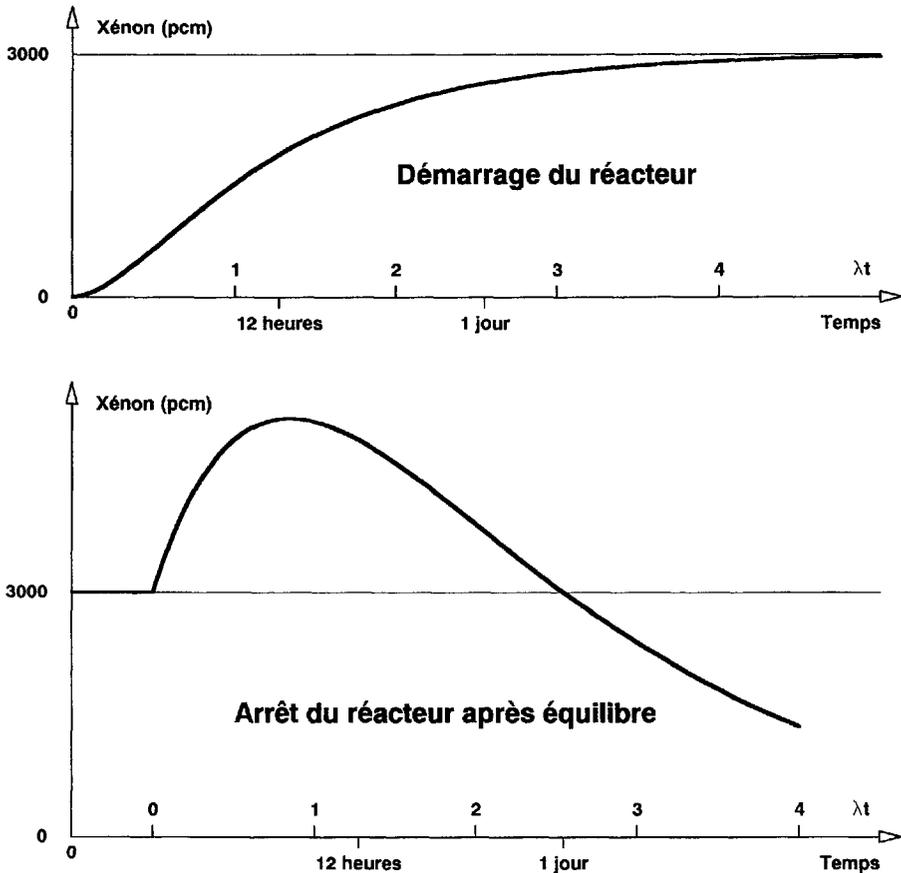


Figure 11.3. Évolution de l'empoisonnement par le xénon 135.

la concentration mais l'empoisonnement associé qui est porté. La valeur de 3 000 pcm pour l'asymptote est l'ordre de grandeur pour les réacteurs à eau sous pression.

On constate que cette asymptote est atteinte au bout d'un jour ou deux. Les valeurs des concentrations d'équilibre alors observées sont obtenues en annulant, dans les équations, les dérivées par rapport au temps :

$$I_{\text{eq}} = \frac{\gamma_I \Sigma_f \Phi}{\lambda_I}, \quad X_{\text{eq}} = \frac{(\gamma_I + \gamma_X) \Sigma_f \Phi}{\lambda_X + \sigma_X \Phi},$$

soit un empoisonnement de :

$$\rho_{I,X,\text{eq}} = (\gamma_I + \gamma_X) \frac{\sigma_X \Phi}{\lambda_X + \sigma_X \Phi} \left[\frac{\Sigma_f}{\Sigma_a} \right]_c.$$

Le premier facteur est le rendement total, soit 6,5 %; le second est le rapport de branchement au niveau du xénon 135 (voie capture neutronique rapportée à l'ensemble des deux voies, décroissance radioactive et capture neutronique); le troisième est le rapport α fission/absorption du combustible. Pour un REP, ce produit est de l'ordre de $6\,500 \times (2/3) \times 0,7 \simeq 3\,000$ pcm.

Cette concentration d'équilibre correspond donc à un empoisonnement notable dans un réacteur de puissance. On notera (deuxième facteur) que cet empoisonnement est d'autant plus faible que le flux du réacteur est bas — pour un faible flux, il est proportionnel au flux et pour un fort flux, il tend vers une valeur asymptotique — et aussi (troisième facteur) qu'il est un peu plus grand si le combustible est plus enrichi.

L'effet le plus spectaculaire et le plus connu associé au xénon est observé au moment où l'on arrête un réacteur. À partir de cet instant, le « réservoir iode 135 » continue à se déverser dans le « réservoir xénon 135 » mais la vidange de ce dernier par la voie « capture » est coupée : par conséquent le niveau de xénon monte. Cette augmentation n'est pas illimitée puisque le « réservoir iode 135 » finit par s'épuiser : le niveau du « réservoir xénon 135 » passe donc par un maximum puis décroît ensuite pour tendre asymptotiquement vers zéro : le calcul montre que ce « pic xénon » dure environ une journée et est d'autant plus marqué que le « réservoir iode 135 » était rempli, c'est-à-dire que le flux avant l'arrêt était élevé (voir la formule de I_{eq} ci-dessus). La deuxième courbe présentée (figure 11.3, page précédente) donne l'ordre de grandeur pour les réacteurs à eau sous pression.

S'il est notable — ce qui est le cas pour tous les réacteurs de puissance à neutrons thermiques —, ce pic de xénon peut induire une contrainte de pilotage⁽¹⁾ : si les réserves de réactivité (barres de commande ou poisons pouvant être extraits) ne sont pas suffisantes, le réacteur ne peut pas être redémarré pendant la durée de ce surcroît d'empoisonnement par le xénon, et il faut attendre la baisse par décroissance radioactive⁽²⁾.

1. On raconte que les opérateurs du premier réacteur de puissance, à Hanford, furent surpris par cette baisse temporaire de réactivité qu'ils n'avaient pas prévue car l'effet xénon n'était pas connu.

2. Cette indisponibilité est une gêne dans l'exploitation de tous les réacteurs industriels. Il faut prévoir une réserve de réactivité suffisante si l'on veut pouvoir redémarrer même pendant le pic du xénon, par exemple pour un réacteur de sous-marin nucléaire.

11.2.4 Instabilités spatiales dues au xénon 135

Ce pic associé à l'arrêt est un phénomène plus général : toute baisse de flux entraîne — à court terme — une augmentation de la concentration du xénon et, de même, toute augmentation du flux entraîne une baisse du xénon. On a là un mécanisme de contre-réaction par nature *instable*. Voici le scénario qui pourrait être imaginé : supposons qu'une perturbation crée une petite baisse de flux dans une moitié du cœur et une petite hausse dans l'autre moitié (par exemple, un changement du régime de fonctionnement modifiant la distribution des températures et donc des propriétés neutroniques) : dans la première moitié, la baisse de flux induit une augmentation du xénon, donc une baisse du facteur de multiplication, accentuant la baisse du flux, etc. ; dans l'autre moitié, l'augmentation du flux peut, de la même façon, s'accroître. Si la baisse et l'augmentation se compensent, la puissance totale ne varie pas et, si seule cette puissance totale est surveillée, l'opérateur ne peut pas soupçonner le basculement qui s'enclenche et se développe. À la limite, toute la puissance serait libérée dans une seule moitié du cœur... et les températures qui y seraient atteintes dépasseraient certainement ce qui peut être toléré pour la tenue des gaines.

Ce scénario est-il réaliste? La réponse dépend de la taille du cœur. En effet, un autre mécanisme vient contrecarrer le basculement que tend à créer l'effet xénon : c'est la migration des neutrons qui tend, au contraire, à uniformiser le flux entre les différentes zones du cœur. Si le cœur est petit, la migration joue efficacement et l'emporte, et tout basculement est spontanément étouffé. Si le cœur est grand, au contraire, c'est l'effet xénon qui l'emporte et le basculement peut survenir : on dit alors qu'un tel réacteur est *instable spatialement*.

C'est ainsi que *les réacteurs à eau sous pression*, tels ceux exploités par Électricité de France — les réacteurs à trois boucles de 900 MWé et, *a fortiori*, les réacteurs à quatre boucles de 1 300 et 1 450 MWé —, *sont instables axialement* : des basculements de la distribution de puissance entre les moitiés haute et basse du cœur peuvent s'y développer. Ce risque doit donc être maîtrisé par les opérateurs, c'est-à-dire qu'il doivent pouvoir déceler un basculement qui s'amorce et le contrecarrer.

Pour déceler les basculements, l'opérateur surveille le déséquilibre axial de puissance (ou *axial offset*) défini comme :

$$AO = \frac{P_H - P_B}{P_H + P_B},$$

où P_H et P_B sont respectivement les puissances dans les moitiés haute et basse du cœur (on peut aussi caractériser le basculement par le produit $AO \times P_{\text{relative}}$ où la puissance relative P_{relative} est la puissance rapportée à la puissance nominale). En pratique, on compare les signaux fournis par des « chambres externes » (détecteurs de neutrons placés à l'extérieur de la cuve) couvrant les moitiés haute et basse, et donnant des indications pratiquement proportionnelles aux puissances respectives.

Pour étouffer une instabilité qui risquerait de se développer, on doit effectuer une variation de réactivité positive dans une moitié du cœur et négative dans l'autre : concrètement cela est fait en jouant avec des grappes de commande et le bore en solution (les grappes modifient une seule moitié du cœur et le bore l'ensemble) ou avec des déplacements adéquats d'au moins deux « rideaux » de grappes.

Noter que la constante de temps de ces instabilités spatiales est de l'ordre de grandeur des constantes de temps apparaissant dans la chaîne du xénon, c'est-à-dire de la dizaine d'heures. On a donc largement le temps d'effectuer ces manœuvres.

11.3 L'effet samarium

Le lecteur sera peut-être surpris que notre deuxième exemple soit le poison de rang 6 seulement dans la figure 11.1, page 246. Si nous le choisissons, c'est pour la raison suivante : de même que le xénon 135 est le principal — mais non le seul — poison conduisant à un *pic* après arrêt, le samarium 149 est le principal — mais non le seul — poison conduisant à un *surcroît* après arrêt. Comme l'effet xénon, l'effet samarium ne joue que dans les réacteurs à neutrons thermiques (résonance dans ce domaine d'énergie).

11.3.1 Chaîne du samarium 149

Voici (figure 11.4) la chaîne du samarium ; elle est assez similaire, qualitativement, à celle du xénon 135, à une différence essentielle près cependant : le samarium 149 est un noyau *stable* alors que le xénon 135 est un noyau *radioactif*. Il n'y a donc qu'une seule voie de disparition du samarium 149 : la destruction par capture neutronique. Notons aussi qu'il n'y a pas de production directe par fission, donc également une seule voie de formation :

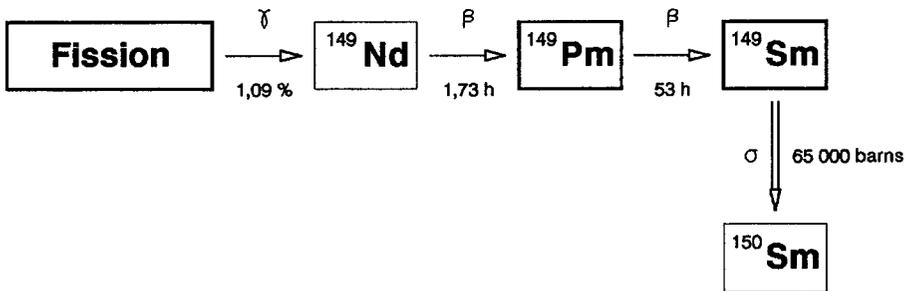


Figure 11.4. Chaîne des réactions produisant et détruisant le samarium 149 (la valeur du rendement est relative aux fissions de l'uranium 235 induites par neutrons lents ; les durées indiquées sont les périodes radioactives).

11.3.2 Équations simplifiées de la chaîne du samarium 149

En négligeant l'étape de néodyme et en notant P et S les concentrations du prométhée et du samarium 149, les équations d'évolution s'écrivent :

$$\frac{dP}{dt} = \gamma \Sigma_f \Phi - \lambda P,$$

$$\frac{dS}{dt} = \lambda P - \sigma \Phi S.$$

(Il est inutile de placer des indices : $\gamma = 1,09\%$ est le rendement pour le néodyme 149 ; $\lambda = 1/76 \text{ h}^{-1}$ est la constante de décroissance radioactive du prométhéum 149 ; $\sigma = 65\,000 \text{ b}$ est la section efficace de capture du samarium 149 pour les neutrons thermiques.)

11.3.3 Démarrage, équilibre et arrêt du réacteur

Sur la figure 11.5, présentée de la même façon que celle relative au xénon (figure 11.3, page 249), nous avons tracé la courbe d'atteinte de l'équilibre au démarrage sans prométhéum ni samarium (donc premier démarrage, car aux redémarrages, il reste du samarium, puisqu'il est stable).

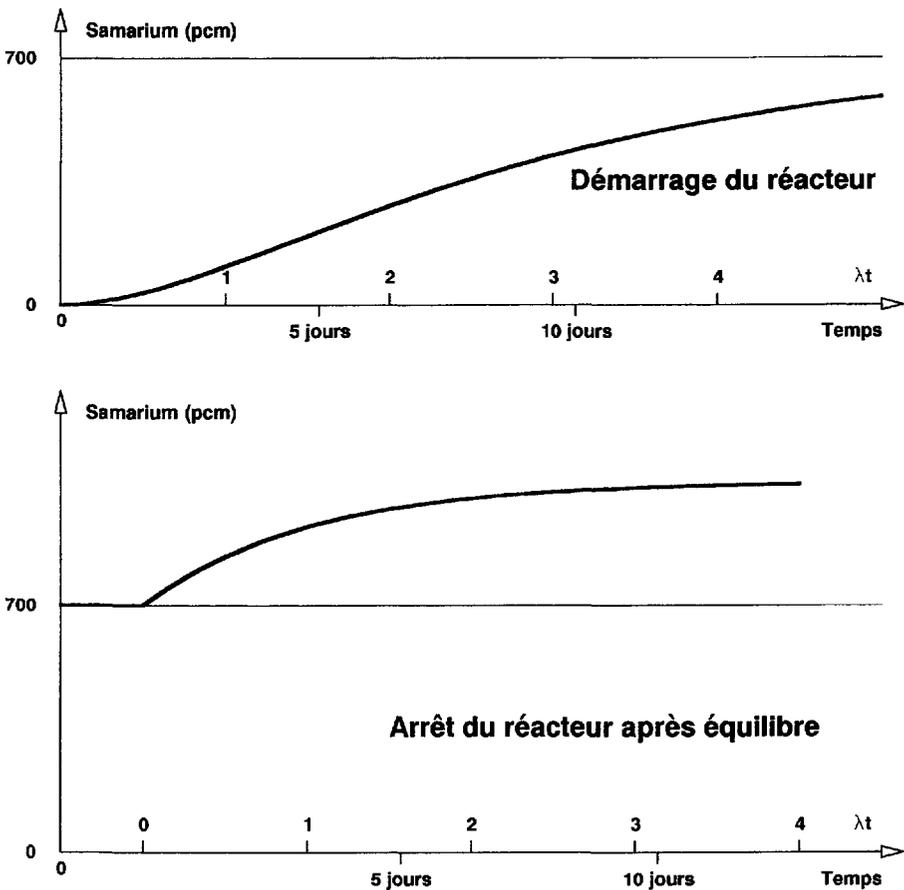


Figure 11.5. Évolution de l'empoisonnement par le samarium 149.

Les concentrations à l'équilibre sont :

$$P_{\text{eq}} = \frac{\gamma \Sigma_f \Phi}{\lambda}, \quad S_{\text{eq}} = \frac{\gamma \Sigma_f}{\sigma}$$

soit un empoisonnement de :

$$\pi_{S,eq} = \gamma \left[\frac{\Sigma_f}{\Sigma_a} \right]_c .$$

Le premier facteur est le rendement, soit 1,09 %; le second est le rapport α fission/absorption du combustible. Pour un REP, ce produit est de l'ordre de $1\,090 \times 0,7$, soit un peu plus de 700 pcm. Comme il n'y a qu'une voie de sortie, il n'y a plus de rapport de branchement comme dans l'expression de l'empoisonnement par le xénon à l'équilibre; la conséquence directe est que *l'empoisonnement par le samarium 149 à l'équilibre ne dépend pas du niveau de flux.*

Après arrêt du réacteur, la concentration du samarium monte pour la même raison que pour le xénon 135 : le « réservoir de prométhéum » continue de se déverser dans celui du samarium 149... mais, ce dernier n'est plus du tout vidangé ! Au bout du compte, tout le prométhéum se sera déversé dans le « réservoir samarium 149 ». Le surcroît est donc définitif tant qu'on ne redémarre pas le réacteur. Pour l'exemple des réacteurs à eau sous pression choisi pour cette figure (figure 11.5, page précédente) le surcroît samarium n'est pas énorme : 300 ou 400 pcm qui s'ajoutent aux 700 qu'il y avait à l'équilibre. Si ce surcroît a été prévu dans le dimensionnement des éléments de commande, il ne posera pas de difficulté insurmontable pour les opérateurs.

Mais cela n'est plus le cas dans les réacteurs à haut flux : la concentration d'équilibre du prométhéum, donc le surcroît samarium sont proportionnels au flux qui régnait avant l'arrêt. Par exemple, pour un réacteur fonctionnant à un flux trente fois plus élevé que celui d'un réacteur à eau sous pression, soit 10^{15} neutrons par cm^2 et par seconde au lieu de $3 \cdot 10^{13}$ — ce qui est réalisé dans certains réacteurs expérimentaux tels que le réacteur à haut flux de Grenoble —, le surcroît ne sera pas 300 ou 400 pcm mais trente fois plus grand soit 10 000 pcm ! Sous peine d'empoisonner le cœur définitivement et peut-être sans espoir de jamais pouvoir le réutiliser, il ne faut pas arrêter brutalement un tel réacteur à eau flux, mais faire baisser progressivement la puissance selon une loi bien choisie pour brûler le maximum de samarium 149 avant l'arrêt.

Pour les mêmes raisons, exactement, que celles que nous avons indiquées pour le xénon 135, le samarium 149 et d'autres produits de fission pourraient être susceptibles de conduire à des instabilités spatiales. En pratique, les cœurs de réacteurs ne sont jamais assez gros — et de loin — pour que les instabilités autres que celles liées au xénon 135 se manifestent. Seules ces dernières sont donc prises en considération.

12

Évolution du combustible (noyaux lourds)

Introduction

Nous savons que, si quelques noyaux peuvent subir la fission après l'absorption d'un neutron, dans beaucoup de cas, cette absorption est une simple capture stérile [réaction (n,γ) de capture radiative]; quelquefois aussi, une réaction $(n,2n)$ est observée. C'est dire qu'il ne suffit pas de se préoccuper des transformations des produits de la fission; il faut aussi étudier celles des noyaux lourds par ces réactions, ainsi que par les désintégrations radioactives.

À vrai dire, la physique de ces transformations et les équations associées sont très similaires dans les deux cas; l'habitude veut cependant qu'on distingue, en neutronique, le chapitre « produits de fission » et celui des « noyaux lourds », car les *conséquences* des phénomènes physiques ne sont pas les mêmes: dans le premier cas, les matières concernées sont toutes des déchets nucléaires et, pour certaines d'entre elles, des poisons venant dégrader la réactivité et compliquer le pilotage; dans le deuxième cas, les matières sont, pour certaines d'entre elles, énergétiques: elles pourront contribuer aux fissions pendant dans la suite de l'irradiation et, éventuellement, si le combustible irradié est retraité, être recyclées dans un nouveau combustible.

Ce chapitre sera consacré exclusivement à l'étude des noyaux lourds, ceux qui ont été introduits en cœur et ceux qui vont être formés par l'irradiation neutronique s'il n'y a pas fission. Ces noyaux sont relativement peu nombreux: selon la précision souhaitée dans les calculs de neutronique, il faut en expliciter entre une et quelques dizaines seulement (sauf si l'on veut faire une analyse très précise des *déchets* nucléaires). Il n'est donc pas nécessaire d'introduire une modélisation analogue à celle du « pseudo-produit de fission ».

La première partie sera consacrée à l'analyse physique de l'évolution: chaînes, équations et mesure de l'évolution. Les conséquences de l'évolution sur le facteur de multiplication seront étudiées dans la seconde partie. Dans la troisième partie seront analysés les mécanismes de conversion de matière fertile en matière fissile et présentés les recyclages envisageables.

12.1 Chaînes et équations d'évolution

12.1.1 Chaînes d'évolution

Les aspects neutroniques essentiels de l'évolution d'un combustible à uranium sont gouvernés par la dizaine de nucléides apparaissant sur la figure 12.1. Attention ! pour être cohérent avec la distinction faite entre noyaux lourds et produits de fission, ces derniers ne figurent pas sur le schéma. Pour tous les noyaux susceptibles de subir la fission, la flèche correspondante doit être ajoutée par la pensée : ce sera important pour écrire correctement les équations d'évolution !

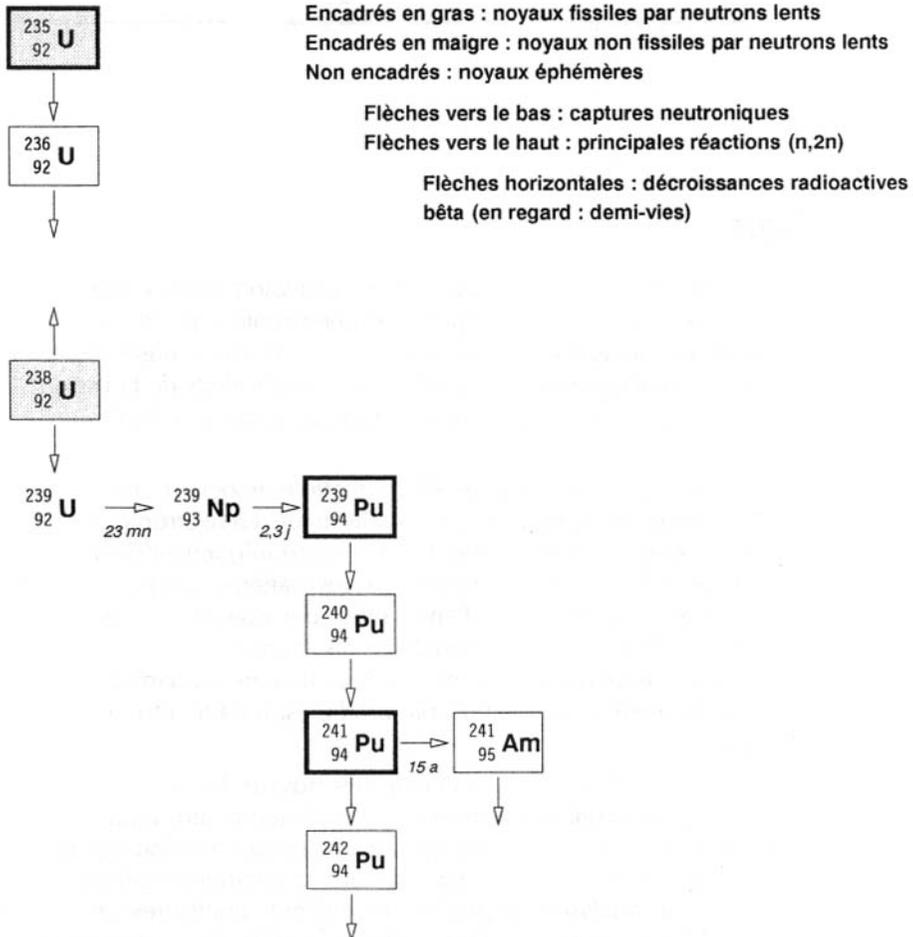


Figure 12.1. Chaîne d'évolution simplifiée de l'uranium : principaux noyaux contribuant aux effets en réactivité.

Deux aspects essentiels doivent être retenus :

- 1/ l'uranium 235 peut ne pas subir la fission et se transformer en uranium 236, qui est un poison neutronique (léger) car non fissile par neutrons lents ;

2/ s'il absorbe un neutron, l'uranium 238 [sauf rares fissions et réactions (n,2n)] se transforme en uranium 239. Très rapidement (quelques jours), ce dernier se transforme en plutonium 239, le principal noyau fissile (par neutrons de toute énergie⁽¹⁾) *artificiel*. Cette transformation est appelée « *conversion* » de matière dite, pour cette raison, « *fertile* », l'uranium 238, en matière fissile, le plutonium 239.

Comme pour l'uranium 235 (et même, pour les neutrons lents, un peu plus souvent : une fois sur quatre au lieu d'une fois sur sept environ), le plutonium 239 peut ne pas subir la fission après absorption d'un neutron : il y a alors formation du plutonium 240, non fissile. S'il capture un neutron, ce dernier donne le plutonium 241, fissile. En cas de capture sans fission, le plutonium 241 donne le plutonium 242. La chaîne des isotopes du plutonium s'arrête là car une nouvelle capture donne le plutonium 243 qui décroît très rapidement vers l'américium 243. Noter que le plutonium 241 peut aussi disparaître par radioactivité bêta-moins avec une période de 15 ans qui n'est ni très courte ni très longue (de l'ordre de grandeur des constantes de temps du cycle du combustible).

Signalons aussi que *tous* les noyaux figurant sur cette chaîne (et sur celles qui suivent) sont aussi radioactifs alpha. Mais toutes les décroissances alpha que nous ne signalons pas sont longues et peuvent être négligées dans les calculs de réacteurs ; exemple : période de 24 000 ans pour le plutonium 239⁽²⁾.

Si l'on veut faire des calculs précis de neutronique et si l'on veut évaluer la production des principaux « actinides mineurs »⁽³⁾, une description un peu plus détaillée des réactions nucléaires est nécessaire. La figure 12.2, page suivante, indique ce qu'il est souhaitable d'ajouter, au minimum, à la chaîne que nous venons de voir.

On pourra noter l'ajout du neptunium 237 et du plutonium 238 (le cinquième et dernier des isotopes du plutonium formés en quantité appréciable dans les réacteurs), ainsi que quelques autres isotopes de l'américium et du curium. On remarquera aussi les deux décroissances alpha (isotopes pairs du curium) devant être prises en compte vu les ordres de grandeur des périodes.

Voici enfin la chaîne du thorium 232 (figure 12.3, page 259).

1. Dans la suite de ce chapitre, nous réserverons ce terme de « fissile » aux noyaux pouvant être fissionnés par des neutrons de toute énergie. Même dans les réacteurs à neutrons rapides, où la fission des noyaux pouvant n'être fissionnés que par les neutrons rapides (noyaux pairs en neutrons, tels l'uranium 238, le plutonium 240, etc.) est relativement plus importante que dans les réacteurs à neutrons thermiques, la fission des noyaux « fissiles » (noyaux impairs en neutrons, tels l'uranium 235, le plutonium 239, etc.) reste largement prépondérante.

2. L'isotope du plutonium de plus longue période est le plutonium 244 : 80 millions d'années. Cet isotope n'est pas produit dans les réacteurs car le plutonium 243 n'a pas le temps de capturer un neutron avant de disparaître par décroissance bêta. Hormis celles du thorium 232, de l'uranium 235 et de l'uranium 238, toutes ces périodes, longues à l'échelle des préoccupations de l'ingénieur, sont courtes en regard de l'âge de la Terre.

3. Les actinides sont les éléments de numéros atomiques 89 et au-delà. Dans la problématique de la gestion des déchets nucléaires, on distingue les « actinides majeurs » qui sont susceptibles de produire de l'énergie (en pratique, les isotopes fissiles et fertiles de l'uranium et du plutonium, ainsi que le thorium 232) et tous les autres qualifiés d'« actinides mineurs », actuellement plutôt considérés comme des déchets. Cette distinction est un peu artificielle car ces noyaux sont tous plus ou moins susceptibles d'être fissionnés, soit directement, soit après une ou plusieurs captures neutroniques.

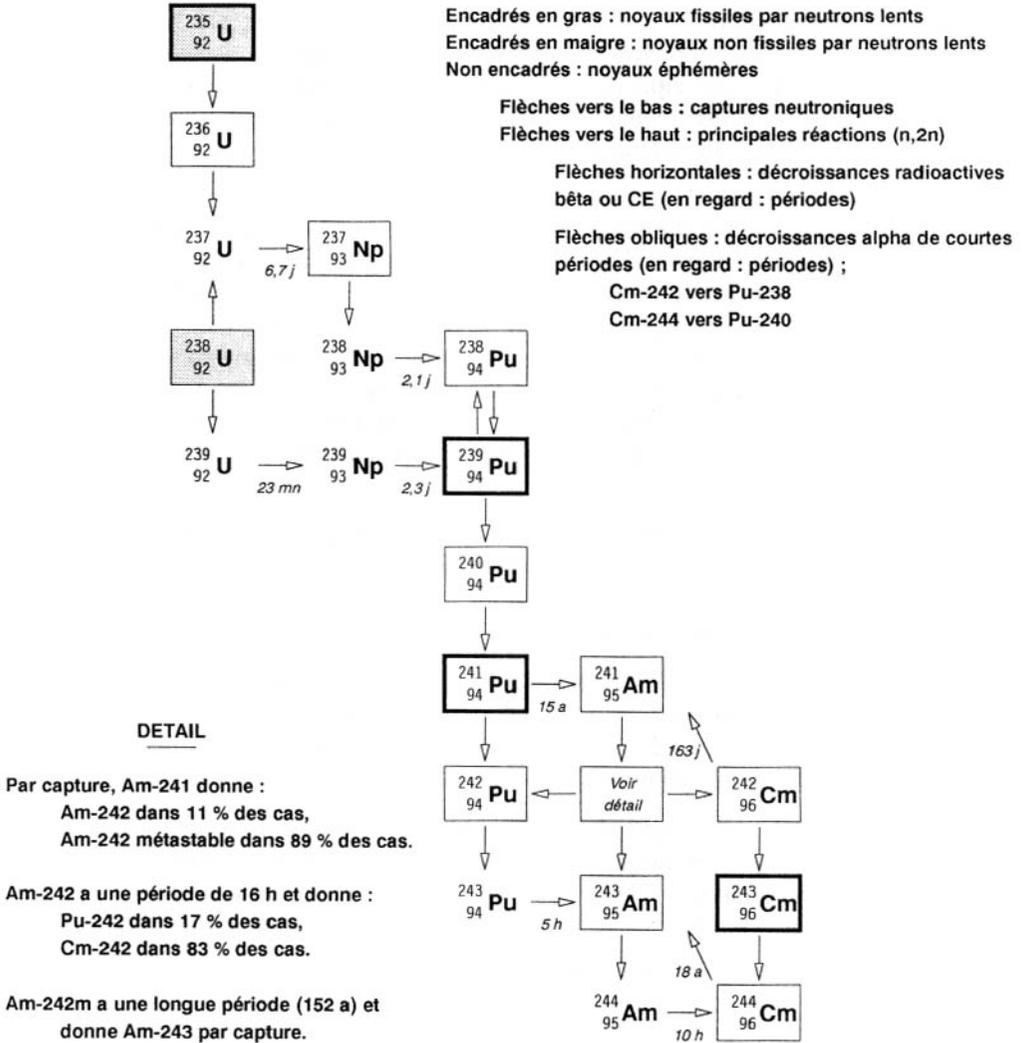


Figure 12.2. Chaîne d'évolution simplifiée de l'uranium : principaux noyaux contribuant aux effets en réactivité et aux problèmes de gestion des déchets nucléaires alpha.

Ce nucléide (seul isotope du thorium naturel) donne, par capture neutronique et par une chaîne très similaire à celle conduisant au plutonium 239 à partir de l'uranium 238, un autre nucléide artificiel : l'uranium 233. Le thorium, un peu plus abondant sur Terre que l'uranium, est donc une matière fertile qui pourrait venir en complément de l'uranium 238. Comme l'uranium 233 a de bonnes propriétés nucléaires, il pourrait, avec le thorium, constituer le combustible de réacteurs surgénérateurs (par exemple, réacteurs à neutrons thermiques modérés au graphite). La difficulté est de constituer le stock initial d'uranium 233, puisque le thorium lui-même n'est pas fissile et que l'uranium 233 ne se trouve pas dans la nature : il serait possible d'initialiser ce cycle thorium-uranium 233 avec une autre matière fissile (uranium 235 ou plutonium).

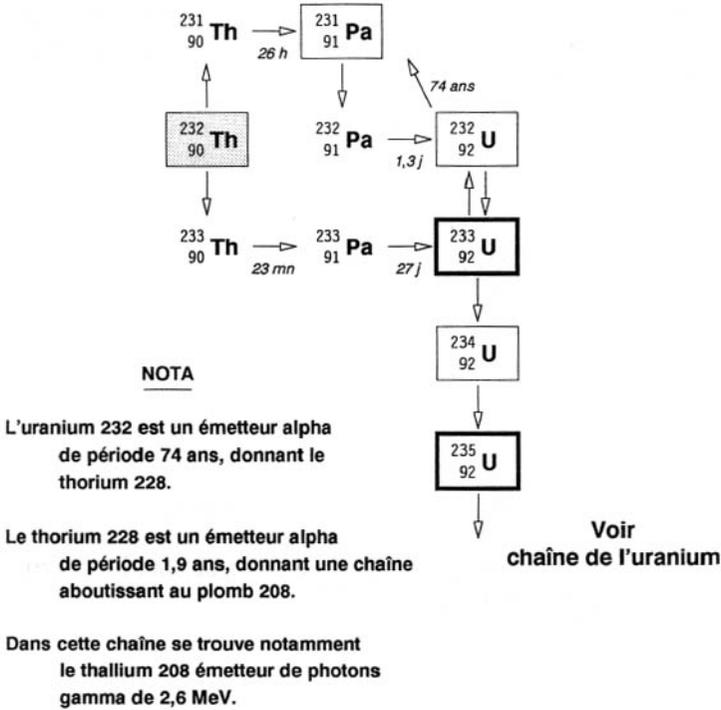


Figure 12.3. Chaîne d'évolution simplifiée du thorium 232 (mêmes conventions que pour les figures précédentes).

12.1.2 Équations d'évolution

Pour repérer les différents isotopes des actinides, il est commode d'utiliser un double indice ij où i est le dernier chiffre du numéro atomique et j le dernier chiffre du nombre de masse ; exemple : 25 pour l'uranium 235 (numéro atomique 92 : $i = 2$; nombre de masse 235 : $j = 5$).

Les quantités respectives de ces divers nucléides sont caractérisées par leurs *concentrations volumiques* N , c'est-à-dire les nombres d'atomes par unité de volume (en pratique : cm^3). Comme pour les produits de fission, on raisonne, en moyenne, sur tout le volume du *combustible* ou en chaque point \vec{r} ou volume élémentaire V , auquel cas \vec{r} ou V est un paramètre sous-entendu dans les arguments des concentrations. Puisque nous nous intéressons à l'évolution, *les concentrations sont des fonctions du temps* t .

Les équations d'évolution explicitent les *variations* pendant un intervalle de temps élémentaire : apport par réaction nucléaire [en général (n, γ) ou $(n, 2n)$] ; disparition par absorption neutronique [capture radiative, réaction $(n, 2n)$ ou fission]. Ces réactions sont quantifiées par leurs sections efficaces σ respectives, moyennes sur tout le spectre pondérées par le flux⁽¹⁾ ; associées au flux Φ (intégrale sur tout le spectre), elles permettent d'exprimer

1. Selon les cas, le flux moyen sur tout l'espace du combustible ou le flux au point ou dans le volume élémentaire considérés.

les taux de réaction $\sigma N \Phi$. S'il y a lieu, il faut aussi placer les taux d'apparition ou de disparition λN par radioactivité. En notant par l'indice a l'absorption et par l'indice c la capture radiative, voici quelques-unes de ces équations⁽¹⁾ :

– uranium 235 :

$$\frac{dN_{25}}{dt} = -\sigma_{a,25} N_{25} \Phi ;$$

– uranium 236 :

$$\frac{dN_{26}}{dt} = \sigma_{c,25} N_{25} \Phi - \sigma_{a,26} N_{26} \Phi ;$$

– uranium 238 :

$$\frac{dN_{28}}{dt} = -\sigma_{a,28} N_{28} \Phi ;$$

– plutonium 239 :

$$\frac{dN_{49}}{dt} = \sigma_{c,28} N_{28} \Phi - \sigma_{a,49} N_{49} \Phi ;$$

(en négligeant les deux courtes étapes intermédiaires que sont les décroissances radioactives de l'uranium 239 et du neptunium 239) ;

– plutonium 240 :

$$\frac{dN_{40}}{dt} = \sigma_{c,49} N_{49} \Phi - \sigma_{a,40} N_{40} \Phi ;$$

– plutonium 241 :

$$\frac{dN_{41}}{dt} = \sigma_{c,40} N_{40} \Phi - \sigma_{a,41} N_{41} \Phi - \lambda_{41} N_{41} ;$$

– plutonium 242 :

$$\frac{dN_{42}}{dt} = \sigma_{c,41} N_{41} \Phi - \sigma_{a,42} N_{42} \Phi ;$$

– américium 241 :

$$\frac{dN_{51}}{dt} = \lambda_{41} N_{41} - \sigma_{a,51} N_{51} \Phi .$$

12.1.3 Fluence neutronique

On remarque que le flux Φ apparaît dans presque tous les termes aux seconds membres puisque les taux principaux sont ceux des réactions neutroniques et non ceux des décroissances radioactives. C'est la raison pour laquelle on a l'habitude de *diviser* toutes ces équations par Φ et d'introduire une nouvelle variable, la *fluence neutronique* s définie par :

$$ds = \Phi dt, \quad s = \int_0^t \Phi(t') dt' .$$

1. Noyaux encadrés sur le schéma simplifié de la figure 12.1, page 256 ; réactions (n,2n) négligées.

Par définition, la fluence est un nombre de neutrons par unité de surface. En pratique, on l'exprime souvent en *neutrons par kilobarn* :

$$1 \text{ n/kb} = 10^{21} \text{ neutrons par cm}^2 .$$

Par exemple, le combustible des réacteurs à eau sous pression est irradié sous un flux de l'ordre de $3 \cdot 10^{13}$ neutrons par cm^2 et par seconde pendant environ 3 ans : la fluence au déchargement du combustible est de l'ordre de 3 n/kb.

Après introduction de cette variable les équations prennent la forme :

– uranium 235 :

$$\frac{dN_{25}}{ds} = -\sigma_{a,25}N_{25} ;$$

– uranium 236 :

$$\frac{dN_{26}}{ds} = \sigma_{c,25}N_{25} - \sigma_{a,26}N_{26} ;$$

– etc. ;

– américium 241 :

$$\frac{dN_{51}}{ds} = \frac{\lambda_{41}N_{41}}{\Phi} - \sigma_{a,51}N_{51} .$$

Outre la simplification formelle des équations, cela présente le gros avantage de prendre en compte automatiquement les variations du flux au cours du temps : en particulier, pour un réacteur effectuant des suivis de charge, le flux varie quotidiennement ; introduire la fluence supprime la « dentelle » compliquée de la courbe de $\Phi(t)$. En revanche, les constantes λ sont remplacées par $\lambda/\Phi(t)$; mais il n'est pas très grave de remplacer ces dernières expressions par leurs valeurs moyennes car, comme nous l'avons dit, les termes de radioactivité sont peu importants dans les équations d'évolution des noyaux lourds.

12.1.4 Variation des sections efficaces

Il est important de remarquer que, malgré l'introduction de la fluence, le système des équations d'évolution *n'est pas un système à coefficients constants*. Non seulement les coefficients des termes de radioactivité varient si le flux varie, mais surtout les sections efficaces dépendent *implicitement* du temps. En effet, ce sont des moyennes pondérées par le spectre neutronique $\Phi(E)$. Or, le spectre dans un réacteur dépend de la composition de la matière qui s'y trouve, c'est-à-dire des concentrations N . Comme ces dernières varient avec le temps (ou la fluence) en vertu des équations d'évolution, le flux $\Phi(E)$ varie et les sections efficaces σ également.

Par exemple, dans un réacteur à neutrons thermiques et à uranium, le spectre, au départ à peu près maxwellien, se déforme progressivement lorsque le plutonium se forme à cause des résonances à 0,3 eV du plutonium 239 et à 1 eV du plutonium 240 et les sections efficaces moyennes, notamment de ces isotopes mais également des autres nucléides, changent au cours de l'irradiation.

Ces variations, cependant, sont lentes et régulières. Pour les prendre en compte, il faut intégrer numériquement⁽¹⁾ et non pas analytiquement⁽²⁾ les équations d'évolution et recalculer régulièrement en cours d'irradiation le spectre neutronique avec les concentrations à la fluence considérée.

Remarque : Dans les réacteurs à neutrons rapides, les variations de spectre sont relativement peu importantes (pas d'effet des grandes résonances du plutonium dans le domaine thermique) et l'approximation de sections efficaces constantes peut raisonnablement être faite.

12.1.5 Combustion massique et taux de combustion

Si la fluence s'impose au physicien, c'est cependant une variable peu parlante pour l'ingénieur. Celui-ci préfère parler en kilogrammes ou en tonnes de combustible mis en cœur, en mégawatts de puissance délivrée et en jours d'irradiation...

La combinaison de ces grandeurs physiques conduit à la notion de « *combustion massique* » ou « *épuisement spécifique* » : c'est l'énergie (thermique) produite rapportée à la masse de combustible mise dans le cœur⁽³⁾. L'utilisation du système international d'unité conduirait à exprimer la combustion massique en joules par kilogramme (J/kg) ou, compte tenu des ordres de grandeur, en térajoules par kilogramme (1 TJ/kg = 10¹² J/kg). En pratique, on utilise le mégawatt-jour par tonne (MWj/t, 1 mégawatt-jour = 1 mégawatt pendant un jour soit 8,64.10¹⁰ joules), ou parfois le gigawatt-jour par tonne (GWj/t) ou le mégawatt-jour par kilogramme (MWj/kg) :

$$1\ 000\ \text{MWj/t} = 1\ \text{GWj/t} = 1\ \text{MWj/kg} = 0,0864\ \text{TJ/kg},$$

$$1\ \text{TJ/kg} = 11\ 574\ \text{MWj/t}.$$

Ordre de grandeur au déchargement d'un combustible de réacteur à eau sous pression : 30 000 à 45 000 MWj/t, soit 3 à 4 TJ/kg.

Remarque : On bannira les termes de *taux de combustion*, puisqu'il ne s'agit pas d'un taux (rapport) et de *burn-up*, terme anglais correspondant mais beaucoup moins explicite.

Les physiciens utilisent aussi le *taux de combustion*⁽⁴⁾ ou *taux de combustion en fission* (TCF) : c'est le nombre de fissions rapporté au nombre des noyaux lourds initiaux, c'est-à-dire la proportion des noyaux lourds mis en cœur qui auront subi la fission, soit directement, soit après conversion. On pourra vérifier que :

$$1\ \% \text{ en TCF} \simeq 10\ 000\ \text{MWj/t}.$$

1. En général, on utilise une méthode de Runge-Kutta.

2. Si l'on ne tient pas compte des décroissances alpha ni des réactions (n,2n), le système des équations est triangulaire et se résout analytiquement sans difficulté si les coefficients sont constants (combinaisons d'exponentielles).

3. Masse initiale, des noyaux lourds seulement : en effet, il faut préciser « initiale » puisque cette masse décroît ensuite à cause des fissions ; si le combustible est, par exemple, un oxyde, la masse d'oxygène n'est pas prise en compte.

4. Dans ce cas, il s'agit bien d'un taux.

Le tableau 12.1 donne quelques ordres de grandeur pour quelques filières. On remarquera que, grâce à la conversion, le TCF peut atteindre voire dépasser la teneur initiale en matière fissile, bien que le combustible irradié en contienne encore : il faut bien, en effet, que le réacteur reste critique tout au long de l'irradiation et notamment à la fin.

TABLEAU 12.1. Ordres de grandeur des taux de combustion pour quelques filières.

Filière	UNGG	CANDU	REP	RNR
Teneur initiale (%)	0,7	0,7	4	15
T.C.F. (%)	0,4	1	4	10
Comb. massique (GWj/t)	4	10	40	100

12.1.6 Exemple de bilan des noyaux lourds (réacteur à eau sous pression)

À titre d'exemple, la figure 12.4 donne les courbes d'évolution des principaux isotopes de l'uranium et du plutonium en fonction de la combustion massique. Les points donnent une idée de la discrétisation en temps qui est faite en pratique (elle doit être plus fine)

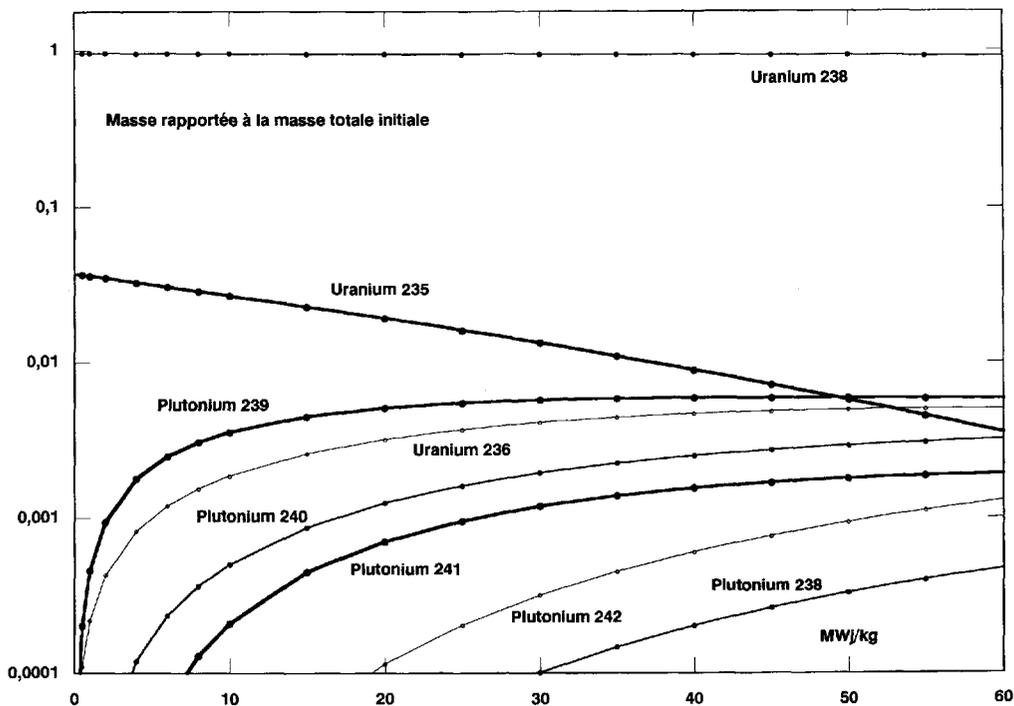


Figure 12.4. Évolution des masses des principaux isotopes de l'uranium et du plutonium, pour un réacteur à eau sous pression, en fonction de la combustion massique (échelle logarithmique en ordonnée).

au début à cause des produits de fission qui arrivent à saturation assez vite, tels le samarium 149)⁽¹⁾.

Sur la figure 12.5, on a représenté très grossièrement le bilan pour une gestion classique de trois cycles d'une année (les irradiations maintenant faites dans les réacteurs d'Électricité de France sont un peu plus longues) : on notera quelques points-clés :

- environ 3 % des noyaux lourds sont fissionnés, soit 1 % par an (10 000 MWj/t) ;
- ces fissions proviennent, pour les deux tiers, directement de l'uranium 235 et, pour un tiers, de l'uranium 238 après conversion en plutonium (pour les irradiations plus longues actuelles, la contribution du plutonium monte à peu près à 40 %) ;
- le combustible irradié contient environ 1 % de plutonium et de l'uranium à 1 % d'uranium 235 (grossièrement équivalent à de l'uranium naturel compte tenu de l'empoisonnement par l'uranium 236) : il peut s'avérer intéressant de recycler ces deux matières énergétiques.

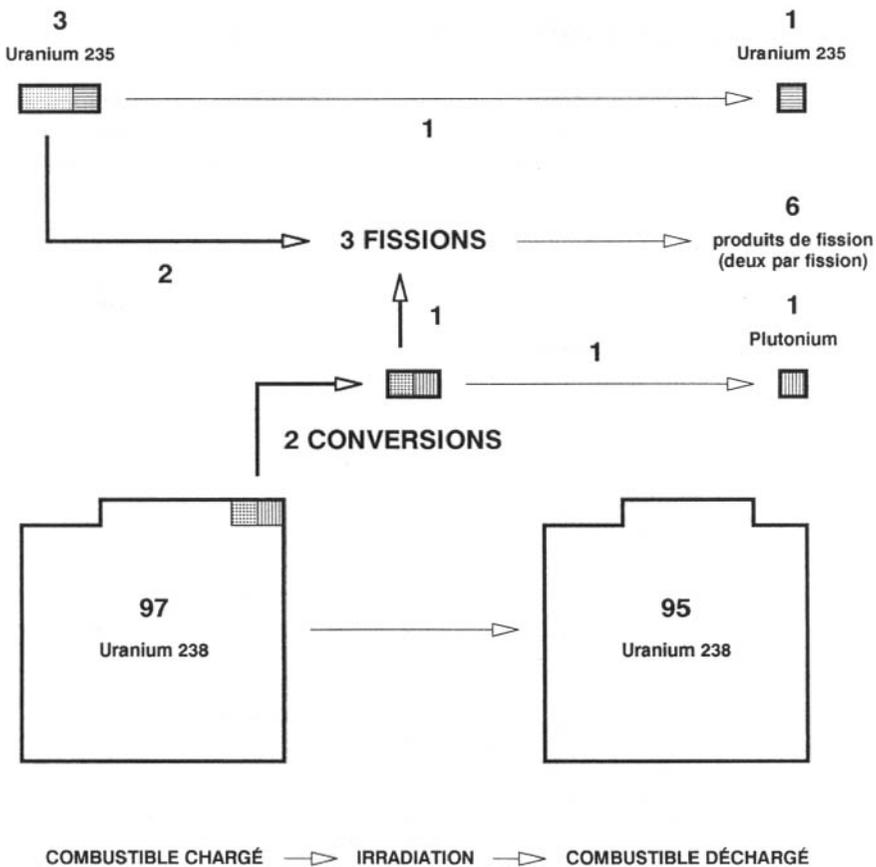


Figure 12.5. Bilan approximatif des noyaux lourds entre le début et la fin de l'irradiation, pour un réacteur à eau sous pression (pour 100 noyaux lourds chargés dans le cœur).

1. Dans les calculs d'évolution, le xénon est pris d'emblée à l'équilibre.

12.2 Évolution du facteur de multiplication

12.2.1 Évolution du facteur de multiplication infini

La variation initiale du facteur de multiplication infini dépend de la teneur du combustible en matière fissile : pour un réacteur à uranium naturel, le facteur de conversion initial, rapport de la quantité de plutonium 239 produite à la quantité d'uranium 235 détruite, est relativement élevé car la concentration d'uranium 238 rapportée à celle de l'uranium 235 est importante ; par exemple, ce facteur est de l'ordre de 0,8 pour les réacteurs à graphite et uranium naturel. Bien que la production de plutonium 239 ne compense pas tout à fait la disparition d'uranium 235, la réactivité s'améliore au départ car la section de fission du plutonium 239 est notablement plus élevée que celle de l'uranium 235 (cf. p. 74 à 78). Au bout d'une certaine irradiation, cependant, le plutonium lui-même commence à être consommé de façon appréciable et le facteur k_{∞} , après être passé par un maximum, finira par s'effondrer (voir le schéma de gauche de la figure 12.6 : on n'a pas placé d'échelles car les valeurs précises dépendent du réacteur ; on peut retenir que, pour un réacteur à graphite et uranium naturel, l'on retrouve la valeur initiale de k_{∞} au bout de 4 000 MWj/t, après avoir gagné 1 000 à 2 000 pcm par rapport à la valeur initiale).

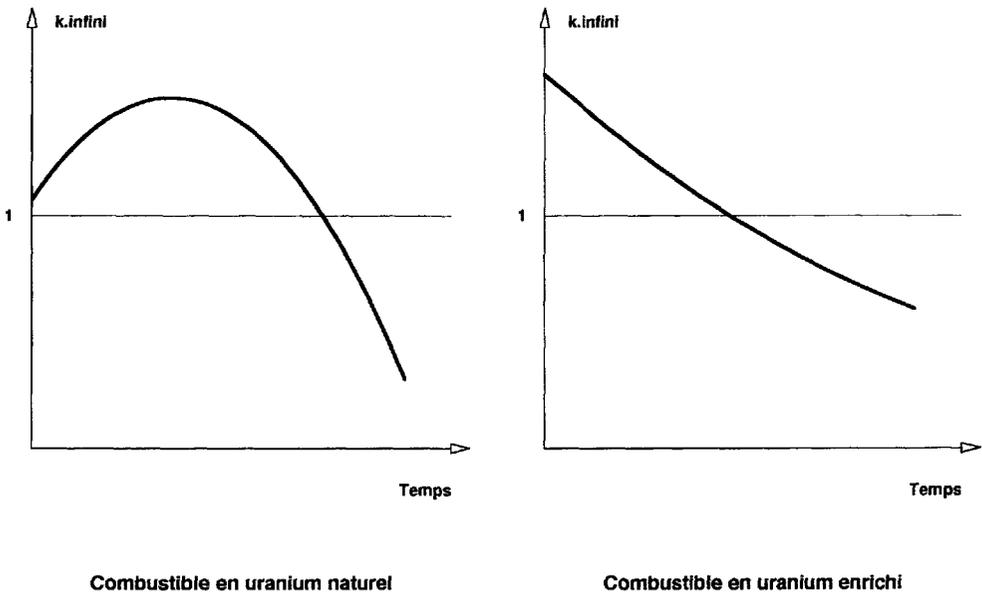


Figure 12.6. Évolution du facteur de multiplication infini (sur ces courbes schématiques, on a supposé que les concentrations des produits de fission arrivant rapidement à saturation — xénon 135, samarium 149... — avaient d'emblée leurs valeurs d'équilibre).

Pour un réacteur à combustible enrichi en uranium 235 ou en plutonium, le facteur de conversion est plus faible (le rapport des concentrations entre les noyaux fertiles et les noyaux fissiles est plus petit) — par exemple de l'ordre de 0,6 pour les réacteurs à eau — et le facteur k_{∞} décroît dès le début de l'irradiation (voir le schéma de droite

de la figure 12.6, page précédente : les échelles ne sont pas les mêmes pour les deux schémas ; on peut retenir que, pour un réacteur à eau sous pression, la variation, à peu près linéaire, est de l'ordre de -1 pcm par MWj/t, soit $-30\,000$ pcm pour une combustion de $30\,000$ MWj/t sur trois ans environ ; pour un réacteur à neutrons rapides, la pente en pcm par MWj/t est environ dix fois plus faible).

12.2.2 Gestion d'un cœur en fréquence multiple

On aura remarqué sur la figure 12.6, page précédente, que, pour une partie des courbes, la valeur de k_∞ est inférieure à 1 et on pourrait penser que cette extrapolation est inutile puisqu'un réacteur doit être critique pour fonctionner, donc avoir un facteur de multiplication infini plus grand que 1 pour compenser les fuites. En réalité, cette portion des courbes est effectivement utile car, dans un cœur en fonctionnement, il y a toujours *juxtaposition de combustibles à différentes irradiations*.

Dans le cas le plus simple, on peut imaginer qu'au départ, le cœur est homogène avec un combustible frais partout (si le réacteur est surcritique, cela peut être compensé par un poison). Après avoir fonctionné un certain temps, le cœur contiendra des combustibles à diverses irradiations car la distribution du flux, donc de la fluence, n'est jamais uniforme spatialement (cf. le chapitre 6). Au bout d'un certain temps, il est très possible qu'on y trouve du combustible fortement irradié ayant un k_∞ inférieur à 1 et, pour compenser, du combustible moins irradié ayant un k_∞ supérieur à 1. (On remarquera en passant que la notion de k_∞ est *locale*, alors que la notion de k_{eff} est *globale*, c'est-à-dire caractéristique du système complet.)

En pratique, on a intérêt à mélanger le plus possible du combustible de diverses irradiations, l'idéal étant d'avoir en chaque élément de volume un mélange complet et uniforme de combustibles de toutes irradiations entre zéro et le maximum.

Dans les réacteurs où le renouvellement du combustible se fait en marche (UNGG, CANDU), donc de façon quasiment infinitésimale, on tente de s'approcher le mieux possible de cette « *gestion idéale* ».

Dans les réacteurs où le renouvellement du combustible se fait à l'arrêt (réacteurs à eau, réacteurs à neutrons rapides), on est inévitablement beaucoup plus loin de cet objectif. En pratique, on renouvelle à chaque arrêt périodique une fraction $1/n$ des assemblages de combustible, par exemple, pour les réacteurs à eau, la fraction $1/3$ ou $1/4$ approximativement tous les ans.

Voici une formule simple, utile pour optimiser la gestion des réacteurs à eau. Soit $1/n$ la fraction du cœur renouvelée à chaque arrêt périodique ; soit T l'accroissement de la combustion massique du cœur à chaque cycle. On admet que la distribution du flux est à peu près uniforme et donc que chacun des assemblages de chacun des n lots de combustible subit la même irradiation à chaque cycle ; par conséquent, la combustion au déchargement du combustible est $\tau_{\text{max}} = nT$. On admet aussi que le facteur de multiplication du cœur est donné par la formule usuelle :

$$k_{\text{eff}} = \frac{\langle k_\infty \rangle}{1 + M^2 B^2},$$

le dénominateur étant indépendant du temps et le numérateur étant la simple moyenne arithmétique des k_∞ de chacun des lots ; si le k_{eff} donné par cette formule est plus grand

que 1, l'excédent est compensé par un poison (par exemple, du bore en solution). On suppose, enfin, que le k_∞ de chaque assemblage, au départ égal à k_0 , décroît ensuite linéairement en fonction de la combustion massique τ :

$$k_\infty = k_0 - \alpha \tau .$$

Le raisonnement fait à partir de ces hypothèses simples est le suivant :

- en début de cycle, les combustions massiques des lots sont :

$$0, T, 2T, \dots (n-1)T,$$

et en fin de cycle :

$$T, 2T, 3T, \dots nT;$$

- la moyenne de ces dernières est $(n+1)T/2$. Le facteur de multiplication moyen du cœur est le facteur de multiplication infini correspondant à cette moyenne puisque la relation entre k_∞ et τ est supposée linéaire :

$$\langle k_\infty \rangle = k_0 - \alpha(n+1)T/2;$$

- le facteur de multiplication effectif (sans poison) est juste égal à 1 en fin de cycle ; c'est ce critère, en effet, qui définit la durée de cycle T :

$$k_{\text{eff}} = \frac{k_0 - \alpha(n+1)T/2}{1 + M^2 B^2};$$

- on en déduit T , d'où la combustion massique au déchargement :

$$\tau_{\text{max}} = nT = \frac{2n}{n+1} \frac{k_0 - 1 - M^2 B^2}{\alpha} .$$

Nous voyons donc que, pour un combustible donné (k_0, α) et un cœur donné ($M^2 B^2$), l'énergie fournie par un combustible croît comme $2n/(n+1)$ quand on augmente le fractionnement du cœur. Pour illustrer cette remarque, voici (connaissant la valeur pour $n = 3$) les combustions massiques obtenues avec un combustible en oxyde d'uranium enrichi à 3,25 % dans un cœur de réacteur à eau sous pression de 900 MWé (tableau 12.2, page suivante).

Entre les cas extrêmes, un facteur 2 est observé sur l'énergie produite. Le cas $n = 3$, est juste à mi-distance de ces cas extrêmes. Il est clair que cela résulte d'un compromis : en augmentant n , on augmente l'énergie fournie, mais on réduit la disponibilité de l'installation puisqu'on l'arrête plus souvent. À la limite n infini, on obtiendrait 44 444 MWj/t avec un réacteur constamment à l'arrêt ! Passer de $n = 3$ à $n = 4$ ou $n = 5$, permet de gagner respectivement 7 et 11 % : c'est l'évolution observée actuellement dans la gestion des cœurs d'Électricité de France (les réacteurs de 900 MWé sont aujourd'hui — 2002 — gérés selon quatre lots de combustible) ; pour éviter les durées de cycle trop courtes, EdF est amenée à augmenter simultanément la teneur initiale du combustible (si k_0 augmente, T augmente).

TABLEAU 12.2. Combustion massique maximale selon le fractionnement du cœur.

n	$2n/(n+1)$	nT
1	1	22 222
2	4/3	29 630
3	3/2	33 333
4	8/5	35 556
5	5/3	37 037
6	12/7	38 095
∞	2	44 444

12.2.3 Autres problèmes de gestion de cœur (réacteurs à eau sous pression)

Quand on arrête un réacteur à eau sous pression pour renouveler une fraction du cœur, on en profite pour déplacer les assemblages partiellement irradiés de façon à obtenir la meilleure distribution de puissance possible, c'est-à-dire le plus petit facteur de forme $F = P_{\text{maximale}}/P_{\text{moyenne}}$ possible compatible avec la contrainte de réactivité (facteur de multiplication suffisant pour tenir la durée de cycle prévue) et éventuellement d'autres contraintes⁽¹⁾. Établir un plan de repositionnement est un difficile problème d'optimisation car la combinatoire est gigantesque⁽²⁾, même si l'on respecte les symétries et si l'on se restreint à un plan général (exemple : figures 12.7, page ci-contre et 12.8, page 270, de gestion par tiers et par quart⁽³⁾ de cœur) car la combinatoire subsiste pour chaque lot : en effet, les combustions subies par les assemblages d'un même lot sont, en pratique, toutes différentes.

Les plans de rechargement doivent être établis par les ingénieurs pour chaque réacteur à chaque arrêt car les aléas du fonctionnement ne permettent pas de prévoir avec suffisamment de précision l'état du cœur à cet instant : le niveau de production demandé au parc de réacteurs est, en effet, soumis, outre les aléas techniques, aux aléas économiques et climatiques ; en particulier, pour harmoniser la production d'électricité par l'ensemble des réacteurs, une certaine souplesse est apportée par la possibilité d'un *arrêt anticipé de campagne* (cycle) — le manque à gagner sera, en partie, rattrapé à la campagne suivante qui, partant avec un combustible moins irradié, pourra être plus longue — et d'une

1. Électricité de France recherche aujourd'hui des gestions à « faible fluence cuve » : la fluence en neutrons rapides reçue par la cuve induit, à long terme, une fragilisation ; on cherche donc à la réduire puisque ce problème pourrait être le facteur limitant la durée de vie de la centrale ; en pratique, cela amène à éviter de placer dans les positions les plus proches de la cuve des assemblages très réactifs, susceptibles d'un niveau de flux élevé.

2. Il y a $N!$ façons de placer N assemblages dans N positions.

3. Le schéma pour une gestion par quart de cœur ne peut pas être aussi simple, mais on y retrouve le principe « *int-out* » : les assemblages neufs, les plus réactifs sont préférentiellement placés en périphérie de façon à relever le niveau de puissance dans les zones où elle a tendance à s'effondrer à cause des fuites ; aux cycles suivants, ils sont ensuite ramenés vers les zones centrales. La contrainte de la fluence cuve conduit à revoir ce principe simple.

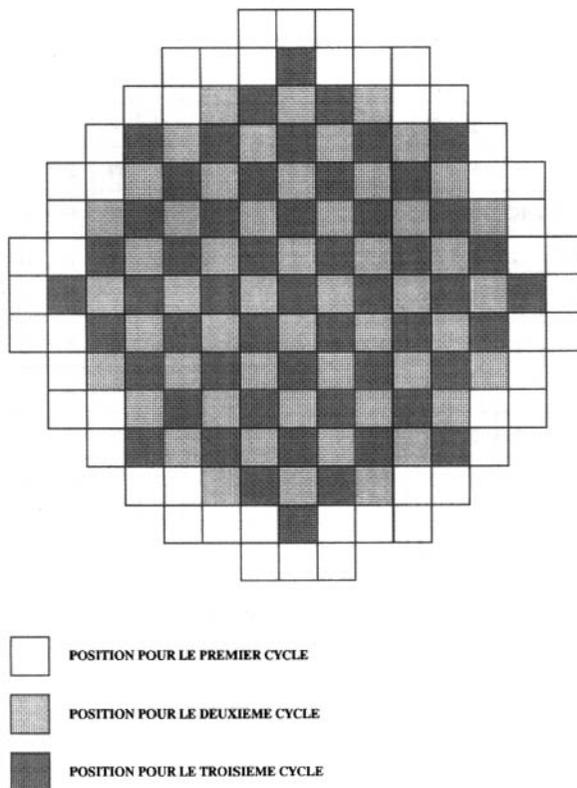


Figure 12.7. Schéma général de repositionnement pour la gestion par tiers de cœur d'un réacteur à eau sous pression de 900 MWé. Les assemblages frais sont placés en périphérie. Les assemblages ayant déjà effectué un ou deux cycles sont placés en damier dans la partie centrale.

prolongation de cycle, pouvant aller, dans les deux cas, jusqu'à quelques semaines (la prolongation de cycle est possible grâce au coefficient de température fortement négatif en fin de cycle, comme nous le verrons au chapitre suivant : en abaissant de quelques degrés la température de l'eau, donc en dégradant légèrement le rendement thermodynamique de l'installation, on gagne la réactivité nécessaire pour poursuivre l'irradiation).

Pour établir un plan de chargement, il est exclu d'explorer tous les cas et de choisir le meilleur⁽¹⁾ : les ingénieurs chargés de ce travail disposent aujourd'hui de codes basés sur des heuristiques, mais font encore beaucoup appel au bon sens et à l'expérience pour élaborer sinon le meilleur, du moins un plan de chargement convenable.

Signalons aussi, pour mémoire, le problème de l'atteinte du cycle d'équilibre : comme ils resteront en cœur moins longtemps, les assemblages des $n-1$ premières charges de combustible, destinées à effectuer seulement $1, 2, \dots, n-1$ cycles, sont faits avec de l'uranium moins enrichi que celui des recharges suivantes. Exemple pour une gestion par tiers d'un réacteur de 900 MWé : 2,1 %, 2,6 %, 3,1 %, puis 3,25 % (équilibre).

1. Encore faudrait-il préciser ce qu'est la « meilleure » configuration. En général, on minimise le facteur de forme de la puissance avec des contraintes sur la réactivité et sur la fluence de la cuve.

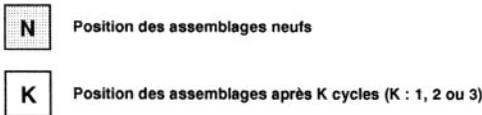
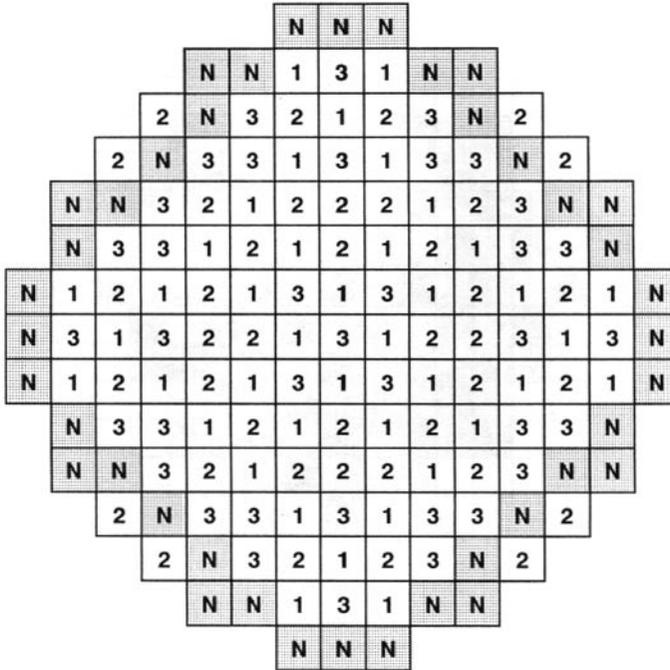


Figure 12.8. Schéma de repositionnement pour la gestion par quart de cœur d'un réacteur à eau sous pression de 900 MWé. Remarquer les assemblages de deuxième cycle placés en périphérie pour limiter la fluence reçue par la cuve.

Sans y revenir, rappelons enfin, parmi les problèmes de gestion, la problématique du bore et des poisons consommables, ainsi que celle du plutonium s'il est recyclé (cf. p. 231 à 233).

12.3 Conversion et recyclage de matières

12.3.1 Noyaux fissiles, fertiles et stériles

À un niveau plus large se pose le problème de la gestion des matières nucléaires naturelles et artificielles. Pour faciliter la discussion, on peut les classer en trois catégories :

- 1/ les matières *fissiles* sont constituées des noyaux lourds (isotopes d'actinides) pouvant subir la fission par absorption de neutrons de toute énergie, y compris neutrons thermiques. Même si elles ne sont pas les seules à subir la fission dans les réacteurs, puisque d'autres noyaux peuvent être fissionnés par neutrons rapides seulement, ces matières

fissiles constituent la contribution essentielle à la production d'énergie nucléaire, même dans les réacteurs à neutrons rapides. Rappelons qu'en pratique sont fissiles les isotopes d'actinides ayant un nombre impair de neutrons⁽¹⁾. Principaux exemples : uranium 233, uranium 235, plutonium 239 et plutonium 241 ;

- 2/ les matières *fertiles* sont constitués des noyaux lourds se transformant en noyaux fissiles après absorption d'un neutron, soit directement, soit après de rapides désintégrations radioactives. Principaux exemples : thorium 232, uranium 238, plutonium 238 et plutonium 240 ;
- 3/ les matières *stériles* sont toutes les autres. Au sens étroit du terme, on se limitera aux autres isotopes d'actinides, en remarquant qu'ils sont toujours plus ou moins susceptibles de subir la fission induite par neutrons rapides et qu'il peuvent conduire à un noyau fissile après non pas une mais plusieurs absorptions neutroniques ; principaux exemples : autres isotopes du thorium, de l'uranium et du plutonium ; isotopes pairs en neutrons du protactinium, du neptunium, de l'américium et du curium. Au sens large, on pourra y ajouter les autres noyaux radioactifs produits dans les réacteurs, produits de fission et d'activation⁽²⁾, aujourd'hui tous considérés comme des déchets.

Dans la nature, les seules matières nucléaires sont l'uranium (0,7 % d'uranium 235, 99,3 % d'uranium 238 et des traces négligeables d'uranium 234) et le thorium (isotope 232 exclusivement).

La gestion de ces matières concerne tous les problèmes posés par leur utilisation pour produire de l'énergie par fission, soit directement, soit indirectement après *conversion* de matière fertile en matière fissile ; en particulier, les problèmes liés aux retraitements, aux reconditionnements et aux recyclages. Ces problèmes mériteraient à eux seuls un ouvrage complet : limitons-nous donc à quelques éléments essentiels pour les discussions.

12.3.2 Facteur de conversion ; gain de régénération

Nous avons déjà introduit la notion de *facteur de conversion* (cf. p. 265) : rappelons que c'est le rapport du nombre de noyaux fissiles produits au nombre de noyaux fissiles détruits. Ces nombres peuvent être considérés soit à un instant donné (par exemple, au début de l'irradiation), soit intégrés sur une certaine durée (par exemple, toute la durée de la combustion). On remarquera que les noyaux fissiles « détruits » peuvent l'être par fission — c'est certainement la voie prépondérante, par définition des matières fissiles — mais aussi par capture stérile, voire par réaction $(n,2n)$.

Le *gain de régénération* est le nombre *net* de noyaux fissiles produits (production moins consommation) rapporté au nombre de *fissions*. Comme pour le facteur de conversion, ces nombres peuvent être évalués à un instant donné, ou intégrés sur une certaine durée.

Si nous notons P , A et F les nombres de noyaux fissiles produits, de noyaux fissiles détruits (par absorption neutronique) et de fissions, nous pouvons écrire respectivement pour le

1. En toute rigueur, même les noyaux pairs en neutrons peuvent subir quelquefois la fission par neutrons lents grâce à l'« effet tunnel ». En général, cela peut être négligé. Pour être plus précis, nous pourrions dire que sont qualifiés de « fissiles » les noyaux présentant une grande section efficace de fission pour les neutrons lents.

2. Activation : formation par capture neutronique d'un noyau radioactif.

facteur de conversion :

$$C = \frac{P}{A},$$

et pour le gain de régénération :

$$G = \frac{P - A}{F} = (C - 1) \frac{A}{F}.$$

(En pratique, A/F est proche de 1 : au numérateur, nous avons les fissions des noyaux fissiles plus les captures par ces noyaux ; au dénominateur, nous avons les fissions des noyaux fissiles plus les fissions par les autres noyaux.)

L'inconvénient de ces définitions est qu'elles font jouer le même rôle à tous les noyaux fissiles : c'est la raison pour laquelle on affecte parfois, dans ces bilans, un *poids* à chaque nucléide. Par exemple, les physiciens des réacteurs introduisent parfois la notion d'« équivalent plutonium 239 ». (La définition de cette équivalence pose, elle-même, une difficulté : faut-il raisonner, dans des conditions données, en réactivité, en énergie produite,...?)

On se rappelle (cf. p. 40) que certains réacteurs peuvent être rendus *surgénérateurs* : cela signifie que C est plus grand que 1 ou que G est positif, c'est-à-dire que le système produit, par conversion, davantage de matière fissile qu'il n'en consomme. Les réacteurs à neutrons rapides à plutonium, en particulier, peuvent être rendus surgénérateurs *si (et seulement si) on place une couverture*, c'est-à-dire une couche de matière fertile disposée autour du cœur. Les fuites des réacteurs à neutrons rapides sont très importantes car le cœur est petit (forte densité de puissance) et l'aire de migration élevée (faibles sections efficaces en neutrons rapides) : avec une couverture en uranium 238, les neutrons qui s'échappent du cœur sont utilisés pour convertir cet uranium en plutonium 239. Cette conversion s'ajoute à celle qui existe dans le cœur lui-même constitué d'assemblages de combustible en oxyde mixte d'uranium (naturel ou appauvri) et de plutonium (environ 15 % pour ce dernier). Dans ces réacteurs, il est utile de distinguer au numérateur de la formule de G la production nette de plutonium dans le cœur (toujours négative) et la production nette de plutonium dans les couvertures (positive) : on parle alors de gains de régénération interne et externe et l'on écrit, en abrégé, le gain de régénération global sous la forme :

$$G \text{ (ou GRG)} = GRI + GRE.$$

Le tableau 12.3 donne quelques ordres de grandeur du facteur de conversion pour quelques filières, en particulier pour les réacteurs à neutrons rapides sans couverture, avec couvertures axiales (CA) seulement et avec couvertures radiale (CR) et axiales. (Pour passer aux ordres de grandeur du gain de régénération, on pourra se contenter de l'approximation $G \simeq C - 1$.)

TABLEAU 12.3. Ordre de grandeur du facteur de conversion pour quelques filières de réacteurs.

Filière	UNGG	CANDU	REP	RNR nu	RNR + CA	RNR + CA + CR
C	0,8	0,9	0,6	0,8	1,0	1,2

On peut se demander pourquoi c'est la filière des réacteurs à neutrons rapides qui peut être surgénératrice et pas les autres. La réponse tient dans la valeur élevée du facteur η du

plutonium dans ces conditions. Rappelons que ce facteur est le nombre de neutrons émis par neutron absorbé par la matière considérée. Dans une réaction en chaîne critique, parmi les η neutrons produits chaque fois qu'un neutron est absorbé par la matière fissile, il faut réserver 1 de ces neutrons pour la réaction en chaîne (prochaine absorption dans la matière fissile) et le complément $\eta - 1$ doit être consommé par des captures sans fission (dans ce raisonnement simple, nous négligeons les fissions autres que celles dans la matière fissile). Ces captures sont, en partie, des captures inévitables purement stériles dans les divers matériaux du réacteur et peuvent être aussi des captures fertiles donnant un nouveau noyau fissile. Nous voyons donc que le facteur de conversion est forcément inférieur à $\eta - 1$; ou, dit autrement, la surgénération n'est possible que si η dépasse 2 et d'autant plus aisée que ce facteur est élevé. Le tableau 12.4 donne les ordres de grandeur du facteur η pour les trois principaux noyaux fissiles et les spectres rapide et thermique.

TABLEAU 12.4. Ordre de grandeur du facteur de reproduction η pour les principaux noyaux fissiles, en spectre rapide et en spectre thermique.

Noyau fissile	Spectre rapide	Spectre thermique
Uranium 233	2,3	2,3
Uranium 235	1,9	2,1
Plutonium 239	2,3	2,1

On voit qu'il vaut mieux utiliser l'uranium 235 dans les réacteurs à neutrons thermiques et le plutonium 239 dans les réacteurs à neutrons rapides (cependant, en neutrons thermiques, il est équivalent à l'uranium 235) ; pour l'uranium 233, les deux modes sont équivalents. Quant à la surgénération, elle apparaît réalisable avec le plutonium en spectre rapide et avec l'uranium 233 ; elle paraît, en revanche, pratiquement exclue avec l'uranium 235 compte tenu de la faible marge de $\eta - 1$ par rapport à 1.

12.3.3 Recyclage du plutonium

De ces considérations élémentaires se dégage une stratégie qui s'est imposée, dès les années 1940, aux promoteurs de l'énergie nucléaire pour l'utilisation optimale de l'uranium naturel dont les ressources sont, on le sait (cf. p. 40), limitées : dans une première étape, réalisons des réacteurs à neutrons thermiques et à uranium 235 et, grâce au retraitement du combustible irradié, constituons un stock minimal de plutonium ; dans une deuxième étape, construisons des réacteurs à neutrons rapides utilisant ce plutonium et le reconstituant et même au-delà grâce à la surgénération. À terme, tout le parc étant constitué par des réacteurs à neutrons rapides, le gain de régénération peut être ramené à zéro (sauf si l'on veut produire du plutonium pour le démarrage de l'énergie nucléaire dans d'autres pays) et l'intégralité de l'uranium naturel est utilisée pour la production d'énergie par fission.

Ce scénario porte sur le long terme car la surgénération est longue à mettre en œuvre. Il faut disposer de temps pour produire du plutonium dans le cœur et dans les couvertures, laisser décroître un peu la radioactivité, retraiter ces matières et récupérer le plutonium pour constituer des éléments de combustible, puis les charger en cœur : au total, près

d'une vingtaine d'années d'un recyclage au suivant. Finalement, on constate que pour brûler tout l'uranium, la partie 235 directement et la partie 238 après l'avoir convertie en plutonium, de multiples cycles sont nécessaires... et probablement des siècles !

Par rapport aux filières actuelles à neutrons thermiques, tels les réacteurs à eau sous pression, l'énergie pouvant être extraite de l'uranium est multipliée par un facteur supérieur à 50 si un tel cycle est mis en œuvre : les réserves seraient ainsi susceptibles de couvrir les besoins d'énergie non plus pour quelques décennies mais pour des millénaires.

Ces deux aspects du problème sont donc cohérents : tous deux déplacent totalement l'horizon par rapport aux perspectives industrielles usuelles.

La France, notamment, a vigoureusement prôné cette stratégie du plutonium, et cela a orienté les décisions industrielles successives : *choix de la filière uranium naturel-graphite-gaz* (UNGG)⁽¹⁾ avec les réacteurs G1, G2 et G3 de Marcoule, puis les six centrales d'Électricité de France (EdF) sur la Loire et à Bugey, adoption d'un cycle du combustible « fermé », donc *développement de la technologie du retraitement*, vigoureux efforts de *R&D sur la filière des réacteurs à neutrons rapides* (RNR) avec Rapsodie à Cadarache, Phénix à Marcoule, puis Superphénix⁽²⁾ à Creys-Malville.

Le scénario qui se réalisa ne fut pas celui qui avait été prévu : les RNR ne se développèrent pas aussi vite qu'il avait été escompté et vers la fin des années 1960, la France abandonna la filière UNGG et opta pour celle des réacteurs à eau sous pression (REP) : après avoir acquis la licence auprès de Westinghouse, Framatome, avec l'aide du Commissariat à l'Énergie Atomique (CEA), « francisa » la technologie REP et se dégagea finalement de cette licence ; entre les années 1977 et 1999, cinquante-huit centrales REP (modèles à trois boucles de 900 MWé, et modèles à quatre boucles de 1 300 et 1 450 MWé) ont divergé. Ces centrales assurent aujourd'hui les trois quarts de la production française d'électricité. La politique du retraitement, mise en œuvre pour les réacteurs UNGG fut poursuivie, grâce à l'extension des usines de La Hague, pour les réacteurs REP. Il apparut rapidement que la production de plutonium par retraitement de combustible REP irradié (une douzaine de tonnes par an) excédait, et de loin, les besoins des RNR existants. C'est la raison pour laquelle le recyclage du plutonium dans les REP eux-mêmes fut étudié, puis mis en œuvre (depuis 1987) dans une partie des réacteurs de 900 MWé. Cela pose quelques difficultés dont nous reparlerons au chapitre 18 et est certainement moins séduisant qu'un recyclage en RNR... mais c'est sûrement préférable à un entreposage du plutonium en attendant une hypothétique utilisation dans le futur⁽³⁾. Actuellement, le plutonium des REP n'est recyclé qu'une fois en REP, ce qui ne résout pas vraiment le problème ; les études menées pour tenter d'aller au-delà seront évoquées au chapitre 18.

1. Il est clair que l'on a voulu aussi se donner la possibilité de se doter un jour de l'arme nucléaire. Il faut noter que la France, à l'époque, ne maîtrisait pas la technologie de l'enrichissement de l'uranium, ce qui excluait les filières à eau.

2. La décision annoncée en 1997 d'arrêter Superphénix n'a pas été prise seulement au vu d'arguments techniques (les quelques difficultés rencontrées sont normales pour un prototype) ou économiques (il y avait toutes raisons de penser que le centrale allait être rentabilisée par sa production d'électricité ; rappelons que le cœur en place était peu irradié et qu'un cœur neuf avait été approvisionné), mais aussi pour des motifs électoralistes.

3. Outre le fait qu'un tel entreposage est coûteux, il faut noter qu'il fait perdre la partie plutonium 241 (fissile) qui, avec une période de 15 ans, se transforme par radioactivité en américium 241 (non fissile).

12.3.4 Cycle thorium-uranium 233

Nous avons vu que le thorium 232 est l'autre noyau fertile naturel. Il conduit à l'uranium 233 qui a de bonnes propriétés neutroniques (faible rapport capture/absorption) : à l'équilibre, un cycle thorium 232-uranium 233 pourrait être autogénérateur, voire surgénérateur (par exemple, dans des réacteurs, dits « HTR », à graphite et à haute température, utilisant le combustible sous forme de petites particules enrobées de graphite). Comme le thorium est un peu plus abondant que l'uranium, il y a là une ressource potentielle appréciable.

Ce cycle a été étudié mais assez peu expérimenté jusqu'à présent. Quelques points doivent être notés :

- la période du précurseur de l'uranium 233, le protactinium 233, est relativement longue (27 jours, à comparer à 2,3 jours pour le neptunium 239 donnant le plutonium 239) ; de plus, ce protactinium a une section efficace notable (40 barns) pour les neutrons thermiques : par conséquent, si le flux est trop élevé⁽¹⁾, le rendement de la conversion du thorium 232 en uranium 233 s'abaisse à cause des captures neutroniques par le protactinium 233 ;
- comme nous l'avons déjà souligné, le cycle thorium 232-uranium 233 doit être amorcé avec une autre matière fissile ;
- le retraitement du combustible thorium 232-uranium 233 est possible mais supposerait des développements technologiques ;
- dans ce cycle, une petite quantité d'uranium 232 est formée : parmi ses descendants radioactifs, se trouvent des émetteurs de photons gamma de très haute énergie — notamment le thallium 208 — qui poseraient de difficiles problèmes de radioprotection lors du retraitement et du recyclage des matières.

12.3.5 Incinération en réacteurs de déchets nucléaires

Pour clore ce chapitre, évoquons rapidement les problèmes d'incinération en réacteur des déchets nucléaires.

Parmi les déchets produits par l'industrie nucléaire (applications énergétiques et autres applications), on trouve des produits radioactifs de courtes périodes — disons trente ans au maximum — qui ne posent pas de difficulté à long terme, puisqu'au bout de quelques siècles, ils auront spontanément complètement disparu, et des produits de longues périodes qui posent des problèmes de caractère à la fois technique⁽²⁾ et éthique (le problème du legs aux générations futures). Ces derniers sont essentiellement constitués par les actinides mineurs (neptunium, américium, curium...) émetteurs alpha de longues périodes. On peut aussi y adjoindre quelques produits de fission à vie longue (PFVL) émetteurs bêta : sélénium 79, zirconium 93, technétium 99, étain 126, iode 129, césium 135.

1. Le problème survient si le flux dépasse notablement celui d'un REP.

2. Dans la discussion des problèmes de déchets nucléaires, il est important d'avoir présent à l'esprit le fait que l'activité est inversement proportionnelle à la période. En particulier, les déchets de longue période sont forcément des déchets de faible activité.

Une voie de recherche pour régler ce problème est l'*incinération* de ces produits, c'est-à-dire l'irradiation par des neutrons jusqu'à la fission ou la formation d'un noyau stable ou de courte période. Cette incinération pourrait s'envisager dans des machines dédiées — cœurs critiques ou systèmes hybrides⁽¹⁾ — ou dans des réacteurs industriels à neutrons rapides ou à neutrons thermiques (ce serait là une autre façon que la conversion d'utiliser judicieusement les $\eta - 1$ neutrons laissés disponibles par la réaction en chaîne). Des calculs théoriques et des irradiations sont actuellement en cours pour comparer les modalités envisageables : filière de réacteurs, recyclage homogène (la matière à incinérer est mélangée avec le combustible dans les pastilles) ou hétérogène (la matière à incinérer est mise dans des capsules séparées), etc. Cette incinération ne permettra sans doute pas de régler totalement le problème de ces déchets ; mais elle pourrait permettre de réduire notablement les masses à gérer (par exemple, à déposer dans un stockage souterrain).

1. Voir le chapitre 18.

13

Effets de température

Introduction

Nous avons déjà insisté (cf. p. 209, 230 et 230) sur l'importance d'avoir des coefficients de température négatifs dans les réacteurs nucléaires : cela assure à la fois une facilité de pilotage — la stabilité du niveau de puissance — et un élément important de sûreté — une contre-réaction rapide limitant l'excursion de puissance en cas d'accident de réactivité — ; il est donc fondamental pour l'ingénieur de bien comprendre ces effets et de s'assurer qu'ils sont bien modélisés. C'est la raison pour laquelle nous reprendrons et compléterons ce qui a déjà été esquissé dans une présentation structurée sur cette problématique.

Après quelques généralités et une analyse physique des effets pouvant affecter les caractéristiques neutroniques d'un cœur, nous détaillerons les effets de température sur l'exemple des réacteurs à eau sous pression, principale filière en France. Nous terminerons par quelques mots sur les effets de température dans les autres filières.

13.1 Boucle des contre-réactions

Très schématiquement, l'état d'un réacteur à un instant donné peut être caractérisé par trois paramètres :

- la réactivité ρ du cœur ;
- la puissance P qu'il délivre ;
- sa température T .

La *dérivée* de la puissance par rapport au temps est liée à la réactivité par les équations de la cinétique. Avec éventuellement un petit décalage temporel, la température est liée à la puissance. Quant à la réactivité, enfin, deux mécanismes peuvent la faire varier⁽¹⁾ : les actions volontaires de l'opérateur (en général, des mouvements d'absorbants) ; les effets de température que nous allons étudier dans ce chapitre. Tout cela est résumé sur la figure 13.1, page suivante.

1. Nous raisonnons ici sur le court terme et pouvons donc ignorer les variations de réactivité associées aux produits de fission et à l'évolution des concentrations des noyaux lourds.

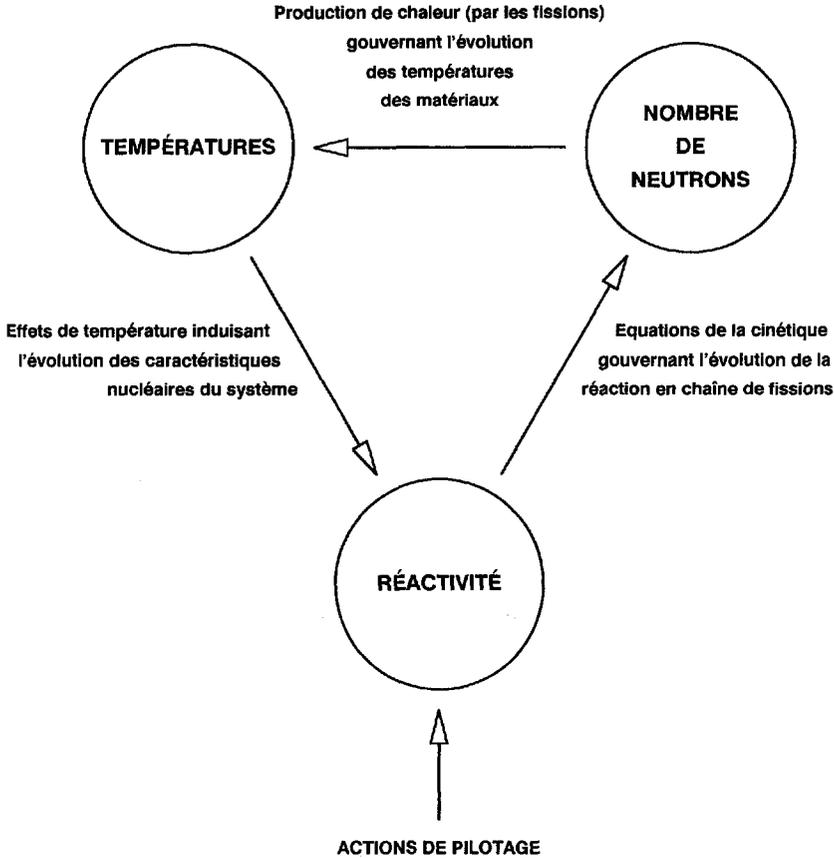


Figure 13.1. Boucle des contre-réactions de température dans un réacteur.

L'examen des conséquences successives des variations montre que *le système est stable si le coefficient de température est négatif* (c'est-à-dire si une variation de température induit une variation de signe contraire de la réactivité) et instable sinon. Dans un système stable, les actions de pilotage ne sont nécessaires que pour modifier le niveau de puissance et pour compenser les évolutions lentes de la réactivité (produits de fission et évolution des noyaux lourds).

13.2 Définition des coefficients de température

On définit, en général, le coefficient de température α comme la dérivée logarithmique du facteur de multiplication effectif k par rapport à la température T du réacteur :

$$\alpha = \frac{1}{k} \frac{dk}{dT}.$$

Des définitions pratiquement équivalentes, puisque le système est toujours proche de la criticité, sont la dérivée (usuelle) de k par rapport à T ou la dérivée de la réactivité $\rho = (k - 1)/k$ par rapport à T .

En pratique, α est exprimé en pcm par degré Celsius, c'est-à-dire en 10^{-5} par degré Celsius⁽¹⁾.

L'intérêt d'utiliser une dérivée logarithmique est qu'on pourra évaluer α en faisant la somme des coefficients relatifs à chacun des facteurs, si k est exprimé sous une forme factorisée. Par exemple, avec la formule de Fermi :

$$k = \frac{\varepsilon p f \eta}{1 + M^2 B^2},$$

on écrira :

$$\alpha = \frac{1}{k} \frac{dk}{dT} = \frac{1}{\varepsilon} \frac{d\varepsilon}{dT} + \frac{1}{p} \frac{dp}{dT} + \frac{1}{f} \frac{df}{dT} + \frac{1}{\eta} \frac{d\eta}{dT} - \frac{M^2 B^2}{1 + M^2 B^2} \left[\frac{1}{M^2} \frac{dM^2}{dT} + \frac{1}{B^2} \frac{dB^2}{dT} \right].$$

La deuxième raison pour laquelle il faut parler de coefficients — au pluriel — est la nécessité de distinguer, en pratique, les matériaux : en particulier, tant sur le plan de la neutronique que sur celui de la dynamique des variations de température, il est important de distinguer le combustible et le modérateur.

13.3 Effets physiques contribuant aux coefficients de température

Le facteur de multiplication d'un réacteur est un rapport de taux de réaction. Tout taux de réaction est l'intégrale (en espace et en énergie) du produit de trois termes : une section efficace microscopique ; une concentration ; un flux. Chacun de ces termes peut varier avec la température : il y a donc, fondamentalement, trois sortes d'effets de température, une associée à chacune de ces variations.

- 1/ L'effet Doppler, que nous avons déjà décrit (cf. p. 209–213), est lié à une variation de sections efficaces microscopiques, due à l'agitation thermique des atomes, jouant essentiellement sur la forme des résonances. La principale conséquence pratique de cet effet est l'augmentation de l'absorption résonnante des noyaux lourds du combustible, en particulier de la capture résonnante par l'uranium 238. Cet effet est donc associé à la température du combustible et est caractérisé par un coefficient négatif (ordre de grandeur : -1 à -3 pcm/°C) ; comme, de plus, c'est un effet qui intervient rapidement, puisque la température du combustible varie pratiquement instantanément si la puissance varie, l'effet Doppler est l'effet principal assurant la stabilité de la puissance. En cas de perturbation, la puissance revient à la valeur d'équilibre telle qu'à la température associée, le facteur de multiplication soit exactement égal à l'unité ; ce retour à l'équilibre se fait avec une constante de temps de l'ordre de grandeur des constantes de temps des neutrons retardés, c'est-à-dire quelques dizaines de secondes.
- 2/ Les concentrations varient avec la température à cause des effets de dilatation thermique et, éventuellement, d'ébullition. La dilatation affecte tous les matériaux mais davantage les liquides que les solides. Les coefficients associés sont très variables selon les matériaux et selon les filières. L'un des effets de dilatation parmi les plus notables est celui associé à l'eau des réacteurs à eau sous pression (voir ci-dessous).

1. Attention ! on peut trouver dans les publications américaines des coefficients par degré Fahrenheit.

3/ Les effets de spectre associés aux variations de flux sont un peu plus délicats à analyser : comme le facteur de multiplication (ou l'un des facteurs qui l'expriment) est un rapport de taux de réaction, le niveau du flux ne joue pas mais seulement la répartition en énergie et en espace des neutrons. Cela peut affecter le facteur de multiplication dans la mesure — et seulement dans la mesure — où les sections efficaces au numérateur et au dénominateur ne varient pas proportionnellement, c'est-à-dire si les sections efficaces moyennes ne varient pas de la même façon.

Le spectre peut varier à cause des effets précédents, notamment à cause des effets de dilatation ; noter que ces variations de spectre résultent non seulement des variations d'absorption mais aussi des variations de diffusion et de transfert en énergie.

En outre, dans les réacteurs à neutrons thermiques, existe un autre effet de spectre qui, lui, a une origine nucléaire et pourrait donc être reclassé dans la première catégorie : c'est la modification des transferts dans le domaine de la thermalisation si la température des matériaux thermaliseurs — essentiellement le modérateur — varie. Cela se traduit, si la température augmente, par un durcissement du spectre des neutrons thermiques (déplacement vers les énergies plus élevées) associé au déplacement du spectre de Maxwell. Comme les autres effets de spectre, cet effet ne joue pas directement sur la réactivité puisqu'il porte sur la diffusion et non sur l'absorption ; il peut cependant l'affecter par le biais des sections efficaces moyennes. La figure suivante montre que des effets pourront effectivement être observés sur les facteurs f et η du fait que les sections efficaces des noyaux fissiles les plus importants se suivent pas réellement la loi en $1/v$ et que les sections efficaces de fission et de capture ne varient pas proportionnellement.

L'effet sur le facteur η , dans le cas d'un combustible à uranium, est plus facile à analyser en écrivant ce facteur sous la forme :

$$\eta = v_5 \frac{\bar{v}\bar{\sigma}_{f5}}{\bar{v}\bar{\sigma}_{a5}} \frac{1}{1 + \zeta}, \quad \zeta = \frac{N_8 \bar{v}\bar{\sigma}_{a8}}{N_5 \bar{v}\bar{\sigma}_{a5}}.$$

Ces formules montrent qu'au premier ordre, ce facteur ne varie pas puisque les sections efficaces de fission et d'absorption sont à peu près en $1/v$ et que le produit de la vitesse moyenne par la section efficace moyenne ne change pas dans ces conditions si le spectre se déplace. L'effet de température sur ce facteur est un effet du deuxième ordre, provenant des écarts des courbes de sections efficaces par rapport à la loi en $1/v$. Si la température du thermaliseur croît, la vitesse moyenne croît, ce qui correspond à un déplacement vers la droite sur la figure 13.2, page ci-contre.

- Le facteur v_5 ne varie pas dans le domaine thermique (la variation est de l'ordre de 0,14 par MeV).
- Le deuxième facteur a tendance à décroître légèrement (cf. figure 13.2, page ci-contre).
- Le troisième facteur également (cf. figure 13.2, page ci-contre : ζ croît).

Le coefficient de température associé est donc négatif et, en pratique, de l'ordre de quelques pcm par °C (en valeur absolue).

Dans le cas d'un combustible à plutonium, le troisième facteur, au contraire, augmente. En pratique, c'est ce troisième terme qui l'emporte et ce coefficient est légèrement positif.

En ce qui concerne le facteur d'utilisation thermique, l'analyse est plus simple en l'écrivant sous la forme :

$$\frac{1}{f} - 1 = \frac{V_m \bar{v} \bar{\Sigma}_{am} \Phi_m}{V_c \bar{v} \bar{\Sigma}_{ac} \Phi_c}.$$

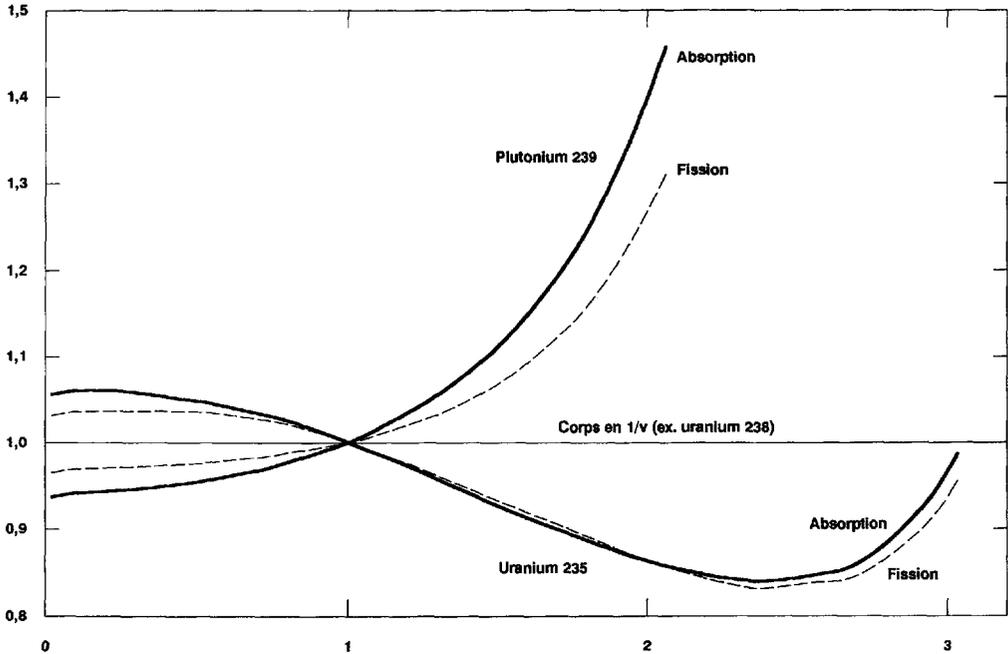


Figure 13.2. Produits section efficace \times vitesse (rapportés aux valeurs à 2 200 m/s) en fonction de la vitesse (rapportée à 2 200 m/s) pour l'uranium 235 et le plutonium 239 dans le domaine thermique.

Si la température du *thermaliseur* croît :

- le rapport des sections efficaces croît (uranium) et f décroît (et l'inverse dans le cas du plutonium) ;
- le facteur de désavantage s'abaisse (dans les deux cas) car l'absorption dans le combustible est moins intense (loi en $1/v$ donnant le comportement au premier ordre) et f croît⁽¹⁾.

Ces deux effets sont faibles en pratique.

13.4 Effets de température sur la réactivité dans les réacteurs à eau sous pression

Dans les réacteurs à eau, comme dans tous les réacteurs, on va observer l'effet Doppler stabilisant (de l'ordre de -2 pcm/ $^{\circ}\text{C}$ dans ce cas). Et, comme dans tous les réacteurs à neutrons thermiques, on va trouver les effets de quelques pcm/ $^{\circ}\text{C}$ associés à ηf (coefficient négatif dans le cas de l'uranium et positif dans le cas du MOX). Si l'effet Doppler reste important, bien que faible en valeur absolue, parce qu'il est lié à la température du combustible et est donc le plus rapide, les effets de spectre sur ηf liés à la température de

1. On a là l'exemple d'un effet de « spectre en espace » et non en énergie.

l'eau sont, en pratique, presque négligeables devant un effet beaucoup plus important, lié à la température de l'eau également : l'effet de dilatation⁽¹⁾.

La densité ρ de l'eau liquide passe par un maximum à 4 °C. Aux températures plus élevées, cette densité décroît, d'abord modestement, puis de plus en plus rapidement au fur et à mesure qu'on s'approche de la température d'ébullition (345 °C pour la pression de 155 bars). Aux conditions nominales de fonctionnement d'un REP, autour de 310 °C, la densité (masse spécifique rapportée à la masse spécifique à froid) n'est plus que de l'ordre de 0,7 et décroît d'environ un quart de pour cent (250 pcm) par degré Celsius.

En reprenant un raisonnement très similaire à celui que nous avons présenté à propos de l'optimum de modération (cf. p. 227 et s.), nous noterons que cette dilatation va jouer essentiellement sur les facteurs p et f (nous négligeons l'effet sur η induit par la variation de spectre thermique due à la dilatation).

Si la température de l'eau augmente, donc si l'eau se dilate, le facteur antitrappe se détériore puisque les neutrons sont moins bien ralentis : le coefficient de température associé est *négatif*. Cela est confirmé par l'examen de la formule usuelle de p (cf. p. 209)⁽²⁾ :

$$p = \exp \left[- \frac{V_c N_c I_{\text{eff}}}{V_m N_m (\xi \sigma_s)_m} \right],$$

dans laquelle il faut faire décroître N_m pour analyser l'effet d'une augmentation de température d'eau. Ordre de grandeur de ce coefficient : -50 pcm/°C.

Le facteur d'utilisation thermique, en revanche, s'améliore puisqu'il y aura moins de modérateur susceptible de capturer les neutrons de façon stérile. La formule du facteur f (cf. p. 226) le confirme :

$$\frac{1}{f} - 1 = \frac{V_m N_m \sigma_{am} \Phi_m}{V_c N_c \sigma_{ac} \Phi_c},$$

(si N_m décroît, f croît). Si l'on néglige la variation du facteur de désavantage, on trouve, en différenciant la formule et en notant que N_m est proportionnelle à ρ :

$$\frac{1}{f} \frac{df}{dT} = -(1-f) \frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dT},$$

(ce qui est positif puisque f est inférieur à 1 et que ρ décroît avec la température). On remarque que ce coefficient est proportionnel à $1-f$, c'est-à-dire à peu près proportionnel à la section efficace macroscopique Σ_{am} de capture par le modérateur : si l'on ajoute du bore en solution dans l'eau, cette section efficace augmente et ce coefficient positif également. Ordres de grandeur : +15 pcm/°C sans bore ; +45 pcm/°C avec 1 000 ppm de bore. Cet effet considérable provient évidemment de la capture considérable du bore et du fait que ce matériau, s'il est utilisé sous la forme d'acide borique en solution dans l'eau, se dilate au même titre que l'eau, ce qui réduit sa concentration et donc sa section efficace macroscopique.

1. Il y a, bien entendu, des effets liés à la dilatation des solides, mais, en pratique, ils sont faibles et presque négligeables : nous raisonnerons ici à volume d'assemblages inchangé. La dilatation de l'eau (réduction de densité) se concrétise donc par l'expulsion hors du cœur d'une certaine masse d'eau.

2. Pour simplifier, nous prenons ici la formule pour une cellule formée seulement d'un combustible et d'un modérateur et nous négligeons le ralentissement par le combustible.

On voit ainsi qu'en l'absence de bore (c'est-à-dire en fin de cycle), le coefficient global de dilatation d'eau est largement négatif :

$$-50 + 15 = -35 \text{ pcm}/^{\circ}\text{C},$$

alors qu'avec 1 000 ppm de bore il devient pratiquement nul (avec les valeurs choisies) :

$$-50 + 45 = -5 \text{ pcm}/^{\circ}\text{C}.$$

Avec une concentration en bore un peu plus grande, ce coefficient global deviendrait positif. Comme cela n'est pas acceptable pour des raisons liées à la sûreté (cf. p. 230), il apparaît une *limite sur la concentration admissible de bore*. (Nous avons vu p. 231 que cette limite correspond à la concentration pour laquelle le rapport de modération adopté est optimum).

Rappelons que, si la compensation de l'excédent de réactivité en début de cycle dépasse ce qui peut être fait avec l'acide borique, un autre procédé complémentaire doit être mis en œuvre : les *poisons consommables*. En pratique, deux types de poisons consommables sont utilisés dans les réacteurs à eau sous pression d'Électricité de France :

- pour le premier cœur (uranium moins enrichi que celui du cycle à l'équilibre), on utilise des crayons en pyrex boraté se logeant dans tout ou partie des vingt-quatre tubes guides, avec une concentration en bore calculée pour que celui-ci ait à peu près disparu avant la fin du cycle ; à la fin du premier cycle, ces crayons sont retirés ;
- pour le cœur à l'équilibre, on utilise du gadolinium sous forme d'oxyde mélangé en proportion adéquate avec l'oxyde d'uranium⁽¹⁾ dans un certain nombre de crayons (figure 13.3, page suivante). Ce gadolinium restera en place pendant toute la durée des trois ou quatre cycles, ce qui laissera une petite pénalité résiduelle après le premier cycle (les isotopes consommables, car caractérisés par une grande section efficace, sont les isotopes 155 et 157 ; après capture neutronique, il donnent les isotopes 156 et 158 dont la capture est faible mais pas complètement négligeable).

Rappelons enfin (cf. p. 222 et s.) que l'absorption des neutrons thermiques dans les assemblages MOX des réacteurs à eau sous pression est beaucoup plus forte que dans les assemblages standards à uranium. Nous avons vu que l'efficacité des absorbants de commande s'en trouve fortement réduite, d'un facteur de l'ordre de 3 (pour compenser cela, il est possible de remplacer les crayons AIC [argent-indium-cadmium] des grappes de commande par des crayons en carbure de bore B₄C enrichi en bore 10 ; de même, on pourrait envisager d'enrichir en isotope 10 le bore de l'acide borique). Une autre conséquence est un coefficient de température positif sur f plus faible — puisque que l'absorption du combustible est plus forte, $1 - f$ est plus faible — et donc un coefficient de température global lié à la dilatation de l'eau plus grand en valeur absolue que dans le cas standard.

13.5 Aperçu sur les effets de contre-réaction dans les réacteurs à eau sous pression

Dans les réacteurs, on appelle « contre-réactions » les couplages entre la neutronique et la thermohydraulique, affectant non seulement la réactivité mais aussi la distribution

1. Cet uranium est moins enrichi que celui des crayons standards de façon à éviter les « points chauds » après disparition du gadolinium.

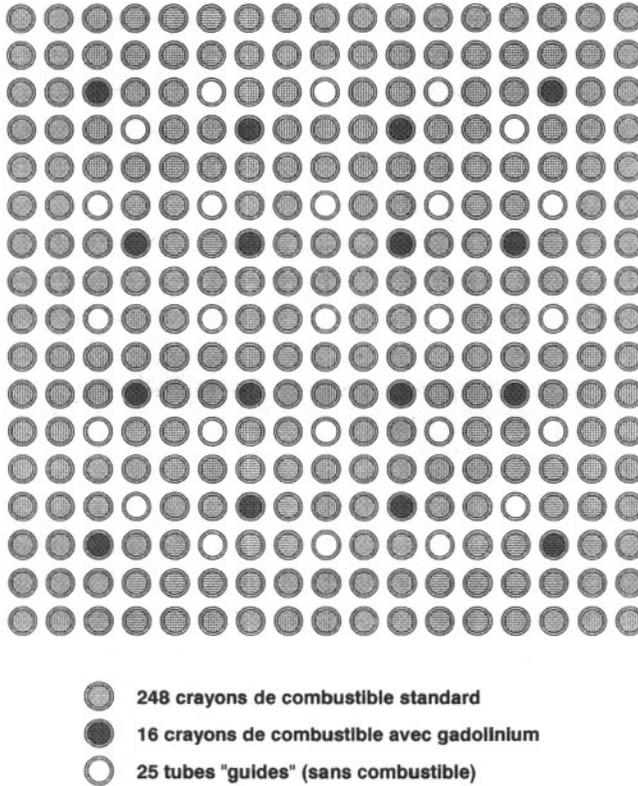


Figure 13.3. Section droite d'un assemblage de réacteur à eau sous pression avec 16 crayons gadoliniés.

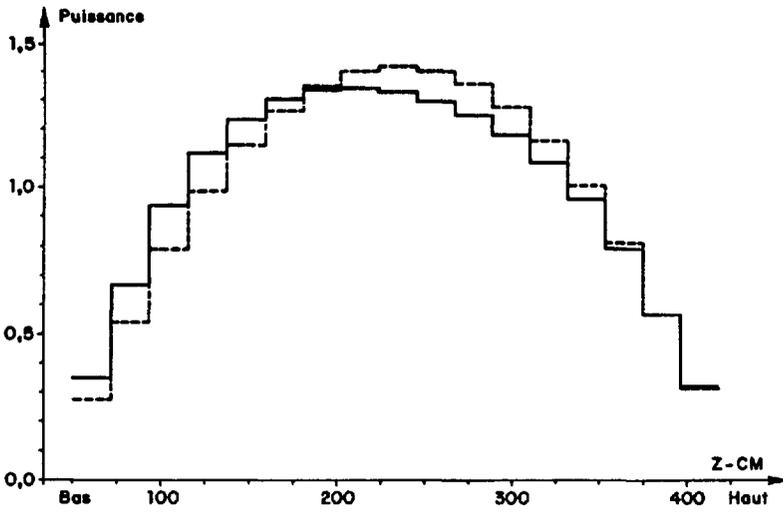
de puissance. Il y a des couplages, en effet, entre les calculs de neutronique et de thermohydraulique parce que :

- la distribution des températures dépend des sources de chaleur, c'est-à-dire de la distribution des fissions donnée par le calcul neutronique ;
- les sections efficaces macroscopiques intervenant dans le calcul de neutronique dépendent des températures par les différents mécanismes que nous avons vus.

En pratique, ce couplage est pris en compte en intégrant, dans un même système informatique, les codes de neutronique et de thermohydraulique et en faisant des itérations en alternant les deux calculs jusqu'à convergence. Cette convergence est, en général, atteinte après quelques itérations.

Les figures 13.4 et 13.5, page ci-contre, et 13.6, page 286, illustrent non pas, à proprement parler, ce couplage, mais la nécessité de le prendre en compte non pas en moyenne mais point par point : ces figures comparent, en effet, les distributions de puissance obtenues dans un réacteur à eau sous pression, d'une part en traitant point par point⁽¹⁾ ces contre-réactions, d'autre part en les prenant en moyenne seulement.

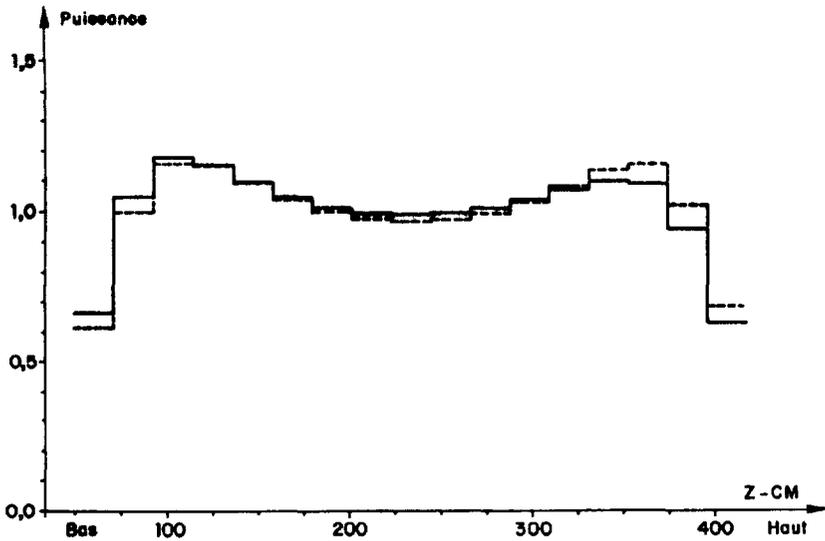
1. Le calcul a été effectué ici par la méthode des éléments finis et la contre-réaction a été calculée dans chaque élément (parallélépipède d'un décimètre de côté environ).



Distribution de puissance axiale et normalisée.

- Contre-réactions locales (Début du cycle)
- - - Contre-réactions moyennes

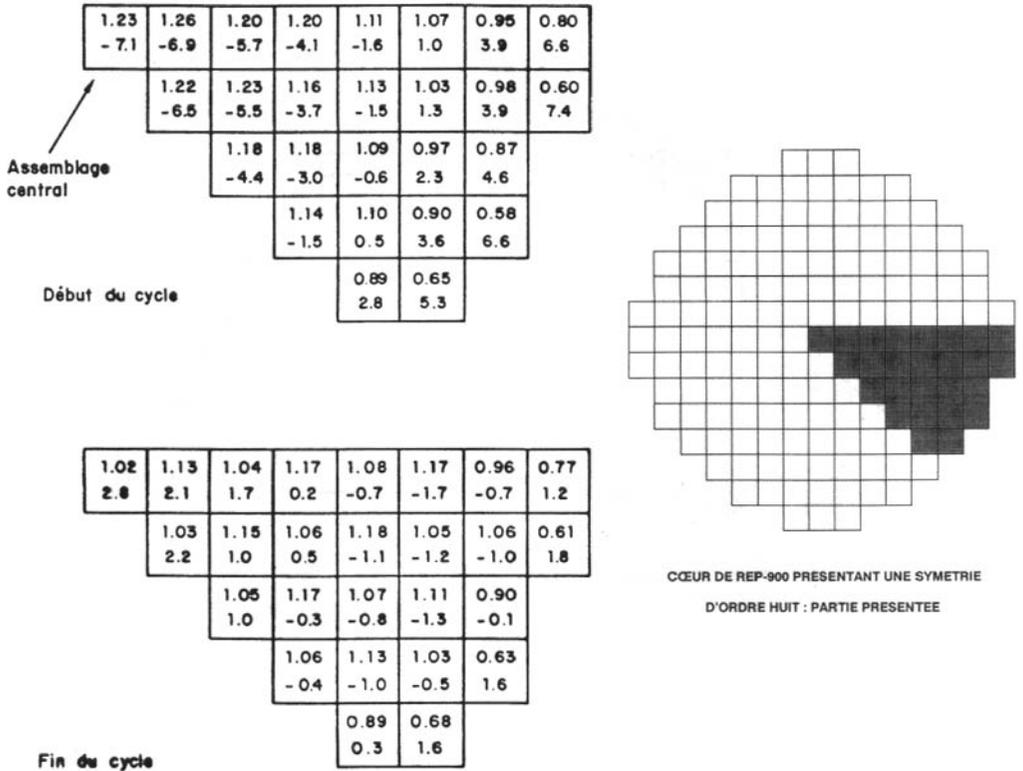
Figure 13.4. Distribution de puissance axiale en début de cycle.



Distribution de puissance axiale et normalisée.

- Contre-réactions locales (Fin du cycle)
- - - Contre-réactions moyennes

Figure 13.5. Distribution de puissance axiale en fin de cycle.



Distribution de puissance radiale et normalisée.



x.xx : puissance calculée avec contre-réactions moyennes.
 y.y : modification (%) quand on prend en compte les contre-réactions locales.

Figure 13.6. Distribution de puissance radiale en début et en fin de cycle.

Dans tous les résultats présentés, la puissance est renormalisée à la puissance moyenne sur le cœur. Les distributions axiales montrent les intégrales sur chacune des « tranches » du calcul éléments finis. Les distributions radiales montrent les intégrales sur toute la hauteur pour chacun des assemblages de combustible.

- La première figure (figure 13.4, page précédente) montre la distribution axiale de puissance au début de cycle : en prenant les contre-réactions en moyenne la courbe de puissance est symétrique et rappelle le cosinus attendu ; les contre-réactions induisent un basculement (*axial offset*) vers le bas où la température d'eau est plus faible et le facteur de multiplication plus élevé que dans le calcul en moyenne.
- La deuxième figure (figure 13.5, page précédente) montre la même distribution axiale de puissance en fin de cycle : le même basculement axial apparaît mais atténué par l'évolution ; beaucoup plus spectaculaire est la déformation de la distribution de puissance qui est passée d'une forme en cosinus à une forme « en dos de chameau ».

C'est là l'effet, non pas des contre-réactions mais de l'évolution : dans la partie médiane du cœur, le flux a été élevé, notamment en début de cycle, et la combustion massique importante, à tel point que le facteur de multiplication infini est devenu inférieur à l'unité, ce qui est révélé par le fait que la courbure s'est inversée ; dans les parties haute et basse, au contraire, l'usure a été moins intense et la disparition du bore en solution a amené un accroissement de k_{∞} révélé par une courbure accentuée.

- La troisième figure (figure 13.6, page ci-contre) montre les mêmes effets dans une présentation radiale (un huitième de cœur supposé symétrique). On observera, en début de cycle, un aplatissement de la distribution de puissance pour le calcul à contre-réactions locales : dans les assemblages à forte puissance, la température est plus forte et la réduction de k_{∞} plus marquée que la moyenne, d'où une baisse de la puissance dans la partie centrale du cœur ; l'inverse est observé dans la partie périphérique où la puissance est plus faible. On notera que ces effets sont pratiquement « gommés » en fin de cycle, comme pour la carte axiale.

D'une façon plus générale, l'évolution a tendance à aplatir la distribution de puissance, donc à améliorer le facteur de forme : au niveau d'un pic, la combustion et la dégradation de k_{∞} est plus rapide, ce qui viendra araser le pic ; et inversement au niveau d'un creux.

13.6 Effets de température dans les autres réacteurs

Ces divers effets que nous venons de décrire vont être plus ou moins observés dans tous les réacteurs ; sans entrer dans tous les détails, donnons quelques indications générales.

a) Réacteurs à eau bouillante

Les effets de vide dus à l'ébullition de l'eau dans le cœur sont similaires aux effets de dilatation observés dans les réacteurs pressurisés, mais encore accentués, puisque les variations de densité moyenne sont plus fortes (le taux de vide est nul en bas du cœur et élevé en haut du cœur ; la densité moyenne du mélange eau-vapeur passe, en gros, de 0,7 à 0,3).

Dans certaines conditions, ces effets très importants de contre-réaction risquent d'engendrer des transitoires instables.

b) Réacteurs à eau lourde du type CANDU

Dans ce cas, au contraire, les effets de densité sont plus modestes puisque l'essentiel de l'eau lourde est placé hors des tubes de force et reste à basse température ; seule l'eau lourde pressurisée, circulant dans les tubes de force pour refroidir les grappes de crayons de combustible, conduit à des effets de dilatation similaires à ceux des réacteurs à eau ordinaire sous pression ; mais, comme il n'y a pas de bore de solution, l'effet (négatif) sur le facteur antitrappe l'emporte.

c) Réacteurs RBMK

Comme pour les CANDU, l'effet de dilatation de la partie essentielle du modérateur (ici du graphite entre les tubes de force) est faible ; en revanche, l'effet d'ébullition de l'eau

circulant dans les tubes de force peut être important. Bien qu'il n'y ait pas de bore, l'effet sur le facteur d'utilisation thermique (effet de capture par l'eau) l'emporte sur l'effet sur le facteur antitrappe dû au moindre ralentissement, tout au moins dans le concept standard à uranium enrichi à 1,8 % : c'est la raison pour laquelle la teneur de l'uranium des RBMK a été portée à 2,4 % (cf. la formule du coefficient de dilatation sur f , p. 282 : pour du combustible plus absorbant, le facteur f est plus grand et le coefficient positif sur ce facteur est plus faible).

d) Réacteurs à graphite et à haute température (HTR)

Tous les matériaux étant solides (hormis l'hélium, qui ne joue pratiquement aucun rôle neutronique), les effets de dilatation sont faibles. Les effets de spectre thermique sont donc importants à prendre en compte. On peut signaler, en particulier, des effets complexes et difficiles à modéliser liés aux réflecteurs en graphite : le spectre γ est plus maxwellien que celui du cœur, d'où des transitoires d'interface.

e) Réacteurs à neutrons rapides

L'effet Doppler joue même dans les réacteurs à neutrons rapides⁽¹⁾ ; il est toutefois plus faible, en valeur absolue, que dans les réacteurs à neutrons thermiques, d'une part parce qu'il y a moins de neutrons dans le domaine des résonances de l'uranium 238 (surtout les grandes résonances à basse énergie), d'autre part parce qu'il y a un petit effet Doppler positif lié au plutonium pour lequel la fission l'emporte sur la capture. Bien que faible, l'effet Doppler global garantit la stabilité du réacteur et la contre-réaction en cas d'accident de réactivité.

Les autres effets observés dans ces réacteurs sont liés aux dilatations : des effets non négligeables proviennent de la dilatation des éléments de combustible et des barres de commande ; toutefois, l'effet principal est lié à la dilatation du sodium qui a trois conséquences :

- une moindre capture par le sodium (effet positif similaire à celui sur le facteur f dans les réacteurs à neutrons thermiques) ;
- un durcissement du spectre (moins de ralentissement) qui a, en général, un effet positif car le facteur η augmente plutôt avec l'énergie moyenne des neutrons ;
- une augmentation des fuites (le milieu devenant plus « transparent » aux neutrons), qui est un effet, par contre, négatif.

L'effet total est, en pratique, positif pour un assemblage central (peu sensible aux fuites) et négatif pour un assemblage périphérique (davantage soumis aux fuites) ; en moyenne il est positif pour un grand cœur⁽²⁾ et négatif pour un petit cœur.

1. Sauf si l'on réduit trop la quantité d'uranium 238, comme cela avait été préconisé lors des premières études du concept CAPRA (consommation accrue de plutonium dans les réacteurs à neutrons rapides).

2. Ce qui reste acceptable du point de vue de la sûreté, notamment parce que l'effet Doppler — négatif — intervient le premier.

Partie II

**ÉLÉMENTS
SUR LES CALCULS
DE NEUTRONIQUE**

Cette page est laissée intentionnellement en blanc.

14

Équation de Boltzmann

Introduction

Nous avons rapidement introduit l'équation de Boltzmann au chapitre 4 et indiqué en quelques mots les principes de la résolution (*cf.* p. 108 à 112). Nous allons reprendre ici ce sujet avec plus de détails : après le rappel des opérateurs intervenant dans l'équation — opérateur de collision et opérateur de transport —, nous présenterons les principes des traitements numériques de chacun d'eux, avec, pour l'opérateur de transport, les deux variantes, intégrale et différentielle, qui conduisent à des traitements numériques totalement différents. Nous examinerons ensuite le comportement de la solution de l'équation en mode fondamental, situation plus simple que la situation générale et souvent prise comme cas de référence. Nous présenterons, enfin, l'approche probabiliste dite de Monte-Carlo.

L'objectif de ce livre est la formation d'ingénieurs susceptibles d'utiliser des codes de calcul ou de travailler sur des résultats ainsi obtenus, mais non celle de spécialistes du développement des codes : c'est dire que nous nous limiterons souvent et délibérément à exposer les principes des techniques numériques sans trop les détailler ni les justifier sous l'angle mathématique⁽¹⁾.

Le traitement numérique de la cinétique neutronique⁽²⁾ présentant peu d'originalité par rapport à ce qui est fait dans d'autres domaines⁽³⁾ et la remarque que, hormis l'étude de scénarios accidentels, tous les calculs de conception et de suivi de réacteurs sont faits

1. De plus, un exposé quelque peu exhaustif des méthodes de traitement de l'équation de Boltzmann nécessiterait à lui seul un ouvrage complet.

2. Cinétique au sens adopté au chapitre 4, c'est-à-dire cinétique rapide sans évolution des concentrations atomiques par irradiation.

3. Il convient toutefois de signaler la particularité, en neutronique, des deux échelles de temps très différentes, celle liée aux neutrons prompts et celle liée aux neutrons retardés : certains codes de cinétique tentent de traiter séparément les phénomènes intervenant selon chacune de ces deux échelles.

en situation stationnaire nous ont amené à ne pas introduire la variable *temps* (t) dans le présent chapitre⁽¹⁾.

De façon totalement conventionnelle, nous utiliserons la léthargie u pour décrire le spectre des neutrons. Les deux autres catégories de variables que nous discuterons sont les variables habituelles d'espace \vec{r} (trois coordonnées) et de phase $\vec{\Omega}$ (deux coordonnées).

14.1 Les deux formes de l'équation de Boltzmann

14.1.1 Densité entrante, densité sortante et flux neutronique

La population des neutrons peut être représentée, de façon presque indifférente, par trois fonctions-densités :

- la *densité* n et le *flux neutronique* $\Phi = nv$ caractérisent les neutrons qui « voyagent », c'est-à-dire pris en vol depuis leur point de départ jusqu'à leur prochaine collision ;
- la *densité d'émission*, également appelée *densité sortante*, que nous avons notée Q — souvent aussi notée χ — (ces lettres suggérant les neutrons qui *quittent* un point), représente les neutrons émis par les sources de fission ou les autres sources et les neutrons ré-émis par les diffusions ;
- le *taux de collision*, également appelée *densité entrante* (entrant en collision) est le produit $\Psi = \Sigma \times \Phi$ de la section efficace totale de la matière par le flux neutronique.

Ces trois fonctions sont reliées par les deux opérateurs intervenant dans l'équation de Boltzmann :

- l'*opérateur de collision* C permet d'exprimer la densité sortante à partir de la densité entrante (s'il y a des sources autonomes éventuelles S_a , il convient de les ajouter à la densité sortante) :

$$Q = C\Psi + S_a ;$$

- l'*opérateur de transport* T permet d'exprimer le flux, et donc après multiplication par Σ , la densité entrante à partir de la densité sortante :

$$\Psi = TQ .$$

L'équation de Boltzmann s'obtient en éliminant l'une des densités, en général Q :

$$\Psi = T(C\Psi + S_a) ,$$

ou, si l'on préfère travailler avec le flux :

$$\Sigma\Phi = T[C(\Sigma\Phi) + S_a] .$$

1. Les problèmes liés à la prise en compte de l'évolution et des contre-réactions, où le temps n'est pas, à proprement parler, un argument du flux régi par l'équation de Boltzmann mais un simple paramètre traité par d'autres équations d'évolution, seront évoqués au chapitre 17.

Dans la plupart des applications pratiques, la source autonome peut être négligée. Dans ces conditions, l'équation de Boltzmann prend un caractère homogène, ce qui aura deux conséquences :

- la solution (non triviale) ne peut être obtenue que si une *condition critique* est assurée (physiquement, cette condition exprime l'exacte égalité entre le nombre de neutrons disparaissant par unité de temps et le nombre de neutrons produits pendant la même unité de temps, égalité nécessaire pour avoir un régime stationnaire) ;
- si cette condition est assurée, la solution n'est obtenue qu'à un *facteur multiplicatif* près (physiquement, l'équilibre correspondant à la stationnarité peut s'établir à n'importe quel niveau).

14.1.2 Opérateur de collision

L'opérateur de collision exprime les nombres de neutrons sortant des collisions en fonction des nombres de neutrons entrant en collision. En pratique, on distingue les deux processus physiques, la diffusion et la fission :

$$Q = D + S_f + S_a .$$

Si l'on suppose, pour cette dernière, que l'émission est isotrope (hypothèse toujours admise) et que le spectre de fission⁽¹⁾ χ_f est indépendant de l'énergie du neutron ayant provoqué la fission et du noyau ayant subi la fission (hypothèses non obligatoires), on a :

$$S_f(\vec{r}, u, \vec{\Omega}) = \frac{1}{4\pi} \chi_f(u) \int_0^\infty du' \int_{(4\pi)} d^2\Omega' v \Sigma_f(\vec{r}, u') \Phi(\vec{r}, u', \vec{\Omega}'),$$

où l'intégrale exprime le nombre total de neutrons produits par fission au point \vec{r} . (Nous supposons que tous les neutrons ont des léthargies positives.)

La deuxième partie de l'opérateur de collision [y compris, s'il y a lieu, les réactions (n,2n)], s'explicitite par :

$$D(\vec{r}, u, \vec{\Omega}) = \int_0^\infty du' \int_{(4\pi)} d^2\Omega' \Sigma_s[\vec{r}, (u', \vec{\Omega}') \rightarrow (u, \vec{\Omega})] \Phi(\vec{r}, u', \vec{\Omega}'),$$

où l'intégrale exprime tous les transferts depuis une léthargie u' et une direction $\vec{\Omega}'$ quelconques susceptibles d'amener le neutron à la léthargie u et la direction $\vec{\Omega}$ considérées au premier membre.

14.1.3 Opérateur de transport (forme intégrale)

Les neutrons de léthargie u et voyageant dans la direction $\vec{\Omega}$ « vus » par un observateur imaginaire placé au point O sont les neutrons qui ont quitté (après émission ou diffusion) l'un des points M situés à une distance s en amont de l'observateur sur la droite de direction $\vec{\Omega}$ passant par O (voir la figure 14.1, page suivante), cela à la condition que ces neutrons n'aient pas subi de collision sur le parcours MO.

1. La notation χ pour le spectre de fission est usuelle : ne pas confondre χ_f avec la densité sortante χ !

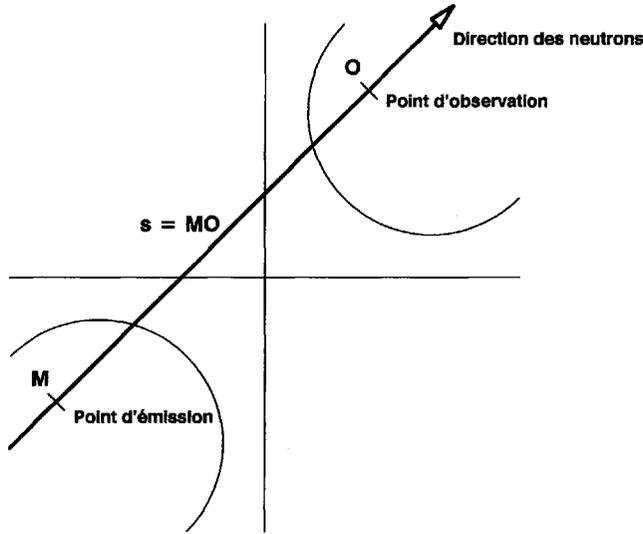


Figure 14.1. Parcours des neutrons de direction $\vec{\Omega}$ dans une structure pouvant être hétérogène.

La probabilité que le parcours MO se fasse sans collision est $\exp(-\tau)$ où τ est l'intégrale le long du segment de droite MO de la section efficace totale de la matière pour les neutrons de léthargie u :

$$\tau = \int_0^s \Sigma(\vec{r} - s'\vec{\Omega}, u) ds',$$

expression où \vec{r} désigne la position de l'observateur O. (Cette grandeur τ est appelée « parcours optique ».)

En sommant sur tous les points M, le flux compté par l'observateur est donc :

$$\Phi(\vec{r}, u, \vec{\Omega}) = \int_0^{\infty} ds \exp(-\tau) Q(\vec{r} - s\vec{\Omega}, u, \vec{\Omega}).$$

14.1.4 Opérateur de transport (forme différentielle)

L'établissement de l'opérateur de transport sous sa forme différentielle peut se faire par un raisonnement physique basé sur l'analyse du bilan neutronique, tout à fait similaire à celui que nous avons fait pour établir l'équation de la diffusion (cf. p. 132–133). Reprenons ici ce raisonnement dans le contexte d'un régime stationnaire.

Considérons un domaine quelconque de l'espace, D , et intéressons-nous au nombre X de neutrons de léthargie u et de direction $\vec{\Omega}$ qui s'y trouvent (pour simplifier, nous sous-entendons systématiquement ici : « par unité de léthargie et par unité d'angle solide »). Si un régime stationnaire est établi, ce nombre ne change pas au cours du temps ; pendant un intervalle de temps unité, sa variation est nulle :

$$dX = 0.$$

Cela signifie que la somme algébrique de toutes les variations qui peuvent modifier X est nulle. Trois mécanismes peuvent affecter ce nombre X :

1/ **les émissions et ré-émissions** de neutrons à la léthargie u et dans la direction $\vec{\Omega}$ qui contribuent, pendant l'intervalle de temps unité, à faire croître X de :

$$d_{(1)}X = \int_D Q(\vec{r}, u, \vec{\Omega}) d^3r;$$

2/ **les chocs** de neutrons de léthargie u et de direction $\vec{\Omega}$ qui contribuent, pendant l'intervalle de temps unité, à faire décroître X de :

$$d_{(2)}X = \int_D \Sigma(\vec{r}, u) \Phi(\vec{r}, u, \vec{\Omega}) d^3r,$$

(les absorptions suppriment les neutrons et les diffusions les font passer à une autre léthargie et les envoient dans une autre direction) ;

3/ **les entrées-sorties** : les premières contribuent à faire croître X et les secondes à le faire décroître. Nous avons vu (cf. p. 106) que le vecteur $\vec{J}(\vec{r}, u, \vec{\Omega})$ permet d'exprimer ce courant : $\vec{J}(\vec{r}, u, \vec{\Omega}) \cdot \vec{N} dS$ est le nombre algébrique de traversées d'un élément de surface dS orienté par sa normale \vec{N} (il est positif, si les vecteurs $\vec{\Omega}$ et \vec{N} forment un angle aigu, donc si les traversées se font dans le sens de la normale et négatif, si les vecteurs $\vec{\Omega}$ et \vec{N} forment un angle obtus, donc si les traversées se font dans le sens inverse). Si nous orientons la normale vers l'extérieur du domaine D et si nous intégrons sur toute sa surface S , nous pouvons exprimer la troisième variation de X (décroissance si elle est positive, croissance si elle est négative) :

$$d_{(3)}X = \int_S \vec{J}(\vec{r}, u, \vec{\Omega}) \cdot \vec{N} dS.$$

Pour écrire cette intégrale sous une forme analogue aux précédentes, c'est-à-dire sous forme d'une intégrale de volume, utilisons le *théorème d'Ostrogradsky* :

$$d_{(3)}X = \int_D \text{div}[\vec{J}(\vec{r}, u, \vec{\Omega})] d^3r.$$

Finalement :

$$dX = d_{(1)}X - d_{(2)}X - d_{(3)}X = 0,$$

exprime le bilan (équilibré) dans D pendant l'unité de temps.

Le domaine D étant quelconque, on peut le réduire à l'élément de volume d^3r , c'est-à-dire supprimer les signes « somme », puis simplifier par d^3r :

$$Q(\vec{r}, u, \vec{\Omega}) - \Sigma(\vec{r}, u) \Phi(\vec{r}, u, \vec{\Omega}) - \text{div}[\vec{J}(\vec{r}, u, \vec{\Omega})] = 0.$$

Rappelons-nous, enfin (cf. p. 106), que le courant en phase est simplement le produit du flux en phase par $\vec{\Omega}$; l'opérateur de transport reliant Φ à Q s'écrit donc finalement, en réarrangeant les termes :

$$\text{div}[\vec{\Omega} \Phi(\vec{r}, u, \vec{\Omega})] + \Sigma(\vec{r}, u) \Phi(\vec{r}, u, \vec{\Omega}) = Q(\vec{r}, u, \vec{\Omega}).$$

Noter que, contrairement à l'opérateur de transport sous la forme intégrale, l'opérateur de transport sous sa forme différentielle n'est pas explicité sous la forme : $\Psi = TQ$ (où $\Psi = \Sigma\Phi$ et où T est l'opérateur de transport), mais sous la forme :

$$T^{-1}\Psi = Q.$$

Remarque : L'opérateur $\text{div}(\vec{\Omega}\cdot)$ est appelé « opérateur d'advection » (en anglais, « streaming operator »).

14.1.5 Équivalence entre les deux formes de l'opérateur de transport

Il est possible de montrer, soit en dérivant la forme intégrale, soit en intégrant la forme différentielle, que ces deux expressions de l'opérateur de transport sont, mathématiquement, strictement équivalentes⁽¹⁾. (Comparer au raisonnement en léthargie fait p. 181–182.)

Physiquement, cette équivalence exprime la confrontation des comptes que feraient l'« observateur » O de la figure 14.1, page 294, et un « observateur » O' décalé de O d'une distance infinitésimale ds dans la direction $\vec{\Omega}$: la différence des comptes, c'est-à-dire la dérivée du flux, $\text{div}(\vec{\Omega}\Phi)$, selon la direction $\vec{\Omega}$, provient :

a/ des neutrons émis entre O et O' , soit Q , vus par O' et non par O ;

b/ des neutrons subissant un choc entre O et O' , soit $\Sigma\Phi$, vus par O et non par O' ;

d'où :

$$\text{div}(\vec{\Omega}\Phi) = Q - \Sigma\Phi.$$

14.1.6 Les deux approches déterministes de l'équation de Boltzmann

Si les deux formes de l'opérateur de transport sont équivalentes sous l'angle mathématique, elles ne le sont pas sous l'angle pratique, c'est-à-dire celui des résolutions — analytiques ou, le plus souvent, numériques — de l'équation de Boltzmann.

Chacune des formes de l'équation a donné lieu à de très nombreux travaux de la part des mathématiciens, numériciens et physiciens. Comme nous l'avons dit, ce n'est pas le lieu ici de tenter une revue exhaustive⁽²⁾. Nous nous limiterons à la présentation des méthodes qui se sont avérées, à l'usage, les plus performantes en terme de compromis coût/précision des calculs⁽³⁾ :

– en ce qui concerne la formulation intégrale du transport, la méthode des probabilités de première collision ;

1. Si l'on travaille sur une géométrie finie, il y a quelques précautions — sur lesquelles nous n'insisterons pas ici — à prendre pour expliciter les conditions aux limites.

2. Le lecteur intéressé pourra trouver davantage d'éléments dans les ouvrages cités en bibliographie.

3. Le « coût » d'un calcul est un terme qui perdure depuis l'époque où les calculs sur ordinateurs étaient sous-traités à une unité ou une société de service ; aujourd'hui, la plupart des calculs sont faits par les ingénieurs eux-mêmes sur leurs stations de travail : le « coût » doit maintenant être entendu comme la notion, plus pertinente dans ces conditions, de « durée d'utilisation de la machine ».

– en ce qui concerne la formulation différentielle du transport, la méthode des harmoniques sphériques et celle des ordonnées discrètes.

Dans les deux cas, un traitement de l'opérateur de collision doit être fait en parallèle : la technique utilisée est l'approximation multigroupe que nous avons présentée au chapitre 10 et que nous rappellerons rapidement ci-dessous.

14.1.7 Approche probabiliste de l'équation de Boltzmann

Outre ces traitements « déterministes » de l'équation de Boltzmann, des calculs de caractère probabiliste peuvent être également envisagés — et sont même souvent prisés par les neutroniciens — : c'est l'approche dite « Monte-Carlo ».

Cette approche présente déjà l'avantage d'éviter d'avoir à écrire explicitement l'équation de Boltzmann⁽¹⁾ !

Plus sérieusement, elle peut fournir des résultats de référence pour valider les méthodes déterministes en général moins « coûteuses » à mettre en œuvre.

Rappelons que cette méthode consiste à simuler le plus fidèlement possible le cheminement des neutrons et, après un grand nombre de simulations, à faire un examen statistique des résultats. Pour certains problèmes, il peut s'avérer utile, voire indispensable, de « biaiser » les phénomènes pour favoriser les événements auxquels on s'intéresse et améliorer ainsi les précisions statistiques. Cette approche probabiliste sera présentée à la fin de ce chapitre.

14.2 Traitement de l'opérateur de collision

Les collisions peuvent changer à la fois l'énergie et la direction des neutrons. L'aspect directionnel est intimement lié à l'aspect spatial, c'est-à-dire au transport, puisque la direction prise par un neutron va conditionner les points qu'il va pouvoir atteindre, et sera donc examiné avec le traitement du transport.

Dans les résolutions déterministes de l'équation de Boltzmann, l'aspect énergétique est pris en compte par un traitement multigroupe (cf. le ch. 10) : le flux $\Phi(u)$ et les sections efficaces $\sigma(u)$, en tant que fonctions de la léthargie, sont remplacés par des « vecteurs » Φ_g et σ_g , le numéro du groupe parcourant les entiers de 1 à N . Rappelons que Φ_g doit être interprété comme l'intégrale du flux sur le groupe g , c'est-à-dire sur l'intervalle $[u_{g-1}, u_g]$, et σ_g comme la *moyenne pondérée par le flux* de la section efficace sur cet intervalle. (L'approximation de la théorie multigroupe tient au fait que cette moyenne n'est pas faite, en pratique, avec le flux strictement exact.)

Dans ce formalisme, les opérateurs de collision prennent la forme :

– en ce qui concerne l'opérateur de fission :

$$S_{f,g}(\vec{r}, \vec{\Omega}) = \frac{1}{4\pi} \chi_{f,g} \sum_{h=1}^N \nu \Sigma_{f,h}(\vec{r}) \int_{(4\pi)} \Phi_h(\vec{r}, \vec{\Omega}') d^2\Omega' ;$$

1. Cela reste toutefois nécessaire si l'on veut faire un « biaisage ».

– en ce qui concerne l'opérateur de diffusion :

$$D_g(\vec{r}, \vec{\Omega}) = \sum_{h=1}^N \int_{(4\pi)} \Sigma_{s,h \rightarrow g}(\vec{r}, \vec{\Omega}' \rightarrow \vec{\Omega}) \Phi_h(\vec{r}, \vec{\Omega}') d^2 \Omega' .$$

(Noter que ces relations seraient complètement rigoureuses si les sections efficaces multigroupes avaient été obtenues par pondération par le flux exact.)

En ce qui concerne les résolutions Monte-Carlo de l'équation de Boltzmann, on préconise, en général, dans la simulation des collisions, un traitement continu, donc exact, de la variable léthargie. Cependant, un traitement multigroupe peut aussi être introduit, soit pour simplifier les calculs de simulation⁽¹⁾, soit pour valider un calcul déterministe lui-même multigroupe.

14.3 Traitement de l'opérateur de transport sous sa forme intégrale

14.3.1 Hypothèse du choc isotrope

L'opérateur de transport T , sous la forme intégrale que nous avons écrite, est plus difficile à traiter que l'opérateur inverse T^{-1} qui est différentiel : c'est la raison pour laquelle le problème intégral n'est jamais considéré dans les codes de calcul sous cette forme. L'intérêt de l'approche intégrale réside dans le fait que, moyennant une hypothèse pas trop drastique, cette formulation intégrale permet de faire disparaître des équations la variable directionnelle $\vec{\Omega}$, ce que ne permet pas la forme différentielle. Cette hypothèse est l'hypothèse des sources et des diffusions isotropes, en abrégé du choc isotrope.

Elle est raisonnable puisque les fissions émettent les neutrons de façon effectivement isotrope et que l'anisotropie des diffusions est assez peu marquée, surtout pour les noyaux pas trop légers (cf. le ch. 7, p. 174). En outre, comme nous le verrons à l'alinéa suivant, l'essentiel de l'erreur due à cette approximation peut être facilement corrigé par l'utilisation des sections efficaces de transport⁽²⁾.

L'hypothèse du choc isotrope signifie que $\Sigma_{s,h \rightarrow g}(\vec{r}, \vec{\Omega}' \rightarrow \vec{\Omega})$, donc la densité $D_g(\vec{r}, \vec{\Omega})$, ne dépend pas de $\vec{\Omega}$ (noter que, tel que nous l'avons écrit, $S_{f,g}(\vec{r}, \vec{\Omega})$ ne dépend pas non plus de $\vec{\Omega}$). Par conséquent, la somme Q de ces deux densités est elle-même indépendante de $\vec{\Omega}$.

Si nous reprenons, dans ces conditions, l'opérateur de transport sous sa forme intégrale :

$$\Phi(\vec{r}, u, \vec{\Omega}) = \int_0^{\infty} ds \exp(-\tau) Q(\vec{r} - s\vec{\Omega}, u, \vec{\Omega}) ,$$

1. Par exemple, un calcul déterministe par le code APOLLO peut fournir des sections efficaces multigroupes de structures plus ou moins homogénéisées, ensuite introduites dans un code Monte-Carlo.

2. Signalons, mais sans le détailler, qu'il est aussi possible de bâtir une théorie intégrale du transport, pratiquement exacte, en hypothèse « choc linéairement anisotrope », c'est-à-dire avec une loi de diffusion dépendant linéairement du cosinus de l'angle de diffusion ψ dans le système du laboratoire.

nous pouvons :

- ne pas écrire $\vec{\Omega}$ en dernier argument de Q ;
- poser $\vec{r}' = \vec{r} - s\vec{\Omega}$;
- intégrer les deux membres de l'équation sur $\vec{\Omega}$;
- remarquer que $ds d^2\Omega$ est, à un facteur près, l'élément de volume autour du point \vec{r}' :

$$d^3r' = 4\pi s^2 ds d^2\Omega = 4\pi R^2 ds d^2\Omega .$$

Dans ce contexte, en effet, la distance de \vec{r} à \vec{r}' est plutôt notée R que s :

$$R = |\vec{r}' - \vec{r}| .$$

Tous calculs faits, et en convenant que les fonctions ne contenant pas $\vec{\Omega}$ dans les arguments sont les *intégrales* sur $\vec{\Omega}$ des fonctions en phase correspondantes, nous obtenons les jeux d'équations suivantes :

a/ en formulation continue :

$$\begin{aligned} Q &= D + S_f + S_a , \\ S_f(\vec{r}, u) &= \chi_f(u) \int_0^\infty v \Sigma_f(\vec{r}, u') \Phi(\vec{r}, u') du' , \\ D(\vec{r}, u) &= \int_0^\infty \Sigma_s(\vec{r}, u' \rightarrow u) \Phi(\vec{r}, u') du' , \\ \Phi(\vec{r}, u) &= \int_{(\infty)} \frac{e^{-\tau}}{4\pi R^2} Q(\vec{r}', u) d^3r' , \end{aligned}$$

(τ : parcours optique de \vec{r} à \vec{r}').

b/ En formulation multigroupe :

$$\begin{aligned} Q_g &= D_g + S_{f,g} + S_{a,g} , \\ S_{f,g}(\vec{r}) &= \chi_{f,g} \sum_{h=1}^N v \Sigma_{f,h}(\vec{r}) \Phi_h(\vec{r}) , \\ D_g(\vec{r}) &= \sum_{h=1}^N \Sigma_{s,h \rightarrow g}(\vec{r}) \Phi_h(\vec{r}) , \\ \Phi_g(\vec{r}) &= \int_{(\infty)} \frac{e^{-\tau_g}}{4\pi R^2} Q_g(\vec{r}') d^3r' . \end{aligned}$$

Nous retrouvons, pour l'opérateur de transport, la forme simple que nous avons obtenue dans les mêmes hypothèses à la page 108. Cet opérateur est appelé « *opérateur de Peierls* ».

Notons que ces relations ne font *aucune approximation* en ce qui concerne la répartition en phase de neutrons qui voyagent (le flux).

14.3.2 Correction de transport

Ce qui conditionne le facteur de multiplication d'un réacteur et la distribution de puissance qui y règne sont, d'une part, le nombre de neutrons régénérés lorsqu'un neutron est absorbé et, d'autre part, la distance séparant une fission de la fission suivante. Le premier aspect est caractérisé par le rapport $v\bar{\Sigma}_f/\bar{\Sigma}_a$ des sections efficaces moyennes de production et d'absorption ; le second aspect est décrit par la fonction de Green de la migration et, plus particulièrement, comme on le voit bien en analysant la condition critique de la pile nue et homogène traitée en théorie à un groupe (cf. ch. 6), son moment d'ordre 2, c'est-à-dire le carré moyen de la distance parcourue à vol d'oiseau par le neutron de son émission jusqu'à son absorption, appelé, au facteur 1/6 près, *aire de migration* M^2 . Il est, par conséquent, important de respecter le mieux possible, dans les modélisations qui sont faites, les trois grandeurs synthétiques que sont $v\bar{\Sigma}_f$, $\bar{\Sigma}_a$ et M^2 .

L'aire de migration fait intervenir trois aspects :

- 1/ le parcours élémentaire des neutrons entre le point d'émission ou de ré-émission et le point du premier choc qui va suivre, régi par la section efficace totale Σ ;
- 2/ le nombre de parcours élémentaires effectués par le neutron durant sa migration, régi par le rapport Σ_s/Σ ;
- 3/ l'angle de déviation ψ lors d'une diffusion et notamment la valeur moyenne μ de son cosinus. Par exemple, si μ est positif, ce qui est le cas le plus fréquent, c'est-à-dire si les diffusions ont plutôt lieu vers l'avant, les neutrons ont tendance, en moyenne, à aller plus loin que si les diffusions étaient isotropes.

S'il est clair que l'hypothèse de choc isotrope que nous avons introduite n'affecte pas les sections efficaces moyennes, elle conduit, par contre, à remplacer μ par 0. Par conséquent, cette hypothèse ne respecte pas l'aire de migration.

La correction de transport est faite pour rétablir la valeur correcte de l'aire de migration.

En pratique, pour faire cette correction, on s'appuie sur la formule donnant l'aire de migration en théorie monocinétique pour un milieu infini et homogène⁽¹⁾ :

$$M^2 = \frac{1}{3\Sigma_a\Sigma_{tr}},$$

où la *section efficace dite « de transport »* est définie par :

$$\Sigma_{tr} = \Sigma - \mu\Sigma_s.$$

Comme on ne veut pas modifier Σ_a , on remplace donc la section efficace totale Σ par la section efficace de transport Σ_{tr} . Pour respecter M^2 , on abandonne ainsi le respect des libres parcours moyens élémentaires, ce qui est moins grave que de ne pas respecter l'aire de migration.

Dans une théorie à spectre, cette correction est faite à chaque léthargie ou dans chacun des groupes. Cela n'est pas tout à fait équivalent au respect de M^2 mais on peut montrer que cela en est proche, pour l'aire de migration globale.

1. Cette formule se démontre en calculant directement la moyenne du carré de la somme vectorielle des parcours élémentaires.

14.3.3 Probabilités de première collision

Pour présenter le formalisme des probabilités de première collision, reprenons l'expression de l'opérateur de transport en choc isotrope en sous-entendant la variable léthargie u ou l'indice de groupe g , ainsi que la correction de transport :

$$\Phi(\vec{r}) = \int_{(\infty)} \frac{e^{-\tau}}{4\pi R^2} Q(\vec{r}) d^3 r'.$$

Pour nous conformer à l'habitude (mais cela n'est pas du tout indispensable⁽¹⁾), passons du flux Φ à la *densité de collision* (ou densité entrante) $\Sigma\Phi$ en multipliant les deux membres de l'équation par la section efficace au point \vec{r} :

$$\Sigma(\vec{r})\Phi(\vec{r}) = \int_{(\infty)} \Sigma(\vec{r}) \frac{e^{-\tau}}{4\pi R^2} Q(\vec{r}') d^3 r'.$$

Le noyau de l'opérateur s'interprète maintenant non plus comme le flux au point \vec{r} mais comme la densité de collision en ce point pour un neutron émis de façon isotrope au point \vec{r}' .

La méthode dite des « probabilités de première collision » consiste :

- 1/ à découper en petits volumes V_i , i allant de 1 à M , l'« objet » à traiter ;
- 2/ à approximer la densité d'émission $Q(\vec{r}')$ dans chacun des petits volumes V_j par sa valeur moyenne Q_j , c'est-à-dire :

$$Q_j = \frac{1}{V_j} \int_{(j)} Q(\vec{r}') d^3 r'.$$

En pratique, et pour des raisons de bon sens, les volumes sont homogènes (par exemple, un ou plusieurs volumes pour le combustible, un ou plusieurs volumes pour le modérateur, etc.) : c'est ce que nous supposons ici. Naturellement, plus les volumes seront petits et nombreux, meilleure sera l'approximation, mais plus sera coûteux le calcul.

Désignons par Φ_i la valeur moyenne du flux dans le volume V_i , c'est-à-dire :

$$\Phi_i = \frac{1}{V_i} \int_{(i)} \Phi(\vec{r}) d^3 r.$$

On calcule cette moyenne en intégrant l'équation sur le volume V_i . Si, en outre, on décompose l'intégrale du second membre en M intégrales sur les volumes V_j , on constate immédiatement que :

$$V_i \Sigma_i \Phi_i = \sum_{j=1}^M V_j Q_j \tilde{P}_{ji},$$

1. Dans le code APOLLO, par exemple, on travaille avec le flux et non la densité de collision de façon à pouvoir traiter même les milieux vides.

avec :

$$\tilde{P}_{ji} = \frac{1}{V_j Q_j} \int_{(i)} d^3 r \int_{(j)} \Sigma(\vec{r}) \frac{e^{-\tau}}{4\pi R^2} Q(\vec{r}') d^3 r'.$$

Cette dernière quantité s'interprète comme la probabilité pour un neutron émis dans V_j de façon isotrope et selon la densité $Q(\vec{r}')$ de subir sa première collision dans V_i .

Cette expression, rigoureuse, est inutilisable, puisque la distribution $Q(\vec{r}')$ des émissions dans chaque volume n'est pas connue : c'est la raison pour laquelle on remplace $Q(\vec{r}')$ par la constante Q_j (qui s'élimine entre le numérateur et le dénominateur), c'est-à-dire les probabilités exactes \tilde{P}_{ji} par les probabilités P_{ji} correspondant à une émission uniforme :

$$P_{ji} = \frac{1}{V_j} \int_{(i)} d^3 r \int_{(j)} \Sigma(\vec{r}) \frac{e^{-\tau}}{4\pi R^2} d^3 r'.$$

Cette dernière quantité s'interprète comme la probabilité pour un neutron émis dans V_j de façon **uniforme** et **isotrope** de subir sa première collision dans V_i .

Cette approximation d'« émission plate », en espace et en angle, est la seule faite par cette méthode ; en particulier, aucune approximation n'est faite, ni en espace, ni en angle, en ce qui concerne le flux. La méthode des probabilités de première collision consiste donc :

1/ à calculer numériquement les intégrales doubles :

$$P_{ji} = \frac{\Sigma_i}{V_j} \int_{(i)} d^3 r \int_{(j)} d^3 r' \frac{e^{-\tau}}{4\pi R^2},$$

par des formules de quadrature adéquates (les volumes élémentaires étant supposés homogènes, la fonction $\Sigma(\vec{r})$ à prendre dans V_i peut être remplacée par la constante Σ_i qui sort de l'intégrale double) ;

2/ puis à calculer le flux Φ en fonction de la densité d'émission Q par une simple multiplication d'un vecteur par une matrice :

$$V_i \Sigma_i \Phi_i = \sum_{j=1}^M V_j Q_j P_{ji}.$$

En pratique, cela doit être fait pour chacun des groupes d'énergie avec lesquels sont traités les sections efficaces et le spectre :

1/ calcul des probabilités de première collision $P_{ji,g}$ pour chacun des groupes avec les sections efficaces totales (ou, s'il y a lieu, de transport) correspondantes ;

2/ puis calcul des flux de ce groupe en fonction de la densité d'émission dans ce groupe :

$$V_i \Sigma_{i,g} \Phi_{i,g} = \sum_{j=1}^M V_j Q_{j,g} P_{ji,g}.$$

Naturellement, il faut aussi exprimer Q en fonction des flux Φ en explicitant les opérateurs de collision, ce qui peut être fait dans chacun des volumes par le formalisme multigroupe

qui, lui aussi, se réduit à des multiplications d'un vecteur flux par des matrices de fission et de diffusion :

$$Q_{j,g} = D_{j,g} + S_{f,j,g} + S_{a,j,g},$$

$$S_{f,j,g} = \chi_{f,j,g} \sum_{h=1}^N v \Sigma_{f,j,h} \Phi_{j,h},$$

$$D_{j,g} = \sum_{h=1}^N \Sigma_{s,j,h \rightarrow g} \Phi_{j,h}.$$

Le bouclage entre ces deux types de formules est le plus souvent fait par itérations. Pour accélérer la convergence, on isole en général les diffusions dans le groupe :

$$Q_{j,g} = \Sigma_{s,j,g \rightarrow g} \Phi_{j,g} + Q'_{j,g},$$

on travaille avec les vecteurs Φ et Q' .

14.3.4 Relations de réciprocité et de complémentarité entre les probabilités de première collision

On peut remarquer que l'intégrale double apparaissant dans la formule définissant P_{ji} est symétrique ; on en déduit une relation évidente dite de réciprocité⁽¹⁾ :

$$V_i \Sigma_i P_{ij} = V_j \Sigma_j P_{ji}.$$

(Cette relation traduit le fait que la probabilité pour un neutron d'aller sans choc d'un point à un autre ne change pas si l'on inverse le sens du parcours.)

Par ailleurs, s'il n'y a pas de fuites, tout neutron subit un choc dans le système ; la somme des probabilités sur les volumes cibles pour tout volume d'émission est donc égale à 1 :

$$\sum_{i=1}^M P_{ji} = 1.$$

(Ces relations sont dites de complémentarité ou de conservation des neutrons.)

En utilisant les relations de réciprocité et de complémentarité, on peut réduire presque d'un facteur 2 le nombre d'intégrales doubles à calculer.

14.3.5 Probabilités faisant intervenir une surface

On est très souvent amené, en pratique, à traiter un « objet » fini limité par une surface S , par exemple une cellule élémentaire ou un assemblage d'un réseau de réacteur et, alors, à s'intéresser aussi, d'une part, aux neutrons qui sortent de l'« objet », d'autre part, au devenir des neutrons qui entrent dans l'« objet » voisin. C'est la raison pour laquelle il faut

1. Dans les relations qui suivent, l'indice de groupe est sous-entendu.

considérer non seulement des probabilités volumiques P_{ji} mais aussi des probabilités P_{jS} de sortie par la surface S pour un neutron émis dans V_j et des probabilités de première collision P_{Si} et de re-sortie P_{SS} pour un neutron entrant par la surface S .

Si les neutrons peuvent sortir, les relations de complémentarité précédentes ne sont plus correctes puisqu'il faut rajouter la probabilité de l'événement « sortie » :

$$\sum_{i=1}^M P_{ji} + P_{jS} = 1.$$

En pratique, cette formule permet d'obtenir les probabilités P_{jS} une fois qu'on a calculé les probabilités P_{ji} .

De même que nous avons dû préciser comment les neutrons étaient émis dans V_j , lorsque nous avons défini P_{ji} , de même nous devons préciser la façon selon laquelle les neutrons entrent par la surface S pour définir sans ambiguïté P_{Si} et P_{SS} . Nous allons faire, ici encore, une *hypothèse d'uniformité et d'isotropie*⁽¹⁾. Dans ce cas :

- l'*uniformité* signifie que le nombre de neutrons entrant par tout élément de surface unitaire est le même ; autrement dit, la probabilité que le neutron entre par un élément dS est dS/S ;
- l'*isotropie* concerne le *flux* en phase des neutrons *entrant* ; autrement dit, le nombre de neutrons entrant selon un élément d'angle solide $\sin \theta d\varphi d\theta$ défini par $d\varphi$ et $d\theta$ (en comptant θ à partir de la normale entrante) est $\cos \theta \sin \theta d\varphi d\theta / \pi$ de façon à concerner au total un neutron pour les 2π stéradians des directions entrantes.

14.3.6 Relations de réciprocité et de complémentarité entre les probabilités faisant intervenir une surface

Dans ces conditions, on peut démontrer, en explicitant les intégrales, qu'il y a une relation de réciprocité entre les probabilités mixtes surface/volume :

$$P_{Si} = \frac{4V_i \Sigma_i}{S} P_{iS}.$$

Cela permet de déduire les probabilités P_{Si} des probabilités P_{iS} .

Enfin, en énumérant toutes les possibilités, nous pouvons écrire la relation de complémentarité :

$$\sum_{i=1}^M P_{Si} + P_{SS} = 1,$$

qui permet, ensuite, d'obtenir la probabilité P_{SS} .

Nous constatons, en conclusion, qu'avec les hypothèses faites, seules les $M(M+1)/2$ probabilités P_{ji} avec (par exemple) $j \leq i$ sont à calculer explicitement par quadrature ; toutes les autres s'en déduisent par réciprocité et par complémentarité.

1. Remarquer qu'il faut faire une hypothèse sur la répartition des neutrons qui *entrent*, mais qu'aucune hypothèse n'est faite en ce qui concerne la répartition des neutrons qui *sortent*.

14.3.7 Allure des probabilités de premier choc pour un corps convexe homogène

Le cas le plus simple est celui d'un volume unique V limité par sa surface S , c'est-à-dire le cas $M = 1$. Il y a alors quatre probabilités à considérer, P_{VV} , P_{VS} , P_{SV} et P_{SS} , mais une seule à calculer compte tenu des relations de réciprocité et de conservation. (Le lecteur pourra remarquer sur les exemples que nous donnons ci-dessous que c'est P_{SS} qui est la probabilité la plus facile à exprimer et à calculer.)

La probabilité P_{VV} de premier choc (ou de première collision) dans ce corps pour un neutron émis de façon uniforme et isotrope dans le volume V a été tracée sur la figure 14.2, page suivante, pour trois géométries simples, la sphère, le cylindre de hauteur infinie et la plaque de longueur et de largeur infinies. Plutôt que le rayon ou l'épaisseur, la variable placée en abscisse est l'opacité ω : c'est le produit, sans dimension, $\omega = \Sigma \bar{X}$, de la section efficace totale Σ par la corde moyenne⁽¹⁾ $\bar{X} = 4V/S$ (théorème de Cauchy)⁽²⁾.

En effectuant un développement en série de la probabilité P_{SS} , on déduit le développement de P_{VV} :

– pour les faibles opacités :

$$P_{VV} = \frac{Q\omega}{2} + \dots, \quad Q = \frac{\langle X^2 \rangle}{(\langle X \rangle)^2}.$$

Le coefficient Q caractérise la pente à l'origine des courbes : il vaut 9/8 pour la sphère, 4/3 pour le cylindre et est infini pour la plaque ;

– pour les fortes opacités :

$$P_{VV} = 1 - \frac{1}{\omega} + \dots, \quad P_{VV} \simeq \frac{\omega}{1 + \omega}.$$

(Cette dernière formule est l'approximation de Wigner.)

Le comportement asymptotique des courbes est donc le même pour toutes les géométries. (Rappelons que cette remarque est à l'origine de l'équivalence possible entre le cas hétérogène et un cas homogène dans la théorie de l'absorption résonnante : cf. p. 205.)

14.3.8 Calcul des probabilités de collision en géométrie x et en géométrie $x - y$

Dans ces trois exemples, les calculs des probabilités sont possibles à cause des symétries géométriques. Plus généralement, on a souvent affaire, après quelques simplifications légitimes, à des problèmes ne dépendant pas de la variable z , voire pas non plus de la

1. Pour définir la corde moyenne, il faut préciser suivant quelle loi de probabilité est prise la corde. Cauchy a pris le point origine de la corde selon une loi uniforme sur la surface et une direction entrante selon une loi isotrope : ce sont précisément les hypothèses que nous avons adoptées pour la distribution des neutrons entrants.

2. Remarquer que cette opacité est aussi le coefficient reliant les deux probabilités surface/volume dans ce cas.

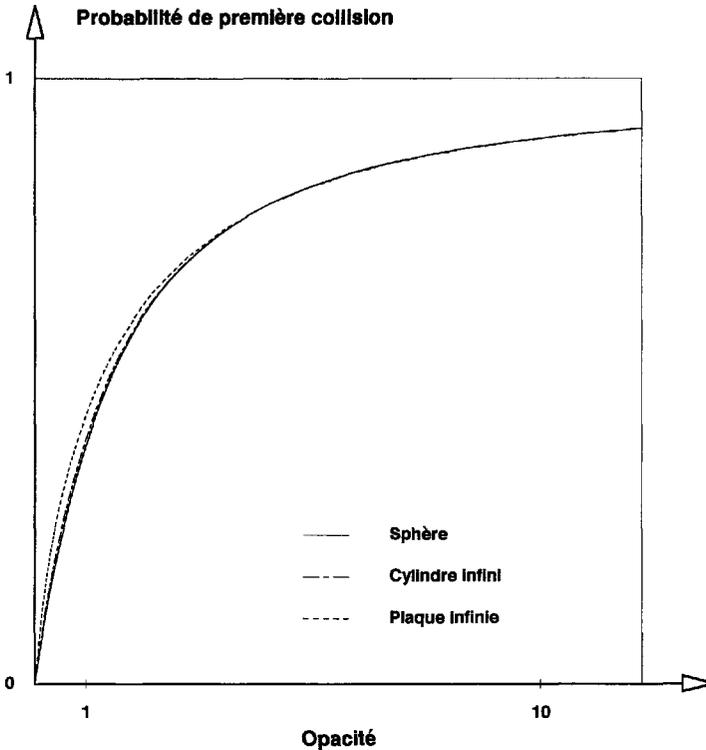


Figure 14.2. Probabilité P_{VV} pour trois géométries simples (schématiquement, les géométries adoptées en général pour les éléments de combustible des réacteurs).

variable y ou de l'azimut φ . Voici, à titre indicatif, quelques formules utiles pour ces cas simplifiant la forme générale de l'opérateur de Peierls :

$$\Phi(\vec{r}) = \Phi(x, y, z) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{-\tau}}{4\pi R^2} Q(x', y', z') dx' dy' dz';$$

– pour un problème en *géométrie plane*, c'est-à-dire ne faisant intervenir que la variable x , on peut intégrer sur y et z ; on obtient ainsi :

$$\Phi(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{2} E_1(\tau_x) Q(x') dx',$$

et des formules qui s'en déduisent pour les probabilités de premier choc. L'argument τ_x est la projection du parcours optique $\vec{\tau}$ sur l'axe \vec{x} ; les fonctions E_n sont les *exponentielles intégrales*⁽¹⁾ :

$$E_n(u) = \int_0^1 \exp\left(-\frac{u}{\mu}\right) \mu^{n-2} d\mu;$$

1. Voir les annexes.

– pour un problème ne faisant intervenir que les variables x et y , on peut intégrer sur z ; on obtient ainsi :

$$\Phi(\vec{\rho}) = \Phi(x, y) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{K_{i1}(\tau_{xy})}{2\pi R_{xy}} Q(x', y') dx' dy',$$

et des formules qui s'en déduisent pour les probabilités de premier choc. L'argument τ_{xy} est la projection du parcours optique $\vec{\tau}$ sur le plan $x-y$ et R_{xy} est la projection du parcours réel \vec{R} du neutron sur le plan $x-y$; les fonctions K_{in} sont les *fonctions de Bickley*⁽¹⁾ :

$$K_{in}(u) = \int_0^{\pi/2} \exp\left(-\frac{u}{\sin\theta}\right) \sin^{n-1}\theta d\theta.$$

Pour les problèmes en géométrie cylindrique (infinie en hauteur), on utilise cette formule en tenant compte de la symétrie de révolution⁽²⁾.

Pour les problèmes généraux à deux dimensions $x-y$, on effectue le calcul des probabilités de première collision en utilisant les variables R , Φ , t et t' définies sur le schéma suivant.

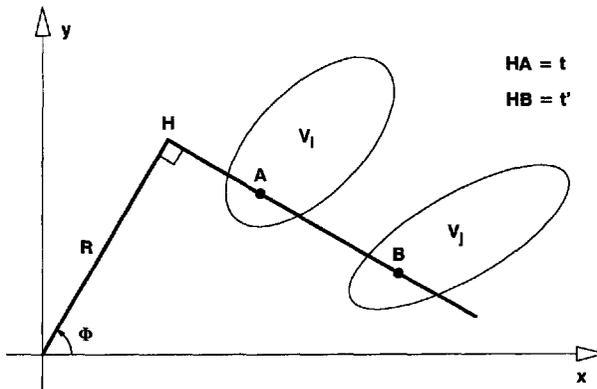


Figure 14.3. Variables utilisées pour un calcul de probabilités de première collision.

La formule de la probabilité de première collision s'écrit dans ces conditions :

$$P_{ji} = \frac{\Sigma_j}{V_j} \iiint \iiint \frac{K_{i1}(\tau_{xy})}{2\pi} dR d\Phi dt dt',$$

les variables décrivant les volumes V_i et V_j .

14.3.9 Calcul des probabilités dans un réseau infini de cellules identiques

La structure adoptée en pratique dans les cœurs des réacteurs nucléaires est souvent relativement régulière : à chaque élément de combustible et à sa gaine, on peut associer

1. Voir les annexes.

2. Les formules se simplifient aussi pour les problèmes présentant une symétrie sphérique.

une partie du volume du caloporteur et du modérateur (s'il s'agit d'un réacteur à neutrons thermiques) pour former la « maille » élémentaire de cette structure, appelée « cellule » par les neutroniciens ; en juxtaposant ces cellules élémentaires, on obtient ce que les neutroniciens appellent un « réseau ».

Ces réseaux ne sont pas toujours très réguliers. Sur l'exemple présenté figure 13.3, page 284, concernant un assemblage de réacteur à eau sous pression⁽¹⁾ avec des crayons de poisons consommables, on peut repérer quatre types de cellules :

- les 248 cellules standards de combustible⁽²⁾ ;
- les 16 cellules avec un combustible empoisonné au gadolinium ;
- les 24 cellules pouvant recevoir la grappe de commande formée de 24 crayons absorbants ;
- la cellule centrale réservée à l'instrumentation⁽³⁾.

Pour simplifier les calculs, on étend à l'infini le réseau en supposant une périodicité de la géométrie et donc du flux neutronique : la situation ainsi obtenue est celle du « réseau infini régulier », qui est devenue un « paradigme » (modèle) en neutronique en ce sens qu'elle sert de référence entre les deux étapes de calcul⁽⁴⁾, celle du calcul fin (à l'échelle de la cellule) et celle du calcul macroscopique (le calcul du cœur complet).

Les réseaux peuvent être :

- à une dimension, c'est-à-dire constitués de cellules planes formées de plaques infinies ;
- à deux dimensions, c'est-à-dire constitué de cellules prismatiques de hauteur infinie ;
- à trois dimensions, c'est-à-dire constitué de cellules en forme de boîtes.

Les trois cas se rencontrent en pratique ; le plus usuel est le cas à deux dimensions : c'est celui que nous considérerons ici.

Le réseau le plus simple est celui qui est formé de cellules toutes identiques, par exemple, celui qui est schématisé dans la figure 14.4, page ci-contre, (il faut imaginer qu'il se poursuit à l'infini) représentant un réseau (fictif) formé des cellules de combustible d'un réacteur à eau sous pression. Nous commencerons par examiner ce cas et considérerons ensuite les réseaux « multicellules ».

Que le réseau soit rectangulaire, hexagonal ou triangulaire, les plans contenant les interfaces entre cellules sont tous des plans de symétrie : lorsqu'un neutron voyageant dans une cellule donnée traverse une de ces interfaces, la partie du parcours située au-delà peut être remplacée par sa symétrique⁽⁵⁾ ; autrement dit, on peut, sans changer la physique, raisonner sur cette cellule unique isolée par la pensée en supposant que les neutrons atteignant la surface sont renvoyés vers l'intérieur comme s'ils l'étaient par un miroir parfait : cette condition à la limite à introduire dans le traitement de l'équation de Boltzmann s'appelle une « condition de réflexion spéculaire » (*speculum* = miroir, en latin).

1. Rappelons que dans les réacteurs à eau, ce fluide joue à la fois les rôles de caloporteur et de modérateur.

2. En pratique, il faut distinguer aussi les cellules périphériques auxquelles on inclut la demi-lame d'eau inter-assemblage et les cellules de coin avec deux demi-lames d'eau.

3. Sur le schéma simplifié (figure 13.3, page 284), elle est représentée comme les 24 cellules précédentes.

4. Le lien entre ces deux étapes (équivalence) sera précisé au chapitre 17.

5. En fait, cette symétrie signifie que le neutron considéré est remplacé par un neutron symétrique équivalent.

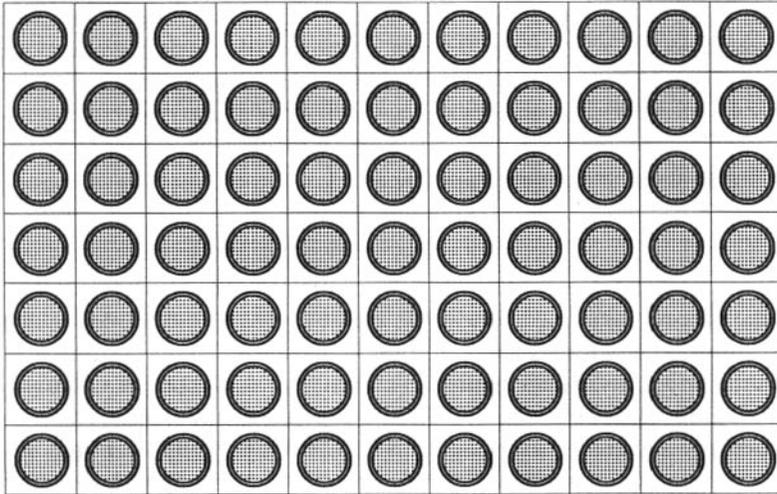


Figure 14.4. Le réseau, la situation neutronique paradigmatique des réacteurs (ici : réseau de réacteur à eau sous pression). Noter que les contours des carrés correspondent à des limites purement fictives.

Il est évident que la mise en œuvre de la méthode des probabilités de première collision dans un tel problème suppose un calcul à deux dimensions $x - y$, soit dans le réseau lui-même en identifiant les volumes similaires de toutes les cellules⁽¹⁾, soit dans la cellule isolée avec les conditions de réflexion spéculaire⁽²⁾. Dans les codes tels APOLLO, un tel calcul est possible : il reste cependant coûteux. C'est la raison pour laquelle une approximation d'uniformité et d'isotropie des courants d'interface est souvent faite : elle consiste à remplacer la condition à la limite correcte — la réflexion spéculaire — par une condition approximative de « réflexion blanche » : tout neutron atteignant la surface de la cellule est supposé « oublier » son état (position et direction) et est renvoyé selon une loi uniforme le long de la surface et isotrope vers l'intérieur. Le lecteur aura compris que cela permet d'utiliser les probabilités de surface que nous avons introduites ci-dessus, qui, rappelons-le, n'ont pas à être calculées si les probabilités du type volume-volume ont été déjà obtenues.

Voici les formules à utiliser dans le cadre de cette hypothèse simplificatrice. Soient :

- P_{ji}^+ la probabilité pour un neutron émis dans le volume V_j de l'une des cellules de subir sa première collision dans le volume V_i de la même cellule ;
- P_{jS}^+ la probabilité pour un neutron émis dans le volume V_j de l'une des cellules de sortir de cette cellule ;
- P_{Sj}^+ la probabilité pour un neutron entrant dans une des cellules de subir sa première collision dans le volume V_j de cette cellule.

1. Pour calculer P_{ji}^+ , il faut émettre les neutrons dans l'un des volumes V_j et comptabiliser les chocs dans tous les volumes V_i .

2. Le parcours des neutrons atteignant la surface doit être poursuivi par réflexion tant qu'ils n'ont pas subi leur première collision.

La probabilité P_{ji} pour un neutron émis dans le volume V_j de l'une des cellules de subir sa première collision dans le volume V_i de la même cellule ou de toute autre cellule⁽¹⁾ se calcule en additionnant les probabilités des événements avec 0, 1, 2, 3... sorties :

$$P_{ji} = P_{ji}^+ + P_{js}^+ P_{si}^+ + P_{js}^+ P_{ss}^+ P_{si}^+ + P_{js}^+ P_{ss}^+ P_{ss}^+ P_{si}^+ + \dots$$

La série qui apparaît est une série géométrique :

$$P_{ji} = P_{ji}^+ + \frac{P_{js}^+ P_{si}^+}{1 - P_{ss}^+}.$$

Les probabilités « sans sortie » P^+ sont celles que nous avons introduites ci-dessus p. 301 à 304 ; nous avons vu que toutes les probabilités faisant intervenir la surface se déduisent des probabilités volume-volume. Seules ces dernières sont donc à calculer (en tenant compte des relations de réciprocity) : elles sont beaucoup moins nombreuses⁽²⁾ et beaucoup plus simples à calculer — puisque relatives à une cellule unique isolée par la pensée — que les vraies probabilités, qui supposent, pour V_j fixé, de calculer et de sommer les probabilités pour les volumes V_i de toutes les cellules⁽³⁾ et qui nécessitent, pour les cellules extérieures, de traiter des parcours optiques compliqués.

Dans la mesure où elle est acceptable — ce qui est le cas pour la plupart des calculs usuels —, cette hypothèse simplificatrice permet donc de réduire considérablement le volume des calculs à faire.

14.3.10 Cylindrification des cellules

Pour aller encore plus loin dans cette simplification des calculs, on introduit souvent une approximation supplémentaire (mais non obligatoire) : la cylindrification des cellules⁽⁴⁾.

À l'origine de cette idée, on trouve la remarque que, dans beaucoup de concepts de réacteurs (UNGG, REP et REB, RNR...), la cellule élémentaire est constituée d'un combustible, d'une gaine, voire d'un canal présentant une symétrie de révolution, seul le contour extérieur de la cellule brisant cette symétrie : l'approximation de cylindrification (voir la figure 14.5, page ci-contre) consiste à remplacer le contour prismatique de la cellule par un contour cylindrique⁽⁵⁾ de façon à obtenir une complète symétrie de révolution et, par voie de conséquence, à simplifier le calcul des probabilités P_{ji}^+ ⁽⁶⁾.

Dans cette opération, il est évidemment indispensable de conserver la matière ; cela laisse cependant un choix ouvert sur le rayon R . On peut hésiter, par exemple, entre

1. Ou, dans le cadre du problème de la cellule unique isolée par la pensée, dans le volume V_j de cette cellule après un nombre quelconque de réflexions sur la surface.

2. Par exemple, six probabilités si l'on place trois volumes dans la cellule : le combustible, la gaine et le modérateur.

3. En pratique, bien sûr, pour un tel calcul, on tronque la série infinie en négligeant les cellules au-delà d'une certaine distance « optique ».

4. Cylindriser les cellules en conservant la réflexion spéculaire n'aurait guère de sens puisqu'on simplifierait peu les calculs de probabilités ; de plus, on montre que les erreurs dues aux deux approximations — réflexion blanche et cylindrification — ont tendance à se compenser en partie.

5. Bien entendu, la cylindrification ne peut être conçue que dans l'image de la cellule isolée par la pensée puisqu'on ne peut évidemment pas paver l'espace avec des cylindres.

6. La symétrie de révolution permet de simplifier les intégrales exprimant ces probabilités.

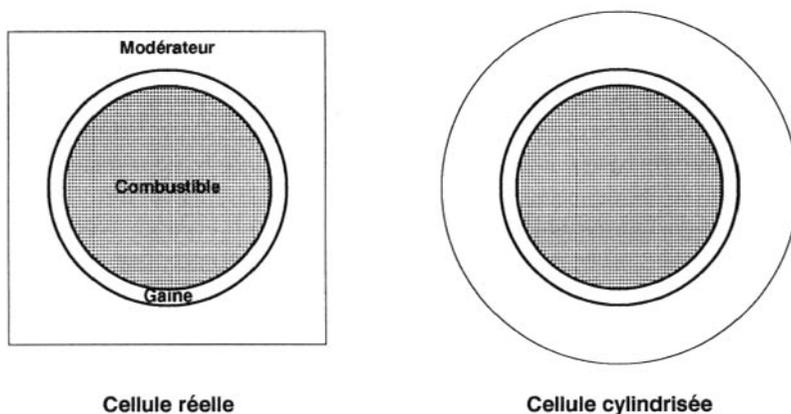


Figure 14.5. Cylindrisation d'une cellule (ici, cellule de réacteur à eau sous pression grosse quatre fois).

la « cylindrisation d'Askew » conservant la surface d'échange avec les cellules voisines donc le *périmètre externe* (avec réduction de la densité du modérateur pour conserver sa masse), et la « cylindrisation de Wigner » conservant la *section droite* (et la densité du modérateur). Pour les cellules dont la section droite a la forme d'un polygone régulier — hexagone, carré ou triangle —, c'est généralement ce dernier choix qui est fait ; pour les cellules à section droite rectangulaire⁽¹⁾, de côtés a et b , il est conseillé d'adopter la « cylindrisation de Lefebvre » (avec réduction de densité) qui est mieux adaptée aux calculs « multicellules »⁽²⁾ (voir alinéa suivant) et qui se réduit à celle de Wigner si le rectangle est un carré :

$$R = \frac{a + b}{2\sqrt{\pi}}.$$

14.3.11 Principe des calculs en géométries « multicellules »

Nous avons vu qu'en pratique, les « objets » que doit traiter le neutronicien sont souvent des « assemblages » de cellules élémentaires pas toutes identiques.

La méthode que nous venons de présenter se généralise (avec exactement les mêmes hypothèses) au réseau infini régulier dont le motif élémentaire est constitué d'un ensemble de cellules de différents types : c'est le formalisme dit « multicellule ».

Le motif peut contenir plusieurs cellules identiques par leur géométrie et leur composition. Théoriquement, elles ne peuvent être considérées de même type (sous l'angle neutronique) que si elles sont, en outre, identiques aussi en ce qui concerne leur environnement (par exemple, symétriques par rapport à un plan de symétrie général du motif) ; pratiquement, on peut les déclarer de même type même si ce n'est pas le cas : cela permet de réduire le

1. Par exemple, les cellules au bord d'un assemblage de REP, incluant la lame d'eau sur l'une de leurs faces.

2. Car respectant les relations de réciprocité sur les « probabilités de contact » S_{ij} .

nombre de types, donc le coût du calcul, mais constitue évidemment une approximation supplémentaire dont il faut vérifier le bien-fondé.

Soient l, j ou K l'indice permettant de repérer le type et α_l, α_j ou α_K la proportion dans le réseau (ou dans le motif) des cellules de type l, j ou K et soit S_{jl} la probabilité qu'un neutron sortant d'une cellule de type j entre dans une cellule de type l : pour rester cohérent avec l'hypothèse d'uniformité des courants sortants des cellules, S_{jl} doit être la proportion de la surface latérale de l'ensemble des cellules j du motif en contact avec une cellule de type l . C'est donc une grandeur de caractère strictement géométrique qui caractérise les « connexions » entre les cellules des différents types. Les S_{jl} étant des probabilités (pour j fixé), on a les relations de complémentarité :

$$\sum_l S_{jl} = 1.$$

Par ailleurs, comme, bien évidemment, les surfaces des cellules de type j en contact avec des cellules de type l sont les mêmes que les surfaces des cellules de type l en contact avec des cellules de type j , les S_{jl} doivent vérifier les relations de réciprocity :

$$\alpha_l p_l S_{jl} = \alpha_j p_j S_{lj},$$

où p_l est la surface d'une cellule de type l , c'est-à-dire, en pratique, son périmètre. (Ces relations, d'une part, permettent de vérifier qu'on n'a pas fait d'erreur dans l'évaluation des S_{jl} d'un motif, d'autre part, conduisent, comme nous venons de le voir, à une règle de cylindrisation si l'on veut introduire aussi cette approximation.)

Par un raisonnement de même nature que celui qui nous a permis d'exprimer les probabilités P d'un réseau en fonction des probabilités P^+ d'une cellule, le formalisme « multicellule »⁽¹⁾ permet d'obtenir toutes les probabilités P_{ji} de première collision dans une zone i d'une cellule de type l pour un neutron émis dans une zone j d'une cellule de type j à partir des jeux des probabilités P^+ propres à chaque cellule — les seules, donc, qui, en définitive, doivent être calculées :

1/ en désignant par δ_{jl} le symbole de Kronecker, et par Q_{jl} le nombre de neutrons entrant dans une cellule de type l , sans choc intermédiaire, pour un neutron sortant d'une cellule de type j , on a :

$$P_{ji} = P_{ji}^+ \delta_{jl} + P_{js}^+ Q_{jl} P_{si}^+;$$

2/ en explicitant la définition de ces probabilités, on obtient la relation permettant de calculer les Q_{jl} :

$$Q_{jl} = S_{jl} + \sum_K S_{jK} P_{SS,K}^+ Q_{Kl}.$$

Dans un réseau constitué d'un seul type de cellules, confondre les faces n'a évidemment pas d'importance puisqu'elles sont équivalentes; dans un réseau « multicellule », en revanche, cette hypothèse d'uniformité complète, dite de « ROTH » (du nom de l'auteur qui l'a proposée), peut être très critiquable.

1. On pourra vérifier qu'il donne bien les formules du réseau lorsqu'il n'y a qu'un seul type de cellules.

Par exemple, sur le motif de la figure 14.6, il est évident qu'un neutron quittant une cellule combustible adjacente à celle de l'absorbant ne subira sans doute pas le même sort s'il émerge par la face en regard de l'absorbant ou par la face opposée. C'est pourquoi il est utile de *distinguer les faces* des cellules, c'est-à-dire d'avoir une uniformité des courants d'interface non pas sur toute la surface des cellules, mais face par face.

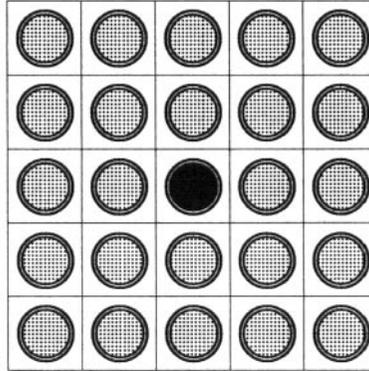


Figure 14.6. Exemple d'hétérogénéité dans un réseau « REP » : un crayon absorbant au centre d'un motif 5×5 , les vingt-quatre autres cellules contenant du combustible (imaginer que les bords du motif sont des plans de symétrie).

L'amélioration la plus simple de l'hypothèse de Roth, dite « ROTH-4 » pour des cellules carrées ou « ROTH-6 » pour des cellules hexagonales, consiste à empêcher un neutron qui entre dans une cellule et la traverse sans collision de ressortir par la face d'entrée ; mais il peut ressortir avec la même probabilité par les trois (resp. cinq) autres faces. Cette approximation ne conduit pas à de nouveaux calculs de probabilités P^+ mais oblige à généraliser la matrice Q (distinction des faces).

On peut aussi envisager une méthode plus précise : calculer les probabilités exactes de traversées de cellule d'une face à l'autre. Dans ce cas, outre la généralisation de la matrice Q , il faut calculer quelques probabilités P^+ de surface puisque les relations de complémentarité et de réciprocité ne permettent pas de différencier les faces dans les probabilités de surface qui se déduisent des P_{ji}^+ .

Par ailleurs, signalons qu'on peut améliorer le traitement des courants d'interfaces non seulement vis-à-vis de l'uniformité, mais aussi vis-à-vis de l'isotropie. On peut, en effet, abandonner l'hypothèse d'isotropie (sur 2π) des flux de neutrons traversant les interfaces et adopter une hypothèse d'*anisotropie linéaire*, c'est-à-dire d'un flux dépendant de $\cos \theta$ de façon linéaire. Là également, il faut, d'une part, rajouter des composantes aux courants d'interfaces et généraliser la matrice Q , d'autre part, calculer quelques probabilités P^+ supplémentaires.

La méthode « multicellule » peut être généralisée au traitement d'une structure quelconque scindée par la pensée en sous-structures échangeant des neutrons par les interfaces. L'approximation d'uniformité et d'isotropie (ou d'anisotropie linéaire) au niveau de chacune des interfaces peut permettre de réduire le nombre de probabilités et d'en simplifier considérablement le calcul puisque seules des probabilités du type P^+ interviennent.

14.4 Traitement de l'opérateur de transport sous sa forme différentielle

14.4.1 Traitement de l'opérateur de diffusion

Nous avons vu que l'approximation du choc isotrope (avec éventuellement une correction de transport) simplifiait considérablement l'équation de Boltzmann sous sa forme intégrale puisque qu'une simple intégration sur les phases permettait de faire disparaître $\vec{\Omega}$ de la liste des variables du problème. L'opérateur de transport ne se simplifie guère, en revanche, s'il est écrit sous sa forme différentielle car il n'est pas possible⁽¹⁾ dans ce cas de se ramener à un problème sans $\vec{\Omega}$ même si les chocs sont isotropes. Au contraire, tenir compte de la loi angulaire exacte des diffusions ne complique pas beaucoup le traitement de l'équation intégrodifférentielle⁽²⁾.

Sous sa forme continue, l'opérateur de diffusion s'écrit :

$$D(\vec{r}, u, \vec{\Omega}) = \int_0^{\infty} du' \int_{(4\pi)} d^2\Omega' \Sigma_s[\vec{r}, (u', \vec{\Omega}') \rightarrow (u, \vec{\Omega})] \Phi(\vec{r}, u', \vec{\Omega}').$$

Après discrétisation multigroupe, il prend la forme :

$$D_g(\vec{r}, \vec{\Omega}) = \sum_{h=1}^N \int_{(4\pi)} \Sigma_{s,h \rightarrow g}(\vec{r}, \vec{\Omega}' \rightarrow \vec{\Omega}) \Phi_h(\vec{r}, \vec{\Omega}') d^2\Omega'.$$

En pratique, les matériaux placés dans les réacteurs peuvent *toujours* être considérés comme *isotropes* : nous avons vu que cela amenait à séparer v (module de la vitesse, pouvant être remplacé par u) et $\vec{\Omega}$ (direction de la vitesse) puisque l'isotropie de la matière signifie que les sections efficaces ne dépendent pas de cette dernière variable. Cela est vrai pour toutes les réactions et notamment la diffusion : c'est dire que l'écriture de la section efficace différentielle de diffusion dans ces intégrales n'est pas très judicieuse puisque qu'elle ne le met pas en évidence. Vis-à-vis de l'aspect angulaire, la section efficace différentielle de diffusion ne dépend pas de quatre variables (θ' , ϕ' , θ et ϕ), mais d'une seule, l'angle de diffusion, ou, ce qui revient au même, son cosinus que l'on peut noter μ ou $\vec{\Omega}' \cdot \vec{\Omega}$, c'est-à-dire le produit scalaire des deux vecteurs. (En outre, il peut y avoir une corrélation partielle ou totale entre cet angle et le changement de léthargie ou de groupe : nous signalons cet aspect ici seulement pour mémoire.) Nous réécrivons donc ces opérateurs sous la forme :

$$D(\vec{r}, u, \vec{\Omega}) = \int_0^{\infty} du' \int_{(4\pi)} d^2\Omega' \Sigma_s(\vec{r}, \vec{\Omega}' \cdot \vec{\Omega}, u' \rightarrow u) \Phi(\vec{r}, u', \vec{\Omega}'),$$

1. Sauf si l'on fait une approximation, par exemple, l'approximation de la diffusion.
2. Rappelons que l'émission par fission est isotrope.

et :

$$D_g(\vec{r}, \vec{\Omega}) = \sum_{h=1}^N \int_{(4\pi)} \Sigma_{s,h \rightarrow g}(\vec{r}', \vec{\Omega}' \cdot \vec{\Omega}) \Phi_h(\vec{r}', \vec{\Omega}') d^2 \Omega'.$$

Sous-entendons \vec{r} , u' et u (ou h et g) et intéressons-nous à l'opérateur intégral :

$$D(\vec{\Omega}) = \int_{(4\pi)} \Sigma_s(\vec{\Omega}' \cdot \vec{\Omega}) \Phi(\vec{\Omega}') d^2 \Omega',$$

de noyau $\Sigma_s(\vec{\Omega}' \cdot \vec{\Omega})$.

En tant que fonction de $\mu = \vec{\Omega}' \cdot \vec{\Omega}$, ce noyau peut être décomposé en polynômes de Legendre⁽¹⁾ :

$$\Sigma_s(\mu) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2n+1}{2} \Sigma_{s,n} P_n(\mu),$$

avec :

$$\Sigma_{s,n} = \int_{-1}^{+1} \Sigma_s(\mu) P_n(\mu) d\mu.$$

En particulier, $\Sigma_{s,0}$ est la section efficace usuelle de diffusion Σ_s (tous angles confondus) et $\Sigma_{s,1}$ est le produit $\bar{\mu} \Sigma_s$ de cette section efficace par la moyenne du cosinus de l'angle de déviation du neutron lors d'une diffusion.

L'intérêt de cette décomposition réside dans le théorème suivant : *l'opérateur de diffusion, dont le noyau ne dépend que de $\vec{\Omega}' \cdot \vec{\Omega}$, est dit « invariant par rotation » ; ses fonctions propres sont les harmoniques sphériques⁽²⁾ $Y_n^m(\vec{\Omega})$; les valeurs propres associées sont les coefficients $\Sigma_{s,n}$:*

$$\int_{(4\pi)} \Sigma_s(\vec{\Omega}' \cdot \vec{\Omega}) Y_n^m(\vec{\Omega}') d^2 \Omega' = \Sigma_{s,n} Y_n^m(\vec{\Omega}).$$

14.4.2 Méthode des harmoniques sphériques

Les harmoniques sphériques $Y_n^m(\vec{\Omega})$ sont l'équivalent, pour l'espace à trois dimensions, des fonctions trigonométriques utilisées pour développer une fonction périodique en série de Fourier : ce sont des fonctions de $\vec{\Omega}$ (ou des angles θ et φ), c'est-à-dire d'un point sur la sphère unité ; de même que les fonctions trigonométriques reprennent leur valeur après un tour complet, c'est-à-dire une variation de 2π de l'argument, les harmoniques sphériques sont invariantes après un tour complet sur la sphère unité selon, par exemple, un grand cercle ou un cercle parallèle. Ces fonctions peuvent être numérotées avec deux indices : un indice principal n pouvant aller de zéro à l'infini et un indice secondaire m pouvant aller (pour n fixé) de $-n$ à $+n$.

1. Les définitions et les principales propriétés des polynômes de Legendre sont rappelées en annexes.

2. Les définitions et les principales propriétés des harmoniques sphériques sont rappelées en annexes. Les polynômes de Legendre sont les harmoniques sphériques ne dépendant que de l'angle θ (ou de son cosinus μ).

Les fonctions de $\vec{\Omega}$ pouvant être rencontrées en physique, par exemple un flux en phase neutronique, peuvent être développées en harmoniques sphériques⁽¹⁾ :

$$\Phi(\vec{r}, u, \vec{\Omega}) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=-n}^n \Phi_n^m(\vec{r}, u) Y_n^m(\vec{\Omega}).$$

Comme les harmoniques sphériques sont normées, les coefficients du développement sont, par définition⁽²⁾ :

$$\Phi_n^m(\vec{r}, u) = \int_{(4\pi)} \Phi(\vec{r}, u, \vec{\Omega}) Y_n^{*m}(\vec{\Omega}) d^2\Omega,$$

où l’astérisque désigne la fonction complexe conjuguée.

Les formules sont analogues en approximation multigroupe.

En reportant ce développement dans l’équation de Boltzmann intégrodifférentielle, puis :
a/ en utilisant la propriété que les harmoniques sphériques sont fonctions propres de l’opérateur de diffusion ;

b/ en exprimant les produits $\Omega_k Y_n^m(\vec{\Omega})$ (avec $k = x, y$ ou z) en fonction des harmoniques sphériques voisines grâce à des relations de récurrence entre ces fonctions,

on aboutit à un système infini d’équations numérotées par les indices n et m où la variable $\vec{\Omega}$ n’apparaît plus.

En pratique, on tronque ce système en éliminant tous les termes de rang n plus grand qu’une valeur donnée N , puis on le traite selon \vec{r} et u par les méthodes numériques usuelles. Cette approche est traditionnellement appelée « approximation \mathbf{P}_N ».

Le nombre de coefficients $\Phi_n^m(\vec{r}, u)$ à calculer est :

$$1 + 3 + 5 + 7 + \dots + (2N + 1) = (N + 1)^2.$$

Pour illustrer ce principe général sur un exemple simple, examinons un problème monocinétique en géométrie plane. En théorie monocinétique, l’équation à résoudre se présente sous la forme⁽³⁾ :

$$\text{div}[\vec{\Omega}\Phi(\vec{r}, \vec{\Omega})] + \Sigma(\vec{r})\Phi(\vec{r}, \vec{\Omega}) = Q(\vec{r}, \vec{\Omega}) + \int_{(4\pi)} d^2\Omega' \Sigma_s(\vec{r}, \vec{\Omega}' \rightarrow \vec{\Omega})\Phi(\vec{r}, \vec{\Omega}'),$$

avec $Q(\vec{r}, \vec{\Omega})$ supposé connu, au moins provisoirement.

« En géométrie plane » signifie que, vis-à-vis de l’espace, le problème ne fait intervenir que la seule variable x (le système est supposé constitué d’une suite de plaques infinies

1. L’idée est la même que celle du développement de la section efficace, sauf que pour cette dernière l’invariance selon φ entraîne un développement selon n seulement, c’est-à-dire en polynômes de Legendre.

2. Formule comparable à celle définissant $\Sigma_{s,n}$.

3. En théorie multigroupe, les équations seraient de la même forme dans chacun des groupes car on a intérêt, pour améliorer la convergence de l’itération entre Q et Φ , à placer au second membre les diffusions au sein du groupe lui-même. Dans ce cas, outre les absorptions, le terme $\Sigma\Phi$ au premier membre inclut les transferts vers les autres groupes et le terme Q au second membre représente, outre les fissions, les transferts depuis les autres groupes.

selon y et z). Dans ce cas, il est judicieux, en ce qui concerne $\vec{\Omega}$, de repérer la colatitude à partir de la direction de l'axe \vec{x} , puisque la longitude n'interviendra alors pas, pour des raisons de symétrie. En posant $\mu = \cos \theta$, l'équation de réduit à :

$$\mu \frac{\partial \Phi(x, \mu)}{\partial x} + \Sigma(x) \Phi(x, \mu) = Q(x, \mu) + \int_{-1}^{+1} \Sigma_s(x, \mu' \rightarrow \mu) \Phi(x, \mu') d\mu'.$$

Dans ces conditions, les polynômes de Legendre (à un facteur près, les harmoniques sphériques indépendantes de φ) suffisent pour développer le flux en phase. Posons donc :

$$\Phi(x, \mu) = \sum_{n=0}^{\infty} \Phi_n(x) P_n(\mu),$$

où les coefficients s'interprètent comme les intégrales⁽¹⁾ :

$$\Phi_n(x) = \frac{2n+1}{2} \int_{-1}^{+1} \Phi(x, \mu) P_n(\mu) d\mu.$$

Dans un premier temps, remplaçons par son développement le flux qui apparaît sous le signe « somme » et tenons compte du fait que les polynômes de Legendre sont fonctions propres de l'opérateur de diffusion ; l'équation prend ainsi la forme :

$$\mu \frac{\partial \Phi(x, \mu)}{\partial x} + \Sigma(x) \Phi(x, \mu) = Q(x, \mu) + \sum_{k=0}^{\infty} \frac{2k+1}{2} \Sigma_{s,k} P_k(\mu) \int_{-1}^{+1} \Phi(x, \mu') P_k(\mu') d\mu',$$

où les intégrales qui apparaissent représentent implicitement les coefficients du développement du flux en série de polynômes de Legendre⁽²⁾.

Cette forme incite à traiter l'équation par une itération « interne » (par opposition à l'itération « externe » entre Q et Φ) : à partir d'une estimation initiale du dernier terme, on calcule Φ en inversant l'opérateur de transport du premier membre⁽³⁾ ; ayant obtenu Φ , on réévalue les intégrales du second membre ; on recalcule alors Φ ; et ainsi de suite jusqu'à convergence.

La méthode des harmoniques sphériques proprement dite consiste à introduire également au premier membre le développement selon ces fonctions de base pour inverser l'opérateur d'advection.

Dans l'exemple présent, où seuls polynômes de Legendre apparaissent, nous pouvons utiliser la formule de récurrence de ces polynômes :

$$nP_{n-1}(\mu) - (2n+1)\mu P_n(\mu) + (n+1)P_{n+1}(\mu) = 0,$$

1. Contrairement aux harmoniques sphériques, les polynômes de Legendre ne sont pas normés. Il y donc un arbitraire quant à l'endroit où placer le coefficient $2/(2n+1)$ représentant le carré de la norme du polynôme P_n . Les choix diffèrent selon les auteurs. Ici, nous avons pris une convention différente pour la section efficace de diffusion et pour le flux, de façon à simplifier les formules.

2. Dans le cas général, ce seraient les coefficients du développement en harmoniques sphériques.

3. Dont la partie délicate est l'« opérateur d'advection ».

pour transformer les termes de la forme μP_n . Développons la « source » Q comme le flux :

$$Q(x, \mu) = \sum_{n=0}^{\infty} Q_n(x) P_n(\mu),$$

avec :

$$Q_n(x) = \frac{2n+1}{2} \int_{-1}^{+1} Q(x, \mu) P_n(\mu) d\mu.$$

En identifiant à zéro la somme algébrique des coefficients devant chacun des polynômes, nous obtenons finalement un système infini d'équations différentielles régissant les fonctions Φ_n de la variable d'espace x . En pratique, ce système sera tronqué au rang N :

$$\begin{aligned} -\frac{1}{3}\Phi'_1 - \Sigma\Phi_0 + \Sigma_{s,0}\Phi_0 + Q_0 &= 0, \\ -\Phi'_0 - \frac{2}{5}\Phi'_2 - \Sigma\Phi_1 + \Sigma_{s,1}\Phi_1 + Q_1 &= 0, \\ &\dots \\ -\frac{n}{2n-1}\Phi'_{n-1} - \frac{n+1}{2n+3}\Phi'_{n+1} - \Sigma\Phi_n + \Sigma_{s,n}\Phi_n + Q_n &= 0, \\ &\dots \\ -\frac{N}{2N-1}\Phi'_{N-1} - \Sigma\Phi_N + \Sigma_{s,N}\Phi_N + Q_N &= 0. \end{aligned}$$

Ce système de $N+1$ équations régit $N+1$ fonctions. On remarque que les équations de ce système sont relativement peu couplées puisque chaque équation ne fait intervenir que trois fonctions inconnues successives. Mais, même par combinaisons, il n'est pas possible, dans le cas général, d'aboutir à un système d'équations découplées.

Pour des raisons qui apparaîtront plus loin — liées à une équivalence entre les approximations \mathbf{P}_N et \mathbf{S}_{N+1} —, il est usuel de choisir N impair.

14.4.3 Approximation de la diffusion et correction de transport

L'approximation \mathbf{P}_0 conduirait à supposer le flux partout isotrope ce qui supprimerait toute migration. L'approximation « minimale » est donc \mathbf{P}_1 :

$$\begin{aligned} -\frac{1}{3}\Phi'_1 - \Sigma\Phi_0 + \Sigma_{s,0}\Phi_0 + Q_0 &= 0, \\ -\Phi'_0 - \Sigma\Phi_1 + \Sigma_{s,1}\Phi_1 + Q_1 &= 0. \end{aligned}$$

Si nous supposons, en outre, que les « sources » sont isotropes, c'est-à-dire si nous prenons Q_1 nul et si nous remarquons que :

- Φ_0 est $\Phi/2$ où Φ est le flux usuel intégré sur les phases, car $P_0 = 1$;
- de même, Q_0 est $Q/2$;

- Φ_1 est $3J/2$ où J est le courant usuel intégré sur les phases, car $P_1 = \mu$;
 - $\Sigma - \Sigma_{s,0} = \Sigma - \Sigma_s$ est la section d'absorption Σ_a ;
 - $\Sigma - \Sigma_{s,1} = \Sigma - \bar{\mu}\Sigma_s$ est la section de transport Σ_{tr} ,
- nous voyons que ce système peut être réécrit sous la forme :

$$\begin{aligned} -J - \Sigma_a \Phi + Q &= 0, \\ -\Phi' - 3\Sigma_{tr}J &= 0. \end{aligned}$$

La première équation explicite le bilan neutronique par unité de volume (toutes directions de neutrons confondues) ; la seconde est l'expression approximative du courant dite « loi de Fick » : $\vec{J} = -D \text{grad } \Phi$ (cf. ch. 5, p. 133), avec la correction de transport (cf. p. 139) pour l'expression du coefficient de diffusion $D = 1/3\Sigma_{tr}$.

Plus généralement, l'approximation \mathbf{P}_1 consistant à représenter le flux en phase par l'harmonique sphérique d'ordre zéro (une constante) et les trois harmoniques sphériques d'ordre un (combinaisons linéaires des trois composantes du vecteur $\vec{\Omega}$) revient à approximer, en chaque point, le flux en phase par une expression du type :

$$\Phi(\vec{r}, \vec{\Omega}) \simeq A + \vec{B} \cdot \vec{\Omega}.$$

Par identification, on voit qu'à un facteur près, la constante scalaire A est le flux intégré et la constante vectorielle \vec{B} le courant intégré :

$$\Phi(\vec{r}, \vec{\Omega}) \simeq \frac{1}{4\pi} \Phi(\vec{r}) + \frac{3}{4\pi} \vec{\Omega} \cdot \vec{J}(\vec{r}).$$

Cette approche de l'approximation de la diffusion en tant qu'approximation \mathbf{P}_1 est la justification mathématique de l'approche physique et intuitive que nous avons proposée au chapitre 5.

Remarque : La correction de transport revient, en théorie monocinétique, à l'approximation d'une diffusion linéairement anisotrope (loi de probabilité pour la déviation du neutron au cours d'un choc linéaire en $\cos \theta$) ; en théorie multigroupe, la correction de transport est « concentrée » sur le groupe de départ alors qu'elle devrait être « ventilée » sur les groupes d'arrivée. L'incidence pratique de cette seconde approximation s'avère peu importante.

14.4.4 Méthode des harmoniques sphériques simplifiées

La méthode des harmoniques sphériques conduit à un nombre rapidement important de fonctions inconnues à calculer si l'on adopte un ordre N quelque peu élevé. D'un autre côté, se limiter à $N = 1$, c'est-à-dire à l'approximation de la diffusion, peut parfois, en pratique, s'avérer un peu insuffisant⁽¹⁾. La méthode des harmoniques sphériques « simplifiées » peut s'avérer être un bon compromis entre le coût et la précision des calculs.

1. Exemple : traitement des transitoires d'interface cœur-réflexeur ou assemblage standard-assemblage à plutonium.

L'idée est de repérer en chaque point du réacteur, décrit en géométrie à deux ou trois dimensions, la direction du *courant* \vec{j} , c'est-à-dire l'axe selon lequel se fait principalement la migration, et de supposer que, selon cet axe, le flux en phase *local* présente une *symétrie de révolution*. Cette hypothèse permet de le représenter par un développement en polynômes de Legendre seulement (en prenant, pour mesurer θ , un repère local, axé selon \vec{j}) donc sans les harmoniques dépendant de φ . Dans ces conditions, à l'ordre N , cette approximation dite « \mathbf{SP}_N » fait intervenir $N + 3$ fonctions inconnues au lieu $(N + 1)^2$ pour l'approximation \mathbf{P}_N standard ; par exemple, 12 au lieu de 100 pour $N = 9$.

L'avantage de l'approximation \mathbf{SP}_N est d'améliorer l'approximation de la diffusion avec un surcoût peu important, en prenant, par exemple, $N = 3$ ou 5. L'inconvénient est que la solution ne converge pas vers la solution exacte lorsqu'on fait tendre N vers l'infini : adopter de très grandes valeurs pour N n'apporte qu'une amélioration illusoire et ne permet pas de chiffrer l'erreur (pour évaluer l'erreur, il faut faire un calcul « exact », par exemple en approximation \mathbf{P}_N complète).

14.4.5 Méthode des ordonnées discrètes

Comme nous l'avons observé au chapitre 6 (cf. p. 160), il y a deux grandes classes de méthodes pour représenter les fonctions par un nombre fini de valeurs numériques : la discrétisation et la représentation par une série. En ce qui concerne les fonctions de la variable $\vec{\Omega}$, la méthode des harmoniques sphériques illustre la représentation par une série ; la méthode dite des « ordonnées discrètes » illustre la notion de discrétisation (ici, « ordonnées » réfère à la variable $\vec{\Omega}$).

La difficulté pour discrétiser la variable $\vec{\Omega}$, c'est-à-dire le point sur une sphère unité, est évidemment due à la courbure : il faut répartir le plus uniformément possible un nombre fini de points et d'éléments d'aire associés sur la sphère. La technique la plus couramment utilisée est celle qui est illustrée sur les schémas de la figure 14.7, page ci-contre, technique pouvant être améliorée comme nous l'évoquerons ensuite.

Pour bâtir ces schémas, dits « \mathbf{S}_N », on découpe d'abord la sphère par N bandes délimitées par des cercles parallèles à l'équateur de colatitudes régulièrement espacées, c'est-à-dire multiples de π/N . Ensuite, depuis le pôle nord et jusqu'à l'équateur, ces bandes sont découpées, à partir du méridien origine, par des segments de méridiens, respectivement en 4, 8, 12... éléments trapézoïdaux identiques ; l'hémisphère sud, est découpé symétriquement à partir du pôle sud. Les « ordonnées discrètes » sont les directions $\vec{\Omega}_n$ associées aux points placés aux centres des mailles ; les poids correspondants sont les aires des mailles rapportées à 4π .

Il faut éviter d'avoir des ordonnées discrètes $\vec{\Omega}_n$ sur l'équateur, car la valeur $\mu = \cos \theta = 0$ risque de poser des difficultés dans les traitements numériques : c'est la raison pour laquelle on prend toujours N pair.

Une première amélioration possible de ce maillage consiste à remplacer le découpage régulier en latitude par une discrétisation de la variable μ selon les points de Gauss : pour N donné, ces valeurs conduisent, avec les poids de Gauss associés, à la meilleure formule de quadrature possible en μ . La discrétisation en longitude est faite de la même façon que précédemment. On démontre que, pour un problème ne dépendant que de μ , les approximations \mathbf{S}_N -Gauss et \mathbf{P}_{N-1} sont rigoureusement équivalentes.

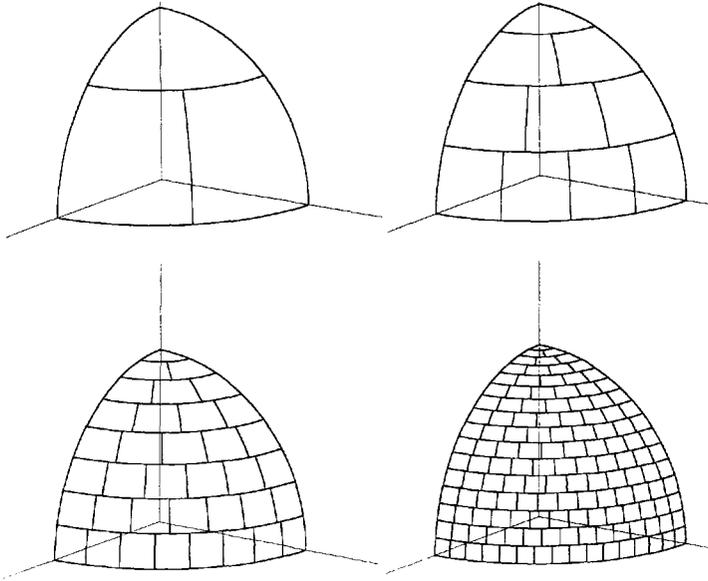


Figure 14.7. Représentation sur un huitième de sphère des maillages S_4 , S_8 , S_{16} et S_{32}
(respectivement, 24, 80, 288 et 1088 mailles, donc ordonnées discrètes).

Une seconde amélioration possible, mais incompatible avec la précédente, consiste à rechercher un découpage symétrique vis-à-vis des trois axes du repère cartésien⁽¹⁾, ce qui n'est pas le cas des découpages précédents qui font jouer un rôle particulier à l'axe \bar{z} . Un maillage symétrique peut être intéressant si aucune direction ne joue un rôle particulier dans le problème ; ce n'est généralement pas le cas en neutronique où l'axe \bar{z} selon lequel circule le caloporteur⁽²⁾ se différencie des axes perpendiculaires.

14.4.6 Effets de raies

Un artefact lié à la méthode des ordonnées discrètes, connu sous le terme d'« effet de raies » est illustré ci-dessous (figure 14.8, page suivante) pour un exemple extrême.

Pour un cas à deux dimensions, plus facile à représenter, nous avons considéré le problème d'une source ponctuelle dans un milieu purement absorbant. Les flèches représentent les directions des ordonnées discrètes et les carrés le maillage de la discrétisation spatiale. Puisque les neutrons sont assujettis à voyager selon les directions discrètes, on constate à l'évidence que seules les mailles grisées « verront » un certain flux neutronique, les autres ne pouvant pas recevoir de neutrons. Les raies qui en résultent sont bien visibles sur le schéma.

Dans les cas pratiques, l'artefact n'est jamais aussi net, puisque les sources sont réparties et qu'il y a des diffusions ; il peut cependant être repéré. Le seul moyen d'y remédier est d'affiner le maillage angulaire...

1. On démontre que cela est possible ; il y a même un degré de liberté.

2. En général vertical, mais parfois horizontal comme dans les réacteurs du type *CANDU*.

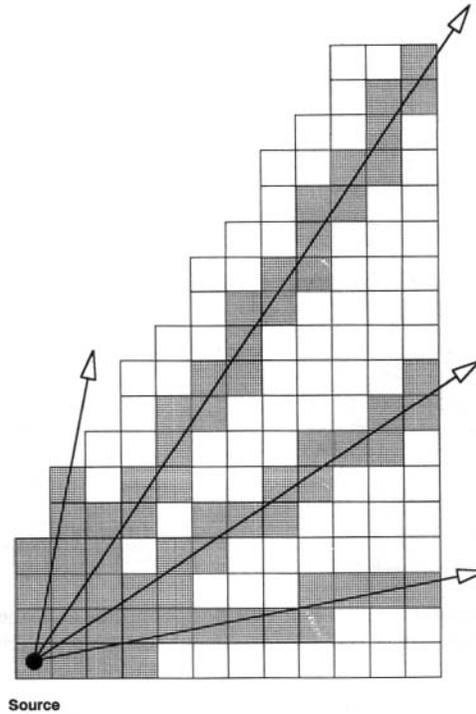


Figure 14.8. Exemple d'effet de raies.

14.4.7 Traitements de la variable d'espace

Dans tout calcul de flux en phase, un traitement de la variable d'espace \vec{r} est forcément associé au traitement de la variable angulaire $\vec{\Omega}$. Si l'on a décidé de traiter cette dernière par ordonnées discrètes, il reste de nombreuses variantes possibles pour le traitement de l'espace. La méthode la plus classique est connue sous le terme de « schéma diamant » ; plus récemment, plusieurs autres méthodes ont été prônées.

Le « schéma diamant »⁽¹⁾ est illustré sur la figure 14.9, page ci-contre, pour un cas à deux variables seulement, une variable d'espace x ou r et une variable angulaire μ ⁽²⁾.

Au cours du processus itératif, l'équation à traiter à chaque étape de l'itération « interne » est, par exemple pour un problème dépendant de x et μ :

$$\mu \frac{\partial \Phi(x, \mu)}{\partial x} + \Sigma(x) \Phi(x, \mu) = E(x, \mu),$$

où E est connue (émissions calculées grâce au flux estimé à l'étape précédente des itérations).

1. Le terme de « méthode S_N » est souvent associé à « ordonnées discrètes + schéma diamant » ; nous conviendrons ici de désigner par « méthode S_N » seulement le traitement des variables angulaires par « ordonnées discrètes ».

2. Noter que les problèmes présentant une symétrie cylindrique, et bien entendu les problèmes à deux ou trois variables d'espace, font nécessairement intervenir les **deux** variables angulaires.

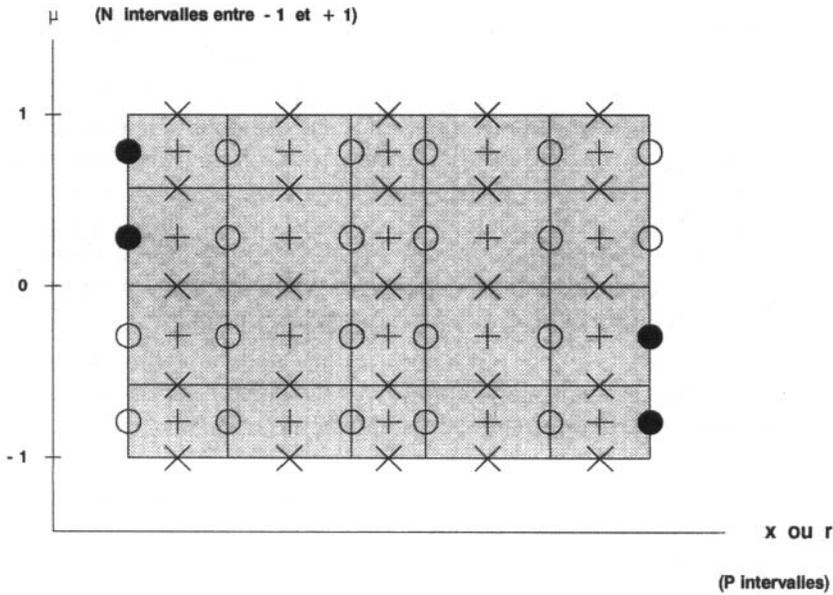
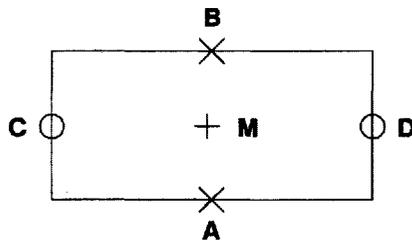


SCHÉMA DIAMANT



$$2\Phi(M) = \Phi(A) + \Phi(B) = \Phi(C) + \Phi(D)$$

Figure 14.9. Repérage des inconnues de la méthode S_N + différences finies.

La variable angulaire μ a été discrétisée selon N valeurs μ_n (4 sur le schéma, matérialisées par les lignes horizontales de « ronds »). De façon analogue, la variable d'espace est discrétisée en P intervalles (5 sur le schéma).

L'équation neutronique précédente est écrite pour chaque centre de « boîte » matérialisé par le signe « + » et la lettre M ; la dérivée par rapport à x ou r est remplacée par le quotient des différences finies :

$$\frac{\Phi(D) - \Phi(C)}{x_D - x_C}, \text{ ou : } \frac{\Phi(D) - \Phi(C)}{r_D - r_C},$$

et, de même, la dérivée par rapport à μ (qui n'apparaît pas dans l'équation ci-dessus, mais qui interviendrait dans l'équation similaire avec r , à cause de la courbure) est approximée par : $[\Phi(B) - \Phi(A)]/(\mu_B - \mu_A)$.

Comme il y a plus d'inconnues — tous les « ronds », les « + » et les « x » — que d'équations — une par « + » —, on complète par les équations « diamant » (voir le bas de

la figure 14.9, page précédente) qui reviennent à dire que la variation du flux dans une « boîte » est *supposée linéaire par rapport à chacune des variables*.

Dans ces conditions, la résolution de l'équation (inversion de l'opérateur d'advection donnant Φ si E est connu) est extrêmement rapide car on peut calculer les inconnues de proche en proche en travaillant ligne par ligne, c'est-à-dire à μ fixé, à partir du point d'entrée des neutrons où le flux en phase est connu : c'est la condition à la limite du problème (le plus souvent, ce flux entrant est supposé nul)⁽¹⁾. Noter que ces valeurs connues (« ronds noirs » sur la figure 14.9, page précédente) sont situées à gauche si μ est positif et à droite si μ est négatif. Par conséquent, le traitement ligne par ligne se fait de gauche à droite si μ est positif et de droite à gauche si μ est négatif⁽²⁾.

La méthode peut être étendue aux problèmes à plus grand nombre de variables, les « boîtes » rectangulaires devenant des « boîtes » parallélépipédiques à 3, 4 ou 5 dimensions, et les losanges $ABCD$ devenant de véritables « diamants », d'où le nom de la méthode.

L'inconvénient du schéma « diamant » est qu'il peut conduire à des flux négatifs. On y remédie en remplaçant une équation du type :

$$\Phi(M) = \frac{1}{2}\Phi(C) + \frac{1}{2}\Phi(D),$$

par :

$$\Phi(M) = \alpha\Phi(C) + (1 - \alpha)\Phi(D),$$

et en choisissant convenablement α pour éliminer le problème. Cela conduit inévitablement à une dégradation de la vitesse de convergence des itérations.

Parmi les autres méthodes utilisant les ordonnées discrètes, signalons :

- les méthodes du type *éléments finis* (pour le principe, voir le ch. 6, p. 163) ;
- les méthodes dites « *nodales* ». En voici le principe pour l'exemple du problème en géométrie plane et une approximation linéaire en x :

$$\mu \frac{\partial \Phi(x, \mu)}{\partial x} + \Sigma(x)\Phi(x, \mu) = E(x, \mu).$$

- L'équation est écrite pour une direction μ_n et une maille spatiale homogène, en supposant que $E(x, \mu_n)$ a été préalablement approximée par une expression linéaire en x :

$$\mu \frac{\partial \Phi(x, \mu_n)}{\partial x} + \Sigma(x)\Phi(x, \mu_n) = E_0 + E_1 x.$$

- Cette équation est intégrée analytiquement en x .
- La constante d'intégration est calculée à partir du flux entrant, connu puisque c'est le flux sortant de la maille précédente (ou la condition à la limite).

1. La condition à la limite est souvent aussi une condition de réflexion, auquel cas une itération est nécessaire.

2. Pour être précis, signalons qu'il n'y a que $3PN$ équations pour $3PN + P$ inconnues ; il faut donc faire une hypothèse supplémentaire pour obtenir les P équations qui manquent.

- On en déduit le flux sortant.
- Par projection sur les polynômes 1 et x , on approxime le flux qu'on a calculé dans la maille par une expression linéaire $\Phi_0 + \Phi_1 x$.
- On utilise cette approximation linéaire pour calculer l'approximation linéaire $E_0 + E_1 x$ de $E(x, \mu)$ qui servira pour l'itération suivante ;
- les méthodes dites des « caractéristiques ». Le principe est semblable à celui des méthodes nodales ; mais au lieu d'intégrer l'équation de la neutronique selon les directions des axes de coordonnées, on intègre selon la direction $\vec{\Omega}_n$ des neutrons voyageant parallèlement à l'ordonnée discrète considérée. Ces méthodes sont spécialement intéressantes pour traiter les géométries compliquées.

Le calcul se fait par itérations, comme pour toutes les méthodes numériques de résolution de l'équation de Boltzmann :

- Dans une maille spatiale donnée, le second membre E étant supposé connu, le flux Φ est calculé analytiquement le long de $\vec{\Omega}_n$ en fonction de l'abscisse s sur la caractéristique à partir de :

$$\text{div}[\vec{\Omega}_n \Phi(\vec{r}, \vec{\Omega}_n)] + \Sigma \Phi(\vec{r}, \vec{\Omega}_n) = E(\vec{r}, \vec{\Omega}_n) .$$

La constante d'intégration est déterminée grâce au courant entrant dans la maille selon la direction Ω_n .

- Toutes les autres mailles spatiales sont traitées de façon similaire ; le calcul est explicite si on traite les mailles selon le parcours des neutrons pour la direction considérée.
- Avec le flux ainsi obtenu, on réévalue E . Les intégrales sur la direction sont évaluées par la formule de quadrature :

$$I = \int_{(4\pi)} F(\vec{\Omega}) d^2\Omega \simeq \sum_n w_n F(\vec{\Omega}_n) .$$

Vis-à-vis de l'espace, la fonction E est approximée par une constante dans chaque maille, obtenue en prenant la moyenne sur l'espace de la maille des fonctions considérées (éventuellement, pour les géométries cartésiennes, une approximation polynomiale, en pratique de degré 1 au maximum, peut être faite). On évalue également de façon similaire les courants sortant par les faces de la maille (courants entrant dans la maille suivante).

- On recalcule Φ , puis E , puis Φ , puis E ... jusqu'à convergence. En pratique, on sépare les itérations en itérations internes (traitement des diffusions dans le groupe) et externes (traitement des transferts entre groupes et des fissions).

Notons, enfin, qu'il est possible de construire une méthode S_N simplifiée, dite « SS_N », tout à fait similaire à la méthode des harmoniques sphériques simplifiées : en supposant une symétrie de révolution du flux en phase local autour de la direction du courant global, on réduit fortement le nombre de directions discrètes à traiter puisque l'azimut n'intervient plus.

14.5 Notion de mode fondamental

14.5.1 Pourquoi s'intéresser au mode fondamental ?

On appelle « mode fondamental » la situation neutronique observée dans un milieu infini homogène ou dans un réseau infini et régulier. La symétrie du système conduit à une solution de l'équation de Boltzmann plus simple que la solution d'un cas général quelconque : à ce titre, déjà, il est intéressant d'étudier le problème pour en dégager des aspects physiques ou mathématiques qui pourront être plus ou moins généralisés.

Plus spécifiquement le mode fondamental va s'introduire de façon très naturelle quand nous voudrions, pour le simplifier, traiter le problème du calcul d'un réacteur en *deux étapes* : la « maille », traitée le plus finement possible ; le cœur complet, traité avec un modèle plus simple mais ajusté sur le calcul fin de la maille.

Pour le calcul de la maille élémentaire, les conditions aux limites doivent être précisées : le plus simple, même si ce n'est pas exactement la réalité, est d'utiliser une condition de *dérivée nulle du flux* ; en d'autres termes, ainsi que nous l'avons vu (cf. p. 308), nous insérons, par la pensée, cette maille dans un réseau infini et régulier de mailles identiques, c'est-à-dire que nous la plaçons en mode fondamental.

Dans ce sous-chapitre, nous allons commencer par examiner quelques solutions simples de l'équation de Boltzmann en milieu infini et homogène, et en théorie monocinétique : elles permettront de mettre en évidence la nature mathématique des solutions en mode fondamental. Nous généraliserons ensuite à la théorie à spectre, puis au cas du réseau infini et régulier.

14.5.2 Quelques solutions analytiques de l'équation de Boltzmann en théorie monocinétique

a) Cas sans absorption

En théorie monocinétique, considérons un milieu infini et homogène purement diffusant, la loi angulaire de diffusion étant quelconque. Recherchons une solution, en l'absence de source, ne dépendant de l'espace que par x et donc de la phase que par μ . Si nous recherchons cette solution sous forme d'un développement en polynômes de Legendre (voir les équations à la p. 318), nous constatons que seuls les coefficients Φ_0 et Φ_1 sont non nuls ; le flux en phase est de la forme :

$$\Phi(x, \mu) = A \left(x - \alpha - \frac{\mu}{\Sigma_{tr}} \right),$$

où A et α sont des constantes. Cette solution n'est évidemment physiquement acceptable que dans la zone de l'espace où le flux est positif ; elle suppose des sources à l'infini, soit à droite, soit à gauche, selon le signe de A .

Il est remarquable que le développement du flux en polynômes de Legendre ne fasse intervenir que deux termes, même si la section efficace de diffusion fait intervenir tous les termes.

On remarquera aussi que le flux intégré est :

$$\Phi(x) = 2A(x - \alpha),$$

et le courant intégré (dirigé selon l'axe \vec{x}) :

$$J(x) = -\frac{2A}{3\Sigma_{tr}},$$

donc que ces grandeurs sont reliées par la loi de Fick avec le coefficient de diffusion :

$$D = \frac{1}{3\Sigma_{tr}}.$$

b) Loi de diffusion linéairement anisotrope ; milieu absorbant

Toujours en théorie monocinétique, supposons maintenant que le matériau homogène soit diffusant et absorbant et recherchons, comme précédemment, une solution, sans source à distance finie, ne dépendant que de x et de μ .

En examinant directement soit l'équation de Boltzmann pour ce cas, soit le système des équations \mathbf{P}_N , on constate que le flux ne peut dépendre de x que par une loi exponentielle, soit croissante, soit décroissante, selon que les sources sont à l'infini à droite ou à gauche. Prenons, par exemple, ce dernier cas :

$$\Phi(x, \mu) = \varphi(\mu)e^{-\kappa x}.$$

La constante κ et la répartition en phase $\varphi(\mu)$ doivent être déterminées par l'équation de Boltzmann.

Il est envisageable d'utiliser les équations \mathbf{P}_N , mais cela obligerait à manipuler un système algébrique de dimension infinie (quelle que soit la loi de diffusion). Si la loi de diffusion est représentée par un nombre fini de termes (développement jusqu'à l'ordre K), il est plus simple de travailler directement sur l'équation intégrodifférentielle de Boltzmann sous la forme écrite p. 317, qui s'explique avec une somme finie ; après report de la forme factorisée du flux en phase, puis simplification par $e^{-\kappa x}$, elle conduit, en effet, à :

$$-\kappa\mu\varphi(\mu) + \Sigma\varphi(\mu) = \sum_{k=0}^K \frac{2k+1}{2} \Sigma_{s,k} P_k(\mu) \int_{-1}^{+1} \varphi(\mu') P_k(\mu') d\mu'.$$

Si nous divisons cette relation par $\Sigma - \kappa\mu$, la multiplions par $P_l(\mu)$ (pour les valeurs de l allant de 0 à K) et l'intégrons entre -1 et $+1$, nous obtenons un système linéaire de $K+1$ équations donnant les $K+1$ intégrales inconnues :

$$\varphi_k = \frac{2k+1}{2} \int_{-1}^{+1} \varphi(\mu') P_k(\mu') d\mu',$$

apparaissant au second membre. Ce système fait intervenir les coefficients :

$$G_{kl} = \int_{-1}^{+1} \frac{P_k(\mu) P_l(\mu)}{\Sigma - \kappa\mu} d\mu,$$

qui se calculent analytiquement :

$$G_{00} = \frac{1}{\kappa} \ln \frac{\Sigma + \kappa}{\Sigma - \kappa}, \quad G_{01} = G_{10} = \frac{1}{\kappa} G_{00} - \frac{2}{\kappa}, \quad G_{11} = \frac{\Sigma^2}{\kappa^2} G_{00} - \frac{2\Sigma}{\kappa^2},$$

et ainsi de suite. Par exemple, pour $K = 1$, c'est-à-dire l'approximation dite « \mathbf{B}_1 », le système s'écrit :

$$\begin{aligned} 2\varphi_0 &= \Sigma_{s,0} G_{00} \varphi_0 + \Sigma_{s,1} G_{01} \varphi_1, \\ \frac{2}{3}\varphi_1 &= \Sigma_{s,0} G_{10} \varphi_0 + \Sigma_{s,1} G_{11} \varphi_1. \end{aligned}$$

Ce système est homogène ; la condition de compatibilité (déterminant nul) fournit la valeur de la constante κ ; c'est la solution de l'équation :

$$\frac{\kappa[\kappa^2 + 3\bar{\mu}c(1-c)\Sigma^2]}{c\Sigma[\kappa^2 + 3\bar{\mu}(1-c)\Sigma^2]} = \frac{1}{2} \ln \frac{\Sigma + \kappa}{\Sigma - \kappa} = \operatorname{argth} \frac{\kappa}{\Sigma},$$

avec $c = \Sigma_s/\Sigma$, appelé « nombre de secondaires par choc ». La constante κ est appelée « constante de relaxation » et son inverse $1/\kappa$ est la « longueur de relaxation ».

c) Loi de diffusion linéairement anisotrope ; milieu multiplicateur

Si le milieu est multiplicateur, mais en restant toujours en théorie monocinétique (en supposant donc que les neutrons émis par fission le sont à la même énergie que celle où les neutrons diffusent et sont absorbés), une approche tout à fait similaire peut être faite en ajoutant la section efficace $v\Sigma_f$ de production par fission à la section efficace de diffusion Σ_s . Posons maintenant :

$$c = \frac{v\Sigma_f + \Sigma_s}{\Sigma}.$$

- Si c est inférieur à 1, toutes les formules précédentes s'appliquent à l'identique⁽¹⁾.
- Si c est supérieur à 1, c'est-à-dire si la production l'emporte sur l'absorption (k_∞ supérieur à l'unité), la constante κ devient imaginaire pure. Posons donc $\kappa = i\chi$ et recherchons un flux de la forme :

$$\Phi(x, \mu) = \varphi(\mu)e^{-i\chi x}.$$

Les calculs sont similaires en posant :

$$G_{kl} = \int_{-1}^{+1} \frac{P_k(\mu)P_l(\mu)}{\Sigma - i\chi\mu} d\mu,$$

soit :

$$\begin{aligned} G_{00} &= \frac{2\xi}{\chi}, \quad G_{01} = G_{10} = \frac{2i(1-\xi)}{\chi}, \quad G_{11} = \frac{2\Sigma(1-\xi)}{\chi^2}, \\ \text{avec : } \xi &= \frac{\Sigma}{\chi} \operatorname{Arctg} \frac{\chi}{\Sigma}. \end{aligned}$$

1. Dans les formules, $\bar{\mu}$ est maintenant le cosinus moyen de l'angle de déviation de **tous** les neutrons réémis, qu'ils le soient par diffusion ou par fission.

Par exemple, pour $K = 1$ (diffusion linéairement anisotrope), la constante de relaxation est donnée par l'équation :

$$\frac{\chi[\chi^2 + 3\bar{\mu}c(c-1)\Sigma^2]}{c\Sigma[\chi^2 + 3\bar{\mu}(c-1)\Sigma^2]} = \text{Arctg} \frac{\chi}{\Sigma}.$$

d) Combinaisons linéaires des solutions précédentes

Si le milieu dans lequel diffusent les neutrons est isotrope — ce qui est le cas des milieux usuels —, l'axe \vec{x} que nous avons choisi ne joue aucun rôle particulier.

Dans les formules précédentes, nous pouvons donc remplacer :

$$\Phi(x, \mu) = \varphi(\mu)e^{-kx} \quad \text{ou} \quad \Phi(x, \mu) = \varphi(\mu)e^{-ixx},$$

par :

$$\Phi(\vec{r}, \vec{\Omega}) = \varphi(\mu)e^{-k\vec{u}\cdot\vec{r}} \quad \text{ou} \quad \Phi(\vec{r}, \vec{\Omega}) = \varphi(\mu)e^{-i\chi\vec{u}\cdot\vec{r}},$$

où \vec{u} est un vecteur unitaire quelconque de l'espace et où μ est le produit scalaire $\vec{u}\cdot\vec{\Omega}$.

Par ailleurs, la neutronique étant linéaire, n'importe quelle combinaison linéaire des fonctions précédentes avec un poids $\Delta(\vec{u})$:

$$\Phi(\vec{r}, \vec{\Omega}) = \int_{(4\pi)} \Delta(\vec{u})\varphi(\mu)e^{-k\vec{u}\cdot\vec{r}} d^2u,$$

ou :

$$\Phi(\vec{r}, \vec{\Omega}) = \int_{(4\pi)} \Delta(\vec{u})\varphi(\mu)e^{-i\chi\vec{u}\cdot\vec{r}} d^2u,$$

est également solution de l'équation de Boltzmann.

14.5.3 Notion de mode fondamental dans un milieu homogène, en théorie monocinétique

Cette solution, qui apparaît dans le milieu homogène infini et à proprement parler multiplicateur (k_∞ supérieur à 1), est appelée « mode fondamental ». Les équations que nous venons de voir montrent qu'il peut être considéré également dans un milieu sous-multiplicateur ou non multiplicateur à condition de mettre des sources à l'infini pour « alimenter » l'exponentielle.

Ce mode fondamental peut être généralisé :

- à des fonctions exponentielles $e^{-i\vec{b}\cdot\vec{r}}$ dépendant de l'espace par l'intermédiaire d'un vecteur \vec{b} quelconque ; en pratique, ce sont les valeurs réelles de ce vecteur qui sont les plus intéressantes à considérer, mais l'extension à des vecteurs à valeur complexe est possible⁽¹⁾ ;

1. La notation « b » est celle qui est généralement choisie pour l'argument des transformées de Fourier. Elle est utilisée dans l'étude du mode fondamental car il y a une liaison étroite entre ce mode et la transformée de Fourier du noyau de l'équation de Boltzmann, c'est-à-dire sa solution en milieu infini et homogène pour une source ponctuelle.

- à l'équation de Boltzmann générale, c'est-à-dire à une théorie à spectre ;
- au cas du réseau infini et régulier.

Examinons successivement ces trois points.

En théorie monocinétique et dans un milieu infini et homogène, supposons que la source soit isotrope et de la forme :

$$S(\vec{r}) = se^{-i\vec{b}\cdot\vec{r}}.$$

En la reportant dans l'équation de Boltzmann :

$$\text{div}[\vec{\Omega}\Phi(\vec{r}, \vec{\Omega})] + \Sigma\Phi(\vec{r}, \vec{\Omega}) = \int_{(4\pi)} \Sigma_s(\vec{\Omega}' \rightarrow \vec{\Omega})\Phi(\vec{r}, \vec{\Omega}') d^2\Omega' + S(\vec{r}),$$

on constate que le flux est nécessairement de la forme

$$\Phi(\vec{r}, \mu) = \varphi(\mu)e^{-i\vec{b}\cdot\vec{r}},$$

avec $\mu = (\vec{b}/b)\cdot\vec{\Omega}$ et :

$$-ib\mu\varphi(\mu) + \Sigma\varphi(\mu) = \int_{-1}^{+1} \Sigma_s(\mu' \rightarrow \mu)\varphi(\mu') d\mu' + s.$$

Si la source provient de fission, elle s'exprime en fonction du flux :

$$S(\vec{r}) = \nu\Sigma_f\Phi(\vec{r}) \quad \text{avec : } \Phi(\vec{r}) = \int_{(4\pi)} \Phi(\vec{r}, \vec{\Omega}) d^2\Omega.$$

Par conséquent :

$$s = \nu\Sigma_f\varphi \quad \text{avec : } \varphi = \int_{-1}^{+1} \varphi(\mu) d\mu.$$

Il est commode d'étudier ce mode dans le contexte de l'approximation dite « \mathbf{B}_K », consistant à développer la section efficace angulaire de diffusion jusqu'à l'ordre K en polynômes de Legendre (insistons sur le fait qu'aucune approximation supplémentaire n'est faite en ce qui concerne le flux en phase). Par exemple, en approximation \mathbf{B}_1 , le flux et la source sont reliées par les équations :

$$\begin{aligned} -2\varphi_0 + \Sigma_{s,0}C_{00}\varphi_0 + \Sigma_{s,1}C_{01}\varphi_1 + C_{00}\frac{s}{2} &= 0, \\ -\frac{2}{3}\varphi_1 + \Sigma_{s,0}C_{10}\varphi_0 + \Sigma_{s,1}C_{11}\varphi_1 + C_{10}\frac{s}{2} &= 0, \end{aligned}$$

avec :

$$s = 2\nu\Sigma_f\varphi_0 \quad \text{puisque : } \varphi = 2\varphi_0.$$

Les coefficients G_{kl} sont ceux qui ont été écrits ci-dessus au paragraphe **c** en y remplaçant χ par b .

Nous avons dit qu'*a priori*, le vecteur \vec{b} était quelconque ; cependant, si nous substituons l'expression de la source s dans les équations du flux, nous voyons que le système devient homogène et que, par conséquent, il n'a de solution non triviale que si son déterminant est nul, c'est-à-dire si le module b du vecteur \vec{b} est égal à la constante de relaxation χ solution de l'équation écrite au paragraphe c ci-dessus. Physiquement, cela traduit la notion de *condition critique*.

Des combinaisons linéaires de solutions de ce type avec des vecteurs \vec{b} de même module b sont encore solutions de l'équation de Boltzmann, et peuvent donc encore être qualifiées de « mode fondamental » :

$$S(\vec{r}) = \int_{(4\pi)} \Delta(\vec{u}) s e^{-ib\vec{u}\cdot\vec{r}} d^2u,$$

$$\Phi(\vec{r}, \vec{\Omega}) = \int_{(4\pi)} \Delta(\vec{u}) \varphi(\mu) e^{-ib\vec{u}\cdot\vec{r}} d^2u \quad \text{avec : } \mu = \vec{u}\cdot\vec{\Omega}.$$

Elles correspondent à une situation critique si et seulement si b est égal à χ .

14.5.4 Interprétation physique du mode fondamental

Si elles satisfont le mathématicien, puisqu'elles vérifient l'équation de Boltzmann, ces fonctions peuvent laisser perplexes le physicien qui recherche un flux par nature réel et positif ! Disons qu'elles peuvent représenter une situation physique :

a/ si on sélectionne les combinaisons linéaires conduisant à des fonctions réelles ;

b/ si on restreint ces dernières à une zone où elles restent positives ou nulles.

Par exemple, si l'on combine avec le même poids 1/2 les fonctions exponentielles e^{-ibx} et e^{+ibx} , on obtient $\cos(bx)$. Si on la considère dans l'intervalle $-\pi/2b < x < +\pi/2b$, cette dernière fonction représente le flux qu'on obtiendrait dans un réacteur homogène ayant la forme d'une plaque limitée par ces deux plans, donc d'épaisseur π/b , y compris la distance d'extrapolation. Par d'autres combinaisons linéaires, on pourrait retrouver le flux pour d'autres formes de piles, par exemple, le parallélépipède, le cylindre, la sphère...

Le mode fondamental généralise donc, par prolongation analytique des fonctions dans tout l'espace, les situations neutroniques rencontrées dans les piles nues et homogènes (en incluant la distance d'extrapolation dans les dimensions).

Si le milieu est multiplicateur, la « courbure » induite par une valeur non nulle de b simule les fuites d'une pile réelle. Par exemple, avec la fonction $\cos(bx)$, on voit apparaître, de part et d'autre de la pile réelle, dans les plaques où le cosinus est négatif, des piles fictives « négatives », elles-mêmes contiguës à des piles « positives », et ainsi de suite (figure 14.10, page suivante). Les neutrons « négatifs » émis par les piles-images « négatives » peuvent migrer vers les piles « positives » et annihiler les neutrons « positifs » émis par ces dernières, et vice-versa : ce mécanisme remplace, de façon strictement équivalente, les fuites par la surface d'une pile réelle de dimensions finies.

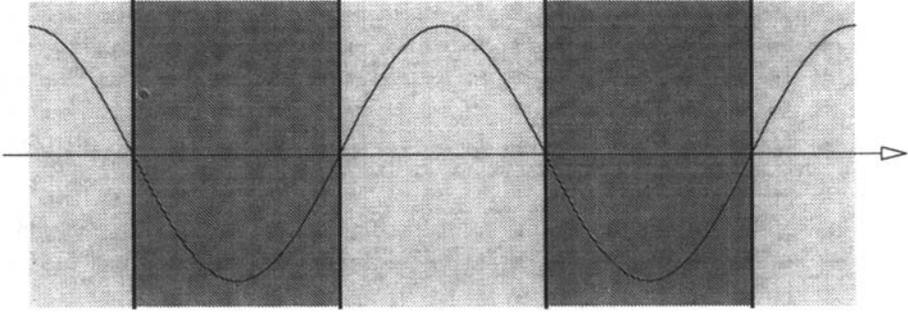


Figure 14.10. Piles-images d'une pile homogène et nue, ici en forme de plaque infinie. La courbe représente le flux en fonction de l'abscisse x .

14.5.5 Existence et calcul du coefficient de fuite

Le mode fondamental est caractérisé par une très intéressante propriété : la proportionnalité en tout point entre le courant (intégré sur les phases) et le gradient du flux (intégré sur les phases) ; autrement dit, la loi de Fick que nous avons postulée et tenté de justifier au chapitre 5, pour simplifier l'équation de Boltzmann :

$$\vec{j}(\vec{r}) = -D \overrightarrow{\text{grad}} \Phi(\vec{r}),$$

devient rigoureusement vérifiée pour ce mode fondamental. Nous allons, dans un premier temps, montrer l'existence de cette loi ; dans un deuxième temps, nous examinerons le calcul du coefficient de proportionnalité D .

Supposons que le flux en phase soit de la forme :

$$\Phi(\vec{r}, \vec{\Omega}) = \varphi(\mu) e^{-ib\vec{u}\cdot\vec{r}},$$

avec $\mu = \vec{u}\cdot\vec{\Omega}$. Nous en déduisons, d'une part, que :

$$\Phi(\vec{r}) = e^{-ib\vec{u}\cdot\vec{r}} \int_{-1}^{+1} \varphi(\mu) d\mu,$$

d'où :

$$\overrightarrow{\text{grad}} \Phi(\vec{r}) = -ib\vec{u} e^{-ib\vec{u}\cdot\vec{r}} \int_{-1}^{+1} \varphi(\mu) d\mu,$$

et d'autre part, puisque le courant en phase est le produit du flux en phase par $\vec{\Omega}$, que :

$$\vec{j}(\vec{r}) = \int_{(4\pi)} \vec{\Omega} \Phi(\vec{r}, \vec{\Omega}) d^2\Omega = \vec{u} e^{-ib\vec{u}\cdot\vec{r}} \int_{-1}^{+1} \mu \varphi(\mu) d\mu,$$

(remarquer que seule l'intégrale selon l'axe \vec{u} est non nulle, pour des raisons de symétrie). Nous constatons qu'effectivement ces deux vecteurs sont proportionnels en tout point.

Cela reste vrai pour le mode fondamental général, c'est-à-dire si nous prenons une combinaison quelconque de fonctions de ce type avec divers vecteurs \vec{u} et des poids $\Delta(\vec{u})$, mais le même module b . En effet, $\varphi(\mu)$ dépend du module de \vec{b} par l'intermédiaire du coefficient $ib\mu$ apparaissant dans l'équation régissant cette fonction et des coefficients G_{kl} qui s'introduisent dans le traitement \mathbf{B}_k , mais non de sa direction⁽¹⁾.

Ces formules montrent aussi que le coefficient de diffusion est donné par la formule :

$$D = \frac{\int_{-1}^{+1} \mu \varphi(\mu) d\mu}{ib \int_{-1}^{+1} \varphi(\mu) d\mu}.$$

Si nous décomposons $\varphi(\mu)$ en polynômes de Legendre :

$$\varphi(\mu) = \sum_{k=0}^{\infty} \varphi_k P_k(\mu) \quad \text{avec : } \varphi_k = \frac{2k+1}{2} \int_{-1}^{+1} \varphi(\mu') P_k(\mu') d\mu',$$

et si nous remarquons que $P_0(\mu) = 1$ et que $P_1(\mu) = \mu$, nous pouvons aussi écrire :

$$D = \frac{\varphi_1}{3ib\varphi_0}.$$

Noter que le coefficient de diffusion ainsi défini en mode fondamental *dépend*⁽²⁾ de la valeur du paramètre b . C'est la raison pour laquelle ce coefficient $D(b)$ apparaissant en mode fondamental est parfois appelé « *coefficient de fuite* »⁽³⁾ pour le distinguer du coefficient de diffusion usuel de la loi phénoménologique de Fick.

Par exemple, en approximation \mathbf{B}_1 , le système des deux équations que nous avons écrit ci-dessus (cf. p. 330) donne les deux coefficients φ_0 et φ_1 (tous deux proportionnels à s), d'où D . Tous calculs faits, on obtient :

$$D = \frac{1}{3(\gamma\Sigma - \Sigma_{s,1})},$$

avec :

$$\gamma = \frac{1}{3} \frac{\frac{b}{\Sigma} \operatorname{Arctg} \frac{b}{\Sigma}}{1 - \frac{b}{\Sigma} \operatorname{Arctg} \frac{b}{\Sigma}} = 1 + \frac{4}{15} \left(\frac{b}{\Sigma} \right)^2 + \dots$$

Remarquer qu'à la limite $b \rightarrow 0$, c'est-à-dire d'une pile dont les dimensions tendent vers l'infini, le coefficient γ tend vers 1 et le coefficient de diffusion vers la valeur usuelle $1/3\Sigma_{tr}$.

1. Si le milieu était anisotrope, $\varphi(\mu)$ dépendrait aussi de \vec{u} et la loi de Fick ne serait plus exactement vérifiée pour les combinaisons linéaires de modes exponentiels.

2. En pratique, cette dépendance est faible.

3. Il traduit en effet les fuites au sens des « piles-images ».

14.5.6 Bilan en mode fondamental

Reprenons la première des équations \mathbf{B}_k , celle qui exprime le bilan neutronique toutes phases confondues⁽¹⁾ :

$$-2\varphi_0 + \Sigma_{s,0}G_{00}\varphi_0 + \Sigma_{s,1}G_{01}\varphi_1 + G_{00}\frac{s}{2} = 0.$$

En y reportant $\varphi_1 = 3ib\varphi_0D$, on obtient après quelques manipulations algébriques :

$$-Db^2\varphi - \Sigma_a\varphi + s = 0.$$

On retrouve ainsi l'équation exprimant le bilan neutronique d'une pile nue homogène traitée par la théorie à un groupe (cf. le ch. 6). Cette remarque montre à nouveau l'équivalence complète entre le problème de la pile nue homogène (avec distance d'extrapolation négligée) et celui du mode fondamental. La seule nuance apportée par cette dernière approche est le remplacement de la constante D par une fonction $D(b)$ dépendant du module du vecteur \vec{b} .

Même si \vec{b} peut être *a priori* quelconque, on prendra généralement, en pratique, la valeur qui permet de « boucler » le bilan neutronique de la réaction en chaîne, c'est-à-dire telle que :

$$s = v\Sigma_f\varphi.$$

Cette valeur est donc donnée par l'équation :

$$Db^2\varphi + \Sigma_a\varphi = v\Sigma_f\varphi,$$

soit :

$$Db^2 + \Sigma_a = v\Sigma_f,$$

(où le coefficient de diffusion dépend de b). Cette *condition critique* exprime l'égalité entre les productions et les disparitions (fuites et absorptions) qui assure l'existence d'un mode *stationnaire*. On l'écrit plus souvent sous la forme :

$$k_{\text{eff}} = \frac{v\Sigma_f}{\Sigma_a + Db^2} = 1,$$

ou encore :

$$k_{\text{eff}} = \frac{k^*}{1 + M^{*2}b^2} = 1,$$

en posant :

$$k^* = \frac{v\Sigma_f}{\Sigma_a}, \quad \text{et} : \quad M^{*2} = \frac{D}{\Sigma_a}.$$

Ces expressions rappellent celles que l'on écrit en théorie « un groupe-diffusion ». Le facteur k^* s'identifie ici au facteur k_∞ usuel (production par absorption en l'absence de fuite), mais ce ne sera plus le cas, comme nous allons le voir, en théorie à spectre où k^* devient une fonction de b ; l'aire M^{*2} — qui dépend de b même en théorie monocinétique — s'apparente, elle, à l'aire de migration.

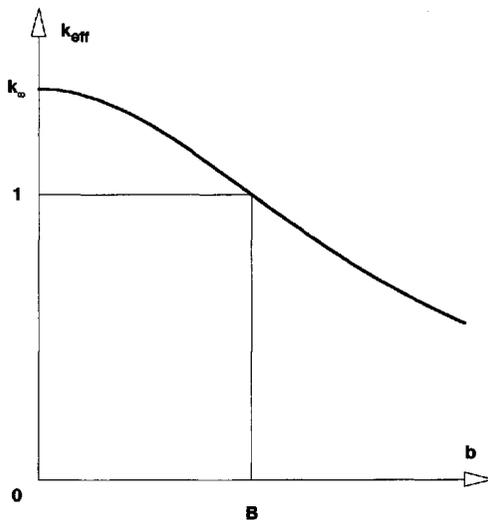


Figure 14.11. Valeur critique B du paramètre b , racine carrée du « laplacien matière ».

La valeur de b qui réalise la criticité — voir la figure 14.11 — est généralement notée B (en théorie monocinétique c’est la constante de relaxation χ pour le milieu multiplicateur que nous avons introduite et calculée ci-dessus, p. 328, en théorie \mathbf{B}_1).

Le carré B^2 de cette grandeur généralise la notion de « laplacien-matière » (cf. p. 154). On notera que b^2 est un « laplacien géométrique », puisque :

$$\Delta e^{-i\vec{b}\cdot\vec{r}} = -b^2 e^{-i\vec{b}\cdot\vec{r}}.$$

La condition critique en mode fondamental peut donc être explicitée, comme pour une pile nue et homogène, sous la forme :

$$\text{laplacien-matière} = \text{laplacien géométrique}$$

14.5.7 Généralisation au cas à spectre

L’ensemble des résultats que nous venons de voir et les démonstrations permettant de les établir sont pratiquement inchangés quand on passe d’une théorie monocinétique à une théorie à spectre. Résumons l’essentiel, en utilisant, par exemple, la variable v pour décrire le spectre :

– si la source des neutrons est de forme exponentielle :

$$S(\vec{r}) = se^{-i\vec{b}\cdot\vec{r}},$$

il en est de même du flux, qui se présente ainsi sous une forme *factorisée* :

$$\Phi(\vec{r}, v, \mu) = \varphi(v, \mu) e^{-i\vec{b}\cdot\vec{r}},$$

avec $\mu = \vec{b}\cdot\vec{\Omega}$;

1. Cette équation est la projection sur P_0 de l’équation donnant le flux en phase, donc l’intégrale de cette équation sur toutes les directions de neutrons.

- la partie spectrale et angulaire du flux s'obtient en reportant ces expressions dans l'équation de Boltzmann; les exponentielles représentant le comportement en espace se simplifient :

$$-ib\mu\varphi(b, \mu) + \Sigma(v)\varphi(v, \mu) = \int_0^\infty \int_{-1}^{+1} \Sigma_s[(v', \mu') \rightarrow (v, \mu)]\varphi(v', \mu') dv' d\mu' + s\chi(v);$$

- si la source provient de fissions, elle s'exprime en fonction du flux :

$$S(\vec{r}) = \int_0^\infty v\Sigma_f(v)\Phi(\vec{r}, v) dv,$$

avec :

$$\Phi(\vec{r}, v) = \int_{(4\pi)} \Phi(\vec{r}, v, \vec{\Omega}) d^2\Omega.$$

Par conséquent :

$$s = \int_0^\infty v\Sigma_f(v)\varphi(v) dv \quad \text{avec :} \quad \varphi(v) = \int_{-1}^{+1} \varphi(v, \mu) d\mu;$$

- la loi de Fick est rigoureusement vérifiée avec un coefficient de diffusion dépendant non seulement de v mais aussi de b . Si le milieu est isotrope, ce résultat subsiste pour les combinaisons de modes avec des vecteurs \vec{b} de même module;
- le flux intégré sur les phases est solution de l'équation :

$$-D(v)b^2\varphi(v) - \Sigma(v)\varphi(v) + \int_0^\infty \Sigma_s(v' \rightarrow v)\varphi(v') dv' + s\chi(v) = 0;$$

- on peut établir qu'en approximation \mathbf{B}_1 le coefficient de diffusion est lui-même donné par une équation intégrale :

$$D(v) = \frac{1}{3\gamma(v)\Sigma(v)} \left[1 + 3 \int_0^\infty \Sigma_{s,1}(v' \rightarrow v) \frac{\varphi(v')}{\varphi(v)} D(v') dv' \right].$$

Cette équation intégrale peut être traitée en approximation multigroupe de façon similaire à celle donnant le flux. Il faut procéder par itérations entre les deux équations, celle du flux et celle du coefficient de diffusion;

- en intégrant sur toutes les vitesses l'équation du flux, les diffusions se simplifient entre le deuxième et le troisième terme; il reste une équation exprimant le bilan global dans tout volume fini ou infinitésimal :

$$\int_0^\infty D(v)b^2\varphi(v) dv + \int_0^\infty \Sigma_a(v)\varphi(v) dv = \int_0^\infty v\Sigma_f(v)\varphi(v) dv,$$

(total des productions égal au total des disparitions par absorptions et fuites);

– en posant :

$$k^* = \frac{\int_0^\infty v \Sigma_f(v) \varphi(v) dv}{\int_0^\infty \Sigma_a(v) \varphi(v) dv} \quad \text{et :} \quad M^{*2} = \frac{\int_0^\infty D(v) \varphi(v) dv}{\int_0^\infty \Sigma_a(v) \varphi(v) dv},$$

on peut écrire cette équation de bilan sous une forme identique à celle qu'on avait en théorie monocinétique :

$$k_{\text{eff}} = \frac{k^*}{1 + M^{*2} b^2} = 1.$$

Remarquer que maintenant non seulement M^{*2} mais aussi k^* dépendent de b , puisque φ et D en dépendent ;

- on démontre que lorsque b tend vers zéro : **a/** k^* tend vers le facteur de multiplication en l'absence de fuite k_∞ ; **b/** M^{*2} tend vers l'aire de migration M^2 , c'est-à-dire le sixième du carré moyen du parcours à vol d'oiseau des neutrons de leur naissance jusqu'à leur absorption dans le milieu infini et homogène ;
- la notion de laplacien-matière B^2 en tant que valeur de b^2 réalisant la criticité ($k_{\text{eff}} = 1$) reste inchangée.

14.5.8 Notion de mode fondamental dans un réseau régulier

Un mode fondamental apparaît non seulement dans les milieux infinis et homogènes, mais aussi dans les réseaux infinis et réguliers. La théorie en est similaire mais plus difficile. Les aspects essentiels sont les suivants :

- pour une source de la forme $S(\vec{r}) = s(\vec{r})e^{-i\vec{b}\cdot\vec{r}}$ le flux est *factorisé* et de la forme $\Phi(\vec{r}, \nu, \vec{\Omega}) = \varphi(\vec{r}, \nu, \mu)e^{-i\vec{b}\cdot\vec{r}}$; dans ces expressions s et φ sont, vis-à-vis de l'espace, des *fonctions périodiques comme le réseau*, c'est-à-dire reprenant la même valeur aux points analogues des diverses mailles ;
- les fonctions s et φ sont à valeurs complexes ; ce sont les parties réelles de $s(\vec{r})e^{-i\vec{b}\cdot\vec{r}}$ et de $\varphi(\vec{r}, \nu, \mu)e^{-i\vec{b}\cdot\vec{r}}$ qui, là où elles sont positives, simulent la situation dans une pile constituée de ce réseau. En posant $\varphi = f - ig$, avec f et g réelles et périodiques, le flux apparaît comme la somme de deux termes : dans chaque maille (supposée symétrique), il est la somme d'une partie *symétrique* $f \cos \vec{b}\cdot\vec{r}$ et d'une partie *antisymétrique* $g \sin \vec{b}\cdot\vec{r}$;
- le calcul des fonctions f et g , qui dépendent aussi de l'espace, nécessite un calcul de transport à l'échelle de la maille. Dans le code APOLLO, par exemple, il est fait par la méthode des probabilités de collision (seul le terme symétrique est calculé dans ce code) ;
- à une échelle macroscopique, un réseau est plus ou moins anisotrope. Il en est de même du coefficient de diffusion qui n'est plus un scalaire mais un *tenseur*. Une théorie \mathbf{B}_K de ce tenseur est possible mais elle devient compliquée puisque, outre les aspects que nous avons déjà rencontrés, vont apparaître des problèmes de transport. (Dans le code APOLLO, seules des options de calcul plus ou moins simplifiées sont proposées.) La notion de laplacien-matière devient elle aussi anisotrope.

14.6 Utilisation des techniques de Monte-Carlo en neutronique

14.6.1 Principe général de la méthode de Monte-Carlo

La méthode de Monte-Carlo est très souvent utilisée en physique et l'on pourrait même dire de plus en plus au fur et à mesure que les capacités de calcul offertes par les ordinateurs s'accroissent. Ces méthodes sont, en effet, prisées car elles permettent de traiter les problèmes avec un minimum d'approximations ; leur inconvénient est de nécessiter un grand nombre de simulations, donc d'occuper la machine pendant des durées souvent importantes, et cela d'autant plus qu'une grande précision est recherchée puisque l'incertitude statistique d'un résultat obtenu par la technique Monte-Carlo diminue avec le nombre N de simulations seulement comme l'inverse de la racine carrée de ce nombre (par exemple, un gain d'un facteur 10 sur la précision nécessite 100 fois plus de simulations, donc de temps de calcul).

La méthode de Monte-Carlo tire son nom du fait qu'elle est, fondamentalement, fondée sur le tirage d'événements aléatoires... ce qui est, comme chacun sait, une activité essentielle de ce quartier de la principauté de Monaco !

Voici la définition que donnent de cette méthode Iván Lux et László Koblinger (voir la bibliographie) :

« *In all applications of the Monte Carlo Method a stochastic model is constructed in which the expected value of a certain random variable is equivalent to the value of a physical quantity to be determined. This expected value is then estimated by the average of several independent samples representing the random variable introduced above. For the construction of the series of independent samples, random numbers following the distributions of the variable to be estimated are used.* »⁽¹⁾.

14.6.2 Simulations analogues et simulations non analogues

On a l'habitude de distinguer :

- les simulations *analogues* quand le modèle stochastique copie le plus exactement possible le phénomène physique étudié (exemple : cheminement d'un neutron) ;
- les simulations *non analogues* quand ce n'est pas le cas (exemple : calcul d'une intégrale) ;

1. « Dans toutes les applications de la méthode de Monte-Carlo, on construit un modèle stochastique dans lequel la valeur attendue d'une certaine grandeur aléatoire est égale à la valeur d'une quantité physique qu'on veut déterminer. Cette valeur attendue est alors estimée par la moyenne des résultats obtenus par plusieurs échantillonnages indépendants de cette grandeur aléatoire. Pour réaliser une telle série d'échantillonnages indépendants, on utilise des nombres aléatoires standardisés combinés de façon à respecter la loi de probabilité de la grandeur que l'on doit estimer. »

– et les cas *intermédiaires* (exemple : calcul d'une protection biologique avec une technique de biaisage du cheminement des particules).

Le modèle stochastique est appelé « jeu ». Ce jeu est un processus aléatoire dont la réalisation amène à attribuer une valeur X à une variable aléatoire : la valeur obtenue est appelée « score ».

Si on s'intéresse à un problème physique dont la solution est caractérisée par une valeur numérique Y , on choisira — si l'on veut traiter ce problème par méthode de Monte-Carlo — un jeu et un score de façon que :

$$E(X) = Y,$$

où $E(X)$ désigne l'espérance mathématique de la variable aléatoire. L'estimation de Y sera faite en jouant un grand nombre de fois et en prenant la moyenne arithmétique des scores X obtenus qui, en vertu de la loi des grands nombres, tend vers l'espérance mathématique de cette variable.

Un exemple simple et classique — d'une simulation non analogue — est celui de « l'aiguille de Buffon ». Ce jeu a pour but d'estimer π : il consiste à jeter une aiguille de longueur b sur un parquet dont les lames sont de largeur a et de prendre comme score :

- $X = 1$ si l'aiguille coupe deux lames ;
- $X = 0$ si l'aiguille repose sur une seule lame,

puis à évaluer la moyenne de X après un grand nombre de jetés.

Il est très facile de montrer, en effet, que ce modèle stochastique répond à l'objectif ; par exemple, si $a = b$:

$$E(X) = 2/\pi.$$

Si le jeu de Buffon a pu distraire quelques courtisans, il est clair qu'il n'est guère efficace⁽¹⁾ pour évaluer π !

Un autre exemple d'utilisation de la méthode de Monte-Carlo est celui de l'évaluation d'une intégrale :

$$S = \int_{(D)} f(p) dp,$$

où D est un domaine multidimensionnel et p le « point » courant dans ce domaine⁽²⁾. Si l'on tire au hasard un point P dans D avec la loi de probabilité $g(p) dp$ normée (par exemple, une loi uniforme : $g(p) dp = dp/V$, où V est le volume de D) et si l'on calcule la variable aléatoire $X = f(P)/g(P)$, on constate immédiatement que l'espérance mathématique de X est l'intégrale cherchée S :

$$E(X) = \int_{(D)} Xg(p) dp = \int_{(D)} \frac{f(p)}{g(p)} g(p) dp = \int_{(D)} f(p) dp = S.$$

1. Il est beaucoup plus performant, par exemple, d'utiliser un développement en série bien choisi.

2. Par exemple, la méthode de Monte-Carlo peut être utilisée pour évaluer le flux sans choc et la dose associée en un local donné pour une source de rayonnements ionisants ; p est alors l'ensemble des variables « point d'émission + direction d'émission + énergie d'émission ». Remarquer que, dans ce contexte, la simulation a un caractère « analogue » ; mais cela n'est pas forcément le cas général dans les problèmes de calcul d'intégrales par la méthode de Monte-Carlo.

Remarque : Le calcul de la variance dans les mêmes conditions montre que le *jeu idéal* est obtenu si l'on choisit $g(p)$ égal à $f(p)/S$ puisque qu'alors le score est égal à S quel que soit le tirage de P et que la variance est nulle ; mais ce cas idéal est théorique puisqu'il suppose S connue, c'est-à-dire problème résolu. Cette remarque montre, cependant, qu'on a intérêt à choisir une fonction g (intégrable) qui « ressemble » à f pour réduire l'imprécision statistique de l'évaluation Monte-Carlo.

14.6.3 Aperçu sur les problèmes d'échantillonnage

Quel que soit le problème traité, la mise en œuvre de la méthode de Monte-Carlo suppose le tirage d'une ou plusieurs variables aléatoires selon des lois de probabilité que l'on se donne. Nous noterons avec une lettre majuscule, par exemple X , la variable aléatoire considérée ou la valeur réalisée lors d'un tirage ; la loi de probabilité régissant cette variable sera caractérisée par la *densité de probabilité* $f(x)$ ou la *fonction de répartition* $F(x)$:

$$\begin{aligned} Pr\{x < X \leq x + dx\} &= f(x) dx, \\ Pr\{X \leq x\} &= F(x), \end{aligned}$$

en désignant par $Pr\{\dots\}$ la probabilité de l'événement indiqué entre les accolades. On voit que la fonction de répartition est l'intégrale de la densité de probabilité :

$$\begin{aligned} F(x) &= 0 && (x < a), \\ F(x) &= \int_a^x f(x') dx' && (a \leq x \leq b), \\ F(x) &= \int_a^b f(x') dx' = 1 && (x > b), \end{aligned}$$

où a et b désignent les bornes entre lesquelles le tirage X peut être obtenu.

En pratique, que l'on travaille avec une table, une calculette ou un ordinateur, on peut générer une variable aléatoire⁽¹⁾ Ξ uniformément répartie⁽²⁾ entre 0 et 1 :

$$\begin{aligned} f(\xi) &= 0, & F(\xi) &= 0, & (\xi < 0), \\ f(\xi) &= 1, & F(\xi) &= \xi, & (0 \leq \xi < 1), \\ f(\xi) &= 0, & F(\xi) &= 1, & (\xi \geq 1). \end{aligned}$$

Pour passer du tirage de Ξ à celui d'une variable aléatoire X de densité $g(x)$, on identifie les probabilités des événements $\Xi \leq \xi$ et $X \leq x$, c'est-à-dire les valeurs des fonctions de répartition :

$$F(\xi) = \xi = G(x).$$

1. Il s'agit, en réalité, d'une variable pseudo-aléatoire, c'est-à-dire réalisée par un processus parfaitement déterministe mais générant des nombres ayant toutes les propriétés d'une variable aléatoire ; exemple : les décimales du nombre π . En pratique, on utilise le reste d'une division en nombre entiers par un grand diviseur premier bien choisi.

2. Nous supposons que 0 peut être atteint mais que 1 ne peut l'être. S'il y a lieu, remplacer ξ par $1 - \xi$ si l'on en prend, par exemple, le logarithme, de façon à éviter un diagnostic éventuel de l'ordinateur.

Autrement dit, si l'on a tiré la valeur Ξ pour la variable équirépartie entre 0 et 1, on en déduit X en écrivant :

$$X = G^{-1}(\Xi),$$

où G^{-1} est la fonction inverse de G .

Si cette fonction inverse est simple, ce calcul peut être fait directement.

- *Exemple 1* : tirage d'une longitude Φ répartie de façon isotrope entre $-\pi$ et $+\pi$: $\Phi = \pi(2\Xi - 1)$.
- *Exemple 2* : tirage d'un parcours optique Ω de densité de probabilité $e^{-\omega}$ entre zéro et l'infini : $\Omega = -\ln(1 - \Xi)$.
- *Exemple 3* : tirage d'une variable discrète k , par exemple du *type* k d'une réaction nucléaire sachant qu'elle a eu lieu :

$$\sum_{i=1}^{k-1} \frac{\sigma_i}{\sigma_t} < \Xi \leq \sum_{i=1}^k \frac{\sigma_i}{\sigma_t}.$$

En effet, la probabilité de la réaction i est le quotient de la section efficace σ_i de cette réaction par la section efficace totale σ_t ; la fonction de répartition de la variable discrète k monte « en escalier » en fonction de k . Autre exemple similaire : détermination de l'élément choqué par un neutron si la collision a eu lieu dans un mélange.

Si la fonction G n'est pas une fonction analytique simple, mais si elle a été tabulée, on peut se ramener au cas précédent dans chaque intervalle si l'on admet que la variation est linéaire entre les points de la tabulation. *Exemple* : tirage de l'angle de déviation Θ d'un neutron lors d'une diffusion à partir d'une table de $G(\theta)$ (en général, on tabule les $n + 1$ valeurs $\cos \theta$, conduisant à des intervalles d'égale probabilité $1/n$).

Pour certaines lois de probabilité, des méthodes plus économes en temps de calcul que la détermination directe de G^{-1} ont été construites. *Exemple* : pour la variable X régie par la loi de puissance :

$$g(x) = (n + 1)x^n, \quad G(x) = x^{n+1},$$

la génération à partir de $n + 1$ tirages de Ξ , puis la recherche du maximum :

$$X = \max(\Xi_1, \Xi_2, \dots, \Xi_{n+1}),$$

s'avère plus économique que le calcul d'une racine $(n + 1)$ ^{ième} :

$$X = \Xi^{1/(n+1)}.$$

(*Démonstration* : la probabilité que X soit inférieure à x est la probabilité que Ξ_1 soit inférieure à x , multipliée par la probabilité que Ξ_2 soit inférieure à x, \dots , multipliée par la probabilité que Ξ_{n+1} soit inférieure à x , soit, puisque chacune de ces probabilités indépendantes est égale à x : $x \times x \times \dots \times x = x^{n+1}$.)

Autre exemple : pour tirer uniformément un point dans un cercle, il peut être plus économique de tirer uniformément les coordonnées cartésiennes dans le carré circonscrit et de rejeter, s'il y a lieu, le tirage si le point tombe hors du cercle, que de tirer l'azimut et la distance au centre r suivant une fonction de répartition en r^2 .

On retrouve un principe analogue dans la *méthode du rejet* qui peut être mise en œuvre de façon générale si g est calculable : on tire Ξ_1 uniformément entre a et b , puis Ξ_2

uniformément entre 0 et la valeur g_{\max} que peut atteindre g dans l'intervalle $[a, b]$. Le tirage est accepté si $\Xi_2 < g(\Xi_1)$, et l'on prend $X = \Xi_1$; sinon, on refait un double tirage. (*Démonstration* : a/ la probabilité d'obtenir Ξ_1 dans l'intervalle $]x, x + dx]$ est $dx/(b - a)$; b/ la probabilité d'obtenir X_2 inférieur à $g(x)$ est $g(x)/g_{\max}$; c/ en effectuant le produit de ces deux probabilités et en renormalisant à 1 la loi ainsi obtenue pour tenir compte du taux de succès, on trouve bien la loi voulue $g(x) dx$ pour la probabilité d'obtenir X entre x et $x + dx$.)

14.6.4 Simulations analogues du cheminement d'un neutron

Le cheminement d'un neutron, de son émission jusqu'à sa disparition par absorption dans le système ou à l'extérieur (fuite), est une suite d'événements aléatoires indépendants, alternativement du type *transport* (parcours en ligne droite dans l'espace) et du type *collision* avec un noyau d'atome. Le processus est « markovien »⁽¹⁾, ce qui signifie (ici) que l'événement qui va advenir ne dépend que de l'état présent du neutron — position et vitesse vectorielle — et non du détail de ce qui s'est passé auparavant⁽²⁾.

La figure 14.12, page ci-contre montre ce que pourrait être l'organigramme de la simulation de l'« histoire » d'un neutron. En pratique, les tirages de variables aléatoires et les calculs seront programmés dans un code pour ordinateur de façon à ce qu'un grand nombre d'histoires — typiquement de quelques milliers à quelques millions — puissent être simulées avant une exploitation statistique des résultats.

Dans ce schéma, l'histoire va du cadre « émission » au cadre « fin d'histoire » en transitant de façon variée dans le réseau; un rectangle grisé symbolise le tirage d'une variable aléatoire; un cercle symbolise un aiguillage effectué selon le résultat du tirage; un rectangle blanc symbolise un calcul.

La source est supposée distribuée en espace, énergie et angle selon des lois données : l'organigramme commence par les tirages correspondants. Le schéma est centré sur le tirage du parcours optique. On examine si le neutron reste dans le milieu homogène où il se trouve ou s'il en sort : dans le premier cas, on traite l'interaction; dans le second cas, on regarde si l'interface franchie est à la surface du domaine traité ou est une interface interne. Si le neutron a atteint la limite, on comptabilise la fuite ou on traite la réflexion, selon la loi choisie, si c'est le cas. Si le neutron franchit une interface interne du domaine traité, on doit calculer le parcours au-delà et réitérer le test; plutôt que de travailler avec le reliquat du parcours optique au-delà de l'interface atteinte, il est plus simple (et strictement équivalent compte tenu du caractère markovien du processus) de repositionner le neutron à l'interface avec sa vitesse vectorielle et de refaire un tirage du parcours optique comme si ce point était un point d'émission. Pour le traitement d'un choc, il faut définir par tirage l'élément concerné, puis la réaction concernée. Si c'est une absorption, l'histoire se termine; si c'est une diffusion, il faut définir si elle est élastique ou inélastique (et, dans ce cas, choisir l'énergie d'excitation), tirer les deux angles de diffusion et, enfin, calculer l'énergie après la collision grâce aux lois de conservation de l'impulsion et de l'énergie.

1. Andreï Andreïevitch Markov, mathématicien russe (1856–1922).

2. En termes plus imagés : le neutron, au fur et à mesure qu'il « vit » son histoire, « oublie » son passé et n'« est conscient » que de son état présent.

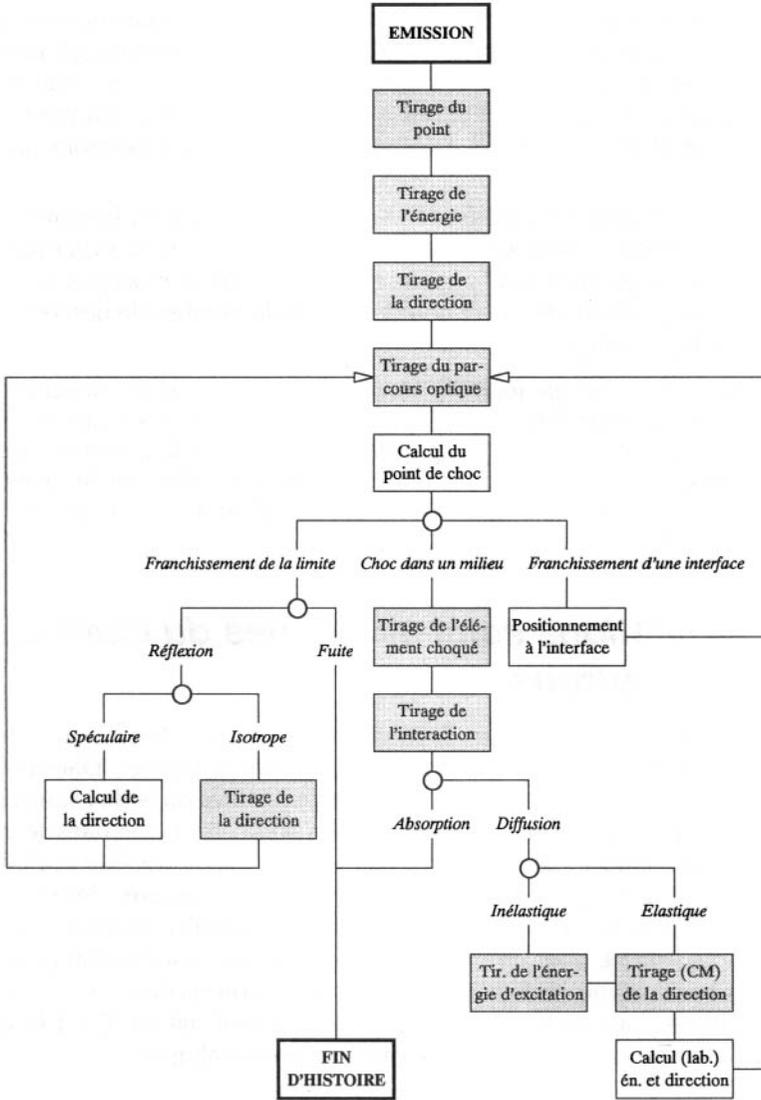


Figure 14.12. Simulation de l'histoire d'un neutron par la méthode de Monte-Carlo.

14.6.5 Estimation du facteur de multiplication

Dans les problèmes où les neutrons sont émis par fission, la source n'est pas connue mais résulte du flux ; en outre, si le calcul est fait en régime stationnaire, un paramètre critique doit être introduit. En général, on adopte le facteur de multiplication effectif k_{eff} , défini comme le nombre par lequel il faut diviser les productions par fission pour réaliser la criticité du système.

Ces deux aspects nécessitent un calcul itératif :

$$S^{(0)} \longrightarrow \Phi^{(0)} \longrightarrow S^{(1)} \longrightarrow \Phi^{(1)} \longrightarrow S^{(2)} \longrightarrow \Phi^{(2)} \longrightarrow \dots$$

En pratique, on travaille en simulant des « fournées » successives (*batches*) de neutrons : la première est émise selon $S^{(0)}$, donnant $\Phi^{(0)}$ et $S^{(1)}$; la seconde est émise selon $S^{(1)}$, donnant $\Phi^{(1)}$ et $S^{(2)}$; et ainsi de suite. À chaque étape, on évalue le facteur de multiplication $k^{(n)}$ comme le rapport du nombre de neutrons obtenus par fissions au nombre de neutrons émis dans la fournée (en général, on émet le même nombre de neutrons dans chacune des fournées).

Le facteur de multiplication k_{eff} est finalement obtenu en prenant la moyenne arithmétique⁽¹⁾ des $k^{(n)}$. Attention ! pour le calcul de cette moyenne, et pour éviter un biais, il faut éliminer les premières générations⁽²⁾ pour lesquelles les sources n'ont pas leur distribution d'équilibre en énergie et en espace et pour lesquelles le nombre de descendants n'a pas atteint sa valeur asymptotique.

Remarque : Travailler par fournées successives présente aussi l'intérêt de fournir des distributions statistiques des grandeurs auxquelles on s'intéresse (taux de réaction, facteur de multiplication, etc.) et donc, outre l'estimation de la grandeur, une estimation de l'écart-type avec lequel elle est obtenue ; après division par la racine carrée du nombre N de fournées retenues, on a ainsi l'estimation de l'écart-type sur la moyenne des N fournées.

14.6.6 Simulations semi-analogues du cheminement des neutrons

Dans les problèmes de neutronique du cœur des réacteurs, les niveaux de flux sont relativement uniformes et des simulations analogues sont suffisantes. Dans les calculs de protection, en revanche, on a souvent affaire à des problèmes où le flux varie de plusieurs décades entre le niveau observé au voisinage des sources (disons dans le cœur) et le niveau du local dans lequel la dose de rayonnements ionisants doit être évaluée. Dans ce type de problème⁽³⁾, une simulation analogue serait très peu performante. Si, par exemple, la protection atténue le flux d'un facteur 10^6 , il faudrait simuler 1 000 000 de particules, dont 999 999 inutilement, pour en obtenir une fournissant l'information pertinente (ou : un milliard pour en obtenir mille utiles pour l'information recherchée). Il est clair que, dans ces conditions, l'approche Monte-Carlo perdrait tout intérêt. C'est la raison pour laquelle des méthodes de *simulations biaisées* (ou semi-analogues) ont été imaginées et mises au point.

Nous ne détaillerons pas ici les nombreuses techniques de biaisage que le lecteur intéressé pourra découvrir dans la bibliographie. Signalons seulement deux idées :

- l'idée de donner un *poids* aux particules, proportionnellement à leur contribution probable au résultat recherché. Cela doit être associé à la « roulette russe » consistant à « tuer », avec une probabilité proportionnelle au poids, les particules de poids trop faible et le « dédoublement » ou « fractionnement » (*splitting*) des particules de poids trop fort. Il peut aussi, parfois, s'avérer intéressant de remplacer les absorptions (capture et fission) par des changements de poids, sans arrêter les particules ;

1. Pondérée par les effectifs des fournées s'ils ne sont pas égaux.

2. Disons une dizaine, pour fixer les idées.

3. Le problème se pose en termes similaires (même équation de Boltzmann) pour le transport des neutrons et celui des photons gamma.

- l'idée de modifier les sections efficaces pour favoriser les parcours dans le sens souhaité, en remplaçant la section Σ par :

$$\Sigma^* = \Sigma(1 - a \cos \theta),$$

où a est un coefficient de biaisage compris entre 0 et 1, et θ l'angle entre la direction du neutron et la direction d'intérêt. Cela conduit évidemment au remplacement du flux réel Φ par un flux biaisé Φ^* , mais on constate, en reportant dans l'équation de Boltzmann, que le facteur de biaisage Φ^*/Φ peut être évalué assez simplement.

Signalons aussi les simulations Monte-Carlo *corrélées*, c'est-à-dire refaites avec les mêmes tirages de nombres pseudo-aléatoires dans deux situations très légèrement différentes : cela permet d'évaluer des coefficients de sensibilité (effets de réactivité, sensibilité aux sections efficaces ou aux compositions, etc.) sans avoir l'effet d'énorme imprécision statistique sur une *différence* entre deux résultats voisins s'ils étaient obtenues par des simulations indépendantes.

Dans le même ordre d'idée, on peut aussi demander à un calcul Monte-Carlo d'évaluer non seulement une grandeur physique donnée mais aussi ses dérivées par rapport à un paramètre donné de façon à pouvoir évaluer ensuite les variations par un développement en série de Taylor.

Cette page est laissée intentionnellement en blanc.

15

Théorie de l'absorption résonnante des neutrons

Introduction

Nous avons terminé le chapitre 8 sur les aspects physiques de l'absorption résonnante des neutrons en listant un certain nombre de problèmes de modélisation et de calcul laissés délibérément de côté. Nous reprenons ici ce thème de l'absorption résonnante des neutrons pour apporter quelques éclairages sur ces aspects théoriques — sans avoir cependant la prétention de traiter à fond cette question ardue de neutronique — de façon à ce que le lecteur puisse se rendre compte des problèmes que les codes — par exemple APOLLO-2 — sont capables de résoudre et des points posant encore aujourd'hui des difficultés.

La principale hypothèse qui avait été faite au départ, et que nous avons déjà levée au chapitre 8 (*cf.* p. 199), était de supposer que le matériau résonnant était purement absorbant : en reprenant la démarche qu'ont suivie Michel Livolant et sa doctorante Françoise Jeanpierre à la fin des années 1960, nous avons vu comment prendre en compte les diffusions et le ralentissement par le matériau résonnant, qui affectent les aspects que nous avons introduits (facteurs d'autoprotection, équivalence hétérogène-homogène, effet Dancoff, effet Doppler). Cette théorie a été introduite dès cette époque dans la version 1 d'APOLLO. Avec les développements de la version 2 de ce code, un regain d'intérêt pour la théorie de l'absorption résonnante des neutrons s'est manifesté, car les insuffisances de la théorie originelle de Livolant et Jeanpierre avaient été clairement identifiées. Ce sont ces développements que nous nous proposons de présenter maintenant.

15.1 Échelles en énergie des différents problèmes de neutronique

Schématiquement, les problèmes de neutronique doivent être résolus à trois niveaux de finesse vis-à-vis de la variable énergie :

1/ dans le domaine épithermique, les nombreuses résonances que présentent les noyaux lourds tels l'uranium 238 nécessitent typiquement *quelques dizaines de milliers de*

groupes d'énergie si l'on veut décrire correctement chacune des résonances. Un traitement très précis des hétérogénéités n'est pas indispensable à ce niveau : nous avons vu, en effet, qu'une équivalence permet de ramener la géométrie réelle à une *géométrie homogène* ;

- 2/ le traitement du spectre nécessite de l'ordre d'une *centaine de groupes en énergie* ; il peut être fait au niveau de l'assemblage constituant la « maille » élémentaire du cœur d'un réacteur nucléaire ; il nécessite, en revanche, la prise en compte de l'hétérogénéité « microscopique », c'est-à-dire à l'échelle de l'élément de combustible ou de l'assemblage ;
- 3/ l'évaluation du facteur de multiplication d'un cœur et le calcul de la distribution de puissance qui y règne peut être fait, en pratique, à *quelques groupes en énergie* seulement, par exemple deux groupes en ce qui concerne les calculs usuels des cœurs de réacteurs à eau sous pression. Ce calcul prend en compte l'hétérogénéité « macroscopique », c'est-à-dire les différences entre assemblages et les variations axiales.

Ces trois types de calcul doivent s'enchaîner : à l'issue des calculs à un niveau donné, les moyennes en espace (homogénéisation) et en énergie (condensation) doivent être effectuées pour préparer le calcul au niveau suivant⁽¹⁾.

Le passage du niveau 2 au niveau 3 sera évoqué au chapitre 17. Nous allons nous intéresser ici au passage du premier au deuxième niveau.

15.2 L'équivalence hétérogène-homogène : choix du facteur de Bell

15.2.1 Principe des pré-tabulations (rappel)

Il y a trois points-clés de la théorie de Livolant et Jeanpierre que nous avons présentée au chapitre 8 (cf. p. 200 et s.) :

- 1/ le passage de la situation réelle à une situation « structure fine » caractérisée par un flux macroscopique constant en léthargie et uniforme en espace ;
- 2/ une équivalence hétérogène-homogène que nous allons maintenant préciser ;
- 3/ une équivalence continu-multigroupe que nous n'avons pas encore évoquée et que nous présenterons dans le sous-chapitre suivant.

L'équivalence hétérogène-homogène débouche sur la notion de pré-tabulation en milieu homogène, qui s'avère caractérisé, une fois défini le noyau résonnant et sa température, par un seul paramètre — la section efficace de dilution σ_d — et qui peut donc être facilement exploré et tabulé une fois pour toutes.

Cette tabulation peut concerner l'intégrale effective de résonance I_{eff} qui caractérise l'ensemble des résonances ; dans l'optique du calcul d'assemblage (niveau 2) qui va suivre — par exemple, par le code APOLLO —, on préfère tabuler par groupe : on parle

1. Plus précisément, comme nous le verrons, il s'agit d'« équivalences » tentant de respecter au mieux les taux de réaction, seules grandeurs physiques réellement pertinentes, puisque mesurables.

alors de « *taux de réaction effectifs* » plutôt que d'« *intégrale effective* », mais il s'agit de la même notion, hormis les bornes de l'intégrale qui l'exprime :

$$\int \sigma_{a,\text{eff}}(u) du \quad \text{avec : } \sigma_{a,\text{eff}}(u) = \varphi(u) \sigma_{a,0}(u).$$

Il nous reste à préciser comment est réalisée effectivement l'équivalence entre la situation hétérogène considérée et une situation homogène.

15.2.2 Principe de l'équivalence hétérogène-homogène

Ainsi que nous l'avons vu (cf. figure 8.5, page 206), la section équivalente $\sigma_e(u)$ du cas hétérogène est presque une constante. En pratique, il faut choisir un *facteur de Bell* b , rapport $\bar{\sigma}_e/\sigma_{e,\infty}$ entre la valeur unique $\bar{\sigma}_e$ qui va être adoptée et la valeur asymptotique $\sigma_{e,\infty}$ de la section équivalente pour une section efficace infinie du matériau résonnant.

Le principe adopté est très simple : il faut respecter le paramètre essentiel du problème à savoir l'intégrale effective :

$$I_{\text{eff, hétérogène}} = I_{\text{eff, homogène}}.$$

Le premier membre a une valeur donnée ; le second membre est une fonction de la section de dilution σ_d caractérisant le milieu homogène « équivalent » : l'égalité définit (théoriquement) la valeur de σ_d , donc ce milieu homogène équivalent. Nous avons écrit « théoriquement » car le premier membre n'est pas connu : c'est, au contraire, ce que l'on cherche !

C'est la raison pour laquelle on va réécrire cette équation dans un contexte simplifié : d'une part, l'équation exacte du ralentissement par le matériau résonnant va être remplacée par un modèle simplifié d'autre part, le problème réel va être remplacé par un problème lui aussi simplifié, à savoir le problème « **P** » où le flux macroscopique Ψ est « plat » en léthargie et en espace. On définit donc la section équivalente $\bar{\sigma}_e$ ou le facteur de Bell b associé par l'équation :

$$I_{\text{eff, hétérogène, modèle, problème « P »}} = I_{\text{eff, homogène, modèle, problème « P »}}.$$

Remarque : Cette équivalence hétérogène-homogène peut porter sur tout le domaine résonnant ou être faite sur plusieurs macrogroupes, voire pour tous les groupes résonnants du maillage multigroupe intermédiaire (niveau 2).

15.2.3 Définition du problème simplifié

Ce problème « **P** », où la fonction macroscopique Ψ est « plate » en espace et en léthargie, se concrétise par l'équation de structure fine (cf. p. 201 et 205) :

$$r_0\varphi + \sigma_e = (\sigma_0 + \sigma_e)\varphi.$$

Sa solution φ s'interprète physiquement comme le flux qui régnerait si l'on remplaçait les matériaux non résonnants (modérateur, etc.) par des matériaux purement absorbants, sans changer leur section efficace totale, et si l'on plaçait une source de neutrons d'intensité égale à la section efficace de ces matériaux non résonnants.

15.2.4 Mise en œuvre avec le modèle « résonance étroite »

Si l'on traite par l'hypothèse « résonance étroite » le ralentissement par les noyaux résonnants (cf. p. 201) :

$$r_0 \varphi \simeq \sigma_{p,0}, \quad \varphi(u) \simeq \varphi_{NR}(u) = \frac{\sigma_{p,0} + \sigma_e(u)}{\sigma_0(u) + \sigma_e(u)},$$

[$\sigma_e(u)$ étant remplacée par σ_d pour le cas homogène], l'équation d'équivalence hétérogène-homogène s'explique par :

$$\int \frac{\sigma_{p,0} + \sigma_e(u)}{\sigma_0(u) + \sigma_e(u)} \sigma_{a,0}(u) du = \int \frac{\sigma_{p,0} + \sigma_d}{\sigma_0(u) + \sigma_d} \sigma_{a,0}(u) du,$$

où σ_d est la valeur inconnue à déterminer et où la section équivalente du cas hétérogène doit être calculée par sa formule de définition (cf. p. 204) :

$$\sigma_e(u) = \frac{\sigma_0(u)[1 - P_{00}(u)]}{P_{00}(u)}.$$

On peut remarquer que P_{00} dépend de la léthargie u parce que c'est une fonction de σ_0 qui elle-même dépend de u ; de même, σ_e est en fait une fonction de σ_0 . Il est donc plus simple, pour calculer ces intégrales, d'utiliser non pas la léthargie u mais la section efficace totale σ_0 du noyau résonnant comme variable d'intégration⁽¹⁾. L'équation d'équivalence s'écrit ainsi :

$$\int \frac{\sigma_{p,0} + \sigma_e(\sigma_0)}{\sigma_0 + \sigma_e(\sigma_0)} \pi(\sigma_0) d\sigma_0 = \int \frac{\sigma_{p,0} + \sigma_d}{\sigma_0 + \sigma_d} \pi(\sigma_0) d\sigma_0.$$

Les bornes des intégrales sont maintenant les valeurs extrêmes de la section efficace totale σ_0 du noyau résonnant; la section équivalente σ_e est considérée comme une fonction de σ_0 ; la « fonction de poids » π est définie de la façon suivante : $\pi(\sigma_0) d\sigma_0$ est la somme de tous les éléments $\sigma_{a,0}(u) du$ pour tous les intervalles de léthargie du où la section efficace totale du noyau résonnant est comprise entre σ_0 et $\sigma_0 + d\sigma_0$. Cette densité π est évidemment assez difficile à calculer, puisqu'il faut pour cela détailler toutes les résonances, mais ce calcul peut être fait une fois pour toutes comme les tabulations des intégrales effectives. Cette deuxième forme de l'équation d'équivalence est beaucoup plus simple à mettre en œuvre que la première puisqu'on remplace des fonctions très compliquées de la léthargie u par des fonctions beaucoup plus régulières de la section efficace σ_0 . En pratique, il suffit de tabuler π pour un petit nombre de valeurs de σ_0 , puis, pour chaque cas qui se présente, de calculer P_{00} et σ_e pour les σ_0 de la table et d'évaluer les intégrales par une formule de quadrature.

15.2.5 Mise en œuvre avec le modèle « résonance large »

Si l'on préfère adopter l'approximation « résonance large » (cf. p. 202) :

$$r_0 \varphi \simeq \sigma_{s,0} \varphi, \quad \varphi(u) \simeq \varphi_{WR}(u) = \frac{\sigma_e(u)}{\sigma_{a,0}(u) + \sigma_e(u)},$$

1. Ce type de changement de variable où la seconde variable n'est pas une fonction monotone de la première est appelé en mathématiques « technique d'intégration de Lebesgue ».

une procédure d'équivalence similaire peut être mise en œuvre; elle est toutefois un peu plus compliquée puisqu'il faut tabuler un poids en fonction des deux variables ε_0 et $\sigma_{a,0}$.

15.2.6 Examen de la largeur des résonances : l'exemple de l'uranium 238

En pratique, quel modèle faut-il préférer? Pour en juger, il faut comparer la largeur de la résonance à l'intervalle d'énergie pouvant être atteint lors d'une diffusion. Ce dernier peut être estimé (en variable énergie) par le produit $\varepsilon_0 \times E_0$ où E_0 est l'énergie au pic de la résonance, c'est-à-dire approximativement celle des neutrons concernés et où ε_0 , gain maximum de léthargie au cours d'une diffusion par un noyau résonnant, est à peu près la variation relative maximale de l'énergie. La largeur nucléaire Γ n'est pas le paramètre pertinent pour évaluer la largeur de la résonance; avec la formule de Breit et Wigner, on voit, en effet, que c'est la largeur à mi-hauteur par rapport au pic; mais la moitié de la section efficace au pic est encore pratiquement l'infini; la largeur pertinente est donc certainement nettement plus grande que Γ . En général, on adopte la « *largeur pratique* » définie comme l'intervalle d'énergie où la section efficace résonnante dépasse la section efficace potentielle, c'est-à-dire où la section efficace totale dépasse le double de la valeur asymptotique. Avec la formule de Breit et Wigner (cf. p. 83), en négligeant le terme d'interférence et en notant que la section efficace au pic, σ_{\max} , est beaucoup plus grande que la section efficace potentielle, σ_p , on trouve pour cette largeur pratique l'expression (où l'indice « 0 » est sous-entendu) :

$$\Gamma_p \simeq \Gamma \sqrt{\sigma_{\max}/\sigma_p}.$$

Si nous reprenons, à titre d'exemple, les résonances de l'uranium 238 que nous avons listées (cf. tableau 2.4, page 85), nous pouvons établir le tableau 15.1, page suivante : les énergies sont en eV; la dernière colonne est $\Gamma_p/(\varepsilon_0 E_0)$:

En faisant abstraction des irrégularités, il apparaît que les résonances sont d'autant plus larges qu'elles sont à basse énergie : une règle empirique simple parfois adoptée est de traiter en modèle « résonance étroite » toutes les résonances au-dessus de 50 eV et en modèle « résonance large » celles qui sont situées au-dessous de 50 eV.

15.2.7 Équivalence macrogroupe par macrogroupe

Si l'on souhaite détailler davantage que ces deux domaines d'énergie, une équivalence, donc une détermination du facteur de Bell, pourra être effectuée pour chacun des groupes utilisés pour le calcul du spectre, disons les groupes du calcul APOLLO : le modèle pour l'équivalence peut, éventuellement, être choisi différemment pour chacun de ces groupes. De toute façon, comme l'erreur sur l'équivalence n'est que du second ordre par rapport à l'erreur du modèle lui-même, le choix du meilleur modèle n'est pas très important.

TABLEAU 15.1. Estimation de la largeur des premières resonances de l'uranium 238 ($\sigma_p = 8,9$ barns ; $\epsilon_0 = 0,0170$).

Énergie du pic	Largeur nucléaire	Largeur pratique	Interv. de ral.	Rapport
6,674	0,024	1,27	0,11	11,3
20,871	0,033	2,19	0,35	6,3
36,682	0,057	3,96	0,62	6,4
66,032	0,048	2,30	1,11	2,1
80,749	0,025	0,41	1,36	0,30
102,56	0,095	4,43	1,72	2,6
116,902	0,048	1,77	1,97	0,90
145,66	0,024	0,20	2,45	0,08
165,29	0,026	0,40	2,78	0,14
189,67	0,196	7,26	3,19	2,3
208,51	0,075	2,33	3,50	0,66
237,38	0,052	1,32	3,99	0,33
273,66	0,048	1,15	4,60	0,25
291	0,039	0,82	4,89	0,17

15.3 L'équivalence continu-multigroupe

15.3.1 Pourquoi calculer le flux réel et non le flux macroscopique ?

Après avoir introduit la factorisation $\Phi = \varphi\Psi$ et retenu le principe d'une pré-tabulation de l'aspect microscopique φ , il semblerait logique de chercher à calculer le flux macroscopique Ψ . Mais ce n'est pas ce qu'ont préconisé les auteurs de la théorie qui, au contraire, ont proposé de repasser au flux réel Φ , cela pour éviter l'approximation qui a permis de passer du problème réel au problème simplifié « **P** », à savoir l'approximation « flux macroscopique plat ». (Comme nous l'avons vu au chapitre 8 [cf. p. 201], cette approximation se concrétise par : $R_0(\varphi\Psi) \simeq \Psi R_0(\varphi)$, où R_0 est l'opérateur de ralentissement par le matériau résonnant.)

Il est clair que l'on ne va pas chercher à calculer le flux réel Φ dans le maillage ultra-fin en léthargie permettant de décrire toutes les résonances (disons, pour fixer les idées, 20 000 groupes pour traiter le domaine résonnant), mais dans le maillage multigroupe usuel des calculs de cellule ou d'assemblage (disons une vingtaine de groupes dans ce domaine d'énergie), beaucoup trop grossier pour décrire les résonances. En effet, tout l'objet de la théorie de l'absorption résonnante est d'éviter d'avoir à faire systématiquement le calcul fin. Le problème qui se pose donc est de calculer correctement le flux réel Φ en maillage grossier.

15.3.2 Principe de l'équivalence continu-multigroupe

En neutronique, « correctement » signifie que les taux de réaction — seules grandeurs effectivement mesurables — sont corrects. Il n'est pas gênant, en effet, que le flux lui-

même — non mesurable — soit inexact à partir du moment où il conduit à des taux de réaction corrects ; cela suppose que, associés au flux, soient utilisées des sections efficaces donnant les bons taux de réaction.

On remarquera aussi qu'en neutronique, les flux dépendent des sections efficaces puisqu'ils sont obtenus par résolution de l'équation de Boltzmann contenant ces sections efficaces. En pratique, c'est toujours une forme plus ou moins simplifiée de cette équation qui est mise en œuvre : par exemple, dans le problème du calcul de Φ que nous examinons, une approximation multigroupe large est utilisée pour traiter un problème de résonances qui mériterait un traitement pratiquement continu.

La procédure qui va être mise en œuvre pour surmonter cette difficulté est appelée « équivalence » par les neutroniciens : ils vont demander à la théorie approximative adoptée — ici, une théorie multigroupe large — de respecter les taux de réaction ; en l'occurrence, ils vont rechercher des *sections efficaces multigroupes* qui, associées au flux multigroupe, conduiront à des taux de réaction corrects dans chacun des groupes. Comme il y a, évidemment, autant de taux de réaction que de sections efficaces⁽¹⁾, ce critère conduit à autant d'équations que d'inconnues à déterminer, les sections efficaces multigroupes. Comme les flux multigroupes dépendent, par le biais de l'équation de Boltzmann, des sections efficaces multigroupes à déterminer, les équations qui définissent ces dernières sont implicites : concrètement, il faut les résoudre par itérations⁽²⁾.

Cette démarche, apparemment raisonnable, est malheureusement impossible à mettre en œuvre en toute rigueur : en effet, comme elle est fondée sur l'idée de respecter les taux de réaction exacts, elle suppose que ces taux sont connus... autrement dit que nous connaissons la solution du problème que nous tentons de résoudre ! C'est la raison pour laquelle elle ne sera pas mise en œuvre sur le problème réel — par définition, pas encore résolu — mais sur un problème simplifié ; si ce dernier est proche du problème réel, on peut espérer que les sections efficaces multigroupes déterminées sur le problème simplifié, puis utilisées pour traiter le problème réel, conduiront pour ce dernier à des résultats, sinon exacts, au moins très proches des résultats exacts.

Dans notre exemple, le problème simplifié que nous allons choisir est évidemment le problème « **P** » : d'une part, il est effectivement proche du problème réel⁽³⁾, d'autre part, nous connaissons les taux de réaction pour ce problème puisque nous les avons obtenus par interpolation dans les tables de taux de réaction effectifs.

Une fois obtenues par « équivalence continu-multigroupe » sur le problème « **P** », les sections efficaces multigroupes seront utilisées pour calculer le flux Φ multigroupe du problème réel, puis les taux de réactions.

Nous voyons, en conclusion, que le calcul complet de l'absorption résonnante dans un problème hétérogène (cellule, assemblage...) passe par *deux équivalences* :

1. Capture, fission diffusion... sur le matériau résonnant et sur les matériaux non résonnants, et cela pour chaque groupe.

2. On constate que les sections efficaces multigroupes ainsi déterminées sont les moyennes « raisonnables » des vraies sections efficaces ; en particulier, pour une section efficace constante en léthargie, la section efficace multigroupe est égale à cette constante.

3. Ces deux problèmes ne diffèrent que par la fonction macroscopique Ψ lentement variable dans le problème réel et rigoureusement constante dans le problème simplifié.

- l'équivalence « hétérogène-homogène », destinée à définir la situation homogène représentative de la situation hétérogène considérée, puis à déterminer les taux de réaction effectifs par interpolation dans des tables préalablement établies en situation homogène ;
- l'équivalence « continu-multigroupe », destinée à établir les bonnes « moyennes » multigroupes des sections efficaces, qui, une fois associées au flux multigroupe calculé avec ces sections efficaces, conduiront aux taux de réaction qui viennent d'être obtenus à l'issue de l'équivalence « hétérogène-homogène ».

Ces deux équivalences sont faites sur le même problème « **P** » (flux macroscopique totalement « plat » en espace et en léthargie), simplifié par rapport au problème réel mais bien représentatif de la situation d'autoprotection. En ce qui concerne l'aspect « léthargie », la première équivalence s'appuie, en outre, sur un modèle de ralentissement par le matériau résonnant.

Finalement, avec des erreurs pratiquement négligeables, la théorie « Livolant-Jeanpierre » permet de réduire d'un facteur 1 000 environ (20 au lieu de 20 000) le nombre de groupes à utiliser, donc le volume des calculs à faire !

15.4 Le traitement « un par un » des situations à plusieurs noyaux résonnants

15.4.1 Nécessité de traiter des situations à plusieurs noyaux résonnants

La théorie que nous venons de voir et qui, dès qu'elle fut au point, fut introduite dans le code APOLLO, s'applique pour les problèmes où figure un et un seul matériau résonnant puisque les autres noyaux sont considérés comme non résonnants. Dans la réalité, bien entendu, on a toujours affaire à des mélanges et/ou des juxtapositions de matériaux résonnants de différents types :

- dans le combustible figurent au départ au moins deux types de noyaux résonnants, par exemple les isotopes 238 et 235 de l'uranium ; après irradiation, d'autres noyaux résonnants apparaissent (isotopes du neptunium, du plutonium, de l'américium, etc.) ;
- autour du combustible peuvent figurer d'autres matériaux présentant des résonances (zirconium, hafnium, etc.) ;
- un même matériau, tel l'uranium, peut être à différentes températures selon les zones d'espace, donc présenter des résonances différemment élargies par effet Doppler (par exemple, l'oxyde d'uranium des pastilles des réacteurs à eau passe d'un peu plus de 300 °C en surface à sensiblement plus de 1 000 °C au centre) ;
- un même matériau résonnant peut apparaître dans des éléments de différentes caractéristiques (par exemple, les assemblages à plutonium des réacteurs à eau présentent un zonage de crayons de combustible à différentes teneurs en plutonium)...

15.4.2 Principe du traitement « un par un »

Le seul traitement directement compatible avec les hypothèses sous-jacentes à la théorie de Livolant et Jeanpierre est le traitement « un par un » : c'est ce qui est fait dans le code APOLLO. Pour le premier noyau résonnant, tous les autres noyaux, qu'ils soient ou non résonnants, sont considérés comme non résonnants et traités comme tels pour le calcul de la section efficace équivalente de dilution du noyau déclaré résonnant. Pour le deuxième noyau résonnant, le calcul d'autoprotection est repris en supposant que tous les autres noyaux, y compris le premier noyau résonnant traité, sont non résonnants. Et ainsi de suite jusqu'au dernier noyau résonnant.

En pratique, on adopte, pour les noyaux effectivement résonnants mais considérés comme non résonnants à l'étape du calcul atteinte :

- les sections efficaces multigroupes moyennes non autoprotégées (celles qui se trouvent dans la bibliothèque) si le noyau n'a pas encore été traité ;
- les sections efficaces multigroupes autoprotégées (celles qui sont issues de l'équivalence continu-multigroupe) si le noyau a déjà été traité.

Pour minimiser l'erreur, il est recommandé de traiter les noyaux dans l'ordre décroissant des taux d'absorption résonnante (par exemple, pour les réacteurs à uranium naturel ou faiblement enrichi, l'uranium 238 avant l'uranium 235).

On pourrait envisager d'itérer cette procédure pour que les sections efficaces de tous les noyaux effectivement résonnants mais considérés comme non résonnants soient remplacées par les sections efficaces multigroupes autoprotégées, mais cela conduit à des résultats de toute façon approximatifs et pas forcément meilleurs : en pratique, cette itération n'est pas faite, ce qui économise du temps de calcul.

15.5 Les extensions de la théorie Livolant-Jeanpierre

Avec la version 2 du code APOLLO, des développements théoriques ont été faits pour tenter d'étendre le champ d'application et la précision de la théorie de l'autoprotection. En voici un aperçu.

15.5.1 Prise en compte de la capture éventuelle du modérateur

Dans le domaine d'énergie où se trouvent les résonances de l'uranium, la capture par les vrais modérateurs est totalement négligeable (cf. la loi en $1/v$ pour les sections efficaces de capture) : c'est la raison pour laquelle la théorie de l'absorption résonnante a été bâtie par ses auteurs en supposant que les noyaux non résonnants étaient purement diffusants.

Les matériaux de structure, tels le zirconium des gaines des crayons de combustible des réacteurs à eau, sont évidemment choisis au vu, entre autre, de leur faible capture : les considérer comme purement diffusants ne conduit donc pas à une grosse erreur sur le calcul d'autoprotection.

Mais, nous avons vu que, dans la procédure « un par un », des matériaux résonnants pouvaient, dans certaines étapes du calcul, être assimilés à des matériaux modérateurs : il est clair que ces matériaux ne peuvent pas, en revanche, être assimilés à des matériaux purement diffusants.

C'est la raison pour laquelle il a fallu modifier le formalisme initial des auteurs pour prendre en compte la capture par les matériaux assimilés aux modérateurs. En reprenant le raisonnement conduisant à l'équation de structure fine⁽¹⁾, on constate que prendre en compte cette capture conduit à remplacer l'équation de structure fine que nous avons obtenue :

$$r_0\varphi + \sigma_e = (\sigma_0 + \sigma_e)\varphi,$$

par :

$$r_0\varphi + \gamma\sigma_e = (\sigma_0 + \sigma_e)\varphi,$$

où $\gamma = \Sigma_{s1}/\Sigma_{t1}$ est la probabilité qu'un choc sur le modérateur⁽²⁾ soit une diffusion. Il apparaît à l'évidence⁽³⁾ que la solution φ_γ avec capture est simplement le produit $\gamma \times \varphi_1$ par le facteur γ de la solution φ_1 sans capture ; pour prendre en compte cette capture, il suffit donc de multiplier par γ les taux de réaction effectifs obtenus par interpolation dans les tables établies sans capture. Aucune tabulation ni aucun calcul supplémentaire n'est nécessaire.

15.5.2 Autoprotection dans le domaine thermique

Le découpage multigroupe élaboré par les concepteurs du code APOLLO est fait en deux parties, l'une pour le domaine rapide et épithermique, l'autre pour le domaine thermique, avec une coupure à une énergie E_c (par exemple : $52 + 47 = 99$ groupes avec la coupure à 2,7 eV).

Il est clair que le découpage dans le domaine épithermique ne peut pas « suivre » les résonances. En revanche, le découpage dans le domaine thermique a été bâti pour que les principales résonances, telles celle du plutonium 239 et du plutonium 241 à 0,3 eV et celle du plutonium 240 à 1 eV, soient correctement décrites. Ce découpage peut cependant s'avérer un peu « juste » et, surtout, inadapté à d'autres résonances, par exemple celle du plutonium 242, placée légèrement en-dessous de l'énergie de coupure. C'est la raison pour laquelle le formalisme de l'autoprotection — et les tabulations associées — ont été étendues au domaine thermique dans la version 2 de ce code.

15.5.3 Autres modèles de ralentissement

Nous avons vu (cf. p. 349–349) que l'équivalence hétérogène-homogène ne pouvait être faite en pratique que dans le contexte d'un modèle de ralentissement par le noyau

1. Dans le contexte que nous avons étudié, soit homogène (cf. p. 200), soit hétérogène avec une seule zone de combustible et une zone modérateur (cf. p. 202) ; mais, comme nous allons le voir, il est possible de généraliser.

2. Pour le groupe d'énergie dans lequel est fait le calcul d'autoprotection considéré.

3. La source des neutrons dans le problème « P » a été multipliée par γ .

résonnant de façon à obtenir explicitement la solution φ de l'équation de structure fine. Il est clair que cette équivalence aura des chances d'être d'autant plus précise que ce modèle de ralentissement l'est.

Nous avons déjà examiné deux modèles classiques, le modèle « NR » (résonance étroite) et le modèle « WR » (résonance large). Un autre modèle du même type est le modèle « IR » (résonance intermédiaire) consistant à utiliser une formule intermédiaire entre les deux premières, avec un coefficient λ compris entre 0 et 1 qui, en quelque sorte, les pondère⁽¹⁾ :

$$\varphi_{NR} = \frac{\sigma_{p0} + \sigma_d}{\sigma_0 + \sigma_d}, \quad \varphi_{WR} = \frac{\sigma_d}{\sigma_{a0} + \sigma_d}, \quad \varphi_{IR} = \frac{\lambda\sigma_{p0} + \sigma_d}{\sigma_{a0} + \lambda\sigma_{s0} + \sigma_d}.$$

Ce modèle pose une difficulté en ce sens qu'il est purement empirique et que l'on se sait pas comment choisir λ ; il est un peu tombé en désuétude.

Dans le contexte des développements associés à APOLLO-2, deux nouveaux modèles ont été proposés :

- le *modèle statistique* « ST » généralise le modèle « NR » : il consiste à approximer le ralentissement $r_0\varphi$ par le noyau résonnant non pas par σ_{p0} , ce qui suppose qu'il n'y a pas d'autre résonance au-dessus de celle qui est traitée (donc $\varphi = 1$), mais par la moyenne en léthargie du taux de diffusion $\sigma_{s0}\varphi$ dans le domaine ou le groupe où l'on se trouve. En reportant cette approximation dans l'équation de structure fine, on voit que ce modèle ne nécessite que la tabulation d'une grandeur supplémentaire, la moyenne par groupe ou domaine de léthargie de $\sigma_{s0}/(\sigma_0 + \sigma_d)$;
- le *modèle toute résonance* « TR » généralise le modèle précédent « ST » : il consiste à approximer le taux de diffusion dans chacun des groupes par sa valeur moyenne dans le groupe et à calculer les transferts $r_0\varphi$ dans cette hypothèse ; pour un groupe donné, ces transferts sont alors les taux de diffusion moyens dans ce groupe et les quelques groupes qui le précèdent pondérés par des coefficients de transfert qui s'expriment par des formules analytiques simples déduites des formules du ralentissement élastique et isotrope dans le centre de masse.

Les tests qui ont pu être faits suggèrent de remplacer systématiquement, pour tous les noyaux résonnants et toutes les résonances, les autres modèles par ce modèle « TR » (d'où son nom).

15.5.4 Traitement des géométries à plusieurs zones modératrices

Après l'étude en situation homogène (cf. p. 200), nous avons présenté la méthode de Livolant et Jeanpierre du cas hétérogène sur l'exemple simple d'une géométrie à deux zones, un combustible contenant le noyau résonnant et un modérateur (cf. p. 202).

Si l'on suppose qu'il n'y a toujours qu'une seule zone résonnante mais un nombre quelconque de zones non résonnantes mais modératrices, le déroulement des calculs

1. Variante : $\varphi_{IR} = \lambda\varphi_{NR} + (1 - \lambda)\varphi_{WR}$. Nous présentons ici les formules pour le cas homogène.

est presque aussi simple⁽¹⁾ et l'on aboutit à l'équation de structure fine avec la même expression de la section équivalente, à savoir :

$$\sigma_e = \frac{\sigma_0(1 - P_{00})}{P_{00}}.$$

Avec l'approximation de Bell-Wigner, on généralise ainsi la décomposition en un terme homogène et un terme hétérogène (cf. p. 207).

15.5.5 Traitement des situations à plusieurs zones résonnantes

En revanche, le traitement des situations à plusieurs zones résonnantes pose des difficultés supplémentaires. De telles situations vont se rencontrer dès qu'on voudra détailler la répartition des absorptions résonnantes au sein de la zone concernée : par exemple, les très fortes sections efficaces dans les résonances font que les captures par l'uranium 238 de neutrons provenant du modérateur se font en grande partie au voisinage immédiat de la surface du combustible et très peu en profondeur ; la formation du plutonium est donc assez hétérogène et un découpage en « couronnes » du combustible est nécessaire pour le prendre en compte (voir la figure 15.1).

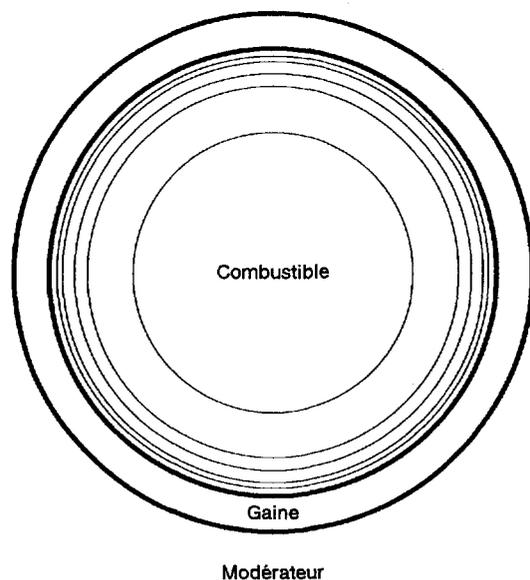


Figure 15.1. Exemple de découpage de la pastille de combustible d'un réacteur à eau en « couronnes » concentriques pour prendre en compte l'« effet de peau » dans la formation du plutonium (du centre à la périphérie, les volumes des couronnes font 40 %, 30 %, 10 %, 10 %, 5 % et 5 % du volume de la pastille).

1. Il faut sommer sur l'indice « m » et tenir compte des relations de réciprocité et de complémentarité des probabilités de première collision.

On peut aussi rencontrer des situations plus hétérogènes : réseaux irréguliers, combustible irradié en cours de dissolution pour retraitement⁽¹⁾, etc.

Si l'on numérote par un indice α ou β les zones résonnantes et si l'on désigne par $N_{0\alpha}$ la concentration du matériau résonnant dans la zone α , on peut établir, en reprenant les hypothèses générales de Livolant et Jeanpierre (flux macroscopique Ψ « plat » en espace et en léthargie), les équations du problème « **P** » :

$$\varphi_\alpha = \sum_{\beta} \frac{P_{\alpha\beta}}{\Sigma_{\beta}} N_{0\alpha} r_0 \varphi_{\beta} + \sum_{\beta} \frac{P_{\alpha\beta}}{\Sigma_{\beta}} \sum_{i \in \beta} N_{i\beta} \gamma_i \sigma_i .$$

Maintenant, il y a une fonction de structure fine φ_α par zone résonnante α . L'indice i désigne les noyaux non résonnants et les $N_{i\beta}$ désignent les concentrations des noyaux non résonnants mélangés aux noyaux résonnants dans les zones résonnantes ; les autres notations ont la même signification que précédemment.

Livolant et Jeanpierre ont proposé une approximation supplémentaire pour découpler simplement les équations de ce système : cette approximation, dite « Pic » (notation des auteurs pour la probabilité notée ici $P_{\alpha 0}$), consiste à supposer que les densités d'arrivée par ralentissement sur un noyau résonnant sont les mêmes dans toutes les zones résonnantes :

$$r_0 \varphi_\alpha = r_0 \varphi_\beta .$$

En remplaçant, en effet, $r_0 \varphi_\beta$ au second membre par $r_0 \varphi_\alpha$, on obtient des équations de structure fine indépendantes les unes des autres et qui peuvent être traitées par l'approche usuelle. Cette approximation n'est pas totalement arbitraire ; elle est correcte notamment en hypothèse « NR » puisqu'alors $r_0 \varphi_\beta = \sigma_{p0}$ quelle que soit la zone.

Livolant et Jeanpierre n'ont pas vu que cette approximation supplémentaire n'était pas indispensable : on peut montrer, en effet, que le système des équations peut être diagonalisé, ce qui signifie qu'il est possible de trouver un jeu $\psi_1, \psi_2 \dots$ de combinaisons linéaires des fonctions inconnues $\varphi_1, \varphi_2 \dots$ conduisant à des équations indépendantes les unes des autres pour les nouvelles inconnues ψ_α . Cela a été programmé dans APOLLO-2 sous la dénomination de « méthode de matrice de dilution » (cette matrice généralise la section efficace de dilution presque constante).

En fait, il est plus simple de mettre en œuvre la « méthode directe » qui consiste à prendre dans l'ordre inverse les deux étapes du calcul : 1/ la diagonalisation ; 2/ l'utilisation d'un modèle de ralentissement. (On montre qu'en modèle « WR », des inversions de matrice restent nécessaires pour traiter le couplage en espace, mais qu'avec les modèles « NR », « ST » et « TR », il n'y a que des produits matrice \times vecteur à effectuer.)

15.5.6 Traitement du cas général

En restant dans le même contexte du flux macroscopique « plat », il n'est guère plus difficile d'écrire les équations du problème « **P** » dans le cas général à plusieurs zones

1. La première étape du retraitement des éléments de combustible des réacteurs à eau est un cisailage en tronçons de quelques centimètres puis la dissolution dans l'acide nitrique (seul le combustible mais non les gaines entre en solution). Il y a un risque de criticité au cours de cette dissolution : il faut donc savoir évaluer avec précision cette situation neutronique où une partie des noyaux résonnants est en solution dans le liquide et l'autre encore sous forme solide.

résonnantes et plusieurs matériaux résonnants (indice w au lieu de 0 pour désigner les différents matériaux résonnants) :

$$\varphi_\alpha = \sum_{\beta} \frac{P_{\alpha\beta}}{\Sigma_{\beta}} \sum_{w \in \beta} N_{w\alpha} r_w \varphi_{\beta} + \sum_{\beta} \frac{P_{\alpha\beta}}{\Sigma_{\beta}} \sum_{i \in \beta} N_{i\beta} \gamma_i \sigma_j.$$

Sauf dans le cas où les compositions résonnantes sont les mêmes dans toutes les zones⁽¹⁾, une diagonalisation des équations n'est plus possible, donc la « méthode de la matrice de dilution » n'est plus applicable. En revanche, la « méthode directe » peut être mise en œuvre si l'on accepte de faire l'approximation d'un traitement « un par un » des matériaux résonnants. Remarquer que ce traitement « un par un » peut être fait en prenant le problème globalement ou en le prenant groupe par groupe : dans le cadre du modèle « TR », modélisant les transferts intergroupes par diffusion sur les noyaux résonnants, cette deuxième option est préférable.

15.5.7 Le problème des interférences entre résonances

Finalement, ce problème des interférences entre résonances de matériaux différents reste le seul qui ne soit pas complètement résolu. Dans le cadre de la méthode Livolant-Jeanpierre des taux de réaction effectifs, la seule façon de prendre en compte correctement ces interférences consisterait à établir et utiliser des tabulations en fonction non pas d'une section efficace de dilution mais de N sections efficaces de dilution, autant que de noyaux résonnants (sans parler des températures) : il est clair que la complexité des calculs deviendrait telle avec, au moins, la demi-douzaine de noyaux résonnants qui interfèrent, que cela n'est pas réaliste. Insistons sur le fait que la procédure « un par un » ne conduit cependant pas à des erreurs intolérables en pratique. Signalons trois voies permettant d'améliorer la situation sans recourir à des calculs trop difficiles :

- 1/ la *tabulation des mélanges* : si la composition du matériau résonnant n'évolue pas ou évolue peu, le mélange peut être directement tabulé une fois pour toutes ; par exemple, le hafnium naturel, qui contient plusieurs isotopes résonnants, peut être tabulé en tant que tel si l'on suppose que les proportions isotopiques changent peu par irradiation dans le réacteur ; contre-exemples où cette approximation n'est pas possible : gadolinium utilisé comme poison consommable et, évidemment, actinides (uranium, plutonium, etc.) ;
- 2/ la *méthode des tables de probabilité* : cette approche est présentée ci-dessous ;
- 3/ la *prise en compte approximative des interférences par quelques coefficients bien choisis* : cette troisième voie reste à explorer...

1. C'est-à-dire si les proportions relatives des noyaux résonnants sont les mêmes ; on pourrait admettre, par exemple, que c'est le cas dans le problème de la dissolution où le mélange de noyaux résonnants est le même dans les phases solide et dissoute, mais avec des concentrations évidemment fort différentes.

15.6 La méthode des tables de probabilité

15.6.1 Introduction

La méthode dite des « sous-groupes » est encore plus ancienne que la méthode des taux de réaction effectifs ; elle a notamment été utilisée dans le contexte des développements des codes de calcul pour les réacteurs à neutrons rapides. Durant les deux dernières décennies, un regain d'intérêt s'est manifesté pour cette approche : sous la dénomination de « méthode des tables de probabilité », on lui a apporté une assise mathématique.

Cette méthode est, comme la méthode des taux de réaction effectifs de Livolant et Jeanpierre, également fondée sur le principe d'une tabulation précise, préliminaire et établie une fois pour toutes. Plus qu'une alternative, c'est une approche complémentaire : nous allons voir, en effet, que chacune a son domaine d'application privilégié : le domaine des hautes énergies pour les tables de probabilité (résonances étroites et nombreuses) et le domaine des plus basses énergies pour les taux de réaction effectifs (résonances plus larges mais moins nombreuses).

15.6.2 Principe d'une table de probabilité

La figure 15.2, page suivante (adaptée de publications de Pierre Ribon et Alain Hébert), explicite le principe d'une table de probabilité :

- à gauche se trouve la courbe représentative d'une section efficace σ en fonction de l'énergie ou de la léthargie, dans un groupe ramené à l'intervalle $[0,1]$ par un changement de variable ; sur cet exemple, on peut repérer quatre résonances dans ce groupe ;
- au centre, a été présentée (horizontalement) la densité de probabilité $\pi(\sigma)$ en fonction de σ (verticalement) : par définition, $\pi(\sigma) d\sigma$ est la probabilité que, dans ce groupe, la section efficace ait une valeur comprise entre σ et $\sigma + d\sigma$;
- à droite, une approximation de cette densité de probabilité par trois distributions de Dirac est suggérée.

L'intérêt de cette approche est le suivant : supposons que nous ayons à calculer une intégrale, dans le groupe d'énergie, de la forme :

$$I = \int F[\sigma(E)] dE,$$

où F est une fonction soit explicitée sous une forme analytique, soit calculable par un code ou un sous-programme de calcul. Il est clair que, sous cette forme, cette intégrale nécessite une discrétisation avec beaucoup de points dans le groupe d'énergie puisque la fonction $\sigma(E)$ y est compliquée. Comme nous supposons que la fonction F est, en réalité, une fonction de σ (et donc de E , mais indirectement seulement), il apparaît plus judicieux d'utiliser σ et non E comme variable d'intégration. Cette technique d'intégration, dite de Lebesgue, consiste à réécrire l'intégrale I sous la forme :

$$I = \int F[\sigma(E)] dE = \int F(\sigma)\pi(\sigma) d\sigma,$$

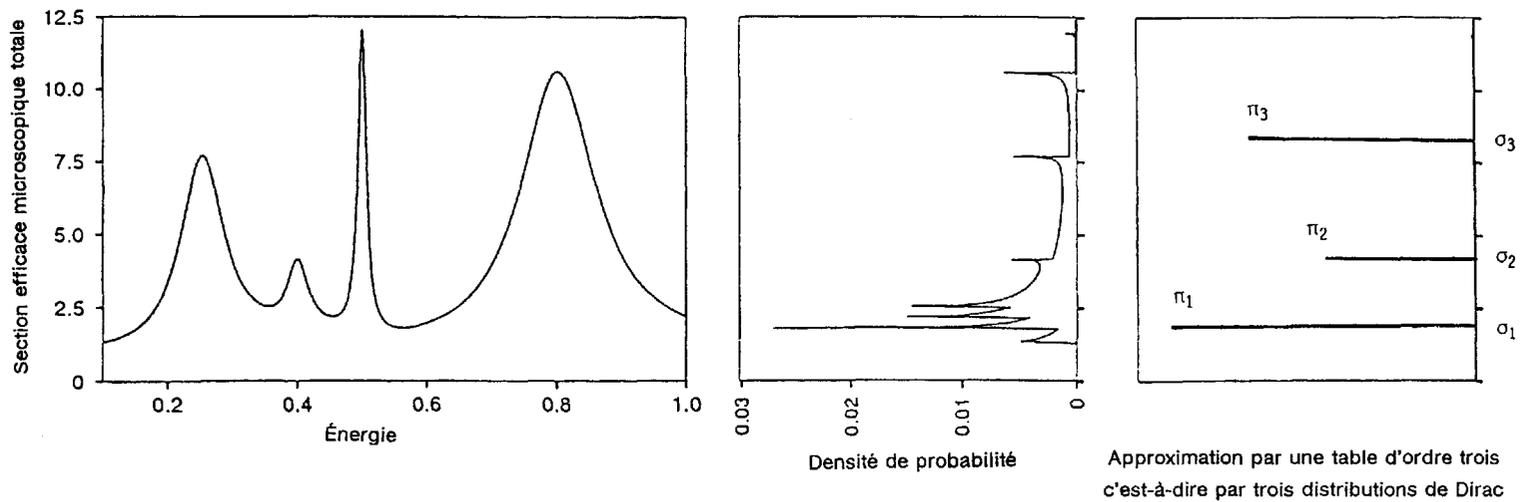


Figure 15.2 Densité et table de probabilité d'une section efficace.

(les bornes de la seconde intégrale sont les valeurs extrêmes entre lesquelles varie la section efficace dans le groupe). Le schéma du centre (figure 15.2, page ci-contre) semble suggérer que la densité de probabilité π est assez compliquée, ce qui laisse douter de l'intérêt de ce changement de variable. Il s'avère cependant que, pour les problèmes que l'on rencontre en neutronique, où les fonctions F ont un comportement simple et régulier, le détail de π a peu d'importance; en d'autres termes, on peut approximer cette densité à condition de conserver ses propriétés essentielles. L'approximation la plus simple consiste à remplacer π par quelques distributions de Dirac centrées sur des valeurs discrètes σ_i et de poids π_i . Cela revient à approximer l'intégrale I par une somme discrète :

$$I = \int F[\sigma(E)] dE = \int F(\sigma)\pi(\sigma) d\sigma \\ \simeq \sum F(\sigma_i)\pi_i.$$

Cette approximation d'une intégrale par une somme discrète est appelée « formule de quadrature »⁽¹⁾. Il est clair que la précision dépend du nombre et du choix des éléments σ_i et π_i de ce que nous appellerons « table de probabilité » (table d'ordre 3 sur la figure 15.2, page ci-contre).

Pour une table d'ordre N , $2N$ éléments sont donc à choisir. D'une façon générale, le meilleur choix possible est celui qui a été proposé par Gauss. Il consiste à faire en sorte que la formule de quadrature soit exacte pour $2N$ fonctions F particulières. En général, on adopte les fonctions $F(\sigma) = \sigma^n$ pour n allant de 0 à $2N - 1$: dans ces conditions, la formule de quadrature est exacte pour tous les polynômes de degré inférieur ou égal à $2N - 1$ (pour ce choix, des tables des coefficients existent). En neutronique, vu le type de fonctions F qui interviennent (souvent de forme hyperbolique), on préfère respecter des « moments » à la fois positifs et négatifs, c'est-à-dire utiliser des valeurs de n de part et d'autre de zéro, par exemple de $-N + 1$ à N .

En pratique, on calcule (une fois pour toutes) les moments en intégrant les sections efficaces telles qu'elles sont fournies, c'est-à-dire en énergie, puis on détermine les éléments de la table de probabilité en explicitant la conservation des moments :

$$M_n = \int \sigma^n(E) dE, \quad \sum_{i=1}^N \pi_i \sigma_i^n = M_n, \quad (-N + 1 \leq n \leq N).$$

15.6.3 Table des sections efficaces partielles

Les intégrales qui se présentent dans le problème de l'absorption résonnante (cf. , par exemple, p. 349) font intervenir non pas une mais deux sections efficaces du noyau résonnant, par exemple la section efficace totale et la section efficace d'absorption. Très souvent (c'est le cas pour cet exemple), on peut remarquer que la deuxième section efficace intervient cependant linéairement dans l'expression de l'intégrale, qui se présente,

1. La même formule a été introduite par les physiciens sous la dénomination de « méthode des sous-groupes », l'idée étant de décomposer, pour le noyau résonnant, le groupe considéré en N sous-groupes caractérisés par les sections efficaces σ_i .

en effet, sous la forme :

$$J = \int \sigma_r(E)F[\sigma(E)]dE,$$

où σ est la section efficace totale et σ_r l'une des sections efficaces partielles (capture, fission, diffusion...).

On montre que, pour traiter des problèmes de ce type, il est très facile de généraliser la table précédente $[\sigma_i, \pi_i]$ en lui rajoutant les sections efficaces partielles : $[\sigma_i, \pi_i, \sigma_{c,i}, \sigma_{f,i}, \sigma_{s,i} \dots]$. Ces dernières sont obtenues en ajoutant la conservation du nombre adéquat de co-moments linéaires vis-à-vis des sections efficaces partielles, c'est-à-dire des intégrales dans le groupe d'expressions du type $\sigma_r \sigma^n$. Ainsi définies, elles sont cohérentes c'est-à-dire que la somme des sections efficaces partielles est égale à la section efficace totale quel que soit i . Elles permettent de calculer les intégrales du type J par la formule de quadrature :

$$J = \int \sigma_r(E)F[\sigma(E)]dE \simeq \sum \sigma_{r,i}F(\sigma_i) \pi_i.$$

Pour traiter un problème plus général d'une intégrale faisant intervenir de façon quelconque deux sections efficaces résonnantes :

$$K = \int F[\sigma_1(E), \sigma_2(E)]dE,$$

le calcul par table de probabilité se complique. Il faut, en effet, introduire une table à deux indices : $[\sigma_{1,i}, \sigma_{2,j}, \pi_{ij}]$ où i va de 1 à N et j de 1 à M . De même que, pour une table simple, le poids π_i peut s'interpréter comme la probabilité que σ soit à peu près égale à σ_i , pour une table double, le poids π_{ij} peut s'interpréter comme la probabilité que σ_1 soit à peu près égale à $\sigma_{1,i}$ et que σ_2 soit à peu près égale à $\sigma_{2,j}$. La table s'établit en explicitant le respect du nombre adéquat de moments et de co-moments, c'est-à-dire d'intégrales dans le groupe d'expressions des types σ_1^n , σ_2^m et $\sigma_1^n \sigma_2^m$. La table s'utilise pour exprimer l'intégrale K par une formule de quadrature à deux indices :

$$K = \int F[\sigma_1(E), \sigma_2(E)]dE = \iint F(\sigma_1, \sigma_2)\pi(\sigma_1, \sigma_2) d\sigma_1 d\sigma_2 \\ \simeq \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M F(\sigma_{1,i}, \sigma_{2,j})\pi_{ij}.$$

Sauf si la table peut être simplifiée — soit parce qu'il y a peu de corrélation entre les deux sections efficaces, soit, au contraire, parce qu'elles sont extrêmement corrélées⁽¹⁾ —, la méthode devient lourde à mettre en œuvre.

15.6.4 Traitement des mélanges

Le traitement de mélanges de noyaux résonnants par la méthode des tables de probabilité peut, théoriquement, être fait en généralisant ce que nous venons de dire à un

1. Ce sera certainement le cas pour deux sections efficaces partielles du même nucléide puisqu'elles présenteront des résonances aux mêmes énergies.

nombre quelconque de sections efficaces caractérisant les divers noyaux résonnants et les diverses réactions. Mais, il est clair que la complexité augmente exponentiellement et que l'approche n'a plus d'intérêt, sauf, là encore, si elle peut être simplifiée. Par exemple, la corrélation entre deux nucléides est faible et pourrait sans doute être prise en compte par très peu de paramètres, voire un seul. Comme les sections efficaces partielles d'un même nucléide, les sections efficaces à différentes températures sont, au contraire, fortement corrélées, ce qui peut sans doute permettre aussi des simplifications. Ces remarques ne sont, aujourd'hui, que des pistes de recherche à explorer.

15.6.5 Conclusion

Pour les problèmes pouvant être traités par tables de probabilité à une dimension, l'approche est très intéressante car conduisant à des calculs peu coûteux. Ajoutons qu'elle est particulièrement adaptée au calcul Monte-Carlo puisqu'elle suggère immédiatement un tirage avec les probabilités π_i de la section efficace parmi les valeurs σ_i . Les problèmes de ce type sont ceux où il n'y a pas de corrélation entre le ralentissement et l'absorption par les noyaux résonnants, c'est-à-dire pour les résonances à haute énergie qui sont à la fois étroites et statistiquement dispersées⁽¹⁾. Ce sont aussi les problèmes de mélanges de nucléides résonnants pris dans ces conditions puisqu'un traitement « un par un » est alors acceptable.

Pour les problèmes des grandes résonances à plus basse énergie, les corrélations ralentissement-absorption sont plus fortes⁽²⁾ : l'approche par la méthode des taux de réaction effectifs, qui prend en compte cette corrélation au moment de la constitution des tables, est sans doute mieux adaptée. En revanche, elle supposerait, comme la méthode des tables de probabilité, des tabulations « croisées » pour prendre en compte les corrélations entre des résonances de nucléides différents dans le cas où elle se recouvrent plus ou moins.

Comme nous l'annoncions, les deux méthodes de traitement de l'absorption résonnante — la tabulation de taux de réaction effectifs et l'établissement de tables de probabilité — sont plus complémentaires que concurrentes.

15.7 Le traitement de l'effet Doppler

Nous avons vu (cf. p. 210) que l'effet Doppler, dû à l'agitation thermique des noyaux résonnants, conduit à un élargissement des résonances et à un abaissement des pics ; l'autoprotection fait que ces deux effets ne se compensent pas : le premier l'emportant, il y a augmentation des taux d'absorption résonnante lorsque la température des noyaux résonnants augmente. Nous présentons ici quelques difficultés liées au calcul de l'effet Doppler.

1. Remarquer que seul un traitement probabiliste est possible pour les résonances du domaine statistique non discriminées par les mesures.

2. Noter que l'hypothèse « NR » revient à décorrélérer ces deux aspects, alors que l'hypothèse « WR » revient à admettre, au contraire, une corrélation complète.

15.7.1 Calcul de l'élargissement Doppler des résonances

Nous avons aussi signalé au chapitre 8 que le calcul de la déformation des courbes de sections efficaces pose un double problème : 1/ la connaissance du spectre de vibration des noyaux-cibles résonnants; 2/ la convolution de ce spectre avec les sections efficaces.

Le deuxième point ne conduit pas à des difficultés insurmontables : si les conditions d'un calcul « analytique » (fonctions ψ et χ) ne sont pas remplies, il sera toujours possible de faire la convolution numériquement en prenant un maillage suffisamment fin pour bien décrire les résonances et le spectre d'agitation thermique.

Le premier problème, en revanche, est beaucoup plus délicat car il nécessite la mise en œuvre d'une modélisation des vibrations des atomes dans des structures plus ou moins cristallines, c'est-à-dire l'appel à une physique à la fois complexe et mal connue. Des recherches sont faites sur ces problèmes. Aujourd'hui, les neutroniciens s'appuient essentiellement sur des résultats de mesures d'effet Doppler qu'en général on traduit en terme de température effective : celle-ci est la température qui conduirait au bon taux d'absorption résonnante si l'on faisait le calcul de l'élargissement Doppler avec un spectre de Maxwell à cette température. Cette température effective est supérieure à la température vraie et cela d'autant plus qu'on est à basse température. Pour l'oxyde d'uranium, l'écart est de quelques dizaines de degrés Celsius à température ambiante.

15.7.2 Prise en compte des gradients de température

Un autre problème de calcul d'effet Doppler est celui de la prise en compte du fait que les noyaux résonnants, tels ceux d'uranium, sont à des températures assez différentes selon qu'ils sont au centre ou à la périphérie des éléments de combustible.

Pour traiter complètement ce gradient, il faudrait découper le combustible (par exemple comme sur la figure 15.1, page 358) et introduire des températures différentes dans chacune des zones : cela conduit à un problème avec plusieurs noyaux résonnants présentant des sections efficaces passablement, mais non complètement, corrélées posant, comme nous l'avons vu, des difficultés⁽¹⁾. C'est la raison pour laquelle on travaille en général avec une température unique dans tout le combustible, dite aussi « température effective » et à ne pas confondre, donc, avec la précédente.

Une règle plus ou moins empirique, dite de Rowlands, fondée sur l'évaluation de la température moyenne que verront les neutrons traversant le combustible, donne des résultats satisfaisants en pratique :

$$T_{\text{eff}} = aT_{\text{surface}} + (1 - a)T_{\text{centre}},$$

avec a égal à 1/3 pour une plaque, 5/9 pour un cylindre et 2/3 pour une sphère.

1. Une procédure simplifiée est proposée dans APOLLO-2.

15.8 Perspectives

15.8.1 La validation des calculs d'autoprotection

Le calcul de l'absorption résonnante des neutrons est sans doute le défi le plus difficile qu'ont dû relever les physiciens neutroniciens. Déjà, dans les années qui précédèrent la guerre, Fermi avait vu les aspects physiques et les avait traduits par la notion d'intégrale effective. Les développements qui ont suivi, et qui sont toujours menés, ont permis d'affiner jusqu'à un très grand degré de détail à la fois la compréhension physique des phénomènes d'autoprotection et la modélisation pour les codes de calcul. Aujourd'hui, même si quelques points méritent encore d'être améliorés, la situation apparaît globalement satisfaisante pour les calculs que doivent faire les ingénieurs.

D'une part, la connaissance des sections efficaces résonnantes est aujourd'hui précise grâce à l'effort continu qu'ont mené les expérimentateurs et les évaluateurs. Cela ne signifie pas, bien au contraire, que cet effort soit à son terme : en effet, même pour des nucléides qu'on pourrait supposer très bien connus, des erreurs sont parfois mises en évidence par les expériences intégrales⁽¹⁾ ; par ailleurs, des besoins nouveaux de mesures apparaissent⁽²⁾. Il est donc nécessaire de conserver des moyens de mesure de données nucléaires et de renouveler les équipes d'expérimentateurs et d'évaluateurs associées.

D'autre part, les modélisations introduites dans les codes de calcul se sont affinées, ce qui ne signifie pas, là non plus, que cet effort soit à son terme.

En ce qui concerne les modélisations, il faut remarquer qu'en parallèle avec les codes destinés aux calculs usuels, se sont développés des codes de référence. Il s'agit d'outils, en général très « gourmands » en temps de calcul, destinés à valider les outils usuels : l'idée de la validation est d'obtenir des résultats pratiquement sans erreur due aux approximations numériques pour conforter les résultats obtenus avec les outils courants et de chiffrer les ordres de grandeur des erreurs que peuvent commettre ces derniers⁽³⁾.

En ce qui concerne la neutronique, et en particulier le problème de l'absorption résonnante, deux types de codes de référence peuvent être distingués : 1/ d'une part, les codes de type Monte-Carlo susceptibles de simuler exactement les réactions nucléaires et dans lesquels il est possible d'entrer exactement la géométrie et les concentrations⁽⁴⁾ ; d'autre part, les codes déterministes ultra-fins, capables de détailler autant que nécessaire à la fois la géométrie et les sections efficaces ; dans cette optique, par exemple, une bibliothèque à 11 276 groupes a été créée pour APOLLO-2, ce qui est presque suffisant pour traiter l'absorption résonnante sans modélisation⁽⁵⁾.

1. Exemple récent : la capture épithermique par l'uranium 235.

2. Exemple : les sections efficaces des produits de fission à vie longue et des actinides mineurs susceptibles d'être incinérés.

3. On remarquera qu'on ne peut pas s'affranchir des erreurs sur les données nucléaires et sur les données du cas (dimensions, densités, compositions chimiques et isotopiques...) : il est donc fondamental que la validation soit faite avec exactement les mêmes jeux de données, tant en ce qui concerne les données nucléaires, qu'en ce qui concerne la géométrie et les concentrations.

4. La mise en œuvre peut être très longue, à cause de ces descriptions précises, et surtout parce qu'il faut simuler un très grand nombre de particules pour réduire les incertitudes de caractère statistique sur les résultats analysés.

5. Une modélisation du type « sous-groupes » reste nécessaire dans la zone haute des résonances.

15.8.2 Quelques problèmes encore en suspens

En conclusion, listons quelques problèmes liés à l'absorption résonnante encore plus ou moins en suspens.

- le rôle des effets cristallins sur l'agitation thermique et donc sur l'effet Doppler de la neutronique sont mal connus et difficiles à modéliser ;
- l'effet Doppler sur la diffusion et sur les transferts est évidemment moins important que celui — direct — sur l'absorption ; les quelques études qui ont été faites sur ce sujet montrent des effets certes faibles mais non négligeables : le sujet mériterait d'être approfondi ;
- le domaine statistique, par définition mal connu, pourrait sans doute être traité de façon plus précise par une approche probabiliste ;
- le principal problème mal résolu par le traitement « un par un » est celui des mélanges (ou de la juxtaposition) de noyaux résonnants de différents types : c'est sans doute ce dernier problème qui est, aujourd'hui le plus crucial.

16

Théorie des perturbations

Introduction

La théorie des perturbations n'est pas propre à la neutronique; elle est d'utilisation fréquente en physique. Son objectif est d'évaluer, avec le plus de précision possible, les modifications des grandeurs d'intérêt résultant d'une modification d'un système. En particulier, elle cherche à éviter les effets de différences dans le chiffrage des conséquences d'une petite perturbation⁽¹⁾.

Par exemple, comme ils ne savent pas résoudre analytiquement le problème à N corps (au-delà de 2), les astronomes utilisent la théorie des perturbations pour évaluer la modification de l'orbite d'une planète du système solaire provoquée par les perturbations gravitationnelles dues à la présence des autres planètes.

En neutronique, les grandeurs d'intérêt sont nombreuses et variées. La plus importante est sans aucun doute le facteur de multiplication et c'est d'abord pour évaluer les modifications de ce facteur qu'a été bâtie la théorie des perturbations en neutronique. Mais, la connaissance d'autres grandeurs est également indispensable à l'ingénieur : distribution de puissance, modification de composition par irradiation, etc. C'est la raison pour laquelle des théories généralisées des perturbations ont été élaborées pour évaluer les variations de ces grandeurs.

Comme il ne s'agit ici que d'une initiation à cette théorie, seule la théorie standard des perturbations, celle qui concerne le facteur de multiplication, sera présentée. En fin de chapitre, nous évoquerons rapidement les généralisations.

1. Si l'on cherche, par exemple, à évaluer un effet de quelques dizaines de pcm, on ne peut évidemment pas travailler en faisant la différence entre deux résultats de calcul chacun obtenu à 100 pcm près.

16.1 Notion de flux adjoint

16.1.1 Importance neutronique

Nous allons voir que la formule des perturbations fait intervenir un « flux adjoint » : même si, dans ce contexte, une définition purement mathématique suffit, il est néanmoins intéressant d'introduire cette fonction à partir de notions physiques.

Sous l'angle physique, le flux adjoint quantifie la notion d'« importance neutronique ». Intuitivement, on peut comprendre qu'un neutron placé au centre d'un réacteur, ayant une bonne chance de provoquer une fission, est plus « important » qu'un neutron placé à la surface et ayant une forte probabilité de s'échapper. De même, un neutron placé dans le domaine thermique est sans doute plus important qu'un neutron placé à une énergie de résonance de l'uranium 238. Pour quantifier cette importance, le plus simple est de compter les descendants du neutron concerné (« enfants », « petits-enfants »...), en raisonnant évidemment en moyenne. Si cela est possible pour un système sous-critique, une difficulté surgit pour un système critique et, *a fortiori*, surcritique, puisqu'alors la descendance devient infinie en moyenne⁽¹⁾. Nous serons donc amenés à refuser la notion de flux adjoint pour un système surcritique et à considérer que le flux adjoint d'un cas critique est la limite du flux adjoint du cas sous-critique lorsque sa réactivité (négative) tend vers zéro. Dans un système sous-critique, tous les neutrons ont une descendance finie ; dans un système critique, une fraction infinitésimale des neutrons a une descendance infinie : l'évaluation de la limite pose donc un problème du type « $0 \times \infty$ »⁽²⁾.

16.1.2 Définition mathématique du flux adjoint

En mathématique, le produit scalaire $\langle \Psi, \Phi \rangle$ de deux fonctions Φ et Ψ est défini comme l'intégrale sur tout le système de leur produit⁽³⁾. Par exemple, pour un système neutronique décrit par les variables d'espace, de vitesse des neutrons et de direction des neutrons :

$$\langle \Psi, \Phi \rangle = \iiint \Psi(\vec{r}, v, \vec{\Omega}) \cdot \Phi(\vec{r}, v, \vec{\Omega}) d^3r dv d^2\Omega.$$

Un opérateur A est un être mathématique qui associe une fonction $g = Af$ à toute fonction f (prise dans un certain ensemble). Cet opérateur est dit « linéaire » s'il respecte les combinaisons linéaires.

L'opérateur adjoint A^+ d'un opérateur linéaire A quelconque est défini par la propriété :

$$\langle \Psi, A\Phi \rangle = \langle A^+\Psi, \Phi \rangle,$$

quelles que soient les deux fonctions Φ et Ψ .

1. Bien évidemment, la descendance de certains neutrons est finie quel que soit le facteur de multiplication.

2. Dans un système surcritique, la fraction des neutrons qui ont une descendance infinie est finie et est d'autant plus grande que le système est surcritique.

3. Si les fonctions sont à valeur complexe, il faut remplacer la fonction Ψ par sa complexe conjuguée.

Par exemple, pour un opérateur se présentant sous une forme intégrale :

$$A\Phi = \int k(X, X')\Phi(X') dX',$$

(où X désigne l'ensemble des variables), il suffit de permuter les deux arguments du noyau k pour passer à l'opérateur adjoint :

$$A^+\Psi = \int k(X', X)\Psi(X') dX',$$

(les deux intégrales doubles exprimant les produits scalaires sont identiques).

En ce qui concerne les neutrons, cela revient à retourner le sens du temps, c'est-à-dire à faire le cheminement inverse de celui des vrais neutrons, en remontant, par exemple, du domaine thermique au domaine rapide.

Le flux (dit « direct » par opposition à adjoint) est la solution d'une équation du type :

$$H\Phi = \frac{1}{v} \frac{\partial \Phi}{\partial t},$$

où H est l'opérateur de Boltzmann — indépendant du temps — décrivant le transport et les collisions. Si le réacteur est critique l'équation stationnaire :

$$H\Phi = 0,$$

a une solution non triviale (et définie à un facteur près). On peut dire que cette solution est la fonction propre de H :

$$H\Phi = \mu\Phi,$$

associée à la valeur propre $\mu = 0$. (On peut définir la criticité comme la situation caractérisée par une valeur propre nulle.) On démontre qu'un opérateur et son adjoint ont les mêmes valeurs propres ; donc H^+ a aussi une valeur propre nulle. On définit donc le flux adjoint comme la solution (définie elle aussi à un facteur près) de :

$$H^+\Phi^+ = 0.$$

16.1.3 Exemples

L'équation de la théorie de la diffusion à un groupe, dans un réacteur supposé critique, est :

$$D\Delta\Phi - \Sigma_a\Phi + v\Sigma_f\Phi = 0.$$

Les opérateurs laplacien et multiplication par une fonction sont auto-adjoints. Dans cette théorie, donc, les flux direct et adjoint sont identiques (à un facteur multiplicatif près).

Ce résultat, vrai en théorie monocinétique même avec l'opérateur de transport exact, traduit le fait que la physique n'est pas modifiée si l'on retourne le sens du parcours des neutrons (il est impossible de savoir si « le film est passé à l'endroit ou à l'envers »).

Cela n'est plus vrai en théorie à spectre (on ne peut pas, par exemple, retourner le ralentissement des neutrons). En théorie « diffusion-deux groupes », par exemple :

$$\begin{aligned} D_1 \Delta \Phi_1 - \Sigma_1 \Phi_1 + \frac{k_\infty}{\rho} \Sigma_2 \Phi_2 &= 0, \\ D_2 \Delta \Phi_2 - \Sigma_2 \Phi_2 + \rho \Sigma_1 \Phi_1 &= 0, \end{aligned}$$

il faut transposer la matrice 2×2 des opérateurs pour écrire les équations adjointes :

$$\begin{aligned} D_1 \Delta \Phi_1^+ - \Sigma_1 \Phi_1^+ + \rho \Sigma_1 \Phi_2^+ &= 0, \\ D_2 \Delta \Phi_2^+ - \Sigma_2 \Phi_2^+ + \frac{k_\infty}{\rho} \Sigma_2 \Phi_1^+ &= 0. \end{aligned}$$

16.1.4 Définition physique du flux adjoint

Dans un système critique, le flux adjoint, comme le flux direct n'est défini qu'à un facteur multiplicatif près. Il est commode de choisir ces deux constantes de normalisation de façon que :

$$\iiint \Phi^+(\vec{r}, v, \vec{\Omega}) \Phi(\vec{r}, v, \vec{\Omega}) d^3 r dv d^2 \Omega = 1.$$

Dans ces conditions on peut démontrer le théorème suivant : dans un système critique vierge de tout neutron, plaçons un neutron au point \vec{r}_0 , à la vitesse v_0 et dans la direction $\vec{\Omega}_0$; après extinction des transitoires, le flux observé asymptotiquement sera :

$$\Phi^+(\vec{r}_0, v_0, \vec{\Omega}_0) \Phi(\vec{r}, v, \vec{\Omega}).$$

Cette définition est évidemment cohérente avec la notion intuitive d'importance que nous avons introduite et lève le problème de normalisation que pose l'évaluation de la limite du type « $0 \times \infty$ ».

16.2 Formules des perturbations

16.2.1 Réacteur critique associé

Les calculs usuels de neutronique sont faits en régime stationnaire. Si tous les neutrons sont émis par fission — ce que nous supposons ici —, ce calcul exige que le réacteur soit exactement critique ; sinon, en effet, le flux varie forcément au cours du temps. Bien entendu, un réacteur donné *a priori* (soit bâti matériellement, soit décrit sous forme de données numériques dans un code de calcul) n'est, sauf circonstance tout à fait exceptionnelle, jamais exactement critique. Cela amène à rechercher un réacteur critique (fictif) associé au réacteur réel.

Ce réacteur critique est en pratique obtenu en modifiant un paramètre d'état quelconque : frontière entre cœur et réflecteur, enfoncement d'un élément de commande, concentration d'un absorbant ou d'une matière fissile, etc. Le plus souvent, et c'est ce que nous ferons ici, la criticité est obtenue dans les calculs de neutronique *en modifiant d'un facteur*

adéquat λ l'opérateur de production. Cela est très facile à réaliser : il suffit de remplacer le nombre ν de neutrons émis par fission par $\lambda\nu$ chaque fois que ce paramètre apparaît dans un terme d'une équation. Ce facteur λ a une interprétation physique simple : son inverse $1/\lambda$ est le facteur de multiplication effectif k du réacteur initial. Rappelons, en effet, que le facteur de multiplication k est, pour chaque neutron émis par fission et en moyenne, le nombre de neutrons réémis lors de l'absorption du neutron initial. Ce dernier nombre est ramené à 1 si l'on divise par k le nombre ν de neutrons émis lorsque l'absorption est une fission. En d'autres termes, si le système est surcritique, on le rend critique en divisant les productions par le facteur k plus grand que 1, et inversement, s'il est sous-critique, on le rend critique en divisant les productions par le facteur k plus petit que 1.

De façon plus formelle, nous pouvons séparer l'opérateur H de Boltzmann que nous avons introduit ci-dessus en deux composantes :

$$H = P - K,$$

où P représente l'opérateur de production (l'ensemble des termes proportionnels à ν) et $-K$ l'ensemble des autres opérateurs.

Au réacteur réel, nous pouvons associer une famille de réacteurs fictifs dépendant d'un paramètre λ et caractérisés par :

$$H(\lambda) = \lambda P - K,$$

et, dans cette famille, nous sélectionnerons celui qui est critique⁽¹⁾.

Pour ce réacteur critique, il est possible de calculer un flux stationnaire en résolvant l'équation :

$$(\lambda P - K)\Phi = 0,$$

et, si on le souhaite aussi, un flux adjoint en résolvant l'équation adjointe :

$$(\lambda P^+ - K^+)\Phi^+ = 0.$$

16.2.2 Formule exacte des perturbations

Considérons maintenant un réacteur « initial » indicé 1 et un réacteur « perturbé » indicé 2. Les flux de chacun de ces réacteurs sont donnés par les équations :

$$(\lambda_1 P_1 - K_1)\Phi_1 = 0, \quad (\lambda_2 P_2 - K_2)\Phi_2 = 0,$$

où les valeurs critiques du paramètre λ sont choisies de façon telle que ces équations aient une solution.

En faisant la différence de ces deux équations et en regroupant les termes, on peut écrire :

$$(\lambda_2 - \lambda_1)P_2\Phi_2 + (\lambda_1 P_1 - K_1)(\Phi_2 - \Phi_1) + [(\lambda_1(P_2 - P_1) - (K_2 - K_1))]\Phi_2 = 0.$$

1. En toute rigueur, il faut signaler que plusieurs valeurs de λ peuvent répondre au problème ; cependant, une seule conduit à un flux et à un flux adjoint partout positifs, et c'est évidemment celle-là que nous retiendrons. (Cette difficulté et cette conclusion se constatent et s'analysent aisément sur le problème de la pile nue et homogène traitée par la théorie à un groupe que nous avons vue au ch. 6.)

Cette équation régissant des fonctions peut être remplacée par une équation scalaire si on la multiplie scalairement par une fonction quelconque. En l'occurrence, il est judicieux de la multiplier par Φ_1^+ car cela fait disparaître le terme intermédiaire contenant une différence de flux donc un risque d'imprécisions numériques sur des grandeurs calculées ; en effet :

$$\langle \Phi_1^+, (\lambda_1 P_1 - K_1)(\Phi_2 - \Phi_1) \rangle = \langle (\lambda_1 P_1^+ - K_1^+) \Phi_1^+, (\Phi_2 - \Phi_1) \rangle,$$

par définition des opérateurs adjoints ; cette expression est nulle puisque le premier facteur du second produit scalaire est nul par définition de Φ_1^+ .

L'expression restante conduit à :

$$\Delta\rho = \lambda_1 - \lambda_2 = \frac{\langle \Phi_1^+, [\lambda_1(P_2 - P_1) - (K_2 - K_1)]\Phi_2 \rangle}{\langle \Phi_1^+, P_2\Phi_2 \rangle},$$

c'est-à-dire à une formule permettant de calculer la différence des valeurs du paramètre critique sans risquer des imprécisions dues à des effets de différence sur des résultats calculés (en effet, les différences qui subsistent dans l'expression portent seulement sur les opérateurs, c'est-à-dire des *données* du calcul, et ne sont, par conséquent, par assujetties à cette difficulté). La différence entre les λ peut être écrite (au signe près) comme une différence de réactivité $\Delta\rho = \rho_2 - \rho_1$ puisque la réactivité est définie (cf. p. 119) par la formule :

$$\rho = \frac{k-1}{k} = 1 - \lambda.$$

Si le réacteur initial est critique, cette formule des perturbations peut être réécrite sous la forme plus simple :

$$\Delta\rho = \frac{\langle \Phi_1^+, \Delta H\Phi_2 \rangle}{\langle \Phi_1^+, P_2\Phi_2 \rangle},$$

avec :

$$\Delta H = H_2 - H_1.$$

On remarquera que la mise en application de cette formule nécessite *deux* calculs, le calcul adjoint du cas 1 et le calcul direct du cas 2. Plus généralement, pour étudier n perturbations, il y aura n calculs directs à faire outre le calcul adjoint initial.

On remarquera aussi qu'aucune hypothèse n'a été faite sur l'ampleur de la perturbation et qu'aucune approximation n'a été introduite.

16.2.3 Formule au premier ordre des perturbations

En pratique, il arrive souvent que les perturbations étudiées soient *petites*. Dans ces conditions, il est possible de négliger les termes d'ordres supérieurs devant les termes principaux dans la formule. Au numérateur, en posant $\Phi_2 = \Phi_1 + \Delta\Phi$, le terme en $\Delta\Phi$ peut être omis devant le terme en Φ_1 et au dénominateur, en posant $P_2 = P_1 + \Delta P$, on peut de même négliger les termes en $\Delta P\Phi_1$ et $\Delta P\Delta\Phi$. On obtient ainsi la formule au premier ordre :

$$\Delta\rho \simeq \frac{\langle \Phi_1^+, \Delta H\Phi_1 \rangle}{\langle \Phi_1^+, P_1\Phi_1 \rangle},$$

ou, en sous-entendant l'indice 1 :

$$\Delta\rho \simeq \frac{\langle \Phi^+, \Delta H\Phi \rangle}{\langle \Phi^+, P\Phi \rangle}.$$

L'intérêt de cette dernière formule est qu'elle ne nécessite pas le calcul du flux de l'état perturbé, mais seulement le calcul du flux et du flux adjoint du cas initial. En particulier, s'il a plusieurs (petites) perturbations à évaluer, aucun nouveau calcul de flux ou de flux adjoint n'est nécessaire.

16.3 Exemples d'applications

Les applications de la théorie des perturbations sont extrêmement variées. Nous en présenterons seulement trois exemples illustrant cette diversité.

16.3.1 Équivalent plutonium 239

Le combustible chargé dans un réacteur à neutrons rapides peut être de composition relativement variée compte tenu de la grande souplesse de ce type de réacteur; en particulier, le plutonium peut être d'origines diverses (UNGG, REP, RNR...) et sa composition être passablement différente selon les cas. C'est la raison pour laquelle il est utile de bâtir des coefficients d'équivalence entre les différents nucléides lourds de façon à définir les teneurs à adopter à la fabrication des éléments de combustible pour obtenir les performances souhaitées, notamment la bonne durée de cycle.

Si l'on admet, en première approximation, que cette dernière est conditionnée par la réactivité initiale du combustible, on est amené à définir les équivalences par un critère de réactivité : deux compositions de combustible seront dites équivalentes si elles conduisent au même facteur de multiplication initial.

Il est commode, dans ces conditions, de ramener la composition du combustible utilisé, mélange d'uranium 238 en teneur t'_8 et d'autres matériaux (divers isotopes du plutonium, uranium 235...) en teneurs t'_i , à une composition équivalente formée seulement d'uranium 238 et de plutonium 239 en teneurs respectives $t_8 = 1 - t$ et $t_9 = t$. On peut admettre que seules les sections efficaces d'absorption et de production dans le combustible sont différentes, les autres termes (transferts, fuites...) restant les mêmes entre ces deux situations. Dans ces conditions, le numérateur de la formule au premier ordre des perturbations — devant être nul par définition de l'équivalence — prend la forme :

$$\int \left[\sum_i t'_i \sigma_i^+ - (1 - t)\sigma_8^+ - t\sigma_9^+ \right] \Phi^+ \Phi \, du = 0,$$

avec $\sigma^+ = \nu\sigma_f - \sigma_a$ (les flux et flux adjoint sont à considérer dans le combustible et sont, ainsi que les sections efficaces, des fonctions de la léthargie u). En tenant compte du fait que la somme des t'_i est égale à 1, nous voyons que la teneur t en plutonium 239 équivalent est donnée par :

$$\sum_i t'_i (\bar{\sigma}_i^+ - \bar{\sigma}_8^+) = t(\bar{\sigma}_9^+ - \bar{\sigma}_8^+),$$

soit :

$$t = \sum_i W_i t'_i, \quad \text{avec : } W_i = \frac{\bar{\sigma}_i^+ - \bar{\sigma}_8^+}{\bar{\sigma}_9^+ - \bar{\sigma}_8^+},$$

où $\bar{\sigma}^+$ désigne la moyenne de σ^+ pondérée par $\Phi^+ \Phi$.

Nous voyons qu'en quelque sorte, nous avons placé chaque nucléide sur une échelle où l'uranium 238 est au zéro et le plutonium 239 à la cote 1.

TABEAU 16.1. Ordres de grandeur des poids en réactivité dans un réacteur à neutrons rapides.

Nucléide	Poids
Uranium 235	0,8
Uranium 238	0
Plutonium 239	1
Plutonium 240	0,1
Plutonium 241	1,5
Plutonium 242	0

Il faut remarquer que, contrairement au flux, le flux adjoint en léthargie est relativement « plat » dans tous les réacteurs⁽¹⁾. La figure 16.1, page ci-contre, le montre sur un exemple relatif à un réseau du type réacteur à eau⁽²⁾. On notera la forte incidence des fuites sur l'importance des neutrons rapides.

16.3.2 Efficacités différentielle et intégrale d'une barre de commande

Dans la plupart des réacteurs, des barres ou grappes de commande sont utilisées pour réguler la réactivité ; elles pénètrent par l'une des faces du cœur et peuvent être enfoncées partiellement ou complètement jusqu'à la face opposée. Il est évidemment crucial de connaître l'efficacité d'une telle barre, c'est-à-dire la variation de réactivité due à son insertion.

Nous examinerons ce problème par la théorie à un groupe et en utilisant la formule au premier ordre (en notant cependant qu'un calcul au premier ordre peut s'avérer assez approximatif si l'efficacité est importante). Nous imaginerons que le cœur est cylindrique ou parallélépipédique et que la barre est insérée verticalement.

Si la barre a de petites dimensions latérales, seule la cote z le long de la barre est à prendre en compte. Pour un enfoncement e depuis la face d'entrée, l'efficacité E est, dans ces conditions, donnée par :

$$E(e) = C^{te} \int_0^e \Phi^+(z) \Phi(z) dz,$$

1. Noter aussi que le flux est une fonction-densité, alors que le flux adjoint est une « vraie » fonction. Si ce dernier est « plat » en léthargie, il est également « plat » en énergie.

2. Calculs à 172 groupes par le code APOLLO-2, fournis par Olivier Litaize.

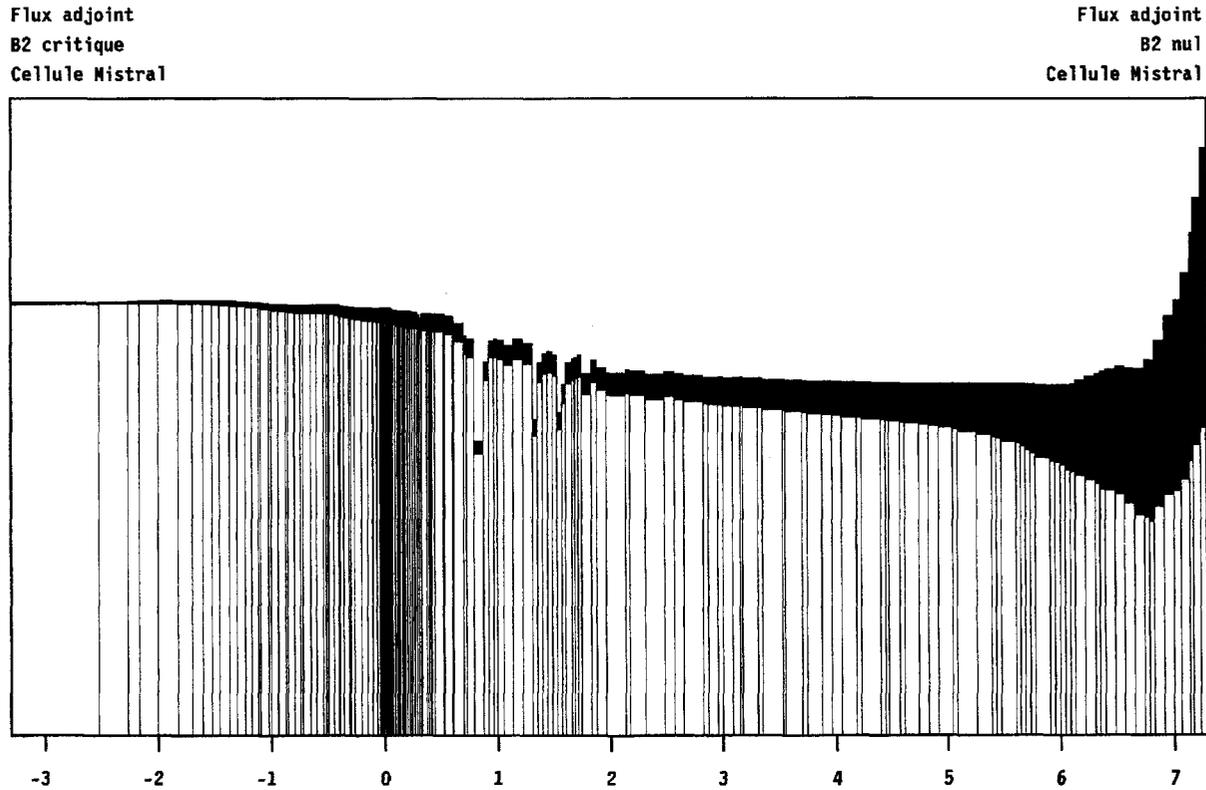


Figure 16.1 Flux adjoint en fonction de l'énergie cinétique des neutrons pour un réseau expérimental type REP (expérience Mistral) de petites dimensions donc à fortes fuites : en abscisse, logarithme décimal de l'énergie en eV ; en ordonnée, flux adjoint en échelle linéaire, en noir sans tenir compte des fuites et en blanc en tenant compte des fuites.

où la constante prend en compte la différence d'absorption ΔH entre les zones sans et avec barre et la normalisation (notamment le dénominateur de la formule des perturbations).

En théorie à un groupe, le flux et le flux adjoint sont identiques de sorte que la fonction sous l'intégrale peut être remplacée par le carré du flux⁽¹⁾.

Si, par ailleurs, nous assimilons le flux $\Phi(z)$ au flux axial dans une pile homogène et nue, nous avons (toujours à un coefficient près) :

$$\Phi(z) = \sin \pi \frac{z}{h},$$

où h est la hauteur du cœur. On trouve alors :

$$E(e) = C^{te} \left(\frac{e}{h} - \frac{1}{2\pi} \sin \frac{2\pi e}{h} \right).$$

Graphiquement (figure 16.2), cela donne une courbe croissante en « S ». Il faut aussi remarquer que l'efficacité différentielle dE/de , c'est-à-dire celle correspondant à un pas élémentaire d'insertion, est proportionnelle au carré du flux : elle est maximale pour une insertion à mi-cœur et nulle pour une insertion nulle ou complète. C'est pour cette raison qu'on utilise toujours pour le pilotage des barres plus ou moins partiellement insérées.

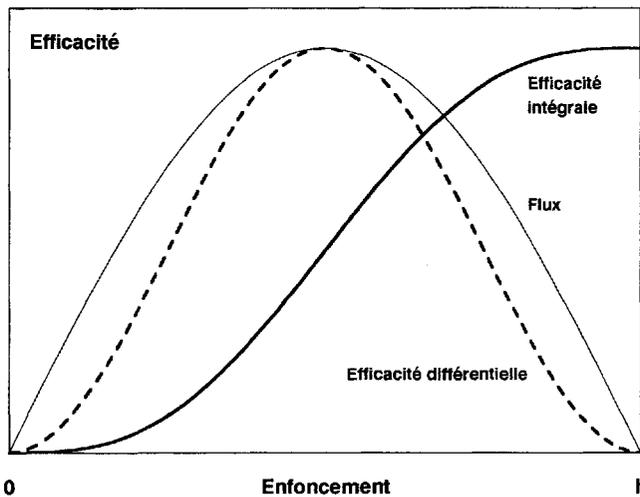


Figure 16.2. Courbes schématiques d'efficacité différentielle et intégrale d'une barre de commande en fonction de son enfacement.

16.3.3 Erreurs dues aux incertitudes nucléaires et technologiques

Il est très important, en physique, de chiffrer les incertitudes des résultats des calculs. D'une façon générale, quatre types d'erreurs doivent être distinguées :

1. En théorie multigroupe, on conserve une allure similaire des flux et flux adjoints si les tracés sont faits en fonction de l'espace.

- les erreurs dues à une modélisation simplifiée de la physique (par exemple, en ce qui concerne la neutronique, le remplacement de l'opérateur de transport par l'approximation de la diffusion);
- les erreurs dues aux schémas numériques imparfaits utilisés pour résoudre les équations (approximation multigroupe du spectre, discrétisations introduites pour les calculs en espace...);
- les erreurs sur les valeurs numériques des données de base des calculs ; en ce qui nous concerne, les données nucléaires ;
- les erreurs sur la description du système (dimensions, densités, compositions isotopiques...).

Le neutronicien a le privilège de disposer d'une équation qu'il peut qualifier d'exacte, l'équation de Boltzmann, et, en outre, d'avoir développé des codes de référence, certes coûteux à mettre en œuvre, mais susceptibles de fournir des résultats très précis (codes de Monte-Carlo utilisant une représentation continue en énergie ou codes déterministes à maillage multigroupe extrêmement fin). Ces outils permettent de comparer, sur un même problème et avec les mêmes données, les résultats de référence et les résultats donnés par les codes utilisés de façon usuelle : cette confrontation permet de *valider* ces derniers, c'est-à-dire de chiffrer précisément les erreurs des deux premiers types et de montrer qu'elles ne sont pas prohibitives.

Les erreurs sur les données nucléaires et les erreurs technologiques (celles concernant le système, provenant essentiellement des tolérances dans les fabrications) sont évidemment inconnues ; tout au plus peut-on estimer les écarts-types et les covariances (corrélations entre les erreurs possibles). Dans ces conditions, la seule analyse possible est l'évaluation des conséquences sur les grandeurs d'intérêt, par exemple le facteur de multiplication. Les formules des perturbations s'avèrent très utiles pour chiffrer ces conséquences.

En pratique, ces incertitudes sont suffisamment faibles pour que les formules au premier ordre puissent être utilisées dans ce contexte : elles fournissent des *coefficients de sensibilité* qui ne sont autres que les dérivées partielles des grandeurs intégrales par rapport aux données soit nucléaires, soit technologiques (pour des raisons de commodité, on utilise en général la dérivée logarithmique, c'est-à-dire la variation relative de la grandeur intégrale considérée rapportée à une variation relative de la donnée). Noter que tous les coefficients de sensibilité pour une même grandeur intégrale se calculent avec les mêmes flux et flux adjoint ; en revanche, la définition du flux adjoint et donc l'équation qui le fournit dépendent de la grandeur intégrale, et le calcul de Φ^+ doit être fait pour chacune.

Les études qui ont été menées sur ce thème montrent que les conséquences des incertitudes, tant pour les données nucléaires que pour les données technologiques sont loin d'être négligeables : au moins plusieurs centaines de pcm sur le facteur de multiplication et plusieurs pour cent sur la puissance locale rapportée à la puissance moyenne (notamment le facteur de point chaud). On peut en tirer deux conclusions :

- il est important de poursuivre des mesures en physique nucléaire non seulement pour les matériaux auxquels on s'est peu intéressé jusqu'ici, mais aussi pour les matériaux nucléaires standards. De même, il est important de soigner au maximum les fabrications ;
- il est inutile de peaufiner la précision des calculs faits par les codes usuels en deçà des ordres de grandeur des incertitudes inéluctables dues aux incertitudes sur les données.

16.4 Théorie généralisée des perturbations

Nous venons d'évoquer la possibilité d'examiner par la théorie des perturbations d'autres grandeurs intégrales que le facteur de multiplication, par exemple, un niveau de puissance local : il est ainsi possible de généraliser la notion de flux adjoints (au pluriel) et de formules de perturbation (également au pluriel).

Par ailleurs, dans chaque cas, il est possible de travailler au premier ordre ou sur une formule exacte. Il est possible aussi de développer des approximations intermédiaires aux deuxième, troisième... ordres.

17

Aperçu général sur le « schéma de calcul »

Introduction

Il pourrait être agréable d'avoir à entrer dans un code de calcul l'énoncé du problème à traiter et, après avoir appuyé sur un bouton, d'obtenir le résultat d'une simulation complète et exacte. Mais la réalité n'est pas si simple. Un réacteur est un objet tellement complexe, tant par sa géométrie et ses compositions que par les données nucléaires qui interviennent, qu'une approche « tout numérique » est et restera sans doute toujours une utopie.

Imaginons, en effet, pour fixer les idées, le calcul sans modélisation d'un cœur de réacteur à eau sous pression : il contient environ 200 assemblages, plus le réflecteur ; chaque assemblage est constitué de 289 cellules ; pour chaque cellule, au moins une dizaine de zones radiales et une cinquantaine de zones axiales doivent être distinguées ; pour repérer les axes selon lesquels voyagent les neutrons, une centaine de directions angulaires sont nécessaires ; la structure très compliquée des courbes de sections efficaces nécessite un maillage énergétique d'au moins 20 000 points ; et le calcul de l'évolution (soit l'évolution normale sur quelques années, soit une courte séquence accidentelle), avec prise en compte des contre-réactions, suppose au minimum une cinquantaine de calculs. Faisons la multiplication : environ $3 \cdot 10^{15}$ valeurs de flux sont à déterminer. Il est clair que cela est hors de portée, et de loin, même des plus puissantes machines !

C'est dire que des modélisations sont indispensables si l'on veut faire des calculs en pratique. Tout l'art du neutronicien est de choisir les bonnes modélisations permettant de réaliser deux objectifs *a priori* antagonistes, obtenir de très bonnes précisions dans les résultats avec un volume de calculs numériques restant « raisonnable ». Ces choix se concrétisent dans ce qu'il appellera un « schéma de calcul ».

Il est clair que la mise au point d'un tel schéma dépend de l'« objet » à calculer, des précisions que l'on souhaite obtenir et de la définition de ce qu'on appelle un temps de calcul « raisonnable ». Selon le contexte, ces choix peuvent être passablement différents : il faut donc parler de « schémas de calcul » (au pluriel). Il s'avère, cependant, que, dans les grandes lignes, les objectifs des calculs sont assez similaires pour les divers ingénieurs

ou physiciens concernés et que les options des calculs restent relativement proches : c'est cette voie moyenne que nous tenterons de décrire dans ce chapitre. Elle sera présentée sur l'exemple des calculs des réacteurs à eau sous pression ; mais, là encore, le lecteur notera que les principes généraux sont assez voisins pour les calculs relatifs à d'autres filières.

Il est évident qu'en préalable à un quelconque calcul de neutronique, il faut rassembler les données nucléaires qui seront nécessaires. Avant de discuter du schéma de calcul, nous rappellerons donc quelques points sur les données nucléaires que nous avons déjà introduits au chapitre 2 (cf. p. 98–101) ; puis, nous verrons que ce schéma est basé sur la remarque simple que trois niveaux de détail dans la physique neutronique d'un réacteur peuvent être, schématiquement, distingués :

- au niveau le plus macroscopique, un cœur a une structure hétérogène à cause des différences entre les assemblages qu'on y place ;
- au niveau intermédiaire, on observe une structure hétérogène au sein de chaque assemblage : combustible, gaine, modérateur... ;
- à une échelle encore plus fine, on observe des phénomènes complexes d'autoprotection dus à la présence de nombreuses résonances des noyaux lourds.

Il est clair qu'il faut prendre ces problèmes dans l'ordre inverse, en traitant d'abord finement le détail pour ensuite procéder aux opérations de moyennes indispensables avant d'entreprendre le traitement au niveau suivant. La pertinence du schéma de calcul sera liée au choix judicieux des frontières entre ces niveaux et des règles de moyennes à introduire ; sa qualité sera liée, en outre, à la précision des modélisations et des calculs numériques adoptés à chaque étape.

17.1 Données nucléaires

Nous avons vu au chapitre 2 que les données nucléaires, issues d'un colossal travail de mesures nucléaires, sont rassemblées dans des bases de données après avoir été « évaluées ». Nous avons vu aussi que ces données n'entrent en général pas directement dans les codes de neutronique.

Un certain nombre de codes d'interface sont donc à développer et à mettre en œuvre pour élaborer les « bibliothèques » nécessaires aux calculs de neutronique.

17.2 Les tabulations pour le traitement de l'autoprotection des résonances

Les deux principales opérations à faire sont :

- la mise en groupes pour les calculs de transport (typiquement une centaine ou quelques centaines de groupes) ;
- la tabulation des grandeurs caractérisant le problème de l'absorption résonnante (taux de réaction effectifs, tables de probabilités...).

On peut considérer que cette dernière opération constitue l'étape numéro 1 des calculs de neutronique, celle qui prend en compte, avec tout le détail nécessaire, la structure résonnante des sections efficaces.

Sans reprendre ce que nous avons étudié au chapitre 15, notons que cette étape est, en principe, faite une fois pour toutes⁽¹⁾, pour chacun des nucléides d'intérêt présentant des résonances.

En effet, pour plusieurs températures si nécessaire, les grandeurs pertinentes peuvent être, comme nous l'avons vu, soit tabulées sous la forme de fonctions judicieuses d'un paramètre (taux de réaction effectifs en fonction de la section efficace de dilution), soit synthétisées sous la forme de paramètres de quadrature (tables de probabilité).

17.3 Les calculs d'assemblage

Les étapes numéros 2 (calculs d'assemblages) et 3 (calculs de cœur) doivent, en revanche, être reprises pour chaque nouveau problème qui se présente.

Un assemblage ne représente qu'une portion très limitée d'un cœur, dont il convient de préciser les conditions aux limites. Celles qui sont les plus simples sont choisies : une condition de « miroir » sur chaque face constituant la frontière ; cela est équivalent à la situation du réseau infini et régulier obtenu en juxtaposant jusqu'à l'infini les images de l'assemblage considéré.

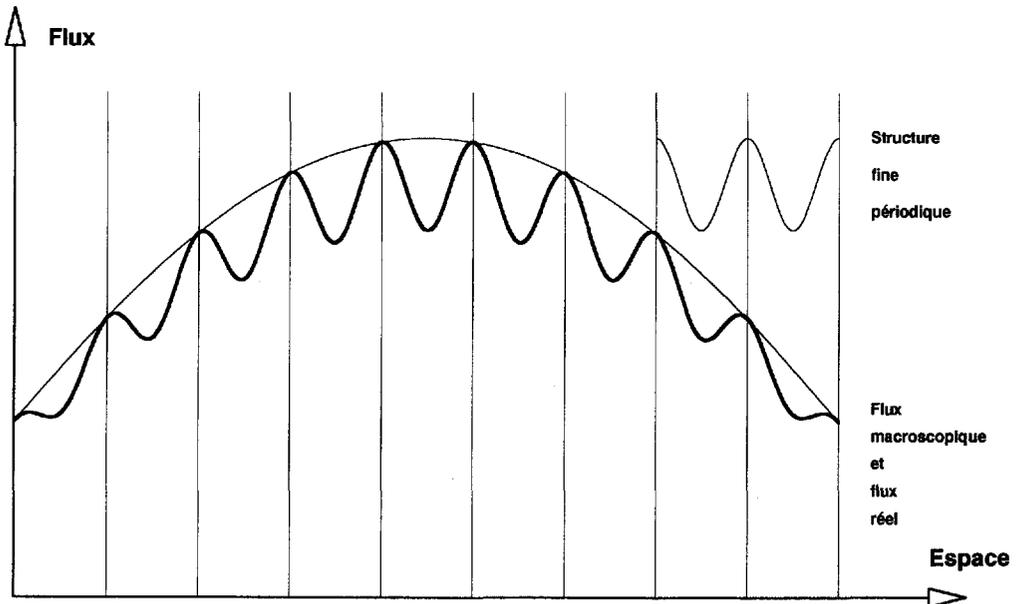


Figure 17.1. Factorisation du flux dans un réseau infini et régulier (ici : représentation schématique du flux thermique dans un réseau de cellules constituées de plaques de combustible où le flux est déprimé par rapport au flux dans le modérateur adjacent). En gras : flux réel ; en maigre : flux macroscopique et structure fine.

1. En pratique, de nouvelles évaluations sont proposées périodiquement, et ces mises en groupes et tabulations sont à reprendre à chaque fois. Bien entendu, on peut être aussi amené, pour pouvoir les comparer, à traiter des évaluations faites par des organismes différents.

Nous avons vu (*cf.* p. 326 et s.) que, dans un tel réseau infini et régulier, le flux s'établit selon un mode fondamental factorisé en un produit d'une fonction macroscopique de la forme $\exp(-i\vec{B}\cdot\vec{r})$ et d'une structure fine φ ayant la périodicité du réseau (figure 17.1, page précédente) — ou selon une combinaison linéaire de tels modes faite avec des vecteurs \vec{B} assurant tous la criticité.

En pratique, seule la structure fine est calculée soit en ajoutant une « section efficace de fuite » DB^2 jouant le même rôle qu'une capture, soit en utilisant des fuites surfaciques équivalentes. En pratique, la théorie \mathbf{B}_k hétérogène est le plus souvent remplacée par un calcul \mathbf{B}_k homogène (en pratique \mathbf{B}_1 ; *cf.* p. 336) donnant le coefficient de diffusion du milieu préalablement homogénéisé. Cette approximation a, entre autre, l'avantage de conduire à une structure fine *réelle*.

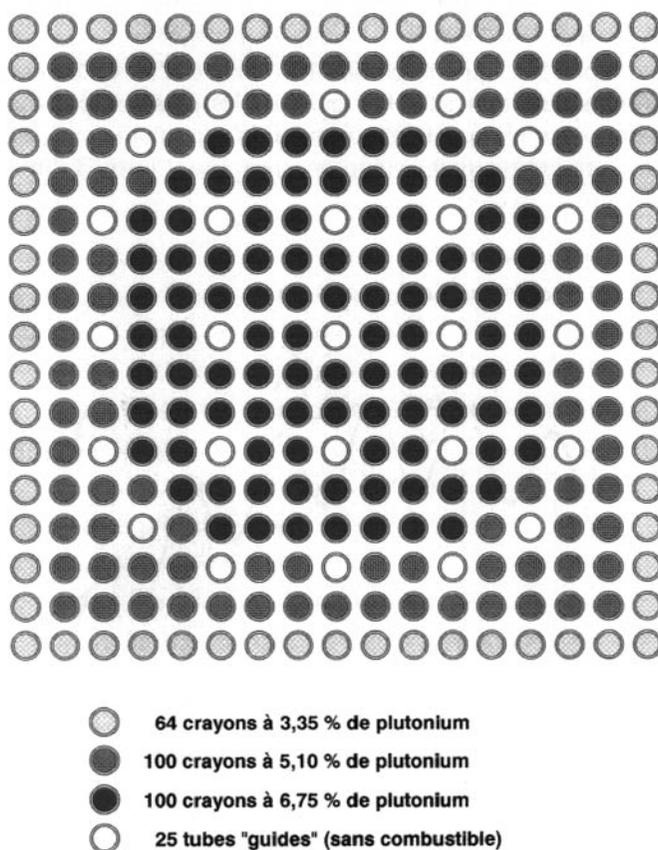


Figure 17.2. Section droite d'un assemblage « MOX » pour réacteur à eau sous pression.

Dans les calculs usuels, la « maille » de ce réseau infini et régulier est un assemblage (réacteurs à pas serré tels les réacteurs à eau ou les réacteurs à neutrons rapides) ou une cellule (réacteurs à pas large). Cette maille est, en pratique, supposée infinie axialement⁽¹⁾

1. Dans la plupart des réacteurs, les assemblages de combustibles sont prismatiques : la hauteur des mailles est beaucoup plus grande que leur largeur. Exception : réacteurs « HTR » à boulets.

ce qui réduit le problème à deux dimensions $x-y$. Le calcul de transport est généralement plus ou moins simplifié. Pour le concrétiser, prenons l'exemple d'assemblages « MOX » (combustible formé d'un mélange d'oxydes de plutonium et d'uranium ou *mixed oxide*) pour réacteur à eau sous pression⁽¹⁾ et le schéma de calcul d'un tel objet par le code APOLLO.

La figure 17.2, page ci-contre, présente la structure 2D d'une section droite de l'assemblage.

On peut simplifier le calcul de transport en y introduisant *par la pensée* une structure en *cellules* (figure 17.3) séparant la masse d'eau en parcelles associées à chacun des 289 tubes combustibles et autres⁽²⁾.

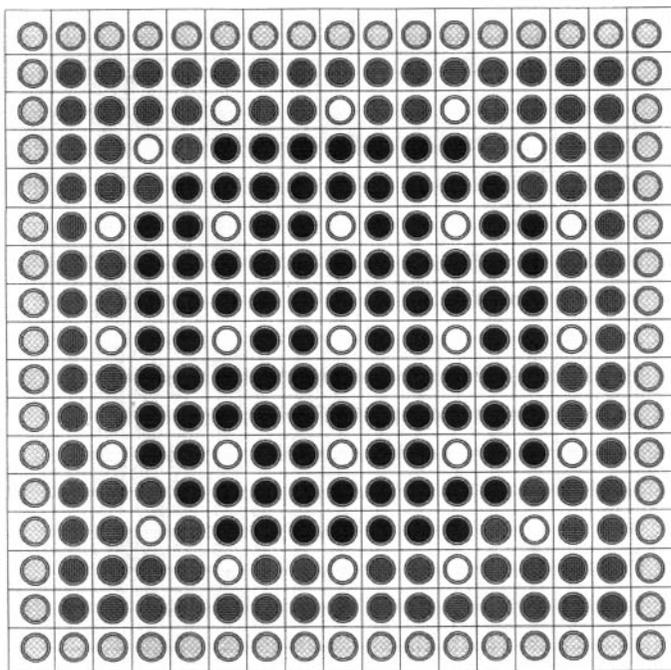


Figure 17.3. Représentation « multicellule ».

Nous avons vu (*cf.* p. 311) qu'en introduisant quelques hypothèses sur le traitement des courants d'interfaces entre cellules, on peut simplifier considérablement le traitement de l'opérateur de transport sous sa forme intégrale.

La principale des hypothèses simplificatrices consiste à supposer l'uniformité et l'isotropie des courants⁽³⁾ d'interface : l'uniformité peut être admise sur l'ensemble des quatre faces

1. Comme nous le verrons au prochain chapitre, il faut adopter un zonage de crayons de trois teneurs croissantes de la périphérie vers le centre. Il existe des variantes de zonage : celle qui est présentée ici est celle qui a été adoptée dans les premières charges de combustible REP utilisant le MOX.

2. Noter que les cellules périphériques intègrent la lame d'eau subsistant entre les assemblages une fois placés dans le cœur.

3. On parle traditionnellement d'isotropie du courant mais, en toute rigueur, c'est le flux en phase traversant l'interface dans un sens donné qui est supposé isotrope.

des cellules (en outre, on peut, comme nous l'avons vu p. 310, cylindriser les cellules pour simplifier encore davantage le calcul des probabilités de première collision) mais, il vaut mieux distinguer les faces et restreindre l'approximation d'uniformité à chaque face; l'approximation d'isotropie, dite « P_0 »⁽¹⁾, peut, au prix d'un volume de calculs sensiblement plus important, être remplacée par une approximation, dite « P_1 », d'un courant linéairement anisotrope.

Par ailleurs, il est souvent possible de réduire le nombre de cellules à traiter non seulement en tenant compte des symétries (sur notre exemple, cela conduit à 45 cellules au lieu de 289) mais aussi en considérant comme identiques des cellules similaires par leur position et leur environnement dans l'assemblage⁽²⁾ (figure 17.4).

28	27	26	25	25	25	25	25	25	25	25	25	25	25	26	27	28
27	24	23	23	23	21	22	22	21	22	22	21	23	23	23	24	27
26	23	20	19	19	3	18	18	3	18	18	3	19	19	20	23	26
25	23	19	4	17	16	15	14	13	14	15	16	17	4	19	23	25
25	23	19	17	12	11	10	10	9	10	10	11	12	17	19	23	25
25	21	3	16	11	2	9	9	2	9	9	2	11	16	3	21	25
25	22	18	15	10	9	8	8	7	8	8	9	10	15	18	22	25
25	22	18	14	10	9	8	6	5	6	8	9	10	14	18	22	25
25	21	3	13	9	2	7	5	1	5	7	2	9	13	3	21	25
25	22	18	14	10	9	8	6	5	6	8	9	10	14	18	22	25
25	22	18	15	10	9	8	8	7	8	8	9	10	15	18	22	25
25	21	3	16	11	2	9	9	2	9	9	2	11	16	3	21	25
25	23	19	17	12	11	10	10	9	10	10	11	12	17	19	23	25
25	23	19	4	17	16	15	14	13	14	15	16	17	4	19	23	25
26	23	20	19	19	3	18	18	3	18	18	3	19	19	20	23	26
27	24	23	23	23	21	22	22	21	22	22	21	23	23	23	24	27
28	27	26	25	25	25	25	25	25	25	25	25	25	25	26	27	28

Figure 17.4. Exemple de regroupement de cellules (ici : 28 cellules au lieu de 45).

Rappelons qu'il faut choisir le découpage des cellules en volumes élémentaires. Le minimum est trois volumes : combustible, gaine et modérateur⁽³⁾. Pour des calculs plus précis, on peut être amené à découper plus finement le combustible (cf. la figure 15.1, page 358) et le modérateur.

Rappelons aussi que les effets d'autoprotection des résonances doivent être pris en compte pour les principaux nucléides lourds ainsi que pour le zirconium des gaines.

1. C'est-à-dire approximation d'ordre zéro dans un développement en polynômes de Legendre.

2. Il est important de distinguer les cellules voisines des « trous d'eau » qui ne sont pas soumises au même effet Dancoff.

3. En pratique, les grilles sont homogénéisées avec le modérateur.

17.4 Le calcul du réflecteur

Le cœur d'un réacteur est constitué d'un certain nombre d'assemblages combustibles et, en outre, d'un certain nombre de structures périphériques, notamment un réflecteur. Avant de lancer le calcul du cœur, il faut donc se préoccuper non seulement des différents types d'assemblages qui y seront placés, mais aussi de ces structures.

En toute rigueur, ce problème est complexe car l'interface cœur-réflecteur est une structure hétérogène (eau et plaques d'acier), présentant des redans et donc typiquement à deux dimensions. En pratique, les tests ont montré qu'il était suffisant de traiter une modélisation plane de l'interface et d'utiliser dans les calculs à deux ou trois dimensions les « constantes de réflecteur » déduites du calcul plan.

Les paramètres pertinents pour caractériser les réflecteurs dans une géométrie à une dimension sont les albédos β_{hg} , nombre de neutrons renvoyés dans le cœur dans le groupe g pour un neutron entrant dans le réflecteur dans le groupe h . Ce sont ces grandeurs qu'il faut déterminer dans le calcul de transport en géométrie plane et utiliser ensuite. Mais, comme l'utilisation sera faite dans une autre géométrie et, en général, en approximation « diffusion-multigroupe », on est amené, en pratique, à passer par les paramètres des équations de la théorie « diffusion-multigroupe » dans un réflecteur équivalent, dits « constantes de réflecteur ». Le *réflecteur équivalent* au réflecteur réel doit, par définition, avoir la même matrice d'albédos. On le choisit le plus simple possible, c'est-à-dire homogène et infini. Le lecteur pourra constater qu'en théorie de la diffusion à G groupes sans remontées il y a $G(G + 1)/2 + G$ paramètres à déterminer à partir de $G(G + 1)/2$ albédos : en général, on complète les équations en se donnant un critère supplémentaire pour choisir les coefficients de diffusion⁽¹⁾.

17.5 Le calcul de cœur

Pour le calcul de cœur, un modèle neutronique beaucoup plus simple que celui utilisé pour les calculs d'assemblage et de réflecteur sera mis en œuvre. Pour les réacteurs à eau, par exemple, une approximation de la diffusion à deux groupes d'énergie seulement suffit pour les calculs usuels ; si une grande précision est recherchée, on pourra adopter un peu plus de groupes et/ou effectuer un calcul de transport simplifié SP_N ou SS_N (cf. p. 319 et 325) au lieu de la diffusion.

Pour préparer les données d'un tel calcul, des moyennes en énergie — la *condensation* d'un maillage multigroupe fin en un maillage multigroupe large — et en espace — l'*homogénéisation* — sont nécessaires. Ces moyennes sont effectuées par pondération, respectivement, par les intervalles de léthargie et les flux, ou par les volumes et les flux. Éventuellement, ces moyennes sont corrigées par « équivalence » comme nous le verrons plus loin.

En ce qui concerne l'homogénéisation, on peut se poser la question : à quel niveau faut-il homogénéiser ? Pour les réacteurs à eau, par exemple, on peut, en effet, hésiter entre une

1. Plusieurs méthodes de calcul de réflecteur ont été proposées, certaines utilisant une représentation hétérogène du réflecteur, d'autres une représentation homogène. Le respect des albédos est, sur le plan de la physique, le seul critère paraissant réellement pertinent. Mais il s'avère qu'en pratique, probablement par le jeu de compensations d'erreurs, d'autres approches conduisent parfois à de meilleurs résultats !

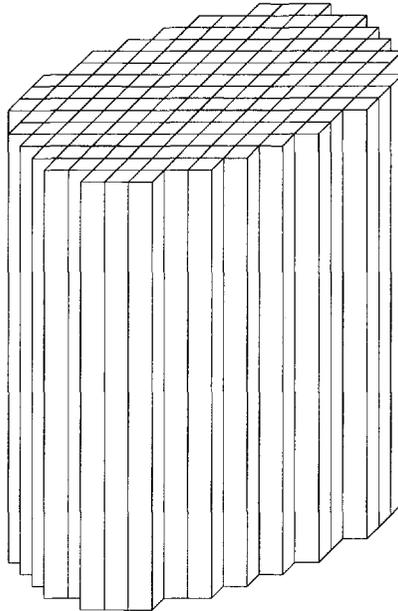


Figure 17.5. Disposition des 157 assemblages de combustible d'un réacteur à eau sous pression de 900 MWé.

homogénéisation cellule par cellule — figure 17.6, page ci-contre — ou une homogénéisation complète des assemblages⁽¹⁾ — figure 17.7, page ci-contre — (et analogue pour le réflecteur).

Une *homogénéisation cellule par cellule* permet d'obtenir la distribution fine de puissance crayon par crayon qui est, comme le sait, une information fondamentale⁽²⁾.

Dans ces conditions, le calcul de diffusion est fait par la méthode des différences finies (cf. p. 161) avec (dans le plan de la figure) 1 maille ou 2×2 mailles par cellule.

Une *homogénéisation complète de l'assemblage* ne permet évidemment pas d'obtenir la distribution fine de puissance crayon par crayon : celle-ci doit être reconstituée approximativement *a posteriori* en « plaquant » sur la nappe macroscopique de puissance la structure fine obtenue lors du calcul d'assemblage.

L'avantage de cette homogénéisation à plus grande échelle est qu'il est possible ensuite d'adopter une méthode numérique s'accommodant de grandes mailles — éléments finis ou méthode nodale (cf. p. 163 et 166) — beaucoup plus économique en temps de calcul, comme nous l'avons vu. En particulier, cette approche permet plus aisément que celle des différences finies de prendre en compte les aspects axiaux liés à l'évolution et aux contre-réactions qui s'avèrent importants dans les réacteurs à eau.

1. Pour les réacteurs à large pas (UNGG, RBMK, CANDU...) seule une homogénéisation cellule par cellule est envisageable.

2. La sûreté impose une limite sur le « pic » fin de puissance (point chaud), à ne pas dépasser sous peine d'une détérioration de la gaine : pour améliorer les performances de la centrale, on a évidemment intérêt à réduire le plus possible la marge par rapport à cette limite, ce qui suppose que le point chaud soit bien localisé et bien calculé.

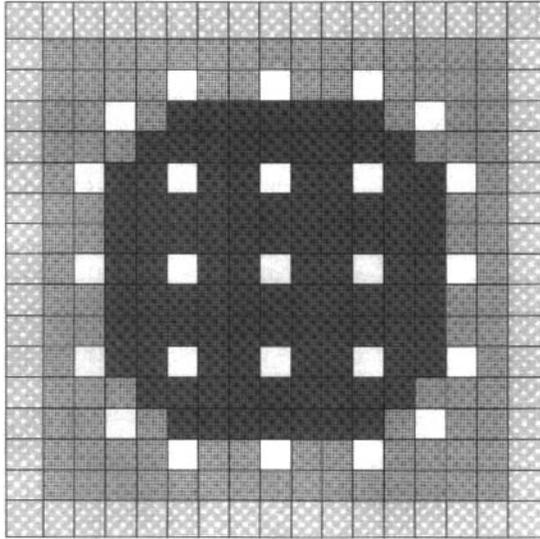


Figure 17.6. Homogénéisation cellule par cellule.

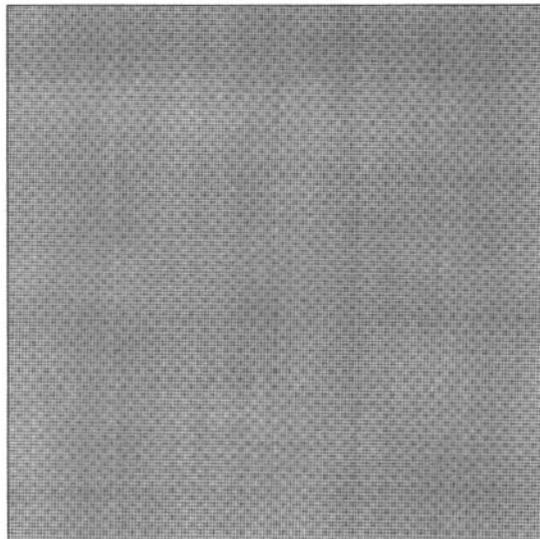


Figure 17.7. Homogénéisation complète de l'assemblage.

Remarque : Les assemblages des réacteurs à neutrons rapides ont des dimensions comparables à celles des assemblages des réacteurs à eau, mais les effets des hétérogénéités y sont beaucoup moins marqués car les libres parcours des neutrons y sont beaucoup plus longs ; une homogénéisation cellule par cellule n'est pas nécessaire. Des calculs par différences finies⁽¹⁾ à mailles relativement grandes sur des assemblages homogénéisés s'avèrent suffisants en pratique.

1. Il faut adapter les formules de discrétisation à la géométrie hexagonale adoptée dans ces réacteurs.

17.6 Le problème de l'homogénéisation et de la condensation

L'« équivalence » est le terme qui a été adopté par les neutroniciens pour désigner la procédure destinée à corriger les artefacts qui s'introduisent lors des opérations de condensation, d'homogénéisation et, plus généralement, de passage d'une théorie de référence à une théorie simplifiée. Nous la présenterons sur l'exemple de l'homogénéisation en demandant au lecteur de garder à l'esprit que la démarche peut être généralisée. Pour concrétiser l'exemple choisi, on pourra se référer à l'homogénéisation cellule par cellule d'un assemblage de réacteur à eau sous pression (cf. figure 17.6, page précédente).

L'homogénéisation consiste à remplacer une structure décrite par un ensemble de petites zones (indice m) par une structure formée d'un nombre moindre de zones plus grandes (indice M) obtenue en regroupant ensemble un certain nombre de petites zones pour en former une plus grande.

Il est clair que les volumes sont conservés dans l'opération :

$$V_M = \sum_{m \in M} V_m.$$

Il est logique de conserver aussi les nombres de neutrons, donc les flux, en définissant les flux moyens par macrozone par la formule :

$$V_M \Phi_M = \sum_{m \in M} V_m \Phi_m.$$

De même, le respect des taux de réaction pour toutes les réactions (indice de réaction sous-entendu) conduit à adopter la règle :

$$V_M \Phi_M \Sigma_M = \sum_{m \in M} V_m \Phi_m \Sigma_m,$$

soit :

$$\Sigma_M = \frac{\sum_{m \in M} V_m \Phi_m \Sigma_m}{\sum_{m \in M} V_m \Phi_m}.$$

Malheureusement, le respect des taux de réaction que semble assurer cette règle de pondération n'est en fait qu'une *illusion* : si l'on refait le calcul de neutronique dans la structure à macrozones avec ces sections efficaces, on ne retrouvera pas les taux de réaction attendus ! La raison en est que ce calcul ne restitue pas les flux moyens par macrozones. En d'autres termes, le problème de l'homogénéisation *n'est pas linéaire* : la moyenne d'une fonction non linéaire (ici le flux) n'est pas la fonction prise pour les arguments moyens (ici les sections efficaces).

La solution de cette difficulté consiste à poser le problème en terme d'équivalence : déterminer les Σ_M de façon à ce que le calcul de neutronique fait avec ces sections efficaces dans la structure à macrozones donne les taux de réaction corrects. Dans ce problème d'équivalence, les vraies inconnues ne sont plus, comme dans un problème usuel, les flux et les taux de réaction, mais les sections efficaces introduites dans les calculs.

En pratique, cette équivalence est faite dans le cadre d'une théorie multigroupe (indice de groupe : g) ; on lui demande de respecter tous les taux de réaction (indice de réaction : α) du calcul de référence sur le cas traité dans ce dernier. Les équations d'équivalence sont donc :

$$V_M \Phi_{M,g} \Sigma_{\alpha,M,g} = T_{\alpha,M,g},$$

où les Σ (sections efficaces) sont les inconnues, où les Φ (flux) sont calculés à partir des sections efficaces par résolution des équations de la neutronique et où les T (taux de réactions donnés par le calcul de référence) sont les données du calcul d'équivalence.

En pratique, on remarque que, dans une macrozone et un groupe donné, les valeurs des sections efficaces $\Sigma_{\alpha,M,g}$ vérifiant ces équations sont proportionnelles aux taux de réactions $T_{\alpha,M,g}$; les véritables inconnues sont donc les sections efficaces relatives à l'une des réactions, par exemple les sections efficaces totales $\Sigma_{M,g}$. En réalité, on utilise plutôt les facteurs dits « SPH » (abréviation de « superhomogénéisation ») : le facteur « SPH » $\mu_{M,g}$ est défini comme le rapport entre les sections efficaces $\Sigma_{\alpha,M,g}$ vérifiant les équations d'équivalence et les sections efficaces dites « moyennes » $\bar{\Sigma}_{\alpha,M,g}$, obtenues par la règle de pondération par les flux, les volumes et les intervalles de léthargie⁽¹⁾ :

$$\mu_{M,g} = \frac{\Sigma_{\alpha,M,g}}{\bar{\Sigma}_{\alpha,M,g}} = \frac{\Sigma_{M,g}}{\bar{\Sigma}_{M,g}}.$$

Ces facteurs sont obtenus par itération des équations d'équivalence ; on démarre l'itération en prenant 1.

Remarque : Dans un groupe d'énergie donné, il est possible de multiplier toutes les sections efficaces (donc tous les facteurs « SPH ») par un même facteur k_g et de diviser les flux par ce même facteur : cela n'affecte pas les taux de réaction et, par conséquent, est compatible avec les équations d'équivalence. Ce coefficient arbitraire doit être levé par un autre critère que celui du respect des taux de réaction, par exemple :

- le respect de la moyenne du flux sur tout le volume du motif traité ;
- le respect de la moyenne du flux sur tout le long de sa surface ;
- le respect de la moyenne du courant sortant sur tout le long de sa surface ;
- etc.

17.7 L'équivalence transport-diffusion

On peut profiter de l'opération d'équivalence pour tenter de corriger en même temps d'autres approximations du modèle de calcul qui sera mis en œuvre pour le problème macroscopique, le calcul de cœur. En particulier :

- le remplacement de l'opérateur de transport utilisé dans le calcul de référence par l'opérateur de diffusion en pratique utilisé pour le calcul du cœur⁽²⁾ ;
- les approximations du schéma numérique qui sera mis en œuvre (différences finies, éléments finis...).

1. Elles aussi proportionnelles aux taux de réaction pour M et g fixés.

2. Le coefficient de diffusion est, dans ce cas, traité par équivalence comme les sections efficaces macroscopiques.

Dans un tel contexte, on parlera d'« équivalence transport-diffusion » (ce qui sous-entend quatre simplifications auxquelles on remédie : la condensation, l'homogénéisation, l'approximation de la diffusion et l'approximation du traitement numérique).

17.8 Généralisation : la notion d'équivalence en neutronique

La notion d'équivalence au sens qui vient d'être précisé est, en fait, très générale en neutronique. Le terme lui-même, dans cette acception⁽¹⁾, semble avoir été introduit par les auteurs de la théorie des taux de réaction effectifs, M. Livolant et F. Jeanpierre, qui ont utilisé deux équivalences :

- l'équivalence hétérogène-homogène (cf. p. 348 et s.),
- l'équivalence continu-multigroupe (cf. p. 213 et s.).

Voici, en effet, quelques autres exemples :

- les six groupes *équivalents* de neutrons retardés, remplaçant une centaine de processus (cf. p. 94 et 119) ;
- le facteur de multiplication et le temps de vie du modèle de cinétique ponctuelle *équivalent* à la cinétique spatiale⁽²⁾ ;
- le pseudo-produit de fission *équivalent* aux produits négligés dans les calculs (cf. p. 247) ;
- les deux températures effectives *équivalentes* pour le calcul de l'effet Doppler (cf. p. 365 et 366) ;
- la correction de transport, c'est-à-dire le traitement isotrope *équivalent* à un traitement linéairement anisotrope (cf. p. 139 et 318) ;
- l'annulation du flux sur la surface extrapolée de la distance d'extrapolation du corps noir *équivalente* à la condition de courant entrant nul (cf. p. 137) ;
- le coefficient de diffusion conduisant à une équation de la diffusion *équivalente* à l'équation du transport en mode fondamental (cf. p. 336) ;
- le réflecteur homogène et infini *équivalent* au réflecteur réel (cf. p. 387) ;
- etc.

Le principe de l'équivalence peut être résumé par le schéma ci-dessous (figure 17.8, page ci-contre).

Le point **O** (objectif) symbolise le calcul que l'on souhaiterait réaliser : l'objet réel, complexe, traité avec la théorie précise ; mais cet objectif ne peut pas être atteint avec un coût de calcul acceptable.

Ce calcul sera remplacé par le calcul **C** mettant en œuvre une théorie plus simple mais corrigée par équivalence.

1. Attention ! le mot est parfois utilisé dans un autre sens ; par exemple : « équivalent plutonium 239 » (cf. p. 375).

2. La définition des formules pour cette équivalence est une autre application de la théorie des perturbations.

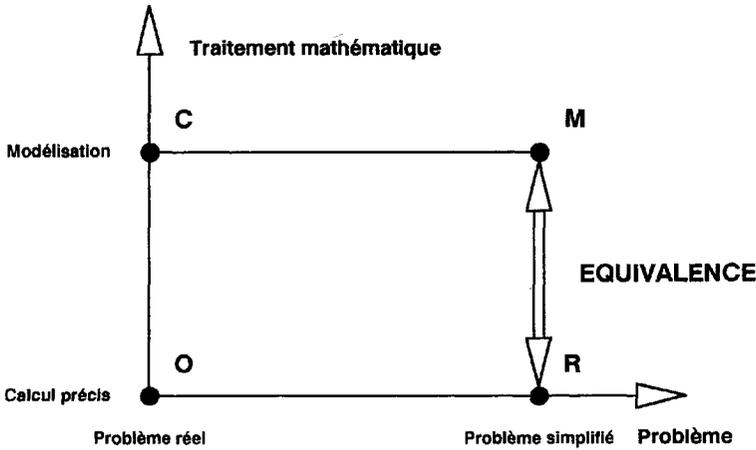


Figure 17.8. Principe général de l'équivalence en neutronique (O, R, M, C : voir le texte).

Pour faire cette correction, on remplace le problème réel par un problème proche mais plus simple, suffisamment simplifié pour que la théorie précise puisse y être mise en œuvre : on effectue donc ce calcul de référence **R** sur ce problème.

Ensuite, on reprend ce même problème simplifié avec la théorie simplifiée ou modèle **M** ; on suppose que ce dernier contient un certain nombre de paramètres numériques ; on en choisit judicieusement les valeurs pour que, sur ce problème simplifié, le modèle préserve les résultats qu'on estime essentiels : c'est l'équivalence.

En appliquant finalement au problème réel le modèle ainsi « ajusté » (calcul **C**), on peut espérer que les résultats seront très proches des résultats exacts ou, au moins, meilleurs que ceux que l'on aurait obtenus sans cette équivalence.

Il n'est évidemment pas possible de chiffrer l'erreur résiduelle du calcul **C**. On ne peut que penser qu'elle sera d'autant plus faible que :

- le problème simplifié est proche du problème réel ;
- le modèle simplifié est proche du modèle précis ;
- les critères d'équivalence sont pertinents⁽¹⁾.

Il n'est évidemment pas simple de quantifier ces trois aspects : les compromis adoptés devront certainement faire appel à beaucoup de sens physique !

17.9 Prise en compte de l'évolution et des contre-réactions

Le schéma de calcul que nous avons décrit — et notamment l'équivalence — ont été présentés pour un état donné du réacteur. En réalité, cet état n'est pas connu mais doit, au contraire, être calculé, car il dépend des contre-réactions et il évolue avec le temps.

1. Le nombre de grandeurs qui peuvent être préservées par équivalence ne peut évidemment pas dépasser le nombre de paramètres disponibles dans le modèle.

Nous avons vu au chapitre 13 (cf. p. 283), sur l'exemple des réacteurs à eau sous pression, l'importance de ces effets. Pour les prendre en compte, il faut tabuler les paramètres du modèle utilisé pour le calcul du cœur — par exemple, les équations de la diffusion à deux groupes d'énergie — en fonction des principaux paramètres nécessaires pour décrire l'état de chaque assemblage. Pour les réacteurs à eau sous pression, il faut, au minimum introduire :

- la *combustion massique* moyenne de l'assemblage (cf. p. 262) ;
- la *température du combustible* gouvernant l'effet Doppler (cf. p. 209 et 279) ;
- la *température du modérateur* ou sa densité gouvernant les effets de spectre et, surtout, de dilatation (cf. p. 281).

Lors de l'étape « assemblage » du calcul, on ne sait évidemment pas quelles seront les évolutions de ces trois paramètres au cours du temps. On est donc obligé de constituer des tables dans lesquelles le code de calcul du cœur pourra interpoler à chaque instant en fonction des valeurs locales. En pratique, l'élaboration de ces tables multi-paramétriques est faite de façon simplifiée :

- l'évolution de l'assemblage considéré est faite *dans les conditions nominales* de puissance et de températures^{(1), (2)} ;
- pour un certain nombre de pas d'évolution (par exemple, tous les 10 000 MWj/t), le calcul d'évolution est provisoirement mis entre parenthèses pour effectuer ce que l'on appelle *des reprises* : avec les concentrations des noyaux lourds et des produits de fission à cet instant, le code refait des calculs en changeant la température du combustible et/ou celle du modérateur de façon à construire un élément de la tabulation⁽³⁾ ; ensuite le calcul d'évolution dans les conditions nominales est repris jusqu'au pas suivant.

Dans le calcul du cœur le flux neutronique et les compositions doivent être calculées en fonction du temps calendaire :

- la fluence, donc la combustion massique locale, est déterminée en intégrant sur le temps le flux local ;
- la distribution du flux à un instant donné est calculée en prenant en compte les contre-réactions, c'est-à-dire, concrètement, en couplant les codes de neutronique cœur et de thermohydraulique cœur et en faisant des itérations jusqu'à convergence.

En ce qui concerne la neutronique, ces calculs vont chercher dans les tables propres à chaque type d'assemblage les sections efficaces pour la combustion massique et les températures au point et à l'instant considérés.

17.10 *Prise en compte de la cinétique rapide*

Dans les calculs d'évolution de cœur pour lesquels les constantes de temps sont de l'ordre de l'année, les corps rapidement saturés, tel le xénon 135, sont pris à l'équilibre.

1. Les pas de temps doivent être assez courts au début pour bien calculer les corps rapidement à saturation ou rapidement consommés ; ensuite, ils peuvent être plus longs. Ordre de grandeur : une vingtaine de pas de temps au total.

2. Noter aussi que l'on ne sait pas à quelle concentration sera l'acide borique à l'instant correspondant à la combustion massique considérée : c'est pour cette raison que les calculs d'évolution d'assemblage sont généralement faits à concentration de bore constante (valeur moyenne).

3. Ordres de grandeurs : cinq valeurs pour chacune des deux températures.

Inversement, si l'on désire étudier l'évolution de tels corps — par exemple suivre une instabilité spatiale due au xénon 135 pour laquelle la constante de temps est de l'ordre de la journée —, les calculs de cœur peuvent négliger l'évolution à long terme.

Pour les études de scénarios accidentels (par exemple, pour les réacteurs à eau sous pression, éjection intempestive d'une grappe de commande, rupture de tuyauterie de vapeur...), les constantes de temps sont encore plus courtes, de l'ordre de la seconde (éjection d'une grappe) ou de la minute (rupture de tuyauterie de vapeur). Pour ces études, même l'évolution des produits de fission peut être négligée. Par contre, l'hypothèse d'une évolution à réactivité toujours nulle ne peut plus alors être faite : c'est dire que les équations des concentrations des précurseurs de neutrons retardés doivent être explicitées et traitées⁽¹⁾.

Il est clair que, dans tous ces cas, les contre-réactions thermohydrauliques doivent être prises en compte. Le schéma de calcul général reste donc similaire à celui que nous avons décrit : itérations entre les codes de neutronique et de thermohydraulique ; interpolation des paramètres des équations neutroniques dans des tables en fonction des conditions thermohydrauliques. Pour les scénarios accidentels, il est, en outre, généralement nécessaire de coupler aussi le code de thermohydraulique système (traitement de l'ensemble des circuits et des organes de la centrale) et le code de thermique du combustible (traitement des transferts de chaleur, des échauffements et des dégradations éventuelles).

17.11 Récapitulation des principales approximations du schéma de calcul

Nous voyons, en conclusion, qu'un calcul neutronique de cœur de réacteur est scindé en trois étapes qui s'enchaînent, destinées à traiter, respectivement, la structure résonnante des sections efficaces, l'hétérogénéité fine au niveau des cellules et des assemblages et, finalement, le cœur avec ses hétérogénéités macroscopiques et les couplages entre les trois dimensions d'espace.

Les approximations de ce schéma apparaissent, d'une part, au niveau de ces séparations en trois étapes, d'autre part, au sein de chacune de ces étapes. Récapitulons les principales approximations. Nous le ferons sur l'exemple des calculs des réacteurs à eau sous pression, mais la plupart des remarques qui suivent sont générales.

a) Approximations dues à la séparation en trois étapes

Ces approximations proviennent du fait que le problème traité à l'étape $n - 1$ est plus simple que le problème se présentant à l'étape n ; plus précisément :

- les tabulations des taux de réaction effectifs à l'étape 0 sont faites :
 - en prenant le matériau résonnant en situation *homogène* et non pas dans sa situation réelle,
 - en supposant qu'il n'y a qu'un seul nucléide résonnant,

1. Pour ce type de problèmes, il est intéressant d'optimiser les schémas numériques en distinguant les deux échelles de temps, celle des neutrons prompts (de l'ordre de la milliseconde) et celle des précurseurs (quelques secondes).

- en supposant, pour le calcul de l'effet Doppler, que le spectre d'agitation thermique des noyaux résonnants est un *spectre de Maxwell* ;

(Pour l'approche par tables de probabilité, il faut remplacer le premier point par : les sources de ralentissement sont supposées constantes en léthargie et donc non corrélées à la structure résonnante.)

- les calculs d'assemblages à l'étape 1 sont faits *en mode fondamental*, c'est-à-dire en environnant l'assemblage considéré d'assemblages identiques et non pas d'assemblages différents, comme c'est le cas en réalité ;
- à cette même étape, les calculs d'évolution sont faits non pas dans les conditions réelles de températures et de concentration de bore mais dans les *conditions nominales* : on ne sait pas, en effet, *a priori*, quelles seront les conditions exactes, puisqu'elles dépendent de tout ce qui se trouve ailleurs dans le cœur et, pour un assemblage donné, de la cote. (En outre, on remplace, en général, la loi nominale d'évolution de la concentration d'acide borique par une valeur constante moyenne car on a montré que l'erreur qui en résulte est assez faible.)

b) Approximations à l'étape 0 (traitement des résonances)

Abstraction faite de la connaissance nécessairement approximative des paramètres des résonances, notamment dans le domaine à haute énergie, il n'y a, en principe, pas d'approximation autre que numérique : traitement multigroupe fin mais non infiniment fin des résonances ; tabulation des taux de réaction effectifs en maillage (relativement) large ou tables de probabilité d'ordre fini.

c) Approximations à l'étape 1 (traitement des assemblages)

En schématisant, on peut dire que cette étape traite trois problèmes : l'absorption résonnante, le transport fin et l'évolution et les contre-réactions.

En ce qui concerne le **calcul de l'absorption résonnante** :

- les nucléides résonnants sont traités un par un *sans tenir compte des effets d'interférence entre résonances* sur les facteurs d'autoprotection ;
- l'équivalence *hétérogène-homogène* est faite en utilisant un *modèle approximatif de ralentissement* par le matériau résonnant et en remplaçant la fonction de Bell par un facteur de Bell constant ;
- l'équivalence *continu-multigroupe* est effectuée *sur le problème P* qui ne représente qu'approximativement le cas réel ;
- pour le calcul de l'effet Doppler, le spectre d'agitation thermique est assimilé à un *spectre de Maxwell à une température « effective »* ;
- par ailleurs, la distribution spatiale de la température au sein du combustible n'est pas prise en compte : le calcul de l'effet Doppler est fait avec une *température uniforme*.

En ce qui concerne le **calcul de transport** :

- l'espace est discrétisé en *volumes finis* et l'énergie en *groupes* ;
- le calcul est fait, en pratique, par la méthode des probabilités de collision, c'est-à-dire à partir de la forme intégrale de l'opérateur de transport ; cela suppose presque obligatoirement une *hypothèse d'isotropie des diffusions*, et cette hypothèse est effectivement

faite ; cependant, une *correction de transport* permet de remédier en grande partie à l'erreur ainsi commise ;

- le plus souvent, le calcul de transport de l'assemblage est effectué avec des *approximations multicellules* plus ou moins précises selon l'objectif du calcul ;
- le *calcul du réflecteur* est presque toujours fait en *géométrie plane*.

En ce qui concerne le **calcul d'évolution** :

- le traitement de l'évolution est fait par *intégration numérique des équations* (non linéaires) *d'évolution* (avec un pas pouvant varier selon les phénomènes physiques à prendre en compte ; par exemple, l'usure d'un poison consommable en gadolinium, suppose une discrétisation temporelle assez fine au début) ;
- comme nous l'avons dit, le *bore en solution* est généralement pris en *concentration constante* ;
- l'évolution est faite dans les conditions nominales et non pas dans les conditions de température réelles ; l'écart est pris en compte par des coefficients décrivant des *effets de contre-réaction* calculés par des *reprises* au cours de l'évolution nominale de l'assemblage.

d) Approximations à l'étape 2 (traitement du cœur)

- Le *traitement numérique des équations de la neutronique* nécessite des *discrétisations numériques* ; elles sont plus ou moins fines selon l'objectif des calculs.
- Les *calculs du point chaud* sont souvent faits de façon approximative, soit par *factorisation d'une structure fine d'assemblage sur une distribution macroscopique* calculée avec des assemblages homogénéisés, soit par des *calculs cellule par cellule* mais à *deux dimensions seulement*.
- Des *condensations et homogénéisations* sont faites, ce qui entraîne forcément des erreurs même si une procédure d'équivalence est mise en œuvre pour tenter de les réduire.
- En outre, l'opérateur de transport est le plus souvent remplacé par l'*approximation de la diffusion*.
- Le *calcul d'évolution* fait appel à des *tables ou des modèles physiques* inévitablement plus ou moins *simplifiés*.

17.12 Validation des schémas de calcul

Il est clair que toutes ces approximations ont été soigneusement pesées et optimisées dans le sens du meilleur compromis possible entre le volume des calculs à faire et les précisions des résultats. Délimiter le bon compromis suppose de très nombreux tests. Ces tests sont réalisés par les physiciens soit, si c'est possible, en utilisant les *mêmes codes* que ceux que prendront les ingénieurs, mais en choisissant des options plus précises de façon à chiffrer les écarts, soit en utilisant des *codes de référence* précisément destinés à une telle validation des options du schéma de calcul.

Nous avons vu que les codes des ingénieurs sont presque toujours des codes déterministes car les temps de calcul sont plus faibles. Pour la validation, on peut aussi prendre des

codes déterministes (les mêmes ou d'autres) mais, très souvent, on préfère faire les calculs de référence par un code de Monte-Carlo car la contrainte des temps de calcul est moins stricte pour des validations qui ne seront faites qu'un petit nombre de fois.

Pour que les conclusions tirées de ces comparaisons soient pertinentes, il est très important de s'assurer que les données des calculs — données du cas et données nucléaires — sont rigoureusement les mêmes dans les codes de routine et dans les codes de référence. Cette cohérence est plus facile à assurer si c'est le même code qui est utilisé dans les deux cas.

Remarquons aussi que le schéma de calcul complet est tellement complexe qu'il sera nécessaire de valider chacune des étapes séparément sans qu'une validation globale soit réellement envisageable (un calcul de cœur complet, même de référence, est totalement irréaliste). De toutes façons, la définition des meilleures options à chaque étape nécessite une validation propre à chacune d'elles. Pour apporter la preuve de la qualité du schéma complet, seule une confrontation à l'expérience peut donc apporter un élément pertinent.

17.13 Qualification des schémas de calcul

On réserve habituellement le terme de « validation » pour les comparaisons calculs-calculs que nous venons d'évoquer ; le terme de « qualification » est, lui, utilisé pour les comparaisons calculs-expériences : les expériences sont, évidemment, le juge ultime de la capacité des codes à décrire la réalité.

La démarche de qualification est plus complexe que la démarche de validation car elle met en jeu non seulement les approximations des calculs, mais aussi les incertitudes sur les données de ces calculs.

La qualification peut être faite soit en exploitant des résultats mesurés sur des installations expérimentales réalisées spécifiquement pour cet objectif, soit en analysant des mesures faites directement sur les installations industrielles.

Ces dernières permettent plutôt une qualification globale de l'ensemble du schéma de calcul, alors que les installations expérimentales sont plutôt destinées aux tests de points particuliers.

La conception des expériences peut viser deux objectifs différents : soit la qualification du schéma de calcul, soit le test des données nucléaires. En pratique, on cherche souvent une réponse simultanée aux deux types de questions.

Aujourd'hui, on ne réalise plus beaucoup d'expériences du type « maquette » destinées à tester le schéma de calcul sur une configuration d'assemblage ou de cœur (absorbants, poisons consommables, interface uranium-plutonium, zonage de teneurs...) car ces expériences — coûteuses — peuvent, dans une grande mesure, être remplacées par des calculs de référence.

En revanche, l'expérimentation est et restera indispensable pour le test des données nucléaires. C'est la raison pour laquelle il est très important de maintenir des installations expérimentales (expériences critiques, réacteurs d'irradiation...) pour cette qualification.

17.14 Recherches de tendances

Par opposition aux expériences de type « maquette », ces mesures sur expérience critique ou sur petit réacteur, destinées à la qualification des données nucléaires, sont parfois

qualifiées d'expériences « propres ». Il ne faut pas voir dans cet adjectif un quelconque jugement de valeur : il est utilisé pour rappeler que l'objectif étant le test des *données nucléaires*, on cherchera à simplifier au maximum la configuration de façon à ce que, dans la confrontation qui sera faite entre les résultats des mesures et les résultats des calculs correspondants, les erreurs dues aux calculs puissent être considérées comme négligeables ; ainsi, les écarts refléteront uniquement des erreurs sur ces données nucléaires.

Il est clair que cette information a un caractère intégral — d'où le terme d'« *expériences intégrales* »⁽¹⁾ utilisé pour qualifier cette source d'informations — puisque les grandeurs mesurées (taux de réaction ou combinaisons de taux de réaction) s'expriment avec des intégrales portant sur les sections efficaces. Exemples :

- mesure de réactivité par divergence, ou d'antiréactivité par éjection de source ou chute de barre (exploitation, par les équations de la cinétique, des mesures de variation temporelle du flux) ;
- mesure de taille critique, par ajustement d'une hauteur d'eau ou du nombre de crayons combustibles chargés ;
- mesure de concentration critique d'un absorbant soluble (en général, acide borique) ;
- mesure de la distribution spatiale de la puissance dans des configurations régulières ou hétérogènes⁽²⁾ ;
- mesure de laplacien-matière par ajustement de fonctions J_0 ou cosinus sur la distribution spatiale de la puissance dans une configuration régulière ;
- mesure de taux de réaction relatifs, par exemple l'indice de spectre⁽³⁾ plutonium 239/uranium 235 :

$$I = \frac{[\text{Fission Pu 239/Fission U 235}]_{\text{spectre du réseau}}}{[\text{Fission Pu 239/Fission U 235}]_{\text{spectre de référence}}}$$

où le spectre de référence est le plus souvent un spectre de Maxwell réalisé au centre d'une « colonne thermique » (en général un massif de graphite) ;

- oscillations d'échantillons au centre du réseau expérimental donnant un effet en réactivité pouvant être calibré par les échantillons de référence ;
- mesures de « bruit neutronique » (fluctuations à faible niveau de flux) donnant, après analyse statistique, des informations sur les paramètres cinétiques ;
- analyses chimiques et isotopiques de combustibles irradiés dans un réacteur de puissance, expérimental ou industriel ;
- etc.

Voici quelques détails un peu plus techniques sur l'exploitation de cette information intégrale, dite « *recherche de tendances* » (le lecteur peut éventuellement sauter ce qui suit dans ce paragraphe).

1. Par opposition aux mesures directes de données nucléaires qui seront qualifiées d'« *expériences différentielles* ».

2. Ce n'est évidemment pas vraiment la puissance que l'on mesure mais, par exemple, une activité gamma des crayons après quelques minutes d'irradiation à une puissance de quelques dizaines de watts.

3. Le « rapport de rapport » permet de s'affranchir des problèmes de normalisation liés aux caractéristiques des détecteurs, du mode d'irradiation et du dispositif de comptage.

Les données nucléaires fournies par les évaluateurs sont, comme nous l'avons dit, en principe *qualifiées*, c'est-à-dire garanties d'une certaine qualité. Le physicien des réacteurs, cependant, ne peut se contenter de cette assurance parce que, d'une part, il est toujours bon de confirmer un jugement de valeur et que, d'autre part, les ingénieurs utilisateurs des codes exigent qu'on leur apporte des preuves plus directes de la bonne représentativité des calculs.

Ces preuves sont apportées par la confrontation entre expérience et calcul de grandeurs intéressant directement l'ingénieur : taux de réaction, facteur de multiplication, composition d'une matière irradiée, etc., c'est-à-dire les grandeurs « intégrales »

S'ils en disposent, les évaluateurs tiennent compte de ces informations intégrales pour faire leurs choix et propositions. Cependant, l'exploitation des informations intégrales a surtout été développée par les physiciens des réacteurs. La confrontation expérience-calcul sur ces grandeurs leur permet de *choisir*, pour chaque nucléide, parmi les évaluations et, si aucune n'est réellement satisfaisante, de *proposer des modifications* des bibliothèques.

À l'origine, ces modifications ont eu un caractère « *ad hoc* » : c'étaient des *ajustements* permettant de centrer correctement les résultats calculés sur les résultats mesurés. Mais chacun sait qu'utiliser des ajustements en dehors de la stricte plage de situations qui a été étudiée peut conduire aux pires catastrophes ! C'est pourquoi des démarches plus physiques donc plus sûres ont été élaborées ; on peut en repérer plusieurs variantes : nous résumerons ci-dessous la méthodologie développée au Commissariat à l'énergie atomique sous la dénomination de *recherche de tendances*.

Fondamentalement, la recherche de tendances part de l'idée que les mesures intégrales apportent un « plus » aux mesures différentielles, au moins dans les situations géométriquement simples où les erreurs liées aux approximations numériques des calculs sont faibles devant les incertitudes résultant des imprécisions dans la connaissance des données nucléaires⁽¹⁾. En effet, ces grandeurs intégrales sont souvent mesurées avec une précision meilleure que cette incertitude provenant des données nucléaires et apportent, en conséquence, une information *pertinente* sur ces dernières. Mais, cette information est très *indirecte* — les écarts expérience-calcul observés peuvent, en effet, être imputés à chacune des nombreuses données nucléaires relatives aux nombreux noyaux qui interviennent — et elle doit être en quelque sorte décryptée : il est clair que cela ne peut être fait que si l'on dispose de *plusieurs* informations intégrales et si l'on peut *corrélér* ces écarts ; en tout état de cause, on ne peut parvenir qu'à des présomptions sur les « coupables » et sur les ordres de grandeur, d'où ce qualificatif de « tendances ». Mieux seront étayées ces présomptions, plus fiables seront les extrapolations, contrairement aux simples ajustements. En particulier, c'est la raison pour laquelle les promoteurs de cette méthode ont toujours insisté sur l'intérêt d'exploiter des mesures relatives à *diverses filières* de réacteurs, même si l'on ne s'intéresse en pratique qu'à une seule d'entre elles.

Ces idées sont mises en œuvre par une analyse mathématique rigoureuse en termes de lois de probabilité⁽²⁾.

Les grandeurs mesurées Y_i — différentielles et intégrales — sont des variables aléatoires gaussiennes dont les expérimentateurs ont pu estimer les variances E_i^2 . Si F_i est la valeur

1. C'est-à-dire pour les expériences que nous avons qualifiées de « propres ».

2. Nous la présentons ici en négligeant les corrélations entre les mesures.

exacte, la probabilité d'avoir mesuré Y_i à dY_i près est :

$$\frac{dY_i}{E_i\sqrt{2\pi}} \cdot \exp\left(-\frac{(Y_i - F_i)^2}{2E_i^2}\right).$$

La probabilité de l'ensemble — produit de M expressions de ce type — est proportionnelle à $\exp(-S)$ avec :

$$S = \sum_{i=1}^M \frac{(Y_i - F_i)^2}{2E_i^2}.$$

Supposons maintenant que les valeurs théoriques F_i soient obtenues en tant que fonctions d'un certain nombre de paramètres P_1, P_2, \dots, P_K dépendant de conditions expérimentales C_1, C_2, \dots, C_L :

$$F_i = F(C_{1,i}, C_{2,i}, \dots, C_{L,i} ; P_1, P_2, \dots, P_K).$$

Par exemple, F_i est un facteur de multiplication, les P sont les données nucléaires et les C les données physico-géométriques de la configuration dont on a mesuré le facteur de multiplication ; la fonction F , qui fournit la valeur de ce facteur, peut être un code tel APOLLO.

Dans une recherche de tendance, on considérera que les données spécifiques C sont connues mais qu'en revanche, les données de base P sont (au moins dans une certaine mesure) inconnues. Le raisonnement que l'on fait pour déduire ces dernières des mesures Y_i est fondé sur le *principe du maximum de vraisemblance* : ce principe de simple bon sens affirme qu'il est plus vraisemblable que l'ensemble des résultats des mesures effectivement obtenu, avait une grande probabilité *a priori* de se produire, plutôt qu'une faible probabilité ; en d'autres termes, il est plus vraisemblable que la somme S soit petite que grande. En poussant cette remarque à sa limite, on est amené à rechercher le minimum de S : comme cette quantité se présente comme une somme de carrés, on qualifie souvent cette approche de *méthode des moindres carrés*. Concrètement, la mise en œuvre s'explique par l'annulation de K dérivées partielles :

$$\frac{\partial S}{\partial P_k} = 0, \quad (k = 1, 2, \dots, K),$$

ce qui fournit autant d'équations que d'inconnues P , donc une solution. Cela ne préjuge pas de sa pertinence...

La recherche de tendance tente de répondre à cette question de pertinence. Mais, avant de l'évoquer, voici d'abord quelques remarques sur la mise en œuvre.

1) Les données nucléaires ne sont évidemment pas totalement inconnues : on utilise dans les équations non pas les P_k mais les écarts X_k entre P_k et la valeur $P_{k,0}$ utilisée dans le code de calcul. On admet, en outre, que ces écarts seront faibles et qu'un développement au premier ordre des valeurs des fonctions F est suffisant. Dans ces conditions, le système d'équations devient linéaire et s'écrit :

$$\sum_{l=1}^K X_l \sum_{i=1}^M \frac{S_{ik} S_{il}}{E_i^2} = \sum_{i=1}^M \frac{S_{ik} (Y_i - F_{i,0})}{E_i^2}, \quad (k = 1, 2, \dots, K),$$

où $F_{i,0}$ est la valeur actuellement calculée par le code de calcul et $S_{ik} = \partial F_i / \partial P_k$ le coefficient de sensibilité de cette valeur à la $k^{\text{ième}}$ donnée nucléaire.

- 2) Les grandeurs différentielles (nucléaires) sont, comme les grandeurs intégrales, issues de mesures et sont donc à ce titre également incluses dans les équations parmi les M grandeurs traitées (dans ce cas, on a simplement $F = P_k$). On a donc toujours plus de résultats de mesures que de grandeurs à déterminer.
- 3) Même si, mathématiquement, le système linéaire a une solution, on peut estimer illusoire de vouloir déterminer des milliers de données nucléaires à partir de quelques dizaines ou, au mieux, quelques centaines de mesures intégrales. Pour restreindre la dimension des problèmes et, surtout donc, pour améliorer la pertinence des conclusions, on est amené à *réduire* les milliers de données nucléaires à un petit nombre (quelques dizaines) de paramètres plus synthétiques : valeur moyenne dans un domaine d'énergie, intégrale de résonance effective, normalisation à 2 200 m/s, aire de migration, etc.

En dépit de ces précautions simples, il n'est pas sûr que les « tendances » obtenues soient significatives, c'est-à-dire que les valeurs X_k correspondent, même approximativement, à des erreurs réellement commises sur les données nucléaires. Une analyse plus fouillée a donc été proposée dans les recherches de tendances ; on peut notamment noter les points suivants :

- 1) par l'inversion du système linéaire, les inconnues X_k sont obtenues de façon parfaitement déterministe en fonction des Y_i ; comme ces dernières sont des variables aléatoires, il en est de même des X_k . On peut donc déterminer les lois de probabilité régissant les X_k connaissant les lois de probabilité (gaussiennes) régissant les Y_i . En particulier, les *variances* des X_k donnent une idée du caractère significatif des tendances ;
- 2) cela n'est cependant pas suffisant car les X_k obtenus sont des variables *corrélées* entre elles⁽¹⁾ ; en d'autres termes, il peut se produire des phénomènes de *compensation* entre différents paramètres (par exemple, il est clair qu'il est difficile de discriminer, à partir de mesures de facteur de multiplication, la section efficace de fission σ_f et le nombre de neutrons émis par fission ν). L'étude de minimisations avec des combinaisons à nombre réduit de paramètres X_k permet, de proche en proche, de mieux appréhender la pertinence de chaque tendance ;
- 3) par ailleurs, l'examen des valeurs de la somme S et de ses composantes « différentielle » et « intégrale », avant et après la minimisation, permet, d'une part, d'apprécier si les barres d'incertitude adoptées *a priori* sur les Y_i ont été globalement bien évaluées, d'autre part, de quantifier le rôle qu'ont pu avoir les « paramètres non identifiés » : les données nucléaires retirées de l'analyse à la suite de la réduction et, également, les erreurs dues aux calculs (discretisations numériques, etc.) qui ne sont pas prises en considération. Ces paramètres non identifiés peuvent être en partie compensés par des modifications (non physiques) des paramètres identifiés, en partie non compensés et accroître alors la dispersion finale des écarts expérience-calcul.

Nous touchons là les limites d'une recherche de tendances qui peut donc apporter *beaucoup* d'information sur les données nucléaires *mais pas toute* l'information. Concluons en remarquant que c'est plus la qualité des informations intégrales — précision et variété des grandeurs considérées (plusieurs types de paramètres et filières différentes) — que la quantité qui est importante pour dégager des tendances significatives.

1. Notons que les Y_i peuvent être aussi être corrélées entre elles dans une certaine mesure : les études les plus détaillées les prennent en compte grâce non seulement à des variances mais aussi par des « covariances ».

17.15 Conclusions

Les nombreuses facettes de la physique des réacteurs dont nous avons tenté de donner un aperçu dans ce livre et en particulier des méthodes de calcul que nous avons illustrées dans le présent chapitre par l'analyse du schéma de calcul montrent que les développements font appel à des spécialités, sinon des métiers, passablement variés. On peut ainsi repérer assez facilement :

- *la physique* permettant d'appréhender et de décrire les phénomènes ;
- *la modélisation* qui traduit les grandeurs physiques en êtres mathématiques et qui établit des relations (ou équations) entre eux ;
- *les mathématiques* mises en œuvre pour résoudre ces équations, parfois analytiquement, mais plus souvent numériquement par ordinateur : il s'agit alors d'*analyse numérique*, c'est-à-dire du choix des techniques les plus efficaces pour obtenir des solutions numériques aux équations⁽¹⁾ ;
- *la programmation* qui, aujourd'hui, va très au-delà de la simple transposition de formules mathématiques en langage informatique (Fortran, par exemple) : modularité (et donc « macro-langages »), gestion dynamique de la mémoire, techniques de programmation assurant la meilleure qualité possible... ;
- *l'élaboration et la validation des schémas de calcul* pour la recherche du compromis entre la meilleure précision possible et les contraintes matérielles de caractère budgétaire (ordinateurs et personnel qualifié disponibles) ;
- *la qualification physique* permettant, par des « recherches de tendances », de vérifier la qualité des données de bases (sections efficaces...) et, si possible, de les améliorer ;
- *la qualification globale et finale*, enfin, sur les « objets industriels » apportant la preuve de la représentativité correcte des calculs et, par conséquent, permettant de lancer en toute confiance des études appliquées.

Si, à l' « époque héroïque » de la physique des réacteurs, ces différentes tâches pouvaient être assumées simultanément ou successivement par un même individu, il est clair qu'il s'agit aujourd'hui d'un *travail d'équipe*. Le développement et la qualification du code APOLLO, par exemple, se mesure sans doute en *centaines d'hommes × an* ! Même si ce n'est pas une règle absolue, ces tâches se répartissent en général entre les personnes de l'équipe à peu près selon ces différents volets : c'est en ce sens que l'on peut parler de « métiers » différents.

Une profonde synergie doit évidemment exister entre ces divers spécialistes contribuant aux développements et avec les « clients » qui mettront en œuvre les codes pour les études d'ingénierie (les besoins, à ce niveau, orientent dans une certaine mesure les travaux de développement)⁽²⁾.

C'est finalement le « code de calcul » (le programme proprement dit, sa documentation, sa qualification et les études appliquées) qui cimente l'ensemble : tout le savoir et tout le savoir-faire qui ont été acquis au fil des années s'y trouvent rassemblés.

1. Nous avons vu, à propos de l'équation de Boltzmann, que des méthodes très différentes peuvent être envisagées : probabilités de collision, ordonnées discrètes, techniques Monte-Carlo... Elles se différencient non seulement par la technique numérique proprement dite (différences finies, éléments finis...), mais même par la forme mathématique de l'équation traitée.

2. Savoir jusqu'à quel point les utilisateurs des codes doivent orienter les travaux de développement est souvent l'objet de polémiques !

La question finale et cruciale qui se pose en définitive est : *jusqu'où poursuivre ces développements ?*

Notons d'abord que toute science qui ne progresse pas meurt à plus ou moins court terme car la connaissance n'est jamais acquise définitivement et doit être cultivée.

Notons aussi que développer indéfiniment la précision des calculs de neutronique est à la fois illusoire et inutile :

- *inutile* parce que l'ingénieur et l'analyste de la sûreté n'ont pas besoin d'une précision infinie pour réaliser une bonne optimisation technico-économique et apporter la preuve d'une conception sûre ;
- *illusoire* parce qu'il restera forcément des incertitudes irréductibles dues aux données et qu'accroître la précision des calculs au-delà de l'ordre de grandeur de ces incertitudes ne pourra pas améliorer la précision globale. On a pu montrer que ces incertitudes dues aux données sont loin d'être négligeables, tant pour les données nucléaires que pour les données technologiques (dimensions, masses spécifiques, compositions isotopiques, etc.) : dans les deux cas, l'incertitude induite est de l'ordre de quelques centaines de pcm sur le facteur de multiplication et de quelques pour cent sur le pic de puissance.

Une saine alliance entre les modélisations physiques et les approches numériques est donc — et restera, à notre avis — une nécessité.

Les concepts de réacteurs et les exigences des ingénieurs évoluent, de nouveaux concepts émergent (nous en verrons des exemples au chapitre suivant), les capacités des ordinateurs s'accroissent, l'analyse numérique progresse : les compromis ne sont donc pas acquis définitivement mais sont au contraire très provisoires. C'est pourquoi un noyau de neutroniciens de talent reste nécessaire pour tracer les évolutions : ils sauront maintenir vivante cette branche de la physique !

18

Aperçu sur les problèmes de conception des cœurs

Introduction

Pour conclure ce livre, nous proposerons au lecteur quelques réflexions sur des problèmes dépassant largement la neutronique au sens strict mais en nécessitant, entre autre, une connaissance. Dans le cadre imparti à ce livre, il n'est pas question d'apporter des réponses, ni même de détailler les discussions⁽¹⁾ : nous souhaitons seulement offrir au lecteur quelques ouvertures sur les autres aspects techniques de l'énergie nucléaire et une esquisse des perspectives telles qu'elles apparaissent aujourd'hui.

En reprenant et en complétant de nombreux éléments déjà présentés au cours des chapitres précédents, nous tenterons, dans les première et deuxième parties, une rapide synthèse des problèmes de conception et de gestion des cœurs. Dans la troisième partie, une brève présentation de quelques thèmes de recherche actuels des laboratoires concernés, notamment en France, précisera quelques perspectives à court, moyen et long termes.

18.1 Éléments généraux de conception des cœurs

La conception d'un cœur de réacteur suscite de très nombreux problèmes faisant appel à diverses branches de la physique et de l'ingénierie ; ces problèmes interagissent les uns avec les autres et, en pratique, il faut travailler par itérations successives entre les spécialistes impliqués.

1. De nombreux éléments complémentaires pourront être trouvés dans les autres ouvrages de cette collection : filières de réacteurs, réacteurs à eau, thermohydraulique, sûreté nucléaire, économie du nucléaire, etc.

18.1.1 Objectif du réacteur

Préciser l'objectif assigné au réacteur est évidemment la première étape. S'il s'agit d'un réacteur à finalité énergétique (réacteur électronucléaire, réacteur de propulsion navale, réacteur calogène, réacteur de dessalement, réacteur pour une station spatiale..., ou réacteur à finalité mixte), il faut, par exemple, préciser la puissance visée, le mode de fonctionnement (en base, en appoint ou en secours...), etc. S'il s'agit d'un réacteur de recherche, il faut préciser le type d'expérimentation souhaité : irradiations technologiques, production de radionucléides ou de silicium dopé, flux de neutrons pour l'imagerie ou les recherches structurales de la matière, qualifications neutroniques, enseignement, etc. ; on peut aussi viser une souplesse suffisante pour des applications dans ces divers champs.

18.1.2 Choix d'une filière

Ces grandes lignes étant fixées, se pose la question de la définition générale du système (modérateur, combustible, caloporteur, etc.), c'est-à-dire, en bref, de la filière.

En combinant les choix du combustible (type de matières fissiles et fertiles, teneurs, formes chimiques, dispositions géométriques...) et de son gainage (acier, magnésium, zirconium, graphite...), du modérateur (graphite, eau ordinaire, eau lourde, béryllium, glucine, etc. ou absence de modérateur) et du caloporteur (liquide : eau, eau lourde, liquide organique, sodium, plomb... ou gazeux : gaz carbonique, hélium...), il est certainement possible de concevoir des milliers de filières différentes !

Les pionniers du nucléaire les ont toutes plus ou moins considérées, en ont éliminé beaucoup⁽¹⁾, en ont étudié plus ou moins à fond quelques dizaines. Finalement, un très petit nombre de filières ont été développées jusqu'à un stade industriel (voir le tableau 18.1, page ci-contre, relatif aux filières électronucléaires ; bien qu'elle ne soit aujourd'hui pratiquement pas représentée, nous y avons fait figurer la filière HTR parce qu'elle semble susciter un regain d'intérêt).

Le deuxième tableau (tableau 18.2, page ci-contre) reprend par filières les informations que nous avons données par pays au tableau 1.1, page 29. On constatera que les réacteurs à eau sont largement majoritaires (les deux tiers en technologie pressurisée et un tiers en technologie bouillante) ; l'essentiel du reste vient des CANDU et des RBMK ; ces derniers, ainsi que les Magnox et AGR, sont en fin de vie ; les réacteurs à neutrons rapides et les autres filières n'apportent aujourd'hui qu'une contribution négligeable.

18.1.3 Éléments pour le dimensionnement du réseau

Ces choix étant faits, il faut dimensionner le réseau neutronique. En simplifiant, disons que trois paramètres doivent être définis :

- 1/ le diamètre des éléments de combustible ;
- 2/ la teneur du combustible en matière fissile ;
- 3/ le pas du réseau.

1. Pendant un demi-siècle de recherches, les critères ont pu évoluer : des concepts qui ont été rejetés dans le passé ressurgissent parfois.

TABLEAU 18.1. Principales filières électronucléaires.

FILIÈRE	MODÉRATEUR	CALOporteur	COMBUSTIBLE	GAINE
REP et VVER	Eau	Eau sous pression	Oxyde d'uranium à 3-4 % ou oxyde mixte U+Pu (MOX)	Zr
REB	Eau	Eau sous pression	Oxyde d'uranium à 2-3 % ou oxyde mixte U+Pu (MOX)	Zr
CANDU	Eau lourde	Eau lourde (tubes de force)	Oxyde d'uranium naturel ou très légèrement enrichi	Zr
UNGG et Magnox	Graphite	Gaz carbonique	Uranium naturel métallique	Mg
AGR	Graphite	Gaz carbonique	Oxyde d'uranium à 2 %	Acier inox.
HTR	Graphite	Hélium	Oxyde d'uranium à 5-10 %	Graphite
RBMK	Graphite	Eau bouillante (tubes de force)	Oxyde d'uranium à 1,8-2,4 %	Zr-Nb
RNR	(Néant)	Sodium	Oxyde mixte U+Pu (MOX) à 15-20 % de Pu	Acier inox.

TABLEAU 18.2. Parc électronucléaire au 31/12/2000 : ventilation par filières.

FILIÈRES	Puissance installée (GWé)	Nombre d'unités
Magnox et AGR	11,3	32
RBMK	13,0	17
Eau lourde	21,6	41
Eau (PWR)	199,1	208
Eau (VVER)	31,8	50
Eau (BWR)	79,1	91
Neutrons rapides	1,1	4
Divers	0,2	1
TOTAL	357,2	444

Le premier paramètre n'est pas déterminant pour la neutronique si l'on raisonne à rapport de modération fixé. Dans le cadre de la formule des quatre facteurs, on note (si l'on néglige la variation du facteur de fission rapide ϵ et celle du facteur de désavantage intervenant dans la formule du facteur d'utilisation thermique f) que seul le facteur antitrappe p est affecté par ce choix : augmenter le diamètre des éléments de combustible amène à une autoprotection plus marquée (cf. p. 205), ce qui est favorable en terme de réactivité, et à une diminution de l'effet Dancoff (cf. p. 207) à cause d'une plus grande épaisseur de modérateur entre les éléments de combustible, ce qui va dans le sens contraire. En pratique, ce sont des considérations de thermique qui vont s'avérer les plus décisives sur

ce choix : compte tenu de la puissance spécifique que l'on vise, il ne faut pas dépasser une limite sur la température du combustible au cœur de l'élément ou de la pastille.

Si le réacteur est à neutrons thermiques, le choix du pas du réseau conditionne le rapport de modération une fois que le diamètre des éléments de combustible est fixé. Nous avons vu au chapitre 9 (cf. p. 227) qu'il y a un optimum du rapport de modération correspondant au meilleur compromis entre la minimisation des captures résonnantes dans le combustible et celle des captures thermiques dans le modérateur. Il peut paraître logique de se placer à cet optimum ; cependant, comme nous l'avons vu sur l'exemple des réacteurs à eau sous pression (cf. p. 229), il peut y avoir d'autres considérations à faire intervenir, notamment des arguments liés au contrôle et à la sûreté (qui, en l'occurrence, amènent à adopter une situation sous-modérée).

Enfin, la teneur en matière fissile du combustible, si elle peut être choisie (ce qui est le cas pour les réacteurs à eau sous pression, mais ce qui ne serait pas le cas, par exemple, pour un réacteur à uranium naturel), est définie au vu de la durée de cycle que l'on vise dans le mode de gestion du cœur adopté (cf. p. 266).

Le cas des réacteurs à eau sous pression montre de façon très évidente les rétroactions qu'il faut faire intervenir, en l'occurrence de la sûreté et du choix du mode de gestion du cœur en fréquence multiple sur le dimensionnement du réseau.

D'une façon générale, il est clair que l'analyse des coefficients de réactivité peut amener à restreindre de façon plus ou moins drastique la plage des choix possibles. Nous en verrons, plus loin, d'autres exemples à propos du recyclage multiple du plutonium dans les réacteurs à eau et du concept « CAPRA ».

18.1.4 Éléments pour le choix de la dimension du cœur et pour le choix du réflecteur

Le choix du réflecteur est lié aux caractéristiques des fuites ; ces dernières font intervenir le produit de deux facteurs, l'un B^2 (laplacien géométrique) inversement proportionnel au carré d'une dimension caractéristique du cœur, l'autre M^2 (aire de migration) caractérisant le déplacement moyen des neutrons dans le réseau.

La dimension du cœur dépend de la puissance totale délivrée qui peut varier dans une gamme relativement large selon les exemples et de la puissance spécifique qui est une caractéristique de la filière considérée à peu près indépendante de la puissance (tableau 18.3, page ci-contre).

Pour une filière donnée, l'aire de migration ne dépend, elle aussi, que relativement peu du détail du dimensionnement du réseau. Voici (tableau 18.4, page ci-contre) les ordres de grandeur pour quelques exemples.

On remarquera que :

- l'aire de ralentissement d'un réseau est un peu plus grande que celle du modérateur pur car le ralentissement est négligeable dans le volume ajouté pour le combustible ; en revanche, l'aire de diffusion du réseau est beaucoup plus petite que celle du modérateur à cause de la forte absorption ajoutée par la présence du combustible ;
- dans le graphite et l'eau lourde, l'aire de diffusion est beaucoup plus grande que l'aire de ralentissement mais, dans les réseaux correspondants, les deux termes sont du même ordre de grandeur ;

TABEAU 18.3. Ordre de grandeur de la puissance spécifique pour les principales filières électronucléaires.

FILIÈRES	Puissance spécifique (MWth/m ³)
UNGG et Magnox	1
AGR	2
HTR	8
CANDU	12
REP et VVER	100
REB	50
RNR	500

TABEAU 18.4. Ordre de grandeur de l'aire de migration (cm²) pour les principaux modérateurs et quelques filières électronucléaires (pour les filières à neutrons thermiques, l'aire de migration a été décomposée en aire de ralentissement et aire de diffusion).

Modérateur	Aire de migration	Filière	Aire de migration
Graphite	350 + 2 500 \simeq 3 000	UNGG	400 + 400 = 800
Eau lourde	130 + 10 000 \simeq 10 000	CANDU	150 + 150 = 300
Eau à 20 °C	27 + 8 = 35	***	***
Eau à 300 °C	50 + 25 = 75	REP	50 + 6 = 56
***	***	RNR	250

– dans les réacteurs à eau, l'aire de migration est très faible et l'essentiel des fuites porte sur les neutrons rapides car l'aire de diffusion est quasiment nulle (un neutron thermalisé dans un réacteur à eau est pratiquement absorbé sur place).

Si les *fuites* sont *importantes* le choix du réflecteur est crucial ; on peut aussi se proposer d'utiliser les neutrons qui s'échappent. L'exemple typique est celui des réacteurs à neutrons rapides pour lesquels l'aire de migration est importante — parce que les sections efficaces sont plus faibles pour les neutrons rapides que pour les neutrons lents — et qui se caractérisent par une très forte densité de puissance, permise par les qualités thermiques du sodium, et donc un faible volume de cœur. En plaçant une couverture en uranium 238, on obtient un notable albédo de réflecteur et on améliore le facteur de conversion grâce aux captures dans ce matériau⁽¹⁾.

Si les *fuites* sont *faibles*, le rôle du réflecteur est davantage de contribuer à l'aplatissement de la nappe de puissance que d'améliorer le bilan neutronique. L'exemple typique est celui des réacteurs à eau caractérisés par une très faible aire de migration et souvent de grande puissance donc de grande taille malgré une densité de puissance élevée. Comme les fuites concernent surtout les neutrons rapides, l'acier enveloppant le cœur (mauvais réflecteur car capturant pour les neutrons thermiques, mais bon réflecteur pour les neutrons rapides et épithermiques) joue à peu près autant que l'eau pour la réflexion des neutrons⁽²⁾.

1. Rappelons qu'un réacteur à neutrons rapides ne peut être rendu surgénérateur que si on l'entoure de couvertures radiales et axiales.

2. Placer des couvertures dans un réacteur à eau n'améliorerait que très peu le facteur de conversion... au prix d'une coûteuse complexification du dessin et de la gestion du cœur.

Nous avons souligné l'importance de l'analyse des coefficients de réactivité dans la conception du cœur; il est clair qu'il faut aussi examiner l'incidence du réflecteur sur ces coefficients. Par exemple, on a constaté lors des études des réacteurs HTR à réflecteurs interne et externe des phénomènes complexes de mélange entre le spectre du réseau et le spectre de Maxwell du graphite — par ailleurs difficiles à modéliser dans les calculs — qui affectent le coefficient de température du modérateur.

18.2 Généralités sur le pilotage et la gestion des cœurs

Nous l'avons dit : ce n'est pas à ce livre de développer les problèmes de pilotage et de gestion des cœurs; si nous introduisons ce thème, c'est juste par souci de ne pas passer complètement sous silence ces aspects qui font largement appel à la neutronique. Nous nous limiterons à l'exemple des réacteurs à eau sous pression⁽¹⁾; même si la mise en œuvre diffère dans les détails, les principes généraux restent les mêmes dans les autres filières.

18.2.1 Notions sur le pilotage

Le terme de « pilotage d'un réacteur » désigne l'ensemble des opérations effectuées pour le démarrer ou l'arrêter et pour régler ou modifier le niveau de sa puissance.

Pour l'amorçage de la réaction en chaîne, les quelques neutrons résultant des réactions induites par les rayons cosmiques ou des fissions spontanées de l'uranium 238⁽²⁾ sont théoriquement suffisants. Le flux dans le réacteur initial, sous-critique et caractérisé par son facteur de multiplication k , est la forme :

$$\Phi \simeq \frac{\Phi_s}{1-k}, \quad \text{avec : } \Phi_s = \frac{S}{\Sigma_a},$$

où S est la source, Σ_a la section efficace moyenne d'absorption et Φ_s le flux des neutrons sans multiplication; la puissance est régie par une expression similaire. En élevant la valeur de k jusqu'à approcher de la criticité, n'importe quel niveau de flux peut théoriquement être atteint.

Concrètement, on constatera que, même en tenant compte du facteur d'amplification⁽³⁾ $1/(1-k)$, le flux à l'arrêt dû aux seules sources spontanées est extrêmement bas par rapport au flux nominal : aucune instrumentation ne pourrait suivre les douze ou quinze décades qui séparent ces deux niveaux. C'est pourquoi il faut élever le niveau initial grâce à une source complémentaire nettement plus intense, de façon à ne pas diverger en aveugle avec le risque d'atteindre une réactivité excessive, voire de dépasser le seuil de criticité

1. Pour lesquels le lecteur pourra trouver davantage de détails dans les ouvrages de la même collection sur ces réacteurs et sur la sûreté.

2. Environ 26 fissions spontanées sont observées par heure et par gramme d'uranium 238. Le processus existe pour tous les noyaux lourds, en particulier ceux qui sont pairs en neutrons.

3. Par exemple, pour fixer les idées, un gain d'un facteur 100.

par neutrons prompts. En pratique, on utilise une source utilisant les réactions (α, n) ou (γ, n) sur le béryllium et réalisée en mélangeant un émetteur α (radium, polonium...) ou γ (antimoine 124, sodium 24...) avec ce matériau (cf. p. 86).

L'arrêt d'un réacteur ne pose pas de difficulté de principe : il suffit d'introduire les barres absorbantes prévues à cet effet. On notera, cependant, que, même en cas d'urgence, l'arrêt n'est jamais instantané quelle que soit l'antiréactivité introduite. En effet, après une chute rapide de la puissance (saut prompt si l'antiréactivité est introduite de façon quasiment instantanée), la population neutronique ne s'abaisse qu'au rythme des désintégrations des précurseurs de neutrons retardés et, en particulier, de ceux de plus longue période (environ 55 secondes).

Par ailleurs, on peut, certes, stopper la réaction en chaîne, mais non la radioactivité des produits de fission et actinides qui se sont accumulés au sein du combustible. De l'ordre de 6 % de la puissance initiale P_0 juste après l'arrêt, cette *puissance résiduelle* P_r ne baisse ensuite que très progressivement et l'emporte au bout de quelques secondes ou quelques dizaines de secondes sur la puissance neutronique. Une évaluation précise de cette puissance est indispensable pour les études d'accident⁽¹⁾ et de gestion du combustible irradié. Cela nécessite de traiter toutes les chaînes radioactives et suppose une connaissance correcte des nucléides impliqués (périodes, modes et énergies des décroissances). Cependant, si l'on ne recherche que des ordres de grandeur, on pourra se limiter à la loi proposée par K. Way et E. Wigner dès 1948 :

$$P_r = 5,9 \cdot 10^{-3} P_0 [t^{-0,2} - (t + T)^{-0,2}],$$

où t est la durée en jours après l'arrêt (la formule ne convient pas pour t inférieur à 10 secondes) et T la durée en jours pendant laquelle le réacteur a fonctionné à la puissance P_0 .

En ce qui concerne le fonctionnement normal, rappelons que, grâce à l'effet Doppler, la puissance d'un réacteur est stable. Les actions de l'opérateur ne sont nécessaires que pour modifier, s'il y a lieu, le niveau de la puissance et pour compenser les évolutions spontanées de réactivité (accumulation des produits de fission et évolution des noyaux lourds).

En règle générale, on préfère faire fonctionner les réacteurs à puissance constante, c'est-à-dire les utiliser « en base ». En effet, les centrales nucléaires sont moins souples que les centrales classiques pour suivre les variations de la demande de puissance. En particulier, les cyclages thermiques du combustible induits par les sauts de puissance sont à éviter : s'il faut changer la puissance, on le fera (sauf, évidemment, en cas d'arrêt d'urgence) selon des « rampes » suffisamment douces (ordre de grandeur typique pour la montée en puissance d'un réacteur à eau sous pression : 5 % de la puissance nominale par minute).

Cependant, si les réacteurs nucléaires constituent une fraction importante du parc de centrales électriques — comme c'est, par exemple, le cas en France avec environ 75 % d'électricité d'origine nucléaire — du *suivi de charge* doit être assuré par les centrales nucléaires elles-mêmes. C'est ainsi qu'après un pilotage en « mode A » bien adapté au fonctionnement en base, Framatome et Électricité de France ont mis au point un

1. Il est absolument impératif d'assurer le refroidissement du cœur même fort longtemps après l'arrêt normal ou accidentel. La fusion d'une grande partie du cœur, observée lorsqu'a été ouverte la cuve du réacteur accidenté de Three Mile Island, en est une illustration malheureuse.

« mode G » de pilotage, beaucoup plus sophistiqué, combinant des grappes « noires » usuelles en AIC (argent-indium-cadmium) et des grappes « grises » en acier, moins absorbantes et donc perturbant moins la distribution de puissance (figure 18.1).

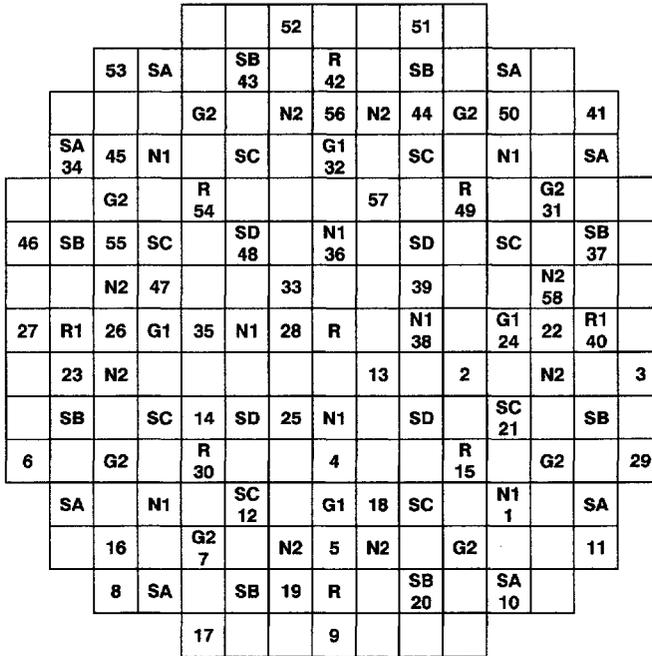


Figure 18.1. Plan des grappes de commande et des assemblages instrumentés pour la mesure du flux (réacteur à eau sous pression de 1300 MWé; mode « G »).

Il est clair qu'un pilotage sans contrôle n'a pas de sens. Différents moyens permettent de suivre de façon continue ou discontinue la situation d'un cœur de réacteur. C'est ainsi que, pour les réacteurs à eau sous pression, par exemple, outre la mesure en permanence d'un certain nombre de températures à l'entrée et à la sortie du cœur (permettant d'avoir une mesure en continu de la puissance), deux types de mesures de neutronique sont faites :

- la mesure du *déséquilibre axial de puissance* (ou *axial offset*), faite à partir de chambres extérieures à la cuve⁽¹⁾, permet de suivre en permanence (mais approximativement seulement) la répartition axiale de la puissance et, en particulier, de détecter une oscillation due au xénon 135 (cf. p. 251);
- la mesure du *flux neutronique axial et radial* au sein du cœur par des chambres à fission miniaturisées poussées dans le tube d'instrumentation⁽²⁾ depuis le bas par un guide souple; seuls une cinquantaine d'assemblages peuvent être ainsi explorés; les mesures ne sont faites que périodiquement, par exemple tous les mois⁽³⁾.

1. À l'origine, deux chambres, une en haut, l'autre en bas; aujourd'hui, six chambres.

2. En position centrale de l'assemblage; voir, par exemple, la figure 17.2, page 384 (les 24 autres tubes guides sont destinés à recevoir une éventuelle grappe de commande).

3. Des mesures « in core » continues par des collectrons sont actuellement à l'étude.

18.2.2 Bilan de réactivité

On aura remarqué dans la figure 18.1, page ci-contre, qu'une partie des grappes (grappes de régulation, grappes grises et grappes noires) sont utilisées pour le pilotage ; les autres (les grappes « S » comme *shut-down* ou comme sécurité) sont exclusivement réservées à l'arrêt du réacteur. Il faut s'assurer — et cela avec des marges de sécurité imposées par les dossiers de sûreté — qu'en toute circonstance, l'antiréactivité disponible est suffisante pour stopper la réaction en chaîne. Le concepteur est ainsi amené à dresser un bilan des effets à compenser et des efficacités disponibles pour montrer que ces dernières sont suffisantes. Pour concrétiser cette démarche, voici (tableau 18.5) l'exemple d'un tel bilan, pour la situation nominale en début de cycle et en fin de cycle (source : J. Bussac, P. Reuss, *Traité de neutronique*, Hermann, 1985 ; pour un réacteur de 900 MWé).

TABLEAU 18.5. Exemple de bilans de réactivité.

RÉACTIVITÉS en P.C.M.	DÉBUT DE CYCLE	FIN DE CYCLE
Antiréactivité des grappes		
À chaud, puissance nulle, 48 grappes	9 720	9 270
Grappe la plus réactive coincée	2 050	1 550
	---	---
Net	7 670	7 730
Marge de 10%	770	770
Insertion des grappes en puissance	500	500
	---	---
(1) Antiréactivité des 47 grappes	6 400	6 460
Insertion de réactivité due au passage de la puissance nominale à la puissance nulle		
Effet Doppler	1 350	1 200
Effet de température du modérateur	40	1 030
Effet de vide	50	50
Effet de redistribution	200	850
	---	---
(2) Total des insertions de réactivité	1 640	3 130
(1) – (2) : Marge d'anti-réactivité à l'arrêt	4 760	3 330
Marge d'antiréactivité requise à l'arrêt	1 000	1 770

Le but du bilan est de montrer que la marge d'antiréactivité à l'arrêt — écart entre l'antiréactivité des grappes et les effets à compenser — est supérieure à la marge requise.

L'antiréactivité des grappes est déterminée en tenant compte de la petite insertion en fonctionnement normal, en supposant qu'une grappe (la plus efficace) ne chute pas et en prenant une marge de 10 % sur les calculs d'efficacité.

En ce qui concerne les effets à compenser, outre l'effet Doppler et l'effet de modérateur que nous avons décrits au chapitre 13, on prend en compte le petit effet de vide dû aux quelques bulles apparaissant à pleine puissance et surtout l'effet de redistribution : lorsque les gradients de température (essentiellement axiaux) s'annulent à l'arrêt, la distribution

spatiale du flux bascule vers le haut du cœur ; cela modifie l'empoisonnement moyen dû au xénon ; l'effet, en pratique, est défavorable pour le bilan, comme on pourra le constater.

18.2.3 Gestion d'un cœur

Nous ne reviendrons pas en détail sur ce problème que nous avons présenté au chapitre 12 (cf. p. 266 à 270). Rappelons les points essentiels liés à la neutronique :

- l'évolution du facteur de multiplication en fonction de la combustion massique *moyenne* du cœur est d'autant plus lente que le renouvellement du combustible est fait de façon fractionnée ; en particulier, il y a à peu près un facteur 2 entre l'énergie produite par un combustible donné entre une gestion par chargement-déchargement en bloc et une gestion idéale par chargement-déchargement continu. Dans les réacteurs où le renouvellement du combustible se fait en marche (UNGG, RBMK, CANDU), on tente de se rapprocher de cette dernière ; dans les réacteurs où l'opération se fait à l'arrêt (REP, REB, RNR), on recherche un compromis entre ces deux cas extrêmes ;
- dans ces recherches d'optimum, d'autres contraintes doivent être introduites ; cela est très évident, par exemple, dans l'élaboration des plans de rechargement et de repositionnement qui sont élaborés à chaque arrêt des réacteurs à eau sous pression ; les principales sont :
 - la vérification que la réactivité est suffisante pour la durée de cycle envisagée,
 - la minimisation autant que faire se peut du facteur de forme, c'est-à-dire du pic de puissance rapporté à la puissance moyenne,
 - la minimisation également autant que faire se peut de la fluence que recevra la cuve en neutrons rapides ;
- dans la gestion de tout un parc, tel le parc français des réacteurs à eau sous pression, une certaine souplesse est nécessaire pour harmoniser les dates d'arrêts de tranche et faire face aux aléas : la possibilité d'arrêt anticipé et de prolongation de campagne d'irradiation, permise par le coefficient de température de modérateur fortement négatif en fin de cycle, apporte cette souplesse.

18.2.4 Recyclage du plutonium

Nous avons vu dans le chapitre d'introduction (cf. p. 37) et au chapitre 12 (cf. p. 273) qu'il peut être intéressant de recycler le plutonium produit à partir des captures neutroniques par l'uranium 238 dans les réacteurs et non consommé *in situ*. Cela suppose le retraitement du combustible irradié et la fabrication d'un combustible à plutonium.

Nous avons vu également (cf. l'analyse des facteurs η , p. 273) que c'est dans les réacteurs à neutrons rapides que le plutonium est le plus efficacement utilisé : l'excellent bilan neutronique obtenu dans ce cas laisse suffisamment de neutrons disponibles pour une bonne conversion, voire la surgénération, ou toute autre utilisation, telle l'incinération de déchets.

Ce n'est pas le lieu ici de détailler l'histoire du recyclage du plutonium ; mais il est cependant intéressant d'en noter quelques jalons pour constater l'imbrication entre des considérations techniques — en particulier neutroniques — et des décisions économiques et politiques. Prenons l'exemple français.

L'intérêt potentiel des réacteurs à neutrons rapides a été mis en évidence dès les premières recherches sur l'énergie nucléaire. Il revient en leitmotiv dans les discours des années 1950 : construisons quelques réacteurs à neutrons thermiques⁽¹⁾ de façon à constituer un stock initial de plutonium ; cela permettra de démarrer une filière à neutrons rapides ; celle-ci étant surgénératrice, le parc des réacteurs à neutrons rapides pourra progressivement s'étendre... jusqu'à satisfaire à l'essentiel des besoins de production d'énergie.

La décision de mettre au point la technologie du retraitement et de construire les usines de Marcoule, puis de La Hague, répond à cet objectif.

Il apparaît cependant, dans les années 1970, que les masses de plutonium ainsi obtenues par retraitement vont largement dépasser ce que pourront absorber à court terme les quelques réacteurs à neutrons rapides existant ou en projet. Si la perspective à long terme subsiste, il apparaît qu'une étape intermédiaire sera possible, celle d'un premier recyclage dans des réacteurs à neutrons thermiques permettant d'utiliser ce plutonium sans guère dégrader le stock, en attendant l'arrivée des réacteurs à neutrons rapides. En particulier, un important programme de R&D est promu sur ce thème par la Commission des communautés européennes. La France, au départ quelque peu réticente, s'y est ralliée et a finalement contribué de façon substantielle aux travaux consacrés à l'étude du recyclage du plutonium dans les réacteurs à eau sous pression⁽²⁾.

Comme nous l'avons vu (*cf.* p. 222), la substitution du combustible usuel à oxyde d'uranium enrichi à quelques pour cent par du combustible MOX à une teneur un peu supérieure en plutonium (équivalence en combustion massique maximale) modifie considérablement la situation neutronique dans le domaine thermique : en gros, la section efficace macroscopique d'absorption dans le domaine thermique est, dans ce dernier cas, trois fois plus grande et le flux trois fois plus faible. Cela entraîne une efficacité trois fois moindre des moyens de commande (bore soluble et grappe), puisque leur absorption a lieu essentiellement dans le domaine thermique.

Pour le bore, cela n'est pas rédhibitoire : il est possible d'enrichir le bore⁽³⁾ en isotope 10. Il s'avère, en revanche, au vu de bilans de réactivité similaires à ceux que nous avons présentés (tableau 18.5, page 413), que le nombre de grappes de commande disponibles ne serait pas suffisant pour assurer la sûreté d'un cœur chargé complètement en combustible MOX. Un cœur chargé en MOX à 50 %, par contre, serait possible ; par prudence, le chargement en MOX n'a été autorisé que pour un tiers des assemblages des recharges. En France, cela a été pratiqué à partir de 1987 dans un des réacteurs de 900 MWé de Saint-Laurent-des-Eaux, puis généralisé par la suite, au fur et à mesure des autorisations administratives, à la plupart des réacteurs du parc REP-900.

Un chargement mixte d'un cœur en assemblages standards et assemblages MOX entraîne nécessairement des interfaces entre les deux types de réseaux. Si cela ne perturbe guère la distribution des neutrons rapides et épithermiques, dans la mesure où l'on étudie les plans de chargement de façon à avoir à peu près les mêmes taux de fissions dans les deux types d'assemblages, la forte différence des sections efficaces d'absorption thermique conduit, en revanche, à un risque de pic local de puissance.

1. À cette époque, le choix s'oriente vers la filière UNGG.

2. Entre temps, le programme UNGG a été abandonné et le programme d'équipement en réacteurs à eau sous pression a été lancé.

3. Il y a 20 % de bore 10 – absorbant – dans le bore naturel.

Sur le schéma suivant (figure 18.2), est présentée, à gauche, la courbe du flux thermique : les « sources » de neutrons thermiques étant similaires des deux côtés de l'interface, on s'attend à observer des niveaux de flux dans le rapport inverse des sections efficaces macroscopiques d'absorption (facteur 2 à 4); cela est effectivement le cas asymptotiquement. Mais un flux doit être continu : il y a donc une transition progressive, au voisinage de l'interface, entre ces niveaux. Pour passer à la puissance, il faut multiplier par une section efficace macroscopique de fission : en ordre de grandeur, on a le même facteur entre ces sections de fission qu'entre les sections d'absorption. Dans ces conditions, la distribution de puissance a l'allure présentée dans le schéma de droite de la figure 18.2 : on y retrouve l'égalité des niveaux asymptotiques, ce qui était notre hypothèse de départ, mais on observe aussi une forte perturbation près de l'interface : un « pic » du côté du plutonium et un « trou » du côté de l'uranium. Si ce dernier n'a pas de conséquences désastreuses, le pic du côté du plutonium est, en revanche, inacceptable⁽¹⁾.

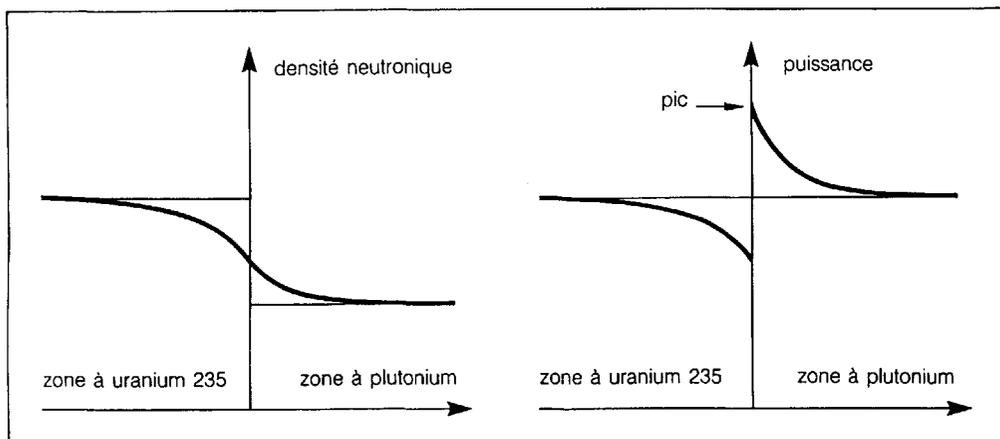


Figure 18.2. Allure de la distribution de la densité (ou du flux) et de la puissance au voisinage d'une interface entre réseaux à uranium et à plutonium.

Le seul moyen de réduire ce pic est d'abaisser la section efficace, c'est-à-dire, en pratique, la teneur en plutonium, dans la zone concernée. Ces interfaces obligent donc à « zoner » les assemblages MOX placés dans les réacteurs à eau⁽²⁾. Différents dessins existent (voir figure 17.2, page 384 et figure 18.3, page ci-contre); trois zones à trois teneurs différentes s'avèrent indispensables pour « écraser » le pic de puissance.

Ce zonage est évidemment un handicap supplémentaire pour l'intérêt économique du recyclage du plutonium dans les réacteurs à eau, déjà grevé du coût du retraitement⁽³⁾ et

1. Rappelons qu'il y a une limite liée à la sûreté, sur le pic de puissance; plus ce pic est prononcé par rapport à la moyenne, plus la puissance moyenne du cœur doit être abaissée.

2. On ne fait pas de zonage des assemblages à uranium, d'une part parce que les « trous » n'induisent pas les mêmes contraintes, d'autre part parce que ce zonage n'aurait pas de raison d'être pour une interface entre deux assemblages à uranium. Noter qu'il n'y jamais d'interface entre assemblages MOX dans les plans de chargement des REP.

3. Il est très difficile de chiffrer ce coût dans la mesure où les usines sont en partie amorties et où le meilleur conditionnement des déchets est aussi une justification du retraitement.

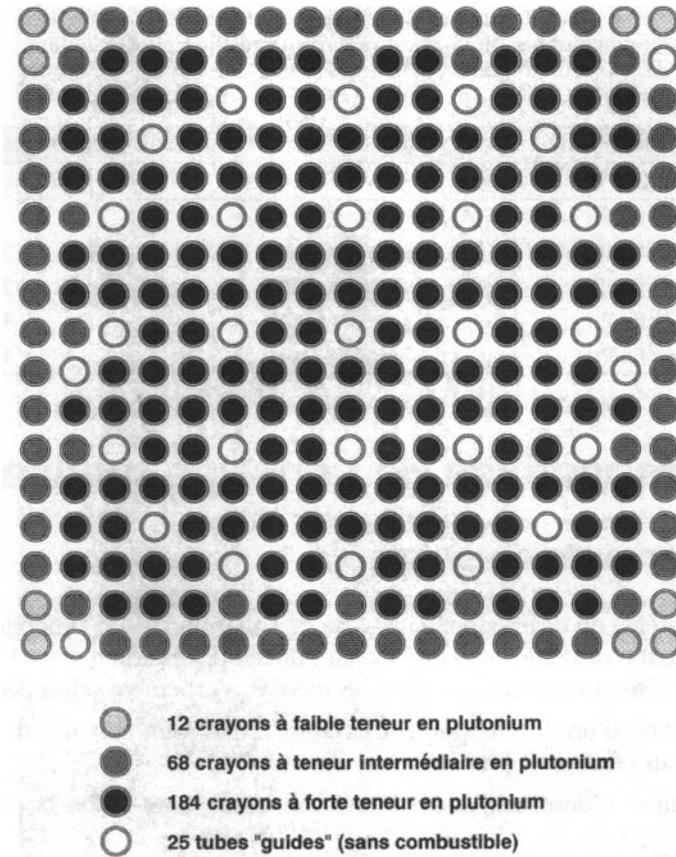


Figure 18.3. Assemblage MOX zoné pour réacteur à eau sous pression.

du surcoût de fabrication résultant de la nécessité de travailler en « boîtes à gants » dans le cas du MOX.

Actuellement, le multirecyclage du plutonium n'est pas fait, d'une part pour des raisons économiques⁽¹⁾, d'autre part pour des raisons neutroniques : tel qu'il est pratiqué actuellement, le recyclage du plutonium de première génération donne du plutonium de seconde génération⁽²⁾ — celui qui subsiste dans les assemblages MOX irradiés — fortement chargé en isotopes supérieurs, notamment en plutonium 242. Cela ne serait pas un handicap rédhibitoire pour une utilisation en neutrons rapides. Par contre, il faudrait viser une très forte teneur — 10 à 15 % — pour un second recyclage en réacteur à eau ; outre l'aggravation des problèmes de distribution de puissance que cela occasionnerait, un telle teneur conduirait à un coefficient de température de modérateur positif et donc inacceptable.

1. Le retraitement d'assemblages MOX supposerait la manipulation de masses et de concentrations de plutonium très supérieures à celles du retraitement de combustible standard. Aujourd'hui, en France, environ 850 tonnes de combustible irradié sur 1050 déchargées des réacteurs annuellement sont retraitées ; les assemblages MOX irradiés ne sont pas retraités.

2. Voir le tableau 18.6, page suivante.

TABLEAU 18.6. Teneurs et compositions isotopiques du plutonium du combustible MOX avant et après irradiation en REP (ordres de grandeur en nombres de noyaux pour une gestion sur quatre cycles).

Rapports (%)	Combustible frais	Combustible irradié
Pu/(U + Pu)	6,4	4,5
²³⁸ Pu/Pu	2	2
²³⁹ Pu/Pu	58	39
²⁴⁰ Pu/Pu	23	29
²⁴¹ Pu/Pu	11	19
²⁴² Pu/Pu	6	11

18.3 Perspectives de l'énergie nucléaire

18.3.1 Éléments de stratégie

Élaborer une stratégie du développement — ou de l'abandon — de l'énergie nucléaire ne peut faire abstraction des réflexions des sociétés développées concernant leur avenir. Ces réflexions, très présentes aujourd'hui dans les médias, s'articulent selon deux axes :

- 1/ la préoccupation d'un développement durable, c'est-à-dire ménageant les ressources limitées que nous offre notre planète ;
- 2/ la préoccupation d'une maîtrise de l'environnement, c'est-à-dire la préservation du cadre de vie.

Pour nous en tenir à des aspects strictement techniques, précisons quelques ordres de grandeur sur l'utilisation du combustible nucléaire dans les réacteurs et complétons la discussion sur le recyclage du plutonium, avant de conclure par la présentation de quelques pistes de recherches actuelles s'inscrivant assez clairement dans ces préoccupations.

Rappelons auparavant que l'intérêt principal de l'énergie nucléaire en terme d'environnement est le fait que cette source d'énergie n'émet pratiquement pas de gaz à effet de serre, notamment le gaz carbonique.

18.3.2 Utilisation du combustible nucléaire

Le tableau 18.7, page ci-contre, rassemble les ordres de grandeurs de l'énergie produite dans quelques filières de réacteurs nucléaires et les rapproche, pour les comparer, des ordres de grandeurs des teneurs initiales en matière fissile parmi les noyaux lourds constituant le combustible. Rappelons qu'un pour cent en taux de combustion en fission (nombre de fissions sur la durée d'irradiation rapporté au nombre initial de noyaux lourds) correspond à peu près à une combustion massique de 10 000 MWj/t.

On remarque que seule l'eau lourde permet, grâce à un bon facteur de conversion (cf. p. 272), de brûler plus de noyaux fissiles qu'il n'y en a dans le combustible initial. Dans les autres filières, on a, au mieux, égalité entre ces deux termes grâce à la contribution

TABEAU 18.7. Ordres de grandeur des taux de combustion dans quelques filières de réacteurs.

Filière	Teneur initiale (%)	Taux de combustion en fission (%)	Combustion massique (MWj/t)
UNGG	0,7	0,4	4 000
CANDU	0,7	1	10 000
REP	4	4	40 000
RNR	15	10	100 000

du plutonium⁽¹⁾. Pour la filière UNGG, on n'atteint pas ce taux faute d'une réactivité suffisante; pour les RNR, le taux de combustion pourrait sans doute être plus élevé si la tenue mécanique des gaines, soumises à très fortes fluences, le permet.

Cependant, si l'on tient compte du fait qu'il faut environ 8 kg d'uranium naturel pour obtenir 1 kg d'uranium enrichi à 4 %, on constate que la performance de la filière REP en terme d'énergie produite par kg d'uranium naturel est similaire à celle de la filière UNGG. Sur cet aspect, les performances des filières REB et RBMK sont aussi du même ordre de grandeur.

Le recyclage de plutonium dans une filière à neutrons thermiques, telle que celles des réacteurs à eau augmente d'environ 20 % la quantité d'énergie par kg d'uranium naturel, ainsi qu'on pourra le constater en reprenant les ordres de grandeur que nous avons donnés pour les REP.

Pour cette filière, il serait possible de gagner encore une dizaine de pour cent en *recyclant l'uranium de retraitement*. Celui-ci contient encore environ 1 % d'uranium 235, ce qui le rend à peu près équivalent à de l'uranium naturel, compte tenu de la pénalité due à l'uranium 236. Après réenrichissement⁽²⁾, cet uranium pourrait servir à fabriquer un nouveau combustible⁽³⁾.

Pour aller plus loin dans l'utilisation de l'uranium naturel dans les réacteurs à eau, il faudrait pousser au maximum la conversion (en réduisant notamment fortement le rapport de modération) et retraiter systématiquement le combustible (uranium et plutonium) irradié. Des études menées il y a une quinzaine d'années⁽⁴⁾ ont laissé espérer gagner un facteur 4 environ par rapport aux REP standards... mais aucune réalisation industrielle n'a suivi.

Seule la surgénération permet un saut réellement quantitatif : un gain d'un facteur supérieur à 50 peut être ainsi espéré par rapport à l'énergie obtenue dans les réacteurs à eau par kg d'uranium naturel. Rappelons que ce gain n'est réalisable qu'au prix de l'utilisation de couvertures axiales et radiale, et d'un retraitement systématique des assemblages du cœur et des couvertures; le recyclage du plutonium nécessitant, en pratique, une quinzaine d'années, le multirecyclage ne conduirait à ce gain d'un facteur 50 qu'au bout

1. Environ 40 % des fissions dans le cas des REP en gestion sur quatre cycles.

2. Cela pourrait être fait par ultracentrifugation dans des installations spécifiques de façon à ne pas polluer l'usine d'enrichissement par diffusion gazeuse avec les isotopes mineurs de l'uranium : 232, 236...

3. Actuellement, l'uranium récupéré au retraitement constitue un « stock stratégique » en cas de crise sur le marché de l'uranium.

4. Cf. le concept « RCVS » de Framatome : réacteur convertible (à uranium ou à plutonium) utilisant la variation de spectre (accroissement du rapport de modération par retrait de crayons fertiles permettant de gagner, en fin d'irradiation, la réactivité nécessaire pour poursuivre l'irradiation).

de plusieurs siècles. Mais cette échelle de temps est compatible avec la perspective d'une source d'énergie disponible pendant de nombreux millénaires qu'ouvre la surgénération. Rappelons (cf. p. 275) que le cycle thorium 232-uranium 233 pourrait être aussi surgénérateur, en réacteurs à neutrons soit rapides, soit thermiques, avec, évidemment, les mêmes échelles de temps. Les ressources minières du thorium sont estimées environ quatre fois plus abondantes que celles de l'uranium ; en revanche, contrairement à l'uranium (cf. p. 40), il y a peu de thorium dans l'eau de mer.

18.3.3 Multirecyclage du plutonium dans les réacteurs

Selon la vision des problèmes que semblent avoir les décideurs d'aujourd'hui, les ressources d'uranium paraissent abondantes et la surgénération n'apparaît plus être une préoccupation d'actualité.

Le recyclage du plutonium s'inscrit ainsi maintenant dans une double perspective : certes, celle d'une meilleure utilisation de la ressource énergétique qu'est l'uranium naturel, mais aussi celle de la réduction de la radiotoxicité potentielle sur le long terme des matières déchargées des cœurs des centrales nucléaires (préoccupation environnementale et non plus d'économie de l'énergie). Environ 90 % de cette radiotoxicité proviennent du plutonium : c'est dire que brûler celui-ci peut être vu comme la première action à entreprendre pour réduire les quantités de déchets « HAVL » (haute activité et vie longue)⁽¹⁾ à gérer sur le long terme. C'est ainsi qu'en quelques années, le statut du plutonium s'est modifié : de celui de matière énergétique, il est quelque peu passé à celui de déchet à éliminer en priorité.

Nous avons vu que l'utilisation du MOX dans les réacteurs à eau réduit assez peu la masse de plutonium⁽²⁾. Des solutions plus radicales doivent être envisagées si l'objectif est l'incinération du plutonium. Dans cette optique, voici trois voies qui ont été explorées en France. Dans les trois cas, un multirecyclage susceptible d'éliminer complètement le plutonium produit dans les réacteurs standards est préconisé.

a) Premier exemple : le concept « MIX »

Nous avons vu que la composition isotopique du MOX irradié dans les REP ne permet pas un second recyclage dans des conditions similaires. Pour un recyclage (si possible illimité), il faut, d'une part, tenter de minimiser la formation des isotopes supérieurs et, d'autre part, procéder par mélange entre du plutonium « sale » (recyclé, donc fortement irradié) et du plutonium « propre » (de première génération).

Le concept « MIX » (comme mixture) consiste à répartir le plutonium dans *tous les assemblages* d'un cœur et non dans quelques assemblages spécialisés. Si la quantité totale de

1. Noter que les deux notions de « haute activité » et « vie longue » sont antinomiques en vertu de la loi de la radioactivité (activité inversement proportionnelle à la période) ; c'est parce que l'on traite plus ou moins ensemble des nucléides de périodes très diverses (isotopes du neptunium, du plutonium, de l'américium, du curium, etc.), ainsi que quelques produits de fission de longues périodes) que l'on peut parler de « HAVL ».

2. Ce qui est d'ailleurs logique dans la perspective initiale d'une étape transitoire avant l'avènement des réacteurs à neutrons rapides.

plutonium chargée dans un cœur reste du même ordre de grandeur, voire est réduite si l'opération implique un plus grand nombre de réacteurs que l'opération « MOX », cela signifie que la teneur en plutonium des pastilles d'oxyde mixte est très insuffisante pour assurer la criticité. On doit donc mélanger le plutonium avec, non pas de l'uranium naturel ou appauvri, mais avec de l'*uranium enrichi*.

Les calculs montrent que, dans ces conditions, un recyclage illimité est possible et que la masse de plutonium peut être progressivement réduite.

Mais cela aurait un coût économique considérable : d'une part, le surcoût de la fabrication associé à la manipulation de plutonium concernerait tous les assemblages et non une partie d'entre eux seulement ; d'autre part, les études de cycle montrent que la teneur en uranium 235 dans le « MIX » ne serait qu'à peine inférieure à celle des assemblages standards : autrement dit, l'utilisation du plutonium n'amènerait, dans ces conditions, qu'une économie minimale en uranium naturel et en travail d'enrichissement. En revanche, le « MIX » éviterait les problèmes d'interfaces que pose le « MOX ».

b) Deuxième exemple : le concept « APA »

Le concept « APA » (assemblage à plutonium avancé, figure 18.4, page suivante) a également été pensé pour pouvoir, comme le précédent, être utilisé dans le cœur complet d'un REP existant. On y retrouve l'idée de placer ensemble l'uranium enrichi et le plutonium ; ce n'est plus cependant sous la forme d'un mélange homogène mais d'une structure hétérogène bâtie en alternant, au sein de l'assemblage, deux types d'éléments de combustible :

- les crayons à uranium seraient identiques aux crayons en UO_2 des assemblages actuels ;
- en revanche, les éléments à plutonium seraient annulaires et gainés de façon à être refroidis intérieurement et extérieurement ; les dimensions sont choisies de façon à ce qu'un tel élément se substitue à quatre crayons standards ; pour des raisons de fabrication, les pastilles d'oxyde frittées seraient remplacées par une céramique, par exemple d'oxyde mixte de plutonium et de cérium.

Le dessin général de l'assemblage conserve le tube d'instrumentation central et les 24 tubes guides ; cependant, la disposition de ces derniers ne peut plus être la même que celle des assemblages standards : l'adoption de ce concept dans des réacteurs existants nécessiterait le remplacement des grappes de commande.

La forme tubulaire adoptée pour les éléments combustible à plutonium accroît, localement, le rapport de modération, ce qui permet de mieux utiliser le plutonium que dans la situation très sous-moderée du « MOX » (cf. la figure 9.9, page 232).

c) Troisième exemple : le concept « CAPRA »

Le concept « CAPRA » (consommation accrue de plutonium dans les rapides) est conçu, comme l'indique l'acronyme, pour les réacteurs à neutrons rapides. (Ce programme de recherche a été lancé avant la décision d'arrêter *Superphénix* et des programmes d'irradiation avaient été prévus dans ce réacteur pour qualifier le concept.) Alors que, dans la conception standard des réacteurs à neutrons rapides, le plus grand gain de régénération possible est recherché⁽¹⁾, ce concept, au contraire, tente de réduire le plus

1. Voir les ordres de grandeur dans le tableau 12.3, page 272.

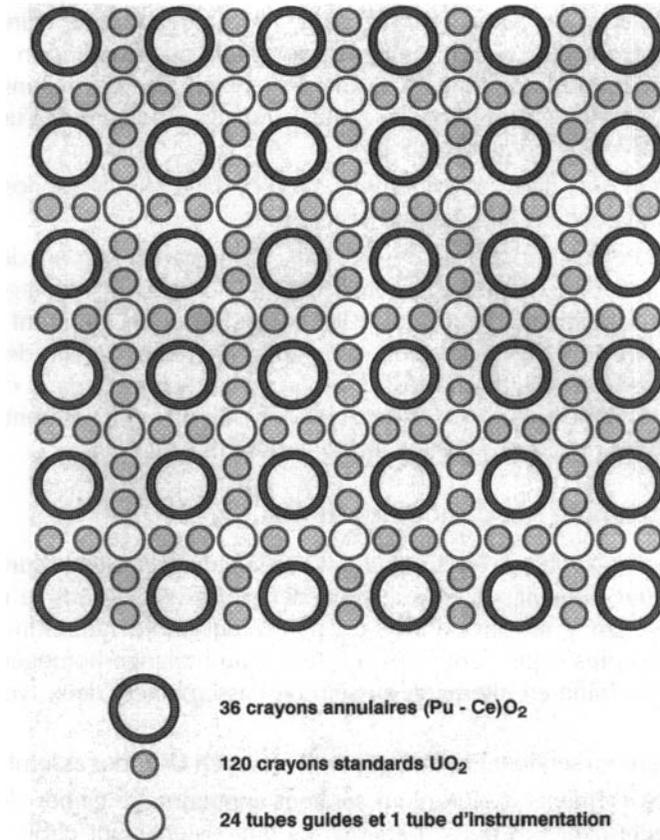


Figure 18.4. Assemblage APA pour réacteur à eau sous pression.

possible la conversion de façon à consommer le plutonium en en produisant le moins possible.

Dans un premier temps, on supprime évidemment les couvertures fertiles pour les remplacer par des matériaux inertes, tel l'acier, ou, éventuellement, par des cibles de transmutation de déchets.

Dans un deuxième temps, il faut réduire aussi la conversion interne : la seule solution radicale est de supprimer aussi l'uranium 238 du cœur. Cela, cependant, conduit à une grosse difficulté : la disparition de l'effet Doppler sur les résonances de capture de ce matériau, donc du coefficient stabilisateur du réacteur⁽¹⁾. On pourrait songer à remplacer l'uranium 238 par un matériau non fertile présentant des résonances de capture, par exemple le tungstène, voire le technétium 99 (produit de fission que, par la même occasion, on pourrait en partie incinérer !). En pratique, les promoteurs du concept ont recherché un compromis entre l'abaissement de l'effet Doppler et celui de la conversion : il se situe vers une composition d'environ 50 % en plutonium et 50 % en uranium 238 au lieu de 15 et 85 % environ dans le concept standard.

1. Rappelons que l'effet Doppler du plutonium est légèrement positif car l'effet dû à la fission l'emporte sur l'effet dû à la capture.

18.3.4 Étude des filières de la prochaine génération

Les concepts « MIX » et « APA » pourraient être mis en œuvre à relativement court terme puisque cela serait possible dans les réacteurs actuels, soit directement, soit après des modifications relativement mineures des éléments de commande⁽¹⁾. Il en aurait été de même du concept « CAPRA » si le programme RNR s'était poursuivi.

Les physiciens et ingénieurs travaillent aussi sur les perspectives plus lointaines, c'est-à-dire sur les réacteurs susceptibles de remplacer, le moment venu, les réacteurs REP actuels⁽²⁾ ou leurs successeurs.

C'est évidemment une gageure que de résumer en quelques lignes l'ensemble des idées étudiées dans la communauté des spécialistes. Limitons-nous à évoquer deux projets.

a) Premier exemple : la filière « HTR »

Nous avons déjà souligné l'intérêt potentiel des réacteurs à graphite et haute température. Cette filière a déjà fait l'objet dans le passé de quelques réalisations prototypes ; le concept a été repris récemment par un consortium d'entreprises du nucléaire (notamment Framatome) dans un projet dit « GT-MHR » (*gaz turbine - modular helium reactor*).

Le combustible de ces réacteurs se présente sous la forme de petites particules de quelques centaines de micromètres de diamètre constituées d'oxydes d'uranium, plutonium et/ou thorium, enrobées de plusieurs couches de graphite pour retenir les produits de fission. Ces particules sont compactées avec du graphite également en éléments de combustible, en l'occurrence cylindriques. Ces derniers sont placés dans des briques de graphite où ont été aménagées des cavités cylindriques pour les recevoir et d'autres pour la circulation de l'hélium de refroidissement.

Dans le concept « GT-MHR », le cœur proprement dit a une forme annulaire, avec des réflecteurs, également en graphite, intérieur et extérieur.

Le système est à cycle direct, c'est-à-dire sans générateurs de vapeur, puisque l'hélium est envoyé directement à la turbine.

Le concept est prévu pour des réacteurs de puissance unitaire relativement modeste — quelques centaines de MWé au maximum — ce qui est une taille bien adaptée au marché à l'exportation vers les pays en voie de développement, mais également aux pays industrialisés car il est possible de coupler plusieurs réacteurs sur le même site (c'est le sens de l'adjectif *modular*).

b) Deuxième exemple : la filière « rapide à gaz »

Dans le contexte actuel, il paraît assez peu vraisemblable que des réacteurs à neutrons rapides refroidis au sodium reviennent sur le devant de la scène. Mais il est clair qu'à long terme, la surgénération s'imposera, sauf si entre temps une autre source d'énergie émerge.

1. Pour « APA », un programme de R&D sur la fabrication du combustible à plutonium serait nécessaire.

2. On peut aussi estimer vraisemblable que le renouvellement des réacteurs actuels, quand ils arriveront en fin de vie (en France, à partir de 2010, 2020 ou 2030, selon la durée de vie qu'il sera possible d'atteindre pour les centrales en exploitation), se fera (s'il s'agit de centrales nucléaires) avec des réacteurs de la technologie actuelle ou légèrement améliorée, telle celle du produit « EPR » (*European Pressurised Reactor*) de NPI (Framatome et Siemens) ; dans cette hypothèse, les concepts que nous évoquons pourraient concerner la génération suivante.

Certes, les réacteurs HTR peuvent être rendus surgénérateurs si l'on y utilise le cycle thorium-uranium 233. Mais leurs performances sur cet aspect ne seront jamais celles des RNR.

Par ailleurs, la haute température qui peut être atteinte grâce à l'hélium — permettant de meilleurs rendements thermodynamiques et offrant la perspective d'autres usages énergétiques que la production d'électricité, par exemple en chimie — est un objectif important. C'est pourquoi le concept « rapide à gaz » (hélium) fait aujourd'hui l'objet de recherches actives.

Ce pourrait être le réacteur à la fois producteur d'énergie et incinérateur de ses déchets dont rêve le technicien !

18.3.5 Les réacteurs hybrides

Nous l'avons dit, toutes les filières possibles ont été plus ou moins envisagées dès les débuts des études de l'énergie nucléaire ; les voies abandonnées ont parfois été reprises quelques décennies plus tard dans un contexte qui s'est modifié. Depuis fort longtemps également, le concept de réacteur hybride a été envisagé.

a) Le concept hybride « fusion-fission »

Le premier type de concept hybride associe fusion et fission. On se souvient que la réaction de fusion deutérium + tritium donne, outre la particule alpha, un neutron de 14 MeV. Il peut être estimé judicieux d'utiliser ce dernier.

La voie la plus souvent considérée est celle d'une couverture tritigène entourant la machine à fusion, en pratique de forme torique (tokamak) : on y favorise la multiplication des neutrons par réactions $(n,2n)$ et on essaie d'y produire, grâce aux captures neutroniques par le lithium, au moins autant de tritium que n'en consomme la fusion.

Une autre voie possible est celle d'une couverture en matériaux lourds dans laquelle les neutrons issus de la fusion viennent provoquer des fissions, elles-mêmes à l'origine de nouvelles fissions grâce aux neutrons émis⁽¹⁾ : on complète ainsi la fourniture d'énergie. La balance entre la puissance fusion et la puissance fission dépend du dessin général de l'ensemble de la machine.

Dans le même ordre d'idée, on peut chercher à favoriser non pas les fissions, mais la conversion de matière fertile en matière fissile⁽²⁾.

Il est clair que, dans l'attente d'une démonstration de la faisabilité industrielle de la fusion, ces concepts semblent aujourd'hui quelque peu futuristes.

b) Le concept hybride « spallation-fission »

La spallation est une réaction nucléaire bien connue des astrophysiciens. Elle a été redécouverte il y a quelques décennies par les physiciens des réacteurs nucléaires. Rappelons (cf. p. 87) que, d'un point de vue global, l'envoi d'un proton accéléré de l'extérieur à

1. Cette couverture est évidemment sous-critique et la réaction en chaîne qui s'y déroule est limitée.

2. À l'époque de la « guerre froide », le concept pouvait séduire... Mais il peut tout aussi bien s'envisager pour la production de combustible à usage pacifique.

une énergie de l'ordre du GeV sur une cible épaisse constituée de matériau(x) lourd(s) — tungstène, plomb, bismuth, thorium, uranium, etc. — conduit, à la suite d'une cascade de réactions, à l'émission d'un nombre considérable de neutrons : environ une trentaine par GeV de proton⁽¹⁾.

La source de neutrons ainsi obtenue, d'autant plus intense que l'intensité de l'accélérateur de protons est importante, peut intéresser les concepteurs de réacteurs. En particulier, C. Bowman a introduit l'idée d'un réacteur (à fission) *sous-critique* alimenté par cette source, dit « ADS » (*accelerator-driven system*) : les neutrons issus de la spallation peuvent y provoquer des fissions, émettant de nouveaux neutrons pouvant eux-mêmes induire de nouvelles fissions selon une réaction en chaîne convergente puisque le système est conçu pour que son facteur de multiplication k soit inférieur à l'unité. (Nous pouvons reprendre, à l'équilibre, la formule que nous avons écrite p. 410 :

$$\Phi \simeq \frac{\Phi_s}{1 - k},$$

où Φ_s est le flux de neutrons sans multiplication et Φ le flux de tous les neutrons. Cette formule montre que les neutrons de la source sont *amplifiés* d'un facteur $1/(1 - k)$ d'autant plus grand que le système est proche de la criticité.)

L'idée de l'ADS a été reprise, il y a quelques années, par Carlo Rubbia et son équipe. Plusieurs dessins ont été étudiés. À titre d'exemple du concept d'hybride spallation - fission, nous présentons ci-dessous les grandes lignes du dernier en date (1995).

► L'amplificateur d'énergie de Carlo Rubbia

Ce projet tente d'allier un certain nombre de points clefs qu'il ne serait évidemment pas indispensable de mettre tous simultanément en œuvre. Voici les principaux :

- non seulement le réacteur, mais l'essentiel du *cycle du combustible* — en particulier les étapes pouvant présenter un risque de détournement de matières fissiles⁽²⁾ — est regroupé sur un même site comme le montre la figure 18.5, page suivante, extraite des publications des auteurs⁽³⁾ ;
- le cœur du réacteur est du type « neutrons rapides » ; il est *sous-critique*. L'argument essentiel de ce choix est lié à la sûreté : un tel cœur n'a pas besoin d'être piloté par des barres de commande et la sous-criticité élimine le risque d'accident de criticité puisqu'il suffit de couper le faisceau de protons pour arrêter instantanément la réaction en chaîne ; (Noter, cependant, que le problème de la puissance résiduelle subsiste comme dans les réacteurs critiques.)
- ce cœur, de forme annulaire, est alimenté de l'intérieur par les neutrons issus de la *source* placée sur l'axe du système ; (Voir la figure 18.4, page 422 : cette dernière a été adaptée des publications des auteurs et traduit par Georges Charpak⁽⁴⁾ ; l'éléphant donne l'échelle.)

1. Pour une cible en uranium ; un peu moins pour le plomb et le tungstène.

2. Dans le cycle thorium 232 - uranium 233, l'uranium peut être séparé chimiquement du thorium ; comme il ne contient pratiquement que l'isotope 233, il pourrait être une excellente matière de base pour une arme.

3. Carlo Rubbia et coll., *Conceptual Design of a Fast Neutron Operated High Power Energy Amplifier*, CERN/AT/95-44 (ET).

4. Georges Charpak et Richard L. Garwin, *Feux follets et champignons nucléaires*, éditions Odile Jacob, 1997.

- cette source résulte des *réactions de spallation* induites sur le *plomb* par les protons amenés depuis l'accélérateur par le tube central ;
- le *combustible* est un mélange de quelques pour cent d'*uranium 233* avec du *thorium 232* ; le cœur étant presque autogénérateur, une irradiation assez longue (de l'ordre de 100 000 MWj/t) pourrait être envisagée ;
- l'argument essentiel mis en avant pour le choix de ce cycle n'est cependant pas celui-là mais la moindre production d'actinides mineurs que dans le cycle uranium 238 - plutonium 239 puisque la matière combustible de base (le thorium 232) est formée de noyaux ayant six nucléons de moins que dans le cas usuel (uranium 238)⁽¹⁾ ;
- le combustible irradié est *retraité* sur place et les matières énergétiques sont recyclées⁽²⁾ ;
- le *plomb* ne sert pas seulement de cible pour la spallation mais aussi de *caloporteur*. La grande hauteur de « cheminée » prévue (plus de 30 mètres) devrait permettre un refroidissement par *circulation naturelle*, ce qui peut être aussi un argument de sûreté ;

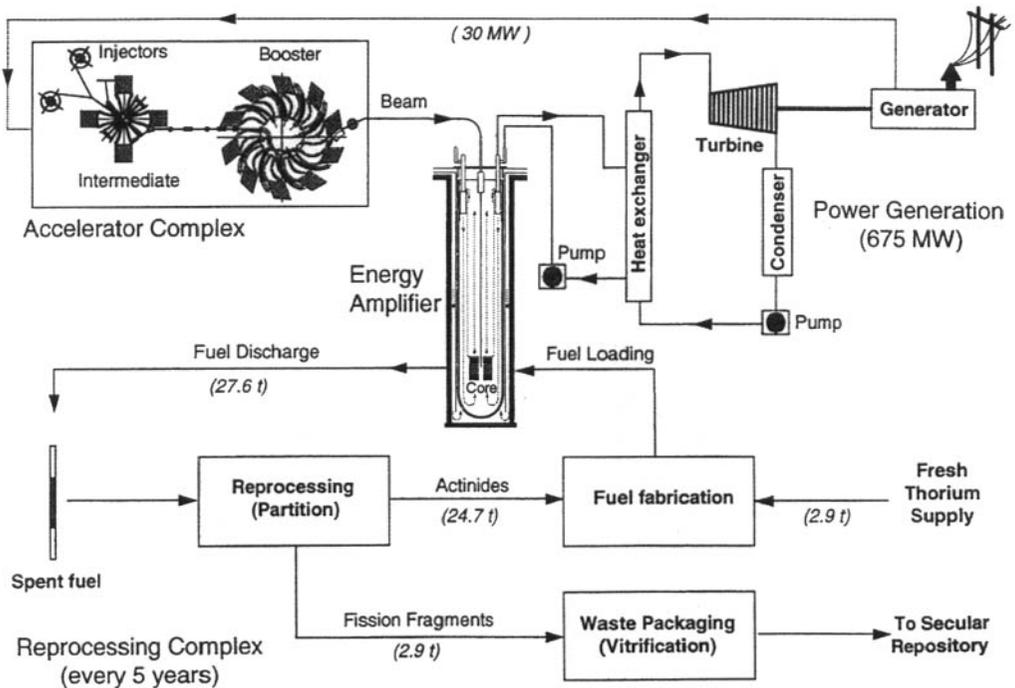


Figure 18.5. Schéma de principe du complexe « Amplificateur d'énergie ».

1. Dans une autre publication, les auteurs montrent que ce réacteur pourrait démarrer avec du plutonium (sur support thorium) au lieu d'uranium 233 et contribuer ainsi à l'incinération du plutonium.

2. Le retraitement de ce combustible est connu dans son principe mais la technologie devrait être développée. Il est connu que, si ce cycle conduit à moins d'actinides mineurs, il implique cependant d'autres nucléides conduisant à de délicats problèmes de radioprotection, notamment le thallium 208 descendant de l'uranium 232.

- L'accélérateur de protons pourrait être du type cyclotron (comme sur la figure 18.5, page ci-contre) ou du type linéaire. Si les énergies requises pour la spallation (de l'ordre du GeV) sont faciles à obtenir, il n'en est pas de même des intensités qui seraient nécessaires (plusieurs dizaines de milliampères). Outre le saut technologique par rapport aux intensités que les techniciens savent produire aujourd'hui, la fourniture d'un faisceau parfaitement stable dans le temps sur de longues durées serait aussi un défi technologique difficile.

► Éléments d'un formulaire

Désignons par :

- n le nombre de neutrons issus des réactions de spallation par proton envoyé sur la cible;
- ω la probabilité qu'un neutron placé dans le système y induise une fission⁽¹⁾;
- ν le nombre moyen de neutrons émis par une fission;
- $k = \omega\nu$ le facteur de multiplication (cf. p. 33).

Pour un proton injecté dans le système, le nombre de fissions induites par les neutrons de spallation et leur descendants est :

$$f = n\omega + n\omega\nu\omega + n\omega\nu\omega\nu\omega + \dots = \frac{n\omega}{1 - \nu\omega} = \frac{n}{\nu} \frac{k}{1 - k}.$$

Soient :

- E_p l'énergie d'un proton arrivant sur la cible;
- E_f l'énergie produite par une fission;
- $\eta_a = E_p/E_c$ le rendement de l'accélérateur, rapport entre l'énergie communiquée au proton et l'énergie (électrique) consommée pour l'accélérer;
- $\eta_é$ le rendement de la conversion de la chaleur produite dans le cœur en électricité.

L'énergie thermique obtenue par proton injecté est la somme de l'énergie E_p de ce proton (elle sera dispersée dans la cible) et de l'énergie produite par les fissions :

$$E_{th} = E_p + fE_f,$$

et l'énergie électrique qui pourra être obtenue à partir de cette énergie thermique sera :

$$E_é = \eta_é E_{th} = \eta_é (E_p + fE_f).$$

En comparant à cette dernière l'énergie électrique utilisée par l'accélérateur, on voit que la machine consomme une quantité d'électricité représentant la proportion :

$$c = \frac{E_c}{E_é} = \frac{E_p/\eta_a}{\eta_é(E_p + fE_f)} = \frac{1}{\eta_a\eta_é \left(\frac{n}{\nu} \frac{k}{1 - k} \frac{E_f}{E_p} + 1 \right)},$$

de l'électricité qu'elle produit. L'inverse de ce rapport est le *gain* g de l'amplificateur d'énergie.

1. En toute rigueur, il faudrait distinguer les probabilités pour un neutron issu de la spallation et pour un neutron issu de la fission.

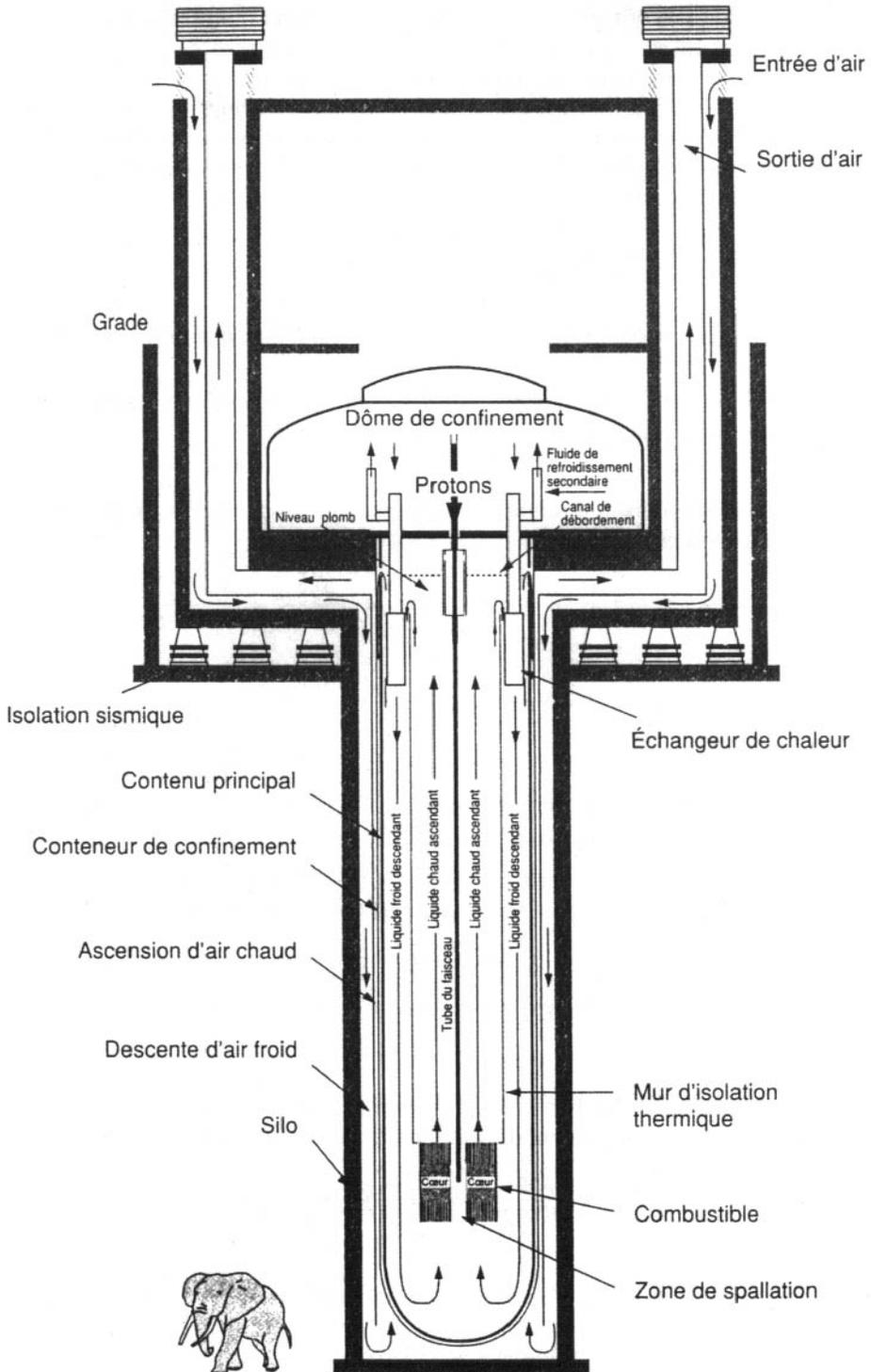


Figure 18.6. Partie principale de l'« amplificateur d'énergie ».

Nous venons de voir que, pour un proton, on obtient n neutrons de spallation, f fissions donc νf neutrons de fission. Divisons ces nombres par f pour nous ramener à *une fission* : pour cette fission, nous obtenons :

$$\mu = \frac{n}{f} = \frac{1 - \nu\omega}{\omega} = \frac{\nu(1 - k)}{k},$$

neutrons de spallation et ν neutrons de fission. On peut dire, en quelque sorte, que la présence de la source extérieure de neutrons nécessitée par la sous-criticité *augmente* de μ le nombre moyen ν de neutrons émis par fission. Parmi ces neutrons, un servira pour induire la fission suivante; un certain nombre, disons α , seront perdus dans des captures stériles inévitables dans les structures internes et externes; le reliquat pourra être considéré comme des *neutrons utiles*, c'est-à-dire susceptibles, par exemple, de convertir de la matière fertile en matière fissile, ou d'incinérer des déchets radioactifs; ce reliquat augmente de $\nu - 1 - \alpha$ à $\nu - 1 - \alpha + \mu$ quand on passe d'un système critique à un système sous-critique : indépendamment des arguments liés à la sûreté, cet accroissement du nombre de neutrons utiles est le principal intérêt des ADS.

Voici quelques ordres de grandeurs que l'on pourrait escompter dans un tel ADS :

- $n = 30$ pour $E_p = 1$ GeV ;
- $\nu = 2,5$; $E_f = 200$ MeV ;
- $\eta_a = 1/2$; $\eta_e = 1/3$;
- $\alpha = 0,7$.

Selon le niveau de sous-criticité choisi, les valeurs obtenues pour les principaux paramètres sont rassemblées dans le tableau 18.8 ; en ce qui concerne le nombre de neutrons utiles disponibles, les valeurs de μ sont à comparer à $\nu - 1 - \alpha = 0,8$.

TABEAU 18.8. Variation des principaux paramètres caractérisant un ADS selon le niveau de sous-criticité adopté (la ligne $k = 0,676$ correspond à l'autarcie énergétique).

k	f	c	g	μ
1	∞	0	∞	0
0,95	228	0,129	7,77	0,132
0,9	108	0,265	3,77	0,278
0,8	48	0,566	1,77	0,625
0,7	28	0,909	1,1	1,071
0,676	25	1	1	1,2
0,6	18	1,304	0,767	1,667
0,5	12	1,765	0,566	2,5

L'intérêt de ce type de machine est plus vu aujourd'hui pour l'incinération de déchets nucléaires — thème du prochain paragraphe — que pour la production d'énergie. Dans ces conditions, une valeur assez basse du facteur de multiplication serait visée.

18.3.6 La problématique de la gestion des déchets

Rappelons que les déchets sont classés selon leurs périodes, l'énergie et le type de leurs décroissances radioactives, et leurs propriétés physico-chimiques gouvernant leur plus ou moins grande aptitude à migrer dans l'environnement en cas de relâchement et leur métabolisme en cas d'inhalation ou d'ingestion.

Les déchets d'activité faible ou moyenne et de périodes inférieures ou égales à 30 ans⁽¹⁾ sont stockés en surface (en France, après La Hague, dans la Manche, c'est fait aujourd'hui à Soullaines-Dhuys, dans l'Aube) : au bout de trois siècles (au moins dix périodes), durée pendant laquelle une surveillance pourra vraisemblablement être assurée, la radioactivité sera devenue négligeable et le site pourra être « banalisé », c'est-à-dire déclaré propre à un usage quelconque.

Les déchets de forte activité et/ou de longues périodes posent un problème différent car à beaucoup plus long terme : ce sont ces déchets, essentiellement, qui sont concernés par la loi 91-1381 du 30 décembre 1991 incitant à un programme de recherche sur quinze ans avant que le sujet revienne en discussion au Parlement. Ce programme est engagé selon trois axes : le stockage à grande profondeur, l'entreposage et la séparation-transmutation. Seul ce dernier aspect est directement lié à la neutronique.

Ces déchets constitués essentiellement de produits de fission et d'actinides mineurs ne sont pas actuellement séparés et sont entreposés en silos (en France, à Marcoule, dans le Gard, et à La Hague). Le troisième axe du programme de recherche concerne la *séparation* en vue d'un traitement spécifique adapté à chaque cas particulier (ce thème concernant les chimistes ne sera pas abordé ici) ; pour certains produits, une *transmutation* sous flux neutronique serait envisageable, comme nous allons le voir.

Le terme de « *transmutation* » vient du vieux rêve des alchimistes : la transformation des métaux vulgaires en métaux nobles. Ce terme a été repris par les physiciens nucléaires pour désigner les transformations du noyau atomique, en particulier celles qui font changer d'élément. Dans le contexte de la problématique de la gestion des déchets radioactifs, seules certaines réactions nucléaires sont intéressantes : le terme est utilisé pour désigner toute transformation, par une ou plusieurs réactions nucléaires, d'un radionucléide de longue période en un nucléide stable ou un radionucléide de courte période⁽²⁾ se désintégrant en donnant un noyau stable. Dans ce contexte, on parle aussi d'« *incinération* » de déchets nucléaires.

Il est clair que les réactions nucléaires les plus faciles à réaliser de façon quantitative sont celles induites par les neutrons. Les principales réactions intéressantes pour la transmutation sont les captures neutroniques, les réactions $(n,2n)$ et les fissions ; ces dernières, en particulier, transforment un actinide généralement radioactif alpha de longue période en produits de fission radioactifs bêta et presque tous de courtes périodes. On peut envisager, pour ces réactions, d'utiliser les neutrons disponibles d'un réacteur critique ou, mieux, d'un réacteur sous-critique. Qu'il soit critique ou sous-critique, le nombre de neutrons disponibles est plus grand dans un réacteur à neutrons rapides que dans un réacteur à neutrons thermiques ; en revanche, les sections efficaces γ sont plus faibles et les flux d'incinération doivent donc être plus élevés.

1. Parmi les produits de fission obtenus en quantité appréciable, celui de plus longue période (30 ans) est le césium 137 : c'est la raison du choix de cette référence.

2. Courte au sens de la gestion des déchets nucléaires, c'est-à-dire inférieure ou égale à 30 ans.

L'irradiation peut être faite soit à l'extérieur du cœur, dans les réflecteurs ou couvertures, soit dans le cœur. Dans ce dernier cas, on peut soit répartir la matière à incinérer dans le combustible à raison de quelques pour cent en masse (recyclage dit « homogène »), soit la placer dans des cibles dédiées (recyclage dit « hétérogène », seul possible, évidemment, si l'irradiation se fait hors du cœur).

Le spectre de plus adéquat — rapide ou thermique — et le mode de recyclage doivent être choisis pour chaque radionucléide à incinérer ; il ne semble pas, en effet, y avoir un mode préférable de façon générale. Exemples : l'incinération du neptunium 237 est plutôt envisagée en mode homogène ; celle de l'américium pourrait être faite en mode homogène ou en mode hétérogène. Dans les deux cas, on peut envisager d'utiliser notamment des RNR ou des REP adaptés à l'incinération.

Dans les réacteurs où la finalité première est la production d'énergie, il faut bien entendu tenir compte de l'effet de ces produits dans les performances (notamment la durée de cycle) et les caractéristiques (notamment les coefficients de réactivité) des réacteurs qui seraient utilisés. Dans des réacteurs dédiés à l'incinération, ce seraient plutôt les quantités transmuteses qui seraient à optimiser, la production d'énergie n'étant qu'un objectif secondaire.

Les taux d'incinération qu'on peut espérer ne deviennent appréciables — disons au moins 50 % — que pour des durées d'irradiation significatives : au moins plusieurs années. C'est dire qu'un multirecyclage (cas homogène) ou des irradiations sur plusieurs cycles (cas hétérogène) doivent, d'une façon générale, être envisagés.

Il est clair, enfin, qu'un bilan complet, prenant en compte non seulement l'incinération, mais aussi la production de nouvelles quantités, soit par les réactions liées au fonctionnement de la centrale, soit à partir d'autres produits qu'on tente d'incinérer, doit être fait au cas par cas.

Ce bilan est souvent fait en terme de *radiotoxicité* : celle-ci est définie comme la nocivité du produit considéré, prenant en compte les caractéristiques du rayonnement et la métabolisation dans l'hypothèse d'une ingestion par l'homme. Cette radiotoxicité est évidemment une fonction du temps, à cause des transformations par décroissances radioactives.

Les contraintes de l'incinération des déchets nucléaires sont donc nombreuses. Quels sont, dans ces conditions, les produits susceptibles d'être transmuteses ?

Dans une première catégorie, on peut placer, non pas parce que ce sont des déchets mais parce qu'elles sont régies par la même physique de la transmutation, les *matières énergétiques* récupérables par retraitement de combustibles irradiés : l'uranium, le thorium et le plutonium. Si le combustible irradié n'est pas retraité mais est stocké en l'état, ces matières seront, et de loin, la composante principale de la radiotoxicité : par exemple, pour le combustible irradié des REP, environ 90 % de la radiotoxicité viennent du plutonium. Réduire la radiotoxicité à court et long termes est donc un argument supplémentaire au retraitement et au recyclage de ces matières. Hormis le plutonium 241 émetteur bêta d'assez courte période (14,4 années), et le plutonium 238 émetteur alpha de période 87,7 années, ces nucléides sont des émetteurs alpha de longues périodes.

Dans une deuxième catégorie, on peut placer tous les autres actinides qui n'ont pas un réel intérêt en termes énergétiques et sont, pour cette raison et parce que les masses sont plus faibles, qualifiés d'« *actinides mineurs* » (en abrégé : AM). Les principaux sont le neptunium 237, les américiums 241 et 243 et les curiums 244 et 245

(voir la chaîne d'évolution figure 12.2, page 258). Hormis le curium 244, ces produits sont tous des émetteurs alpha avec des périodes relativement longues ou très longues.

Dans la troisième catégorie, enfin, on placera les rares produits de fission de longues périodes (en abrégé : PFVL, c'est-à-dire produits de fission à vie longue)⁽¹⁾, émetteurs bêta comme tous les produits de fission radioactifs. Les principaux, compte tenu des masses et des périodes, sont le zirconium 93, le technétium 99, le palladium 107, l'étain 126, l'iode 129 et le césium 135.

Le tableau 18.9⁽²⁾ donne quelques valeurs relatives à un REP-900 fonctionnant avec un facteur de charge moyen de 70 % : pour la colonne « Combustible à uranium », il s'agit d'un cœur complet et d'une irradiation du combustible de 33 000 MWj/t; dans la colonne « Combustible MOX » les valeurs sont relatives à la partie du cœur chargée en MOX, soit 30 %, et ce combustible est irradié à 43 500 MWj/t; dans les deux cas, les masses des produits de fission sont calculées après un refroidissement de trois ans.

TABEAU 18.9. Inventaire des matières, en kg/an, au chargement et au déchargement d'un réacteur à eau sous pression de 900 MWé.

Nucléide	Période (années)	Combustible à uranium		Combustible MOX	
		Chargement	Déchargement	Chargement	Déchargement
²³⁵ U	7,08.10 ⁸	751	221	11,1	5,8
²³⁶ U	2,34.10 ⁷		88		1,2
²³⁸ U	4,47.10 ⁹	20 734	20 204	4 478	4 261
²³⁸ Pu	88		3,3	11,3	12,4
²³⁹ Pu	24 100		123,1	209	105,2
²⁴⁰ Pu	6 570		47,5	98,5	87,4
²⁴¹ Pu	14		25,4	44,5	40,7
²⁴² Pu	370 000		10,5	31,0	35,8
²³⁷ Np	2 140 000		8,8		0,8
²⁴¹ Am	432		4,4		14,4
²⁴³ Am	7 380		2,2		9,0
²⁴⁴ Cm	18		0,5		4,0
²⁴⁵ Cm	8 500		0,1		0,5
⁹³ Zr	1 500 000		15,5		3,0
⁹⁹ Tc	210 000		17,7		4,8
¹⁰⁷ Pd	6 500 000		4,4		3,2
¹²⁶ Sn	100 000		0,4		0,2
¹²⁹ I	15 700 000		3,9		1,3
¹³⁵ Cs	2 000 000		7,7		4,8

1. Les autres produits de fission peuvent poser des problèmes par leur haute activité mais il n'est pas intéressant d'envisager leur incinération car celle-ci serait plus longue que la décroissance radioactive spontanée.

2. Source : thèse de Stéphanie Sala, Université de Provence, 1995, citée par Massimo Salvatorès, *La transmutation*, École nationale supérieure de chimie, 2000.

La transmutation des produits de fission à vie longue n'est envisageable que s'il existe des réactions de capture neutronique adéquates, ce qui est le cas des nucléides cités plus haut. En ce qui concerne les actinides, il faut, en pratique, aller jusqu'à la fission du radionucléide à incinérer ou de l'un de ses descendants.

Noter que, dans la discussion du problème de la transmutation de déchets, il faut prendre aussi en compte les éventuels autres isotopes de l'élément considéré de façon à éviter de créer, à partir de ces derniers, de nouveaux radionucléides posant des problèmes. Il paraît difficile, en effet, d'envisager une séparation isotopique avant l'irradiation.

En définitive, pour porter une appréciation quelque peu pertinente sur l'intérêt d'une transmutation, deux paramètres essentiels peuvent être introduits⁽¹⁾ :

- la « consommation de neutrons », D , pour un actinide jusqu'à la fission et pour un produit de fission jusqu'à l'obtention d'un noyau stable : c'est le nombre moyen de neutrons qui seront nécessaires pour incinérer le noyau concerné, calculé en prenant en compte toutes les réactions successives possibles et les rapports de branchement entre ces réactions.

Cette « consommation » peut éventuellement être négative (c'est-à-dire être, en fait, une production) puisque les valeurs par réaction sont 1 pour une capture, 0 pour une décroissance radioactive, -1 pour une réaction $(n,2n)$ et $1 - \nu$ pour une fission. Les rapports de branchement donc les valeurs numériques des consommations moyennes dépendent des conditions d'irradiation (spectre et niveau de flux neutronique); le tableau 18.10 donne quelques exemples relatifs à des actinides pour des conditions d'irradiation typiques, respectivement, d'un RNR et d'un REP.

TABLEAU 18.10. Consommation de neutrons par fission pour les principaux actinides en spectre RNR et en spectre REP.

Nucléide	Conditions RNR	Conditions REP
²³² Th	-0,38	-0,24
²³⁸ U	-0,62	+0,07
²³⁸ Pu	-1,36	+0,17
²³⁹ Pu	-1,46	-0,67
²⁴⁰ Pu	-0,96	+0,44
²⁴¹ Pu	-1,24	-0,56
²⁴² Pu	-0,44	+1,76
²³⁷ Np	-0,59	+1,12
²⁴¹ Am	-0,62	+1,12
²⁴³ Am	-0,60	+0,82
²⁴⁴ Cm	-1,39	-0,15
²⁴⁵ Cm	-2,51	-1,48

On remarquera que les « consommations » sont toutes négatives pour le cas RNR : dans un tel spectre, tous les noyaux lourds sont plus ou moins fissiles ;

1. Pour plus de détails, voir M. Salvatorès, réf. citée; les valeurs numériques reportées dans les deux tableaux qui suivent (tableaux 18.10 et 18.11, page suivante) sont extraites de ce document.

- la « période de transmutation », T_{transm} : c'est la durée d'irradiation nécessaire pour que la moitié des noyaux irradiés aient capturé un neutron (nous supposons qu'une et une seule capture est nécessaire pour éliminer chaque noyau du déchet nucléaire considéré). Cette période dépend bien évidemment, elle aussi, des conditions d'irradiation. Le tableau 18.11 donne quelques exemples relatifs aux PFVL : on remarquera que ces nucléides peuvent être qualifiés de « transmutables » en ce sens que la période de transmutation est beaucoup plus courte que la période radioactive⁽¹⁾.

TABLEAU 18.11. Exemples de périodes de transmutation (années).

Nucléide	Conditions RNR	Conditions REP	Période radioactive
⁹³ Zr	730	790	1 500 000
⁹⁹ Tc	110	51	210 000
¹⁰⁷ Pd	44	730	6 500 000
¹²⁶ Sn	4 400	4 400	100 000
¹²⁹ I	160	51	15 700 000
¹³⁵ Cs	310	170	2 000 000

En conclusion, retenons quelques points :

- les sections efficaces impliquées dans ces processus sont souvent assez mal connues : la mise en œuvre de la transmutation nécessiterait un vigoureux programme de mesures nucléaires et de qualification ;
- la transmutation d'un déchet ne sera jamais complète puisque la décroissance de la masse sous irradiation est à peu près exponentielle ; il est difficile d'imaginer de réduire les masses, suivant les exemples, au-delà de 90 à 99 % de la masse initiale. C'est dire qu'un stockage des quantités résiduelles restera nécessaire : l'incinération simplifie mais ne supprime pas le problème du stockage définitif de produits de longues périodes ;
- un spectre rapide est souvent préférable à un spectre thermique pour l'incinération (moindres sections efficaces mais plus de neutrons disponibles) ;
- le nombre de neutrons disponibles peut être accru dans un système dédié à l'incinération (notamment un système hybride spallation-fission) par rapport à un système dédié en priorité à la fourniture d'énergie. Cependant, l'incinération des actinides se termine toujours par une fission, ce qui permet d'espérer l'autarcie énergétique même dans un système dédié.

18.3.7 Nucléaire et développement durable

Même si elle pose quelques problèmes délicats, la gestion des déchets nucléaires ne conduit donc pas à des impasses. Rappelons aussi que le problème est grandement simplifié par le fait que les masses à gérer sont infimes en comparaison de celles des déchets des énergies classiques.

1. Si ce n'est pas le cas, il est évidemment plus simple de laisser faire le temps ! (Pour l'étain 126, l'intérêt d'une transmutation nécessitant plusieurs millénaires est évidemment discutable.)

Par ailleurs, le potentiel énergétique des matières nucléaires, s'il est bien exploité, est considérable. L'énergie nucléaire semble donc avoir tous les atouts d'un développement durable préservant les ressources et l'environnement.

Avec les ressources connues d'uranium et de thorium et avec la surgénération, l'énergie de fission peut assurer, au rythme actuel des besoins, l'avenir pour des millénaires. Il est important que ces ressources, même si elles sont mal exploitées avec les technologies d'aujourd'hui, restent disponibles pour les générations qui nous succéderont.

À plus long terme, on peut penser que la technologie de la fusion sera maîtrisée. Dans une première étape, permettant de gagner au moins un ordre de grandeur par rapport à la fission, ce sera la réaction $D + T$ qui sera mise en œuvre, c'est-à-dire l'utilisation du deutérium (abondant) et du lithium (réserves plus limitées). À plus long terme encore, on peut escompter que les réactions $D + D$, puis $H + H$ seront, à leur tour, maîtrisées : cela ouvrira une perspective pratiquement illimitée.

Cette page est laissée intentionnellement en blanc.

ANNEXES

Cette page est laissée intentionnellement en blanc.

A

Bibliographie commentée

Rappelons les titres parus ou à paraître dans la même collection :

- *Exercices corrigés de physique nucléaire et neutronique,*
- *Thermohydraulique des réacteurs nucléaires,*
- *Exercices corrigés de thermohydraulique des réacteurs nucléaires,*
- *Matériaux nucléaires,*
- *Instrumentation nucléaire,*
- *Radioprotection,*
- *Fonctionnement et sûreté des réacteurs à eau sous pression,*
- *Sûreté,*
- *Cycle du combustible,*
- *Filières,*
- *Mécanique,*
- *Économie du nucléaire.*

* * *

On trouvera dans les pages suivantes, regroupées par thèmes, des références bibliographiques susceptibles de compléter ce document.

Sauf exception — notamment en ce qui concerne certaines publications de l’auteur qui peuvent être demandées à l’Institut national des sciences et techniques nucléaires⁽¹⁾ — nous nous sommes limités à des documents facilement accessibles⁽²⁾ ; en particulier, de nombreux travaux de thèses sur des thèmes évoqués dans ce livre sont référencés : les mémoires peuvent être consultés auprès des universités concernées.

Contrairement à l’usage, nous avons, dans la mesure du possible, indiqué les prénoms complets des auteurs et non leur(s) seule(s) initiale(s) : il nous a semblé important que, dans un document qui se veut pédagogique, le lecteur puisse faire au maximum connaissance avec ceux qui ont contribué aux développements qui y sont présentés.

1. INSTN/UERTI, CEA/SACLAY, F - 91191 GIF-SUR-YVETTE CEDEX. Téléphone : (33) 1 69 08 35 17.

2. Signalons toutefois que certains des titres que nous reportons sont épuisés et ne peuvent donc être consultés qu’en bibliothèque.

Dans chaque rubrique ou sous-rubrique, nous avons, en règle générale, adopté une numérotation chronologique, d'une part, de façon à ne pas privilégier l'un des auteurs s'il y en a plusieurs et, d'autre part, pour faire ressortir la progression des développements.

Une courte présentation, *en italiques et entre crochets*, des documents cités permettra au lecteur qui souhaite avoir des compléments ou consulter les sources de mieux orienter ses recherches.

Les rubriques sont repérées par une lettre-code ; en voici la liste :

- I - Introduction à l'énergie nucléaire et contexte.
- G - Ouvrages généraux sur la physique des réacteurs.
- N - Ouvrages de l'auteur sur la neutronique.
- Q - Physique nucléaire, données nucléaires et qualification.
- C - Cinétique des réacteurs.
- R - Ralentissement, thermalisation et absorption résonnante des neutrons.
- S - Traitement du spectre neutronique : théorie multigroupe.
- T - Traitement de l'opérateur de transport.
- M - Technique de Monte-Carlo.
- E - Équivalence, homogénéisation et calcul des réflecteurs.
- F - Traitement des fuites de neutrons.
- P - Théorie des perturbations.
- A - Techniques mathématiques et analyse numérique.
- L - Développement de logiciels.
- V - Validation de logiciels et schémas de calcul.
- D - Design et études appliquées.

A.1 Introduction à l'énergie nucléaire et contexte

A.1.1 Généralités

[Deux petits ouvrages écrits par des spécialistes français.]

[I-1] Colette LEWINER, *Les Centrales nucléaires*, coll. « Que sais-je? », n° 1037, PUF, 1991.

[I-2] Rémy CARLE, *L'Électricité nucléaire*, coll. « Que sais-je? », n° 2777, PUF, 1995.

[Le premier titre cité ci-dessous donne le point de vue américain et les deux autres le point de vue français : ces derniers sont destinés au grand public et développent plus particulièrement respectivement les aspects physiques et les aspects risques-sûreté-environnement.]

[I-3] David BODANSKY, *Nuclear Energy : Principles, Practices, and Prospects*, American Institute of Physics, Woodbury, NY, USA, 1996.

[I-4] Paul REUSS, *L'Énergie nucléaire*, coll. « Que sais-je? », n° 317, PUF, 1999.

[I-5] Bernard WIESENFELD, *L'Atome écologique*, EDP - Sciences, 1998.

A.1.2 Aspects historiques

- [I-6] S. WEART, *La Grande Aventure des atomistes français*, Fayard, 1980.
- [I-7] Emilio SEGRÉ, *Les Physiciens modernes et leurs découvertes*, Fayard, 1984.
- [I-8] J.-C. DEBEIR, J.-P. DELÉAGE et D. HÉMERY, « Les servitudes de la puissance », *Une histoire de l'énergie*, Flammarion, 1986.
- [I-9] L. LECLERQ, *L'Ère nucléaire*, Chêne/Hachette, 1986.
- [I-10] Bertrand GOLDSCHMIDT, *Pionniers de l'atome*, Stock, 1987.
- [I-11] Georges LE GUELTE, *Histoire de la menace nucléaire*, Hachette, 1987.
- [I-12] Pierre RADVANYI et Monique BORDRY, *Histoires d'atomes*, Belin, 1988.

A.1.3 Risques, sûreté et accidents

[Deux points de vue sur les accidents.]

- [I-13] Jean-Pierre PHARABOD et Jean-Paul SCHAPIRA, *Les Jeux de l'atome et du hasard : Les Grands Accidents nucléaires*, Calmann-Lévy, 1988.
- [I-14] J.-L. NICOLET, Annick CARNINO et J.-C. WANNER, *Catastrophes? Non merci ! : La Prévention des risques technologiques et humains*, Masson, 1989.

[Le récit d'un témoin.]

- [I-15] G. MEDVEDEV, *La Vérité sur Tchernobyl*, Albin Michel, 1990.

[Un ouvrage simple et un ouvrage de référence sur la sûreté.]

- [I-16] Daniel BLANC D., *La Sûreté de l'énergie électronucléaire*, coll. « Que sais-je? », n° 2032, PUF, 1991.
- [I-17] Jacques LIBMANN, *Éléments de sûreté nucléaire*, EDP - Sciences, 1996.

A.1.4 Communication

[Un titre parmi bien d'autres.]

- [I-18] E. PARKER, *La Bombe à neurones : Désinformations en chaînes*, PUF, 1988.

A.1.5 Cycle du combustible

- [I-19] M. CUNNEY, J. LEROY et M. PAGEL, *L'Uranium*, coll. « Que sais-je? », n° 1070, PUF, 1992.
- [I-20] Jean TEILLAC, *Les Déchets nucléaires*, coll. « Que sais-je? », n° 2385, PUF, 1988.
- [I-21] Armand FAUSSAT, *Les Déchets nucléaires : Les connaître, nous en protéger*, Stock, 1997.
- [I-22] E. SURAUD, Ed., *Production d'énergie nucléaire et traitement des déchets*, EDP - Sciences, 2000.

A.1.6 Défense nucléaire et risque de prolifération

- [I-23] Henri PAC, *Le Droit de la défense nucléaire*, coll. « Que sais-je? », n° 2472, PUF, 1989.
- [I-24] François GÉRÉ, *La Prolifération nucléaire*, coll. « Que sais-je? », n° 2978, PUF, 1995.
- [I-25] Alain DURET, *La Nouvelle menace nucléaire*, Le Monde-Éditions, 1996.

A.1.7 Fusion nucléaire

- [I-26] J. ADAM, *La Fusion nucléaire, une source d'énergie pour l'avenir?*, coll. « Pour la Science », Belin, 1993.
- [I-27] Paul-Henri REBUT, *L'Énergie des étoiles : La Fusion nucléaire contrôlée*, Odile Jacob, 1999.
- [I-28] Joseph WEISSE, *La Fusion nucléaire*, coll. « Que sais-je? », n° 3659, PUF, 2003.

A.1.8 Le phénomène d'Oklo

- [I-29] Roger NAUDET, *Oklo : des réacteurs nucléaires fossiles : Étude physique*, série Synthèses, collection « CEA », Eyrolles, 1991.

A.2 Ouvrages généraux sur la physique des réacteurs

- [G-1] Alvin M. WEINBERG et Eugene P. WIGNER, *The Physical Theory of Neutron Chain Reactor*, University of Chicago Press, 1958.
- [G-2] Samuel GLASSTONE et Milton C. EDLUND, *The Elements of Nuclear Reactor Theory*, D. Van Nostrand Company, New York, 1960.
- [G-3] A.-F. HENRY, *Nuclear Reactor Analysis*, MIT Press, Cambridge, 1975.
- [G-4] James J. DUDERSTADT et Louis J. HAMILTON, *Nuclear Reactor Analysis*, John Wiley, New York, 1976.
- [G-5] Jean BUSSAC et Paul REUSS, *Traité de Neutronique* (voir paragraphe suivant, référence [N-1]).
- [G-6] Robert BARJON, *Physique des réacteurs nucléaires*, Institut des Sciences Nucléaires, Grenoble, 1992.
- [G-7] Samuel GLASSTONE et A. SESONSKE, *Nuclear Reactor Engineering*, 2 vol., Chapman & Hall, New York, 1994.
- [G-8] Collectif, *Génie nucléaire*, 2 vol., Techniques de l'Ingénieur, 1996.
- [G-9] Jacques LIGOU, *Introduction au génie nucléaire*, Presses polytechniques et universitaires romandes, Lausanne, 1997.

A.3 Ouvrages de l'auteur sur la neutronique

[Le premier ouvrage de référence en français, mais un peu ancien.]

[N-1] Jean BUSSAC et Paul REUSS, *Traité de neutronique*, Hermann, 1985.

[Document résumant l'essentiel à l'usage des étudiants.]

[N-2] Paul REUSS, *Éléments de neutronique*, INSTN, 1986.

[Sensibilisation à la neutronique.]

[N-3] Paul REUSS, « Au cœur des réacteurs : la neutronique » ; « Réacteurs à eau sous pression et combustibles au plutonium », *Clefs CEA* numéros 11 (1988) et 20 (1991).

[Copie de figures et vade-mecum.]

[N-4] Paul REUSS, « Neutronique des réacteurs à eau sous pression », documentation accompagnant la session de l'INSTN, mise à jour régulièrement.

[Recueil d'exercices traités.]

[N-5] Paul REUSS, *Clefs pour la neutronique des réacteurs à eau sous pression*, INSTN, 1990.

[Polycopiés accompagnant des formations faites à la demande d'EdF, puis reprises dans d'autres contextes.]

[N-6] Paul REUSS, *Neutronique : lectures*, INSTN, 1994.

[N-7] Paul REUSS, *Théorie du transport des neutrons*, INSTN, 1998.

[N-8] Paul REUSS, *L'Absorption neutronique*, INSTN, 1999.

[Présentation à l'usage du non spécialiste.]

[N-9] Paul REUSS, *La Neutronique*, coll. « Que sais-je? », n° 3307, PUF, 1998.

A.4 Physique nucléaire, données nucléaires et qualification

A.4.1 Généralités sur la physique nucléaire

[Q-1] W.-E. MEYERHOF, *Éléments de physique nucléaire*, Dunod, 1970.

[Q-2] Daniel BLANC, *Physique nucléaire*, Masson, 1973.

[Q-3] Luc VALENTIN, *Physique subatomique : noyaux et particules*, Hermann, 1982.

A.4.2 Radioactivité et radioprotection

[Q-4] Daniel BLANC, *La Physique nucléaire*, coll. « Que sais-je? », n° 2139, PUF, 1984.

[Q-5] Alain BAUR, *Protection contre les rayonnements : aspects physiques et méthodes de calcul*, Commissariat à l'Énergie Atomique, 1985.

- [Q-6] M. TUBIANA et M. BERTIN, *Radiobiologie-Radioprotection*, coll. « Que sais-je? », n° 1070, PUF, 1992.
- [Q-7] Colette CHASSARD-BOUCHAUD, *Environnement et radioactivité*, coll. « Que sais-je? », n° 2797, PUF, 1993.
- [Q-8] Pierre RADVANYI, *Les Rayonnements nucléaires*, coll. « Que sais-je? », n° 844, PUF, 1995.
- [Q-9] Maurice TUBIANA et Robert DAUTRAY, *La Radioactivité et ses applications*, coll. « Que sais-je? », n° 33, PUF, 1996.
- [Q-10] J. FOOS, *Manuel de radioactivité à l'usage des utilisateurs*, trois tomes, Formascience, 1993, 1994 et 1995.

A.4.3 La fission

[Le phénomène à la base des réacteurs présenté par les meilleurs spécialistes français.]

- [Q-11] André MICHAUDON, « La Fission nucléaire », *la Recherche*, n° 136, p. 990, septembre 1982.
- [Q-12] Jean-François BERGER, Jacques DECHARGÉ, Michel GIROD, Gérard SIMON et Jean TROCHON, « Les secrets du mécanisme de la fission nucléaire », *Clefs CEA*, n° 17, 1990.

A.4.4 La physique nucléaire utile à la neutronique

[L'essentiel en moins de 100 pages.]

- [Q-13] Paul REUSS, *Éléments de physique nucléaire à l'usage du neutronicien*, INSTN, 1981 et 1987.
- [Livre issu d'un cours au DEA de Physique des Réacteurs Nucléaires.]
- [Q-14] Henry TELLIER, *Réactions nucléaires induites par les neutrons*, INSTN, 1989.

A.4.5 La mesure des données nucléaires

[Trois exemples récents de travaux dans ce domaine.]

- [Q-15] Caroline BRIENNE-RAEPSAET, *Nouvelle détermination expérimentale des paramètres de résonances neutroniques du technétium 99*, thèse, Aix-Marseille I, 29 octobre 1998.
- [Q-16] Jean GALY, *Mesure de la distribution en masse et en charge des produits de la fission rapide de l'uranium 233*, thèse, Aix-Marseille I, 21 septembre 1999.
- [Q-17] Vincent GRESSIER, *Nouvelle détermination expérimentale des paramètres de résonances neutroniques du neptunium 237 en dessous de 500 eV*, thèse, Orsay, 13 octobre 1999.

A.4.6 Compilation et traitement des données nucléaires

- [Q-18] S.-F. MUGHABGHAB, *Neutron Cross Sections : Neutron Resonance Parameter and Thermal Cross Sections*, Academic Press, 1980.
- [Q-19] R.-E. MAC FARLANE et D.-W. MUIR, *The NJOY Nuclear Data Processing System*, LA-12740-M, October 1994.
- [Q-20] JEF-PC, *A Personal Computer Program for Displaying Nuclear Data from the Joint Evaluated File Library*, OCDE/AEN, 1997.

A.4.7 Les mesures intégrales et leur utilisation pour la qualification des données nucléaires

[Analyses des principales techniques expérimentales et de leurs améliorations récentes.]

- [Q-21] Jean-Pascal HUDELLOT, *Développement, amélioration et calibration des mesures de taux de réaction neutroniques : élaboration d'une base de techniques expérimentales*, thèse, Grenoble I, 19 juin 1998.

[Exemples d'expériences intégrales et de leur interprétation ; on notera qu'une même série d'expériences — ici Muse III — peut faire l'objet de plusieurs thèses successives.]

- [Q-22] Véronique ZAMMIT-AVERLANT, *Validation intégrale des estimations du paramètre bêta effectif pour les réacteurs MOX et incinérateurs*, thèse, Aix-Marseille I, 19 novembre 1998.
- [Q-23] Cécile-Aline BOMPAS, *Contribution à la validation expérimentale du couplage entre un accélérateur et un massif sous-critique : expériences Muse III et Muse IV*, thèse, Grenoble I, 1^{er} décembre 2000.
- [Q-24] Gerardo ALIBERTI, *Caractérisation neutronique des systèmes hybrides en régimes stationnaire et transitoire*, thèse, Strasbourg, 5 octobre 2001.

A.4.8 La démarche générale de qualification des données nucléaires

[Présentation formalisée de l'exploitation des expériences « intégrales » pour compléter la connaissance des données nucléaires. Cette méthode a été étendue par la suite pour prendre en compte les covariances. Les deux références suivantes sont deux exemples récents de ce type de démarche de qualification ; on trouvera aussi, dans la bibliographie associée, un panorama des travaux similaires faits ailleurs.]

- [Q-25] Paul REUSS, *La Méthode de recherche de tendances*, note CEA-N-2222, 1981.

[Q-26] Patrick BLAISE, *Mise au point d'une méthode d'ajustement des paramètres de résonance sur des expériences intégrales*, thèse, Aix-Marseille I, 13 février 1997.

[Q-27] Jean-Marc PALAU, *Corrélations entre données nucléaires et expériences intégrales à plaques : le cas du hafnium*, thèse, Aix-Marseille I, 22 octobre 1997.

[Exemple de calculs de sensibilité : chiffrage de l'incidence des incertitudes sur les données nucléaires et des incertitudes technologiques.]

[Q-28] David BERNARD, *Détermination des incertitudes liées aux grandeurs neutroniques d'intérêt des réacteurs à eau pressurisée à plaques combustibles et application aux études de conformité*, thèse, Clermont-Ferrand II, 18 décembre 2001.

A.4.9 Bases de données sur les expériences intégrales

[Expériences relatives aux réacteurs.]

[Q-29] Patrick BLAISE, *Conception et réalisation de la base de données expérimentales*, note technique CEA/DEN/SPEX/LPE/01-042, 2001.

[Expériences relatives à la criticité.]

[Q-30] ICSBEP : *International Criticality Safety Benchmark Evaluation Project*, OCDE/AEN/NSC/DOC, *International Handbook Evaluated Criticality Benchmark Experiments*, 1995.

[Comment utiliser ces données de façon pertinente?]

[Q-31] Emmanuel GAGNIER, « Contribution à la qualification du schéma de calcul de criticité CRISTAL », *Élaboration d'un système de caractérisation des configurations neutroniques*, deuxième partie, thèse, Aix-Marseille I, 24 juin 1999.

A.5 Cinétique des réacteurs

[Livre qui est resté un classique.]

[C-1] G. Robert KEEPIN, *Physics of Nuclear Kinetics*, Addison-Wesley Publishing Company, 1965.

[Plus qu'une « introduction » ! Et des exemples CANDU.]

[C-2] Daniel ROZON, *Introduction à la cinétique des réacteurs nucléaires*, Éditions de l'École Polytechnique de Montréal, 1992.

[Les bases. Livre issu d'un cours au DEA de Physique des Réacteurs Nucléaires.]

[C-3] Henry TELLIER, *Cinétique des réacteurs nucléaires*, INSTN, 1994.

[Courte étude montrant l'aspect stochastique du démarrage.]

[C-4] Paul REUSS, « Démarrage d'une chaîne de fissions », *Compléments de neutronique*, INSTN, cahier n°13, 1992.

A.6 Ralentissement, thermalisation et absorption résonnante des neutrons

A.6.1 Généralités sur l'absorption résonnante

[Encore un classique.]

[R-1] L. DRESNER, *Resonance Absorption in Nuclear Reactors*, Pergamon Press, 1960.

[Synthèses pédagogiques.]

[R-2] Paul REUSS, *Théorie de l'absorption résonnante des neutrons*, note CEA-N-2679, 1991.

[R-3] Paul REUSS, *Historical Perspective on the Development of Methods for Reactor Analysis : from Elementary Theory to State-of-the-Art Methods Applied to Complex Reactor Lattices*, Frédéric Joliot/Otto Hahn Summer School, Cadarache, August 21-30 2000.

A.6.2 La méthode des taux de réaction effectifs

[Les documents de base.]

[R-4] Françoise JEANPIERRE, *Méthode de calcul de sections effectives de corps résonnants lourds en géométrie hétérogène ; application à l'uranium 238*, thèse, Orsay, 15 septembre 1969.

[R-5] Françoise JEANPIERRE et Michel LIVOLANT, *Autoprotection des résonances dans les réacteurs nucléaires ; application aux isotopes lourds*, rapport CEA-R-4533, 1974.

[Quelques documents sur les développements.]

[R-6] Paul REUSS, « A Generalization of the Livolant-Jeanpierre Theory for Resonance Absorption Calculation », *Nuclear Science and Engineering*, n°92, pp. 261–266, 1986.

[R-7] Mireille COSTE, *Absorption résonnante des noyaux lourds dans les réseaux hétérogènes : 1 - Formalisme du module d'autoprotection d'APOLLO-2*, note CEA-N-2746, 1994.

[R-8] Sophie PERRUCHOT-TRIBOULET, *Validation et extensions du module d'autoprotection du code de transport neutronique multigroupe APOLLO-2*, thèse, Aix-Marseille I, 7 octobre 1996.

A.6.3 La méthode des tables de probabilité

[Principes généraux.]

[R-9] Pierre RIBON et Jean-Marie MAILLARD, *Les Tables de probabilité : application au traitement des sections efficaces pour la neutronique*, note CEA-N-2485, 1986.

[Extension aux cas non statistiques.]

[R-10] Oum Keltoum BOUHELAL, *Prise en compte du ralentissement pour le calcul des sections efficaces : formalisme des tables de probabilité*, thèse, Rabat, Maroc, 2 novembre 1990.

[Développements récents.]

[R-11] Alain HÉBERT, « Advances in the Development of a Subgroup Method for the Self-Shielding of Resonant Isotopes in Arbitrary Geometries », *Nuclear Science and Engineering*, n° 126, pp. 245–263, 1997.

A.6.4 L'effet Doppler

[R-12] Mohamed OUISLOUMEN, « Noyau de l'opérateur de ralentissement tenant compte de l'agitation thermique ; effet sur les transferts en énergie », *Contribution aux développements du code de transport des neutrons APOLLO-2*, première partie, thèse, Orsay, 22 mars 1989.

[R-13] Claude MOUNIER, *Contribution à l'étude du coefficient de température des réacteurs à eau ordinaire*, thèse, Orsay, 13 décembre 1993.

[R-14] Dimitri NABEREJNEV, *Étude de l'influence des liaisons chimiques sur l'absorption et la diffusion des neutrons aux énergies de résonances*, thèse, Aix-Marseille I, 30 novembre 1998.

A.6.5 Validation et qualification

[Des mesures souvent utilisées.]

[R-15] E. HELLSTRAND, « Measurements of the Effective Resonance Integral in Uranium Metal and Oxide in Different Geometries », *J. Appl. Phys.* 28, n° 12, 1493, 1957.

[R-16] E. HELLSTRAND, P. BLOMBERG et S. HÖRNER, « The Temperature Coefficient of the Resonance Integral for Uranium Metal and Oxide », *Nuclear Science and Engineering*, n° 8, p. 497, 1960.

[Nécessité d'un formalisme multiniveau pour l'uranium 238.]

[R-17] Henry TELLIER, Marc GRANDOTTO-BIETTOLI et Jacqueline VANUXEEM, *Une étude du désaccord entre les valeurs calculée et mesurée de l'intégrale effective de capture de l'uranium 238*, note CEA-N-2078, 1979.

[La qualification de la théorie « Livolant-Jeanpierre ».]

[R-18] Henry TELLIER, Jean GONNORD, Catherine VAN DER GUCHT et Jacqueline VANUXEEM, *Dépendance spatiale et énergétique de la capture résonnante de l'uranium 238 dans un réseau hétérogène*, note CEA-N-2398, 1984.

[R-19] Henry TELLIER, Mireille COSTE, Caroline RAEPSAET et Catherine VAN DER GUCHT, *Absorption résonnante des noyaux lourds dans les réseaux hétérogènes : II - Qualification physique*, note CEA-N-2701, 1992.

[R-20] Henry TELLIER, Mireille COSTE, Caroline RAEPSAET et Catherine VAN DER GUCHT, « Heavy Nucleus Resonant Absorption Calculation Benchmarks », *Nuclear Science and Engineering*, n° 113, pp. 23–30, 1993.

[Validation par des calculs multigroupes fins. Voir aussi les références **S-7** et **8**.]

- [**R-21**] Olivier BOULAND, *Amélioration du calcul de l'autoprotection des résonances résolues par un traitement quasi-exact du ralentissement des neutrons*, thèse, Orsay, 22 février 1994.

A.6.6 La thermalisation des neutrons

- [**R-22**] C.-H. WESTCOTT *et al.*, « Effective Cross-Sections and Cadmium Ratios for the Neutron Spectra of Thermal Reactor », Proc. Geneva Conference, 16, 202, p. 70, 1958.
- [**R-23**] Michel CADILHAC, *Méthodes théoriques pour l'étude de la thermalisation des neutrons dans les milieux absorbants infinis et homogènes*, thèse de Doctorat d'État, Orsay, 15 novembre 1963 ; rapport CEA-R-2368, 1964.
- [**R-24**] K.-H. BECKURTS et K. WIRTZ, *Neutron Physics*, Springer-Verlag, 1964.
- [**R-25**] M.-M.-R. WILLIAMS, *The Slowing Down and Thermalization of Neutrons*, North Holland Publishing Co, 1966.
- [**R-26**] I.-I. GUREWICH et L.-V. TARASOV, *Low Energy Neutron Physics*, North Holland Publishing Co, 1968.
- [**R-27**] P.-A. EGELSTAFF et M.-J. POOLE, *Experimental Neutron Thermalisation*, Pergamon Press, 1969.

[Voir aussi les références **R-12** et **13**.]

A.7 Traitement du spectre neutronique – Théorie multigroupe

[Le formalisme multigroupe est présenté dans tous les ouvrages de neutronique. À titre d'exemple, le document suivant (p. 16 à 20) explicite les équations.]

- [**S-1**] Xavier WARIN, « Méthodes déterministes de résolution de l'équation intégral-différentielle du transport neutronique », EdF/DER, Service Informatique et Mathématiques Appliquées, HI-72/93/066, 1993.

[On trouvera ci-dessous les références de quelques thèses consacrées soit à une réflexion sur l'optimisation d'un découpage multigroupe, soit à la qualification d'un découpage donné.]

- [**S-2**] Mohamed OUISLOUMEN, « Critères de choix du maillage énergétique multigroupe », *Contribution aux développements du code de transport des neutrons APOLLO-2*, deuxième partie, thèse, Orsay, 22 mars 1989. [Voir **R-12** pour la première partie.]
- [**S-3**] Gilles MATHONNIERE, *Bibliothèque neutronique à nombre de groupes restreint pour le calcul des réacteurs à eau*, thèse, Orsay, 27 octobre 1980.
- [**S-4**] Jean-Yves DORIATH, *Méthodes numériques adaptatives pour les problèmes de transport dans les réacteurs nucléaires de sûreté par l'utilisation de signatures et de procédés de perturbation*, thèse, Aix-Marseille I, 6 mai 1983.

- [S-5] Philippe FOUGERAS, *Qualification des schémas de calcul pour le recyclage du plutonium dans les réacteurs à eau sous pression : expérience ÉPICURE*, thèse, Orsay, 10 novembre 1992.
- [S-6] Bénédicte ROQUE, *Développement et qualification d'un formulaire de calcul de criticité*, thèse, Orsay, 10 novembre 1994.
- [S-7] Stéphane MENGELLE, *APOLLO-2 : calculs de référence utilisant un maillage énergétique fin*, thèse, Orsay, 16 mai 1995.
- [S-8] Alain AGGERY, *Calculs de référence avec un maillage multigroupe fin sur les assemblages critiques par APOLLO-2*, thèse, Aix-Marseille I, 25 mai 1999.

A.8 Traitement de l'opérateur de transport

A.8.1 Ouvrages généraux

[Le premier ouvrage classique... et qui le reste. Le volume II n'a malheureusement jamais été publié.]

- [T-1] K.-M. CASE, F. de HOFFMANN et G. PLACZEK, *Introduction to the Theory of Neutron Diffusion*, Los Alamos Scientific Laboratory, 1953.

[Les titres suivants sont les autres classiques sur l'approche analytique de la théorie du transport. Voir aussi les titres cités dans la rubrique des ouvrages généraux.]

- [T-2] B. DAVISON, *Neutron Transport Theory*, Oxford University Press, Londres, 1957.
- [T-3] G.-M. WING, *An Introduction to Transport Theory*, Wiley, New York, 1962.
- [T-4] Richard K. OSBORN, Sidney YIP, *The Foundations of Transport Theory*, Gordon & Breach, New York, 1966.
- [T-5] K.-M. CASE et P.-F. ZWEIFEL, *Linear Transport Theory*, Addison-Wesley, Reading, Mass., 1967.

[Le titre suivant est davantage centré sur les méthodes numériques.]

- [T-6] H. GRENNSPAN, C.-N. KELBER et D. OKRENT, *Computing Methods of Reactor Physics*, Gordon & Breach, New York, 1968.

[Les deux ouvrages suivants sont les titres les plus récents sur la théorie du transport et les méthodes de résolution.]

- [T-7] J.-J. DUDERSTADT et W.-R. MARTIN, *Transport Theory*, Wiley, New York, 1979.
- [T-8] E.-E. LEWIS, et W.-F. MILLER Jr, *Computational Methods of Neutron Transport*, Wiley, New York, 1984.

[Voici enfin un document de synthèse très complet sur l'ensemble des techniques de résolution de l'équation du transport. On trouvera aussi dans cet article une liste très complète de références originales.]

- [T-9] R. SANCHEZ et N.-J. McCORMICK, « A Review of Neutron Transport Approximations », *Nuclear Science and Engineering*, n° 80, pp. 481–535, 1982.

A.8.2 Quelques titres sur l'approche française

[Le document suivant a un intérêt historique : l'essentiel de la problématique de l'approximation de la diffusion s'y trouve explicité.]

[T-10] M. BARBERGER, « Approximations de la diffusion et du transport en théorie multigroupe », *Bulletin du Centre de Recherches et d'Essais de Chatou*, n° 13, 1965.

[En ce qui concerne l'approche française de la théorie du transport, on pourra consulter les cours de P. Benoist sur la théorie du transport, en particulier intégral, et la documentation du code APOLLO présentée en partie L.]

[T-11] Pierre BENOIST, *Cours de troisième cycle, 2^e année, option physique des réacteurs : Théorie du transport*, CEA-R-4778, 1976.

[T-12] Pierre BENOIST, *Lectures on Neutron Transport Theory*, CEA-N-2472, 1986.

[Voici les références de quelques thèses (ou publications associées) développant certains aspects ; la liste n'en est certainement pas exhaustive.]

[T-13] Alain KAVENOKY, *La méthode C_N de résolution de l'équation du transport*, thèse de Doctorat ès Sciences, Orsay, 16 novembre 1973 ; CEA-N-1710, 1974.

[T-14] Richard SANCHEZ, *Schémas approchés de résolution de l'équation intégrale du transport à deux dimensions*, thèse de Doctorat ès Sciences, Orsay, 5 avril 1979 ; CEA-N-2166, 1980.

[T-15] Richard SANCHEZ, « Approximate Solutions of the Two-Dimensional Transport Equation by Collision Probability Method », *Nuclear Science and Engineering*, n° 64, p. 384, 1977.

[T-16] Paul Marie GRANDJEAN, *Méthodes d'approximation de l'équation du transport : généralisation de la méthode C_N et comparaison avec la méthode F_N* , thèse de Doctorat ès Sciences, Orsay, 22 février 1983 ; CEA-N-2388, 1984.

[T-17] Maurice MORDANT, *Résolution de l'équation du transport en géométrie x-y ou r-z à deux dimensions par des méthodes d'éléments finis sur l'espace des phases*, thèse de Doctorat ès Sciences, Orsay, 18 juin 1985.

[T-18] Naïma LYOUSSI-CHARRAT, *Calcul de transport neutronique dans le code APOLLO-2 par une méthode des probabilités de collision dans une géométrie cartésienne générale*, thèse, Clermont-Ferrand II, 22 mars 1994.

A.9 Technique de Monte-Carlo

A.9.1 Ouvrages généraux

[Présentations générales de la méthode Monte-Carlo.]

[M-1] N.-P. BUSLENKO et al., *The Monte-Carlo Method : the Method of Statistical Trials*, Fizmatgiz, Moscou, 1962 ; édition anglaise (traduction de G.-J. TEE) : Pergamon Press, 1966.

[M-2] J.-M. HAMMERSLEY et D.-C. HANDSCOMB, *Les méthodes de Monte-Carlo*, traduction française de M^{me} F. ROSTAND, Dunod, 1967.

[L'application aux neutrons présentée par deux spécialistes de renommée internationale.]

[M-3] J. SPANIER et E.-M. GELBARD, *Monte-Carlo Principles and Neutron Transport Problems*, Addison-Wesley, 1969.

[Une synthèse, un peu ancienne.]

[M-4] J.-H. HALTON, « A Retrospective and Prospective Survey of the Monte-Carlo Method », *SIAR Review*, vol. 12, n°1, jan. 1970.

[Une présentation générale et plus récente par un auteur israélien.]

[M-5] Reuven Y. RUBINSTEIN, *Simulation and the Monte-Carlo Method*, John Wiley & Sons, 1981.

[La référence qu'il faut suggérer en premier à qui cherche une présentation à la fois didactique et complète, avec l'application au transport des particules neutres. Les 150 premières pages donnent une solide initiation ; les suivantes sont plutôt à l'usage des spécialistes. Les auteurs sont chercheurs à l'Institut de Physique de Budapest.]

[M-6] Ivan LUX et Laszlo KOBLINGER, *Monte-Carlo Particle Transport Methods : Neutron and Photon Calculations*, CRC Press, Boston, 1991.

A.9.2 Exemples de codes Monte-Carlo

[Le principal code Monte-Carlo français — mais on pourrait en citer d'autres tel MORET utilisé pour les études de criticité — est TRIPOLI, susceptible de traiter les neutrons, les photons gamma et leur couplage. La première référence est un document complet mais ancien ; la seconde présente les derniers développements.]

[M-7] Jean-Claude NIMAL et al., *Programme de Monte-Carlo polycinétique à trois dimensions TRIPOLI - 01*, notes CEA-N-1919 (sept tomes), 1976.

[M-8] Jean-Pierre BOTH, Hélène DERRIENNIC, Benjamin MORILLON et Jean-Claude NIMAL, *A Survey of TRIPOLI-4*, 8th International Conference on Radiation Shielding, Arlington, Texas, April 24-28 1994.

[Le code TRIPOLI a de nombreux « concurrents » au niveau international ; MCNP est sans doute le plus utilisé.]

[M-9] J.-F. BRIESMEISTER, *MCNP : A General Monte-Carlo Code for Neutron and Photon Transport*, LA-7396-M, 1986.

A.9.3 Quelques développements français

[Application de la méthode Monte-Carlo aux études de criticité.]

[M-10] Ali NOURI, *Contribution à la qualification du code Monte-Carlo TRIPOLI sur des expériences critiques et à l'étude de l'interaction neutronique entre unités fissiles*, thèse, Orsay, 21 janvier 1994.

[Présentation générale et analyse des techniques de biaisage.]

[M-11] Benjamin MORILLON, *Méthode de Monte-Carlo non analogue ; application à la simulation des neutrons*, thèse, Orsay, 20 octobre 1995.

[Étude des anisotropies et autres analyses des techniques de biaisage et de perturbation.]

- [M-12] Angélique LE COCQ, *Contributions au développement des méthodes de Monte-Carlo pour les études de criticité : anisotropie de la diffusion ; méthodes de perturbation*, thèse, Orsay, 23 novembre 1998.
- [M-13] Li MAO, *Contribution à la résolution de l'équation de Boltzmann en multigroupe par les méthodes déterministes et Monte-Carlo*, thèse, Aix-Marseille I, 1998.
- [M-14] François-Xavier GIFFARD, *Développements utilisant des méthodes stochastiques et déterministes pour l'analyse de systèmes nucléaires complexes*, thèse, Évry, 19 mai 2000.

A.10 Équivalence, homogénéisation et calcul des réflecteurs

A.10.1 Homogénéisation

[L'approche dite de SELENGUT.]

- [E-1] D.-S. SELENGUT, « Diffusion Coefficients for Heterogeneous Systems », *Trans. Am. Nucl. Soc.*, n° 3, p. 398, 1960.

[Quelques travaux français précurseurs.]

- [E-2] Jacques MONDOT, *Mise en œuvre de méthodes de calcul des poisons consommables dans les réacteurs à eau naturelle*, thèse, Orsay, 18 février 1973.
- [E-3] Michel SOLDEVILA, *Contribution à l'étude du problème de l'équivalence transport-diffusion*, thèse, Orsay, 23 juin 1978.

[L'équivalence « ÉQUIPAGE ».]

- [E-4] Jacques MONDOT, *Détermination des constantes équivalentes pour les calculs de diffusion aux différences finies*, AIEA, Comité technique en physique des réacteurs, Würenlingen, Suisse, 1978 ; Proc. Specialists Mtg on Homogenization Methods in Reactor Physics, AIEA, Lugano, 1978.

[Le problème des poisons.]

- [E-5] Patrick CHAUCHEPRAT, *Qualification du calcul des poisons consommables au gadolinium dans les réacteurs à eau*, thèse de Doctorat d'État, Orsay, 21 avril 1988.

[L'équivalence « EdF ».]

- [E-6] Claude GARZENNE, *Équivalence transport-diffusion : présentation des méthodes utilisées au CEA et à EdF*, rapport EDF/DER/RNE/ PhR, HT-12/92 018 B, 1992.

[L'équivalence « SPH »...]

- [E-7] Alain KAVENOKY, *The SPH Homogenization Method*, AIEA, Comité technique en physique des réacteurs, Würenlingen, Suisse, 1978 ; Proc. Specialists Mtg on Homogenization Methods in Reactor Physics, AIEA, Lugano, 1978.

- [E-8] Alain HÉBERT, *Développement de la méthode SPH : homogénéisation de cellules dans un réseau non uniforme et calcul des paramètres de réflecteur*, thèse, Orsay, 18 décembre 1980 ; note CEA-N-2209, 1981.
- [E-9] Alain HÉBERT et Pierre BENOIST, « A Consistent Technique for the Global Homogenization of a PWR Assembly », *Nuclear Science and Engineering*, n° 109, p. 360, 1991.
- [E-10] Alain HÉBERT, « A Consistent Technique for the Pin-by-Pin Homogenization of a PWR Assembly », *Nuclear Science and Engineering*, n° 113, p. 327, 1993.

[... et sa qualification.]

- [E-11] Philippe FOUGERAS, *Qualification des schémas de calcul pour le recyclage du plutonium dans les réacteurs à eau sous pression : expérience ÉPICURE*, thèse, Orsay, 10 novembre 1992.
- [E-12] Rachid SEKKOURI, *Analyse des techniques d'homogénéisation et des schémas de calcul pour les réacteurs à eau*, thèse, Orsay, 7 avril 1994.
- [E-13] Pavel KLENOV, *Validation expérimentale des schémas de calcul relatifs aux absorbants et poisons consommables dans les REP*, thèse, Aix-Marseille I, 24 octobre 1995.
- [E-14] Philippe MAGAT, *Analyse des techniques d'homogénéisation spatiale et énergétique dans la résolution de l'équation du transport des neutrons dans les réacteurs nucléaires*, thèse, Aix-Marseille I, 30 avril 1997.

A.10.2 Calcul des réflecteurs

[La méthode dite « EdF ».]

- [E-15] Jean-Claude LEFEBVRE et Ph. LEBIGOT, *Tranches PWR - Études de cœur - Nouveau mode de calcul des réflecteurs*, rapport EdF/ DE-SEPTEN, E-SE-TB-78-02, 1978.

[D'autres méthodes telles la méthode dite « Reuss-Nisan » ou la méthode dite « Bêta » de Jacques Mondot ont été développées au C.E.A. On en trouvera des présentations et des extensions, accompagnées de tests, dans les travaux suivants.]

- [E-16] Blaise MAIDOU, *Étude de l'interface cœur-réflecteur : application au calcul du réflecteur lourd*, thèse, Orsay, 24 juin 1993.
- [E-17] Edwige RICHEBOIS, *Calculs de cœurs REP en transport 3D*, thèse, Aix-Marseille I, 27 mai 1999.

A.11 Traitement des fuites de neutrons

[Le document suivant (rapport interne) a un intérêt historique : il introduit de façon claire la notion de mode fondamental.]

- [F-1] Roger NAUDET, « Définition rigoureuse du bilan neutronique en milieu homogène », *Cours de troisième cycle de Physique des Réacteurs*, rapport CEA/SPM 966, 1967 ; « Définition du bilan et du coefficient de fuite dans un réseau », rapport CEA/SPM 1044, 1967.

[Travail introduisant la problématique : comment définir le coefficient de diffusion?]

[F-2] Valentine C. DENIZ, *A New Consistent Définition of the Homogenized Diffusion Coefficient in a Lattice*, Proc. Specialists Mtg on Homogenization Methods in Reactor Physics, AIEA, Lugano, 1978.

[Notion de coefficient de diffusion en réseau : 1 - travaux précurseurs,]

[F-3] D.-J. BEHRENS, « The Effects of Holes in a Reacting Material on the Passage of Neutrons », *Proc. of Phys. Soc.*, 62, 10, 358 A, 1949.

[2 - la thèse de P. Benoist, base de la théorie du coefficient de diffusion.]

[F-4] Pierre BENOIST, *Théorie du coefficient de diffusion des neutrons dans un réseau comportant des cavités*, thèse de Doctorat d'État, Paris, 21 janvier 1964; rapport CEA-R-2278, 1964.

[Quelques jalons parmi les travaux qui ont suivi.]

[F-5] Michel LAM-HIME, *Homogénéisation : résolution de l'équation de transport en mode fondamental ; définition et calcul des coefficients de diffusion de cellules unidimensionnelles*, thèse, Orsay, 1980; note CEA-N-2223, 1981.

[F-6] Pierre BENOIST, *Homogenization Theory in Reactor Lattice*, note CEA-N-2471, 1986.

[F-7] Ivan PETROVIC, *Amélioration du modèle de fuites de neutrons dans le schéma de calcul des conditions critiques et des paramètres homogénéisés d'un réacteur nucléaire*, thèse, Orsay, 1993.

[F-8] Pierre BENOIST, Jacques MONDOT et Ivan PETROVIC, « Calculational and Experimental Investigations of Void Effect - A Simple Theoretical Model for Space-Dependant Leakage Treatment of Heterogeneous Assemblies », *Nuclear Science and Engineering*, n° 118, p. 197, 1994.

[F-9] Ivan PETROVIC, Pierre BENOIST et Guy MARLEAU, « A Quasi-Isotropic Reflecting Boundary Condition for the TIBERE Heterogeneous Leakage Model », *Nuclear Science and Engineering*, n° 122, p. 151, 1996.

[F-10] Xavier WOHLEBER, *Modélisation des fuites hétérogènes de neutrons dans un réacteur nucléaire*, thèse, Aix-Marseille I, 17 novembre 1997.

A.12 Calculs de perturbation

[Ouvrages généraux sur le sujet.]

[P-1] J. LEWINS, *Importance, the Adjoint Function*, Pergamon Press, 1965.

[P-2] M.-L. WILLIAMS, *Perturbation Theory for Nuclear Reactor Analysis*, vol. 3, CRC Handbook of Nuclear Reactor Calculations, Rogen, 1986.

[Document de synthèse, nombreuses références.]

[P-3] Massimo SALVATORE, « La théorie des perturbations et les analyses de sensibilité », INSTN, *Compléments de neutronique*, cahier numéro 8, 1987; EDF, *Bulletin de la Division des Études et Recherches - Série A*, numéro 1, 1988.

[L'ambiguïté de la notion de flux adjoint.]

[P-4] Paul REUSS, « Définition et calcul du flux adjoint », INSTN, *Compléments de neutronique*, cahier n°12, 1991.

A.13 Techniques mathématiques et analyse numérique

[Généralités sur les techniques mathématiques.]

[A-1] André ANGOT, *Compléments de mathématiques*, Éditions de la revue d'optique, 1961.

[Généralités sur les méthodes numériques ; très nombreuses références.]

[A-2] Franck JEDRZEJEWSKI, *Introduction aux méthodes numériques*, Springer, 2001.

[Références diverses, en langue anglaise, sur les principaux aspects utiles en neutronique, sélectionnées par E.-E. Lewis et W.-F. Miller Jr. (cf. T-8).]

[A-3] R. COURANT et D. HILBERT, *Methods of Mathematical Physics*, vol. 1, Interscience, New York, 1953.

[A-4] D.-M. MORSE et H. FESCHBACH, *Methods of Theoretical Physics*, parts 1 and 2, McGraw-Hill, New York, 1953.

[A-5] M.-J. LIGHTHILL, *Introduction to Fourier Analysis and Generalized Functions*, Cambridge University Press, Londres, 1958.

[A-6] R.-S. VARGA, *Matrix Iterative Analysis*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N. J., USA, 1962.

[A-7] M. ABRAMOWITZ et I. STEGUN, *Handbook of Mathematical Functions*, Dover, New York, 1965.

[A-8] E.-L. WACHSPRESS, *Iterative Solution of Elliptic Systems and Applications to the Neutron Diffusion Equation of Reactor Physics*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N.J., USA, 1966.

[A-9] O.-C. ZIENKIEWICZ, *The Finite Element Method in Engineering Science*, 2nd ed., McGraw-Hill, New York, 1971.

[A-10] W.-C. BICKLEY et J. NAYLOR, « A Short Table of the Functions $Ki_n(x)$ from $n = 1$ to 16 », *Phil. Mag.*, n° 20, p. 343, 1935.

[Le titre suivant est le dernier livre paru en langue française sur les méthodes mathématiques de la neutronique. Il concerne essentiellement l'équation de la diffusion. On pourra y trouver d'autres références.]

[A-11] Jacques PLANCHARD, *Méthodes mathématiques en neutronique*, coll. « Direction des Études et Recherches d'Électricité de France », Eyrolles, n° 90, 1995.

[Deux publications d'Électricité de France sur les méthodes de résolution de l'équation du transport (la première a déjà été citée en S-1.)]

[A-12] Xavier WARIN, « Méthodes déterministes de résolution de l'équation intégrale du transport neutronique », EdF/DER, Service Informatique et Mathématiques Appliquées, HI-72/93/081, 1993.

- [A-13] Xavier WARIN, « Étude de quelques méthodes S_N nodales en transport neutronique », EdF/DER, Service Informatique et Mathématiques Appliquées, HI-72/94/071/0, 1994, et HI-72/95/017/0, 1996.

A.14 Développement de logiciels

[Tous les laboratoires concernés par l'énergie nucléaire ont développé des logiciels : c'est dire qu'en dresser une bibliographie quelque peu exhaustive conduirait à une liste fort longue. Nous avons donc décidé de nous limiter à la France sur ce sujet.]

A.14.1 Calcul des probabilités de première collision

[Voir aussi les références T-14, 15 et 18 ci-dessus.]

- [L-1] Alain KAVENOKY, *Calcul et utilisation des probabilités de première collision pour les milieux hétérogènes à une dimension*, note CEA-N-1077, 1969.

A.14.2 Les codes APOLLO-1 et APOLLO-2

- [L-2] Alain HOFFMANN, Françoise JEANPIERRE, Alain KAVENOKY, Michel LIVOLANT et Henri LORAIN, *APOLLO : code multigroupe de résolution de l'équation du transport pour les neutrons thermiques et rapides*, note CEA-N-1610, 1972.
- [L-3] Mireille COSTE, Alain HÉBERT, Richard SANCHEZ, Zarko STANKOVSKI et Igor ZMIJAREVIC, *APOLLO-2 : notice théorique de la version 2.5*, rapport CEA/DMT/SERMA/LENR/RT/99-2719/A, 1999.

A.14.3 Les calculs de cœur en transport simplifié

[La méthode des harmoniques sphériques simplifiées.]

- [L-4] C.-G. POMRANING, « Asymptotic and Variational Derivations of the Simplified P_N Equations », *Ann. Nucl. Energy*, Vol. 20, n°9, pp. 623–637, 1993.

[Quelques références concernant les développements dans ERANOS.]

- [L-5] C.-B. CARRICO, E.-E. LEWIS et G. PALMIOTTI, « Three Dimensional Variational Nodal Transport Methods for Cartesian, Triangular, and Hexagonal Criticality Calculations », *Nuclear Science and Engineering*, n°111, p. 168, 1992.
- [L-6] G. PALMIOTTI, C.-B. CARRICO et E.-E. LEWIS, « Variational Nodal Transport Methods with Anisotropic Scattering », *Nuclear Science and Engineering*, n°115, p. 233, 1993.
- [L-7] E.-E. LEWIS, C.-B. CARRICO et G. PALMIOTTI, « Variational Nodal Formulation of the Spherical Harmonics Equations », *Nuclear Science and Engineering*, n°122, p. 194, 1996.
- [L-8] E.-E. LEWIS et G. PALMIOTTI, « Simplified Spherical Harmonics in the Variational Nodal Method », *Nuclear Science and Engineering*, n°126, p. 48, 1997.

- [L-9] J.-M. RUGGIERI, F. MALVAGI et R. BOYER, *TGV : a Coarse Mesh 3-Dimensional Diffusion-Transport Module for the CCRR/ERANOS Code System*, note technique CEA/SPRC/LEPh/93-209, 1993.
- [L-10] Alexandre MAKARENKO, *Parallélisation de la méthode nodale variationnelle pour l'équation du transport neutronique*, thèse, Aix-Marseille I, octobre 1997.
- [Quelques références concernant les développements dans CRONOS.]
- [L-11] B. AKHERRAZ, *Résolution par la méthode des éléments finis de l'équation de transport en flux pair avec choc anisotrope*, thèse, Paris VI, décembre 1994.
- [L-12] B. AKHERRAZ, C. FEDON-MAGNAUD, J.-J. LAUTARD et R. SANCHEZ, « Anisotropic Scattering Treatment for the Neutron Transport Equation with Primal Finite Elements », *Nuclear Science and Engineering*, n° 120, p. 187–198, 1995.
- [L-13] Christine FEDON-MAGNAUD, *Résolution de l'équation de transport dans le code CRONOS*, note CEA-N-2751, 1994.
- [L-14] Jean-Jacques LAUTARD, *La Méthode nodale de CRONOS : MINOS, approximation par des éléments mixtes duaux*, note CEA-N-2763, 1994.

A.14.4 Les calculs déterministes des protections radiologiques

[Il est important de rappeler que le problème de la résolution de l'équation du transport pour les neutrons et surtout les photons gamma se pose aussi en astrophysique et dans les calculs des protections radiologiques (ces derniers font souvent appel à des calculs Monte-Carlo). Le premier titre cité ci-dessous rappelle les problèmes qui se posent en astrophysique ; le second présente le problème des protections ; les autres sont quelques exemples de développements récents de méthodes spécifiques aux calculs déterministes de protection.]

- [L-15] Subrahmanyan CHANDRASEKHAR, *Radiative Transfer*, Dover, New York, 1960.
- [L-16] H. GOLDSTEIN, *Fundamentals Aspects of Reactor Shielding*, Addison-Wesley, Reading Mass., USA, 1959.
- [L-17] Ali ASSAD, *Amélioration de la modélisation du transport des gamma suivant la méthode de l'atténuation en ligne droite*, thèse, Orsay, 20 octobre 1995.
- [L-18] Emmanuel LEFEVRE, *Mise au point et validation d'un nouveau formulaire adapté au calcul des protections neutroniques des réacteurs à neutrons rapides*, thèse, Aix-Marseille I, 19 juin 1996.
- [L-19] Olivier LITAIZE, *Contribution à la détermination de l'albédo doublement différentiel en angle et en énergie des neutrons ; application à la propagation dans les milieux lacunaires*, thèse, Strasbourg, 12 février 1999.

A.15 Validation de logiciels et schémas de calcul

[Les activités de validation de logiciels et d'élaboration des schémas de calculs sont très liées aux développements des méthodes de calculs et des codes : elles sont, à ce titre, déjà largement illustrées dans les références qui précèdent (voir, par exemple, E-14 et E-17

pour les REP). Dans une grande mesure, elles dépendent aussi des problèmes à traiter et sont donc liées aux études appliquées faisant l'objet du paragraphe suivant. Nous ne donnons ci-dessous que quelques références à titre d'exemples (réacteurs expérimentaux, REP et REB).]

- [V-1] Stéphane RAUCK, *Modélisation des phénomènes physiques dans les réacteurs de recherche à l'aide de développements réalisés dans les méthodes de calcul de transport et qualification*, thèse, 16 septembre 1999.
- [V-2] Patrick BLANC-TRANCHANT, *Élaboration et qualification de schémas de calcul de référence pour les absorbants dans les réacteurs à eau pressurisée*, thèse, Aix-Marseille I, 8 novembre 1999.
- [V-3] Frédéric BOUVERET, *Modélisation des phénomènes physiques spécifiques aux réacteurs à eau bouillante, notamment le couplage neutronique-thermohydrodynamique*, thèses, Grenoble, 5 décembre 2000.

A.16 Design et études appliquées

[Les activités « design » de systèmes et, plus généralement, les études appliquées sont la finalité de tous les développements dans le domaine de la physique, des mathématiques et de l'écriture de codes. Ces activités sont nombreuses et diverses et il serait évidemment vain de chercher à en faire une liste exhaustive : c'est dire qu'ici aussi nous nous limiterons à quelques exemples à titre d'illustration.]

[Chaque filière ou sous filière doit faire l'objet d'études spécifiques. Voici un petit livre présentant la filière des réacteurs à neutrons rapides, écrit par le meilleur spécialiste au C.E.A. à l'époque où ces réacteurs avaient encore le vent en poupe.]

- [D-1] Georges VENDRYES, *Les Surgénérateurs*, coll. « Que sais-je? », n°2362, PUF 1987.

[Le recyclage du plutonium, qui s'est concrétisé davantage dans les réacteurs à eau que dans les réacteurs à neutrons rapides, a amené de très nombreuses études de physique et d'ingénierie : en voici juste un exemple.]

- [D-2] Paul REUSS, *Étude physique du recyclage du plutonium dans les réacteurs à eau*, thèse de Doctorat d'État, Orsay, 21 mai 1979.

[Voici quelques autres exemples concernant des travaux récents sur les réacteurs standards.]

- [D-3] Dietrich KNOCHÉ, *Analyse des capacités des réacteurs à eau bouillante à recycler du combustible 100 % MOX*, thèse, Grenoble, 23 juin 1999.
- [D-4] Stefano BALDI, *Détermination de schémas d'empoisonnement pour le contrôle de la réactivité de combustibles innovants. Application aux CERMET au plutonium*, thèse, Évry, 31 mars 2000.
- [D-5] Frédéric DAMIAN, *Analyse des capacités des réacteurs à haute température sous l'aspect de l'utilisation des matières fissiles*, thèse, Grenoble, 2 février 2001.

[Le thème de la gestion des déchets a fait l'objet de nombreuses recherches depuis la loi de 1991. Ils se réfèrent le plus souvent à la thèse suivante où sont chiffrés les flux des matières concernées.]

[D-6] Stéphanie SALA, *Réduction de la radiotoxicité des déchets nucléaires à vie longue : études théoriques et stratégiques de la transmutation des actinides mineurs et des produits de fission dans les réacteurs électronucléaires*, thèse, Aix-Marseille I, 26 juin 1995.

[Exemples d'étude de transmutation.]

[D-7] Myriam VALADE, *Étude de l'incinération des transuraniens en réacteur à sel fondu*, thèse, Strasbourg, 27 octobre 2000.

[D-8] David LECARPENTIER, *Contribution aux travaux sur la transmutation des déchets nucléaires. Voie des réacteurs à sel fondu : le concept AMSTER, aspects physiques et sûreté*, thèse, CNAM, 29 juin 2001.

[Après les publications de C. Bowman et de C. Rubbia (voir les deux premières références ci-dessous), un certain nombre d'études ont été lancées sur les systèmes hybrides. Voici quelques exemples en France.]

[D-9] Charles BOWMAN et al., « Nuclear Energy Generation and Waste Transmutation Using Accelerator Driven Intense Thermal Neutron Source », LA-UR-91-2601, 1991 ou *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research*, A320, 336-367, 1992.

[D-10] Carlo RUBBIA et al., *Conceptual Design of a Fast Neutron Operated High Power Energy Amplifier*, CERN/AT/95-44 (ET), 1995.

[D-11] Véronique BERTHOU, *Contribution à une proposition d'un développement à long terme de l'énergie nucléaire : le concept TASSE (thorium based accelerator driven system with simplified fuel cycle for long term energy production)*, thèse, Évry, 30 octobre 2000.

[D-12] Denis KERDRAON, *Optimisation par simulation du couplage entre un réacteur sous-critique et sa source de spallation. Application à un démonstrateur*, thèse, Grenoble, 26 octobre 2001.

B

Constantes et tables physiques

Nous avons rassemblé dans cette annexe un tableau de Mendeleïev, les principales constantes physiques utilisées en neutronique et quelques données nucléaires ayant un caractère synthétique : intégrales de résonance, sections efficaces à 2 200 m/s, nombre moyen de neutrons émis par fission. Il est clair que les données nucléaires intervenant dans les codes sont beaucoup trop nombreuses pour être listées : si nécessaire, le lecteur devra consulter l'une des bases de données existantes (cf. p. 100 et la référence **Q-20**).

B.1 Table des éléments

Voir figure B.1, page suivante. Les noms des éléments 101 à 109 ont été adoptés définitivement par l'*International Union of Pure and Applied Chemistry* (IUPAC) lors de son assemblée générale d'août 1997 à Genève.

B.2 Constantes physiques

Source : *Handbook of Chemistry and Physics*, 81st Ed., CRC Press, 2000.

B.2.1 Unités usitées en physique nucléaire

- Unité de surface (*barn*) : $1 \text{ b} = 10^{-28} \text{ m}^2$.
- Unité de masse atomique : $1 \text{ u} = 1,660\,539 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ (Rappel : ${}^{12}_6\text{C} = 12$).
- Unité d'énergie (*électronvolt*) : $1 \text{ eV} = 1,602\,176\,5 \cdot 10^{-19} \text{ J}$.
- Vitesse de la lumière : $c = 299\,792\,458 \text{ m/s}$.
- Équivalence masse-énergie : $1 \text{ u} = 931,494\,0 \text{ MeV}$.

Table de Mendeleïev (classification des éléments)

En italiques : ELEMENTS ARTIFICIELS

1 H Hydrogène																	2 He Hélium						
3 Li Lithium	4 Be Béryllium																	5 B Bore	6 C Carbone	7 N Azote	8 O Oxygène	9 F Fluor	10 Ne Néon
11 Na Sodium	12 Mg Magnésium																	13 Al Aluminium	14 Si Silicium	15 P Phosphore	16 S Soufre	17 Cl Chlore	18 Ar Argon
19 K Potassium	20 Ca Calcium	21 Sc Scandium	22 Ti Titane	23 V Vanadium	24 Cr Chrome	25 Mn Manganèse	26 Fe Fer	27 Co Cobalt	28 Ni Nickel	29 Cu Cuivre	30 Zn Zinc	31 Ga Gallium	32 Ge Germanium	33 As Arsenic	34 Se Sélénium	35 Br Brome	36 Kr Krypton						
37 Rb Rubidium	38 Sr Strontium	39 Y Yttrium	40 Zr Zirconium	41 Nb Niobium	42 Mo Molybdène	43 Tc Technétium	44 Ru Ruthénium	45 Rh Rhodium	46 Pd Palladium	47 Ag Argent	48 Cd Cadmium	49 In Indium	50 Sn Étain	51 Sb Antimoine	52 Te Tellure	53 I Iode	54 Xe Xénon						
55 Cs Césium	56 Ba Baryum	57 à 71 <i>Lanthanides</i>	72 Hf Hafnium	73 Ta Tantale	74 W Tungstène	75 Re Rhénium	76 Os Osmium	77 Ir Iridium	78 Pt Platine	79 Au Or	80 Hg Mercure	81 Tl Thallium	82 Pb Plomb	83 Bi Bismuth	84 Po Polonium	85 At Astate	86 Rn Radon						
87 Fr Francium	88 Ra Radium	89 à 103 <i>Actinides</i>	104 Rf Rutherfordium	105 Db Dubnium	106 Sg Seaborgium	107 Bh Bohrum	108 Hs Hassium	109 Mt Meitnerium	110 ?? ??-ium	111 ?? ??-ium	112 ?? ??-ium	113	114	115	116	117	118						

Légende :

92
U
Uranium

 Numéro atomique
Symbole
Nom

Série des lanthanides (terres rares)

57 La Lanthane	58 Ce Cérium	59 Pr Prasodyme	60 Nd Néodyme	61 Pm Prométhéum	62 Sm Samarium	63 Eu Europium	64 Gd Gadolinium	65 Tb Terbium	66 Dy Dysprosium	67 Ho Holmium	68 Er Erbium	69 Tm Thulium	70 Yb Ytterbium	71 Lu Lutécium
-----------------------------	---------------------------	------------------------------	----------------------------	-------------------------------	-----------------------------	-----------------------------	-------------------------------	----------------------------	-------------------------------	----------------------------	---------------------------	----------------------------	------------------------------	-----------------------------

Série des actinides

89 Ac Actinium	90 Th Thorium	91 Pa Protactinium	92 U Uranium	93 Np Neptunium	94 Pu Plutonium	95 Am Américium	96 Cm Curium	97 Bk Berkélium	98 Cf Californium	99 Es Einsteinium	100 Fm Fermium	101 Md Mendélévium	102 No Nobélium	103 Lr Lawrencium
-----------------------------	----------------------------	---------------------------------	---------------------------	------------------------------	------------------------------	------------------------------	---------------------------	------------------------------	--------------------------------	--------------------------------	-----------------------------	---------------------------------	------------------------------	--------------------------------

Figure B.1

B.2.2 Principales constantes physiques utilisées en neutronique

- Masse de l'électron : $0,000\,548\,579\,9\text{ u} = 0,511\text{ MeV}$.
- Masse du proton : $1,007\,276\,5\text{ u} = 938,282\text{ MeV}$.
- Masse du neutron : $1,008\,664\,9\text{ u} = 939,565\text{ MeV}$.
- Charge électrique élémentaire : $e = 1,602\,176\,5 \cdot 10^{-19}\text{ C}$.
- Constante de Planck : $h = 6,626\,068 \cdot 10^{-34}\text{ J}\cdot\text{s}$.
- Nombre d'Avogadro : $N = 6,022\,142 \cdot 10^{23}\text{ mol}^{-1}$.
- Constante de Boltzmann : $k = 1,380\,650 \cdot 10^{-23}\text{ J/K}$.
- Zéro absolu : $-273,15\text{ }^\circ\text{C}$.

B.3 Sélection de données nucléaires

Source : *Joint Evaluated File : JEF - 2.2* et *Handbook of Chemistry and Physics*.

B.3.1 Données relatives aux éléments

Dans le tableau B.1, page suivante, sont donnés pour les *éléments naturels* avec leur composition isotopique moyenne :

- le numéro atomique Z ;
- le symbole chimique (ou, pour quelques matériaux importants en physique des réacteurs, la formule chimique) ;
- la masse en unité de masse atomique ;
- la masse spécifique ρ en g/cm^3 (dans les conditions usuelles, pour les matériaux liquides ou solides) ;
- le nombre d'atomes (ou de molécules) en 10^{21} par cm^3 ;
- la section efficace microscopique d'absorption à 2 200 m/s σ_a en barns ;
- l'intégrale de résonance d'absorption I_a en barns ;
- la section efficace microscopique de diffusion à 2 200 m/s σ_s en barns ;
- la section efficace macroscopique d'absorption à 2 200 m/s Σ_a en cm^{-1} ;
- la section efficace macroscopique de diffusion à 2 200 m/s Σ_s en cm^{-1} ;
- la section efficace macroscopique totale à 2 200 m/s Σ_t en cm^{-1} .

La masse spécifique, la concentration et les sections efficaces macroscopiques ne sont données que pour les matériaux solides ou liquides dans les conditions usuelles.

TABLEAU B.1. Sections efficaces des éléments naturels.

Élément	Masse (u)	ρ (g/cm ³)	N (10 ²¹ /cm ³)	σ_a (barns)	I_a (barns)	σ_s (barns)	Σ_a (cm ⁻¹)	Σ_s (cm ⁻¹)	Σ_t (cm ⁻¹)
(1) H	1,00794	-	-	0,322	0,149	30,3	-	-	-
H ₂ O	18,0153	0,998	33,4	0,644	0,299	107	0,0215	3,57	3,59
D ₂ O	20,0276	1,105	33,2	0,00133	≈ 0	10,54	0,000044	0,350	0,350
(2) He	4,002602	-	-	0,0073	0,0033	0,856	-	-	-
(3) Li	6,941	0,534	46,3	70,57	31,7	1,10	3,270	0,051	3,321
(4) Be	9,012182	1,85	123,6	0,0076	0,0048	6,34	0,00094	0,784	0,785
BeO	25,0116	3,01	72,5	0,00779	0,0049	10,10	0,00056	0,732	0,733
(5) B	10,811	2,34	130,3	764,9	342,7	4,51	99,71	0,587	100,30
(6) C	12,0107	1,6	80,2	0,00337	0,00174	4,94	0,000270	0,397	0,397
(7) N	14,00674	-	-	1,959	0,848	10,29	-	-	-
(8) O	15,9994	-	-	0,000191	0,00009	3,76	-	-	-
(9) F	18,998403	-	-	0,0095	0,0214	4,11	-	-	-
(10) Ne	20,1797	-	-	0,039	0,018	2,42	-	-	-
(11) Na	22,989770	0,94	25,4	0,532	0,312	3,09	0,0135	0,079	0,093
(12) Mg	24,3050	1,74	43,1	0,063	0,034	3,41	0,0027	0,147	0,150
(13) Al	26,981538	2,70	60,3	0,213	0,133	1,45	0,0128	0,087	0,100
(14) Si	28,0855	2,329	49,9	0,172	0,085	2,10	0,0086	0,105	0,114
(15) P	30,973761	1,823	35,4	0,166	0,081	3,19	0,0059	0,113	0,119
(16) S	32,066	2,07	38,9	0,514	0,243	1,04	0,0200	0,040	0,060
(17) Cl	35,4527	-	-	33,5	13,7	15,8	-	-	-
(18) A	39,948	-	-	0,675	-	0,65	-	-	-
(19) K	39,0983	0,89	13,7	2,10	1,21	2,23	0,0288	0,031	0,060
(20) Ca	40,078	1,54	23,1	0,430	0,223	3,03	0,0100	0,070	0,080
(21) Sc	44,9559	2,99	40,1	27,2	12	22,4	1,089	0,897	1,986
(22) Ti	47,867	4,506	56,7	6,11	2,45	4,45	0,347	0,252	0,599
(23) V	50,9415	6,0	70,9	5,06	2,54	5,05	0,359	0,358	0,717
(24) Cr	51,9961	7,15	82,8	3,07	1,55	3,42	0,255	0,283	0,538
(25) Mn	54,938049	7,3	80,0	13,31	15,33	1,77	1,065	0,141	1,206
(26) Fe	55,845	7,87	84,9	2,59	1,36	11,35	0,220	0,963	1,183
(27) Co	58,933200	8,86	90,5	37,24	75,52	6,01	3,372	0,544	3,916
(28) Ni	58,6934	8,90	91,3	4,44	2,12	17,75	0,405	1,621	2,026
(29) Cu	63,546	8,96	84,9	3,79	4,51	8,68	0,322	0,737	1,059
(30) Zn	65,39	7,14	65,8	1,11	2,00	4,08	0,073	0,268	0,341
(31) Ga	69,723	5,91	51,0	2,98	7,63	6,55	0,152	0,334	0,486
(32) Ge	72,61	5,32	44,1	2,3	6,0	8,37	0,101	0,369	0,470
(33) As	74,92160	5,75	46,2	4,30	60,2	1,89	0,199	0,087	0,286
(34) Se	78,96	4,81	36,7	12,03	13,74	1,76	0,441	0,064	0,505
(35) Br	79,904	3,103	23,4	7,00	96,1	3,29	0,164	0,077	0,241

Élément	Masse (u)	ρ (g/cm ³)	N (10 ²¹ /cm ³)	σ_a (barns)	I_a (barns)	σ_s (barns)	Σ_a (cm ⁻¹)	Σ_s (cm ⁻¹)	Σ_t (cm ⁻¹)
(36) Kr	83,80	-	-	27,7	47,0	7,46	-	-	-
(37) Rb	85,4678	1,53	10,8	0,377	5,20	5,23	0,0041	0,056	0,060
(38) Sr	87,62	2,64	18,1	1,41	8,87	3,47	0,026	0,063	0,089
(39) Y	88,90585	4,47	30,3	1,29	0,92	7,73	0,039	0,234	0,273
(40) Zr	91,224	6,52	43,0	0,184	0,932	6,49	0,0079	0,279	0,287
(41) Nb	92,90638	8,57	55,6	1,147	9,56	6,07	0,063	0,337	0,401
(42) Mo	95,94	10,2	64,0	2,57	24,5	5,56	0,165	0,346	0,521
(44) Ru	101,07	12,1	72,1	2,84	44,4	5,22	0,205	0,376	0,581
(45) Rh	102,90550	12,4	72,6	146,4	1035	3,43	10,62	0,249	10,87
(46) Pd	106,42	12,0	67,9	7,01	70,5	4,48	0,476	0,304	0,780
(47) Ag	107,8682	10,5	58,6	63,2	766	5,04	3,71	0,295	4,00
(48) Cd	112,411	8,69	46,6	2538	68,1	7,63	118,1	0,355	118,5
(49) In	114,818	7,31	38,3	194	3097	2,61	7,44	0,100	7,54
(50) Sn	118,710	5,769	29,3	0,681	6,24	4,27	0,020	0,125	0,145
(51) Sb	121,760	6,68	33,0	5,24	173	3,79	0,173	0,125	0,298
(52) Te	127,60	6,24	29,4	4,60	57,0	4,14	0,135	0,122	0,257
(53) I	126,90447	4,93	23,4	6,20	144	3,57	0,145	0,083	0,228
(54) Xe	131,29	-	-	23,5	260	8,44	-	-	-
(55) Cs	132,90545	1,93	8,75	29,1	439	3,89	0,255	0,034	0,289
(56) Ba	137,327	3,62	15,8	1,29	8,04	6,29	0,021	0,100	0,121
(57) La	138,9055	6,15	26,7	8,93	11,93	10,54	0,238	0,281	0,519
(58) Ce	140,116	6,77	29,1	0,609	0,411	2,90	0,018	0,084	0,102
(59) Pr	140,90765	6,77	28,9	11,5	18,0	2,60	0,333	0,075	0,408
(60) Nd	144,24	7,01	29,3	49,2	40,3	14,80	1,440	0,433	1,873
(62) Sm	150,36	7,52	30,1	5658	1432	35,8	170,4	1,079	171,5
(63) Eu	151,964	5,24	20,8	4539	2362	5,16	94,3	0,107	94,4
(64) Gd	157,25	7,90	30,3	48637	392	287	1471	8,68	1480
(65) Tb	158,92534	8,23	31,2	23,2	415	6,57	0,724	0,205	0,929
(66) Dy	162,50	8,55	31,7	907	1438	115	28,7	3,65	32,4
(67) Ho	164,93032	8,80	32,1	66,5	763	3,29	2,14	0,106	2,24
(68) Er	167,26	9,07	32,7	166	742	1,47	5,41	0,048	5,46
(69) Tm	168,93421	9,32	33,2	105	1720	6,3	3,49	0,209	3,70
(70) Yb	173,04	6,90	24,0	35,5	154	23,4	0,852	0,562	1,414
(71) Lu	174,967	9,84	33,9	76,0	655	5,22	2,58	0,177	2,75
(72) Hf	178,49	13,3	44,9	102,8	1990	8,58	4,61	0,385	5,00
(73) Ta	180,9479	16,4	54,6	21,15	740	6,17	1,154	0,337	1,491
(74) W	183,84	19,3	63,2	18,09	362	4,99	1,144	0,316	1,460
(75) Re	186,207	20,8	67,3	89,6	833	6,14	6,03	0,413	6,44

Élément	Masse (u)	ρ (g/cm ³)	N (10 ²¹ /cm ³)	σ_a (barns)	I_a (barns)	σ_s (barns)	Σ_a (cm ⁻¹)	Σ_s (cm ⁻¹)	Σ_f (cm ⁻¹)
(76) Os	190,23	22,59	71,5	16	180	15	1,14	1,07	2,22
(77) Ir	192,217	22,5	70,5	425	2150	14,2	30,0	1,00	31,0
(78) Pt	195,078	21,5	66,4	10,3	140	12,4	0,68	0,82	1,51
(79) Au	196,96655	19,3	59,0	98,76	1563	6,86	5,830	0,405	6,233
(80) Hg	200,59	13,53	40,6	372	73	26,5	15,1	1,08	16,2
(81) Tl	204,3833	11,8	34,8	3,43	12,9	10,01	0,119	0,348	0,467
(82) Pb	207,2	11,3	32,8	0,178	0,114	11,22	0,006	0,369	0,375
(83) Bi	208,98038	9,79	28,2	0,0372	0,239	9,33	0,001	0,263	0,264
(90) Th	232,038	11,7	30,4	7,40	85,5	11,84	0,225	0,360	0,585
(92) U	238,0289	19,1	48,3	7,61	281	9,42	0,368	0,455	0,823
UO ₂	270,0277	10,97	24,5	7,61	281	16,94	0,186	0,414	0,601

B.3.2 Données relatives aux nucléides

Dans le tableau B.2 sont donnés pour quelques nucléides particulièrement importants :

- le symbole ;
- la masse en unité de masse atomique ;
- la section efficace microscopique d'absorption à 2 200 m/s σ_a en barns ;
- l'intégrale de résonance d'absorption I_a en barns ;
- la section efficace microscopique de fission à 2 200 m/s σ_f en barns ;
- l'intégrale de résonance de fission I_f en barns ;
- la section efficace microscopique de diffusion à 2 200 m/s σ_s en barns ;
- le nombre ν de neutrons émis lors d'une fission induite par un neutron thermique ;
- le nombre η de neutrons émis pour une absorption de neutron thermique.

TABLEAU B.2. Données nucléaires de quelques nucléides.

Nucléide	Masse (u)	σ_a (barns)	I_a (barns)	σ_f (barns)	I_f (barns)	Σ_s (barns)	ν	η
¹ H	1,007 825 032	0,332	0,149	0	0	30,33	-	-
² H	2,014 101 778	0,000 51	0,000 26	0	0	4,25	-	-
¹⁰ B	10,012 937 0	3844	1722	0	0	2,25	-	-
¹¹ B	11,009 305 5	0,005 5	0,002 8	0	0	5,07	-	-
²³² Th	232,038 050	7,40	85,5	0	0	11,83	-	-
²³¹ Pa	231,035 879	227	607	0,01	5,1	8,46	2,296	0,000 1
²³³ Pa	233,04	41,5	856	0	0	8,43	-	-

Nucléide	Masse (u)	σ_a (barns)	I_a (barns)	σ_f (barns)	I_f (barns)	Σ_s (barns)	ν	η
²³² U	232,037 13	149,7	746	77,1	429	7,54	3,131	1,613
²³³ U	233,039 627	571,1	897	525,2	762	14,42	2,498	2,297
²³⁴ U	234,040 946	103,5	667	0,46	6,5	12,33	2,352	0,011
²³⁵ U	235,043 923	681,5	411	582,6	279	15,09	2,439	2,085
²³⁶ U	236,045 561	5,21	355	0,047	7,8	8,09	2,317	0,021
²³⁸ U	238,050 783	2,719	280	0,000 012	2,0	9,38	1,644	0,000 01
²³⁷ Np	237,048 167	181,0	666	0,018	6,4	14,77	-	-
²³⁸ Pu	238,049 553	563,4	176	17,3	33	19,90	2,889	0,089
²³⁹ Pu	239,052 157	1017,7	483	747,3	298	8,82	2,874	2,110
²⁴⁰ Pu	240,053 808	288,8	8459	0,068	10,1	1,51	2,783	0,000 7
²⁴¹ Pu	241,05	1375,3	750	1012,3	580	11,19	2,939	2,163
²⁴² Pu	242,058 737	18,5	1122	0,014	6,3	8,32	2,808	0,002
²⁴⁴ Pu	244,064 198	1,83	106	0	5	9,65	-	-
²⁴¹ Am	241,056 822	618	1463	3,2	16	12,09	3,337	0,017
^{242m} Am	242,06	8694	1904	6885	1642	13,75	-	-
²⁴³ Am	243,061 374	76	1821	0,050	6,5	7,13	3,061	0,002
²⁴² Cm	242,058 831	21,5	128	5,0	12	10,11	3,161	0,734
²⁴³ Cm	243,061 362	545	2070	432	1786	6,80	3,393	2,688
²⁴⁴ Cm	244,062 747	15,5	653	1,0	20	7,59	3,238	0,217
²⁴⁵ Cm	245,065 484	2480	884	2131	760	10,45	-	-

Les tirets indiquent les quantités sans objet ou les valeurs inconnues.

Les masses non données par le Handbook of Chemistry and Physics ont été prises dans Nucleides and Isotopes Fifteenth Edition (1996), Lockheed Martin, GE Nuclear Energy.

B.3.3 Énergies libérées par fission

Le tableau B.3 donne les valeurs des énergies libérées par fission induite par neutron, en MeV, pour les principaux noyaux lourds (source : CEA/ SERMA).

TABLEAU B.3. Énergie moyenne libérée par fission induite pour quelques noyaux lourds
(sans l'énergie des antineutrinos).

Noyau fissionné	Énergie (MeV)
Thorium 232	187,0
Uranium 233	190,7
Uranium 235	193,7
Uranium 238	197,0
Plutonium 239	202,0
Plutonium 241	204,4
Américium 242	207,0

Noter que les valeurs :

- excluent l'énergie emportée par les antineutrinos (un peu moins de 10 MeV) car elle ne sera pas récupérée ;
- excluent l'énergie déposée par les photons gammas émis lors des réactions de capture neutronique (sans fission) : les utilisateurs du code APOLLO-1 doivent *ajouter 8 MeV aux valeurs données dans ce tableau* pour calculer les combustions massiques.

C

Compléments mathématiques

Nous avons rassemblé, dans cette annexe, les principaux éléments mathématiques utiles à la neutronique. La plupart de ces éléments sont utilisés dans bien d'autres branches de la physique et peuvent donc être trouvés — mais de façon éparpillée — dans de nombreux livres ; quelques-uns — tels les fonctions exprimant le noyau de l'opérateur de Peierls — sont sans doute moins connus :

- la *distribution de Dirac*, utile pour représenter les sources élémentaires de neutrons ;
- les propriétés générales des *opérateurs linéaires*, qui s'appliquent en particulier à l'équation de Boltzmann ;
- la *transformation de Fourier*, qui facilite l'étude de ces opérateurs lorsqu'ils sont invariants par translation, ce qui est le cas de l'équation de Boltzmann en milieu infini et homogène, c'est-à-dire en mode fondamental ;
- les *harmoniques sphériques*, fonctions propres des opérateurs invariants par rotation, en particulier l'opérateur de diffusion des neutrons ;
- les *fonctions propres du laplacien*, utiles pour l'étude du flux dans une pile nue et homogène et, plus généralement, en mode fondamental ;
- les *fonctions de Bessel*, qui permettent d'exprimer les solutions de l'équation de la diffusion dans les géométries cylindriques, celles qui sont le plus couramment adoptées dans les réacteurs ;
- les expressions de l'*opérateur d'advection* (intervenant dans l'expression différentielle de l'opérateur de transport) dans les principaux systèmes de coordonnées ;
- les expressions de l'*opérateur de Peierls* (expression intégrale de l'opérateur de transport dans l'hypothèse d'émissions isotropes) pour les principaux systèmes de coordonnées ;
- les *fonctions exponentielles intégrales* intervenant dans l'expression de cet opérateur en géométrie plane \mathbf{x} ;
- les *fonctions de Bickley-Naylor* intervenant dans l'expression de cet opérateur en géométrie $\mathbf{x}\text{-}\mathbf{y}$;
- les *formules de quadrature*, notamment les *formules de Gauss*, très souvent choisies pour les calculs numériques d'intégrales, par exemple dans la méthode S_N ou dans celle des tables de probabilité.

C.1 Distribution de Dirac

Le terme de « *distribution* » rappelle que la « fonction » de Dirac n'est pas une « vraie » fonction mais une fonction-densité (cf. p. 110).

C.1.1 Définition intuitive

La distribution de Dirac $\delta(x)$ peut être imaginée comme la limite de la distribution d'une quantité unité placée sur un axe x lorsqu'elle est complètement concentrée au point origine. Par exemple, la limite d'une distribution gaussienne normalisée :

$$\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma^2}\right),$$

lorsque que σ tend vers zéro. Cette définition intuitive peut être étendue aux espaces à 2 ou 3 dimensions.

C.1.2 Définitions mathématiques

La distribution de Dirac $\delta(x)$ est définie mathématiquement en tant que *fonctionnelle* associant à toute fonction $f(x)$ continue à l'origine le nombre $f(0)$, c'est-à-dire la valeur à l'origine :

$$\int_D f(x)\delta(x) dx = f(0),$$

quel que soit l'intervalle D , pourvu qu'il contienne le point origine (sinon l'intégrale est nulle).

Une définition équivalente, comme le montre une intégration par parties, est la dérivée de l'échelon unité :

$$\delta(x) = \frac{d}{dx} \Upsilon(x).$$

La définition en tant que fonctionnelle peut être généralisée à un espace à un nombre n quelconque de dimensions :

$$\iint \cdots \int_D f(x_1, x_2, \dots, x_n) \delta(x_1) \delta(x_2) \dots \delta(x_n) dx_1 dx_2 \dots dx_n = f(0, 0, \dots, 0),$$

(si D contient l'origine, sinon l'intégrale est nulle); cela peut s'écrire de façon plus compacte :

$$\int_D f(\vec{r}) \delta(\vec{r}) d^n r = f(\vec{0}).$$

C.1.3 Définitions en tant que laplaciens

Les trois formules suivantes, où l'on a posé $\rho^2 = x^2 + y^2$ et $r^2 = x^2 + y^2 + z^2$, sont utiles dans les calculs sur l'équation de la diffusion :

$$\delta(x) = \frac{1}{2} \Delta|x|, \quad \delta(\rho) = \frac{1}{2\pi} \Delta(\ln \rho), \quad \delta(\vec{r}) = -\frac{1}{4\pi} \Delta \frac{1}{r}.$$

C.1.4 Généralisations

- Par un changement d'origine, on définit la distribution de Dirac placée en un point quelconque \vec{r}_0 :

$$\int_D f(\vec{r}) \delta(\vec{r} - \vec{r}_0) d^n r = f(\vec{r}_0),$$

(si f est continue en \vec{r}_0 et si D contient le point \vec{r}_0).

- Par changement de variable, on obtient :

$$\delta(\lambda x) = \frac{\delta(x)}{|\lambda|},$$

et plus généralement :

$$\delta[g(x)] = \sum_i \frac{\delta(x - x_i)}{|g'(x_i)|},$$

où les x_i sont les zéros de g ; cette distribution $\delta[g(x)]$ n'existe pas si la dérivée de g est nulle pour l'un des x_i .

- Par intégration par parties, les dérivées de la distribution de Dirac peuvent être définies en tant que fonctionnelles :

$$\int_D f(x) \delta'(x) dx = -f'(0), \quad \int_D f(x) \delta^{(m)}(x) dx = (-)^m f^{(m)}(0),$$

(si D contient l'origine et si les dérivées de f sont continues à l'origine).

C.2 Opérateurs linéaires

C.2.1 Définition

Un opérateur A est un être mathématique associant une fonction g à une fonction f , ce que l'on écrit : $g = Af$. Ces fonctions dépendent d'une variable scalaire ou vectorielle x appartenant à un certain ensemble (nous supposons ici que les fonctions f et g appartiennent au même ensemble et que les arguments de f et g appartiennent au même ensemble, mais ces hypothèses ne sont pas forcément nécessaires).

Un opérateur est dit « linéaire » s'il respecte les combinaisons linéaires :

$$A(\alpha_1 f_1 + \alpha_2 f_2) = \alpha_1 A f_1 + \alpha_2 A f_2,$$

où α_1 et α_2 sont des nombres.

C.2.2 Tout opérateur linéaire est intégral

Un opérateur intégral est un opérateur qui se présente sous la forme :

$$g(x) = (Af)(x) = \int k(x, x') f(x') dx',$$

où $k(x, x')$ est une fonction donnée des variables x et x' appelée « noyau de l'opérateur » ; l'intégrale porte sur le domaine où est défini l'argument de f . Il est évident qu'un opérateur intégral est linéaire.

On montre qu'inversement, tout opérateur linéaire peut être mis sous une forme intégrale ; le noyau est :

$$k(x, x_0) = A\delta(x - x_0),$$

où la distribution de Dirac est considérée comme fonction de x .

C.2.3 Opérateur adjoint

Le produit scalaire de deux fonctions u et v est défini par :

$$\langle u, v \rangle = \int u(x)v(x) dx,$$

où l'intégrale porte sur le domaine de définition de x . (Nous nous limiterons ici aux fonctions à valeurs réelles ; si ce n'est pas le cas : remplacer la fonction mise en premier facteur des produits scalaires par sa complexe conjuguée.)

L'opérateur adjoint A^+ d'un opérateur linéaire A est défini par l'égalité :

$$\langle u, Av \rangle = \langle A^+u, v \rangle,$$

vérifiée quels que soient u et v . Par exemple, l'adjoint de l'opérateur d/dx est $-d/dx$; l'adjoint de l'opérateur laplacien Δ est Δ (un opérateur identique à son adjoint est dit « auto-adjoint »).

On vérifiera facilement que, sous la forme intégrale, on passe d'un opérateur à son adjoint en *permutant les arguments x et x' du noyau*.

C.2.4 Éléments propres d'un opérateur

Une fonction f est dite « fonction propre » d'un opérateur A si elle est telle que :

$$Af = \mu f,$$

où μ est un nombre, appelé « valeur propre » associée.

Le spectre des valeurs propres peut être discret, continu ou partiellement l'un et l'autre.

S'il y a plusieurs fonctions linéairement indépendantes associées à une même valeur propre, cette dernière est dite « dégénérée » ; l'ordre de la dégénérescence est le nombre maximum de fonctions propres associées linéairement indépendantes.

Un opérateur et son adjoint ont le même spectre de valeurs propres.

Toute fonction propre f_i^+ de A^+ associée à μ_i est orthogonale à toute fonction propre f_j de A associée à μ_j , c'est-à-dire que leur produit scalaire est nul, si μ_i et μ_j sont différentes :

$$\langle f_i^+, f_j \rangle = 0 \quad \text{si } \mu_i \neq \mu_j.$$

Supposons que le spectre des valeurs propres soit discret. Les propriétés suivantes apparaissent :

- les fonctions propres f_i^+ de A^+ et les fonctions propres f_j de A associées à une même valeur propre dégénérée peuvent être choisies de façon à être orthogonales deux à deux :

$$\langle f_i^+, f_j \rangle = 0;$$

- toutes les fonctions propres n'étant définies qu'à un facteur près, ces fonctions peuvent être normées de façon que :

$$\langle f_i^+, f_i \rangle = 1 ;$$

- dans ces conditions le jeu est *orthonormé* :

$$\langle f_i^+, f_j \rangle = \delta_{ij},$$

où δ_{ij} est le symbole de Kronecker. Si les fonctions propres sont ainsi orthonormées et si nous admettons qu'elles forment une base complète, nous pouvons développer toute fonction $\varphi(x)$:

$$\varphi(x) = \sum_n \varphi_n f_n(x)$$

avec :

$$\varphi_n = \langle f_n^+, \varphi \rangle.$$

En particulier, nous avons les deux propriétés suivantes :

- le *noyau de l'opérateur* peut être écrit :

$$k(x, x') = \sum_n \mu_n f_n^+(x') f_n(x);$$

- la *distribution de Dirac* peut être développée sur les fonctions propres (comme n'importe quelle distribution) :

$$\delta(x - x') = \sum_n f_n^+(x') f_n(x).$$

Cette dernière relation est dite « *relation de fermeture* ».

Remarque que, si l'opérateur est auto-adjoint (par exemple, le laplacien), toutes ces relations peuvent être écrites sans le signe « + ».

C.3 Transformation de Fourier

C.3.1 Opérateurs invariants par translation

On est amené en neutronique à s'intéresser au cas du milieu infini et homogène dit « mode fondamental ». Ce cas se caractérise par l'invariance par translation : si, par exemple, les sources de neutrons sont déplacées d'une certaine distance, le flux qui en résulte subit le même déplacement ; plus généralement, si une fonction f subit un déplacement x_0 — c'est-à-dire si son argument x est remplacé par $(x - x_0)$ —, la fonction g qui lui est liée par un opérateur linéaire A subit le même déplacement — c'est-à-dire $g(x)$ est remplacée par $g(x - x_0)$. On peut montrer que cette invariance par translation entraîne que le noyau $k(x, x')$ de A ne dépend que de la *différence* $x - x'$; et inversement, un opérateur dont le noyau n'est fonction que de $x - x'$ est invariant par translation.

La forme générale d'un opérateur invariant par translation est donc :

$$g(x) = \int k(x - x') f(x') dx',$$

où l'intégrale porte sur tout l'espace considéré à une ou plusieurs dimension(s). Une intégrale de ce type porte le nom de « *produit de convolution* » ; en notant « $*$ » ce produit, on explicite un opérateur invariant par translation par la formule :

$$g = k * f.$$

(Un tel opérateur est aussi appelé « *opérateur de convolution* ».)

Remarques :

- 1/ La distribution de Dirac δ est l'unité du produit de convolution ;
- 2/ le produit de convolution est commutatif.

Il est facile de constater que les fonctions propres de tels opérateurs sont les fonctions exponentielles $e^{-a \cdot x}$ où a est une constante (si x est un vecteur à n dimensions, la constante a doit être aussi vectorielle de dimension n et le point doit être interprété comme un produit scalaire des deux vecteurs). Si nous nous limitons aux fonctions propres bornées, nous prendrons a imaginaire pur, soit $a = ib$ avec b réel. Les opérateurs invariants par translation ont donc *tous les mêmes fonctions propres*, disons les fonctions $e^{-ib \cdot x}$.

Ils ne diffèrent que par les valeurs propres associées. On vérifie en remplaçant f par $e^{-ib \cdot x}$ et g par λf que la valeur propre associée à $e^{-ib \cdot x}$ est :

$$\lambda = \int k(x) e^{ib \cdot x} dx.$$

Cette intégrale est la transformée de Fourier $\hat{k}(b)$ du noyau $k(x)$.

Nous voyons finalement que l'étude du mode fondamental est très liée à la transformation de Fourier : c'est la raison pour laquelle nous ferons quelques rappels à ce sujet.

C.3.2 Définitions de la transformée de Fourier d'une fonction

La transformée de Fourier d'une fonction $\varphi(x)$ existe si celle-ci est de carré sommable, ce que nous supposons donc ici.

Dans ce qui suit, x désigne un point dans l'espace « physique » à n dimensions et b un vecteur à n composantes cartésiennes de l'espace « dual ». Les intégrales portent sur tout l'espace considéré « physique » ou « dual » ; dx et db sont les éléments de volume respectifs.

Il y a une très grande symétrie entre ces deux espaces : la formule d'inversion, c'est-à-dire la formule donnant la fonction originale à partir de sa transformée, est très semblable à la formule définissant la transformation. (Cette formule d'inversion se démontre une fois qu'on a établi l'association entre la fonction constante et la distribution de Dirac ; cette association se constate en prenant une distribution gaussienne dont la transformée est aussi une distribution gaussienne et « en passant à la limite ».)

Il existe plusieurs variantes dans les définitions, explicitant plus ou moins cette symétrie.

– **Convention a**

Formule directe :

$$\hat{\varphi}(b) = \int \varphi(x) e^{ib \cdot x} dx.$$

Formule inverse :

$$\varphi(x) = \frac{1}{(2\pi)^n} \int \hat{\varphi}(b) e^{-ib \cdot x} db.$$

– **Convention b**

Formule directe :

$$\hat{\varphi}(b) = \frac{1}{(2\pi)^{n/2}} \int \varphi(x) e^{ib \cdot x} dx.$$

Formule inverse :

$$\varphi(x) = \frac{1}{(2\pi)^{n/2}} \int \hat{\varphi}(b) e^{-ib \cdot x} db.$$

– **Convention c**

Formule directe :

$$\hat{\varphi}(b) = \int \varphi(x) e^{2\pi i b \cdot x} dx.$$

Formule inverse :

$$\varphi(x) = \int \hat{\varphi}(b) e^{-2\pi i b \cdot x} db.$$

C.3.3 Transformée de Fourier d'un produit de convolution

Un produit de convolution est transformé en un produit simple : cette propriété de la transformation de Fourier est sans doute la plus intéressante en pratique.

Elle permet notamment de retrouver très simplement les résultats précédents sur les éléments propres des opérateurs invariants par translation.

C.3.4 Exemples à une dimension (convention a)

Une gaussienne est associée à une gaussienne. Si la première est « large », la seconde est « étroite » et vice-versa.

$$\exp(-\alpha x^2) \implies \sqrt{\pi/\alpha} \exp\left(-\frac{b^2}{4\alpha}\right).$$

Si l'on fait tendre le paramètre α vers zéro, on voit que :

$$1 \implies 2\pi\delta(b).$$

Inversement, par définition même de la distribution de Dirac, on remarque que :

$$\delta(x) \implies 1.$$

En dérivant la formule d'inversion par rapport à x , puis en raisonnant par récurrence, on établit que les transformées de Fourier d'une fonction et de ses dérivées successives sont reliées par :

$$\begin{aligned}\varphi(x) &\implies \hat{\varphi}(b), \\ \frac{d\varphi(x)}{dx} &\implies -ib\hat{\varphi}(b), \\ \frac{d^2\varphi(x)}{dx^2} &\implies -b^2\hat{\varphi}(b), \\ \frac{d^3\varphi(x)}{dx^3} &\implies +ib^3\hat{\varphi}(b), \\ \frac{d^4\varphi(x)}{dx^4} &\implies +b^4\hat{\varphi}(b),\end{aligned}$$

et ainsi de suite.

On en déduit que la dérivée d'un produit de convolution $h = f * g$ est donnée par l'une ou l'autre des expressions (et non leur somme) :

$$\frac{dh(x)}{dx} = \frac{df(x)}{dx} * g(x) = f(x) * \frac{dg(x)}{dx}.$$

C.3.5 Transformées de Fourier dans l'espace à 2 ou 3 dimensions

Les formules des dérivées se généralisent aux cas à plusieurs dimensions (nous utilisons la notation \vec{r} à la place de x pour le souligner et restons avec la convention **a**) :

$$\begin{aligned}\varphi(\vec{r}) &\implies \hat{\varphi}(\vec{b}), \\ \vec{\text{grad}} \varphi(\vec{r}) &\implies -i\vec{b}\hat{\varphi}(\vec{b}), \\ \Delta\varphi(\vec{r}) &\implies -b^2\hat{\varphi}(\vec{b}).\end{aligned}$$

Les transformées de Fourier de fonctions factorisées selon les directions cartésiennes sont elles aussi factorisées selon les directions cartésiennes, chaque facteur étant donné par la formule de transformation à *une* dimension.

Une remarque similaire peut être faite pour les fonctions factorisées $[(x, y), z]$ ou analogues.

C.3.6 Transformées de Fourier des fonctions symétriques (convention a)

Les formules de transformation sont plus simples lorsqu'on considère des fonctions symétriques par rapport à l'origine, c'est-à-dire paires (à une dimension), à symétrie de révolution (à deux dimensions) ou à symétrie sphérique (à trois dimensions) ; remarquer aussi

que les transformées jouissent des mêmes propriétés de symétrie. Avec la convention **a**, et après intégration sur les angles dans les cas à deux et trois dimensions, les formules s'écrivent :

– Une dimension :

$$\hat{\varphi}(b) = \int_0^{\infty} \varphi(x) \cos(bx) 2 dx.$$

– Deux dimensions :

$$\hat{\varphi}(b) = \int_0^{\infty} \varphi(\rho) j_0(b\rho) 2\pi\rho d\rho.$$

– Trois dimensions :

$$\hat{\varphi}(b) = \int_0^{\infty} \varphi(r) \frac{\sin(br)}{br} 4\pi r^2 dr.$$

Les formules inverses sont analogues ; il faut seulement permuter les noms des variables et ajouter les facteurs $1/(2\pi)^n$ devant les intégrales.

Par développement en puissances de b de ces transformées de Fourier, on remarque que les coefficients du développement sont, à un facteur numérique près, les *moments pairs successifs* de la variable d'espace :

– Une dimension :

$$\hat{\varphi}(b) = \left[1 - \frac{b^2}{2} \langle x^2 \rangle + \frac{b^4}{24} \langle x^4 \rangle + \dots \right] \cdot \int_0^{\infty} \varphi(x) 2 dx.$$

– Deux dimensions :

$$\hat{\varphi}(b) = \left[1 - \frac{b^2}{4} \langle x^2 \rangle + \frac{b^4}{64} \langle x^4 \rangle + \dots \right] \cdot \int_0^{\infty} \varphi(\rho) 2\pi\rho d\rho$$

– Trois dimensions :

$$\hat{\varphi}(b) = \left[1 - \frac{b^2}{6} \langle x^2 \rangle + \frac{b^4}{120} \langle x^4 \rangle + \dots \right] \cdot \int_0^{\infty} \varphi(r) 4\pi r^2 dr$$

C.3.7 Formule sommatoire de Poisson

Cette formule exprime que les deux séries obtenues en sommant les valeurs d'une fonction aux abscisses entières et les valeurs de sa transformée de Fourier (attention ! avec la convention **c**) également aux abscisses entières ont la même somme :

$$\sigma = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \varphi(m) = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \hat{\varphi}(m).$$

Ce théorème transforme une série lentement convergente en une série rapidement convergente et vice-versa. Il se démontre en introduisant la fonction :

$$e(x) = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \delta(x - m),$$

qui est égale à sa transformée de Fourier, comme on le constate en comparant la transformée de Fourier à la représentation par série de Fourier.

La formule sommatoire de Poisson se généralise aux séries doubles, triples, etc.

C.3.8 Valeurs propres des opérateurs invariants par translation

Nous avons vu que la valeur propre d'un opérateur invariant par translation associée à la fonction propre $e^{-ib \cdot x}$ est la transformée de Fourier \hat{k} du noyau k prise pour l'argument b . Mais, il s'avère en général maladroit de faire le calcul en suivant cette démarche, c'est-à-dire en explicitant k puis en calculant \hat{k} ; il vaut mieux faire agir directement l'opérateur sur la fonction $e^{-ib \cdot x}$ et observer le résultat. Par exemple, pour l'opérateur laplacien, le simple calcul des dérivées montre que :

$$\Delta e^{-i\vec{b} \cdot \vec{r}} = -b^2 e^{-i\vec{b} \cdot \vec{r}},$$

donc que :

$$\lambda = \hat{k}(b) = -b^2.$$

(Le noyau de cet opérateur est le laplacien de la distribution de Dirac et est assez difficile à imaginer !)

C.3.9 Opérateurs linéaires en réseau infini et régulier

a) Invariance par translation dans un réseau

Un réseau infini et régulier se caractérise par une *périodicité*. Cette périodicité peut être à une, deux ou trois dimensions. Nous nous limiterons ici au cas d'un réseau à deux dimensions qui est celui le plus couramment réalisé (approximativement) dans les réacteurs : en section droite, le réseau est un pavage régulier et infini du plan par des mailles identiques. Les cas à une dimension (approximativement réalisé dans les réacteurs à plaques) et à trois dimensions sont tout à fait similaires.

Comme le milieu infini et homogène, un réseau infini et régulier se caractérise aussi par une propriété d'invariance par translation, mais *seulement* pour des translations d'un nombre entier de mailles, c'est-à-dire les translations qui amènent à un point similaire au point de départ mais situé dans une autre maille. Dans un réseau à deux dimensions, ces translations sont définies par l'ensemble des vecteurs de la forme :

$$\vec{t} = m\vec{p} + n\vec{q},$$

où \vec{p} et \vec{q} sont les deux vecteurs caractérisant les déplacements élémentaires d'une maille vers une maille voisine et m et n des entiers positifs, négatifs ou nuls.

b) Opérateurs invariants par translation dans un réseau

Un opérateur linéaire A dans un réseau infini et régulier sera caractérisé par l'invariance dans ces translations (penser, par exemple, au déplacement des sources de neutrons dans un réseau : il conduit au même déplacement du flux) : si l'opérateur est explicité sous forme intégrale, son noyau k sera caractérisé par :

$$k(\vec{r} + m\vec{p} + n\vec{q}; \vec{r}' + m\vec{p} + n\vec{q}) = k(\vec{r}; \vec{r}').$$

c) Éléments propres des opérateurs invariants par translation dans un réseau

En reportant, on vérifie que les fonctions propres sont des fonctions *factorisées* :

$$F(\vec{r}) = f(\vec{r}) \cdot e^{-i\vec{b}\cdot\vec{r}}.$$

Le deuxième facteur (qu'on peut aussi écrire $e^{-\vec{a}\cdot\vec{r}}$ dans la mesure où les intégrales convergent) est le même qu'en situation homogène.

Le premier facteur est une *fonction périodique* (périodicité du réseau) qui apparaît comme une fonction propre :

$$\lambda f(\vec{r}) = \int_{\text{Une maille}} \hat{k}(\vec{r}; \vec{r}'; \vec{b}) f(\vec{r}') d^2 r',$$

de l'opérateur dont le noyau est défini par :

$$\hat{k}(\vec{r}; \vec{r}'; \vec{b}) = \sum_{m,n} k(\vec{r}; \vec{r}' + m\vec{p} + n\vec{q}) \exp[i\vec{b}\cdot(\vec{r} - \vec{r}' - m\vec{p} - n\vec{q})],$$

avec la valeur propre λ (dépendant du choix de \vec{b}) adéquate.

(Noter qu'on retrouve le cas du milieu infini et homogène en réduisant la maille à un point.)

Comme précédemment, il est en général plus simple de reporter une telle forme pour F dans les équations telles qu'elles se présentent et d'examiner la valeur de λ qui permet de les vérifier.

Remarquer que l'exponentielle « macroscopique » $e^{-i\vec{b}\cdot\vec{r}}$ et la fonction périodique f sont des fonctions toutes deux à valeurs complexes. Il en résulte que la « structure fine périodique » a une composante symétrique et une composante anti-symétrique.

C.4 Harmoniques sphériques

C.4.1 Invariance par rotation

Les fonctions trigonométriques sinus et cosinus sont utiles pour représenter les fonctions périodiques : c'est ce qui est réalisé dans un développement en série de Fourier. Si l'on ramène, si nécessaire, la période à 2π par un changement de variable, une fonction périodique peut être considérée comme une fonction de la *direction dans un plan* qui se

repère par une *longitude* φ . Les fonctions $e^{in\varphi}$ (avec n entier), dont les parties réelles et imaginaires sont $\cos n\varphi$ et $\sin n\varphi$, sont les *fonctions propres des opérateurs linéaires invariants par rotation*, c'est-à-dire les opérateurs (associant une fonction g à une fonction f) qui s'explicitent, quand ils sont écrits sous forme intégrale, par :

$$g(\varphi) = \int_{(2\pi)} k(\varphi - \varphi') f(\varphi') d\varphi',$$

avec un noyau k ne dépendant que de la seule différence $\varphi - \varphi'$, et ainsi invariant par rotation. On peut le vérifier en prenant $f(\varphi) = e^{in\varphi}$ sous l'intégrale; le calcul montre que la valeur propre associée est donnée par la formule :

$$\lambda_n = \int_{(2\pi)} k(\psi) e^{-in\psi} d\psi.$$

Les opérateurs invariants par rotation dans un plan ont ainsi tous les mêmes fonctions propres et ne diffèrent que par leurs valeurs propres; un développement en série de Fourier est un développement sur ces fonctions propres. Le choix de ces fonctions propres comme base de développement permet de simplifier tous les problèmes présentant une telle invariance par rotation.

Dans l'espace à trois dimensions, les harmoniques sphériques jouent le même rôle que les fonctions $\cos n\varphi$ et $\sin n\varphi$ dans le plan. Ces fonctions s'avèrent utiles en neutronique parce que les *sections efficaces sont invariantes par rotation* (les matériaux sont, en pratique, isotropes à l'échelle des libres parcours des neutrons). Elles permettent, en particulier, de simplifier l'opérateur de diffusion.

Deux angles sont nécessaires pour repérer une direction dans l'espace (cf. figure 3.1, page 105) : on prend souvent la latitude (mesurée à partir de l'équateur) ou la colatitude θ (mesurée à partir du pôle Nord) et la longitude φ (qui a la même définition que dans le problème plan puisqu'elle repère la direction de la *projection* sur le plan équatorial de la direction dans l'espace).

Rappelons que les trois composantes cartésiennes d'un vecteur unitaire $\vec{\Omega}$ sont (en comptant la longitude à partir de la direction \vec{x}) :

$$\begin{aligned}\Omega_x &= \sin \theta \cos \varphi, \\ \Omega_y &= \sin \theta \sin \varphi, \\ \Omega_z &= \cos \theta,\end{aligned}$$

et que l'élément d'angle solide s'exprime par :

$$d^2\Omega = \sin \theta d\theta d\varphi.$$

Un opérateur invariant par rotation a un noyau k qui ne dépend que de l'angle entre les directions $\vec{\Omega}$ et $\vec{\Omega}'$, seule grandeur invariante par toute rotation. Pour des raisons de commodité, on préfère souvent utiliser, plutôt que cet angle, son cosinus :

$$v = \vec{\Omega} \cdot \vec{\Omega}'.$$

Les harmoniques sphériques sont les fonctions propres des opérateurs linéaires invariants par rotation. On a l'habitude de les introduire et de les étudier à partir d'un opérateur

particulier (invariant par rotation), la partie angulaire E de l'opérateur laplacien Δ . Celle-ci apparaît lorsqu'on explicite Δ en coordonnées sphériques :

$$\Delta \cdot = \frac{\partial^2 \cdot}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial \cdot}{\partial r} + \frac{1}{r^2} E \cdot ,$$

avec :

$$E \cdot = \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial \cdot}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{\sin^2 \theta} \frac{\partial^2 \cdot}{\partial \varphi^2} .$$

On peut trouver des fonctions propres indépendantes de φ . Elles sont utiles dans les problèmes invariants vis-à-vis de φ c'est-à-dire par rotation autour de l'axe \vec{z} : ce sont les *polynômes de Legendre*. Les *harmoniques sphériques* sont les fonctions propres générales dépendant des deux variables θ et φ .

L'équation définissant les harmoniques sphériques s'écrit en posant $\mu = \cos \theta$ et en désignant par $-\lambda$ la valeur propre :

$$(1 - \mu^2) \frac{\partial^2 Y}{\partial \mu^2} - 2\mu \frac{\partial Y}{\partial \mu} + \frac{1}{1 - \mu^2} \frac{\partial^2 Y}{\partial \varphi^2} + \lambda Y = 0 .$$

L'équation définissant les fonctions indépendantes de φ se réduit à :

$$(1 - \mu^2) \frac{d^2 Y}{d\mu^2} - 2\mu \frac{dY}{d\mu} + \lambda Y = 0 .$$

C.4.2 Polynômes de Legendre

On peut rechercher la solution sous forme d'un développement en puissances de μ . On trouve ainsi une série dont le rayon de convergence est 1 : c'est dire qu'elle diverge pour au moins l'une des valeurs $\mu = +1$ ou $\mu = -1$, donc sur au moins l'un des pôles de la sphère, *sauf* si la série ne contient qu'un nombre fini de termes, c'est-à-dire se réduit à un polynôme. C'est le cas si et seulement si la valeur propre (au signe près) est de la forme :

$$\lambda = n(n + 1) .$$

Ces solutions polynomiales, convenablement normalisées, sont les polynômes de Legendre notés $P_n(\mu)$. Les principales propriétés sont les suivantes :

- $P_n(\mu)$ est de degré n ;
- de parité $(-)^n$;
- est normalisé par $P_n(1) = 1$;
- ces polynômes sont orthogonaux deux à deux mais non normés :

$$\int_{-1}^{+1} P_k(\mu) P_n(\mu) d\mu = \delta_{kn} \frac{2}{2n + 1} ;$$

- la formule de Rodrigues :

$$P_n(\mu) = \frac{1}{2^n n!} \left(\frac{d}{d\mu} \right)^{(n)} (\mu^2 - 1)^n ,$$

pourrait aussi être une définition de ces polynômes ;

- il y a une relation de récurrence entre trois polynômes successifs :

$$(n + 1)P_{n+1}(\mu) - (2n + 1)\mu P_n(\mu) + nP_{n-1}(\mu) = 0,$$

qui permet de les calculer à partir de $P_0(\mu) = 1$ et $P_1(\mu) = \mu$. Voici les treize premiers :

$$P_0(\mu) = 1,$$

$$P_1(\mu) = \mu,$$

$$P_2(\mu) = (3\mu^2 - 1)/2,$$

$$P_3(\mu) = (5\mu^3 - 3\mu)/2,$$

$$P_4(\mu) = (35\mu^4 - 30\mu^2 + 3)/8,$$

$$P_5(\mu) = (63\mu^5 - 70\mu^3 + 15\mu)/8,$$

$$P_6(\mu) = (231\mu^6 - 315\mu^4 + 105\mu^2 - 5)/16,$$

$$P_7(\mu) = (429\mu^7 - 693\mu^5 + 315\mu^3 - 35\mu)/16,$$

$$P_8(\mu) = (6435\mu^8 - 12012\mu^6 + 6930\mu^4 - 1260\mu^2 + 35)/128,$$

$$P_9(\mu) = (12155\mu^9 - 25740\mu^7 + 18018\mu^5 - 4620\mu^3 + 315\mu)/128,$$

$$P_{10}(\mu) = (46189\mu^{10} - 109395\mu^8 + 90090\mu^6 - 30030\mu^4 + 3465\mu^2 - 63)/256,$$

$$P_{11}(\mu) = (88179\mu^{11} - 230945\mu^9 + 218790\mu^7 - 90090\mu^5 + 15015\mu^3 - 693\mu)/256,$$

$$P_{12}(\mu) = (676039\mu^{12} - 1939938\mu^{10} + 2078505\mu^8 - 1021020\mu^6 + 225225\mu^4 - 18018\mu^2 + 231)/1024;$$

(Dans un calcul par ordinateur, il vaut mieux utiliser la relation de récurrence que ces formules !)

- il existe une fonction génératrice :

$$\frac{1}{\sqrt{1 - 2z\mu + z^2}} = \sum_{n=0}^{\infty} P_n(\mu)z^n;$$

(Remarquer que le premier membre est l'inverse de la distance entre deux points situés aux distances 1 et z de l'origine dans des directions formant un angle $\theta = \text{Arccos } \mu$.)

- caractéristiques des zéros des polynômes de Legendre :
 - le polynôme P_n a n zéros tous distincts, réels,
 - ils sont compris entre -1 et $+1$,
 - les zéros de P_n sont entrelacés avec ceux de P_{n+1} ;
- la propriété essentielle de ces polynômes est qu'ils constituent une base complète, c'est-à-dire qu'ils permettent de développer les fonctions de μ :

$$f(\mu) = \sum_{n=0}^{\infty} f_n P_n(\mu), \quad f_n = \frac{2n+1}{2} \int_{-1}^{+1} f(\mu) P_n(\mu) d\mu.$$

C.4.3 Harmoniques sphériques

La construction des harmoniques sphériques se fait de façon similaire. À la contrainte de convergence de la série pour toutes les valeurs de μ s'ajoute celle de la périodicité en φ . Cette périodicité est réalisée en recherchant des solutions factorisées, l'un des facteurs étant $\exp(im\varphi)$ et l'autre une fonction de θ . Cette dernière est, à un coefficient multiplicatif près, l'une des *fonctions de Legendre associées aux polynômes* dont voici les principales propriétés :

– définition :

$$P_n^m(\mu) = (1 - \mu^2)^{m/2} \left(\frac{d}{d\mu} \right)^{(m)} P_n(\mu), \quad (0 \leq m \leq n);$$

– orthogonalité et norme :

$$\int_{-1}^{+1} P_k^m(\mu) P_n^m(\mu) d\mu = \delta_{kn} \frac{2}{2n+1} \frac{(n+m)!}{(n-m)!};$$

– relations de récurrence :

$$\begin{aligned} (2n+1)\mu P_n^m(\mu) &= (n+m)P_{n-1}^m(\mu) + (n-m+1)P_{n+1}^m(\mu), \\ (2n+1)\sqrt{1-\mu^2} P_n^m(\mu) &= P_{n+1}^{m+1}(\mu) - P_{n-1}^{m+1}(\mu), \\ (2n+1)\sqrt{1-\mu^2} P_n^m(\mu) &= (n+m-1)(n+m)P_{n-1}^{m-1}(\mu) \\ &\quad - (n-m+1)(n-m+2)P_{n+1}^{m-1}(\mu). \end{aligned}$$

Les *harmoniques sphériques* sont obtenues en renormant à l'unité les produits de $\exp(im\varphi)$ par les fonctions associées $P_n^m(\mu)$. Voici les principales formules concernant les conventions usuelles de normalisation et les propriétés importantes :

$$Y_n^m(\vec{\Omega}) = (-)^m \sqrt{\frac{2n+1}{4\pi} \frac{(n-m)!}{(n+m)!}} P_n^m(\mu) e^{im\varphi}, \quad (0 \leq m \leq n),$$

$$Y_n^m(\vec{\Omega}) = (-)^m Y_n^{*-m}(\vec{\Omega}), \quad (m < 0),$$

où l'astérisque désigne la fonction complexe conjuguée; (D'autres conventions existent, notamment pour avoir des fonctions réelles.)

- ces fonctions sont orthonormées : pour deux fonctions caractérisées par le même nombre m , mais différant par le nombre n , l'orthogonalité résulte de celle des fonctions de Legendre ; pour deux fonctions différant par le nombre m , l'orthogonalité résulte de celle des facteurs exponentiels ; la renormalisation est faite au vu des formules donnant la norme des fonctions de Legendre ;
- les valeurs propres ne dépendent que du nombre n : $\lambda_n = -n(n+1)$;
- par conséquent, plus que celle de fonctions propres, la notion pertinente est celle d'*espaces propres* : ce sont les espaces fonctionnels engendrés par les $2n+1$ harmoniques sphériques de rang donné n ; c'est-à-dire, toute combinaison linéaire des harmoniques sphériques de rang n est une fonction propre de l'opérateur E avec la valeur propre $\lambda_n = -n(n+1)$;

- la *formule d'addition* peut être considérée comme un cas particulier d'une telle combinaison :

$$\sum_{m=-n}^{m=+n} Y_n^m(\vec{\Omega}) Y_n^{*m}(\vec{\Omega}') = \frac{2n+1}{4\pi} P_n(\vec{\Omega} \cdot \vec{\Omega}');$$

(Rappel : l'astérisque désigne la fonction complexe conjuguée.)

- les formules de récurrence sur les harmoniques sphériques se déduisent de celles sur les fonctions de Legendre : elles permettent d'exprimer les produits d'une harmonique sphérique par chacune des composantes du vecteur $\vec{\Omega}$ en fonction des harmoniques sphériques voisines ;
- les harmoniques sphériques constituent une *base complète* : c'est leur propriété essentielle. Cela signifie, en pratique, qu'on peut développer en harmoniques sphériques les « fonctions » de $\vec{\Omega}$ qui interviennent en physique :

$$f(\vec{\Omega}) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=-n}^{m=+n} f_n^m Y_n^m(\vec{\Omega}),$$

avec :

$$f_n^m = \int_{(4\pi)} f(\vec{\Omega}) Y_n^{*m}(\vec{\Omega}) d^2\Omega;$$

- c'est le cas, en particulier, de la distribution de Dirac :

$$\sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=-n}^{m=+n} Y_n^m(\vec{\Omega}) Y_n^{*m}(\vec{\Omega}') = \delta(\vec{\Omega} - \vec{\Omega}').$$

L'existence de cette formule, appelée « *relation de fermeture* », est équivalente à la complétude de la base.

C.4.4 Opérateurs invariants par rotation

Nous l'avons dit, l'opérateur E , qui a servi à construire les harmoniques sphériques, n'est qu'un opérateur particulier invariant par rotation. Voici les *propriétés communes* à tous les opérateurs invariants par rotation :

- définition : un opérateur A est invariant par rotation si :

$$AR = RA,$$

quelle que soit la rotation R (dans l'espace à trois dimensions, une rotation est définie par *trois* angles, par exemple, les deux angles [colatitute et longitude] définissant l'axe de rotation et l'angle de rotation autour de cet axe); On remarquera que faire tourner une fonction veut dire prendre la fonction au point obtenu par la rotation inverse : $Rf(\vec{\Omega}) = f(R^{-1}\vec{\Omega})$. (Cela est évidemment vrai pour toute transformation géométrique.)

- en supposant A linéaire, en l'exprimant sous forme intégrale et en explicitant $AR = RA$, on constate que l'invariance par rotation a pour conséquence que le noyau ne doit dépendre que du produit scalaire $\vec{\Omega} \cdot \vec{\Omega}'$ (et réciproquement) :

$$(Af)(\vec{\Omega}) = \int_{(4\pi)} k(\vec{\Omega} \cdot \vec{\Omega}') f(\vec{\Omega}') d^2 \Omega'.$$

En d'autres termes, le noyau ne dépend que de la seule grandeur liée à $\vec{\Omega}$ et $\vec{\Omega}'$ qui soit invariante par toute rotation, à savoir l'angle que forment ces deux vecteurs (ou leur cosinus) ;

- en développant le noyau k en polynômes de Legendre et en utilisant la formule d'addition des harmoniques sphériques, on remarque que les harmoniques sphériques sont fonctions propres de A et que la valeur propre ne dépend pas du nombre m . Donc, les opérateurs invariants par rotation ont tous les mêmes espaces propres, ceux de l'opérateur E , c'est-à-dire les espaces fonctionnels engendrés par les harmoniques sphériques d'un rang n fixé ;
- la valeur propre pour les harmoniques sphériques de rang n est :

$$\lambda_n = 2\pi \int_{-1}^{+1} k(\mu) P_n(\mu) d\mu.$$

C.5 Fonctions propres de l'opérateur laplacien

C.5.1 Définition

Une fonction propre f de l'opérateur laplacien Δ est une fonction transformée en elle-même par l'action de cet opérateur, à un facteur près (valeur propre) ; nous conviendrons de noter $-\mu$ ce facteur. L'équation donnant les fonctions propres et les valeurs propres sera donc écrite :

$$\Delta f + \mu f = 0.$$

C.5.2 Opérateur laplacien

- **Coordonnées cartésiennes** : x , y et z ,

$$\Delta \cdot = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}.$$

- **Coordonnées cylindriques** : ρ , φ et z ,

$$\Delta \cdot = \frac{\partial^2}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}.$$

- **Coordonnées sphériques** : r , θ et φ ,

$$\Delta \cdot = \frac{\partial^2 \cdot}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial \cdot}{\partial r} + \frac{1}{r^2} E \cdot ,$$

avec :

$$E \cdot = \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial \cdot}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{\sin^2 \theta} \frac{\partial^2 \cdot}{\partial \varphi^2} .$$

C.5.3 Solutions générales factorisées

- **Notations**

$$\begin{aligned} \mu &= \alpha + \beta + \gamma , \\ a &= \sqrt{|\alpha|} , \quad b = \sqrt{|\beta|} , \quad c = \sqrt{|\gamma|} . \end{aligned}$$

- Si α (resp. β , γ) est positif :

$$T = \sin \text{ ou } \cos , \quad A = \sin \text{ ou } \cos , \quad B = J \text{ ou } Y .$$

- Si α (resp. β , γ) est négatif :

$$T = \text{sh ou ch} , \quad A = \sin \text{ ou } \cos , \quad B = I \text{ ou } K .$$

(N.B. : J , Y , I et K désignent des fonctions de Bessel ; voir ci-dessous.)

- **Coordonnées cartésiennes** : x , y et z ,

$$f = T(ax)T(by)T(cz) .$$

- **Coordonnées cylindriques** : ρ , φ et z (n entier),

$$f = B_n(a\rho)A(n\varphi)T(cz) .$$

- **Coordonnées sphériques** : r , θ et φ (n et m entiers),

$$f = \frac{B_{n+1/2}(ar)}{\sqrt{r}} Y_n^m(\theta, \varphi) .$$

Si n est nul (problème à symétrie sphérique), cela s'écrit plus simplement :

$$f = \frac{T(ar)}{r} .$$

C.5.4 Fonctions propres du laplacien s'annulant à la surface d'un domaine

Dans les formules ci-dessous, N désigne la norme de f (racine carrée de l'intégrale de f^2 sur le domaine considéré) et $j_{\nu m}$ le $m^{\text{ième}}$ zéro de J_ν .

a) Géométries ne dépendant que d'une seule variable d'espace

(Voir la figure C.1.)

- Plaque infinie comprise entre les abscisses 0 et a :

$$f = \sin\left(n\pi\frac{x}{a}\right), \quad \mu = \frac{n^2\pi^2}{a^2}, \quad N = \sqrt{a/2}.$$

- Cylindre infini de rayon R avec symétrie de révolution :

$$f = J_0\left(j_{0n}\frac{\rho}{R}\right), \quad \mu = \frac{j_{0n}^2}{R^2}, \quad N = \sqrt{\pi R^2} J_1(j_{0n}).$$

- Sphère de rayon R avec symétrie sphérique :

$$f = \frac{\sin\left(n\pi\frac{r}{R}\right)}{r}, \quad \mu = \frac{n^2\pi^2}{R^2}, \quad N = \sqrt{2\pi R}.$$

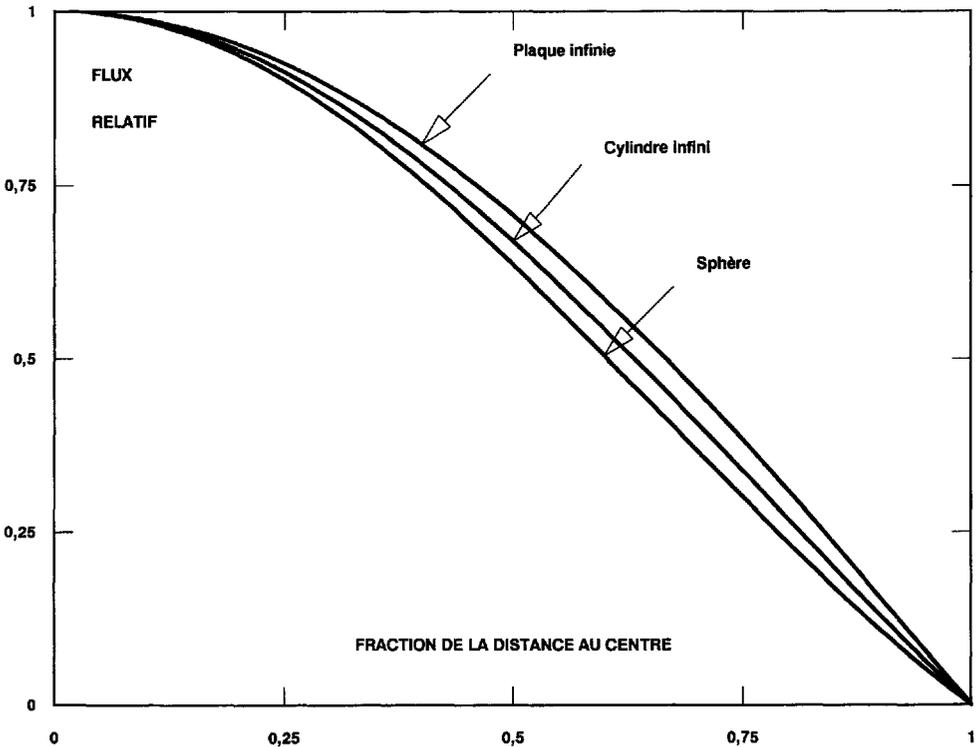


Figure C.1. Fonction propre fondamentale du laplacien dans les trois géométries décrites par une seule variable d'espace (flux dans les piles nues correspondantes).

b) Géométrie ne dépendant que de deux variables d'espace

- Cylindre infini de rayon R

$$f = J_m\left(j_{mn}\frac{\rho}{R}\right) e^{im\psi}, \quad \mu = \frac{j_{mn}^2}{R^2}, \quad N = \sqrt{\pi R^2} J'_m(j_{mn}).$$

c) Géométries dépendant des trois variables d'espace

- Parallélépipède rectangle d'arêtes a , b et c :

$$f = \sin\left(\ell\pi\frac{x}{a}\right) \sin\left(m\pi\frac{y}{b}\right) \sin\left(n\pi\frac{z}{c}\right),$$

$$\mu = \frac{\ell^2\pi^2}{a^2} + \frac{m^2\pi^2}{b^2} + \frac{n^2\pi^2}{c^2}, \quad N = \sqrt{abc/8}.$$

- Cylindre de rayon R et de hauteur H

$$f = J_m\left(j_{mn}\frac{\rho}{R}\right) e^{im\varphi} \sin\left(\ell\pi\frac{z}{H}\right),$$

$$\mu = \frac{j_{mn}^2}{R^2} + \frac{\ell^2\pi^2}{H^2}, \quad N = \sqrt{\pi R^2 H/2} J'_m(j_{mn}).$$

- Sphère de rayon R (pour n nul, on retrouve les fonctions précédentes à un facteur près) :

$$f = \frac{J_{n+1/2}\left(j_{n+1/2,\ell}\frac{r}{R}\right)}{\sqrt{r}} Y_n^m(\theta, \varphi),$$

$$\mu = \frac{j_{n+1/2,\ell}^2}{R^2}, \quad N = \frac{R}{\sqrt{2}} J'_{n+1/2}(j_{n+1/2,\ell}).$$

C.6 Fonctions de Bessel

C.6.1 Équations de Bessel

Les fonctions de Bessel sont les solutions des équations différentielles du second ordre suivantes où ν est un paramètre réel; on distingue les fonctions de première espèce régulières à l'origine et de seconde espèce singulières à l'origine.

- Équation de Bessel d'ordre ν .

$$\frac{d^2y}{dx^2} + \frac{1}{x} \frac{dy}{dx} + \left(1 - \frac{\nu^2}{x^2}\right) y = 0.$$

Solution générale : combinaison linéaire de $J_\nu(x)$, régulière à l'origine, et de $Y_\nu(x)$, singulière à l'origine, parfois notée $N_\nu(x)$:

$$Y_\nu(x) \equiv N_\nu(x) = \frac{\cos \pi\nu J_\nu(x) - J_{-\nu}(x)}{\sin \pi\nu}.$$

- Équation de Bessel modifiée d'ordre ν (signe « - » devant le terme y).

$$\frac{d^2y}{dx^2} + \frac{1}{x} \frac{dy}{dx} - \left(1 + \frac{\nu^2}{x^2}\right) y = 0.$$

Solution générale : combinaison linéaire de $I_\nu(x) = i^{-\nu} J_\nu(x)$, régulière à l'origine, et de $K_\nu(x)$, singulière à l'origine :

$$K_\nu(x) = \frac{\pi}{2} \frac{I_{-\nu}(x) - I_\nu(x)}{\sin \pi\nu}.$$

Les figures C.2, page ci-contre, à C.5, page 490, donnent les courbes représentatives des fonctions d'ordres 0 et 1, les plus utiles en neutronique.

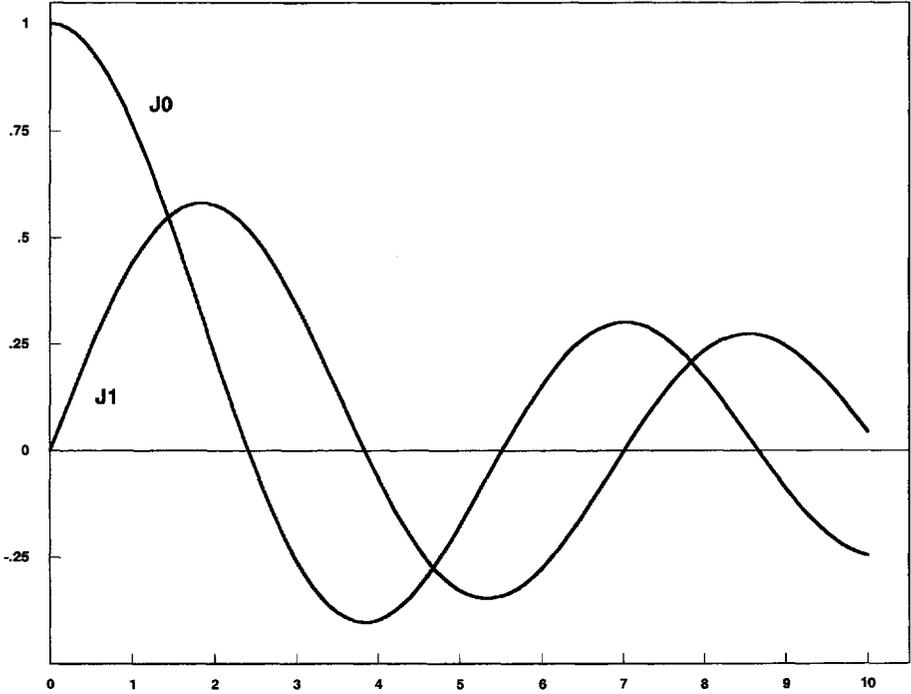


Figure C.2. Fonctions $J_0(x)$ et $J_1(x)$.

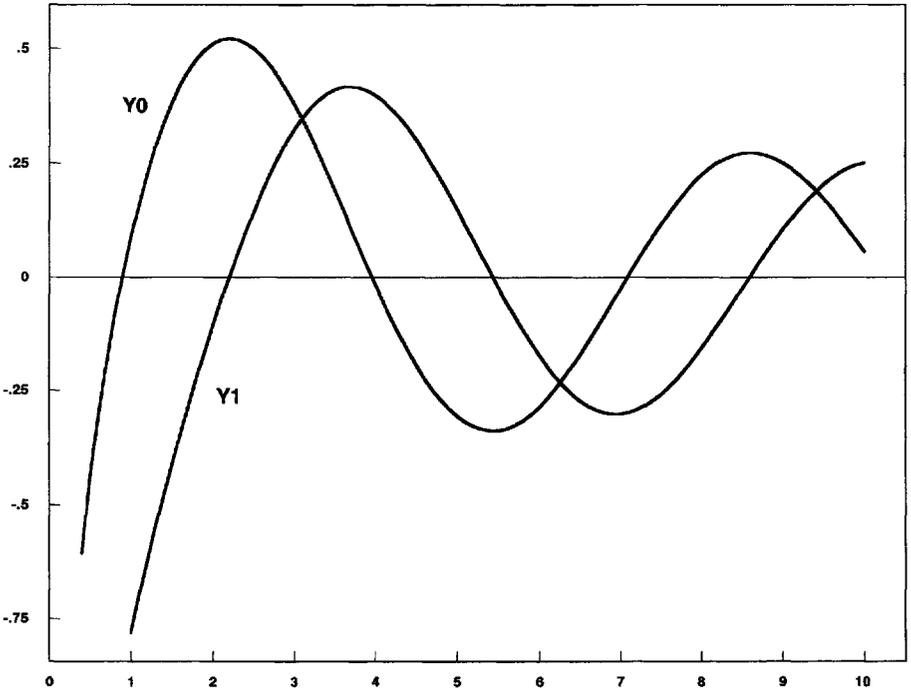


Figure C.3. Fonctions $Y_0(x)$ et $Y_1(x)$.

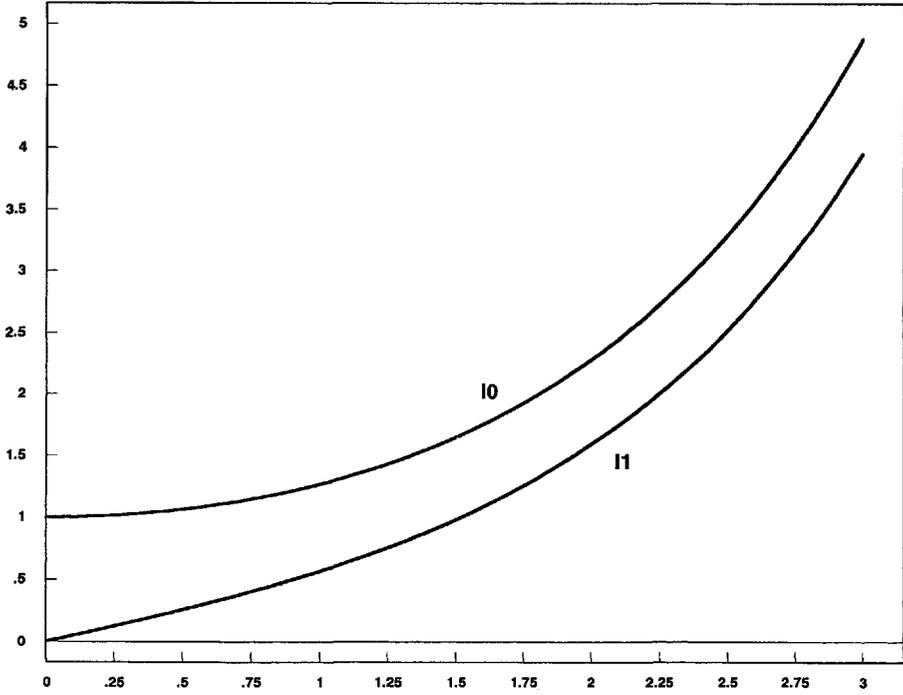


Figure C.4. Fonctions $I_0(x)$ et $I_1(x)$.

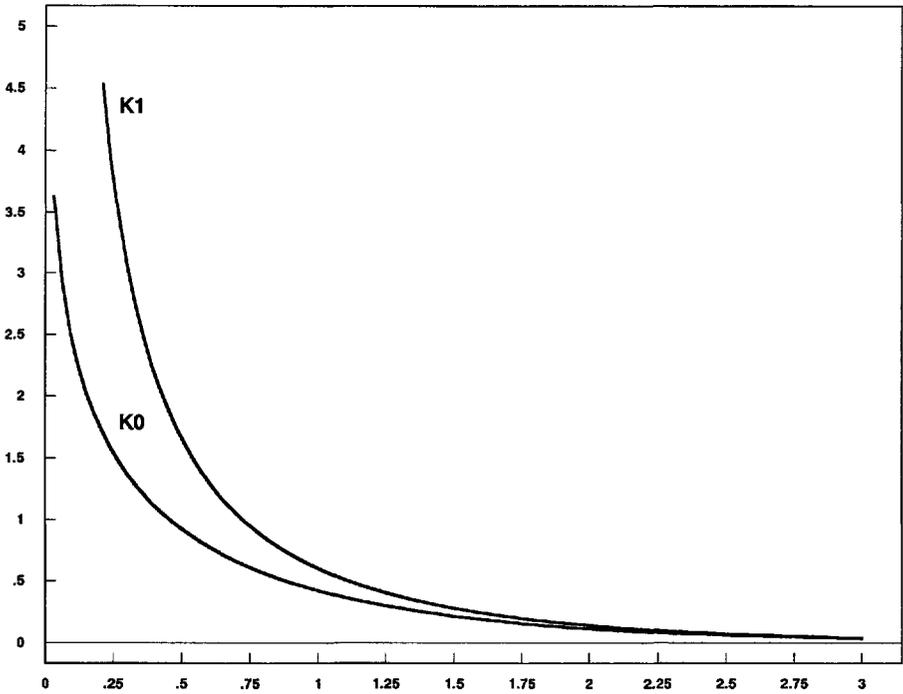


Figure C.5. Fonctions $K_0(x)$ et $K_1(x)$.

C.6.2 Développements à l'origine

$$J_n(x) = \left(\frac{x}{2}\right)^n \sum_{r=0}^{\infty} \frac{(-)^r}{r!(r+n)!} \left(\frac{x}{2}\right)^{2r},$$

$$Y_n(x) = \frac{2}{\pi} \left(\gamma + \ln \frac{x}{2}\right) J_n(x) - \frac{1}{\pi} \sum_{r=0}^{n-1} \frac{(n-r-1)!}{r!} \left(\frac{x}{2}\right)^{2r-n} \\ - \frac{1}{\pi} \sum_{r=0}^{\infty} (-)^r \left[1 + \frac{1}{2} + \cdots + \frac{1}{r} + 1 + \frac{1}{2} + \cdots + \frac{1}{r+n} \right] \frac{(x/2)^{2r+n}}{r!(r+n)!},$$

$$I_n(x) = \left(\frac{x}{2}\right)^n \sum_{r=0}^{\infty} \frac{1}{r!(r+n)!} \left(\frac{x}{2}\right)^{2r},$$

$$K_n(x) = (-)^{n+1} \left(\gamma + \ln \frac{x}{2}\right) I_n(x) + \frac{1}{2} \sum_{r=0}^{n-1} (-)^r \frac{(n-r-1)!}{r!} \left(\frac{x}{2}\right)^{2r-n} \\ (-)^n \frac{1}{2} \sum_{r=0}^{\infty} (-)^r \left[1 + \frac{1}{2} + \cdots + \frac{1}{r} + 1 + \frac{1}{2} + \cdots + \frac{1}{r+n} \right] \frac{(x/2)^{2r+n}}{r!(r+n)!}.$$

Remarques :

- $\gamma = 0,577215665 \dots$ est la constante d'Euler.
- Si l'argument m des factorielles n'est pas entier, remplacer $m!$ par $\Gamma(m+1)$.
- Si r est nul, remplacer le terme entre crochets par $[1 + 1/2 + \cdots + 1/n]$.

Cas particuliers :

$$J_0(x) = 1 - \frac{x^2}{4} + \frac{x^4}{64} - \frac{x^6}{2304} + \cdots,$$

$$J_1(x) = \frac{x}{2} - \frac{x^3}{16} + \frac{x^5}{384} - \frac{x^7}{18432} + \cdots,$$

$$Y_0(x) = \frac{2}{\pi} \left[\left(\gamma + \ln \frac{x}{2}\right) J_0(x) + \frac{x^2}{4} - \frac{3x^4}{128} + \frac{11x^6}{13824} + \cdots \right],$$

$$Y_1(x) = \frac{2}{\pi} \left[\left(\gamma + \ln \frac{x}{2}\right) J_1(x) - \frac{1}{x} - \frac{x}{4} + \frac{5x^3}{64} - \frac{5x^5}{1152} + \frac{47x^7}{442368} - \cdots \right],$$

$$I_0(x) = 1 + \frac{x^2}{4} + \frac{x^4}{64} + \frac{x^6}{2304} + \cdots,$$

$$I_1(x) = \frac{x}{2} + \frac{x^3}{16} + \frac{x^5}{384} + \frac{x^7}{18432} + \cdots,$$

$$K_0(x) = - \left(\gamma + \ln \frac{x}{2}\right) I_0(x) + \frac{x^2}{4} + \frac{3x^4}{128} + \frac{11x^6}{13824} + \cdots,$$

$$K_1(x) = \left(\gamma + \ln \frac{x}{2}\right) I_1(x) + \frac{1}{x} - \frac{x}{4} - \frac{5x^3}{64} - \frac{5x^5}{1152} - \frac{47x^7}{442368} - \cdots.$$

C.6.3 Développements asymptotiques

$$J_\nu(x) = [P_\nu(x) \cos \varphi - Q_\nu(x) \sin \varphi] \sqrt{\frac{2}{\pi x}},$$

$$Y_\nu(x) = [P_\nu(x) \sin \varphi + Q_\nu(x) \cos \varphi] \sqrt{\frac{2}{\pi x}},$$

avec :

$$\varphi = x - \pi \frac{\nu + 1/2}{2},$$

$$P_\nu(x) = 1 - \frac{(4\nu^2 - 1^2)(4\nu^2 - 3^2)}{2!(8x)^2} + \frac{(4\nu^2 - 1^2)(4\nu^2 - 3^2)(4\nu^2 - 5^2)(4\nu^2 - 7^2)}{4!(8x)^4} - \dots,$$

$$Q_\nu(x) = \frac{4\nu^2 - 1^2}{1!8x} - \frac{(4\nu^2 - 1^2)(4\nu^2 - 3^2)(4\nu^2 - 5^2)}{3!(8x)^3} + \dots,$$

et :

$$I_\nu(x) = \frac{e^x}{\sqrt{2\pi x}} \left[1 - \frac{4\nu^2 - 1^2}{1!8x} + \frac{(4\nu^2 - 1^2)(4\nu^2 - 3^2)}{2!(8x)^2} - \dots \right],$$

$$K_\nu(x) = \frac{\sqrt{\pi}e^{-x}}{\sqrt{2x}} \left[1 + \frac{4\nu^2 - 1^2}{1!8x} + \frac{(4\nu^2 - 1^2)(4\nu^2 - 3^2)}{2!(8x)^2} - \dots \right].$$

C.6.4 Relations de récurrence

$$xJ'_\nu(x) = \nu J_\nu(x) - xJ_{\nu+1}(x),$$

$$xJ'_\nu(x) = -\nu J_\nu(x) + xJ_{\nu-1}(x),$$

$$2\nu J_\nu(x) = xJ_{\nu-1}(x) + xJ_{\nu+1}(x),$$

$$2J'_\nu(x) = J_{\nu-1}(x) - J_{\nu+1}(x),$$

$$4J''_\nu(x) = J_{\nu-2}(x) - 2J_\nu(x) + J_{\nu+2}(x).$$

$$xY'_\nu(x) = \nu Y_\nu(x) - xY_{\nu+1}(x),$$

$$xY'_\nu(x) = -\nu Y_\nu(x) + xY_{\nu-1}(x),$$

$$2\nu Y_\nu(x) = xY_{\nu-1}(x) + xY_{\nu+1}(x),$$

$$2Y'_\nu(x) = Y_{\nu-1}(x) - Y_{\nu+1}(x),$$

$$4Y''_\nu(x) = Y_{\nu-2}(x) - 2Y_\nu(x) + Y_{\nu+2}(x).$$

$$xI'_\nu(x) = \nu I_\nu(x) + xI_{\nu+1}(x),$$

$$xI'_\nu(x) = -\nu I_\nu(x) + xI_{\nu-1}(x),$$

$$2\nu I_\nu(x) = xI_{\nu-1}(x) - xI_{\nu+1}(x),$$

$$2I'_\nu(x) = I_{\nu-1}(x) + I_{\nu+1}(x),$$

$$4I''_\nu(x) = I_{\nu-2}(x) + 2I_\nu(x) + I_{\nu+2}(x).$$

$$\begin{aligned}
 xK'_v(x) &= vK_v(x) - xK_{v+1}(x), \\
 xK'_v(x) &= -vK_v(x) - xK_{v-1}(x), \\
 2vK_v(x) &= -xK_{v-1}(x) + xK_{v+1}(x), \\
 2K'_v(x) &= -K_{v-1}(x) - K_{v+1}(x), \\
 4K''_v(x) &= K_{v-2}(x) + 2K_v(x) + K_{v+2}(x).
 \end{aligned}$$

Cas particuliers :

$$\begin{aligned}
 J'_0(x) &= -J_1(x), \\
 Y'_0(x) &= -Y_1(x), \\
 I'_0(x) &= I_1(x), \\
 K'_0(x) &= -K_1(x).
 \end{aligned}$$

C.6.5 Intégrales

$$\begin{aligned}
 \int x^n J_{n-1}(x) dx &= x^n J_n(x), & \int x^{-n} J_{n+1}(x) dx &= -x^{-n} J_n(x), \\
 \int x^n Y_{n-1}(x) dx &= x^n Y_n(x), & \int x^{-n} Y_{n+1}(x) dx &= -x^{-n} Y_n(x), \\
 \int x^n I_{n-1}(x) dx &= x^n I_n(x), & \int x^{-n} I_{n+1}(x) dx &= x^{-n} I_n(x), \\
 \int x^n K_{n-1}(x) dx &= -x^n K_n(x), & \int x^{-n} K_{n+1}(x) dx &= -x^{-n} K_n(x).
 \end{aligned}$$

Intégrales de Lommel

$$\begin{aligned}
 \int J_\nu(kx)J_\nu(\ell x)x dx &= \frac{x}{k^2 - \ell^2} [kJ_\nu(\ell x)J_{\nu+1}(kx) - \ell J_\nu(kx)J_{\nu+1}(\ell x)], \\
 &= \frac{x}{k^2 - \ell^2} [\ell J_{\nu-1}(\ell x)J_\nu(kx) - kJ_{\nu-1}(kx)J_\nu(\ell x)], \\
 \int [J_\nu(kx)]^2 x dx &= \frac{x^2}{2} \left\{ \left(1 - \frac{\nu^2}{k^2 x^2} \right) [J_\nu(kx)]^2 + [J'_\nu(kx)]^2 \right\},
 \end{aligned}$$

et relations analogues avec les autres fonctions.

C.6.6 Wronskiens

$$\begin{aligned}
 J_{\nu+1}(x)J_{-\nu}(x) + J_\nu(x)J_{-(\nu+1)}(x) &= -\frac{2 \sin \pi \nu}{\pi x}, \\
 J_{\nu+1}(x)Y_\nu(x) - J_\nu(x)Y_{\nu+1}(x) &= \frac{2}{\pi x}, \\
 I_{\nu+1}(x)I_{-\nu}(x) - I_\nu(x)I_{-(\nu+1)}(x) &= \frac{2 \sin \pi \nu}{\pi x}, \\
 I_{\nu+1}(x)K_\nu(x) + I_\nu(x)K_{\nu+1}(x) &= \frac{1}{x}.
 \end{aligned}$$

C.6.7 Fonction génératrice des J_n

$$e^{ix \sin \varphi} = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} J_n(x) e^{in\varphi}. \quad \text{N.B. : } J_{-n}(x) = (-1)^n J_n(x).$$

C.6.8 Représentations par une intégrale définie

$$J_n(x) = \frac{1}{2\pi i^n} \int_{(2\pi)} \exp(in\varphi + ix \cos \varphi) d\varphi = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi \cos(n\varphi - x \sin \varphi) d\varphi,$$

$$I_n(x) = \frac{(-1)^n}{2\pi} \int_{(2\pi)} \exp(in\varphi + x \cos \varphi) d\varphi = \frac{(-1)^n}{\pi} \int_0^\pi \cos(n\varphi) \exp(-x \cos \varphi) d\varphi,$$

$$K_n(x) = \frac{1}{2} \left(\frac{x}{2}\right)^n \int_0^\infty \exp\left(-t - \frac{x^2}{4t}\right) \frac{dt}{t^{n+1}}.$$

C.6.9 Formules d'addition

Soit un triangle de côtés ω , x et X (avec $X \geq x$); désignons par φ l'angle opposé à ω et par ψ l'angle opposé à x . La formule du triangle donne :

$$\omega = \sqrt{X^2 + x^2 - 2xX \cos \varphi},$$

et l'on a :

$$J_\nu(\omega) e^{i\nu\psi} = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} J_{\nu+m}(X) J_m(x) e^{im\varphi},$$

$$Y_\nu(\omega) e^{i\nu\psi} = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} Y_{\nu+m}(X) J_m(x) e^{im\varphi},$$

$$I_\nu(\omega) e^{i\nu\psi} = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} (-1)^m I_{\nu+m}(X) J_m(x) e^{im\varphi},$$

$$K_\nu(\omega) e^{i\nu\psi} = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} K_{\nu+m}(X) J_m(x) e^{im\varphi}.$$

C.6.10 Base complète de fonctions définies dans l'intervalle $[0, 1]$

La suite des fonctions :

$$f_i(x) = \sqrt{x} J_n(j_{n,i}x),$$

où les $j_{n,i}$ sont les zéros successifs de J_n , constitue une base complète des fonctions définies sur $[0,1]$. Ces fonctions sont orthogonales deux à deux :

$$\int_0^1 f_i(x)f_j(x) dx = \frac{1}{2}[J'_n(j_{n,i})]^2 \delta_{ij}.$$

C.6.11 Transformation de Fourier dans le plan

La transformation de Fourier dans le plan est définie par :

$$\hat{g}(\vec{b}) = \int_{(\infty)} g(\vec{\rho}) e^{i\vec{b}\cdot\vec{\rho}} d^2\rho,$$

où $\vec{\rho}$ et \vec{b} sont des vecteurs à deux composantes. Si on les explicite en coordonnées polaires, respectivement (ρ, φ) et (b, α) , et si l'on développe les fonctions en séries de Fourier :

$$g(\vec{\rho}) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} g_n(\rho) e^{in\varphi}, \quad \hat{g}(\vec{b}) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \hat{g}_n(b) e^{in\alpha},$$

on a les formules :

$$\hat{g}_n(b) = i^n \int_0^\infty g_n(\rho) J_n(b\rho) 2\pi\rho d\rho,$$

$$g_n(\rho) = \frac{1}{4\pi^2} \frac{1}{i^n} \int_0^\infty \hat{g}_n(b) J_n(b\rho) 2\pi b db.$$

C.6.12 Fonctions d'ordre demi-entier

Les fonctions de Bessel d'ordre demi-entier s'expriment analytiquement. Celles de rang $\pm 1/2$ sont les suivantes :

$$\begin{aligned} J_{1/2}(x) &= \sqrt{2/(\pi x)} \sin x, & J_{-1/2}(x) &= \sqrt{2/(\pi x)} \cos x, \\ Y_{1/2}(x) &= -\sqrt{2/(\pi x)} \cos x, & Y_{-1/2}(x) &= \sqrt{2/(\pi x)} \sin x, \\ I_{1/2}(x) &= \sqrt{2/(\pi x)} \operatorname{sh} x, & I_{-1/2}(x) &= \sqrt{2/(\pi x)} \operatorname{ch} x, \\ K_{1/2}(x) &= \sqrt{2/(\pi x)} e^{-x}, & K_{-1/2}(x) &= \sqrt{2/(\pi x)} e^{-x}. \end{aligned}$$

Les autres s'en déduisent par les formules de récurrence.

C.6.13 Quelques valeurs numériques

On trouvera dans le tableau C.1, page suivante, les valeurs des premiers zéros de la fonction J_0 , les valeurs de J_1 à ces abscisses, les premiers zéros de J_1 et les valeurs de J_0 en ces abscisses.

TABLEAU C.1.

i	$j_{0,i}$	$J_1(j_{0,i})$	$j_{1,i}$	$J_0(j_{1,i})$
1	2,40483	+0,51915	3,83171	-0,40276
2	5,52008	-0,34026	7,01559	+0,30012
3	8,65373	+0,27145	10,17347	-0,24970
4	11,79153	-0,23246	13,32369	+0,21836
5	14,93092	+0,20655	16,47063	-0,19647

C.7 Opérateur d'advection

L'opérateur d'advection (*streaming operator*, en anglais) $\text{div}[\vec{\Omega}\Phi]$ ou $\vec{\Omega} \cdot \vec{\text{grad}} \Phi$ exprime le « transport » (déplacement) des particules dans le vide.

Si nous repérons le vecteur $\vec{\Omega}$ par sa colatitude θ (angle par rapport à la direction du pôle Nord) et par sa longitude φ (angle entre le méridien passant par $\vec{\Omega}$ et un méridien origine), ses coordonnées cartésiennes sont :

$$\kappa = \sin \theta \cos \varphi, \quad \lambda = \sin \theta \sin \varphi, \quad \mu = \cos \theta.$$

C.7.1 Coordonnées cartésiennes

En coordonnées cartésiennes x, y, z , le pôle Nord est généralement placé en direction de l'axe \vec{z} et le méridien pris comme origine est celui qui contient l'axe \vec{x} . Dans ces conditions, l'opérateur d'advection s'explique par :

$$\text{div}[\vec{\Omega}\Phi] = \kappa \frac{\partial \Phi}{\partial x} + \lambda \frac{\partial \Phi}{\partial y} + \mu \frac{\partial \Phi}{\partial z}.$$

C.7.2 Coordonnées cylindriques

En coordonnées cylindriques, le point de l'espace \vec{r} est repéré par la distance ρ à l'axe \vec{z} , par la longitude α , angle entre la projection $\vec{\rho}$ de \vec{r} sur le plan (x, y) et l'axe \vec{x} , et par la cote z .

Il est commode de repérer la direction $\vec{\Omega}$ du neutron dans un repère *local* : colatitude θ comptée à partir de \vec{z} , mais longitude φ comptée à partir du méridien contenant $\vec{\rho}$.

Dans ces conditions, l'opérateur d'advection s'explique par :

$$\text{div}[\vec{\Omega}\Phi] = \frac{\kappa}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho}(\rho\Phi) + \frac{\lambda}{\rho} \frac{\partial \Phi}{\partial \alpha} + \mu \frac{\partial \Phi}{\partial z} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \varphi}(\lambda\Phi).$$

Cette formule, ainsi que la formule équivalente en géométrie sphérique, s'obtient en remarquant que $\text{div}(\vec{\Omega}\Phi)$ n'est autre que la dérivée $d\Phi/ds$ le long du parcours du neutron. La formule est établie en exprimant cette dérivée totale comme la somme des produits $(\partial\Phi/\partial\xi) \cdot (\partial\xi/\partial s)$ où les ξ sont les variables du problème d'advection : les coordonnées

spatiales, bien évidemment, mais aussi les variables définissant $\vec{\Omega}$ si ces dernières changent le long d'un parcours de neutron à cause du caractère local du repère en coordonnées curvilignes.

Si une ou deux des coordonnées exprimant \vec{r} n'intervient pas dans le problème, la formule se simplifie en conséquence, mais on remarquera que, dans tous les cas, les deux coordonnées exprimant $\vec{\Omega}$ restent nécessaires. Par exemple, pour une géométrie ne dépendant que de ρ , on obtient :

$$\text{div}[\vec{\Omega}\Phi] = \frac{\kappa}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho}(\rho\Phi) - \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \varphi}(\lambda\Phi),$$

ce qui peut d'ailleurs aussi s'écrire :

$$\text{div}[\vec{\Omega}\Phi] = \kappa \frac{\partial \Phi}{\partial \rho} - \frac{\lambda}{\rho} \frac{\partial \Phi}{\partial \varphi}.$$

C.7.3 Coordonnées sphériques

En coordonnées sphériques, le point de l'espace \vec{r} est repéré par la distance r à l'origine, la colatitude β (comptée à partir de \vec{z}) et la longitude α (méridien origine sur \vec{x}) du vecteur \vec{r}/r .

Ici aussi, il est commode de repérer la direction $\vec{\Omega}$ du neutron dans un repère *local* : colatitude θ comptée à partir de la « verticale locale » \vec{r}/r , longitude φ comptée à partir du méridien contenant \vec{z} .

Dans ces conditions, et en remplaçant la variable θ par son cosinus $\mu = \cos \theta$, l'opérateur d'advection s'explique par :

$$\begin{aligned} \text{div}[\vec{\Omega}\Phi] = & \frac{\mu}{r^2} \frac{\partial}{\partial r}(r^2\Phi) + \frac{\kappa}{r \sin \beta} \frac{\partial}{\partial \beta}(\sin \beta \Phi) + \frac{\lambda}{r \sin \beta} \frac{\partial \Phi}{\partial \alpha} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \mu}[(1 - \mu^2)\Phi] \\ & - \frac{\cotg \beta}{r} \frac{\partial}{\partial \varphi}(\lambda\Phi). \end{aligned}$$

Si une ou deux des coordonnées exprimant \vec{r} n'intervient pas dans le problème, la formule se simplifie en conséquence ; si le problème ne dépend que de r , seule la coordonnée θ intervient en ce qui concerne $\vec{\Omega}$ (θ : angle entre la direction du neutron et celle du vecteur joignant l'origine des coordonnées au point courant ; $\mu = \cos \theta$) :

$$\text{div}[\vec{\Omega}\Phi] = \frac{\mu}{r^2} \frac{\partial}{\partial r}(r^2\Phi) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \mu}[(1 - \mu^2)\Phi],$$

ce qui peut d'ailleurs aussi s'écrire :

$$\text{div}[\vec{\Omega}\Phi] = \mu \frac{\partial \Phi}{\partial r} + \frac{(1 - \mu^2)}{r} \frac{\partial \Phi}{\partial \mu}.$$

C.8 Opérateur de Peierls

L'opérateur de Peierls est l'opérateur intégral donnant le flux Φ des particules à partir de la densité d'émission Q si cette dernière est supposée *isotrope*.

C.8.1 Géométrie à trois dimensions (x, y, z)

L'expression générale de l'opérateur de Peierls est :

$$\Phi(\vec{r}) = \int_{(\infty)} dx' dy' dz' \frac{\exp(-\tau)}{4\pi R^2} Q(\vec{r}'),$$

avec :

$$R^2 = |\vec{r} - \vec{r}'|^2 = (x - x')^2 + (y - y')^2 + (z - z')^2.$$

Le parcours optique τ est l'intégrale de la section efficace totale le long du segment de droite joignant le point \vec{r}' de départ de la particule au point \vec{r} où elle est observée.

C.8.2 Géométrie à deux dimensions (x, y)

Dans un problème invariant par translation parallèlement à l'axe \vec{z} , c'est-à-dire ne faisant intervenir que les variables x et y (ou $\vec{\rho}$), il est judicieux d'intégrer d'abord suivant z' :

$$\Phi(\vec{\rho}) = \int_{(\infty)} dx' dy' Q(\vec{\rho}') \int_{(\infty)} dz' \frac{\exp(-\tau)}{4\pi R^2}.$$

L'intégrale sur z' peut être explicitée plus simplement avec la variable θ , angle entre la direction portée par le parcours $\vec{R} = \vec{r} - \vec{r}'$ de la particule et l'axe \vec{z} , en remarquant que le parcours optique vrai τ s'écrit aussi $\tau_{xy}/\sin\theta$, τ_{xy} étant sa projection sur le plan (x, y) :

$$\Phi(\vec{\rho}) = \int_{(\infty)} dx' dy' \frac{Ki_1(\tau_{xy})}{2\pi R_{xy}} Q(\vec{\rho}'),$$

avec :

$$R_{xy}^2 = |\vec{\rho} - \vec{\rho}'|^2 = (x - x')^2 + (y - y')^2, \quad R_{xy} = R \sin\theta = z' \operatorname{tg}\theta,$$

où la fonction Ki_1 est l'une des fonctions de Bickley-Naylor (voir plus loin).

Rappelons (cf. figure 14.3, page 307) qu'on utilise plutôt les variables Φ , R , t et t' pour calculer les probabilités de première collision dans les problèmes en géométrie $(x - y)$.

C.8.3 Géométrie à une dimension (x)

Dans un problème invariant par translations parallèlement aux axes \vec{y} et \vec{z} , c'est-à-dire ne faisant intervenir que la variable x , il est de même judicieux d'intégrer d'abord suivant y' et z' :

$$\Phi(x) = \int_{(\infty)} dx' Q(x') \int_{(\infty)} dy' dz' \frac{\exp(-\tau)}{4\pi R^2}.$$

L'intégrale sur y' et z' peut être explicitée plus simplement avec la variable θ , angle entre la direction portée par le parcours $\vec{R} = \vec{r} - \vec{r}'$ de la particule et l'axe \vec{x} , en remarquant que le parcours optique vrai τ s'écrit aussi $\tau_x/\cos\theta$, τ_x étant sa projection sur l'axe \vec{x} :

$$\Phi(x) = \int_{(\infty)} dx' \frac{1}{2} E_1(\tau_x) Q(x'),$$

où la fonction E_1 est l'une des fonctions exponentielles intégrales (voir ci-dessous).

C.9 Fonctions exponentielles intégrales

C.9.1 Définitions

Les fonctions exponentielles intégrales sont définies par les formules suivantes équivalentes avec les changements de variables $\cos \theta = \sin \zeta = \mu = 1/u$:

$$\begin{aligned}
 E_n(x) &= \int_1^\infty \exp(-xu) \frac{du}{u^n} = \int_0^1 \exp\left(-\frac{x}{\mu}\right) \mu^{n-2} d\mu \\
 &= \int_0^{\pi/2} \exp\left(-\frac{x}{\cos \theta}\right) \cos^{n-2} \theta \sin \theta d\theta = \int_0^{\pi/2} \exp\left(-\frac{x}{\sin \zeta}\right) \sin^{n-2} \zeta \cos \zeta d\zeta, \\
 E_0(x) &= \frac{e^{-x}}{x}.
 \end{aligned}$$

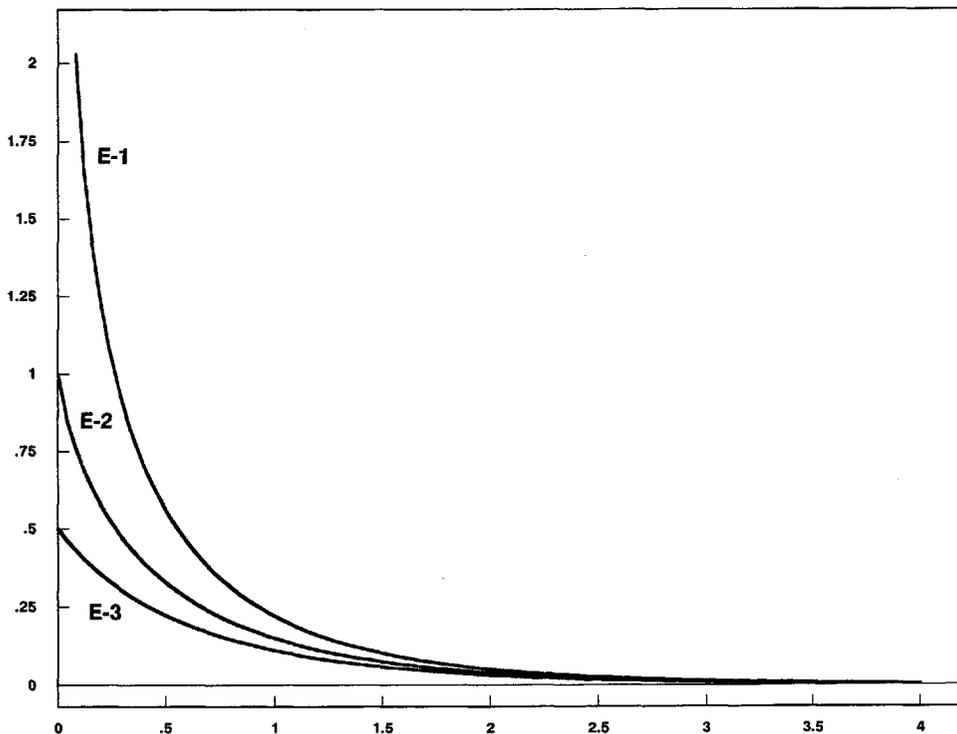


Figure C.6. Fonctions $E_1(x)$, $E_2(x)$ et $E_3(x)$.

C.9.2 Relations de récurrence

$$E_n(x) = \frac{e^{-x}}{(n-1)!} \left[\sum_{m=0}^{n-2} (n-m-2)! (-x)^m + (-x)^{n-1} E_1(x) \right],$$

$$E_n(x) = \int_x^{\infty} E_{n-1}(x') dx', \quad E'_n(x) = -E_{n-1}(x),$$

$$E_n(x) = \frac{1}{n-1} [e^{-x} - x E_{n-1}(x)], \quad (n > 1).$$

C.9.3 Développements à l'origine

$$E_n(x) = (-1)^n \frac{x^{n-1}}{(n-1)!} (\ln x - A_n + \gamma) + \sum_{m=0; m \neq n-1}^{\infty} \frac{(-x)^m}{m!(n-1-m)!}$$

avec :

$$A_0 = 0, \quad A_n = \sum_{m=1}^{n-1} \frac{1}{m}, \quad (n > 1),$$

et $\gamma = 0,557215665 \dots$ (constante d'Euler). On notera que E_0 et E_1 sont infinies à l'origine et que :

$$E_n(0) = \frac{1}{n-1}, \quad (n > 1).$$

C.9.4 Développements asymptotiques

$$E_n(x) = \frac{x^{-x}}{x} \left[1 - \frac{n}{x} + \frac{n(n+1)}{x^2} - \frac{n(n+1)(n+2)}{x^3} + \dots \right],$$

ou :

$$E_n(x) = \frac{x^{-x}}{x+n} \left[1 + \frac{n}{(x+n)^2} + \frac{n(n-2x)}{(x+n)^4} + \frac{n(6x^2 - 8nx + n^2)}{(x+n)^6} + \dots \right].$$

C.9.5 Transformées de Fourier en cosinus

Définissons la transformée de Fourier par :

$$\hat{E}_n(b) = \int_0^{\infty} \cos bx E_n(x) dx.$$

La transformée de E_0 n'existe pas ; les transformées des fonctions suivantes sont :

$$\hat{E}_1(b) = \frac{1}{b} \operatorname{Arctg} b,$$

$$\hat{E}_2(b) = \frac{1}{2b^3} \ln(1 + b^2),$$

$$\hat{E}_3(b) = \frac{1}{b^2} - \frac{1}{b^3} \operatorname{Arctg} b.$$

C.10 Fonctions de Bickley-Naylor

Les fonctions de Bickley-Naylor sont définies par les intégrales :

$$Ki_n(x) = \int_0^{\pi/2} \exp\left(-\frac{x}{\sin \zeta}\right) \sin^{n-1} \zeta \, d\zeta.$$

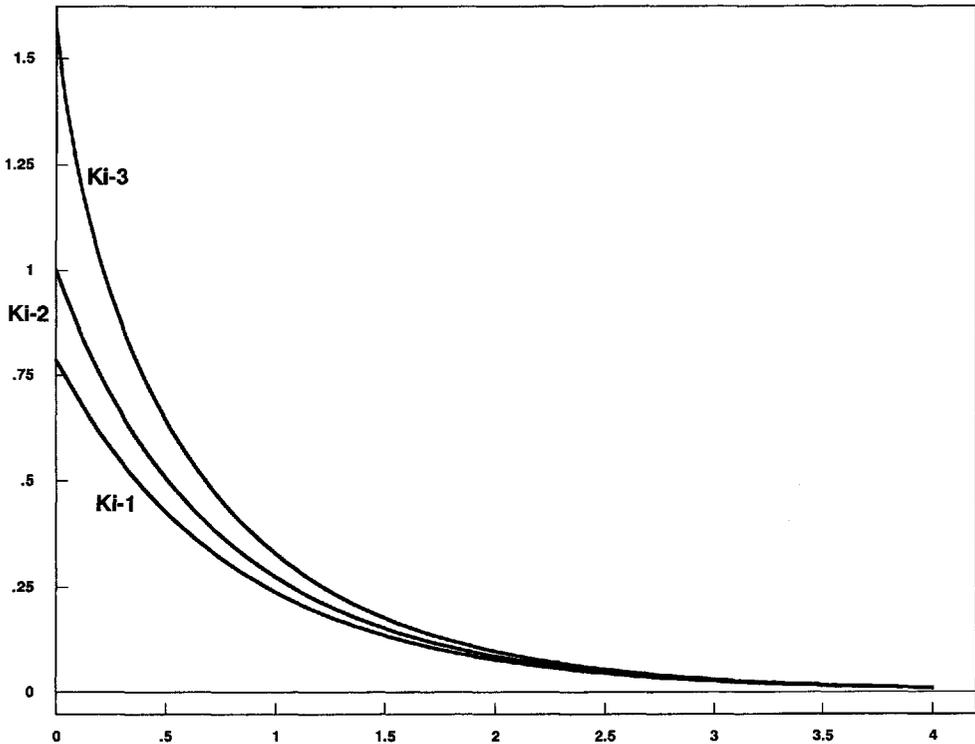


Figure C.7. Fonctions $Ki_1(x)$, $Ki_2(x)$ et $Ki_3(x)$.

Comme les fonctions exponentielles intégrales, elles sont reliées entre elles :

$$Ki_n(x) = \int_x^\infty Ki_{n-1}(x') \, dx', \quad Ki'_n(x) = -Ki_{n-1}(x),$$

$$(n-1)Ki_n(x) = (n-2)Ki_{n-2}(x) + x[Ki_{n-3}(x) - Ki_{n-1}(x)].$$

Les valeurs à l'origine sont données par les formules :

$$Ki_{2n}(0) = \frac{(n-1)!}{(2n-1)!} 2^{n-1},$$

$$Ki_{2n+1}(0) = \frac{(2n-1)!}{n!} 2^{-(n+1)} \pi.$$

et les comportements asymptotiques par :

$$Ki_n(x) \sim a_n \frac{e^{-x}}{\sqrt{x}},$$

où a_n est une constante.

C.11 Formules de quadrature

C.11.1 Généralités

Une *formule d'intégration numérique*, ou *formule de quadrature*, est utilisée pour évaluer une intégrale lorsqu'elle ne s'exprime pas analytiquement ou par des fonctions prétabulées ou représentées par des expressions approximatives.

Il existe de nombreuses formules de quadrature; elles se présentent toutes⁽¹⁾ sous la forme :

$$\int_a^b f(x) dx \simeq \sum_{i=1}^l w_i f(x_i),$$

où les x_i sont les abscisses auxquelles la fonction f est connue ou susceptible d'être calculée et les w_i des « poids ». La formule des trapèzes, par exemple, consistant à calculer l'intégrale en remplaçant la fonction f par un segment de droite dans chaque intervalle $[x_i, x_{i+1}]$, est ce type.

Dans certains cas, les abscisses x_i sont imposées ou le choix en est fait *a priori* et alors seul le problème du choix des poids w_i se pose. C'est ce que nous discuterons dans la première partie en nous limitant, pour simplifier, au cas où les abscisses sont régulièrement disposées dans l'intervalle d'intégration.

Si on a la latitude de choisir aussi les abscisses, on peut chercher à optimiser non seulement les w_i , mais aussi les x_i : c'est ce que nous examinerons dans la deuxième partie. (Nous n'évoquerons que pour mémoire la procédure consistant à se donner les w_i et à choisir au mieux les x_i .)

Pour élaborer une formule de quadrature, un critère de « meilleur choix » doit être précisé : en pratique, on cherchera à obtenir l'ordre d'exactitude le plus élevé possible, en définissant l'ordre d'exactitude de la façon suivante :

Une formule de quadrature sera dite exacte à l'ordre k si elle est exacte pour les monômes $1, x, x^2, \dots, x^k$, donc pour tous les polynômes de degré inférieur ou égal à k .

On peut dire aussi qu'une formule exacte à l'ordre k commet une erreur d'ordre h^{k+1} , ce qui signifie « à peu près proportionnelle à h^{k+1} ». Donc, si le pas d'intégration est réduit d'un facteur λ , l'erreur de la formule de quadrature est réduite approximativement d'un facteur λ^{k+1} .

1. Pour simplifier la présentation, nous nous limiterons ici aux intégrales simples et nous ne parlerons pas de la technique Monte-Carlo : le calcul des intégrales multiples peut se faire de façon très similaire; dans la technique Monte-Carlo, les abscisses sont « tirées au sort » et les poids calculés en fonction de l'abscisse obtenue.

C.11.2 Formules à pas constant

Supposons que l'intervalle $[a, b]$ soit découpé en N intervalles de pas :

$$h = \frac{b - a}{N}.$$

Prenons $x_0 = a$ et $x_N = b$. La formule de quadrature que nous récrivons maintenant sous la forme :

$$\int_a^b f(x) dx \simeq \sum_{i=0}^N w_i f(x_i),$$

sera alors dite « formule à N pas » (ici constants).

Pour les diverses formules couramment utilisées, N n'est jamais très grand et on peut craindre que le pas h soit trop large et ne permette pas d'atteindre la précision recherchée : on pourra alors découper $[a, b]$ en $l = MN$ intervalles élémentaires et utiliser une formule à N pas dans chacun des M « macro-intervalles » de N pas. On remarquera que cela amène à *doubler* les coefficients w_{mN} associés aux abscisses limites des « macro-intervalles », sauf w_0 et w_l .

Nous donnons ci-dessous les valeurs des poids pour un intervalle d'intégration de longueur N . En pratique, il faudra ramener la longueur du « macro-intervalle » à cette longueur N par un changement de variable.

a) Formules élémentaires

La formule la plus simple est la « formule des trapèzes », ainsi appelée car elle revient à remplacer la courbe à intégrer par une suite de trapèzes conservant les valeurs aux abscisses discrétisées.

Les autres « formules élémentaires » indiquées ci-dessous sont construites à partir de la formule des trapèzes : on écrit (si c'est possible) la formule des trapèzes pour le pas élémentaire et pour un ou plusieurs multiples de ce pas élémentaire, puis on combine ces formules de façon à faire disparaître les termes en h^2 , voire h^4 , etc.

- *Formule des trapèzes* : elle correspond à $N = 1$ et l'erreur est d'ordre h^2 . Les coefficients sont évidemment :

TABLEAU C.2.

Numéro de l'abscisse	Poids
0	1/2
1	1/2

- *Formule de Simpson* : prenons $N = 2$, c'est-à-dire l pair. Nous pouvons alors écrire la formule des trapèzes pour le pas élémentaire h et pour le pas $2h$. En combinant les deux formules avec des coefficients adéquats, nous pouvons faire disparaître le reste d'ordre h^2 et obtenir ainsi une formule plus précise, en l'occurrence présentant une erreur d'ordre h^4 . C'est la formule de Simpson. Les coefficients en sont donnés dans le tableau C.3, page suivante.

TABLEAU C.3.

Numéro de l'abscisse	Poids
0	1/3
1	4/3
2	1/3

• *Formule de Simpson améliorée* : prenons $N = 4$, c'est-à-dire l multiple de 4. Nous pouvons alors écrire la formule des trapèzes pour les pas élémentaires h , $2h$ et $4h$. En combinant les trois formules avec des coefficients adéquats, nous pouvons faire disparaître non seulement les termes en h^2 mais aussi ceux en h^4 et obtenir ainsi une formule plus précise, en l'occurrence présentant une *erreur d'ordre* h^6 . En voici les coefficients :

TABLEAU C.4.

Numéro de l'abscisse	
0	14/45
1	64/45
2	24/65
3	64/45
4	14/45

• *Formule de Weddle* : prenons $N = 6$, c'est-à-dire l multiple de 6. Nous pouvons maintenant combiner des formules pour le pas élémentaire h , pour le pas $2h$ et pour le pas $3h$ pour faire disparaître les termes d'ordre h^2 et h^4 dans l'expression du reste. Nous obtenons ainsi la formule de Weddle dont l'erreur est d'ordre h^6 . Les coefficients sont remarquablement simples (surtout si on met $3/10$ en facteur) : voir le tableau C.5, page 490.

• *Formule de Weddle améliorée* : toujours avec $N = 6$, c'est-à-dire l multiple de 6, nous pouvons combiner non seulement des formules pour les pas h , $2h$ et $3h$, mais aussi la formule avec le pas $6h$: nous améliorons ainsi la formule, puisque l'erreur passe à l'ordre h^8 , mais les coefficients sont moins simples :

TABLEAU C.5.

Numéro de l'abscisse	Poids des formules de Weedle :	
	standard	améliorée
0	3/10	41/140
1	15/10	216/140
2	3/10	27/140
3	18/10	272/140
4	3/10	27/140
5	15/10	216/140
6	3/10	41/140

• *Autres formules élémentaires* : ce type de raisonnement peut évidemment être poursuivi : voici les coefficients de trois formules à 12 pas, d'erreurs respectivement d'ordres h^8 , h^{10} et h^{12} (voir le tableau C.6, page ci-contre).

TABLEAU C.6.

Numéro de l'abscisse	Poids de formules à douze intervalles		
0	10/35	49/175	41833/150150
1	56/35	288/175	248832/150150
2	0	-27/175	-29160/150150
3	80/35	448/175	395264/150150
4	-4/35	-63/175	-63909/150150
5	56/35	288/175	248832/150150
6	24/35	134/175	118416/150150
7	56/35	288/175	248832/150150
8	-4/35	-63/175	-63909/150150
9	80/35	448/175	395264/150150
10	0	-27/175	-29160/150150
11	56/35	288/175	248832/150150
12	10/35	49/175	41833/150150

b) Formules de Newton-Cotes

Les formules de Newton-Cotes sont obtenues en recherchant systématiquement le « meilleur choix » des poids une fois N choisi. Ayant N inconnues w_i à déterminer, nous pouvons écrire N équations en explicitant l'exactitude pour les monômes successifs jusqu'à x^{N-1} . Nous élaborons ainsi des formules exactes à l'ordre $N - 1$, d'erreur d'ordre h^{N+1} si N est pair. On retrouve ainsi respectivement les formules des trapèzes, de Simpson, de Simpson améliorée, de Weddle améliorée pour, respectivement, les valeurs 1, 2, 4 et 6 de N . Ces formules s'avèrent donc les meilleures formules possibles à pas constant pour ces valeurs de N . Pour les valeurs paires de N au-delà de 6, on trouve des formules d'ordre h^{N+2} plus élevé que celui des formules élémentaires. Les valeurs impaires de N sont moins intéressantes car, pour des raisons de symétrie, les formules à $2n$ pas et $2n + 1$ pas sont de même ordre.

C.11.3 Formules de Gauss

On peut observer dans les tableaux (tableaux C.2, page 503, à C.6) que les poids w_i sont de plus en plus dispersés en ordres de grandeurs lorsque N s'élève. Cette *dispersion* a un inconvénient : elle *accroît la sensibilité aux erreurs numériques*. Le bénéfice d'une augmentation de l'ordre d'exactitude finit ainsi par être contrebalancé par l'accroissement des erreurs numériques et il s'avère illusoire de chercher à élaborer des formules avec de plus grandes valeurs de N encore.

C'est cette constatation qui a amené Tchebycheff à construire les formules les moins sensibles possibles — c'est-à-dire avec des poids w tous égaux entre eux — et les plus exactes possibles, en jouant donc sur le choix des abscisses x_i . Cette voie, cependant, conduit assez vite à une impasse : au-delà de $N = 8$, l'équation polynomiale qui donne les x_i a des racines complexes !

En pratique, les formules de Tchebycheff n'ont pas beaucoup d'intérêt car les formules de Gauss s'avèrent presque aussi peu sensibles aux erreurs numériques que les formules de Tchebycheff avec, en revanche, un ordre d'exactitude plus élevé.

Pour les formules de Gauss, à la fois les abscisses x_i et les poids w_i sont choisis pour avoir le plus haut ordre d'exactitude possible. Comme on constate que les bornes ne font plus partie des abscisses ainsi définies, il faut récrire la formule de quadrature :

$$\int_a^b f(x) dx \simeq \sum_{i=1}^N w_i f(x_i).$$

Il s'agit maintenant d'une « formule à N points » et non N intervalles.

Bien entendu, comme précédemment, on pourra introduire, si nécessaire, plusieurs « macro-intervalles » et utiliser dans chacun une formule à N points.

Une formule à N points est caractérisée donc par $2N$ paramètres. On peut les déterminer par $2N$ équations en explicitant l'exactitude pour les $2N$ premiers monômes : on voit ainsi que la formule à N points peut être exacte à l'ordre $2N - 1$ ou, si l'on préfère, être caractérisée par une erreur d'ordre h^{2N} en définissant h comme la fraction $1/N$ de l'intervalle d'intégration.

Les tableaux C.7 donnent les coefficients pour les douze premières formules (nous les reportons avec quinze chiffres après la virgule car il vaut mieux faire les calculs en « double précision » si l'on veut vraiment tirer pleinement parti de la grande précision des formules de Gauss). Par commodité, notamment pour utiliser la symétrie par rapport au centre de l'intervalle, ces coefficients x_i et w_i sont donnés pour l'intervalle d'intégration $[-1, +1]$. Il conviendra de faire les changements de variable d'intégration nécessaires pour se ramener à ce cas.

Remarque : Les abscisses x_i pour la formule à N points sont les zéros du polynôme de Legendre P_N .

TABLEAU C.7. Continué page suivante.

$N = 2$	Abscisse	Poids
	$\pm 0,577350269189627$	1,000000000000000
$N = 3$	Abscisse	Poids
	$\pm 0,774596669241483$	0,555555555555556
	0,000000000000000	0,888888888888889
$N = 4$	Abscisse	Poids
	$\pm 0,861136311594053$	0,347854845137454
	$\pm 0,339981043584856$	0,652145154862546
$N = 5$	Abscisse	Poids
	$\pm 0,906179845938664$	0,236926885056189
	$\pm 0,538469310105683$	0,478628670499367
	0,000000000000000	0,568888888888889
$N = 6$	Abscisse	Poids
	$\pm 0,932469514203152$	0,171324492379171
	$\pm 0,661209386466264$	0,360761573048138
	$\pm 0,238619186083197$	0,467913934572691

TABLEAU C.7. Suite.

N = 7	Abscisse	Poids
	±0,949107912342758	0,129484966168870
	±0,741531185599395	0,279705391489277
	±0,405845151377397	0,381830050505119
	0,000000000000000	0,417959183673470
N = 8	Abscisse	Poids
	±0,960289856497536	0,101228536290376
	±0,796666477413627	0,222381034453374
	±0,525532409916329	0,313706645877888
	±0,183434642495650	0,362683783378362
N = 9	Abscisse	Poids
	±0,968160239507626	0,081274388361575
	±0,836031107326635	0,180648160694858
	±0,613371432700590	0,260610696402935
	±0,324253423403809	0,312347077040002
	0,000000000000000	0,330239355001261
N = 10	Abscisse	Poids
	±0,973906528517171	0,066671344308689
	±0,865063366688985	0,149451349150580
	±0,679409568299024	0,219086362515983
	±0,433395394129247	0,269266719309996
	±0,148874338981631	0,295524224714753
N = 11	Abscisse	Poids
	±0,978228658146058	0,055668567116172
	±0,887062599768095	0,125580369464908
	±0,730152005574049	0,186290210927730
	±0,519096129206812	0,233193764591996
	±0,269543155952345	0,262804544510240
	0,000000000000000	0,272925086777908
N = 12	Abscisse	Poids
	±0,981560634246714	0,047175336386513
	±0,904117256370491	0,106939325995295
	±0,769902674194306	0,160078328543379
	±0,587317954286618	0,203167426723046
	±0,367831498998180	0,233492536538367
	±0,125233408511469	0,249147045813398

Cette page est laissée intentionnellement en blanc.

D

Vade-mecum

Vade-mecum : mots latins signifiant « va avec moi ». Guide, manuel que l'on garde avec soi pour le consulter. (Petit Larousse.)

Compléter la documentation accompagnant la session « Neutronique des centrales à eau sous pression » par un aide-mémoire pouvant être consulté en permanence, pendant ou après les conférences, m'a été suggéré par des participants : il est utile, en effet, de pouvoir retrouver rapidement une constante, un ordre de grandeur, une formule de base... Tel est l'objectif de ce « Vade-mecum de neutronique ».

Pour qu'un tel document soit facile à utiliser, il faut qu'il soit court... et s'il est court, il n'est certainement pas exhaustif ! J'ai donc essayé de trouver un compromis en sélectionnant les informations qu'il m'a paru important d'avoir sous les yeux.

J'espère que ce vade-mecum sera utile aussi au lecteur du Précis de neutronique.

D.1 Unités et constantes

D.1.1 Unités

• Unité de longueur : fermi	F ou fm	1 F = 10^{-15} m
• Unité de surface : barn	b	1 b = 10^{-28} m ² = 10^{-24} cm ²
• Unité de masse atomique : (1/12 de la masse d'un atome de carbone 12)	u	1 u = $1,660539 \cdot 10^{-27}$ kg
• Unité d'énergie : électronvolt Sous-multiple et multiples :	eV	1 eV = $1,6021765 \cdot 10^{-19}$ J 1 meV = 10^{-3} eV 1 keV = 10^3 eV 1 MeV = 10^6 eV 1 GeV = 10^9 eV 1 TeV = 10^{12} eV
• Unité d'activité : becquerel (Ancienne unité : curie)	Bq	1 Bq = 1 désintégration/s
• Unité de dose : gray (Ancienne unité : rad)	Ci Gy	1 Ci = $3,7 \cdot 10^{10}$ Bq 1 Gy = 1 J/kg
• Unité de dose efficace : sievert (Ancienne unité : rem)	rad Sv rem	1 rad = 10^{-2} Gy 1 Sv = 1 J/kg 1 rem = 10^{-2} Sv

D.1.2 Quelques constantes physiques

• Vitesse de la lumière :	c	c = 299 792 458 m/s
• Équivalence masse-énergie : $E = mc^2$		1 kg = 8,98755.10 ¹⁶ J 1 u = 931,4940 MeV
• Masse de l'électron :	m_e	m_e = 0,0005485799 u m_e = 9,10938.10 ⁻³¹ kg m_e = 0,51100 MeV
• Masse du proton :	m_p	m_p = 1,0072765 u m_p = 1,67262.10 ⁻²⁷ kg m_p = 938,27 MeV m_p = 1836,15 m_e
• Masse du neutron :	m_n	m_n = 1,0086649 u m_n = 1,67493.10 ⁻²⁷ kg m_n = 939,57 MeV m_n = 1838,68 m_e
• Charge électrique élémentaire :	e	e = 1,6021765.10 ⁻¹⁹ C
• Constante de Planck :	h	h = 6,626068.10 ⁻³⁴ J.s
• Constante de Boltzmann :	k	k = 1,380650.10 ⁻²³ J/K k = 8,61734.10 ⁻⁵ eV/K
• Nombre d'Avogadro :	N	N = 6,022142.10 ²³ mol ⁻¹

D.2 Physique nucléaire

D.2.1 Caractéristiques d'une particule (non relativiste)

• Énergie cinétique :	$E = \frac{1}{2}mv^2$
• Impulsion :	$\vec{p} = m\vec{v}$ (grandeur vectorielle)
• Longueur d'onde :	$\lambda = h/p$

D.2.2 Constitution d'un atome

• Élément : caractérisé par le nombre Z de protons et d'électrons	
• Isotopes : variétés d'un même élément différant par le nombre N de neutrons	
• Notation des nucléides : A_ZX	X : symbole chimique de l'élément Z : nombre de protons N : nombre de neutrons A = Z + N : nombre de nucléons

D.2.3 Énergie de liaison des noyaux

• Défaut de masse :	$\Delta m = (Zm_p + Nm_n) - m_x$
• Énergie de liaison :	$W = \Delta mc^2$
• Énergie de liaison par nucléon :	W/A

D.2.4 Radioactivité

• Désintégration α :	${}^A_Z X \Rightarrow {}^{A-4}_{Z-2} Y + {}^4_2 He$
• Désintégration β^- :	${}^A_Z X \Rightarrow {}^A_{Z+1} Y + e^- + \bar{\nu}$
• Désintégration β^+ :	${}^A_Z X \Rightarrow {}^A_{Z-1} Y + e^+ + \nu$
• Capture électronique :	${}^A_Z X + e^- \Rightarrow {}^A_{Z-1} Y + \nu$
• Désintégration γ :	${}^A_Z X^* \Rightarrow {}^A_Z X + \gamma$
• Constante radioactive λ :	$dN = -\lambda N dt$
• Loi de décroissance :	$N(t) = N(0) \exp(-\lambda t)$
• Période radioactive :	$T = \ln 2 / \lambda = 0,693 / \lambda$
• Activité :	$a = \lambda N$

D.2.5 Fission

	Uranium 235	Plutonium 239
• Énergie obtenue par fission :	202 MeV	210 MeV
[En gros, 3,1.10 ¹⁰ fissions donnent 1 joule.]		
• Nombre de neutrons émis par fission :	2,439	2,874
• Proportion des neutrons retardés (pcm) :	679	224
• Énergie moyenne des neutrons prompts :	Environ 2 MeV	
• Spectre de fission des neutrons prompts :	$\chi(E) = C^{te} \sqrt{E} \exp(-E/\theta)$	
	$\theta = (2/3)E_{moyenne}$	
• Énergie moyenne des neutrons retardés :	Environ 0,5 MeV	

D.2.6 Réactions par neutrons

Énergie d'excitation du noyau composé	= Énergie de liaison du neutron + Énergie cinétique apportée par le neutron
• Section efficace microscopique totale :	$\sigma_t = \sigma_a + \sigma_s$ (absorption + diffusion)
[σ est généralement exprimée en barns.]	
• Section efficace microscopique d'absorption :	$\sigma_a = \sigma_f + \sigma_c$ (fission + capture stérile)
• Sections efficaces macroscopiques :	$\Sigma = N_1 \sigma_1 + N_2 \sigma_2 + \dots$
[Σ est généralement exprimée en cm ⁻¹ .]	
• Calcul des concentrations :	$N = \rho N_{Avogadro} / A$
	ρ : masse spécifique
	A : nombre de masse
[N est généralement exprimée en cm ⁻³ .]	

D.3 Diffusion des neutrons

D.3.1 Facteur de multiplication

- Nombre de neutrons émis en moyenne par fission pour un neutron émis par fission :

$$k = \omega \nu$$

ω : probabilité que le neutron provoque une fission

ν : nombre moyen de neutrons émis par cette fission.

D.3.2 Cheminement des neutrons

- Libre parcours moyen : $\lambda = 1/\Sigma$
 Σ : section efficace macroscopique totale
- Nombre moyen de parcours : $\langle n \rangle = \Sigma/\Sigma_a$
 Σ_a : section efficace macroscopique d'absorption

D.3.3 Population des neutrons

- Densité : n Neutrons par unité de volume
[Unité usuelle : cm^{-3} .]
- Flux : $\Phi = n\nu$ Neutrons par unités de surface et de temps
[Unité usuelle : $\text{cm}^{-2}.\text{s}^{-1}$.]
- Taux de réaction : $R_k = \Sigma_k \Phi$ Réactions par unités de volume et de temps
[Unité usuelle : $\text{cm}^{-3}.\text{s}^{-1}$.]

D.3.4 Équation du transport

(neutrons monocinétiques, chocs isotropes, régime permanent)

$$\Phi(\vec{r}) = \int_{\text{Réacteur}} Q(\vec{r}') \frac{e^{-\tau}}{4\pi R^2} d^3 r'$$

$$Q(\vec{r}) = S(\vec{r}) + \Sigma_s(\vec{r})\Phi(\vec{r})$$

$$S(\vec{r}) = \nu\Sigma_f(\vec{r})\Phi(\vec{r})$$

R : distance de \vec{r}' à \vec{r}

τ : intégrale de Σ le long du segment joignant \vec{r}' à \vec{r}

D.3.5 Approximation de la diffusion

(neutrons monocinétiques, régime permanent)

$$D\Delta\Phi - \Sigma_a\Phi + S = 0$$

$D = 1/(3\Sigma_{tr})$: coefficient de diffusion

$\Sigma_{tr} = \Sigma - \bar{\mu}\Sigma_s$: section efficace de transport

$\bar{\mu} = \langle \cos \psi \rangle \simeq 2/(3A)$: cosinus moyen de l'angle de diffusion (cf. § « Ralentissement »)

• Courants :

$$J_+ = \frac{\Phi}{4} - \frac{D}{2} \frac{\partial \Phi}{\partial N} \quad J_- = \frac{\Phi}{4} + \frac{D}{2} \frac{\partial \Phi}{\partial N} \quad J_{net} = J_+ - J_- = -D \frac{\partial \Phi}{\partial N}$$

Vectoriellement (loi de Fick) : $\vec{j} = -D \vec{\text{grad}} \Phi$

• Distance d'extrapolation du corps noir : $d = 0,7104/\Sigma_{tr}$

D.3.6 Théorie à un groupe de neutrons

• Sources : $S = \nu\Sigma_f\Phi = k_\infty\Sigma_a\Phi$

• Condition critique de la pile nue et homogène :

$$k_{eff} = \frac{k_\infty}{1 + M^2 B^2} = 1$$

$1/(1 + M^2 B^2)$: probabilité de non fuite

B^2 : laplacien géométrique

$M^2 = D/\Sigma_a$: aire de migration ($M^2 = \frac{1}{6} \langle R^2 \rangle$)

Sphère :	$B^2 = \frac{\pi^2}{R^2}$	$\Phi = C^{te} \frac{\sin \frac{\pi r}{R}}{r}$
Cylindre :	$B^2 = \frac{j^2}{R^2} + \frac{\pi^2}{H^2}$	$\Phi = C^{te} j_0 \left(\frac{j\rho}{R} \right) \sin \frac{\pi z}{H} \quad (j = 2,40483)$
Parallélépipède :	$B^2 = \frac{\pi^2}{a^2} + \frac{\pi^2}{b^2} + \frac{\pi^2}{c^2}$	$\Phi = C^{te} \sin \frac{\pi x}{a} \sin \frac{\pi y}{b} \sin \frac{\pi z}{c}$

(Les dimensions incluent la distance d'extrapolation)

D.4 Spectre des neutrons

D.4.1 Facteur de multiplication infini des réacteurs à neutrons thermiques

$$k_{\infty} = \epsilon p f \eta$$

- ϵ Facteur de fission rapide : gain sur les productions résultant des fissions rapides (essentiellement d'uranium 238)
- p Facteur antitrappe : probabilité d'échapper aux captures (essentiellement par l'uranium 238) pendant le ralentissement
- f Facteur d'utilisation thermique : probabilité d'absorption dans le combustible pour un neutron thermique
- η Facteur de reproduction : nombre de neutrons produits par fission pour une absorption de neutron thermique dans le combustible

D.4.2 Ralentissement élastique

- *Énergie après choc :*

$$\frac{E_{\text{après}}}{E_{\text{avant}}} = \frac{A^2 + 2A \cos \theta + 1}{(A + 1)^2}$$

A : masse du noyau cible/masse du neutron

θ : angle de déviation dans le système du centre de masse

- *Relation entre les angles :*

$$\cos \psi = \frac{A \cos \theta + 1}{\sqrt{A^2 + 2A \cos \theta + 1}}$$

ψ : angle de déviation dans le système du laboratoire (réacteur)

- *Cas isotrope dans le centre de masse :*

- ⇒ $\cos \theta$ et $E_{\text{après}}$ sont des variables aléatoires uniformes
- ⇒ $E_{\text{après}}$ est compris entre E_{avant} et αE_{avant} avec $\alpha = \left[\frac{A-1}{A+1} \right]^2$
- ⇒ Cosinus moyen de l'angle de diffusion : $\bar{\mu} = \langle \cos \psi \rangle = 2/(3A)$
- ⇒ Gain maximum de léthargie : $\epsilon = \ln(1/\alpha)$
- ⇒ Gain moyen de léthargie : $\xi = 1 - \alpha\epsilon/(1 - \alpha)$
- ⇒ Nombre moyen de chocs pour ralentir un neutron :
 $\langle n \rangle = \ln(E_{\text{initiale}}/E_{\text{finale}})/\xi$

D.4.3 Spectre de Maxwell

• En énergie :

$n(E) dE = C^e \sqrt{E} \exp(-E/E_0) dE$	avec : $E_0 = kT$
Pour 20 °C :	$T = 293,16 \text{ K}$
	$E_0 = 0,0253 \text{ eV}$
	Vitesse associée par $\frac{1}{2} m_n v_0^2 = E_0 : v_0 = 2\,200 \text{ m/s}$
Énergie la plus probable :	$E_p = \frac{1}{2} E_0$
Énergie moyenne :	$\langle E \rangle = \frac{3}{2} E_0$

• En vitesse :

$n(v) dv = C^e v^2 \exp(-v^2/v_0^2) dv$	
Vitesse la plus probable :	$v_p = v_0$
Vitesse moyenne :	$\langle v \rangle = \frac{2}{\sqrt{\pi}} v_0 = 1,128 v_0$

D.5 Cinétique des réacteurs

D.5.1 Réactivité

Définition :	$\rho = \frac{k-1}{k}$	k : facteur de multiplication « effectif »
Unités :	\Rightarrow	p.c.m. = pour cent mille
	\Rightarrow	dollar = proportion des neutrons retardés (cf. § « Fission »)

D.5.2 Situation surcritique par neutrons prompts

(réactivité ρ supérieure à un dollar)

$$n(t) \simeq n(0) \exp[(k_{prompt} - 1)/\ell]$$

avec :	$k_{prompt} = k(1 - \beta)$	facteur de multiplication de neutrons prompts
		β : proportion des neutrons retardés
		ℓ : temps de vie des neutrons prompts
		(environ $2 \cdot 10^{-5}$ s pour les REP)

D.5.3 Évolution au voisinage de la criticité

$$n(t) \simeq n(0) \exp[(k - 1)/\ell_{\text{eff}}]$$

avec : $\ell_{\text{eff}} = \ell + \sum_{j=1}^G \beta_j \tau_j$ temps de vie « effectif » des neutrons
 G : nombre de groupes de neutrons retardés
 β_j : proportion des neutrons (retardés) émis dans le groupe G
 $\lambda_j = 1/\tau_j$: constante de décroissance radioactive des $j^{\text{èmes}}$ précurseurs
 τ_j : temps de vie moyen des $j^{\text{èmes}}$ précurseurs
 ℓ_{eff} de l'ordre de 1/13 s pour l'uranium 235

D.6 Fonctionnement des réacteurs

D.6.1 Effets de température

(pour les réacteurs à eau sous pression)

• Effet Doppler

⇒ lié à la température du combustible
 ⇒ effet instantané
 ⇒ effet toujours négatif

• Effet de spectre

⇒ lié à la température du modérateur
 ⇒ effet différé
 ⇒ effet négatif pour l'uranium 235 et positif pour le plutonium 239

• Effet de dilatation d'eau

⇒ lié à la température du modérateur
 ⇒ effet différé
 ⇒ effet négatif sur le facteur antitrappe
 ⇒ effet positif sur le facteur d'utilisation thermique et d'autant plus grand que la concentration de bore est élevée
 ⇒ Remarque : l'optimum de modération équivaut à un effet de dilatation global nul

D.6.2 Empoisonnement par les produits de fission

- *Fragments de fission* : nucléides pouvant être obtenus directement par fission
 - *Produits de fission* : fragments de fission + produits qui peuvent en dériver
 - Environ 1 000 produits de fission sont répertoriés
 - La somme des rendements par fission γ_i est égale à 200 %
 - Rendement *indépendant* γ_i : relatif à un nucléide donné i ; rendement *cumulé* : somme des rendements indépendants pour tous les nucléides d'une masse **A** donnée
 - La courbe des rendements cumulés par masse a une forme « en dos de chameau » traduisant une fission généralement dissymétrique
 - Presque tous les fragments de fission sont radioactifs β^-
- **Équations générales d'évolution** (certains termes peuvent être nuls ou négligeables)

$dN_i/dt =$	variation de la concentration du produit i
$+ \gamma_i \Sigma_f \Phi$	production par fission
$- \sigma_{a,i} N_i \Phi$	destruction par irradiation neutronique
$- \lambda_i N_i$	destruction par décroissances radioactives
$+ \sigma_{c,j} N_j \Phi$	production par captures par des noyaux j
$+ \lambda_k N_k$	production par décroissances d'un produit k

- **Empoisonnement neutronique** (à peu près l'effet en réactivité, au signe près)

$$\pi = \frac{\Sigma_{a,P.F.}}{\Sigma_{a,comb}} \simeq -\frac{\Delta k}{k}$$

- **Ordres de grandeur pour les réacteurs à eau sous pression**

– Xénon 135	Équilibre : 2 800 pcm	Pic après arrêt : 2 000 pcm
– Samarium 149	Équilibre : 700 pcm	Surcroît après arrêt : 300 pcm
– Total	Fin d'irradiation : 15 000 pcm	

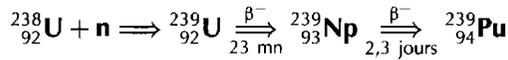
D.6.3 Évolution des noyaux lourds

- **Équations d'évolution** : analogues à celles des produits de fission (hormis le terme de production par fission) ; certains termes peuvent être nuls ou négligeables

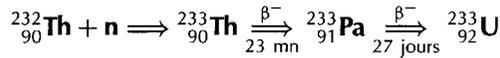
$dN_i/dt =$	variation de la concentration du produit i
$- \sigma_{a,i} N_i \Phi$	destruction par irradiation neutronique
$- \lambda_i N_i$	destruction par décroissances radioactives
$+ \sigma_{c,j} N_j \Phi$	production par captures par des noyaux j
$+ \lambda_k N_k$	production par décroissances d'un produit k

• Conversion

— Chaîne uranium 238 / plutonium 239



— Chaîne thorium 232 / uranium 233



— Facteur de conversion

$$C = (\text{Nombre de noyaux fissiles produits}) / (\text{Nombre de noyaux fissiles détruits})$$

— Gain de régénération

$$G = (\text{Nombre net de noyaux fissiles produits}) / (\text{Nombre de fissions})$$

• Mesures de l'évolution

— Fluence

= intégrale du flux sur le temps

Unité usuelle : neutron par kilobarn (n/kb)

Ordre de grandeur pour les REP : 2

— Combustion massique (ou spécifique)

= énergie produite / masse initiale (des noyaux lourds)

Unités usuelles : térajoule/kilogramme (TJ/kg)

Ordre de grandeur pour les REP : 4

et : mégawattjour/tonne (MWj/t)

Ordre de grandeur pour les REP : 40 000

— Taux de combustion (en fission)

= nombre de noyaux fissionnés / nombre de noyaux lourds initiaux

Unité usuelle : pour cent

Ordre de grandeur pour les REP : 4

Index et glossaire

On trouvera ci-dessous la liste des principaux thèmes évoqués ou développés dans ce livre.

Les termes indexés sont le plus souvent composés de plusieurs mots et entrées, dans ce cas, à chacun des mots pertinents de l'expression. Par exemple, « Aiguille de Buffon » est entré à « Aiguille » et à « Buffon ».

Lors de la constitution de l'index, on a tenté de distinguer les simples références à une notion (fonction « *index* » proprement dite) des passages où cette notion est définie ou développée (fonction « *glossaire* ») : dans ce dernier cas, le numéro de page indiqué est en gras.

– A –

- Absorption : **73**, 155, 334
résonnante : 194, 279, 347
Ralentissement avec — faible : 189
- Acide borique : **230**
- Actinide mineur : **431**
- Activité : **61**
- addition [Formule d'—] : 484, 494
- adjoint
Flux — : **370**, **372**, 376
Opérateur — : **370**, **472**
- ADS [Concept —] : **425**
- advection [Opérateur d'—] : **296**, 317, 324, **496**
- âge [Théorie de l'—] : 191
- Agitation thermique : 211, 365
- Aiguille de Buffon : **339**
- Aire
de diffusion : **142**, 408
de migration : **152**, 300, 337, 408
de ralentissement : 408
- Ajustement : 400
- Albédo : **143**, 387
- alpha [Radioactivité —] : **58**
- Alternateur : 31
- Amplificateur d'énergie : **425**
- analogue
Simulation — : **338**
Simulation non — : **338**
- Analyse de combustible irradié : 399
- anisotrope [Diffusion linéairement —] : 327, 328
- Anisotropie : 173
Hypothèse d'— linéaire : **313**
- Antineutrino : 59
- antitrappe [Facteur —] : 190, 197, 208, 282
- APA [Concept —] : **421**
- Approche
déterministe de l'équation de Boltzmann : 296
probabiliste de l'équation de Boltzmann : 297
- Approximation
B1 : **328**
BK : **330**, 337
de Bell-Wigner : **205**
de la diffusion : 131, **138**, 318
de Wigner : **205**

multigroupe : 235, **237**
 PN : **316**
 SPN : **320**
 SSN : **325**
 Argent-indium-cadmium : 283
 Arrêt
 anticipé de cycle : 268
 d'urgence : 127
 arrivée [Densité d'—] : **179**
 Askew [Cylindrisation d'—] : 311
 Assemblage : 284, 311
 MOX : 384
 Calcul d'— : 383
 associé [Réacteur critique —] : **372**
 atomique
 Numéro — : **45**
 Unité de masse — : **48**
 Autoprotection : **194**, 196, 382
 autoprotection [Facteur d'—] : **198**
 Autorégulation : 36
 axial [Déséquilibre — de puissance] : 251,
 412

– B –

B1 [Approximation —] : **328**
 Barn : **68**
 barre [Efficacité d'une — de commande] :
 376
 Barrière de fission : **88**
 base [Fonctionnement en —] : 411
 Becquerel : **61**
 Henri — : 26
 Bell
 Facteur de — : **205**, 213, 348, **349**
 Fonction de — : **205**
 Bell-Wigner [Approximation de —] : **205**
 Bessel [Fonction de —] : 241, 486, **488**
 bêta-moins [Radioactivité —] : **58**
 bêta-plus [Radioactivité —] : **58**
 Bethe (Hans Albrecht) : 49
 Biaisage : 344
 biaisée [Simulation —] : **344**
 Bibliothèque de données nucléaires : 100
 Bickley-Naylor [Fonction de —] : 307, 498,
 500
 Bilan
 de réactivité : 413
 neutronique : 113, 132, 334, 336
 Principe du — détaillé : **218**

BK [Approximation —] : **330**, 337
 blanche [Réflexion —] : **309**
 Bohr (Niels) : 26
 Boltzmann
 Ludwig — : 43
 Approche déterministe de l'équation de
 — : 296
 Approche probabiliste de l'équation de
 — : 297
 équation de — : **108**, **110**, **291**
 Linéarité de l'équation de — : **71**
 boraté [Pyrex —] : 283
 Bore 10 : 74
 en solution : 230
 Limite sur la concentration de — : 283
 borique [Acide —] : **230**
 Breit [Loi de — et Wigner] : **80**
 Bruit neutronique : 399
 Buffon [Aiguille de —] : **339**

– C –

Calcul
 de cœur : 387
 du réflecteur : 387
 d'assemblage : 383
 Code de — : **403**
 Schéma de — : **381**, 395
 Caloporteur : **36**, 406
 CAPRA [Concept —] : **421**
 Capture : **73**
 électronique : **58**
 radiative : **72**
 caractéristiques [Méthode des —] : **325**
 carrés [Méthode des moindres —] : 401
 Cauchy
 Augustin — : 107
 Théorème de — : 107, **205**, 305
 Cellule(s) : **308**, 385
 Cylindrisation de la — : 310
 Regroupement de — : 386
 Centrale nucléaire : 30
 Centre de masse : **171**
 Chadwick (James) : 27
 Chaîne
 d'évolution : **256**
 Réaction en — : **32**
 charge [Suivi de —] : 411
 cheminement [Simulation du — d'un
 neutron] : 342

- chimique [Liaison —] : 216
- Choc(s)
isotrope : 173, 298
Loi du — élastique : **171**
Loi du — inélastique : **178**
Nombre de — pour ralentir un neutron : 175
- cible
Hypothèse — immobile : 216
Hypothèse — libre : **216**
- Cinétique
ponctuelle : **117**
spatiale : 148, 394
Modèle de — lente : **125**
Modèle de — rapide : **125**
- Code(s)
de calcul : **403**
Développement des — : 404
- Coefficient
de couplage : **241**
de diffusion : **133**, 333, 336
de fuite : **332**
de sensibilité : **379**
de température : **278**
- Cœur : **30**
Calcul de — : 387
Conception d'un — : 405
Dimensionnement du — : 408
Gestion d'un — : 266, 268, 410, 414
- cohérente [Diffusion —] : 217
- collision
Densité de — : 301
Opérateur de — : **43**, **110**, 292, **293**, 297
Probabilité de première — : **203**, **301**
Taux de — : **292**
- Colonne thermique : **399**
- Combustible : 196, 279, 406
Analyse de — irradié : 399
Cycle du — nucléaire : **37**
Utilisation du — nucléaire : 418
- Combustion
massique : **262**
Taux de — : **262**, 419
- commande [Efficacité d'une barre de —] : 376
- complémentarité [Relation de —] : 303, 304
- composé [Modèle du noyau —] : **71**
- Composition isotopique du plutonium : 418
- concentration [Limite sur la — de bore] : 283
- Concept
ADS : **425**
APA : **421**
CAPRA : **421**
GT-MHR : **423**
hybride fusion-fission : **424**
hybride spallation-fission : **424**
MIX : **420**
rapide à gaz : **423**
- Conception d'un cœur : 405
- Condensation : **387**, 390
- Condenseur : 31
- Condition
critique : 155, 159, 242, 293, 331, 334
d'interface : 136
initiale : 136
aux limites : 136
nominale : 394
- Configuration critique : **33**
- Conservation des taux de réaction : 224, 236, 353, 390
- consommable [Poison —] : 231, 283
- Consommation de neutrons : **433**
- Constante(s)
de désintégration radioactive : **59**
de relaxation : **328**
physiques : 461
- continuum [Domaine du —] : **79**
- continu-multigroupe [équivalence —] : 213, **352**
- Contre-réaction : 36, 277, **283**, 393
- Contrôle-commande : 25, 36
- Conversion : **257**, 270
Facteur de — : **265**, **271**, 272
- convolution
Opérateur de — : **474**
Produit de — : 181, 182, **474**
- Corde moyenne : **107**
- Corps noir : **137**
- corps [Distance d'extrapolation du — noir] : **137**
- Correction de transport : **139**, 300, 318
- couches [Modèle en —] : 51
- coulombienne [Force —] : **31**, 49
- couplage [Coefficient de —] : **241**
- Courant(s)
de ralentissement : **181**

- d'interface : 309, 313
 neutronique : **105**, 133, 295
 intégrés : **106**
 Couverture : **272**
 Cranberg [Spectre de —] : **93**
 Créneau de réactivité : 127
 cristallin [Effet —] : 366
 Criticité par neutrons prompts : **123**
 critique
 Condition — : 155, 159, 242, 293, 331, 334
 Configuration — : **33**
 Problème — : **160**
 Réacteur — associé : **372**
 Taille — : 399
 Curie : **61**
 Irène — : 27
 Marie — : 26
 Pierre — : 26
 Cycle
 du combustible nucléaire : **37**
 thorium-uranium 233 : **275**
 Arrêt anticipé de — : 268
 Durée de — : 267
 Prolongation de — : 269
 cylindrique [Pile — réfléchée] : 240
 Cylindrification
 de la cellule : 310
 de Lefebvre : 311
 de Wigner : 311
 d'Askeew : 311
- D —**
- Dalton (John) : 27
 Dancoff
 Effet — : **207**
 Facteur de — : **207**
 déchets
 Gestion des — nucléaires : 430
 Incinération de — nucléaires : 275
 Découpage multigroupe : 237
 Décroissance radioactive : 57
 Dédoublage : **344**
 Défaut de masse : **47**
 Demi-vie : **60**
 Démocrite : 27
 Densité
 de collision : 301
 de probabilité : 340
 d'arrivée : **179**
 d'émission : **111**, 292
 entrante : **292**
 neutronique : **104**, 292
 sortante : **292**
 désavantage [Facteur de —] : **226**
 Déséquilibre axial de puissance : 251, 412
 Désintégration
 radioactive : **57**
 Constante de — radioactive : **59**
 déterministe [Approche — de l'équation de Boltzmann] : 296
 Développement
 des codes : 404
 durable : 434
 diamant [Schéma —] : **322**
 Différence
 finie : **161**, 323
 Effet de — : 344, 369
 différentielle
 Mesure — : **98**, 399
 Section efficace — de diffusion : **180**
 Diffusion(s) : **73**
 cohérente : 217
 élastique : 170, 217
 incohérente : 217
 inélastique : **72**, 170, **217**
 isotrope : 298
 linéairement anisotrope : 298, 327, 328
 potentielle : **71**, 170
 résonnante : **72**, 170
 Aire de — : **142**, 408
 Approximation de la — : 131, **138**, 318
 Coefficient de — : **133**, 333, 336
 équation de la — : **136**
 Longueur de — : 144
 Noyau de l'équation de la — : **139**
 Opérateur de — : **111**, 314
 Section efficace différentielle de — : **180**
 successives : 183
 diffusion-multigroupe [Théorie —] : **239**
 Dilatation thermique : 279
 dilution
 Matrice de — : 359
 Section efficace de — : **199**, 348
 Section efficace équivalente de — : **204**, 350, 406
 Dimensionnement
 du cœur : 408

- du réseau : 406
 Dirac [Distribution de —] : **470**
 direct [Flux —] : **371**
 directe [Méthode —] : 359
 discrètes [Méthode des ordonnées —] : **320**
 Discrétisation : **160**
 Distance
 d'extrapolation du corps noir : **137**
 parcouru à vol d'oiseau : 141, 300
 Distribution
 de Dirac : **470**
 de puissance : 399
 Dollar : **124**
 Domaine
 du continuum : **79**
 résolu : **79**
 statistique : **79**
 Donnée(s)
 nucléaire : 98, 382, 463
 Bibliothèque de — nucléaires : 100
 évaluation des — nucléaires : **98**
 Doppler
 Effet — : **209**, 279, 365
 Largeur — : **211**
 Durée de cycle : 267
- E —
- Eau lourde : 287
 échantillonnage : 340
 économie de réflecteur : **156**, 157
 effectif
 Facteur de multiplication — : **155**, 342, 369, 373
 Taux de réaction — : **349**
 effective
 Intégrale — : **198**, 213, 348
 Section efficace — : **197**, **221**, 224
 Tabulation de l'intégrale — : 199, 201, 213, 348, 382
 Température — : **211**, **214**, 366
 Effet
 cristallin : 366
 Dancoff : **207**
 de contre-réaction : 283
 de différence : 344, 369
 de peau : 358
 de raies : **321**
 de spectre : 280
 de température : **277**, 287
 Doppler : **209**, 279, 365
 samarium : **252**
 xénon : **248**
 Efficacité d'une barre de commande : 376
 Einstein (Albert) : 28
 élastique
 Diffusion — : 170, 217
 Loi du choc — : **171**
 électrique [Force —] : **31**, 49
 électron : **44**
 électronique [Capture —] : **58**
 électro nucléaire [Parc —] : 29
 électronvolt : **48**
 élément(s)
 fini : **163**, 324
 Table des — : 461
 émission
 plate : 302
 Densité d'— : **111**, 292
 Empoisonnement : 244, **247**
 endo-énergétique [Réaction —] : **53**
 endo-thermique [Réaction —] : **53**
 énergétique [Réacteur à finalité —] : 406
 énergie
 de liaison : **32**, **47**
 d'excitation : **52**
 libérée lors d'une fission : **96**, 467
 nucléaire : 418
 thermonucléaire : **56**
 Amplificateur d'— : **425**
 entrante [Densité —] : **292**
 épithermique [Proportion — des neutrons] : 222
 épuisement spécifique : **262**
 équation
 de Boltzmann : **108**, **110**, **291**
 de la diffusion : **136**
 de Nordheim : **121**
 de thermalisation : **219**
 du ralentissement : **179**
 d'évolution : 259
 Approche déterministe de l'— de Boltzmann : 296
 Approche probabiliste de l'— de Boltzmann : 297
 Linéarité de l'— de Boltzmann : **71**
 équilibre séculaire : **66**
 équivalence : 390, **392**
 continu-multigroupe : 213, **352**

hétérogène-homogène : **205**, 348
 transport-diffusion : 391
 équivalent
 plutonium 239 : 272, **375**
 Réflecteur — : **387**
 équivalente [Section efficace — de dilution] : **204**, 350, 406
 Erreurs dues aux incertitudes : 378
 Espace propre : 483
 état
 excité : **64**
 isomérique : **52**, 59, 64
 étroite
 Modèle résonance — : **201**, 350
 Résonance — : 194
 évaluation des données nucléaires : **98**
 évolution : 393
 du facteur de multiplication : 265
 Chaîne d'— : **256**
 exactitude [Ordre d'—] : **502**
 excitation [énergie d'—] : **52**
 excité
 état — : **64**
 Niveau — : **52**
 exo-énergétique [Réaction —] : **53**
 exo-thermique [Réaction —] : **53**
 Expérience
 de neutrons pulsés : **148**
 propre : **399**
 exponentielle [Fonction — intégrale] : 306, 498, **499**
 extrapolation [Distance d'— du corps noir] : **137**

— F —

Facteur
 antitrappe : **116**, 187, 189, 190, 197, 208, 282
 de Bell : **205**, 213, 348, **349**
 de conversion : **265**, **271**, 272
 de Dancoff : **207**
 de désavantage : **226**
 de fission rapide : **116**
 de forme : 156, 268, 287
 de multiplication effectif : **155**, 342, 369, 373
 de multiplication infini : **114**, 152, 337
 de reproduction : **116**, **226**, 273
 d'autoprotection : **198**

 d'utilisation thermique : **116**, **226**, 282
 SPH : **391**
 statistique : **82**
 évolution du — de multiplication : 265
 Factorisation du flux : 197
 fermeture [Relation de —] : 147, **473**, **484**
 Fermi
 Enrico — : 25
 Pile de — : 25
 fertile [Matière —] : **257**, **271**
 Fick [Loi de —] : **133**, 319, 327, 332, 336
 fictive [Pile —] : 331
 Filière : **30**, **36**, 406
 fine [Structure —] : **198**, 200, 202, 348, 358, 359
 fini [élément —] : **163**, 324
 finie [Différence —] : **161**, 323
 fissile [Matière —] : **270**
 Fission : **54**, 73, **88**
 spontanée : 61, 410
 Barrière de — : **88**
 énergie libérée lors d'une — : **96**, 467
 Facteur de — rapide : **116**
 Fragment de — : **94**, 243, **244**
 Parcours des fragments de — : 243
 Produit de — à vie longue : 432
 Produit de — : **95**, **244**
 Pseudo-produit de — : **245**
 Rendement d'un fragment de — : **94**, 243
 Spectre de — : **93**
 Fluence neutronique : **260**
 Flux
 adjoint : **370**, **372**, 376
 direct : **371**
 en phase : **104**
 macroscopique : **198**, 352
 multigroupe : **236**
 neutronique : **104**, 292
 Factorisation du — : 197
 Fonction
 de Bell : **205**
 de Bessel : 241, 486, **488**
 de Bickley-Naylor : 307, 498, **501**
 de Green : **142**, 186
 de Legendre : **483**
 de répartition : 340
 exponentielle intégrale : 306, 498, **499**
 propre : 145, 240, **472**

propre de l'opérateur laplacien : **145**,
481, **485**
 Fonctionnelle : 164
 Fonctionnement en base : 411
 fondamental
 Mode — : **146**, **326**, 329, 337, 384, 473
 Niveau — : **52**
 Force
 coulombienne : **31**, 49
 électrique : **31**, 49
 nucléaire : **32**, 49
 Formalisme multicellule : 311
 forme [Facteur de —] : 156, 268, 287
 Formule
 de Gauss : **505**
 de Newton-Cotes : 505
 de quadrature : 363, **502**
 de Simpson : **503**
 de Tchebycheff : 505
 de Weddle : **504**
 des perturbations : **372**
 des quatre facteurs : **113**
 des trapèzes : **503**
 d'addition : 484, 494
 sommatoire de Poisson : **477**
 fossile [Réacteur —] : **41**
 Fourier [Transformation de —] : **473**, 500
 Fractionnement : **344**
 Fragment(s)
 de fission : **94**, 243, **244**
 Rendement d'un — de fission : **94**, 243
 Parcours des — de fission : 243
 Fréquence(s)
 multiple : 266
 Spectre de — : **219**
 Fuite : 155, 334, 409
 Coefficient de — : **332**
 Fusion : **54**
 fusion-fission [Concept hybride —] : **424**

– G –

Gadolinium : 283
 Gain
 de léthargie : **174**
 de régénération : **271**
 Gainage : 406
 gamma [Radioactivité —] : **59**
 Gauss
 Formule de — : **505**

Point de — : 320, **506**
 Gay-Lussac (Louis Joseph) : 27
 Générateur de vapeur : 30
 Géométrie
 multicellule : **311**
 plane : **316**
 géométrique [Laplacien —] : **154**, 335
 Gestion
 des déchets nucléaires : 430
 d'un cœur : 266, 268, 410, 414
 idéale : **266**
 goutte [Modèle de la —] : **49**
 Gradient de température : 366
 Graphite : 217, 287, 288
 Green [Fonction de —] : **142**, 186
 grise [Trappe —] : 188
 groupe [Théorie à un —] : **151**
 GT-MHR [Concept —] : **423**

– H –

Hahn (Otto) : 27
 Halban (Hans von) : 27
 Harmonique(s) : **146**
 sphérique : 315, **479**
 Méthode des — sphériques simplifiées :
319
 Méthode des — sphériques : **315**
 Hélium : 288
 hétérogène-homogène [équivalence —] :
205, 348
 homogène
 Pile nue et — : 153, 154, 331
 Réacteur — et nu : 145, 153, 331
 Homogénéisation : **387**, 390
 hybride
 Concept — fusion-fission : **424**
 Concept — spallation-fission : **424**
 hydrogène [Ralentissement dans l'—] : 186
 Hypothèse
 cible immobile : 216
 cible libre : **216**
 de Roth : **312**
 d'anisotropie linéaire : **313**

– I –

idéal [Jeu —] : 340
 image [Pile —] : **331**
 Importance neutronique : **370**

incertitudes [Erreurs dues aux —] : 378

Incinération : **430**

de déchets nucléaires : 275

Incohérente [Diffusion —] : 217

Indice de spectre : **399**

inélastique

Diffusion — : **72**, 170, **217**

Loi du choc — : **178**

infini [Facteur de multiplication —] : **114**,
152, 337

initiale [Condition —] : 136

Instabilité spatiale : 251

instable [Noyau —] : **45**

intégral [Opérateur —] : **471**

Intégrale

de résonance : **199**, 211

effective : **198**, 213, 348

Mesure — : **100**, 399

Tabulation de l'— effective : 199, 201,
213, 348, 382

interface

Condition d'— : 136

Courant d'— : 309, 313

Transitoire d'— : 242

Interférence

entre résonances : 360

Terme d'— : **82**

intermédiaire [Modèle résonance —] : 357

Invariance par translation : 196

invariant

Opérateur — par rotation : 315, **480**, 484

Opérateur — par translation : **473**, 478

irradié [Analyse de combustible —] : 399

Isobare : **63**

Isomère : **59**

isomérique [état —] : **52**, 59, 64

Isotope : **45**

isotopique [Séparation — de l'uranium] : 35

isotrope [Choc —] : 173, 298

Isotropie

des matériaux : 105, 314

des neutrons : 302, 304, 309

— J —

Jeanpierre (Françoise) : 200, 347

Jeu : **339**

idéal : 340

Joliot (Frédéric) : 27

Joliot-Curie (Irène) : 27

— K —

kilobarn [Neutron par —] : **261**

Kowarski (Lew) : 27

— L —

Laplace [Transformation de —] : 181

Laplacien

géométrique : **154**, 335

matière : **152**, 335, 337, 399

Fonction propre de l'opérateur — : **145**,
481, 485

Opérateur — : 136, 481, **485**

large [Modèle résonance —] : **202**, 350

Largeur

des résonances : 351

Doppler : **211**

pratique : **199**, **351**

Lebesgue [Technique de —] : 350, 361

Lefebvre [Cylindrisation de —] : 311

Legendre

Fonction de — : **483**

Polynôme de — : 315, **481**

Léthargie : **174**

Gain de — : **174**

Liaison

chimique : 216

énergie de — : **32**, **47**

Libre parcours moyen : **69**

Limite(s)

sur la concentration de bore : 283

Condition aux — : 136

linéaire [Opérateur —] : **370**, **471**

Linéarité de l'équation de Boltzmann : **71**

Livolant (Michel) : 200, 347

Loi

de Breit et Wigner : **80**

de Fick : **133**, 319, 327, 332, 336

de Way et Wigner : 411

du choc élastique : **171**

du choc inélastique : **178**

en $1/v$: 74, **84**, 280

Longueur

de diffusion : 144

de relaxation : **328**

— M —

macroscopique

Flux — : **198**, 352

Section efficace — : **69**

- magique [Nombre —] : **51**
- Markov (Andreï Andreïevitch) : 342
- markovien [Processus —] : **342**
- masse
- Centre de — : **171**
 - Défaut de — : **47**
 - Nombre de — : **45**
 - Unité de — atomique : **48**
- Matière
- fertile : **257, 271**
 - fissile : **270**
 - stérile : **271**
 - Laplacien — : 335, 337, 399
 - Structure de la — : 44
- Matrice de dilution : 359
- maximum [Principe du — de vraisemblance] : 401
- Maxwell [Spectre de —] : **93, 211, 218**
- Meitner (Lise) : 27
- Mendeleïev
- Dmitri Ivanovitch — : 27
 - Table de — : 462
- Mesure
- différentielle : **98, 399**
 - intégrale : **100, 399**
 - par temps de vol : **98**
 - par transmission : **99**
- Méthode
- de Monte-Carlo : 297, **338**
 - de synthèse : **166**
 - des caractéristiques : **325**
 - des harmoniques sphériques : **315**
 - des harmoniques sphériques simplifiées : **319**
 - des moindres carrés : 401
 - des ordonnées discrètes : **320**
 - des sous-groupes : 361, 363
 - des sous-structures : **313**
 - des tables de probabilité : **361**
 - directe : 359
 - du rejet : **341**
 - nodale : **166, 324**
- microréversibilité [Principe de —] : **218**
- microscopique [Section efficace —] : **68**
- Migration : 131
- Aire de — : **152, 300, 337, 408**
- Milne [Problème de —] : 137
- MIX [Concept —] : **420**
- Mode fondamental : **146, 326, 329, 337, 384, 473**
- Modèle
- de cinétique lente : **125**
 - de cinétique rapide : **125**
 - de la goutte : **49**
 - de ralentissement : 201, 356
 - de thermalisation : 225
 - du noyau composé : **71**
 - en couches : 51
 - résonance étroite : **201, 350**
 - résonance intermédiaire : 357
 - résonance large : **202, 350**
 - statistique : 357
 - toute résonance : 357
- Modélisation : 381
- Modérateur : **34, 176, 196, 406**
- modérateur [Pouvoir —] : **177**
- modération
- Optimum de — : **227**
 - Rapport de — : **226**
- moindres [Méthode des — carrés] : 401
- Moment : 363, 477
- Monte-Carlo [Méthode de —] : 297, **338**
- MOX [Assemblage —] : 384
- moyenne [Section efficace —] : **224**
- multicellule
- Formalisme — : 311
 - Géométrie — : **311**
 - Représentation — : 385
- multigroupe
- Approximation — : 235, **237**
 - Découpage — : 237
 - Flux — : **236**
 - Section efficace — : **236, 353**
 - Théorie — : **235**
- multiplication
- évolution du facteur de — : 265
 - Facteur de — effectif : **155, 342, 369, 373**
 - Facteur de — infini : **114, 152, 337**
- Multirecyclage du plutonium : 480
- N —
- négative [Résonance —] : **80**
- Neutrino : 59
- Neutron(s) : **45**
- par kilobarn : **261**
 - prompt : **92, 119**
 - retardé : **94, 119**

Réaction par — : 70
 Consommation de — : **433**
 Expérience de — pulsés : **148**
 Proportion des — retardés : 120
 Proportion effective des — retardés : 124
 Réacteur à — rapides : **34**, 113, 288
 Réacteur à — thermiques : **34**, 113
 Source de — : 66, 85, 410
 Neutronique : **43**
 Bruit — : 399
 Newton-Cotes [Formule de —] : 505
 Niveau
 excité : **52**
 fondamental : **52**
 nodale [Méthode —] : **166**, **324**
 noir
 Corps — : **137**
 Distance d'extrapolation du corps — : **137**
 noire [Trappe —] : 187
 Nombre
 de chocs pour ralentir un neutron : 175
 de masse : **45**
 de secondaires par choc : **328**
 magique : **51**
 nominale [Condition —] : 394
 non-fuite [Probabilité de —] : **155**
 Nordheim [équation de —] : **121**
 Noyau : **44**
 de l'équation de la diffusion : **139**
 d'un opérateur : **471**
 instable : **45**
 stable : **45**
 Modèle du — composé : **71**
 nu [Réacteur homogène et —] : 145, 153,
 331
 nucléaire(s)
 Centrale — : 30
 Cycle du combustible — : **37**
 Donnée — : 98, 382, 463
 énergie — : 418
 Force — : **32**, 49
 Réaction — : **66**
 Bibliothèque de données — : 100
 évaluation des données — : **98**
 Nucléide : **45**
 Nucléon : **45**
 nue [Pile — et homogène] : 153, 154, 331
 Numéro atomique : **45**

— O —

oiseau [Distance parcourue à vol d'—] :
 141, 300
 Oklo [Phénomène d'—] : **41**
 Opacité : **107**, 305
 Opérateur : **370**
 adjoint : **370**, **472**
 de collision : **43**, **110**, 292, **293**, 297
 de convolution : **474**
 de diffusion : **111**, 314
 de Peierls : **299**, 306, **497**
 de production : **111**, 373
 de ralentissement : 200
 de transport : **43**, **110**, **111**, 292, **293**,
294, 298, 314
 d'advection : **296**, 317, 324, **496**
 intégral : **471**
 invariant par rotation : 315, **480**, 484
 invariant par translation : **473**, 478
 laplacien : 136, 481, **485**
 linéaire : **370**, **471**
 Fonction propre de l'— laplacien : **145**,
 481, 485
 Noyau d'un — : **471**
 Oppenheimer (Robert) : 28
 Optimum de modération : **227**
 optique [Parcours —] : 111, **294**
 Or 197 : 73
 ordonnées [Méthode des — discrètes] : **320**
 Ordre d'exactitude : **502**
 Oscillation : 399
 Ostrogradsky [Théorème d'—] : 295

— P —

Paramètres de résonance : **82**
 Parc électronucléaire : 29
 Parcours
 des fragments de fission : 243
 optique : 111, **294**
 Libre — moyen : **69**
 Parité : 52
 peau [Effet de —] : 358
 Peierls [Opérateur de —] : **299**, 306, **497**
 Période
 de transmutation : **434**
 radioactive : **60**
 Perrin (Francis) : 27

- perturbations
 Formule des — : **372**
 Théorie des — : **369**
- phase [Flux en —] : **104**
- Phénomène d'Oklo : **41**
- Phonon : **216**
- physiques [Constantes —] : 461
- Pic de puissance : 415
- Pile
 cylindrique réfléchée : 240
 de Fermi : 25
 fictive : 331
 image : **331**
 nue et homogène : 153, 154, 331
 Zoé : 28
- Pilotage : 36, 410
- Placzek [Transitoire de —] : **184**
- Plan de rechargement : 268
- plane [Géométrie —] : **316**
- plate [émission —] : 302
- Plutonium : 288
 239 : 257
 Composition isotopique du — : 418
 équivalent — 239 : 272, **375**
 Multirecyclage du — : 480
 Recyclage du — : 231, 273, 414
- PN [Approximation —] : **316**
- Poids en réactivité : 376
- Point de Gauss : 320, **506**
- Poison consommable : 231, 283
- Poisson [Formule sommatoire de —] : **477**
- Polynôme de Legendre : 315, **481**
- Pompe primaire : 30
- ponctuelle [Cinétique —] : **117**
- potentielle [Diffusion —] : **71**, 170
- Pouvoir modérateur : **177**
- pratique [Largeur —] : **199**, **351**
- Pressuriseur : 30
- Principe
 de microréversibilité : **218**
 du bilan détaillé : **218**
 du maximum de vraisemblance : 401
- probabiliste [Approche — de l'équation de Boltzmann] : 297
- Probabilité
 de non-fuite : **155**
 de première collision : **203**, **301**
 faisant intervenir une surface : **304**
 Densité de — : 340
 Méthode des tables de — : **361**
 Table de — : **361**
- Problème
 à source : **160**
 critique : **160**
 de Milne : 137
- Processus markovien : **342**
- Production : 155, 334
 Opérateur de — : **111**, 373
- Produit
 de convolution : 181, 182, **474**
 de fission : **95**, **244**
 de fission à vie longue : 432
 scalaire : **472**
- Prolongation de cycle : 269
- Prométhéum : 46
- prompt(s)
 Neutron — : **92**, 119
 Criticité par neutrons — : **123**
- Prompt-criticité : **123**
- Proportion
 des neutrons retardés : 120
 effective des neutrons retardés : 124
 épithermique des neutrons : 222
- propre
 Espace — : 483
 Expérience — : **399**
 Fonction — de l'opérateur laplacien : **145**, 481, **485**
 Fonction — : 145, **152**, 240, **472**
 Valeur — : 145, 241, **472**
- Proton : **45**
- pseudo-aléatoire [Variable —] : 340
- Pseudo-produit de fission : **245**
- Puissance
 résiduelle : **411**
 Déséquilibre axial de — : 251, 412
 Distribution de — : 399
 Pic de — : 415
- pulsés [Expérience de neutrons —] : **148**
- Pyrex boraté : 283
- Q —
- quadrature [Formule de —] : 363, **502**
- Qualification : **398**
- quatre [Formule des — facteurs] : **113**
- Queue du ralentissement : **220**

- R -

radiative [Capture —] : **72**

radioactive

Constante de désintégration — : **59**

Décroissance — : **57**

Désintégration — : **57**

Période — : **60**

Radioactivité : **57**

alpha : **58**

bêta-moins : **58**

bêta-plus : **58**

gamma : **59**

Radioprotection : **26, 37**

Radiotoxicité : **431**

raies [Effet de —] : **321**

ralentir [Nombre de chocs pour — un neutron] : **175**

Ralentissement : **169**

avec absorption faible : **189**

dans l'hydrogène : **186**

en présence de trappes : **187**

Aire de — : **408**

Courant de — : **181**

équation du — : **179**

Modèle de — : **201, 356**

Opérateur de — : **200**

Queue du — : **220**

Rampe de réactivité : **128**

rapide(s)

Concept — à gaz : **423**

Réacteur à neutrons — : **34, 113, 288**

Rapport de modération : **226**

Réacteur

à finalité énergétique : **406**

à neutrons rapides : **34, 113, 288**

à neutrons thermiques : **34, 113**

critique associé : **372**

de recherche : **406**

fossile : **41**

homogène et nu : **145, 153, 331**

Réaction

de spallation : **86**

en chaîne : **32**

endo-énergétique : **53**

endo-thermique : **53**

exo-énergétique : **53**

exo-thermique : **53**

nucléaire : **66**

par neutron : **70**

Conservation des taux de — : **224, 236, 353, 390**

Taux de — effectif : **349**

Taux de — : **104**

Réactivité : **119, 374, 399**

Bilan de — : **413**

Créneau de — : **127**

Poids en — : **376**

Rampe de — : **128**

rechargement [Plan de —] : **268**

Recherche

de tendances : **398**

Réacteur de — : **406**

réciprocité [Relation de —] : **303, 304**

Recyclage

de matières : **270**

du plutonium : **231, 273, 414**

réfléchie [Pile cylindrique —] : **240**

Réflecteur : **143, 156, 408**

équivalent : **387**

Calcul du — : **387**

économie de — : **156, 157**

Réflexion

blanche : **309**

spéculaire : **308**

régénération [Gain de —] : **271**

Regroupement de cellules : **386**

rejet [Méthode du —] : **341**

Relation

de complémentarité : **303, 304**

de fermeture : **147, 473, 484**

de réciprocité : **303, 304**

relaxation

Constante de — : **328**

Longueur de — : **328**

Rendement d'un fragment de fission : **94, 243**

répartition [Fonction de —] : **340**

Repositionnement : **268**

Représentation

multicellule : **385**

par une série : **160**

Reprise : **394**

reproduction [Facteur de —] : **116, 226, 273**

Réseau : **308**

infini et régulier : **308, 326, 337, 383, 478**

Dimensionnement du — : **406**

résiduelle [Puissance —] : **411**

résolu [Domaine —] : **79**

- Résonance(s) : 74, 77
 étroite : 194
 négative : **80**
 Intégrale de — : **199**, 211
 Modèle toute — : 357
 Modèle — étroite : **201**, 350
 Modèle — intermédiaire : 357
 Modèle — large : **202**, 350
 Paramètres de — : **82**
 Interférence entre — : 360
 Largeur des — : 351
- résonnante
 Absorption — : 194, 279, 347
 Diffusion — : **72**, 170
- retardé(s)
 Neutron — : **94**, 119
 Proportion des neutrons — : 120
 Proportion effective des neutrons — : 124
- Retraitement : 274
- rotation [Opérateur invariant par —] : 315, **480**, 484
- Roth [Hypothèse de —] : **312**
- Roulette russe : **344**
- russe [Roulette —] : **344**
- Rutherford (Ernest) : 26
- S —**
- Samarium
 149 : 252
 Effet — : **252**
- scalaire [Produit —] : **472**
- Scattering : **73**
- Schéma
 de calcul : **381**, 395
 diamant : **322**
- Score : **339**
- Seaborg (Glenn) : 28
- secondaires [Nombre de — par choc] : **328**
- Section efficace : **68**
 de dilution : **199**, 348
 de transport : **300**
 différentielle de diffusion : **180**
 effective : **197**, **221**, 224
 équivalente de dilution : **204**, 350, 406
 macroscopique : **69**
 microscopique : **68**
 moyenne : **224**
 multigroupe : **236**, 353
 séculaire [équilibre —] : **66**
- semi-analogue [Simulation —] : **344**
- sensibilité [Coefficient de —] : **379**
- Séparation isotopique de l'uranium : 35
- série [Représentation par une —] : **160**
- simplifiées [Méthode des harmoniques
 sphériques —] : **319**
- Simpson [Formule de —] : **503**
- Simulation
 analogue : **338**
 biaisée : **344**
 du cheminement d'un neutron : 342
 non analogue : **338**
 semi-analogue : **344**
- Sklodowska-Curie (Marie) : 26
- Sodium : 288
- sommatoire [Formule — de Poisson] : **477**
- sortante [Densité —] : **292**
- Source
 de neutrons : 66, 85, 410
 Problème à — : **160**
- sous-groupes [Méthode des —] : 361, 363
- sous-structures [Méthode des —] : **313**
- spallation [Réaction de —] : **86**
- spallation-fission [Concept hybride —] : **424**
- spatiale [Cinétique —] : 148, 394
- Spectre
 de Cranberg : **93**
 de fission : **93**
 de fréquences : **219**
 de Maxwell : **93**, 211, **218**
 thermique : 220
 Effet de — : 280
 Indice de — : **399**
- spéculaire [Réflexion —] : **308**
- SPH [Facteur —] : **391**
- sphérique(s)
 Harmonique — : 315, **479**
 Méthode des harmoniques — simplifiées :
319
 Méthode des harmoniques — : **315**
- Spin : 52
- SPN [Approximation —] : **320**
- spontanée [Fission —] : 61, 410
- SSN [Approximation —] : **325**
- Stabilité : 277, 279
 Vallée de — : **47**
- stable [Noyau —] : **45**
- statistique
 Domaine — : **79**

Facteur — : **82**
 Modèle — : 357
 stérile [Matière —] : **271**
 Strassmann (Fritz) : 27
 Stratégie : 418
 Structure
 de la matière : 44
 fine : **198**, 200, 202, 348, 358, 359
 Suivi de charge : 411
 Superphénix : 274
 Sûreté : 26, **37**
 Surface
 extrapolée : **137**
 Probabilité faisant intervenir une — : **304**
 Surgénérateur : **272**
 Surgénération : 273, 419
 synthèse [Méthode de —] : **166**
 Szilard (Leo) : 28

— T —

Table(s)
 de Mendeleïev : 462
 de probabilité : **361**
 des éléments : 461
 Méthode des — de probabilité : **361**
 Tabulation
 de l'intégrale effective : 199, 201, 213, 348, 382
 multiparamétrique : 394
 Taille critique : 399
 Taux
 de collision : **292**
 de combustion : **262**, 419
 de réaction : **104**
 de réaction effectif : **349**
 Conservation des — de réaction : 224, 236, 353, 390
 Tchebycheff [Formule de —] : 505
 Technétium : 46
 Technique de Lebesgue : 350, 361
 Température
 effective : **211**, **214**, 366
 Coefficient de — : **278**
 Effet de — : **277**, 287
 Gradient de — : 366
 temps [Mesure par — de vol] : **98**
 tendances [Recherche de —] : **398**
 Terme d'interférence : **82**
 Théorème
 de Cauchy : 107, **205**, 305
 d'Ostrogradsky : 295
 variationnel : 165
 Théorie
 à un groupe : **151**
 de l'âge : 191
 des perturbations : **369**
 diffusion-multigroupe : **239**
 multigroupe : **235**
 Thermalisation : **215**
 équation de — : **219**
 Modèle de — : 225
 Thermaliseur : 215, 280
 thermique(s)
 Agitation — : 211, 365
 Colonne — : **399**
 Spectre — : 220
 Réacteur à neutrons — : **34**, 113
 thermonucléaire [énergie —] : **56**
 thorium-uranium [Cycle — 233] : **275**
 toute [Modèle — résonance] : 357
 Traitement un par un : **354**
 Transformation
 de Fourier : **473**, 500
 de Laplace : 181
 Transitoire
 de Placzek : **184**
 d'interface : 242
 translation
 Invariance par — : 196
 Opérateur invariant par — : **473**, 478
 transmission [Mesure par —] : **99**
 Transmutation : **430**
 Période de — : **434**
 transport
 Correction de — : **139**, 300, 318
 Opérateur de — : **43**, **110**, **111**, 292, **293**, **294**, 298, 314
 Section efficace de — : **300**
 transport-diffusion [équivalence —] : 391
 trapèzes [Formule des —] : **503**
 Trappe(s)
 grise : 188
 noire : 187
 Ralentissement en présence de — : 187
 Turbine : 31

— U —

un par un [Traitement —] : 402

Uniformité : 302, 304, 309

Unité de masse atomique : **48**

Uranium

235 : 74

238 : 74

Séparation isotopique de l'— : 35

urgence [Arrêt d'—] : 127

Utilisation

du combustible nucléaire : 418

Facteur d'— thermique : **116, 226, 282**

– V –

Valeur propre : 145, 241, **472**

Validation : 367, 379, **397**

Vallée de stabilité : **47**

vapeur [Générateur de —] : 30

Variable pseudo-aléatoire : 340

variationnel [Théorème —] : 165

vie [Produit de fission à — longue] : 432

vol

Distance parcourue à — d'oiseau : 141,
300

Mesure par temps de — : **98**

vraisemblance [Principe du maximum de
—] : 401

– W –

Way [Loi de — et Wigner] : 411

Weddle [Formule de —] : **504**

Weizsäcker (Carl von) : 49

Wigner

Eugène — : 28

Approximation de — : **205**

Cylindrisation de — : 311

Loi de Breit et — : **80**

Loi de Way et — : 411

Wronskien : 493

– X –

Xénon

135 : 248

Effet — : **248**

– Z –

Zoé [Pile —] : 28

Cette page est laissée intentionnellement en blanc.

