ALLOKATION IM MARKTWIRTSCHAFTLICHEN SYSTEM

HANS-JOACHIM SCHULZ

STEUERWIRKUNGEN IN EINEM DYNAMISCHEN UNTERNEHMENSMODELL

PETER LANG

ALLOKATION IM MARKTWIRTSCHAFTLICHEN SYSTEM

HANS-JOACHIM SCHULZ

STEUERWIRKUNGEN IN EINEM DYNAMISCHEN UNTERNEHMENSMODELL

Mit Hilfe des Maximumprinzips gelingt es – wozu die gegenwärtig vorherrschende mikroökonomische Steuerwirkungsanalyse wegen ihrer komparativ-statischen Vorgehensweise nicht in der Lage ist – die Wirkungen von Steuervariationen in ungleichgewichtigen Ausgangssituationen abzubilden. Um die Analyse nicht ihrer zeitlichen Dimension zu berauben, wird ein unvollkommener Kapitalmarkt unterstellt. Ferner werden nicht nur – wie traditionell bei der Steuerwirkungsanalyse – die Wirkungen der üblicherweise betrachteten Einzelsteuern untersucht, sondern, mit Hilfe der Teilsteuerrechnung, das Bündel an wesentlichen laufenden Steuern, die von den Unternehmen erhoben werden, mit ihrer konkreten steuerrechtlichen Ausgestaltung in der BRD.

Hans-Joachim Schulz wurde 1949 in Neuleiningen/Pfalz geboren. Studium der Volkswirtschaftslehre von 1969 bis 1974 an der Universität Mannheim. Von 1974 bis 1980 wissenschaftlicher Mitarbeiter und wissenschaftlicher Assistent an der Universität Mannheim. Der Autor ist heute bei einer der großen deutschen Wirtschaftsprüfungs- und Steuerberatungsgesellschaften in der Steuerberatung tätig.

Retrodigitization in 2018

www.peterlang.com

Steuerwirkungen in einem dynamischen Unternehmensmodell

STAATLICHE ALLOKATIONSPOLITIK IM MARKTWIRTSCHAFTLICHEN SYSTEM

Herausgegeben von
Heinz König, Hans-Heinrich Nachtkamp,
Rüdiger Pethig, Horst Siebert, Eberhard Wille

Band 3

Verlag Peter Lang
FRANKFURT AM MAIN · BERN

HANS-JOACHIM SCHULZ

STEUERWIRKUNGEN IN EINEM DYNAMISCHEN UNTERNEHMENS-MODELL

Ein Beitrag zur Dynamisierung der Steuerüberwälzungsanalyse

Verlag Peter Lang
FRANKFURT AM MAIN · BERN

CIP-Kurztitelaufnahme der Deutschen Bibliothek

Schulz, Hans-Joachim:

Steuerwirkungen in einem dynamischen Unternehmens=
modell : e. Beitr. zur Dynamisierung d. Steuer=
überwälzungsanalyse / Hans-Joachim Schulz. -
Frankfurt am Main ; Bern : Lang, 1981.
(Staatliche Allokationspolitik im marktwirt=
schaftlichen System ; Bd. 3)
ISBN 3-8204-6970-2
NE: GT

This book is available Open Access thanks to the kind support of ZBW – Leibniz-Informationszentrum Wirtschaft.

ISSN 0721-2860
ISBN 3-8204-6970-2
ISBN 978-3-631-75602-7 (eBook)

Druck und Bindung: fotokop wilhelm weihert KG, darmstadt

INHALTSVERZEICHNIS

Seite

Seite

Seite

Seite

Seite

EINLEITUNG

A. Problemstellung

Die gegenwärtig vorherrschende mikroökonomische Steuerwirkungsanalyse ist dem Modelltypus nach eine komparativ-statische Partialanalyse. Mit ihr werden die Reaktionen von einzelnen Wirtschaftssubjekten, hervorgerufen durch Steuervariationen i.w.S. (Einführung der Besteuerung bzw. Steuersatzvariation), analysiert, wobei sich die betrachteten Variablen auf einen Zeitpunkt (od. Zeitraum) beziehen. Die Ausgangssituation (Situation vor Besteuerung bzw. Steuersatzvariation) ist dabei dadurch gekennzeichnet, daß sie einen Gleichgewichtswert[1)] darstellt, und ebenso befinden sich die Variablen nach Besteuerung bzw. Steuersatzvariation wieder in einem Gleichgewichtswert. Es ist offensichtlich, daß eine solche Vorgehensweise nicht imstande ist, den Zeitpfad der betrachteten Variablen aufzuzeigen, den diese durch zieladäquate Handlungsweisen des betreffenden besteuerten Entscheidungssubjektes - im folgenden sollen ausschließlich die Unternehmensreaktionen von Interesse sein - beschreiben.[2)] Eine Analyse, die geeignet sein soll, Steuervariationen i.w.S. in ungleichgewichtigen Ausgangssituationen abzubilden und deren Einfluß auf das Erreichen und die Höhe eines im dynamischen Sinne gleichgewichtigen Wertes ("steady-state") zu untersuchen, muß sich der Theorie der optimalen Steuerung im Zeitablauf bedienen. Von den beiden wichtigsten Ansätzen dieser sogenannten "Kontrolltheorie", der dynamischen Programmierung und dem Maximumprinzip, hat der letztere den Vorzug, daß er weitgehend eine ökonomisch sinnvolle Interpretation zuläßt. Mit ihm werden wir deshalb im folgenden arbeiten. Um das Problem des Erreichens des gleichgewichtigen dynamischen Wertes nicht seiner zeitlichen Dimension zu berauben, wie es meist durch die Annahme eines vollkommenen Kapitalmarktes geschieht, wird ein vollständig

---

1) Für einen Monopolisten beispielsweise bedeutet dies, daß unterstellt wird, er befinde sich vor Besteuerung bzw. Steuersatzvariation im Cournout-Punkt.
2) Die folgende Analyse beschränkt sich auf die Reaktion der steuerpflichtigen Unternehmung bei Auferlegung einer bestimmten Steuerzahlung ("shifting") und liefert somit (erst) die Voraussetzung für die Feststellung der endgültigen Traglast ("incidence"); letzteres Problem wird jedoch hier nicht weiter verfolgt.

unvollkommener, d.h. nichtexistenter Kapitalmarkt unterstellt[1] und somit die Möglichkeit geschaffen, Liquiditätswirkungen der Besteuerung uno actu mit den Rentabilitätswirkungen in die Betrachtung miteinzubeziehen. Später wird die Annahme des vollständig unvollkommenen Kapitalmarktes aufgehoben und der (wohl) realistische Fall eines beschränkten Kapitalmarktes betrachtet.

Die einbezogenen Modellsteuern umfassen die üblicherweise betrachteten Erlös-, Kosten-, Vermögen-, Reingewinn- und Gewinnsteuern sowie einige Varianten hiervon. Eine nicht unerhebliche Verbesserung hinsichtlich der Realitätsnähe des betrachteten Modells läßt sich dadurch erzielen, daß man nicht nur - wie traditionell bei der Steuerüberwälzungsanalyse üblich - die Wirkung von Einzelsteuern betrachtet, sondern das Bündel an wesentlichen laufenden Steuern, die von den Unternehmen erhoben werden,

---

1) Die Begründung für die (zunächst) ausschließliche Betrachtung der Selbstfinanzierung könnte in der herausragenden praktischen Bedeutung der Finanzierung aus Abschreibungsgegenwerten und einbehaltenen Gewinnen, die wir mit einigen Literaturstellen belegen wollen, gesehen werden; vgl. hierzu:
ALBACH, H.: Zur Entwicklung der Kapitalstruktur deutscher Unternehmen, in: ZfB, 45. Jg. (1975), S. 8.
MAGENER, R.: Industrielles Anlagewachstum und seine Finanzierung, in: Zeitschrift für das gesamte Kreditwesen (1965), S. 66; vgl. insbesondere S. 66: "Den Grundstock für die Deckung des Investitionsbedarfs bilden die den Abschreibungen und auch einbehaltenen Gewinnen gegenüberstehenden Gelder."
WEITKEMPER, F.-J.: Finanzierung von Investitionen in Industrieunternehmen, in: ZfB, 45. Jg. (1975), S. 13 ff.
GALBRAITH behauptet, daß für eine Unternehmung keine Form der "Marktunsicherheit" so schwerwiegend sei "wie diejenige, die sich auf die Bedingungen der Kapitalbeschaffung bezieht": "Es ist deshalb Bestandteil der allgemeinen Firmenstrategie, die Abhängigkeiten vom Geldmarkt so weit wie möglich zu verringern." (GALBRAITH, J.K.: Die moderne Industriegesellschaft, München, Zürich 1968, S. 53 bzw. S. 54).
"Akzeptiert man diese Aussage, die sich durch empirische Ergebnisse stützen läßt (siehe die oben angegebenen Quellen, d. Verf.), so heißt dies, daß diejenigen Finanzierungsalternativen von Unternehmensleitungen als schwierig eingestuft werden, die sie vor das Erfordernis stellen, unternehmensexterne Finanzierungsquellen in Anspruch nehmen zu müssen." (FROTZ, H.: Der Bestimmungsprozeß von Wachstumsstrategien in Unternehmungen, Zürich-Frankfurt 1976, S. 143).
Siehe hierzu auch MAGENER, R.: a.a.O., S. 66: "Für die Innenfinanzierung besitzen diese Mittel (Abschreibungen und einbehaltene Gewinne Anm. d. Verf.) eine besondere Bedeutung, weil sie keine Finanzierungsverhandlungen erfordern, keine neue Verschuldung und keine neuen Fremdkapitalzins- oder Dividendenverpflichtungen verursachen."

mit ihrer konkreten steuerrechtlichen Ausgestaltung in der BRD berücksichtigt.

Zweifellos stellt die im folgenden vorausgesetzte, vollkommene Voraussicht eine (ziemlich) restriktive Annahme dar, die sich (nur) zum Teil damit rechtfertigen läßt, daß es eine Analyse, die obige Anforderungen erfüllt, nicht gibt, und es somit zuerst festzustellen gilt, welche Ergebnisse aufgrund einer mit dem Maximumprinzip bei vollkommener Voraussicht arbeitenden Untersuchung erzielt werden (können), um dann beurteilen zu können, inwieweit durch den Einbezug der Unsicherheit eine Modifikation dieser Ergebnisse notwendig wird.

B. Aufbau der Arbeit

In Kapitel I werden wir zunächst die einzelnen Bausteine für die Bestimmung einer optimalen Ausschüttungs- und Investitionspolitik in einem Monopolmodell mit exogen wachsender Marktnachfrage nach dem Output des Monopolisten und Harrod-neutralem technischem Fortschritt am Beispiel der Besteuerung mit einer Gewinnsteuer T_G darstellen. Mit diesen Bausteinen werden dann die Hamilton-Funktion und die notwendigen Bedingungen für die Optimalität einer Politik formuliert.[1] Zwei alternative algebraische und graphische Darstellungen des Modells mit dem Aufzeigen des Verlaufs und der Eindeutigkeit des (jeweiligen) optimalen Pfades schließen sich daran an. Zuletzt werden die Bedingung für die Existenz des optimalen Pfades sowie die hinreichende Bedingung für die Optimalität einer Politik dargestellt.

Kapitel II zeigt die Wirkungen verschiedener Modellsteuern auf optimalen Pfad, steady-state Ausschüttung und steady-state Kapitalstock, kritischen und maximalen Kapitalstock sowie auf den Kapitalstock maximaler Ausschüttung. In die Betrachtung werden Erlössteuern ohne und mit Abzugsfähigkeit des Erlössteueraufkommens von ihrer Bemessungsgrundlage (wobei für letztere

---

1) Die Transformationen in Kapitel I G sind notwendig, um steady-state Werte auch bei exogenem technischem Fortschritt zu erhalten.

gezeigt wird, daß sie identisch mit der Mehrwertsteuer des UStG ist), eine Produktionskosten-, Vermögen- und "Reingewinnsteuer" sowie proportionale Gewinnsteuern mit von der Bemessungsgrundlage bzw. der Steuerschuld abzugsfähigen Ausschüttungen und eine progressive Gewinnsteuer einbezogen.

Die gleichzeitige Besteuerung einer Unternehmung mit Umsatzsteuer, Gewerbesteuer, Körperschaftsteuer und Vermögensteuer (zuzüglich, bei Einbezug der Gesellschaftersphäre, der Einkommen- und Vermögensteuer der Gesellschafter) mit Hilfe der tatsächlichen steuergesetzlichen Normen in der BRD wird in Kapitel III dargestellt. Mit ihr gelingt es weitaus besser als mit den Einzelsteuern eine (einigermaßen) zutreffende quantitative Beschreibung des Rentabilitäts- und Liquiditätseffektes der tatsächlichen Besteuerung zu geben. Am Ende dieses Kapitels wird die Wirkung zweier "Steuerbündel"[1), die sich nur dadurch unterscheiden, daß in dem einen die Körperschaftsteuer nach den Normen, wie sie bis 31.12.76 galten, in dem anderen nach denen, wie sie seit dem 1.1.77 gelten, berechnet wird, miteinander verglichen.

Das Kapitel IV bringt einige Erweiterungen und Modifikationen. Die Annahme ausschließlicher Selbstfinanzierungsmöglichkeit wird aufgehoben durch die tatsächlich beobachtbare Verhaltensweise der Kreditgeber, den Umfang ihrer Kreditvergabe vom Eigenkapital der kreditnachfragenden Unternehmung abhängig zu machen. Des weiteren wird untersucht, wie unterschiedliche Werte der Grenznutzenelastizität (und somit unterschiedliche Nutzenfunktionen der Ausschüttung bzw. Integranden des Zielfunktionals) gegebenenfalls die optimale Politik verändern. Der Einbezug produktionsabhängiger Abschreibungen dient dazu, neben dem Zeitablauf eine weitere wichtige Verschleißursache in die Berechnung der kalkulatorischen Abschreibungen miteinbeziehen zu können. Schließlich werden noch die Auswirkungen von Parameteränderungen auf den steady-state Kapitalstock bei zwei speziellen Produktionsfunktionen, der Cobb-Douglas- und der CES-Produktionsfunktion, untersucht.

---

1) jeweils bestehend aus Umsatz-, Gewerbe-, Vermögen- und Körperschaftsteuer.

KAPITEL I

DAS GRUNDMODELL - FORMULIERUNG, ALTERNATIVE DARSTELLUNGEN UND LÖSUNG

A. Zielfunktional

Um optimale Entscheidungen bestimmen zu können, ist es notwendig, ein Kriterium (od. Kriterien) anzugeben, hinsichtlich dessen (od. deren) die Optimalität gelten soll. Da wohl der überwiegende Teil des Wirtschaftens nicht Selbstzweck ist, sondern dazu dient, Mittel zum Zwecke der Bedürfnisbefriedigung zur Verfügung zu stellen, wollen wir im folgenden davon ausgehen, das Zielfunktional (od. genauer der Integrand des Zielfunktionals) sei so gestaltet, daß der Nutzen, der durch die dem Konsum zur Verfügung stehenden Unternehmensausschüttungen (od. Entnahmen) entsteht, als Kriterium für die Unternehmenspolitik gelte. Für diese, zumindest als langfristige Zielsetzung des oder der Anteilseigner, plausible Annahme stellt die Unternehmung sozusagen den Transformationsmechanismus für die Umwandlung von aktuellem oder potentiellem gegenwärtigem Einkommen in Investitionen und damit zusätzlich erzielbare, zukünftige Ausschüttungen dar.[1] Somit liegt der Nutzen zusätzlicher Unternehmensinvestitionen in dem Nutzen der zusätzlich erzielbaren Ausschüttungen, die sie ermöglichen.[2] Mit dieser Formulierung des Zielfunktionals soll der schon von Irving FISHER geforderte und von HURWICZ und HIRSHLEIFER fortgeführte Einbezug der Konsumsphäre in die

---

1) Vgl. HIRSHLEIFER, J.: Investment, interest, and capital, Englewood Cliffs (N.J.) 1970, S. 40 und S. 123.
2) Vgl. HIRSHLEIFER, J.: ebda., S. 31: "Consumption will be postulated to be the sole end of economic activity."

Investitionsüberlegungen ermöglicht werden.[1] Die Tendenz, durch ein konsumorientiertes Nutzenkonzept die herkömmliche Gewinnmaximierungshypothese (zumindest als langfristige Zielsetzung) zu ersetzen, weil es sich "bei ihr um einen mit Ungenauigkeit behafteten, verkürzten Ausdruck eines übergeordneten Zweckes, nämlich den des höheren Wohlstandes oder der umfassenderen Güterversorgung",[2] handelt, zeigt sich auch in den Arbeiten einer Reihe anderer Autoren.[3] Dieses Zielfunktional wird

---

1) Vgl. FISHER, I.: The nature of capital and income, New York 1906, insbesondere S. 202 ff.;
ders.: The theory of interest (1930), reprinted New York 1954, insbes. S. 61 ff.;
HURWICZ, L.: Theory of the firm and of investment, in: Econometrica, Vol. 14 (1946), S. 109-36, insbes. S. 110;
HIRSHLEIFER, J.: On the theory of capital investment decision, in: Journal of Political Economy, Vol. 66 (1958), S. 329-52; wiederabgedruckt in: The management of corporate capital, edited by E. Solomon, 3rd printing, London 1964, S. 205-28, z.B. S. 205.

2) KOCH, H.: Betriebliche Planung, Wiesbaden 1961, S. 15 f.;
vgl. auch SCHNEIDER, D.: Investition und Finanzierung (3. Aufl.), Opladen 1974, S. 180 f., 350 und 472.

3) Vgl. hierzu die folgenden Literaturstellen:
BAUMOL, W.J. und QUANDT, R.E.: Investment and discount rates under capital rationing - A programming approach, in: Economic Journal, Vol. 75 (1965), S. 317-29;
DRUKARCZYK, J.: Investitionstheorie und Konsumpräferenz, Berlin 1970, insbes. S. 12-21;
KOCH, H.: Betriebliche Planung, a.a.O., S. 83-90;
ders.: Die Theorie der Unternehmung als Globalanalyse, in: Zfges.St., 120. Bd. (1964), S. 385-434, hier S. 397;
ders.: Der Begriff des ökonomischen Gewinns - Zur Frage des Optimalitätskriteriums in der Wirtschaftlichkeitsrechnung, in: ZfbF, 20. Jg. (1968), S. 389-441, hier insbes. S. 414-26;
ders.: Grundlagen der Wirtschaftlichkeitsrechnung, Wiesbaden 1970, hier insbes. S. 69-85;
KOPLIN, H.T.: The profit maximization assumption, in: Oxford Economic Papers, Vol. 15 (1963), S. 130-39;
ders.: The profit maximization assumption: Reply, in: Oxford Economic Papers, Vol. 17 (1965), S. 335-36;
LAUX, H. und FRANKE, G.: Der Erfolg im betriebswirtschaftlichen Entscheidungsmodell, in: ZfB, 40. Jg. (1970), S. 31-52;
MEYER, J.R. und KUH, E.: The investment decision, An empirical study, 2nd printing, Cambridge 1959, S. 9;
MODIGLIANI, F. und ZEMAN, M.: The effect of the availability of funds, and the terms thereof, on business investment, in: Conference on Research in Business Finance, in: Special Conference Series, Hrsg.: National Bureau of Economic Research, Bd. 3, New York 1952, S. 264;
MOXTER, A.: Präferenzstruktur und Aktivitätsfunktion des Unternehmers, in: ZfbF, 16. Jg. (1964), S. 11 ff.;

Fortsetzung dieser Fußnote auf der nächsten Seite

insbesondere auch durch die Annahme eines (zunächst) vollständig unvollkommenen, d.h. nichtexistenten Kapitalmarktes gefordert. Während es bei vollkommenem Kapitalmarkt möglich ist, die Investitions-, Produktions- und Absatzentscheidungen losgelöst von der Konsumpräferenz zu treffen ("Separation Theorem"[1]), da die Maximierung des mit dem vorgegebenen Einheitszinssatz berechneten Barwertes der Einzahlungsüberschüsse der Sachinvestition Unternehmung im Einklang steht mit dem "Oberziel der Optimierung der Konsumausgaben des Unternehmers"[2], muß man bei Unvollkommenheit des Kapitalmarktes, "will man theoretisch exakt sein, explizit Bezug nehmen auf die Möglichkeiten der Transformation von Zahlungsüberschüssen des Produktions-, Absatz- und Investitionsbereichs in einen optimalen Strom von Auszahlungen für Konsumzwecke. Die Transformationsmöglichkeiten sind indessen nicht unabhängig davon, welche Kapitalbeschaffungs- und -verwendungsmaßnahmen man in diesem Bereich bereits realisiert hat. Es muß deshalb ein Simultanansatz gewählt werden, in dem auch die Konsumpräferenzen berücksichtigt werden"[3].

Konkret erstrecke sich diese Nutzenindexfunktion der Ausschüttungen für Konsumzwecke über einen endlichen Planungshorizont T, wobei angenommen werden soll, daß der Nutzen der einzelnen Zeitperioden t = 0, 1, ..., T additiv ist;[4] als diskrete Funktion formuliert soll demnach gelten:

NACHTKAMP, H.H. und SCHNEIDER, H.: Artikel "Steuern, V: Wirkungslehre", in: HdWW, Bd. 7 (1977), S. 384;
SCHMITT-RINK, G.: Über Unternehmensziele - Bemerkungen zur neueren Kritik an der Gewinnmaximierungs-Hypothese, in: Jahrbuch für Nationalökonomie und Statistik, Bd. 179 (1966), S. 418-28;
SCHNEIDER, D.: Ausschüttungsfähiger Gewinn und das Minimum an Selbstfinanzierung, in: ZfbF, 20. Jg. (1968), S. 4;
SCHNEIDER, H.: Der Einfluß der Steuern auf die unternehmerischen Investitionsentscheidungen, Tübingen 1964, S. 3 f.;
WESEMANN, J.: Die Problematik der Investitionstheorie, Diss. Münster 1968, hier z.B. S. 161-71.

1) Vgl. HIRSHLEIFER, J.: Investment, interest and capital, a.a.O., S. 63.
2) LAUX, H. und FRANKE, G.: Der Erfolg im betriebswirtschaftlichen Entscheidungsmodell, a.a.O., S. 33.
3) LAUX, H. und FRANKE, G.: ebda., S. 35; vgl. auch SCHNEIDER, D.: Investition und Finanzierung, a.a.O., S. 359 und S. 362.
4) Vgl. GÄFGEN, G.: Theorie der wirtschaftlichen Entscheidung, Tübingen 1968, S. 297 ff., insbesondere S. 317.

$$V = \sum_{t=0}^{T} U(D_t)$$

D.h. der Gesamtnutzen V einer Entscheidung oder Entscheidungsfolge ist gleich der Summe der Nutzen über alle Perioden von null bis T der Nutzen der einzelnen Perioden. Die Annahme der Additivität des Nutzens über den Planungshorizont ist gleichbedeutend mit der Annahme, daß die marginale Substitutionsrate zwischen den Ausschüttungen zweier verschiedener Zeitpunkte unabhängig von der Substitutionsrate der Ausschüttungen zweier anderer Zeitpunkte ist, d.h. es gibt keine Komplementarität der Ausschüttungen in der Zeit.[1] Diese Forderung läßt sich (aber) durch geeignet große Wahl der Zeitperiode erfüllen.[2] Weiterhin sei angenommen, daß diese Präferenzordnung über die Ausschüttungspfade stationär sei in dem Sinne, daß sich die Bewertung zweier beliebiger Ausschüttungspfade nicht durch die Verschiebung beider Ausschüttungsfolgen um eine Einheit nach hinten und das Ausfüllen der entstandenen Zeitlücke mit gleicher Ausschüttung bei beiden Pfaden verändert.[3] Die Nutzenfunktion einer Zeitperiode t sei strikt konkav, wachsend und zweifach differenzierbar hinsichtlich der Ausschüttungen dieser Periode. Es gelte, daß der Grenznutzen der Ausschüttung unendlich sei für eine gegen null gehende Ausschüttung und null sei für eine gegen unendlich gehende Ausschüttung. Die intertemporale Verteilung der Ausschüttungen sei insofern nicht unerheblich, als der Nutzen aus einer gleich hohen Ausschüttung mit einem um so geringeren Gewicht (λ_t) versehen wird, je später die Ausschüttung stattfindet. Anders formuliert, die Wirtschaftssubjekte haben eine positive Zeitpräferenz $\rho_{t,\tau} = -\frac{dD_\tau}{dD_t} - 1$, für $t, \tau = 0, 1, \ldots, T$ und $\tau > t$, d.h. für den Verzicht auf eine Ausschüttung D_t im

---

1) Vgl. KOOPMANS, T.C.: On concept of optimal economic growth, in: Pontificiae Academiae scientiarum scripta varia, Amsterdam 1965, S. 3.
2) Vgl. ARROW, K.J. und KURZ, M.: Public investment, the rate of return, and optimal fiscal policy, Baltimore und London 1970, S. 11 f. und GORMAN, W.M.: Convex indifference curves and diminishing marginal utility, in: Journal of Political Economy, Vol. 65 (1957), S. 49.
3) Vgl. KOOPMANS, T.C.: Stationary ordinal utility and impatience, in: Econometrica, Vol. 28 (1960), S. 293 ff.

Zeitpunkt t muß ihnen im Zeitpunkt t+1 außer $D_{t+1} = D_t$ noch eine Prämie gezahlt werden, um beide Alternativen gleichermaßen attraktiv erscheinen zu lassen. Mit der von STROTZ auf die Frage: "Under what circumstances will an individual who continously re-evaluates his planned course of consumption confirm his earlier choices and follow out the consumption plan originally selected?"[1] gegebenen Antwort, daß eine in diesem Sinne konsistente Planung nur erreichbar ist, wenn: "... the relative weights of different dates should be invariant, ..."[2] verbleibt, (da $\left.\frac{dD_\tau}{dD_t}\right|_{\bar{U}} = -\frac{U'(D_t)\lambda_t}{U'(D_\tau)\lambda_\tau}$; U = Nutzen) als Gewichtungsfunktion nur noch $\lambda_t = e^{-\rho t}$ mit konstantem ρ für $\forall$ t, τ = 0, 1, ..., T. Mit der Wahl eines endlichen Planungshorizontes, der nicht identisch ist mit dem "Ende der Welt", stellt sich uno actu das Problem der Berücksichtigung des Zeitraumes nach T. Es soll durch den Einbezug einer Endbewertungsfunktion $S(K_E(T))$, die den Bestand an Kapital im Zeitpunkt T bewertet, integriert werden.[3] Die Wahl eines endlichen Planungshorizontes wird trotz gewisser Willkürlichkeit der Aufteilung in einen Planungshorizont T und der Zeit danach unterstellt, weil die Planung für einen unbegrenzten (unendlichen) Zeitraum für ein Unternehmen noch um einiges willkürlicher zu sein scheint.[4] Die Formalisierung obiger Annahmen führt bei kontinuierlicher Formulierung zu dem Zielfunktional:

$$(1) \qquad \max J = \int_0^T U(D(t))e^{-\rho t}\,dt + S(K_E(T))e^{-\rho T}$$

---

1) STROTZ, R.H.: Myopia and inconsistency in dynamic utility maximization, in: The Review of Economic Studies, Vol. 23 (1955/56), S. 171.

2) STROTZ, R.H.: ebda, S. 176; Siehe hierzu auch S. 177: "My own supposition is that most of us are "born" with discount functions of the sort considered here, that precommitment is only occasionally a feasible strategy (because of risk and uncertainty) and that we are taught to plan consistently by substituting the proper log-linear function for the true one."

3) Die Endbewertungsfunktion ist selbst Ergebnis eines Optimierungskalküls obiger Art für den Zeitraum T bis ∞.

4) Vgl. TINBERGEN, J.: Ein Problem der Dynamik, in: Zeitschrift für Nationalökonomie, Bd. 3 (1932), S. 169-84, insbes. S. 171;
derselbe: The notions of horizon and expectancy in dynamic economics, in: Econometrica, Vol. 1 (1933), S. 247-64, insbes. S. 247;
SCHNEIDER, D.: Investition und Finanzierung, a.a.O., S. 47 ff.

(2) $\frac{\delta U}{\delta D} = U'(D(t)) > 0$ und $\frac{\delta^2 U}{\delta D^2} = U''(D(t)) < 0$

(3) $\lim_{D(t) \to 0} U'(D(t)) = \infty \qquad \lim_{D(t) \to \infty} U'(D(t)) = 0$

B. Beschreibung der Technologie

Die Technologie des Monopolisten sei gekennzeichnet durch eine zweifach differenzierbare konkave Produktionsfunktion $F(K_E(t), A_F(t)L(t))$, wobei $K_E(t)$ den Bestand an Kapital und $L(t)$ den Einsatz an physischer Arbeit jeweils im Zeitpunkt t angeben. $A_F(t)$ bezeichnet den exogenen technischen Fortschritt im Zeitpunkt t, für den angenommen wird, daß er Harrod-neutral ist, d.h. er wirkt so, als ob der physische Arbeitseinsatz (bei gegebener Technologie) erhöht worden wäre, und wird deshalb auch arbeitsvermehrender technischer Fortschritt genannt.[1] Durch diese Erhöhung der Effizienz der eingesetzten physischen Arbeit kann jeder Arbeiter zum Zeitpunkt t genau so viel tun wie $A_F(t)$ Arbeiter zum Zeitpunkt 0. Die Wachstumsrate, mit der der technische Fortschritt auftrete, τ, sei im Zeitablauf konstant. Die Produktionsfunktion weise konstante Skalenerträge im Kapitalstock K_E und dem physischen Arbeitseinsatz L auf. Beide Produktionsfaktoren seien notwendig für die Produktion, und die Grenzwerte der Grenzproduktivitäten seien unendlich, wenn der betreffende Faktoreinsatz gegen null geht bzw. null, wenn der betreffende Faktoreinsatz gegen unendlich geht. Die

1) Obige Formulierung des technischen Fortschritts kann z.T. legitimiert werden durch den Wissenstransfer außerhalb der Unternehmung erzielten technischen Fortschritts an die Unternehmung, etwa durch Grundlagenforschung (vgl. HIRSCH, W.Z.: Technological progress and microeconomic theory, in: AER, Vol. 59 (1969), S. 37) oder durch das Anwachsen des Humankapitals der gesamten Arbeitnehmer (einschließlich des Managements) durch höhere Ausbildungsinvestitionen staatlicher Ausbildungsstätten bzw. durch das Erlernen der effektiveren Handhabung der im Betrieb angewandten Technik (vgl. HIRSCH, W.Z.: ebda, S. 36 f.). Es ist offensichtlich, daß mit dieser Formulierung aber nur Teile des technischen Fortschritts in einer Unternehmung erfaßt werden; da aber keine allgemein akzeptierte und in das Modell integrierbare Behandlung des technischen Fortschritts einer Unternehmung dem Verfasser bekannt ist und der technische Fortschritt als solcher nicht im Zentrum der Betrachtung steht, ist es vielleicht zu rechtfertigen, den technischen Fortschritt als zeitabhängigen Exponentialtrend zu betrachten.

vorgenommenen Charakterisierungen der Technologie lassen sich folgendermaßen formalisieren:

(4) $$\frac{\delta F}{\delta K_E} = F'(K_E) > 0 \,, \qquad \frac{\delta F}{\delta L} = F'(L) > 0$$

(5) $$\frac{\delta^2 F}{\delta K_E{}^2} = F''(K_E) < 0 \,, \quad \frac{\delta^2 F}{\delta L^2} = F''(L) < 0$$

(6) $$A_F(t) = e^{\tau t}$$

(7) $$F(K_E(t),\ e^{\tau t}L(t)) = e^{\tau t}L(t)F(K_E(t)e^{-\tau t}L^{-1}(t),\ 1)$$

(8) $$F(0,\ L) = 0 \,, \qquad F(K_E,\ 0) = 0$$

(9) $$\lim_{K_E \to 0} F'(K_E) = \infty \,, \qquad \lim_{L \to 0} F'(L) = \infty$$

$$\lim_{K_E \to \infty} F'(K_E) = 0 \,, \qquad \lim_{L \to \infty} F'(L) = 0$$

Da die Kapitalintensität, definiert als $\frac{K_E}{L}$, wegen des exogenen Harrod-neutralen technischen Fortschritts selbst im Zustand des gleichgewichtigen Wachstums nicht konstant sein wird, definieren wir

(10) $$k_E(t) := \frac{K_E(t)}{e^{\tau t}L(t)}$$

d.h. wir betrachten nun als Kapitalintensität in t das Verhältnis von Kapitaleinsatz in t zu Arbeitseinsatz in Effizienzeinheiten zum Zeitpunkt t. Mit Gleichung (10) läßt sich die Produktionsfunktion in Gleichung (7) auch schreiben als:

(11)
$$F(K_E(t),\ e^{\tau t}L(t)) = e^{\tau t}L(t)F\left(\frac{K_E(t)}{e^{\tau t}L(t)},\ 1\right) = e^{\tau t}L(t)F(k_E(t),\ 1)$$

mit

(12) $\quad f(k_E(t)) := F(k_E(t), 1)$

gilt für Gleichung (11):

(13) $\quad F(K_E(t), e^{\tau t}L(t)) = e^{\tau t}L(t)f(k_E(t))$

Dividieren wir Gleichung (13) durch $e^{\tau t}L(t)$ und setzen:

(14) $$y(t) := \frac{F(K_E(t), e^{\tau t}L(t))}{e^{\tau t}L(t)}$$

so gilt:

(15) $\quad y(t) = f(k_E(t))$

Gleichung (15) besagt, daß die Ausbringung pro Effizienzeinheit Arbeit oder Ausbringung in Arbeitseffizienzeinheiten (gemessen) eine Funktion des Kapitaleinsatzes pro Effizienzeinheit Arbeit oder Kapitaleinsatz in Arbeitseffizienzeinheiten (gemessen) ist. Differenzieren wir Gleichung (13) nach K_E, so gilt:

(16) $$\frac{\delta F}{\delta K_E}(t) = e^{\tau t}L(t)f'(k_E(t))\frac{\delta k_E}{\delta K_E} = e^{\tau t}L(t)f'(k_E(t)) \cdot$$

$$\cdot\, L^{-1}(t)e^{-\tau t} = f'(k_E(t)) > 0$$

Die Grenzproduktivität des Kapitals ist gleich der 1. Ableitung der Pro-Effizienzeinheit-Arbeit-Produktionsfunktion (oder Produktionsfunktion in Arbeitseffizienzeinheiten) nach dem Kapitaleinsatz-Pro-Effizienzeinheit-Arbeit (oder Kapitaleinsatz in Arbeitseffizienzeinheiten), und diese ist somit gemäß Gleichung (4) größer null. Die 2. Ableitung nach K_E ergibt:

$$(17) \qquad \frac{\delta^2 F}{\delta K_E^{\;2}}(t) = \frac{\delta\left[f'\left(\frac{K_E(t)}{e^{\tau t}L(t)}\right)\right]}{\delta\left(\frac{K_E(t)}{e^{\tau t}L(t)}\right)} \; \frac{\delta\left(\frac{K_E(t)}{e^{\tau t}L(t)}\right)}{\delta K_E(t)} = \frac{f''(k_E(t))}{e^{\tau t}L(t)} < 0$$

Die Veränderung der Grenzproduktivität des Kapitals bei vermehrtem Kapitaleinsatz ist gleich der 2. Ableitung der Produktionsfunktion in Arbeitseffizienzeinheiten nach dem Kapitaleinsatz in Arbeitseffizienzeinheiten, dividiert durch die Arbeitseffizienzeinheiten; der Zähler ist negativ, der Nenner positiv und der Quotient somit gemäß Gleichung (5) kleiner null.

Für den mengenmäßigen Vorleistungseinsatz M ist es wohl plausibel zu unterstellen, daß er abhängig ist von der Höhe der mengenmäßigen Ausbringung (der Unternehmung), d.h.:

$$(18) \qquad M(t) = M(F(t)) \;, \quad \text{mit } \frac{\delta M}{\delta F}(t) > 0$$

Wir wollen der einfacheren Handhabbarkeit wegen annehmen, daß eine proportionale Beziehung zwischen mengenmäßigem Vorleistungseinsatz und mengenmäßiger Ausbringung besteht mit 1 als mengenmäßigem Vorleistungseinsatz je Ausbringungseinheit:[1)]

$$(19) \qquad M(t) = 1 \cdot F(t)$$

Schließlich sei für den Preis der Vorleistungen (vereinfachend) unterstellt:

$$(20) \qquad u(t) = u(0)$$

C. Erlösfunktion, Grenzerlös und Wertgrenzprodukt

Die Preis-Absatz-Funktion des Monopolisten laute, wenn man unterstellt, daß die Marktnachfrage nach seinem Output mit der

---

1) Vgl. BRANSON, W.H.: Macroeconomic theory and policy, New York, York, Evanston, San Francisco, London 1972, S. 123.

konstanten Rate π in der Zeit wächst und den Preis mit n bezeichnet:

(21) $$n = n^{o}(F(t))e^{\pi t}$$

Unterstellen wir der Einfachheit halber, daß $n = n^{o}(F(t))$ homogen vom Grade $-\varepsilon$ im Output F ist (d.h. eine isoelastische Preis-Absatz-Funktion), so kann man Gleichung (21) auch schreiben:

(22) $$n = F^{-\varepsilon}(t)e^{\pi t}$$ [1)]

wobei ε der Lernersche Monopolgrad ist, der gleich dem Kehrwert der Preiselastizität der Nachfrage $\eta = -\frac{\frac{\delta F}{F}}{\frac{\delta n}{n}}$ ist. Das bedeutet, daß die Preis-Absatz-Funktion sich im Zeitablauf ständig nach rechts verschiebt (und dabei im entgegengesetzten Uhrzeigersinn dreht) und somit bei gegebenem Preis ein Outputwachstum mit der Rate $\frac{\pi}{\varepsilon}$ vorgenommen werden kann. Hiermit verbunden ist die nicht unrealistische Vorstellung, daß die Unternehmen die Preiselastizität und die Einkommenselastizität (der Nachfrage; wobei erstere der analytischen Einfachheit halber als konstant angenommen wurde) in etwa einschätzen können.[2)]

Die Erlösfunktion des Monopolisten lautet, wenn E den Erlös kennzeichnet, mit Gleichung (22) dann:

---

1) Diese Formulierung der Preis-Absatz-Funktion unterstellt die zeitliche Unabhängigkeit der Nachfrage und das Nichtvorhandensein von Lägern.

2) Daß sich die Unternehmer tatsächlich konkrete Vorstellungen über die Preiselastizität der Nachfrage nach ihren Gütern machen, kann u.a. durch folgende Literaturstellen belegt werden: vgl. GUTENBERG, E.: Die Absatzplanung als Mittel der Unternehmenspolitik, in: Absatzplanung in der Praxis, hrsg. von E. Gutenberg, Wiesbaden 1962, S. 285 ff., insbes. S. 308 und KUTSCHER, H.: Über die Errechnung von Nachfragefunktionen für Walzstahl-Fertigerzeugnisse, "Stahl und Eisen", 77. Jg. (1957), S. 968; vgl. auch BAUMOL, W.J.: Business behavior, value and growth, New York-Chicago-San Francisco-Atlanta 1967, S. 105 und WEHAUS, R.: Dynamische Strategien für Unternehmungen in unvollkommener Konkurrenz, Diss. Zürich 1976, S. 15.

(23) $E(t) = e^{\pi t} F^{1-\varepsilon}(t)$

Während die Wachstumsrate des Erlöses ohne exogenes Wachstum der Marktnachfrage gleich ist der Wachstumsrate des Outputs abzüglich der Schrumpfungsrate des Preises (verursacht durch das Anwachsen des Outputs), kommt nun noch die Wachstumsrate der Marktnachfrage als exogene Komponente zur Erlöswachstumsrate hinzu. Für den Grenzerlös folgt aus Gleichung (23):

(24) $\frac{\delta E}{\delta F}(t) = (1 - \varepsilon) F^{-\varepsilon}(t) e^{\pi t}$ 1)

Wenn wir das Produkt aus Grenzerlös und physischem Grenzprodukt des Kapitals bilden, erhalten wir das Wertgrenzprodukt des Kapitals, das uns die Veränderung des Erlöses bei marginaler Veränderung des Kapitaleinsatzes angibt, als:

(25) $\frac{\delta E}{\delta F} \frac{\delta F}{\delta K_E}(t) = (1 - \varepsilon) F^{-\varepsilon}(t) e^{\pi t} f'(k_E(t))$

Das Wertgrenzprodukt des Kapitals ist für jeden gleichen Zeitpunkt bei exogenem Wachstum der Marktnachfrage mit der Rate π um $e^{\pi t}$ größer als ohne Wachstum der Marktnachfrage, denn neben die Abnahme des Wertgrenzproduktes durch das fallende Grenzprodukt des Kapitals und den fallenden Preis, verursacht durch den wachsenden Kapitaleinsatz und den hieraus folgenden wachsenden Output, tritt nun die Zunahme durch das exogene Wachstum der Marktnachfrage.

D. Lohnsatz und physischer Arbeitseinsatz

Für die Festlegung des Lohnsatzes w soll gelten, daß die Interessenvertretungen der Arbeitnehmer eine produktivitätsorientierte

---

1) Oder mit Gleichung (22) und der dort festgestellten Gleichheit $\varepsilon = \frac{1}{\eta}$:

(i) $\frac{\delta E}{\delta F}(t) = n(t)(1 - \frac{1}{\eta})$

Für $\varepsilon = \frac{1}{\eta}$ gilt dabei, daß $0 < \varepsilon < 1$ ist.

Lohnpolitik verfolgen.[1] D.h. das Ziel der Gewerkschaften, dessen Realisierung ihnen gelinge, sei die prozentuale Erhöhung des Arbeitsentgeltes bei gegebenem Arbeitseinsatz um das Ausmaß der prozentualen Zunahme der Arbeitsproduktivität. Für die Veränderung des Stundenlohnsatzes gelte also, daß er mit der Rate des arbeitsvermehrenden technischen Fortschritts wachse:

$$(26) \qquad w(t) = w(0)e^{\tau t}$$

Hinsichtlich des mengenmäßigen Arbeitseinsatzes nehmen wir im folgenden an, daß er konstant bleibt:[2]

$$(27) \qquad L(t) = L(0)$$

E. Bemessungsgrundlage einer Gewinnsteuer T_G, Steueraufkommensfunktion, Gewinnverwendungsgleichung und Bewegungsgleichung des Kapitals

Bemessungsgrundlage der Gewinnsteuer T_G sei der Teil des Erlöses, der nach Subtraktion des steuerlich abzugsfähigen Aufwandes als steuerlicher Bruttogewinn verbleibt. Als abzugsfähig werden Lohn- und Gehaltsaufwand (wL), Vorleistungsaufwand (ulF) und die steuerlich zulässige Abschreibung auf die dauerhaften Produktionsmittel ($m\delta K_E$) unterstellt. Bemessungsgrundlage der Gewinnsteuer B^{T_G} ist also:

$$(28) \qquad B^{T_G}(t) = \left(F^{1-\varepsilon}(t)e^{\pi t} - w(t)L(0) - u(t)lF(t) - m(t)\delta K_E(t)\right)$$

---

1) Vgl. SVR-Jahresgutachten 1964/65 Ziff. 248 sowie JG 1966/67 Ziff. 108 und Anhang VI, Ziff. 3.

2) Eine konstante Wachstumsrate des mengenmäßigen Arbeitseinsatzes ließe sich ohne Schwierigkeiten in die Analyse integrieren. Der Einbezug eines endogenen physischen Arbeitseinsatzes führt jedoch zu einer wesentlichen Komplizierung der formalen Analyse, da der Arbeitseinsatz in Effizienzeinheiten als zweite Zustandsvariable formuliert werden muß, und soll deshalb hier ausgespart bleiben; vgl. hierzu SATO, R. und DAVIS, E.G.: Optimal savings policy when labour grows endogenously, in: Econometrica, Vol. 39 (1971), S. 884; vgl. auch HIRSHLEIFER, J.: Investment, interest, and capital, a.a.O., S. 157, der ebenfalls mit der Annahme eines konstanten physischen Arbeitseinsatzes arbeitet.

wobei:[1)]

$$(29) \qquad m(t) = \frac{A_{St}(t)}{\delta}$$

m(t) ist also der Quotient aus steuerlich zulässigem Abschreibungssatz A_{St} und kalkulatorischem Abschreibungssatz δ, wobei unterstellt wird, daß die kalkulatorische Abschreibung einen konstanten Anteil des jeweiligen Kapitalstocks ausmache. Der Wert von m(t) wird bei gegebenem tatsächlichem Verschleißsatz vor allem bestimmt durch:

a) die Festlegung steuerlich zulässiger Abschreibungsverfahren und

b) durch für steuerlich zulässig erachtete Bewertungsprinzipien und steuerliche Umfangsbestimmungen der Basis, von der die Abschreibungen vorgenommen werden (Nominalwertprinzip, Wiederbeschaffungskosten abzüglich AfA, Einbezug von speziellen Anschaffungs- und Herstellungskosten etc.).

Wenn wir einen proportionalen Steuersatz a(t) unterstellen,[2)] lautet die Steueraufkommensfunktion der Gewinnsteuer:[3)]

$$(30) \qquad T_G(t) = a(t)\left(F^{1-\varepsilon}(t)e^{\pi t} - w(t)L(0) - ulF(t) - m(t)\delta K_E(t)\right)^{4)}$$

Mit Hilfe der Gleichungen (10), (13) und (27) kann man für Gleichung (30) auch schreiben:

---

1) Vgl. SANDMO, A.: Investment incentives and the corporate income tax, in: Journal of Political Economy, Vol. 82 (1974), S. 291 f.

2) mit $0 < a(t) < 1$.

3) Es wird im folgenden stets unterstellt, daß die Steuerschuld, die im Zeitpunkt $t \in [0, T]$ entsteht $[\text{hier } T_G(t)]$, in diesem Zeitpunkt vom Steuerpflichtigen auch beglichen wird. Es ist offensichtlich, daß diese Annahme z.T. nur schlecht mit der Realität in der BRD, bei der zwischen Gewinnentstehung und Veranlagungszeitpunkt oft eine erhebliche Zeitspanne liegt, übereinstimmt. Durch rasche Anpassung der Steuervorauszahlungen (bei Einkommen- und Körperschaftsteuer) an die zu erwartende Steuerschuld kann obige Annahme jedoch entsprechend an Realitätsnähe wieder gewinnen.

4) Mit dieser Formulierung wird unterstellt, daß bei der Gewinnsteuer ein voller Verlustausgleich nach Tarif stattfindet. In obigem Modell spielt die Frage des Verlustausgleichs jedoch keine Rolle, da für negative Gewinne keine Lösung existiert.

$$(31) \qquad T_G(t) = a(t)\Big((e^{\tau t}L(0)f(k_E(t)))^{1-\varepsilon}e^{\pi t} - w(t)L(0) -$$
$$- ulF(t) - m(t)\delta k_E(t)e^{\tau t}L(0)\Big)$$

Betrachten wir nun Einkommenserzielung und Einkommensverwendung des Unternehmens, so gilt, daß der Nettogewinn, der gleich ist dem Bruttogewinn G^{br} (dem Gewinn ohne Besteuerung) abzüglich der Steuer auf den steuerlichen Bruttogewinn, verwendet werden kann zur Ausschüttung D und/oder zur Gewinnthesaurierung, d.h. zur Erhöhung des Kapitalstocks K_E der Unternehmung. Es gilt also:[1)]

$$(32) \qquad G^{br}(t) - T_G(t) = \dot{K}_E(t) + D(t)$$

wobei:[2)]

$$(33) \qquad \dot{K}_E(t) = \frac{\delta K_E}{\delta t}$$

Gleichung (32) nun läßt sich mit Gleichung (31) auch wie folgt formulieren:[3)]

$$(34)^{4)} \qquad \dot{K}_E(t) = \Big((e^{\tau t}L(0)f(k_E(t)))^{1-\varepsilon}e^{\pi t} - w(t)L(0) - ulF(t)\Big) \cdot$$
$$\cdot \Big(1 - a(t)\Big) - e^{\tau t}L(0)\delta k_E(t) \quad \Big(1 - a(t)m(t)\Big) \quad - D(t)$$

1) Unterstellt wird ein konstanter Kapitalgüterpreis in Höhe von 1.
2) Variablen, die (wie oben) mit einem Punkt versehen sind, bezeichnen die Ableitung der Variablen nach der Zeit.
3) Es wird unterstellt, daß die Produktion von Gütern im Zeitpunkt t ε [O, T] auch in t zu Einnahmen, der Einsatz von Arbeit und Vorleistungen im Zeitpunkt t ε [O, T] zu Ausgaben in diesem Zeitpunkt und der Einsatz von Kapital in Form von Maschinen etc. durch Verschleiß in t ε [O, T] zur Aufrechterhaltung einer gegebenen Kapazität zu Ausgaben in Höhe der kalkulatorischen Abschreibungen in diesem Zeitpunkt führen. Einnahmen, Erträge und Erlöse sowie Ausgaben, Aufwendungen und Kosten sollen identisch sein.
4) Die Bewegungsgleichung des Kapitals läßt zwar negative Bruttoinvestitionen zu, da im Vordergrund der Analyse jedoch wachsende Unternehmen mit gegenüber dem steady-state Kapitalstock zu kleinem aktuellem Kapitalstock stehen, kommt dieser Umstand nicht zum Tragen.

F. Hamilton-Funktion und notwendige Bedingungen für die Optimalität einer Politik

Das Optimierungsproblem besteht in der Maximierung des Zielfunktionals in Gleichung (1) unter Berücksichtigung aller Gegebenheiten hinsichtlich der Präferenzen des oder der Anteilseigner, der Technologie, des Marktes und der Besteuerung, so wie sie auf den vorhergehenden Seiten dargestellt wurden. Als Kontroll- oder Instrumentvariable, die dem Unternehmen zur Beeinflussung der Zielerreichung zur Verfügung stehe, gelten die Ausschüttungen. $K_E(t)$ wird als Zustandsvariable bezeichnet, weil sie den Zustand des Unternehmens in bezug auf das Kapital im Zeitpunkt t beschreibt. Der Anfangszustand der Unternehmung im Zeitpunkt t = O sei historisch vorgegeben mit

(35) $$K_E(O) = K_E^O$$

d.h. das Unternehmen verfüge im Zeitpunkt null über ein Kapital in Höhe von K_E^O. Nach dem Pontryaginschen Maximumprinzip läßt sich dieses Optimierungsproblem durch die Bildung einer Hamilton-Funktion H formulieren und lösen. Die Hamilton-Funktion setzt sich additiv zusammen aus dem Integranden des Zielfunktionals und der[1] mit einer zeitabhängigen Hilfsvariablen (hier q(t)) bewerteten Bewegungsgleichung der Zustandsvariablen.

Nach ARROW/KURZ[2] läßt sich die "current value Hamiltonian" in diesem Falle schreiben als:

(36)
$$H(t) = U(D(t)) + q(t)\Big[\Big[(e^{\tau t}L(O)f(k_E(t)))^{1-\varepsilon}e^{\pi t} - w(t)L(O) - $$
$$- ulF(t)\Big] \ (1 - a(t)) - e^{\tau t}L(O)\delta k_E(t) \ (1 - a(t)m(t)) - D(t)\Big]$$

---

1) In unserem Falle haben wir nur eine Zustandsvariable; es kann natürlich auch ein Vektor von Zustandsvariablen, der einen Vektor von zeitabhängigen Hilfsvariablen notwendig macht, betrachtet werden.

2) Vgl. ARROW/KURZ: Public investment, ..., a.a.O., Proposition 7, S. 47 f.

Die Hamilton-Funktion in Gleichung (36) stellt, ökonomisch interpretiert, die Summe aus dem Nutzen aus Gegenwartsausschüttung U(D(t)) und dem mit der Hilfsvariablen q(t) bewerteten, zukünftigen Nutzenstrom, der durch die Nettoinvestitionen in t begründet wird, q(t) $\dot{K}_E(t)$ dar, oder anders formuliert, sie gibt den dem Nettogewinn beigemessenen Wert an.[1]

Die notwendigen Bedingungen des Pontryaginschen Maximumprinzips für eine optimale Ausschüttungspolitik im Zeitablauf fordern nun:[2]

a) Maximierung der Hamilton-Funktion in jedem Zeitpunkt t durch die Kontrollvariable Ausschüttung D(t).
b) Die Ableitung der Hamilton-Funktion nach der Hilfsvariablen muß die Bewegungsgleichung erfüllen.
c) Die Ableitung der Hilfsvariablen nach der Zeit muß gleich dem Produkt von subjektiver Zeitpräferenzrate und Hilfsvariablen sein, abzüglich dem Wert der Ableitung der Hamilton-Funktion nach der Zustandsvariablen.[3]
d) Für die Endbewertungsfunktion gilt, daß der Wert der Hilfsvariablen im Zeitpunkt T gleich sein muß der Ableitung der Endbewertungsfunktion nach der Zustandsvariablen im Zeitpunkt T.

---

1) Vgl. hierzu CASS, D.: Optimum growth in an aggregative model of capital accumulation, in: Review of Economic Studies, Vol. 32 (1965), S. 234 und INTRILIGATOR, M.D.: Mathematical optimization and economic theory, Englewood Cliffs 1971, S. 408.
2) Die Steuerung muß stückweise-stetig sein (vgl. PONTRYAGIN, L.S., BOLTYANSKII, V.G., GAMKRELIDZE, R.V. und MISCHENKO, E.F.: Mathematische Theorie optimaler Prozesse, München-Wien 1964, S. 16), und für die Differentialgleichung der Zustandsvariablen $\dot{K}_E = g\ (K_E(t), D(t))$ gilt, daß g stetig bezüglich K_E und D und als stetig differenzierbar bezüglich K_E vorausgesetzt wird (vgl. PONTRYAGIN, L.S. et alii, ebda., S. 17). Da "Sprünge" in der Zustandsvariablen nicht möglich sind, es bei vollkommener Voraussicht (wie hier unterstellt) aber nicht einsichtig ist, daß ein Unternehmen einen gegenüber dem steady-state Kapitalstock zu großen Kapitalstock nicht sofort bis auf seine optimale Größe abbaut, bedeutet dies eine Einengung hinsichtlich der Möglichkeit einer realitätsnahen ökonomischen Formulierung (vgl. zur Möglichkeit des Einbezugs von "Sprüngen" in den Zustandsvariablen aber: VIND, K.: Control systems with jumps in the state variables, in: Econometrica, Vol. 35 (1967), S. 273-77). Unsere Analyse bleibt hiervon jedoch unbeschadet, da unser Interesse wachsenden Unternehmen mit einem gegenüber dem steady-state Kapitalstock zu kleinen, aktuellen Kapitalstock gilt.
3) Vgl. ARROW/KURZ: Public investment, ..., a.a.O., S. 48.

Formalisieren wir diese Bedingungen, so folgt:

(37) $\frac{\delta H}{\delta D}(t) = U'(D(t)) - q(t) = 0$

(38) $\frac{\delta H}{\delta q}(t) = \dot{K}_E(t)$

(39) $\dot{q}(t) = \rho q(t) - \frac{\delta H}{\delta K_E}(t)$

(40) $q(T) = \frac{\delta S}{\delta K_E}(T)$

Gleichung (37) beinhaltet die optimale Aufteilung des Nettogewinnes in Ausschüttung und Nettoinvestition für jeden Zeitpunkt $t \varepsilon (0, T)$, indem sie fordert, daß der Nutzenzuwachs, der durch eine marginale Einheit Ausschüttung in t erzielt werden kann, im Optimum gleich sein muß dem mit q(t) bewerteten, zukünftigen Nutzenstrom, der durch eine zusätzliche Einheit Kapital[1] im Zeitpunkt t begründet wird. D.h. die Ausschüttung D (und mithin die Nettoinvestition $\dot{K}_E$) wird in jedem Zeitpunkt so gewählt, daß kurz- und langfristige Wirkung einer Änderung von D sich genau entsprechen (in der Bewertung durch die Anteilseigner), somit ist eine Änderung der Ausschüttung dann noch lohnend, wenn der unmittelbare "Gewinn" durch diese Maßnahme die längerfristige "Gewinneinbuße" übersteigt oder kleiner als sie ist. Im ersten Falle sollte die Ausschüttung noch erhöht, im zweiten Falle gesenkt werden. Für die im dynamischen Kontext optimale Entscheidung gilt somit, daß sie ein "Grenzgleichgewicht zwischen Gegenwart und Zukunft"[2] darstellt. Für q(t)[3] gilt:

---

1) Die Zunahme des Kapitalstocks K_E ist identisch mit einer Nettoinvestition: $\frac{\delta K_E}{\delta t} = \dot{K}_E = I^n$.

2) WEHAUS, R.: a.a.O., S. 181.

3) Wir bezeichnen q(t) im folgenden auch als Schattenpreis des Kapitals K_E; d.h. der Wert von q in einem Zeitpunkt t gibt an, wie sich der optimale Wert des Zielfunktionals (Gleichung (1)) auf die exogene Erhöhung von K_E in t hin verändert; vgl. hierzu auch DORFMAN, R.: An economic interpretation of optimal control theory, in: AER, Vol. 59 (1969), S. 817-31.

$$(41) \qquad q(t) = \int_t^T \frac{\delta H}{\delta K_E} e^{-\rho(\emptyset - t)} d\emptyset$$

d.h. q(t) ist der mit dem konstanten subjektiven Diskontierungssatz ρ abdiskontierte Wert aller zukünftigen Nutzenzuwächse[1] bis zum Planungshorizont T, seien es "direkte Nutzenzuwächse" durch Ausschüttungserhöhung oder "indirekte Nutzenzuwächse" (also "direkte Nutzenzuwächse" späterer Perioden) durch mit der Hilfsvariablen des jeweiligen Zeitpunkts bewertete Nettoinvestitionen, die durch den zusätzlichen Einsatz einer Einheit Kapital im Zeitpunkt t verursacht werden. Durch Differenzieren der Gleichung (41) nach t erhält man:

$$(42) \qquad \dot{q}(t) = \frac{d\left[\int_t^T \frac{\delta H}{\delta K_E} e^{-\rho(\emptyset - t)} d\emptyset\right]}{dt} =$$

$$= - \frac{\delta H}{\delta K_E} e^{-\rho(t-t)} + \rho \int_t^T \frac{\delta H}{\delta K_E} e^{-\rho(\emptyset - t)} d\emptyset =$$

$$= - \frac{\delta H}{\delta K_E}(t) + \rho q(t)$$

Gleichung (42) ist identisch mit Gleichung (39). Ökonomisch interpretiert, gibt sie die Gleichgewichtsbedingung für Investitionen an: Die Summe aus dem Gewinn einer Einheit Kapital ($\dot{q}(t)$) und dem Grenzprodukt dieser Kapitaleinheit ($\frac{\delta H}{\delta K_E}(t)$) muß auf dem optimalen Pfad für jeden Zeitpunkt $t \in [0, T]$ gleich sein der Verzinsung der Kapitaleinheit ($\rho\, q(t)$).[2]

In Gleichung (38) wird gefordert, daß die Optimierung der Hamilton-Funktion so vorgenommen werden muß, daß die Differentialgleichung des Kapitals erfüllt bleibt. Gleichung (40)

---

1) Die Bewertung wird hier in termini des Nutzens durchgeführt; vgl. ARROW/KURZ: Public investment, ... , a.a.O., S. XXIV.
2) Da die Bewertung in termini des Nutzens vorgenommen wird, ist der Zinssatz die Zeitpräferenz und das Grenzprodukt des Kapitals die Veränderung der Hamilton-Funktion H; vgl. ARROW/KURZ: ebda., S. XXIV.

schließlich stellt fest, daß der Wert einer Einheit Kapital zum Zeitpunkt T, q(T), nur noch in der Veränderung des Endwertes des Kapitals dieses Zeitpunktes, $\frac{\delta S}{\delta K_E}(T)$, bestehen kann.

Aus Gleichung (37) können wir die Umkehrfunktion bilden:

$$(43) \qquad D(t) = U'^{-1}(q(t))$$

oder

$$(44) \qquad D(t) = D(q(t))$$

wobei D(q) die Lösung von Gleichung (37) ist. Die Bildung der Umkehrfunktion von Gleichung (37) ist möglich, da die Funktion $q = U'(D)$ eine monotone Funktion ist.[1)] Setzen wir die Lösung von Gleichung (37), Gleichung (44), in Gleichung (34) ein, so erhalten wir für die optimale Investition:

(45)

$$\dot{K}_E(t) = \left[(e^{\tau t}L(O)f(k_E(t)))^{1-\varepsilon}e^{\pi t} - w(t)L(O) - ulF(t)\right](1 - a(t)) -$$

$$- e^{\tau t}L(O)\delta k_E(t)(1 - a(t)m(t)) - D(q(t))$$

---

1) Wenn wir für $q = U'(D)$ laufend höhere Werte der unabhängigen Variablen D einsetzen, so führt dies zu ständig niedriger werdenden Werten für $U'(D)$, gemäß den Annahmen über die Nutzenfunktion, d.h. es gilt:

$$D_2 > D_1 \rightarrow U'(D_2) < U'(D_1)$$

d.h. die Funktion ist monoton fallend; vgl. CHIANG, A.C.: Fundamental methods of mathematical economics, New York 1967, S. 178 ff.

G. Transformationen des Zielfunktionals, der Hamilton-Funktion und der notwendigen Bedingungen für eine optimale Politik und die Möglichkeit einer zweidimensionalen Analyse des optimalen Pfades

Es ist unmittelbar einsichtig, daß wir, da exogener arbeitsvermehrender technischer Fortschritt vorliegen soll, noch einige Variablentransformationen vornehmen müssen, um steady-state Werte erhalten zu können. Multiplizieren wir zunächst die Bewegungsgleichung des Kapitals, Gleichung (34), mit $e^{-\tau t}L^{-1}(0)$, so gilt:

(46)

$$\dot{K}_E(t)e^{-\tau t}L^{-1}(0) = \left[f(k_E(t))\left(\frac{1}{F^{\varepsilon}(t)e^{-\pi t}} - ul\right) - w(0)\right](1 - a(t)) -$$

$$- \delta k_E(t)(1 - a(t)m(t)) - D(t)e^{-\tau t}L^{-1}(0)$$

Da aus Gleichung (10) mit Gleichung (27) folgt:[1)]

$$(47) \qquad \dot{k}_E(t) = \dot{K}_E(t)e^{-\tau t}L^{-1}(0) - \tau e^{-\tau t}L^{-1}(0)K_E(t) =$$

$$= \dot{K}_E(t)e^{-\tau t}L^{-1}(0) - \tau k_E(t)$$

kann man Gleichung (46) umformulieren zu:

(48)

$$\dot{k}_E(t) = f(k_E(t))\left(\frac{1}{F^{\varepsilon}(t)e^{-\pi t}} - ul\right)(1 - a(t)) - w(0)(1 - a(t)) -$$

$$- \delta k_E(t)\ (1 - a(t)m(t)) - \tau k_E(t) - D(t)e^{-\tau t}L^{-1}(0)$$

---

1) $\dfrac{\dot{K}_E(t)}{e^{\tau t}L(0)}$ bezeichnet die Nettoinvestition in Arbeitseffizienzeinheiten (oder alternativ mit Gleichung (47): $(\dot{k}_E(t) + \tau k_E(t))$; wie aus Gleichung (47) ersichtlich ist, gibt τk_E den Betrag an Nettoinvestition in Arbeitseffizienzeinheiten an, der notwendig ist, um das in Arbeitseffizienzeinheiten gemessene Kapital konstant zu halten.

Definieren wir:

(49) $\tilde{D}(t) := D(t)e^{-\tau t}L^{-1}(0)$

mit $\tilde{D}(t)$ als Ausschüttung in Arbeitseffizienzeinheiten, so gilt, wenn wir annehmen, daß die Nutzenfunktion U(D) homogen vom Grade $1-\sigma$ in D ist, mit $0 < \sigma < 1$[1], für die Beziehung zwischen dem Grenznutzen der Ausschüttung D, U'(D), und dem Grenznutzen der Ausschüttung in Arbeitseffizienzeinheiten $U'(\tilde{D})$:

(50) $U'(D(t)) = U'(\tilde{D}(t)e^{\tau t}L(0)) = (e^{\tau t}L(0))^{-\sigma}U'(\tilde{D}(t))$

Damit:

(51) $U'(\tilde{D}(t)) = p(t)$

gilt, müssen wir gemäß Gleichung (37) und Gleichung (50) p so definieren, daß:

(52) $p(t) := (e^{\tau t}L(0))^{\sigma}q(t)$

Aus dieser Gleichung folgt aber auch:

(53) $\ln p(t) = \sigma\tau t \ln e + \sigma \ln L(0) + \ln q(t)$

oder wenn wir Gleichung (53) nach t differenzieren:

(54) $\frac{\dot{p}}{p}(t) = \sigma\tau + \frac{\dot{q}}{q}(t)$

Um die Wachstumsrate von q zu erhalten, ermitteln wir zunächst die Veränderung der Hamilton-Funktion bei marginaler Veränderung des Kapitaleinsatzes mit Gleichung (36) als:

---

1) Unterschiedliche Werte der Grenznutzenelastizität und damit unterschiedliche Nutzenindexfunktionen der Ausschüttung bzw. Integranden des Zielfunktionals in ihrer Auswirkung auf die optimale Politik werden auf S. 252 ff. betrachtet.

(55)

$$\frac{\delta H}{\delta K_E}(t) = q(t)\left[f'(k_E(t))\left(\frac{1-\varepsilon}{F^{\varepsilon}e^{-\pi t}} - ul\right)(1 - a(t)) - \delta(1 - a(t)m(t))\right]$$

Wenn wir Gleichung (55) dann in Gleichung (42) einsetzen, erhalten wir:

(56)

$$\frac{\dot{q}}{q}(t) = -\left[f'(k_E(t))\left(\frac{1-\varepsilon}{F^{\varepsilon}e^{-\pi t}} - ul\right)(1 - a(t)) - \delta(1 - a(t)m(t)) - \rho\right]$$

Setzen wir Gleichung (56) nun in Gleichung (54) ein, so gilt, wenn wir nach p auflösen:

$$\text{(57)} \qquad \dot{p}(t) = -p(t)\left[f'(k_E(t))\left(\frac{1-\varepsilon}{F^{\varepsilon}e^{-\pi t}} - ul\right)(1 - a(t)) - \delta(1 - a(t)m(t)) - \rho - \sigma\tau\right]$$

Eine alternative Herleitung von $\dot{p}$ kann wie folgt vorgenommen werden:[1)]

Da nach Gleichung (52) $p(t) = (e^{\tau t}L(0))^{\sigma}q(t)$ gilt und nach Gleichung (41) $q(t) = \int_t^T \frac{\delta H}{\delta K_E} e^{-\rho(\emptyset-t)}d\emptyset$, gilt auch:

$$\text{(58)} \qquad p(t) = \left(\int_t^T \frac{\delta H}{\delta K_E} e^{-\rho(\emptyset-t)}d\emptyset\right)(e^{-\tau t}L^{-1}(0))^{-\sigma}$$

p(t)[2)] ist somit der mit dem subjektiven Diskontierungssatz abdiskontierte Wert aller zukünftigen Nutzenströme, gemessen

---

1) Sie soll, da sie eine bessere Interpretation von p erlaubt bzw. den Zusammenhang von p und $\dot{p}$ mit q und $\dot{q}$ durch analoge Vorgehensweise (vgl. die Gleichungen (41) und (42) auf S. 22) weiter verdeutlicht, kurz dargestellt werden.

2) Wir bezeichnen p(t) im folgenden auch als Schattenpreis des Kapitals k_E; d.h. der Wert von p im Zeitpunkt t gibt an, wie sich der optimale Wert des Zielfunktionals (Gleichung (61)) auf die exogene Erhöhung von k_E in t hin verändert (vgl. S. 21, Fußnote 3).

in Arbeitseffizienzeinheiten und unter Berücksichtigung, daß die Grenznutzenfunktion homogen vom Grad $-\sigma$ ist, der verursacht wird durch den zusätzlichen Einsatz einer Einheit Kapital im Zeitpunkt t. Differenzieren wir Gleichung (58) nach t, so folgt:

$$(59) \qquad \frac{\delta p}{\delta t}(t) = \left(-\frac{\delta H}{\delta K_E}(t) + \rho\int_t^T \frac{\delta H}{\delta K_E} e^{-\rho(\emptyset - t)} d\emptyset\right)(e^{-\tau t} L^{-1}(0))^{-\sigma}$$

$$+ \sigma\tau\left(\int_t^T \frac{\delta H}{\delta K_E} e^{-\rho(\emptyset - t)} d\emptyset\right)(e^{-\tau t} L^{-1}(0))^{-\sigma}$$

oder mit Gleichung (58):

$$(60) \qquad \frac{\delta p}{\delta t}(t) = -\frac{\delta H}{\delta K_E}(t)(e^{-\tau t} L^{-1}(0))^{-\sigma} + \rho p(t) + \sigma\tau p(t)$$

Multiplizieren wir Gleichung (55) mit $(e^{-\tau t} L^{-1}(0))^{-\sigma}$ und setzen in Gleichung (60) ein, so erhalten wir wieder Gleichung (57).

Ein Anwachsen des Kapitalstocks im Zeitpunkt t um eine Einheit erhöht den Wert des Nettoerlöses um $\left(\frac{1-\varepsilon}{F^{\varepsilon}(t)e^{-\pi t}}\right) f'(k_E(t))(1 - a(t))$ und erhöht die Produktionsaufwendungen um die Nettovorleistungsaufwendungen $ulf'(k_E(t))(1 - a(t))$, die Nettoverschleißzunahme $\delta(1 - a(t)m(t))$ und bewirkt schließlich eine Minderschätzung der zukünftig erhöhten Ausschüttung, wenn σ die Grenznutzenelastizität der Ausschüttung und τ die Wachstumsrate des technischen Fortschritts kennzeichnet, um $\sigma\tau$, wobei alle Veränderungen mit p bewertet werden. Der Wert oder Schattenpreis der Kapitaleinheit beträgt mit Gleichung (57) dann:[1)]

---

1) Es wird $\tau\varepsilon = \pi$ unterstellt; vgl. hierzu S. 31 und S. 38 ff.

$$p(t) = \int_t^T \left[pf'(k_E(t))\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(O)f(k_E(t)))^{\varepsilon}} - ul\right)(1 - a(t)) - \right.$$

$$\left. p\delta(1 - a(t)m(t)) - p\sigma\tau \right] e^{-\rho(\emptyset - t)} d\emptyset + p(T)e^{-\rho(T-t)}$$

Er ist also gleich der Summe des Barwertes der zukünftigen Nutzen dieser Kapitaleinheit vom Kapitaleinsatzzeitpunkt t bis zum Planungshorizont T und dem Barwert der Kapitaleinheit am Ende des Planungshorizontes.

Aufgrund der Transformationen ergeben sich somit folgende Modifikationen[1)] des Zielfunktionals, der Hamilton-Funktion (in laufenden Werten) und der notwendigen Bedingungen für eine optimale Politik:

$$(61)^{2)} \quad \max J' = \int_0^T U(\tilde{D})e^{\tau t(1-\sigma)}e^{-\rho t}L(O)^{(1-\sigma)}dt + S^{O}(k_E(T))e^{-\rho T}$$

oder da $L(O)^{(1-\sigma)}$ konstant ist:

$$(61') \quad \max J' = L(O)^{(1-\sigma)}\int_0^T U(\tilde{D})e^{(\tau-\sigma\tau-\rho)t}dt + S^{O}(k_E(T))e^{-\rho T}$$

Gleichung (61') kann man, da die Konstante $L(O)^{(1-\sigma)}$ im Maximierungsproblem ignoriert werden kann,[3)] auch schreiben:

$$(61'') \quad \max J' = \int_0^T U(\tilde{D})e^{(\tau-\sigma\tau-\rho)t}dt + S^{O}(k_E(T))e^{-\rho T} \qquad (1)$$

---

1) Die korrespondierende Gleichung steht in Klammern hinter der modifizierten Gleichung.
2) Da die Nutzenfunktion homogen vom Grade $1-\sigma$ sein soll, gilt mit Gleichung (49):

$$U(D) = U(\tilde{D}e^{\tau t}L(O)) = (e^{\tau t}L(O))^{1-\sigma}U(\tilde{D}).$$

3) Vgl. ARROW/KURZ: Public investment, ..., a.a.O., S. XVIII und S. 13.

(62)

$$H = U(\tilde{D}(t)) + p\Bigg[f(k_E(t))\left(\frac{1}{F^{\varepsilon}(t)e^{-\pi t}} - ul\right)(1 - a(t)) -$$

$$- w(0)(1 - a(t)) - \delta k_E(t)(1 - a(t)m(t)) - \tau k_E(t) - \tilde{D}(t)\Bigg] \qquad (36)$$

(63) $U'(\tilde{D}) = p$ (37)

(64)

$$\frac{\delta H}{\delta p}(t) = \dot{k}_E(t) = f(k_E(t))\left(\frac{1}{F^{\varepsilon}(t)e^{-\pi t}} - ul\right)(1-a(t)) -$$

$$- w(0)(1 - a(t)) - \delta k_E(t)(1 - a(t)m(t)) - \tau k_E(t) - \tilde{D}(t) \qquad (38)$$

(65) $$\dot{p}(t) = -p(t)\Bigg[f'(k_E(t))\left(\frac{1 - \varepsilon}{F^{\varepsilon}(t)e^{-\pi t}} - ul\right)(1 - a(t)) -$$

$$- \delta(1 - a(t)m(t)) - \rho - \sigma\tau\Bigg] \qquad (39)$$

(66) $p(T) = \frac{\delta S^0}{\delta k_E}(T)$ (40)

Analog dem Vorgehen auf S. 23 (vgl. Gleichung (43) und (44)) können wir aus Gleichung (63) wiederum die Umkehrfunktion bilden:

(67) $\tilde{D}(t) = U'^{-1}(p(t))$

oder

(68) $\tilde{D}(t) = \tilde{D}(p(t))$

wobei $\tilde{D}(p(t))$ die Lösung von Gleichung (63) ist. Weil die Funktion $p(t) = U'(\tilde{D}(t))$ eine monotone Funktion ist, ist die

Bildung der Umkehrfunktion möglich.[1] Setzen wir die Lösung von Gleichung (63), Gleichung (68), in Gleichung (64) ein, so gilt:

(69)

$$\dot{k}_E(t) = f(k_E(t))\left(\frac{1}{F^{\epsilon}(t)e^{-\pi t}} - ul\right)(1 - a(t)) - w(0)(1 - a(t)) -$$

$$- \delta k_E(t)\ (1 - a(t)m(t)) - \tau k_E(t) - \tilde{D}(p(t))$$

Um den optimalen Ausschüttungspfad zu erhalten, müssen wir die beiden Differentialgleichungen (65) und (69) lösen, wobei deren Lösung nur dann bestimmbar ist, wenn wir für jede Differentialgleichung eine Anfangsbedingung kennen. Die vorgegebenen Bedingungen für die Differentialgleichungen bestehen einmal aus dem historisch gegebenen Kapitalstock im Zeitpunkt t = O:

(70) $$k_E(0) = k_E^0$$

und zum anderen aus der Transversalitätsbedingung in Gleichung (66). Es ist jedoch auch eine einfache zweidimensionale Analyse des Pfades möglich, wenn das Differentialgleichungssystem (65) und (69) autonom ist. Autonomie des Gleichungssystems bedeutet dabei,[2] daß:

$$U(k_E, \tilde{D}, t) = U(k_E, \tilde{D})$$

(71) $$\dot{k}_E(k_E, \tilde{D}, t) = \dot{k}_E(k_E, \tilde{D})$$

$$\rho(t) = \rho$$

1) Setzen wir für $p(t) = U'(\tilde{D}(t))$ laufend höhere Werte der unabhängigen Variablen $\tilde{D}$ ein, so führt dies zu ständig niedriger werdenden Werten für $U'(\tilde{D})$ gemäß den Annahmen über die Nutzenfunktion. Es gilt:

$$\tilde{D}_2 > \tilde{D}_1 \rightarrow U'(\tilde{D}_2) < U'(\tilde{D}_1)$$

d.h. die Funktion ist monoton fallend.

2) Vgl. ARROW/KURZ: Public investment, ..., a.a.O., Proposition 9, S. 50.

d.h. die Nutzenindexfunktion, Bewegungsgleichung des Kapitals in Arbeitseffizienzeinheiten und die Zeitpräferenzrate sind, wie die rechten Seiten der Gleichungen zeigen, unabhängig von t für gegebene Werte von k_E und $\tilde{D}$. Um mit diesem autonomen Gleichungssystem im folgenden arbeiten zu können, werden wir deshalb annehmen, daß $\tau\varepsilon = \pi$, $a(t) = a$ und $m(t) = m$ gilt,[1] d.h. das Produkt aus Wachstumsrate des technischen Fortschritts und Lernerschem Monopolgrad soll gleich der Wachstumsrate der Marktnachfrage nach dem Output des Monopolisten sein,[2] und Steuersatz wie auch Quotient aus steuerlich zulässigem und kalkulatorischem Abschreibungssatz sollen unabhängig von t für gegebene Werte von k_E und $\tilde{D}$ sein.[3] Da der Schattenpreis p (des Kapitals k_E) dann nur durch den Kapitaleinsatz in Arbeitseffizienzeinheiten k_E bestimmt wird und die Nutzenfunktion U und die Bewegungsgleichung des Kapitals in Arbeitseffizienzeinheiten $\dot{k}_E$ entlang dem optimalen Pfad nicht explizit von t abhängig sind, ist die Hamilton-Funktion H nur noch abhängig vom Kapitaleinsatz in Arbeitseffizienzeinheiten k_E und der Ausschüttung in Arbeitseffizienzeinheiten $\tilde{D}$. Dies kann wie folgt gezeigt werden: Für das transformierte System lautet die "current-value-Hamiltonian":

$$(72) \qquad H(k_E, \tilde{D}, p, t) = U(\tilde{D}) + p\dot{k}_E$$

Da mit Gleichung (71) (mit den oben gemachten Annahmen, vgl. Fußnote 1 dieser Seite) sowohl $U(\tilde{D})$ als auch $\dot{k}_E$ nicht mehr explizit von t abhängig sind, gilt, wenn p nur abhängig von k_E ist, daß $H = H(k_E, \tilde{D})$. Damit hängt der Wert $\tilde{D}$, der H maximiert, nur von k_E ab. Die optimale Ausschüttungspolitik kann somit als eine Rückkoppelungsstrategie, $\tilde{D}^{opt.} = \tilde{D}^{opt.}(k_E)$, dargestellt werden.[4]

---

1) Nur wenn dies vorausgesetzt wird, gilt: $\dot{k}_E = \dot{k}_E(k_E, \tilde{D})$ (siehe hierzu Gleichung (69)).
2) Erklärung und Bedeutung dieser Annahme $\tau\varepsilon = \pi$ sollen, der besseren Verständlichkeit halber, erst auf S. 38 ff. folgen.
3) Das muß jedoch nicht bedeuten, daß sie konstant sind; vgl. hierzu die Ausführungen zur progressiven Gewinnsteuer auf S. 192 ff.
4) Mit $\tilde{D}^{opt.}$ als dem optimalen Wert der Ausschüttung, der k_E zugeordnet ist.

Wir wollen die Gleichungen (69) und (65) nun als zwei Gleichungen:[1)]

$$(73) \qquad \psi_1(k_E, p) = f(k_E)\left(\frac{1}{(L(O)f(k_E))^{\varepsilon}} - ul\right)(1 - a) -$$

$$- w(O)(1 - a) - \delta k_E(1 - am) - \tau k_E - \tilde{D}(p)$$

$$(74) \qquad \psi_2(k_E) = - \left[f'(k_E)\left(\frac{1 - \varepsilon}{(L(O)f(k_E))^{\varepsilon}} - ul\right)(1 - a) - \right.$$

$$\left. - \delta(1 - am) - \rho - \sigma\tau\right]$$

formulieren, um die Differentialgleichungen und den optimalen Pfad zu veranschaulichen.

H. Formulierung des Optimierungsproblems als Beziehung zwischen dem Schattenpreis p (des Kapitals k_E) und dem Kapitalstock k_E

1. Der Verlauf der $\psi_1(k_E, p) = O$-Kurve

Betrachtet werden alle (k_E, p)-Kombinationen, die $\dot{k}_E = O$ ergeben, d.h. für die $\psi_1(k_E, p) = O$ ist. Wir wollen zunächst die Steigung dieser Kurve ermitteln und bilden deshalb die Ableitungen von Gleichung (74) nach k_E und p:

$$(75) \qquad \frac{\delta\psi_1}{\delta k_E} = f'(k_E)\left(\frac{1 - \varepsilon}{(L(O)f(k_E))^{\varepsilon}} - ul\right)(1 - a) - \delta(1 - am) - \tau$$

$$(76) \qquad \frac{\delta\psi_1}{\delta p} = - \frac{\delta\tilde{D}}{\delta p}$$

1) Soweit keine Mißverständnisse möglich sind, wird die Zeitabhängigkeit nicht mehr kenntlich gemacht.

Nach der Differentiationsregel für inverse Funktionen, die wir nach den Feststellungen auf S. 29 f. anwenden können,[1] gilt:

(77) $$\frac{\delta\tilde{D}}{\delta p} = \frac{1}{\frac{\delta p}{\delta\tilde{D}}} = \frac{1}{U''(\tilde{D})}$$

so daß wir für Gleichung (76) auch schreiben können:

(78) $$\frac{\delta\psi 1}{\delta p} = - \frac{1}{U''(\tilde{D})}$$

Damit folgt mit der Differentiationsregel für implizite Funktionen:

(79) $$\left.\frac{dp}{dk_E}\right|_{\Psi_1=0} = - \frac{\frac{\delta\psi_1}{\delta k_E}}{\frac{\delta\psi_1}{\delta p}} = U''(\tilde{D})\left[f'(k_E)\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(O)f(k_E))^{\varepsilon}} - ul\right)(1-a) - \delta(1-am) - \tau\right]$$

Aus Gleichung (79) ist ersichtlich, daß $\left.\frac{dp}{dk_E}\right|_{\psi_1=0} = 0$ wird für $U''(\tilde{D}) \neq 0$, wenn:

(80)[2] $$k_E := \tilde{k}_E \text{ , für } f'(\tilde{k}_E)\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(O)f(\tilde{k}_E))^{\varepsilon}} - ul\right)(1-a) = \delta(1-am) + \tau$$

---

1) Vgl. CHIANG, A.C.: a.a.O., S. 180.
2) Da der Kapitalstock $\tilde{k}_E$ der Kapitalstock in Arbeitseffizienzeinheiten (mit $\psi_1 = 0$) ist, für den der Schattenpreis p des Kapitals k_E den niedrigsten Wert, mithin wegen Gleichung (77) und Gleichung (2) die Ausschüttung $\tilde{D}$ den höchsten Wert annimmt, bezeichnen wir ihn im folgenden als Kapitalstock maximaler Ausschüttung (wobei beide Größen in Arbeitseffizienzeinheiten gemessen werden).

Aus den Gleichungen (79) und (80) folgt für $U''(\tilde{D}) < 0$:[1]

$$(81) \qquad \frac{dp}{dk_E}\bigg|_{\psi_1=0} \left\{\begin{matrix} < \\ = \\ > \end{matrix}\right\} 0, \text{ wenn } k_E \left\{\begin{matrix} < \\ = \\ > \end{matrix}\right\} \tilde{k}_E$$

Um eine graphische Darstellung der $\psi_1 = 0$-Kurve machen zu können, müssen wir noch einige weitere Informationen besitzen. Es sei angenommen, daß:

$$(82) \qquad \text{bei } k_E = 0: \quad L(0) = 0 \quad \text{ist}$$

und

$$(83) \qquad \text{bei } k_E \text{ schwach größer null: } L(0) = L^0$$ [2]

Wenn wir k_E^{krit} definieren als den Minimalwert an Kapital (in Arbeitseffizienzeinheiten), den der historische Kapitalstock (in Arbeitseffizienzeinheiten) in $t = 0$ überschreiten muß (bei gegebenem L^0), um eine Zunahme des Kapitalstocks in Arbeitseffizienzeinheiten in der Zeit und/oder eine positive Ausschüttung $\tilde{D}$ zu ermöglichen, dann folgt für $k_E(0) = k_E^{krit}$, $\dot{k}_E = 0$, $\tilde{D} = 0$, das System bleibt in diesem Zustand für $\forall\, t \in [0, T]$:

$$(84) \qquad k_E := k_E^{krit}, \text{ wenn } f(k_E^{krit})\left(\frac{1}{(L(0)f(k_E^{krit}))^{\varepsilon}} - ul\right)$$

$$\cdot (1 - a) - w(0)(1 - a) - \delta k_E^{krit}(1 - am) - \tau k_E^{krit} = 0$$

Der Gleichgewichtswert k_E^{krit} ist jedoch instabil. Wenn $0 < k_E(0) < k_E^{krit}$, so ist die Ausschüttung $\tilde{D}$ negativ (d.h.

1) Vgl. Gleichung (2) auf S. 10.
2) und konstant für alle k_E-Werte ist; vgl. Gleichung (27), S. 16.

Zuzahlungen müßten vorgenommen werden, um den Kapitalstock in seiner ursprünglichen Höhe zu erhalten), im Zeitablauf führt dies zu einem Kapitalstock von null. (Der Kapitalstock verringert sich durch die ständigen Verluste). Kapitalstöcke schwach größer k_E^{krit} dagegen führen zu einem im Zeitablauf wachsenden Kapitalstock k_E mit einhergehenden wachsenden Ausschüttungen $\tilde{D}$. Der kritische Kapitalstock stellt mithin eine kapitalbezogene Eintrittsschranke für die Aufnahme der Produktion dar. Nur wenn der Anfangskapitalstock $k_E(0)$ größer ist als der kritische Kapitalstock k_E^{krit}, lohnt sich die Aufnahme der Produktion.[1] Wir wollen im folgenden nur solche Fälle betrachten, in denen diese Voraussetzung erfüllt ist. Wenn $k_E(0) = k_E^{krit}$, dann gilt gemäß der Definition von k_E^{krit}:

$$(85) \qquad k_E(0) = k_E^{krit} \rightarrow \tilde{D}(p) = 0$$

Das bedeutet aber, gemäß der Annahme $\lim_{\tilde{D}\to 0} U'(\tilde{D}) = +\infty$,[2] daß:

$$(86) \qquad \lim_{\tilde{D}\to 0} p = +\infty$$

Daraus ist ersichtlich, daß $\tilde{D}(p)$ eine fallende Funktion in p ist, d.h. die Ausschüttung $\tilde{D}$ sinkt, wenn der Schattenpreis p des Kapitals k_E wächst, bzw. sie steigt, wenn er sinkt. Für die autonome Gleichung (73) folgt, mit den Annahmen über die Produktionsfunktion (vgl. Gleichungen (4) und (5)), die Preis-Absatz-Funktion (vgl. Gleichung (22)) und den Annahmen über den Vorleistungs- (Gleichungen (19) und (20)), Lohn- und Gehaltsaufwand (Gleichungen (26) und (27)) sowie über

---

1) Vgl. Horst ALBACH: Zur Theorie des wachsenden Unternehmens, in: Theorien des einzelwirtschaftlichen und des gesamtwirtschaftlichen Wachstums, Schriften des Vereins für Socialpolitik, NF, Bd. 34, hrsg. von Wilhelm Krelle, Berlin 1965, S. 10 ff. Albach führt Ergebnisse von empirischen Untersuchungen an, die eine Wachstumsschwelle bei der Gründung von Unternehmen feststellen, wobei diese minimale Unternehmensgröße nach Branche und Zeitraum der Betrachtung unterschiedlich ist.

2) Vgl. Gleichung (3), S. 10 und Gleichung (51), S. 25.

den Kapitalverschleiß (vgl. S. 17), daß es einen Wert $k_E^{max} > \tilde{k}_E > k_E^{krit}$ gibt, für den gilt:

(87) $\quad k_E := k_E^{max}$, wenn

$$f(k_E^{max})\left(\frac{1}{(L(0)\,f(k_E^{max}))^{\varepsilon}} - ul\right)(1 - a) - w(0)(1 - a) -$$

$$- \delta k_E^{max}(1 - am) - \tau k_E^{max} = 0$$

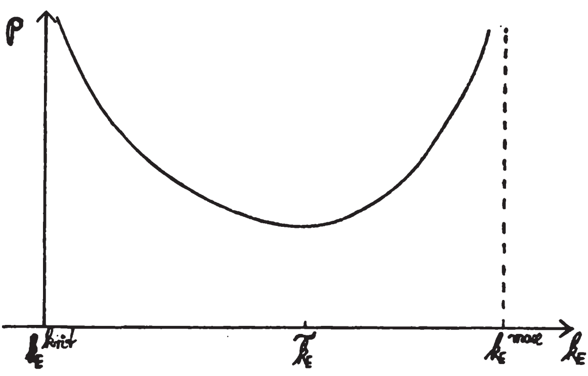
d.h.

(88) $\quad k_E = k_E^{max} \rightarrow \tilde{D}(p) = 0$ und somit $p = +\infty$

Das heißt für $k_E = k_E^{max}$ wird die $\dot{k}_E = 0$-Kurve eine Asymptote zu einer in k_E^{max} errichteten Parallelen zur Ordinate p.

Mit den Gleichungen (81) und (84)-(88) läßt sich die $\psi_1 = 0$-Kurve im p, k_E-Diagramm wie folgt darstellen:

<u>Abb. 1:</u>



2. Der Verlauf der $\psi_2(k_E) = 0$-Kurve

Die $\psi_2(k_E)$-Kurve ist nur dann, bei einem Schattenpreis $p \neq 0$ des Kapitals k_E, gleich null, wenn der Klammerausdruck in Gleichung (74) null ist. D.h. es muß gelten:[1)]

(89)

$$f'(k_E)\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(0)f(k_E))^{\varepsilon}} - ul\right)(1-a) = \delta(1-am) + \rho + \sigma\tau$$

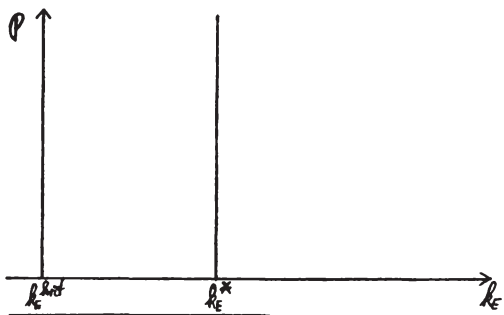
Wir wollen diesen Kapitalstock mit k_E^{*}[2)] bezeichnen:

(90) $\quad k_E := k_E^{*}$, wenn

$$f'(k_E^{*})\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(0)f(k_E^{*}))^{\varepsilon}} - ul\right)(1-a) = \delta(1-am) + \rho + \sigma\tau$$

Da die rechte Seite von Gleichung (90) unabhängig von p ist, ergibt die Darstellung der $\psi_2(k_E) = 0$-Kurve im p, k_E-Diagramm eine Parallele zur Ordinate p, die in k_E^{*} auf die Abszisse stößt.

Abb. 2:



1) Wenn $\lim_{k_E \to k_E^{krit}} f'(k_E) =$ sehr groß ist, d.h. k_E^{krit} gemäß den Annahmen (vgl. Gleichung (9) auf S. 11) genügend nahe bei $k_E = 0$ und $\lim_{k_E \to \infty} f'(k_E) = 0$ ist, existiert eine positive Lösung für Gleichung (89).

2) k_E^{*} bezeichnen wir im folgenden als (langfristig) optimalen Kapitalstock oder steady-state Kapitalstock (in Arbeitseffizienzeinheiten).

In einem Exkurs wollen wir nun auf die oben getroffene Annahme,[1] daß das Produkt aus Wachstumsrate des technischen Fortschritts und Lernerschem Monopolgrad gleich der Wachstumsrate der Marktnachfrage nach dem Output des Monopolisten sein soll, eingehen und deren Bedeutung verdeutlichen, indem wir die Fälle betrachten, für die das Ungleichheitszeichen gilt.

<u>Exkurs:</u>

Für Gleichung (89) gilt für einen Zeitpunkt t^*:

$$(91)\qquad f'(k_E(t^*))\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(O)f(k_E(t^*)))^{\varepsilon}e^{(\tau\varepsilon-\pi)t^*}} - ul\right)(1-a) =$$

$$= \delta(1-am) + \rho + \sigma\tau$$

Wenn wir nun Zeitperioden $t > t^*$ betrachten, so lassen sich die beiden folgenden Fälle unterscheiden:

a) Gilt für die Wachstumsrate der Marktnachfrage $\pi < \tau\varepsilon$, so wird $e^{(\tau\varepsilon-\pi)t}$ mit wachsendem t ständig größer, und, wegen der Konstanz der rechten Gleichungsseite und der Konstanz des Lernerschen Monopolgrades ε und des Vorleistungspreises u und konstantem mengenmäßigem Vorleistungseinsatz je Ausbringungseinheit l, wird, wenn der Kapitalstock in Arbeitseffizienzeinheiten ebenfalls unverändert bleibt, der Ausdruck auf der linken Gleichungsseite ständig kleiner. D.h. für Zeitpunkte $t > t^*$ ist das Nettowertgrenzprodukt des Kapitals k_E, wenn dieses (k_E) nach wie vor in der Höhe $k_E(t^*)$ eingesetzt würde, kleiner als die Nettogrenzkosten der Vorleistungen (bei vermehrtem Kapitaleinsatz k_E)[2] zuzüglich der Nettogrenzkosten des Kapitalverschleißes und der Kosten, die durch ein Verschieben des Konsums in spätere Zeitperioden ($\rho+\sigma\tau$) bei einer Zeitpräferenzrate ρ, einer Grenznutzenelastizität der

1) Vgl. S. 31.
2) verursachende Variable ist hierbei unmittelbar der Mehreinsatz des Kapitals k_E.

Ausschüttung für Konsumzwecke σ und einer Wachstumsrate des technischen Fortschritts τ entstehen. Somit ist der Kapitalstock $k_E(t^*)$ nicht mehr optimal für $t > t^*$. Vielmehr muß nun für $t > t^*$ der Kapitalstock k_E ständig sinken und damit das Nettowertgrenzprodukt des Kapitals k_E abzüglich der Nettogrenzkosten der Vorleistungen ständig so steigen, daß die Gültigkeit des Gleichheitszeichens gewährleistet, d.h. der Kapitalstock in Arbeitseffizienzeinheiten optimal ist. Für $t \to \infty$ folgt $k_E^* \to 0$.

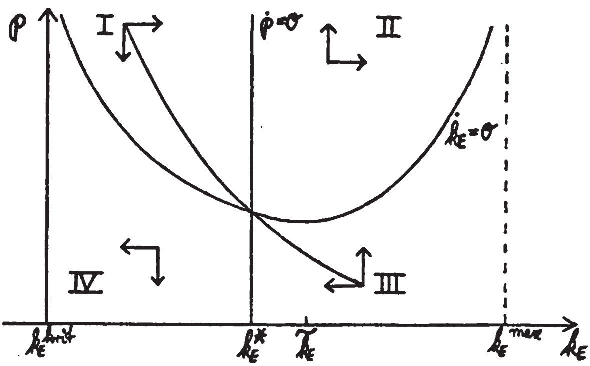
b) Gilt für die Wachstumsrate der Marktnachfrage $\pi > \tau\varepsilon$, so wird $e^{(\pi-\tau\varepsilon)t}$ im Zähler des Quotienten ständig größer mit wachsendem t und wegen der Konstanz der rechten Gleichungsseite von (91) und der Konstanz des Lernerschen Monopolgrades ε, des Vorleistungspreises u und konstantem mengenmäßigem Vorleistungseinsatz je Ausbringungseinheit l wird, bei unverändertem Kapitalstock k_E, der Ausdruck auf der linken Gleichungsseite ständig größer. D.h. für Zeitpunkte $t > t^*$ ist das Nettowertgrenzprodukt des Kapitals k_E, wenn dieses unverändert in der Höhe $k_E(t^*)$ eingesetzt würde, größer als die Nettogrenzkosten der Vorleistungen zuzüglich der Nettogrenzkosten des Kapitalverschleißes und der Kosten, die durch ein Verschieben des Konsums in spätere Zeitperioden entstehen. Für $t > t^*$ muß somit der optimale Kapitalstock k_E^* gegenüber seiner Höhe in t^* ständig steigen und damit das Nettowertgrenzprodukt des Kapitals k_E abzüglich der Nettogrenzkosten der Vorleistungen ständig so sinken, daß die Gültigkeit des Gleichheitszeichens gewährleistet, d.h. der Kapitalstock in Arbeitseffizienzeinheiten optimal ist. Für $t \to \infty$ folgt $k_E^* \to \infty$.

Um auch für den Grenzfall $T \to \infty$ hinreichend realistische Ergebnisse bezüglich des optimalen Kapitalstocks k_E^* zu erhalten, und um die, zumindest a priori gegebene Möglichkeit eines steady-state in unserem Modell beschreiben zu können, haben wir die Annahme $\tau\varepsilon = \pi$ getroffen[1)] und wollen sie (im folgenden) beibehalten.[2)]

3. Der optimale Pfad im p, k_E-Diagramm - Verlauf und Eindeutigkeit

Nach Konstruktion der beiden Kurven gibt jeder Punkt auf der ψ_1 = O-Kurve (p, k_E)-Kombinationen an, für die $\dot{k}_E = 0$, und jeder Punkt der ψ_2 = O-Kurve (p, k_E)-Kombinationen, für die $\dot{p} = 0$ ist.

Abb. 3:



$k_E^* < \tilde{k}_E$ (wie in Abb. 3 eingezeichnet) gilt nur dann, wenn nach den Annahmen über die Produktionsfunktion[3)] $f'(k_E^*) > f'(\tilde{k}_E)$ ist, d.h. es muß gemäß den Gleichungen (80) und (89) gelten:

$$\rho + \sigma\tau > \tau \qquad (92)$$

Wir nehmen im folgenden an, daß die Parameter diese Bedingung erfüllen.[4)]

---

1) Vgl. S. 31.
2) Für die folgenden Modelle ließe sich eine Betrachtung für $\tau\varepsilon \neq \pi$ analog zu der hier dargestellten vornehmen.
3) Vgl. die Gleichungen (4) und (5) bzw. (16) und (17) auf S. 11 bzw. 12 f.
4) Die Erklärung für die Annahme dieser Bedingung bzw. die Auswirkungen, die eine Nichterfüllung dieser Bedingung hat, werden auf S. 70 ff. dargestellt.

Betrachten wir zunächst einen Punkt, der auf der $\dot{k}_E$ = O-Kurve liegt. Gehen wir von diesem Punkt senkrecht nach oben, so bleibt k_E konstant, aber p steigt. Mit steigendem p gilt aber nach Gleichung (77) wegen der Annahme über die Nutzenfunktion,[1] daß $\tilde{D}$ sinkt. Damit wird aus Gleichung (73) ersichtlich, daß, von einem Punkt auf der $\dot{k}_E$ = O-Kurve ausgehend, bei konstantem k_E und steigendem p, $\dot{k}_E$ größer null wird. Wir kennzeichnen dies im Diagramm mit einem Pfeil, dessen Spitze auf größere k_E-Werte gerichtet ist. Gehen wir von einem Punkt auf der $\dot{k}_E$ = O-Kurve senkrecht nach unten, dann bleibt k_E konstant, aber wegen $\frac{\delta \tilde{D}}{\delta p} < 0$,[2] wächst $\tilde{D}$, d.h. $\dot{k}_E$ wird kleiner als null. Dies kennzeichnen wir im Diagramm mit einem Pfeil, dessen Spitze auf kleinere k_E-Werte gerichtet ist.

Betrachten wir nun einen Punkt auf der $\dot{p}$ = O-Kurve. Gehen wir waagrecht nach links, so sinkt k_E, das bedeutet aber nach unseren Annahmen über die Produktionsfunktion, daß das Grenzprodukt des Kapitals steigt,[3] der Klammerausdruck in Gleichung (74) größer wird und bei positivem p $\dot{p}$ kleiner null wird, d.h. p sinkt. Wir kennzeichnen dies im Diagramm mit einer Pfeilspitze, die auf kleinere p-Werte zeigt. Gehen wir von der $\dot{p}$ = O-Kurve waagrecht nach rechts, so steigt k_E, d.h. das Grenzprodukt des Kapitals fällt,[4] der Klammerausdruck in Gleichung (74) wird negativ, das bedeutet, daß bei positivem p $\dot{p} > 0$ ist, p also steigt. Die Pfeilspitze weist in die Richtung der größeren p-Werte. Durch die $\dot{k}_E$ = O- und $\dot{p}$ = O-Kurve wird das (p, k_E)-Diagramm offenbar in vier Quadranten geteilt, die wir oben links beginnend im Uhrzeigersinn mit I - IV kennzeichnen. Die

1) Vgl. Gleichung (2) auf S. 10.
2) Vgl. die Gleichungen (77) und (2).
3) Da k_E sinkt, sinkt auch $f(k_E)$, und somit steigt $\left[\frac{1-\varepsilon}{(L(O)f(k_E))^{\varepsilon}}\right]$; Grenzprodukt des Kapitals $f'(k_E)$ und $(1-\varepsilon)\left[\frac{1-\varepsilon}{(L(O)f(k_E))^{\varepsilon}}\right]$ (wobei letzteres den Outputpreis bei $\tau\varepsilon = \pi$ beschreibt) verändern sich stets in gleicher Richtung.
4) Da k_E steigt, steigt auch $f(k_E)$, und somit sinkt $\left[\frac{1-\varepsilon}{(L(O)f(k_E))^{\varepsilon}}\right]$.

Bewegungsrichtung einer Lösung des Differentialgleichungspaares (k_E, p) ist im obigen Diagramm die Resultante der beiden Vektoren, die durch die Pfeile gekennzeichnet wurden. Der Schnittpunkt der beiden Kurven stellt das steady-state-Gleichgewicht des Systems, für das $\dot{k}_E = \dot{p} = 0$ gilt, dar. Der p-Wert des dynamischen Systemgleichgewichts sei mit p^* bezeichnet. Es ist durch die Einzeichnung der Vektoren offensichtlich, daß, nicht von allen (p, k_E)-Kombinationen ausgehend, das steady-state-Gleichgewicht des Systems erreicht wird.

Unterstellen wir im Zeitpunkt 0 eine (p, k_E)-Kombination im <u>Quadranten II</u>. Dann gilt für $\forall$ t, $\dot{p} > 0$ und $\dot{k}_E > 0$. Da weiterhin gilt, daß $k_E(0) > k_E^*$, folgt $k_E(t) \geqslant k_E(0) > k_E^*$ $\forall$ t. Da nach den Annahmen über die Erlös-, Produktions- und Vorleistungsfunktion das Nettowertgrenzprodukt des Kapitals abzüglich der Nettogrenzkosten der Vorleistungen mit wachsendem k_E fällt, kann man auch schreiben:[1)]

$$(93) \qquad f'(k_E(t))\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(0)f(k_E(t)))^{\varepsilon}} - ul\right)(1-a) \leq$$

$$\leq f'(k_E(0))\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(0)f(k_E(0)))^{\varepsilon}} - ul\right)(1-a) <$$

$$< f'(k_E^*)\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(0)f(k_E^*))^{\varepsilon}} - ul\right)(1-a) =$$

$$= \delta(1-am) + \rho + \sigma\tau$$

---

1) Vgl. die Gleichungen (25), (4), (5) bzw. (16), (17) und (19), (20) sowie Fußnote 2 auf S. 31.

Nach Gleichung (74) folgt daraus:

(94) $$\frac{\dot{p}}{p}(t) = \delta(1 - am) + \rho + \sigma\tau - f'(k_E(t))\left(\frac{1 - \varepsilon}{(L(0)f(k_E(t)))^{\varepsilon}} - ul\right)(1 - a) \geq V = \delta(1 - am) + \rho + \sigma\tau - f'(k_E(0))\left(\frac{1 - \varepsilon}{(L(0)f(k_E(0)))^{\varepsilon}} - ul\right)(1 - a) > 0$$

Aus (94) erhalten wir durch Integration:

(95) $$p(t) \geq p(0)e^{Vt}$$

Nach Gleichung (95) gilt dann sicherlich:

(96) $$p(t) > p^* \qquad \forall\, t$$

Da $\tilde{D}(t) = \tilde{D}(p(t))$ mit $\frac{\delta\tilde{D}}{\delta p} < 0$,[1] gilt damit für die Ausschüttung $\tilde{D}$:

(97) $$\tilde{D}(p(t)) < \tilde{D}(p^*) = \tilde{D}^* \qquad \text{für } \forall\, t$$

Die einzige Grenze, die im Quadranten II erreicht werden kann, ist die $\dot{k}_E$ = 0-Kurve. Wird sie aber erreicht, so ist zwar $\dot{k}_E = 0$, aber $\dot{p} > 0$, so daß hierdurch p und k_E wieder ständig wachsen. D.h. p strebt mit wachsendem t gegen unendlich und $\lim_{p\to\infty} \tilde{D}(p) = 0$, und k_E strebt mit wachsendem t gegen k_E^{max}.[2]

---

1) Vgl. die Gleichungen (77) und (2).
2) Vgl. S. 36.

Weil $k_E(t) > k_E^*$, können wir durch Desinvestition, beginnend im Zeitpunkt t, die andauert bis $k_E = k_E^*$, immer eine Verbesserung erreichen. Im steady-state ist dann die Ausschüttung mit Gleichung (73):

$$\text{(98)} \qquad \tilde{D}^* = f(k_E^*)\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(0)f(k_E^*))^{\varepsilon}} - ul\right)(1-a) -$$

$$- w(0)(1-a) - \delta k_E^*(1-am) - \tau k_E^*$$

Gehen wir von einer (p, k_E)-Kombination im Zeitpunkt 0 im <u>Quadranten IV</u> aus, dann folgt, da $k_E(0) < k_E^*$ ist, $k_E(t) \leq k_E(0) < k_E^*$ für $\forall$ t. Hier gilt mit den Annahmen über Erlös-, Produktions- und Vorleistungsfunktion, daß:

$$\text{(99)} \qquad f'(k_E(t))\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(0)f(k_E(t)))^{\varepsilon}} - ul\right)(1-a) \geq$$

$$\geq f'(k_E(0))\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(0)f(k_E(0)))^{\varepsilon}} - ul\right)(1-a) >$$

$$> f'(k_E^*)\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(0)f(k_E^*))^{\varepsilon}} - ul\right)(1-a) =$$

$$= \delta(1-am) + \rho + \sigma\tau$$

Nach Gleichung (74) folgt daraus:

$$\text{(100)} \qquad \frac{\dot{p}}{p}(t) = \delta(1-am) + \rho + \sigma\tau -$$

$$- f'(k_E(t))\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(0)f(k_E(t)))^{\varepsilon}} - ul\right)(1-a) \leq v$$

mit:

$$(101) \quad V = \delta(1 - am) + \rho + \sigma\tau - $$

$$- f'(k_E(0))\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(0)f(k_E(0)))^{\varepsilon}} - ul\right)(1 - a) < 0$$

Aus Gleichung (100) erhalten wir durch Integration:

$$(102) \quad p(t) \leq p(0)e^{Vt}$$

D.h. da $V < 0$ ist, geht $p(t)$ gegen null, und dies impliziert, daß $\tilde{D}(p(t))$ gegen plus unendlich geht. Es muß somit gelten:

$$(103) \quad \dot{k}_E = f(k_E(t))\left(\frac{1}{(L(0)f(k_E(t)))^{\varepsilon}} - ul\right)(1 - a) -$$

$$- w(0)(1 - a) - \delta k_E(1 - am) - \tau k_E - \tilde{D}(p(t)) < 0$$

Dies bedeutet, daß $k_E(t)$ ständig kleiner wird und gegen null strebt.

Nehmen wir eine (p, k_E)-Kombination im <u>Quadranten I</u> für den Zeitpunkt 0 an. Da $\dot{p} < 0$, $\dot{k}_E > 0$, gibt es grundsätzlich drei Möglichkeiten für den Verlauf des Pfades in der Zeit:

a) Er kreuzt die $\dot{p} = 0$-Kurve, kommt in den Quadranten II und entfernt sich dann immer weiter vom dynamischen Gleichgewicht.[1)]
b) Er kreuzt die $\dot{k}_E = 0$-Kurve, kommt in den Quadranten IV und entfernt sich auch hier immer weiter vom dynamischen Gleichgewicht.[2)]

---

1) Vgl. zum Verhalten des Pfades im Zeitablauf im Quadranten II, S. 42 ff.
2) Vgl. zum Verhalten des Pfades im Zeitablauf im Quadranten IV, S. 44 f.

c) Er bleibt im Quadranten I, dann müssen aber p und k_E gegen die (dynamischen) Gleichgewichtswerte p^* und $k_E{}^*$ konvergieren.

Für den optimalen Pfad gilt, was im folgenden gezeigt werden soll, daß es für jeden historisch gegebenen Wert des Kapitalstocks in Arbeitseffizienzeinheiten $k_E(0) > k_E^{krit}$ genau einen Wert des Schattenpreises p des Kapitals (k_E) im Zeitpunkt 0, p(0), gibt, entweder im Quadranten I, bei $k_E(0) < k_E{}^*$, oder im Quadranten III, bei $k_E(0) > k_E{}^*$, so daß von ($k_E(0)$, p(0)) ausgehend eine Konvergenz zum Gleichgewicht ($k_E{}^*$, p^*) gegeben ist. Aus den Annahmen über die Stationarität folgt, daß p und $\tilde{D}^{opt}$ nur noch von k_E abhängig sind.[1] Wenn man Gleichung (74) durch Gleichung (73) dividiert, erhält man:

$$(104) \quad \frac{\dot{p}}{p}\frac{1}{\dot{k}_E} = \frac{1}{p}\frac{dp}{dk_E} =$$

$$= \frac{\delta(1-am)+\rho+\sigma\tau-f'(k_E)\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(0)f(k_E))^{\varepsilon}}-ul\right)(1-a)}{f(k_E)\left(\frac{1}{(L(0)f(k_E))^{\varepsilon}}-ul\right)(1-a)-w(0)(1-a)-\delta k_E(1-am)-\tau k_E-\tilde{D}(p)}$$

oder

$$(104') \quad \frac{dp}{dk_E} =$$

$$= \frac{p\left[\delta(1-am)+\rho+\sigma\tau-f'(k_E)\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(0)f(k_E))^{\varepsilon}}-ul\right)(1-a)\right]}{f(k_E)\left(\frac{1}{(L(0)f(k_E))^{\varepsilon}}-ul\right)(1-a)-w(0)(1-a)-\delta k_E(1-am)-\tau k_E-\tilde{D}(p)}$$

---

1) Vgl. hierzu S. 31.

Da der Zähler des Quotienten in Gleichung (104') kleiner als null ist im Quadranten I, und im Nenner $\frac{\delta \tilde{D}}{\delta p} < 0$ ist, gilt, daß $\left|\frac{1}{p}\,\frac{dp}{dk_E}\right|$ bei konstantem k_E größer wird, wenn, wie es im Quadranten I der Fall ist, p sinkt. Unterstellen wir, $p^i(k_E)$ und $p^j(k_E)$ seien zwei Lösungen für Gleichung (104), der Anfangskapitalstock sei mit k_E^o vorgegeben, es gelte also (p^i, k_E^o) und (p^j, k_E^o) in t = 0. Wenn wir annehmen, daß $p^i(k_E) > p^j(k_E)$, so gilt für Gleichung (104):

$$(105) \qquad \frac{d\ln\left(\frac{p^i(k_E)}{p^j(k_E)}\right)}{dk_E} > 0$$

Dies kann wie folgt gezeigt werden:

$$(i) \qquad \frac{d\ln\left(\frac{p^i(k_E)}{p^j(k_E)}\right)}{d\left(\frac{p^i(k_E)}{p^j(k_E)}\right)} \quad \frac{d\left(\frac{p^i(k_E)}{p^j(k_E)}\right)}{dk_E} = \frac{1}{\frac{p^i}{p^j}}\left[\frac{\frac{dp^i}{dk_E}\,p^j - \frac{dp^j}{dk_E}\,p^i}{(p^j)^2}\right] =$$

$$= \frac{p^j}{p^i}\left(\frac{dp^i}{dk_E}\,\frac{1}{p^j} - \frac{dp^j}{dk_E}\,\frac{p^i}{(p^j)^2}\right) = \frac{1}{p^i}\,\frac{dp^i}{dk_E} - \frac{1}{p^j}\,\frac{dp^j}{dk_E} =$$

$$= \frac{d\ln p^i}{dk_E} - \frac{d\ln p^j}{dk_E}$$

Für $\frac{d\ln p^i}{dk_E}$ und $\frac{d\ln p^j}{dk_E}$ gilt, daß sie beide kleiner null sind.[1)]
Da aber:

---

1) Der Zähler des Quotienten in Gleichung (104) ist negativ im Quadranten I, der Nenner ist positiv.

(ii) $\quad \left|\frac{d\ln p^j}{dk_E}\right| > \left|\frac{d\ln p^i}{dk_E}\right|$

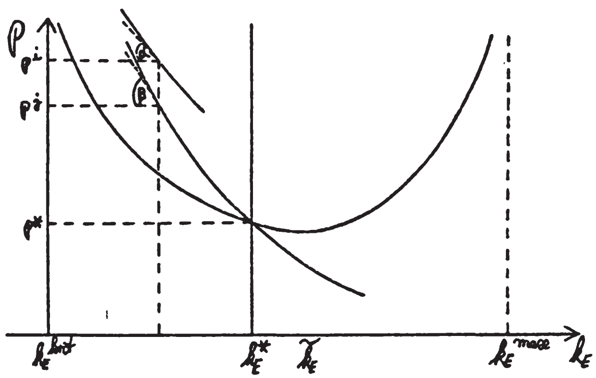
gilt Gleichung (105).[1]

Die Gültigkeit von (ii) läßt sich folgendermaßen zeigen:
Aus $p^i > p^j$ folgt $\tilde{D}^i < \tilde{D}^j$,[2] und daraus folgt bei konstantem k_E, daß der Nenner von Gleichung (104) für p^i größer ist als für p^j, daraus folgt aber:

$$\left|\frac{d\ln p^i}{dk_E}\right| < \left|\frac{d\ln p^j}{dk_E}\right|$$

Mit Gleichung (105) wird deutlich, daß sofern $p^i(k_E^o) > p^j(k_E^o)$ gilt, es keinen größeren k_E-Wert gibt, für den $p^i(k_E) \leq p^j(k_E)$, da der Pfad, der von $(p^j(k_E^o), k_E^o)$ ausgeht, die absolut größere Steigung für jeden Wert $k_E^o \leq k_E \leq k_E^*$ aufweist als der Pfad, der in $(p^i(k_E^o), k_E^o)$ beginnt.

Abb. 4:



1) Vgl. S. 47.
2) Vgl. die Gleichungen (77) und (2).

Daraus folgt aber, daß bei Annäherung von k_E an $k_E{}^*$ nicht beide p^i und p^j sich im Wert p^* annähern; es ist vielmehr für einen gegebenen Kapitalstock k_E^o nur ein p(O)-Wert möglich, so daß ein Pfad, der in (k_E^o, p^o) beginnt, optimal ist, d.h. das steady-state-Gleichgewicht $(k_E{}^*, p^*)$ erreicht.

Auch für den <u>Quadranten III</u> gelten die drei grundsätzlichen Möglichkeiten des Pfadverlaufes (analog zum Quadranten I). Der zum Gleichgewicht führende Pfad hat für gegebene Anfangswerte $k_E^o > k_E{}^*$ ebenfalls nur jeweils einen p(O)-Wert, wobei $p(O) < p^*$ ist. Die Erklärung ist analog der für den Quadranten I gegebenen. Da Gleichung (104) kleiner null ist, wäre es möglich, daß sie die Abszisse schneidet. Nehmen wir an, dies sei in einem Punkt $(p = O,\ k_E = \bar{k}_E)$ der Fall, und schreiben wir Gleichung (104) als:[1]

$$(106)\qquad \frac{d\ln p}{dk_E} =$$

$$= \frac{\delta(1-am)+\rho+\sigma\tau-f'(k_E)\left(\dfrac{1-\varepsilon}{(L(O)f(k_E))^{\varepsilon}} - ul\right)(1-a)}{f(k_E)\left(\dfrac{1}{(L(O)f(k_E))^{\varepsilon}} - ul\right)(1-a)-w(O)(1-a)-\delta k_E(1-am)-\tau k_E-\tilde{D}(p)}$$

Wenn p gegen null geht, bei $k_E \to \bar{k}_E$, so geht ln p gegen minus unendlich, d.h. $\frac{d\ln p}{dk_E}$ muß unendlich große negative Werte annehmen. Betrachten wir den Quotienten auf der rechten Seite von Gleichung (106). Der Zähler nimmt mit $k_E \to \bar{k}_E$ einen endlichen positiven Wert an, der Nenner nimmt mit $\lim\limits_{p\to O} \tilde{D}(p) = +\infty$ unendlich große negative Werte an, so daß der Quotient gegen null geht. Die linke und rechte Seite von Gleichung (106) liefern somit für den Fall $p \to O$ und $k_E \to \bar{k}_E$ widersprüchliche Ergebnisse. Daraus kann man folgern, daß die Lösung von

---

1) Für die linke Gleichungsseite von (104) $\frac{\dot{p}}{p}\frac{1}{\dot{k}_E}$ können wir auch $\frac{d\ln p}{dk_E}$ schreiben.

Gleichung (104) für alle k_E-Werte gilt.[1] Eine Lösung von Gleichung (104'), die durch das steady-state-Gleichgewicht (p^*, k_E^*) geht, nennen wir eine optimale Lösung. Sie beschreibt den Verlauf des optimalen Pfades in termini des Schattenpreises p und des Kapitaleinsatzes in Arbeitseffizienzeinheiten k_E.

Mithin können wir auch sagen: Die optimale Politik besteht in der Auffindung der Lösung von $p(k_E)$ der Differentialgleichung (104'), für die $p(k_E^*) = p^*$ ist, die somit durch das steady-state-Gleichgewicht geht und für die $p'(k_E^*)$ die negative Wurzel der quadratischen Gleichung:

$$(107) \quad -\frac{1}{U''(\tilde{D})}(p'(k_E^*))^2+(\rho+\tau(\sigma-1))p'(k_E^*)+$$

$$+\ p^*\left[f''(k_E^*)\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(O)f(k_E^*))^{\varepsilon}}-ul\right)(1-a)-\right.$$

$$\left.-\varepsilon f'(k_E^*)\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(O)f(k_E^*))^{\varepsilon}}\,\frac{f'(k_E^*)}{f(k_E^*)}\right)(1-a)\right] = 0$$

ist.[2] Die Ausschüttung in Effizienzeinheiten Arbeit $\tilde{D}$ wird dann so gewählt, gemäß Gleichung (63), daß $U'(\tilde{D}) = p(k_E)$ ist.

I. Formulierung des Optimierungsproblems als Beziehung zwischen der Ausschüttung $\tilde{D}$ und dem Kapitalstock k_E

1. Notwendige Umformulierungen

Obige Darstellung des Optimierungsproblems im (p, k_E)-Diagramm und die Beschreibung des optimalen Pfades als einer Differentialgleichung des Schattenpreises p des Kapitals in Abhängigkeit vom Kapitalstock in Arbeitseffizienzeinheiten k_E lassen

---

1) Vgl. ARROW/KURZ: Public investment, ..., S. 69.
2) Vgl. zur Herleitung der quadratischen Gleichung den Anhang zu H.3. auf S. 283 ff.

sich transformieren in eine Darstellung des Zusammenhanges zwischen der Kontrollvariablen Ausschüttung in Effizienzeinheiten Arbeit und der Zustandsvariablen Kapitalstock in Effizienzeinheiten Arbeit. Auf dem optimalen Pfad gilt nach Gleichung (63): $U'(\tilde{D}(t)) = p(t)$. Differenzieren wir diese Bedingung für die optimale Aufteilung des Nettogewinnes in Ausschüttung $\tilde{D}$ und Zunahme des Kapitals in Arbeitseffizienzeinheiten in der Zeit $\dot{k}_E$ nach t, so gilt:

$$(108) \qquad \frac{\delta U'(\tilde{D})}{\delta t} = \frac{\delta p}{\delta t}$$

oder

$$(108') \qquad \frac{\delta U'(\tilde{D})}{\delta \tilde{D}} \frac{\delta \tilde{D}}{\delta t} = \dot{p}$$

Dividieren wir (108') durch p, wobei wir hierfür auf der linken Seite der Gleichung gemäß Gleichung (63) $U'(\tilde{D})$ einsetzen, so erhalten wir:

$$(109) \qquad \frac{U''(\tilde{D})\dot{\tilde{D}}}{U'(\tilde{D})} = \frac{\dot{p}}{p}$$

Die Elastizität des Grenznutzens der Ausschüttung $\sigma(\tilde{D})$, welche die prozentuale Veränderung des Grenznutzens der Ausschüttung (für Konsumzwecke) bei prozentualer Veränderung der Ausschüttung angibt, sei definiert als:

$$(110) \qquad \sigma(\tilde{D}) := - \frac{\tilde{D}U''(\tilde{D})}{U'(\tilde{D})}$$

Da $U''(\tilde{D}) < 0$ gemäß Gleichung (2), folgt, daß $\sigma(\tilde{D})$ in Gleichung (110) größer null ist. Setzen wir (110) in Gleichung (109) ein:

$$(111) \qquad -\sigma \frac{\dot{\tilde{D}}}{\tilde{D}} = \frac{\dot{p}}{p}$$

und lösen dann Gleichung (111) nach der Wachstumsrate der Ausschüttung $\frac{\dot{\tilde{D}}}{\tilde{D}}$ auf, wobei wir für die Wachstumsrate des Schattenpreises, $\frac{\dot{p}}{p}$, Gleichung (74) einsetzen, so erhalten wir:

(112)

$$\frac{\dot{\tilde{D}}}{\tilde{D}} = \frac{1}{\sigma}\left[f'(k_E)\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(O)f(k_E))^{\varepsilon}} - ul\right)(1-a) - \delta(1-am) - \rho - \sigma\tau\right]$$

Die Differentialgleichung des Kapitalstocks in Arbeitseffizienzeinheiten k_E in Gleichung (73) und die Differentialgleichung der Ausschüttung in Arbeitseffizienzeinheiten $\tilde{D}$ in Gleichung (112)[1] formulieren wir für unsere weiteren Betrachtungen[2] als zwei Gleichungen $\emptyset_1$ und $\emptyset_2$, die vom Kapitalstock k_E und der Ausschüttung $\tilde{D}$, dies gilt für Gleichung (73) bzw. vom Kapitalstock k_E alleine, dies ist in Gleichung (112) der Fall, abhängig sind:

$$(113) \qquad \emptyset_1(k_E, \tilde{D}) = f(k_E)\left(\frac{1}{(L(O)f(k_E))^{\varepsilon}} - ul\right)(1-a) -$$

$$- w(O)(1-a) - \delta k_E(1-am) - \tau k_E - \tilde{D}$$

bzw.

1) Gegenüber der bisherigen Analyse haben wir also lediglich die Wachstumsratengleichung des Schattenpreises p mit Hilfe der Gleichung (63) (und der Gleichung (110)) in die Wachstumsratengleichung der Ausschüttung $\tilde{D}$ transformiert.
2) Wir gehen dabei analog zu S. 32 ff. vor.

$$(114)^{1)} \quad \emptyset_2(k_E) = \frac{1}{\sigma}\left[f'(k_E)\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(O)f(k_E))^{\varepsilon}} - ul\right)(1-a) - \delta(1-am) - \rho - \sigma\tau\right]$$

2. Der Verlauf der $\emptyset_1(k_E, \tilde{D}) = O$-Kurve

Wir betrachten alle $(k_E, \tilde{D})$-Kombinationen, die $\dot{k}_E = O$ ergeben, d.h. für die $\emptyset_1(k_E, \tilde{D}) = O$ ist, wobei wir zunächst die Steigung der $\emptyset_1 = O$-Kurve untersuchen wollen. Mit:

$$(115) \quad \frac{\delta\emptyset_1}{\delta k_E} = f'(k_E)\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(O)f(k_E))^{\varepsilon}} - ul\right)(1-a) - \delta(1-am) - \tau$$

und

$$(116) \quad \frac{\delta\emptyset_1}{\delta\tilde{D}} = -1$$

gilt nach der Differentiationsregel für implizite Funktionen:

$$(117) \quad \left.\frac{d\tilde{D}}{dk_E}\right|_{\emptyset_1=O} = -\frac{\frac{\delta\emptyset_1}{\delta k_E}}{\frac{\delta\emptyset_1}{\delta\tilde{D}}} = f'(k_E)\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(O)f(k_E))^{\varepsilon}} - ul\right)(1-a) - \delta(1-am) - \tau$$

Die Ausschüttung $\tilde{D}$ ist, wie aus Gleichung (117) zu ersehen ist, dann maximal, wenn $k_E = \tilde{k}_E$ ist, d.h.:[2)]

1) Bei der weiteren Analyse wird überwiegend diese Formulierungsmöglichkeit herangezogen (und nicht die alternativ mögliche auf S. 32 ff.).
2) Vgl. Gleichung (80), S. 33.

$$(118) \quad k_E := \tilde{k}_E \text{ , wenn } f'(\tilde{k}_E)\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(0)f(\tilde{k}_E))^{\varepsilon}} - ul\right)(1-a) =$$

$$= \delta(1 - am) + \tau$$

Nach den Annahmen über die Erlös-, Produktions- und Vorleistungsfunktion[1] gilt, daß das Nettowertgrenzprodukt abzüglich der Nettogrenzkosten der Vorleistungen mit steigendem Kapitalstock in Arbeitseffizienzeinheiten k_E abnimmt. Das bedeutet, daß die Erhöhung der bei dem jeweiligen k_E maximal möglichen Ausschüttung in Arbeitseffizienzeinheiten bei Erhöhung des Kapitalstocks in Arbeitseffizienzeinheiten k_E^1, wobei k_E^1 nur schwach größer k_E^{krit}, sehr groß ist, geht k_E^1 gegen $\tilde{k}_E$, nimmt die Zunahme der bei dem jeweiligen k_E maximal möglichen Ausschüttung $\tilde{D}$ bei Erhöhung des Kapitalstocks k_E laufend ab, und bei $\tilde{k}_E$ ist der Zuwachs gleich null. Kapitalstöcke, für die $k_E > \tilde{k}_E$, führen bei Erhöhung zu einer absoluten Abnahme der bei dem jeweiligen k_E maximal möglichen Ausschüttung $\tilde{D}$, da bei konstanten Nettogrenzkosten des Kapitals $\delta(1 - am)$ und konstantem τ das Nettowertgrenzprodukt abzüglich der Nettogrenzkosten der Vorleistungen immer kleiner wird.[2] D.h. es gilt:

$$(119) \quad \left.\frac{d\tilde{D}}{dk_E}\right|_{\emptyset_1=0} \begin{Bmatrix} > \\ = \\ < \end{Bmatrix} 0 \text{ , wenn } k_E \begin{Bmatrix} < \\ = \\ > \end{Bmatrix} \tilde{k}_E$$

Schließlich gibt es einen Kapitalstock $k_E = k_E^{krit}$ bzw. $k_E = k_E^{max}$,[3] für den $\tilde{D} = 0$ ist, weil:

$$(120) \quad f(k_E^{krit})\left(\frac{1}{(L(0)f(k_E^{krit}))^{\varepsilon}}\right)(1-a) = w(0)(1-a) +$$

$$+ \delta k_E^{krit}(1 - am) + \tau k_E^{krit} + ulf(k_E^{krit})(1 - a)$$

1) und $0 < a < 1$ und konstant; vgl. S. 17 Fußnote 2 und S. 31.
2) Vgl. die Gleichungen (4), (5) bzw. (16), (17) auf S. 11 und 12 f. bzw. die Gleichungen (19) und (20) auf S. 13.
3) Vgl. Gleichung (84) und Gleichung (87).

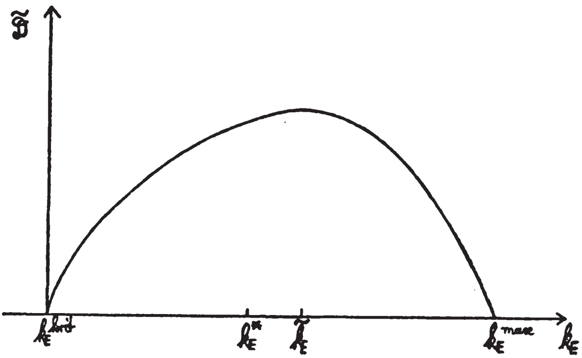
bzw.

$$(121) \quad f(k_E^{max})\left(\frac{1}{(L(0)\,f(k_E^{max}))^{\varepsilon}}\right)(1 - a) = w(0)\,(1 - a) + $$

$$+ \delta k_E^{max}(1 - am) + \tau k_E^{max} + ulf(k_E^{max})\,(1 - a)$$

D.h. der Nettoerlös ist gleich den Nettokosten, wobei sich die Nettokosten aus den Nettokosten des Arbeitseinsatzes zuzüglich den Nettokosten, verursacht durch Kapitalverschleiß, den Kosten, die durch Nettoinvestitionen in Arbeitseffizienzeinheiten entstehen und die notwendig sind,[1] um das in Arbeitseffizienzeinheiten gemessene Kapital konstant zu halten (in Höhe von k_E^{krit} bzw. k_E^{max}) sowie den Nettovorleistungskosten zusammensetzen. Mit Hilfe der Gleichungen (117) - (121) läßt sich die $\emptyset_1$ = 0-Kurve im $\tilde{D}$, k_E-Diagramm folgendermaßen darstellen:

Abb. 5:



1) bedingt durch das Wachstum des arbeitsvermehrenden technischen Fortschritts mit der Rate τ.

3. Der Verlauf der $\emptyset_2(k_E) = 0$-Kurve

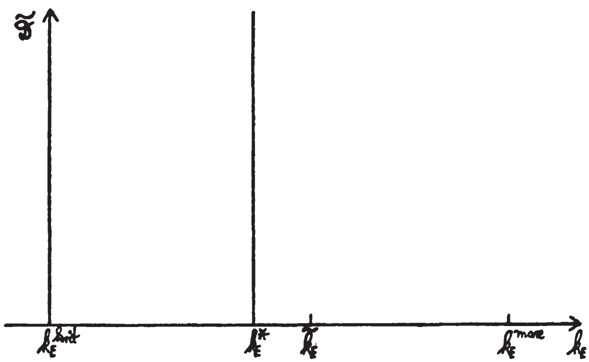
Die $\emptyset_2$-Kurve ist nur dann bei $\sigma \neq 0$ gleich null, wenn der Klammerausdruck in Gleichung (114) null ist. Es muß also gelten, wenn man den Kapitalstock k_E, für den dies erfüllt ist, mit $k_E = k_E^*$[1] definiert:[2]

$$(122) \qquad k_E := k_E^* \,, \quad \text{wenn } f'(k_E^*)\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(0)f(k_E^*))^{\varepsilon}} - ul\right)(1-a) =$$

$$= \delta(1 - am) + \rho + \sigma\tau$$

Da die rechte Seite von Gleichung (122) unabhängig von $\tilde{\mathfrak{D}}$ ist, ist die $\emptyset_2(k_E)$-Kurve im $\tilde{\mathfrak{D}}$, k_E-Diagramm mit $\tilde{\mathfrak{D}}$ auf der Ordinate und k_E auf der Abszisse eine vertikale Linie, die in k_E^* auf die Abszisse stößt.

Abb. 6:



1) Vgl. Gleichung (90) auf S. 37.
2) Voraussetzung für die Existenz eines positiven Kapitalstocks sind wieder die Bedingungen für die Grenzwerte des Grenzproduktes des Kapitals $f'(k_E)$, vgl. S. 37.

4. Der optimale Pfad im $\tilde{D}$, k_E-Diagramm

Nach Gleichung (113) gilt:

$$(123) \qquad \dot{k}_E \begin{Bmatrix} \geq \\ = \\ < \end{Bmatrix} 0 \ , \quad \text{wenn} \quad \tilde{D} \begin{Bmatrix} \leq \\ = \\ > \end{Bmatrix} f(k_E)\left(\frac{1}{(L(0)f(k_E))^{\varepsilon}} - ul\right)(1 - a) -$$

$$- w(0)(1 - a) - \delta k_E(1 - am) - \tau k_E$$

und nach Gleichung (112) bzw. (114) gilt für $\tilde{D} \neq 0$:

$$(124) \qquad \dot{\tilde{D}} \begin{Bmatrix} \geq \\ = \\ < \end{Bmatrix} 0 \ , \quad \text{wenn} \quad f'(k_E)\left(\frac{1 - \varepsilon}{(L(0)f(k_E))^{\varepsilon}} - ul\right) \cdot$$

$$\cdot (1 - a) \begin{Bmatrix} \geq \\ = \\ < \end{Bmatrix} \delta(1 - am) + \rho + \sigma\tau$$

oder mit Hilfe von Gleichung (122):

$$(124') \qquad \dot{\tilde{D}} \begin{Bmatrix} \geq \\ = \\ < \end{Bmatrix} 0 \ , \quad \text{wenn} \quad k_E \begin{Bmatrix} \leq \\ = \\ > \end{Bmatrix} k_E^*$$

Wenn $\rho + \sigma\tau > \tau$, so gilt $k_E^* < \tilde{k}_E$. Dies folgt aus den Gleichungen (118) und (122) und den Annahmen über die Produktionsfunktion.[1] Wir wollen annehmen, daß dies zutrifft.[2] Kennzeichnen wir wieder die Bewegung der Differentialgleichungen mit Vektoren und bezeichnen die Quadranten mit I-IV, wobei die Ziffern übereinstimmend mit den Ziffern im p, k_E-Diagramm[3] gewählt sind, d.h. da $\dot{\tilde{D}}$ dann größer null ist, wenn $\dot{p} < 0$ und $\dot{\tilde{D}} < 0$, wenn $\dot{p} > 0$,[4] gilt folgende Korrespondenz zwischen beiden Diagrammen:

---

1) Vgl. die Gleichungen (4), (5) bzw. (16), (17) auf S. 11 bzw. 12 f.

2) Die Erklärung für die Annahme dieser Bedingung bzw. die Auswirkungen, die eine Nichterfüllung dieser Bedingung haben, werden auf S. 70 ff. dargestellt.

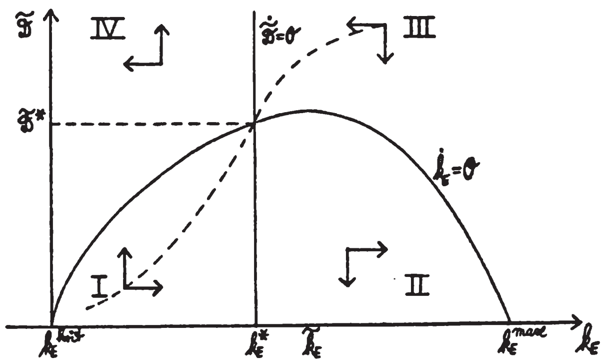
3) Vgl. Abb. 3 auf S. 40.

4) Dies folgt aus Gleichung (108'), da $\dot{\tilde{D}} = \dot{p}\,\frac{1}{U''(\tilde{D})}$ mit $U''(\tilde{D}) < 0$, ist $\dot{\tilde{D}} > 0$, wenn $\dot{p} < 0$ und $\dot{\tilde{D}} < 0$, wenn $\dot{p} > 0$.

	(p, k_E)-Diagramm	$(\tilde{D}, k_E)$-Diagramm
Quadrant I :	$\dot{p} < 0$, $\dot{k}_E > 0$	$\dot{\tilde{D}} > 0$, $\dot{k}_E > 0$
Quadrant II :	$\dot{p} > 0$, $\dot{k}_E > 0$	$\dot{\tilde{D}} < 0$, $\dot{k}_E > 0$
Quadrant III:	$\dot{p} > 0$, $\dot{k}_E < 0$	$\dot{\tilde{D}} < 0$, $\dot{k}_E < 0$
Quadrant IV :	$\dot{p} < 0$, $\dot{k}_E < 0$	$\dot{\tilde{D}} > 0$, $\dot{k}_E < 0$

Die gleich bezifferten Quadranten haben also gleiche Aussagen, nur ist jeweils eine Gleichung der beiden Differentialgleichungspaare in verschiedene termini gefaßt: im (p, k_E)-Diagramm ist dies die in termini des Schattenpreises p des Kapitals (k_E) und im $(\tilde{D}, k_E)$-Diagramm die in termini der Ausschüttung $\tilde{D}$ gefaßte Differentialgleichung.[1)]

Abb. 7:



Durch die Einzeichnung der Vektoren[2)] ist auch hier im $(\tilde{D}, k_E)$-Diagramm offensichtlich, daß nicht von allen $(\tilde{D}, k_E)$-Kombinationen aus das steady-state-Gleichgewicht $(\tilde{D}^*, k_E^*)$, mit $\dot{\tilde{D}} = \dot{k}_E = 0$, erreicht wird. Betrachten wir unter diesem Aspekt kurz die vier Quadranten.

1) Vgl. die Gleichungen (73) und (74), S. 32 und die Gleichungen (113) und (114) auf S. 52 f.
2) Vgl. Abb. 7.

Für eine $(\dot{\tilde{D}}, \dot{k}_E)$-Kombination im <u>Quadranten II</u> im Zeitpunkt 0 gilt $\dot{\tilde{D}} < 0$, $\dot{k}_E > 0$. Weil $k_E(0) > k_E^*$, gilt $k_E(t) \geq k_E(0) > k_E^*$ für $\forall$ t.[1] Somit gilt Gleichung (93) auf S. 42, d.h. das Nettowertgrenzprodukt einer Kapitaleinheit k_E abzüglich der Nettogrenzkosten der Vorleistungen ist für alle t kleiner oder gleich dem Nettowertgrenzprodukt des Kapitals abzüglich der Nettogrenzkosten der Vorleistungen im Zeitpunkt 0 und kleiner als das Nettowertgrenzprodukt des Kapitals abzüglich der Nettogrenzkosten der Vorleistungen des steady-state Kapitalstocks k_E^*, welches gleich den Nettogrenzkosten des Kapitals infolge des Verschleißes, der Minderschätzung der zukünftig erhöhten Ausschüttung $(\sigma\tau)$ und den "Zinskosten" des Kapitals (ρ) ist.[2] Nach Gleichung (114) folgt daraus:

$$(125)\qquad \frac{\dot{\tilde{D}}}{\tilde{D}}(t) = \frac{1}{\sigma}\left[f'(k_E(t))\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(0)f(k_E(t)))^{\varepsilon}} - ul\right)(1-a) - \delta(1-am) - \rho - \sigma\tau\right] \leq r$$

mit

$$(126)\qquad r = \frac{1}{\sigma}\left[f'(k_E(0))\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(0)f(k_E(0)))^{\varepsilon}} - ul\right)(1-a) - \delta(1-am) - \rho - \sigma\tau\right] < 0$$

Aus Gleichung (125) erhalten wir durch Integration:

$$(127)\qquad \tilde{D}(t) \leq \tilde{D}(0)e^{rt}$$

Mit Gleichung (127) gilt sicherlich:

$$(128)\qquad \tilde{D}(t) < \tilde{D}^* \qquad \forall\ t$$

---

1) Vgl. die Gleichungen (25), (4), (5) bzw. (16) und (17), (19) und (20) sowie Fußnote 2 auf S. 31 und S. 42 ff.
2) Vgl. Fußnote 2 auf S. 22.

D.h. die Ausschüttung $\tilde{D}(t)$ ist in diesem Quadranten II zu allen Zeitpunkten kleiner (und nimmt ständig ab) als die Ausschüttung im dynamischen Gleichgewicht $\tilde{D}^*$. Eine Desinvestition ist also so lange notwendig und lohnend, bis $k_E = k_E^*$ und somit die Ausschüttung $\tilde{D}$ nach Gleichung (113) in folgender Höhe entsteht:

$$(129) \qquad \tilde{D}^* = f(k_E^*)\left(\frac{1}{(L(0)f(k_E^*))^{\varepsilon}} - ul\right)(1 - a) - \\ - w(0)(1 - a) - \delta k_E^*(1 - am) - \tau k_E^*$$

Gehen wir von einer $(\tilde{D}, k_E)$-Kombination im Zeitpunkt 0 im <u>Quadranten IV</u> aus, dann gilt $\dot{\tilde{D}} > 0$, $\dot{k}_E < 0$. Da $k_E(0) < k_E^*$, gilt $k_E(t) \leq k_E(0) < k_E^*$ für $\forall$ t. Somit gilt Gleichung (99) auf S. 44, d.h. das Nettowertgrenzprodukt einer Einheit Kapital k_E abzüglich der Grenzkosten der Vorleistungen in t, ist größer oder gleich dem Nettowertgrenzprodukt des Kapitals abzüglich der Grenzkosten der Vorleistungen im Zeitpunkt 0 und größer als das Nettowertgrenzprodukt des Kapitals abzüglich der Nettogrenzkosten der Vorleistungen des steady-state Kapitalstocks k_E^*.

Nach Gleichung (114) folgt daraus:

$$(130) \qquad \frac{\dot{\tilde{D}}}{\tilde{D}}(t) = \frac{1}{\sigma}\left[f'(k_E(t))\left(\frac{1 - \varepsilon}{(L(0)f(k_E(t)))^{\varepsilon}} - ul\right)(1 - a) - \\ - \delta(1 - am) - \rho - \sigma\tau\right] \geq r$$

wobei

$$(131) \qquad r = \frac{1}{\sigma}\left[f'(k_E(0))\left(\frac{1 - \varepsilon}{(L(0)f(k_E(0)))^{\varepsilon}} - ul\right)(1 - a) - \\ - \delta(1 - am) - \rho - \sigma\tau\right] > 0$$

Integrieren wir Gleichung (130), so erhalten wir:

$$(132) \qquad \tilde{D}(t) \geq \tilde{D}(0)e^{rt}$$

Da $r > 0$ ist, geht $\tilde{D}(t)$ gegen plus unendlich. Daraus folgt, daß $\dot{k}_E < 0$ wird, d.h. $k_E(t)$ wird ständig kleiner und strebt gegen null.

Haben wir eine $(\tilde{D}, k_E)$-Kombination im Zeitpunkt null im Quadranten I, so ist $\dot{\tilde{D}} \geq 0$, $\dot{k}_E > 0$. Wenn wir unterstellen, daß der Pfad weder die $\dot{\tilde{D}} = 0$-Kurve kreuzt und im Quadranten II sich immer weiter vom steady-state-Gleichgewicht entfernt, noch die $\dot{k}_E = 0$-Kurve kreuzt und im Quadranten IV dasselbe Schicksal erleidet, muß er im Quadranten I gegen $\tilde{D}^*$ und k_E^* konvergieren. Für den optimalen Pfad kann man auch hier wiederum zeigen, daß es für jeden Wert $k_E(0) > k_E^{krit}$ genau einen $\tilde{D}(0)$-Wert gibt, entweder im Quadranten I, bei $k_E(0) < k_E^*$, oder im Quadranten III, bei $k_E(0) > k_E^*$, so daß, von $(k_E(0), \tilde{D}(0))$ ausgehend, das Differentialgleichungssystem zum Gleichgewicht $(k_E^*, \tilde{D}^*)$ konvergiert. Mit den Gleichungen (113) und (114) kann man schreiben:

$$(133) \qquad \frac{\dot{\tilde{D}}}{\tilde{D}} \frac{1}{\dot{k}_E} = \frac{1}{\tilde{D}} \frac{d\tilde{D}}{dk_E} =$$

$$= \frac{\frac{1}{\sigma}\left[f'(k_E)\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(0)f(k_E))^{\varepsilon}} - ul\right)(1-a) - \delta(1-am) - \rho - \sigma\tau\right]}{f(k_E)\left(\frac{1}{(L(0)f(k_E))^{\varepsilon}} - ul\right)(1-a) - w(0)(1-a) - \delta k_E(1-am) - \tau k_E - \tilde{D}}$$

Nehmen wir zwei Ausschüttungen $\tilde{D}^k(k_E)$ und $\tilde{D}^l(k_E)$, die Lösungen für Gleichung (133) seien. Wenn der Anfangskapitalstock k_E^o vorgegeben ist, gilt zu Beginn (in $t = 0$), $(\tilde{D}^k, k_E^o)$ und $(\tilde{D}^l, k_E^o)$. Unterstellen wir $\tilde{D}^k(k_E) > \tilde{D}^l(k_E)$, so gilt für Gleichung (133):

$$(134) \qquad \frac{d\ln\left(\frac{\tilde{D}^k}{\tilde{D}^l}\right)}{dk_E} > 0$$

Gleichung (134) ist gleichbedeutend mit:[1]

$$(134') \qquad \frac{1}{\tilde{D}^k}\frac{d\tilde{D}^k}{dk_E} - \frac{1}{\tilde{D}^l}\frac{d\tilde{D}^l}{dk_E} > 0$$

oder

$$(134'') \qquad \frac{d\ln\tilde{D}^k}{dk_E} > \frac{d\ln\tilde{D}^l}{dk_E}$$

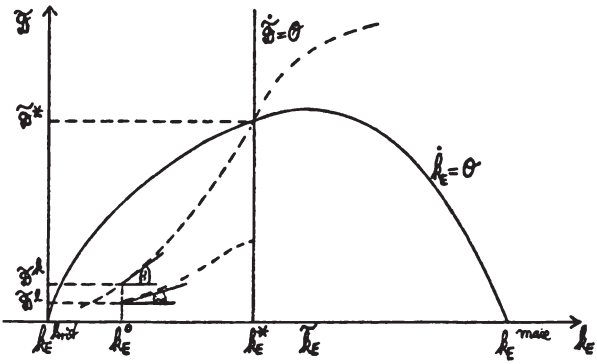
Aus den Gleichungen (134) wird ersichtlich, daß es bei $\tilde{D}^k > \tilde{D}^l$ keinen größeren k_E-Wert gibt, für den $\tilde{D}^k \leq \tilde{D}^l$, denn der von $(\tilde{D}^k(k_E^o), k_E^o)$ ausgehende Pfad hat bei jedem Wert $k_E^{krit} \leq k_E \leq k_E{}^*$ die größere Steigung als der von $(\tilde{D}^l(k_E^o), k_E^o)$ ausgehende Pfad.[2] Hieraus folgt, daß bei $k_E \rightarrow k_E{}^*$ nicht $\tilde{D}^l \rightarrow \tilde{D}^k$. Vielmehr gilt, daß für gegebenen Kapitalstock k_E^o nur ein Anfangswert $\tilde{D}^o$ der Ausschüttung möglich ist, so daß ein Pfad, der von $(k_E^o, \tilde{D}^o)$ ausgeht, das dynamische Gleichgewicht $(k_E{}^*, \tilde{D}^*)$ erreicht.

---

1) Vgl. S. 47 f.

2) Dies folgt auch unmittelbar aus der nach $\frac{d\tilde{D}}{dk_E}$ aufgelösten Gleichung (133).

Abb. 8:



Für den Quadranten III im $\tilde{D}$, k_E-Diagramm gilt das Analoge wie für den Quadranten III im p, k_E-Diagramm.

Die optimale Politik besteht jetzt in der Auffindung der Lösung von $\tilde{D}(k_E)$, der Differentialgleichung der Ausschüttung in Arbeitseffizienzeinheiten in Abhängigkeit vom Kapitaleinsatz in Arbeitseffizienzeinheiten k_E:

$$(135) \quad \frac{d\tilde{D}}{dk_E} = \tilde{D}'(k_E) =$$

$$= \frac{\tilde{D}\,\frac{1}{\sigma}\left[f'(k_E)\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(0)\,f(k_E))^{\varepsilon}} - ul\right)(1-a) - \delta(1-am) - \rho - \sigma\tau\right]}{f(k_E)\left(\frac{1}{(L(0)\,f(k_E))^{\varepsilon}} - ul\right)(1-a) - w(0)(1-a) - \delta k_E(1-am) - \tau k_E - \tilde{D}}$$

für die $\tilde{D}(k_E{}^*) = \tilde{D}^*$ ist, die somit durch das steady-state-Gleichgewicht $(k_E{}^*, \tilde{D}^*)$ geht und für die $\tilde{D}'(k_E{}^*) > 0$ ist.

5. Betrachtung des steady-state-Gleichgewichtes (Sattelpunktnachweis)

Untersuchen wir das steady-state-Gleichgewicht des $(\tilde{D}, k_E)$-Systems.[1] Das Gleichgewicht $(\tilde{D}^*, k_E^*)$ ist ein Sattelpunkt des dynamischen Systems, bestehend aus den beiden Bewegungsgleichungen

$$\dot{k}_E = \phi_1(k_E, \tilde{D})$$

(136)[2] und

$$\dot{\tilde{D}} = \tilde{D} \cdot \phi_2(k_E)$$

wenn bei einer linearen Expansion um $(k_E^*, \tilde{D}^*)$:

$$\dot{k}_E \cong \frac{\delta\phi_1}{\delta k_E}(k_E^*, \tilde{D}^*)\,[k_E - k_E^*] + \frac{\delta\phi_1}{\delta\tilde{D}}(k_E^*, \tilde{D}^*)\,[\tilde{D} - \tilde{D}^*]$$

(137) und

$$\dot{\tilde{D}} \cong \tilde{D}^* \frac{\delta\phi_2}{\delta k_E}(k_E^*, \tilde{D}^*)\,[k_E - k_E^*] + \phi_2(k_E^*, \tilde{D}^*)\,[\tilde{D} - \tilde{D}^*]$$

die charakteristischen Wurzeln der Matrix:

$$(138) \qquad A = \begin{vmatrix} \frac{\delta\phi_1}{\delta k_E}(k_E^*, \tilde{D}^*) & \frac{\delta\phi_1}{\delta\tilde{D}}(k_E^*, \tilde{D}^*) \\ \tilde{D}^* \frac{\delta\phi_2}{\delta k_E}(k_E^*, \tilde{D}^*) & \phi_2(k_E^*, \tilde{D}^*) \end{vmatrix}$$

reelle Zahlen sind und entgegengesetztes Vorzeichen tragen.[3]

---

1) Vgl. hierzu die Untersuchung des steady-state-Gleichgewichtes des (p, k_E)-Systems im Anhang zu H.3. auf S. 283 ff.
2) Vgl. die Gleichungen (113) und (114) auf S. 52 f.
3) Vgl. INTRILIGATOR, M.D.: Mathematical optimization ..., a.a.O., S. 473.

Setzen wir die Gleichungen (114)-(116) entsprechend in die Gleichung (137) ein, wobei wir $\frac{\delta \emptyset_2}{\delta k_E}$ aus (114) ableiten, so ergibt sich:

(139)

$$\begin{bmatrix} \dot{k}_E \\ \dot{\tilde{D}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f'(k_E^*)\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(O)f(k_E^*))^{\varepsilon}} - ul\right)(1-a) - \delta(1-am) - \tau & -1 \\ \tilde{D}^* \frac{1}{\sigma}\left[f''(k_E^*)\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(O)f(k_E^*))^{\varepsilon}} - ul\right)(1-a) - \varepsilon f'(k_E^*)\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(O)f(k_E^*))^{\varepsilon}}\frac{f'(k_E^*)}{f(k_E^*)}\right)(1-a)\right] & a_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} k_E - k_E^* \\ \tilde{D} - \tilde{D}^* \end{bmatrix}$$

mit:

$$a_{22} = \frac{1}{\sigma}\left[f'(k_E^*)\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(O)f(k_E^*))^{\varepsilon}} - ul\right)(1-a) - \delta(1-am) - \rho - \sigma\tau\right]$$

Die charakteristische Gleichung lautet:

(140) $|A - \lambda I| = 0$[1]

Setzen wir für A aus Gleichung (139) in Gleichung (140) ein, wobei wir berücksichtigen, daß für $k_E = k_E^*$ nach Gleichung (122) das Nettowertgrenzprodukt des Kapitals in Arbeitseffizienzeinheiten gleich ist den Nettogrenzkosten, so gilt:

1) Mit I bezeichnen wir die Einheitsmatrix.

(141)

$$\begin{bmatrix} \left[f'(k_E^*)\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(0)f(k_E^*))^{\varepsilon}} -ul\right)(1-a)-\delta(1-am)-\tau\right]-\lambda & -1 \\ \tilde{D}^*\frac{1}{\sigma}\left[f''(k_E^*)\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(0)f(k_E^*))^{\varepsilon}} -ul\right)(1-a)- \right. & \\ \left. -\varepsilon f'(k_E^*)\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(0)f(k_E^*))^{\varepsilon}}\frac{f'(k_E^*)}{f(k_E^*)}\right)(1-a)\right] & -\lambda \end{bmatrix} = 0$$

Da A eine 2x2 Matrix ist, ist die charakteristische Gleichung ein Polynom 2. Grades in λ:

$$(142) \qquad \lambda^2-\lambda\left[f'(k_E^*)\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(0)f(k_E^*))^{\varepsilon}} -ul\right)(1-a)-\delta(1-am)-\tau\right]+$$

$$+\frac{\tilde{D}^*}{\sigma}\left[f''(k_E^*)\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(0)f(k_E^*))^{\varepsilon}} -ul\right)(1-a)-\varepsilon f'(k_E^*)\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(0)f(k_E^*))^{\varepsilon}}\cdot\right.\right.$$

$$\left.\left.\cdot\frac{f'(k_E^*)}{f(k_E^*)}\right)(1-a)\right] = 0$$

Unter Verwendung von Gleichung (122) für den Klammerausdruck bei λ können wir (142) auch schreiben:

$$(143) \qquad \lambda^2-\lambda\left[\rho+\tau(\sigma-1)\right]+$$

$$+\frac{\tilde{D}^*}{\sigma}\left[f''(k_E^*)\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(0)f(k_E^*))^{\varepsilon}} -ul\right)(1-a)-\varepsilon f'(k_E^*)\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(0)f(k_E^*))^{\varepsilon}}\cdot\right.\right.$$

$$\left.\left.\frac{f'(k_E^*)}{f(k_E^*)}\right)(1-a)\right] = 0$$

d.h. es gilt:

$$(144) \qquad \lambda_{1,\,2} = \frac{1}{2}\Bigg[(\rho+\tau(\sigma-1)) \pm \sqrt{\underbrace{(\rho+\tau(\sigma-1))^2}_{a} - 4\,\frac{\tilde{D}^*}{\sigma}\underbrace{\left[f''(k_E^*)\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(O)f(k_E^*))^{\varepsilon}} - ul\right)(1-a) - \varepsilon f'(k_E^*)\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(O)f(k_E^*))^{\varepsilon}}\,\frac{f'(k_E^*)}{f(k_E^*)}\right)(1-a)\right]}_{b}}\;\Bigg]$$

Da:

(a) > O, gemäß Gleichung (92)

und

(b) < O, gemäß Gleichung (17)

ist

(145) $\lambda_1 > O$

und

(145') $\lambda_2 < O$

Wie aus Gleichung (135) ersichtlich ist, gilt für den optimalen Pfad, daß $\frac{d\tilde{D}}{dk_E} > O$ ist, d.h. im Gleichgewichtspunkt muß $\tilde{D}'(k_E)$ ebenfalls größer null sein, das bedeutet, daß die zum optimalen Pfad gehörige Lösung λ_1 ist.

6. Wachstumsrate des Kapitalstocks K_E, der Ausschüttung D und der Ausbringung F im steady-state[1]

Im steady-state in $t = t^*$, mit $t^* \varepsilon [0, T]$, gilt:

$$(146) \quad \dot{k}_E(t^*) = \dot{k}_E^* = 0$$

d.h. die Veränderung des Kapitalstocks in Arbeitseffizienzeinheiten in der Zeit ist null. Aus Gleichung (47) folgt damit:

$$(147) \quad 0 = e^{-\tau t^*} L^{-1}(0) \dot{K}_E(t^*) - \tau e^{-\tau t^*} L^{-1}(0) K_E(t^*)$$

oder

$$(147') \quad \frac{\dot{K}_E(t^*)}{K_E(t^*)} = \tau$$

Die Wachstumsrate des Kapitalstocks K_E ist im gleichgewichtigen Wachstum, in $\dot{k}_E^* = 0$, gleich der Wachstumsrate des technischen Fortschritts. Mit Gleichung (47) kann man auch zeigen, daß für einen Anfangskapitalstock in Arbeitseffizienzeinheiten $k_E(0)$,[2] der kleiner als der steady-state Kapitalstock in Arbeitseffizienzeinheiten k_E^* ist, der Kapitalstock K_E auf dem optimalen Pfad mit einer größeren Wachstumsrate als der des technischen Fortschritts, τ, wächst. Für $0 \leq t < t^*$ gilt ja, daß auf dem optimalen Pfad $\dot{k}_E(t) > 0$ ist.[3] Gehen wir von Gleichung (47) aus und formen sie derart um, daß wir einen Ausdruck für die Wachstumsrate des Kapitalstocks K_E erhalten, so gilt:

$$(148) \quad \frac{\dot{K}_E}{K_E}(t) = \frac{\dot{k}_E(t)}{k_E(t)} + \tau$$

1) d.h. an der Stelle $(\tilde{D}^*, k_E^*)$ bzw. (p^*, k_E^*).

2) Wobei stets unterstellt ist, daß $k_E(0) > k_E^{krit}$; vgl. hierzu S. 34 f.

3) Vgl. S. 57 ff.

Der Kapitalstock K_E wächst für $0 \leq t < t^*$ und $k_E^0 < k_E^*$ auf dem optimalen Pfad um $\frac{\dot{k}_E(t)}{k_E(t)}$ stärker als im steady-state-Gleichgewicht.

Für die Wachstumsrate der Ausschüttung D gilt im steady-state in $t = t^*$ mit $t^* \varepsilon [0, T]$:

$$(149) \quad \dot{\tilde{D}}(t^*) = \dot{\tilde{D}}(k_E^*) = 0$$

Mit Gleichung (49) folgt dann:

$$(150) \quad 0 = e^{-\tau t^*} L^{-1}(0) \dot{D}(t^*) - \tau e^{-\tau t^*} L^{-1}(0) D(t^*)$$

oder

$$(150') \quad \frac{\dot{D}(t^*)}{D(t^*)} = \tau$$

Die Wachstumsrate der Ausschüttung D ist im gleichgewichtigen Wachstum ebenfalls gleich der Wachstumsrate des technischen Fortschritts. Mit Gleichung (49) kann man nun zeigen, daß für einen Anfangskapitalstock in Arbeitseffizienzeinheiten $k_E(0)$, der kleiner als der steady-state Kapitalstock in Arbeitseffizienzeinheiten k_E^* ist, die Ausschüttung D auf dem optimalen Pfad mit einer größeren Rate als der technische Fortschritt wächst. Auf dem optimalen Pfad gilt für $0 \leq t < t^*$, daß $\dot{\tilde{D}}(t)$ größer null ist.[1] Formen wir von Gleichung (49) ausgehend so um, daß wir einen Ausdruck für die Wachstumsrate der Ausschüttung D erhalten, so gilt:

$$(151) \quad \frac{\dot{D}(t)}{D(t)} = \frac{\dot{\tilde{D}}}{\tilde{D}} + \tau$$

---

1) Vgl. S. 57 ff.

Die Ausschüttung D wächst für $0 \leq t < t^*$ und $k_E^0 < k_E^*$ auf dem optimalen Pfad um die Wachstumsrate der Ausschüttung in Arbeitseffizienzeinheiten, $\tilde{D}$, stärker als im steady-state-Gleichgewicht.

Mit Gleichung (27) folgt für die Wachstumsrate der mengenmäßigen Ausbringung aus Gleichung (13):

$$(152) \qquad \frac{\dot{F}}{F}(t) = \tau + \frac{f'(k_E(t))}{f(k_E(t))} \dot{k}_E(t)$$

D.h. für $k_E(0) < k_E^*$ ist die Wachstumsrate der mengenmäßigen Ausbringung F auf dem optimalen Pfad um $\frac{f'(k_E(t))}{f(k_E(t))} \dot{k}_E(t)$ größer als im steady-state; für den mit $\dot{k}_E(t^*) = 0$ aus Gleichung (152) folgt, daß die Wachstumsrate der mengenmäßigen Ausbringung F gleich der Wachstumrate des technischen Fortschritts ist:

$$(153) \qquad \frac{\dot{F}}{F}(t) = \tau \qquad\qquad \text{für } t = t^*$$

J. Zur Existenz des optimalen Pfades

Betrachten wir die Bedingung[1]

$$\rho + \sigma\tau > \tau$$

etwas eingehender. Da wir unterstellt hatten, daß die Nutzenfunktion homogen vom Grade $1-\sigma$ in D sein soll,[2] gilt für die Beziehung der Nutzenfunktion mit dem Argument Ausschüttung D und der Nutzenfunktion mit dem Argument Ausschüttung in Arbeitseffizienzeinheiten $\tilde{D}$ unter Berücksichtigung von Gleichung (49):

1) Dies ist Gleichung (92) von S. 40.
2) Vgl. S. 25.

(154)[1] $U(D) = U(\tilde{D}e^{\tau t}L(O)) = (e^{\tau t}L(O))^{1-\sigma}U(\tilde{D})$

Somit läßt sich der mit dem Argument Ausschüttung D in der Nutzenfunktion formulierte Integrand des Zielfunktionals von Gleichung (1) mit dem Argument Ausschüttung in Arbeitseffizienzeinheiten $\tilde{D}$ in der Nutzenfunktion wie folgt formulieren:

(155) $$\int_0^T U(\tilde{D})\ (e^{\tau t}L(O))^{1-\sigma}e^{-\rho t}\ dt$$

oder

$$\int_0^T U(\tilde{D})e^{(\tau-\sigma\tau-\rho)t}dt$$ [2]

Aus der letzten Formulierung des Integranden des Zielfunktionals wird deutlich, daß dieses Nutzenintegral nur dann endlich wird,[3] wenn der zukünftige Nutzen genügend diskontiert wird, d.h. wenn:

(92) $\sigma\tau + \rho > \tau$

ist; dann nämlich wird später anfallender Nutzen mit ständig abnehmendem Gewicht bewertet. Ist diese Bedingung nicht erfüllt, weil das "<"-Zeichen gilt, so wird der später anfallende Nutzen mit einem ständig steigenden Gewicht versehen, mit der Folge, daß das Nutzenintegral nicht mehr endlich ist und sich keine optimale Politik mehr ableiten läßt. Bedingung (92) stellt also die Konvergenz des Nutzenintegrals sicher und garantiert somit die Existenz einer optimalen Politik.

Aus Gleichungen (92) und (61'') wird auch deutlich, daß die Elastizität des Grenznutzens σ ähnlich wie eine Zeitdiskontierung interpretiert werden kann. Die mit dem Wachstum des

---

1) Vgl. Fußnote 2 auf S. 28.
2) Vgl. Gleichung (61'') auf S. 28.
3) Der Grenzfall $T\to\infty$ soll mit in die Betrachtung eingeschlossen sein.

Unternehmens einhergehenden Ausschüttungserhöhungen werden bei fallendem Grenznutzen der Ausschüttungen (für Konsumzwecke) ständig geringer bewertet. Das oben Gesagte kann man im $\tilde{D}$, k_E-Diagramm auf einfache Weise verdeutlichen.[1] Ist Gleichung (92) erfüllt, so gilt mit den Gleichungen (118) und (122), wie in Abbildung 7 zu sehen ist, daß der steady-state Kapitalstock in Arbeitseffizienzeinheiten k_E^* kleiner als der Kapitalstock maximaler Ausschüttung $\tilde{k}_E$ ist,[2] also links von diesem liegt. Gilt aber:

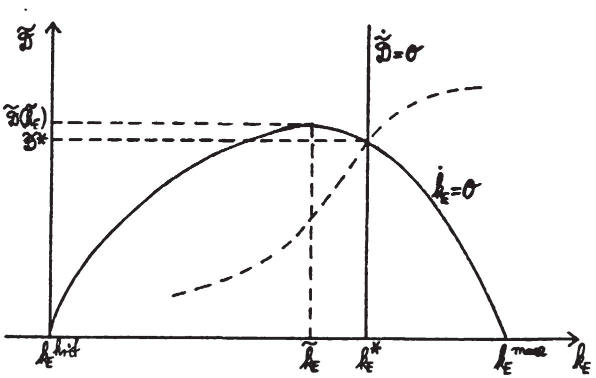
(156) $\sigma\tau + \rho < \tau$

dann folgt aus (118) und (122), daß

(157)[3] $k_E^* > \tilde{k}_E$

Somit hätte das $\tilde{D}$, k_E-Diagramm für $\rho + \sigma\tau < \tau$ folgendes Aussehen:

Abb. 9:



1) Vgl. MIRRLEES, J.A.: Optimum growth when technology is changing, in: Review of economic studies, vol. XXXIV (1967), S. 100 f.

2) Beide Größen werden in Arbeitseffizienzeinheiten gemessen; vgl. Fußnote 2 auf S. 33.

3) Vgl. die Gleichungen (16) und (17) und Fußnote 3 auf S. 41.

Der eingezeichnete "optimale Pfad" kann aber, wenn der steady-state Kapitalstock in Arbeitseffizienzeinheiten k_E^* größer als der Kapitalstock maximaler Ausschüttung $\tilde{k}_E$ ist, also k_E^* rechts von $\tilde{k}_E$ im Diagramm liegt, nicht optimal sein, denn wenn man bei $\tilde{k}_E$ den Kapitalstock in Arbeitseffizienzeinheiten nicht mehr erhöht, sondern den gesamten Nettogewinn ausschüttet, kann man eine Ausschüttung von $\tilde{D}(\tilde{k}_E)$ permanent erzielen, die größer ist als jede Ausschüttung $\tilde{D}$ auf dem "optimalen Pfad" einschließlich der in k_E^* erzielbaren. Es kann aber definitionsgemäß nicht sein, daß eine andere Ausschüttung $\tilde{D}$ ständig höher ist als die auf dem optimalen Pfad (sonst ist es kein optimaler Pfad), damit folgt, daß dieser "optimale Pfad" keiner ist, es existiert bei dieser Parameterkonstellation kein optimaler Pfad.

K. Hinreichende Bedingungen für die Optimalität einer Politik

Bedingungen (37) bzw. (63) waren notwendige Bedingungen für ein Maximum der Hamilton-Funktion. Die hinreichende Bedingung[1] für ein Maximum der Hamilton-Funktion fordert, daß diese konkav ist in der Kontrollvariablen $\tilde{D}$:

$$(158) \quad \frac{\delta^2 H}{\delta \tilde{D}^2} < 0$$

Da

$$(158') \quad \frac{\delta^2 H}{\delta \tilde{D}^2} = U''(\tilde{D}) < 0$$ [2]

ist die hinreichende Bedingung für ein Maximum der Hamilton-Funktion erfüllt. Die Bedingungen auf S. 21 für das in q, K_E, D formulierte Problem bzw. auf Seite 29 für das in p, k_E, $\tilde{D}$ formulierte Problem waren notwendige Bedingungen für einen optimalen Ausschüttungspfad. Sie sind jedoch auch hinreichend, wenn die in bezug auf die Kontrollvariable $\tilde{D}$

1) Nur die Formulierung in k_E, p, $\tilde{D}$ wird betrachtet.
2) Vgl. Gleichung (2) auf S. 10.

maximierte Hamilton-Funktion konkav ist in der Zustandsvariablen k_E für gegebenen Wert der Hilfsvariablen p und für gegebenes t.[1] Für die "current-value-Hamilton-Funktion" gilt:

$$(159)\qquad H(k_E,\ p,\ \tilde{D},\ t) = U(\tilde{D}) +$$

$$+\ p\left[f(k_E)\left(\frac{1}{(L(0)f(k_E))^{\varepsilon}} - ul\right)(1-a) - w(0)(1-a) - \delta k_E(1-am) - \tau k_E - \tilde{D}\right]$$

Definieren wir die in bezug auf $\tilde{D}$ maximierte "current-value-Hamilton-Funktion" mit

$$(160)\qquad H^*(k_E,\ p,\ t) = \max_{\tilde{D}} H(k_E,\ p,\ \tilde{D},\ t)$$

und setzen wir $\tilde{D}^*$ in Gleichung (159) ein, so erhalten wir:

$$(161)\qquad H^* = U(\tilde{D}^*(t)) + p\Bigg[f(k_E(t))\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(0)f(k_E(t)))^{\varepsilon}} - ul\right)(1-a) -$$

$$- w(0)(1-a) - \delta k_E(t)(1-am) - \tau k_E(t) - \tilde{D}^*(t)\Bigg]$$

Für gegebenen Wert des Schattenpreises p und gegebenes t gilt dann, wegen der Annahmen in den Gleichungen (4), (5) bzw. (16), (17) sowie Gleichung (22), daß H^* konkav in der Zustandsvariablen k_E ist:

$$(162)\qquad \frac{\delta H^*}{\delta k_E} = p\left[f'(k_E)\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(0)f(k_E))^{\varepsilon}} - ul\right)(1-a) - \delta - \tau\right] > 0$$

---

1) Vgl. ARROW, K.J.: Applications of control theory to economic growth, in: DANTZIG, G.B. und VINOTT, A.F. (Hrsg.): Mathematics of the decision sciences, part 2, S. 92, proposition 5 und ARROW/KURZ: Public investment ..., a.a.O., S. 45, proposition 6.

und

$$(163) \qquad \frac{\delta^2 H^*}{\delta k_E^{\,2}} = p\left[f''(k_E)\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(O)f(k_E))^{\varepsilon}} - ul\right)(1-a) - \right.$$

$$\left. -\varepsilon f'(k_E)\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(O)f(k_E))^{\varepsilon}}\,\frac{f'(k_E)}{f(k_E)}\right)(1-a)\right] < 0$$

KAPITEL II

DIE WIRKUNGEN VERSCHIEDENER MODELLSTEUERN AUF OPTIMALEN PFAD, STEADY-STATE AUSSCHÜTTUNG[1] UND STEADY-STATE KAPITALSTOCK, KRITISCHEN KAPITALSTOCK UND MAXIMALEN KAPITALSTOCK SOWIE AUF DEN KAPITALSTOCK MAXIMALER AUSSCHÜTTUNG

A. Erlössteuern[2]

1. Eine Erlössteuer ohne Abzugsfähigkeit des Erlössteueraufkommens von ihrer Bemessungsgrundlage

Nehmen wir an, es werde eine Erlössteuer erhoben, deren Bemessungsgrundlage alle Erlöse seien, wobei der Steuersatz unabhängig von der Bemessungsgrundlage sei. Die Steuerfunktion laute also:[3]

$$(30)^{E_1} \quad T_{E_1} = a_{E_1}(F^{1-\varepsilon}e^{\pi t})$$

Setzen wir die Steueraufkommensfunktion der Erlössteuer T_{E_1} in $(32)^{I}$ [4] anstelle von T_G ein und lösen nach $\dot{K}_E$ auf, so erhalten wir:

$$(34)^{E_1} \quad \dot{K}_E = F^{1-\varepsilon}e^{\pi t}(1-a_{E_1}) - wL - ulF - \delta K_E - D$$

1) Soweit keine Mißverständnisse möglich sind, lassen wir den (im folgenden i.d.R. immer gültigen) Zusatz "in Arbeitseffizienzeinheiten" weg.

2) Nach der Formulierung beider Erlössteuern (in A.1 und A.2) kann gezeigt werden, daß beide dieselbe Wirkung haben, wenn

$$\frac{a_{E_2}}{1+a_{E_2}} = a_{E_1} \quad \text{(vgl. A.3., S. 83 ff.}$$

3) Wobei für die Gleichungen in Kapitel II die Ziffern (modifiziert) der ihnen entsprechenden Gleichungen aus Kapitel I übernommen werden, um so einerseits auf die detaillierte (und hier nicht mehr vorgenommene) Herleitung dieser Gleichungen im Kapitel I rekurieren zu können sowie andererseits die Analogie hervorzuheben.

4) Das Superskript (I, II, ...) hinter Gleichungen kennzeichnet das Kapitel, in dem die Gleichung zum ersten Mal verwendet wurde (beispielsweise ist $(32)^{I}$ Gleichung (32) aus Kapitel I); ist kein Superskript angegeben, stammt die Gleichung aus dem jeweiligen Kapitel.

und damit gilt für die Bewegungsgleichung des Kapitals[1)]

$$(48)^{E_1} \quad \dot{k}_E = f(k_E)\left(\frac{(1-a_{E_1})}{(L(O)f(k_E))^{\varepsilon}} - ul\right) - w(O) - \delta k_E - \tau k_E - \tilde{D}$$

Die Regel für die optimale Allokation lautet:

$$(63)^{E_1} \quad U'(\tilde{D}) = p^{E_1}$$

und für die Bewegungsgleichung des Schattenpreises p^{E_1} des Kapitals bei Erhebung einer Erlössteuer gemäß Gleichung $(30)^{E_1}$ folgt:

$$(65)^{E_1} \quad \dot{p}^{E_1} = -p^{E_1}\left[f'(k_E)\left(\frac{(1-\varepsilon)(1-a_{E_1})}{(L(O)f(k_E))^{\varepsilon}} - ul\right) - \delta - \rho - \sigma\tau\right]$$

Ausgehend von Gleichung $(63)^{E_1}$ läßt sich dann mit Hilfe der Gleichungen $(108)^I$ - $(111)^I$ und Gleichung $(65)^{E_1}$ für die Wachstumsratengleichung der Ausschüttung bei Besteuerung mit einer Erlössteuer gemäß Gleichung $(30)^{E_1}$ schreiben:

$$(112)^{E_1} \quad \left(\frac{\dot{\tilde{D}}}{\tilde{D}}\right)^{E_1} = \frac{1}{\sigma}\left[f'(k_E)\left(\frac{(1-\varepsilon)(1-a_{E_1})}{(L(O)f(k_E))^{\varepsilon}} - ul\right) - \delta - \rho - \sigma\tau\right]$$

Formulieren wir die Gleichungen $(48)^{E_1}$ und $(112)^{E_1}$ analog den Gleichungen $(113)^I$ und $(114)^I$ als:

$$(113)^{E_1} \quad \emptyset_1^{E_1} = f(k_E)\left(\frac{(1-a_{E_1})}{(L(O)f(k_E))^{\varepsilon}} - ul\right) - w(O) - \delta k_E - \tau k_E - \tilde{D}$$

$$(114)^{E_1} \quad \emptyset_2^{E_1} = \frac{1}{\sigma}\left[f'(k_E)\left(\frac{(1-\varepsilon)(1-a_{E_1})}{(L(O)f(k_E))^{\varepsilon}} - ul\right) - \delta - \rho - \sigma\tau\right]$$

1) Vgl. Fußnote 1 auf S. 27 und S. 38 ff. (die Annahme wird künftig nicht mehr explizit erwähnt).

dann folgt aus Gleichung $(113)^{E_1}$:

$$(117)^{E_1} \quad \frac{d\tilde{D}}{dk_E}\bigg|_{\emptyset_1^{E_1}=0} = f'(k_E)\left(\frac{(1-\varepsilon)(1-a_{E_1})}{(L(0)f(k_E))^{\varepsilon}} - ul\right) - \delta - \tau$$

oder

$$(119)^{E_1} \quad \frac{d\tilde{D}}{dk_E}\bigg|_{\emptyset_1^{E_1}=0} \left\{\begin{matrix}>\\=\\<\end{matrix}\right\} 0\,, \quad \text{wenn} \quad k_E \left\{\begin{matrix}<\\=\\>\end{matrix}\right\} \tilde{k}_E^{E_1}$$

wobei:

$$(118)^{E_1} \quad k_E := \tilde{k}_E^{E_1}\,, \quad \text{wenn} \quad f'(\tilde{k}_E^{E_1})\left(\frac{(1-\varepsilon)(1-a_{E_1})}{(L(0)f(\tilde{k}_E^{E_1}))^{\varepsilon}} - ul\right) = \delta + \tau$$

und aus Gleichung $(114)^{E_1}$ gilt:

$$(122)^{E_1} \quad k_E := k_E^{*E_1}\,, \quad \text{wenn}$$

$$f'(k_E^{*E_1})\left(\frac{(1-\varepsilon)(1-a_{E_1})}{(L(0)f(k_E^{*E_1}))^{\varepsilon}} - ul\right) = \delta + \rho + \sigma\tau$$

Für den Kapitalstock mit dem kleinsten bzw. größten Wert, für den der Nettogewinn[1)] null ist, gilt bei einer Erlössteuer entsprechend Gleichung $(30)^{E_1}$:

---

1) Der Nettogewinn (in Arbeitseffizienzeinheiten) beträgt eigentlich $(\dot{k}_E + \tilde{D} + \tau k_E)$ [vgl. Gleichung (47)]; wenn wir dennoch im folgenden $(\dot{k}_E + \tilde{D})$ mit dem Ausdruck Nettogewinn belegen, dann in dem Sinne, daß mit diesem Betrag entweder der Kapitalstock (in Arbeitseffizienzeinheiten) in der Zeit erhöht oder eine Ausschüttung $\tilde{D}$ vorgenommen werden kann (hiermit ist die Analogie zur Betrachtung in D, K_E hergestellt), während τk_E aufgewendet werden muß, um bei mit der Rate τ wachsendem technischem Fortschritt den Kapitalstock k_E nicht sinken zu lassen.

$$(120)^{E_1} \quad k_E := k_E^{krit^{E_1}} \text{ , wenn}$$

$$\tilde{D}(k_E^{krit^{E_1}}) = f(k_E^{krit^{E_1}})\left(\frac{(1-a_{E_1})}{(L(O)f(k_E^{krit^{E_1}}))^{\varepsilon}} - ul\right) - w(O) -$$

$$- \delta k_E^{krit} - \tau k_E^{krit} = O$$

bzw.

$$(121)^{E_1} \quad k_E := k_E^{max^{E_1}} \text{ , wenn}$$

$$\tilde{D}(k_E^{max^{E_1}}) = f(k_E^{max^{E_1}})\left(\frac{(1-a_{E_1})}{(L(O)f(k_E^{max^{E_1}}))^{\varepsilon}} - ul\right) - w(O) -$$

$$- \delta k_E^{max} - \tau k_E^{max} = O$$

2. Eine Erlössteuer mit Abzugsfähigkeit des Erlössteueraufkommens von ihrer Bemessungsgrundlage

Wir wollen nun unterstellen, daß die Erlössteuer nicht wie im oben geschilderten Fall eine Steuer von der Steuer, sondern daß der Steuerbetrag der Erlössteuer von der Bemessungsgrundlage der Erlössteuer abzugsfähig sei. Da der Bruttogewinn (G^{br}) gleich ist dem Erlös (E) abzüglich der Kosten (Ko), gilt bei Erhebung einer Erlössteuer gemäß Gleichung $(30)^{E_1}$ für Gleichung $(32)^{I}$:

$$(1) \qquad E - Ko - T_{E_1} = \dot{K}_E + D$$

oder nach E aufgelöst:

$$(1') \qquad E = \dot{K}_E + D + Ko + T_{E_1}$$

Da $T_{E_1} = tE$, wird mit der Steuerfunktion der Erlössteuer 1 eine Steuer von der Steuer erhoben. Um dies zu vermeiden, ziehen wir von der Bemessungsgrundlage Erlös den Steuerbetrag der Erlössteuer ab, d.h. es gilt nun die Steuerfunktion:

$$(30)^{E_2} \quad T_{E_2} = a_{E_2}(F^{1-\varepsilon}e^{\pi t} - T_{E_1})$$

oder mit (1'):

$$(30')^{E_2} \quad T_{E_2} = a_{E_2}(\dot{K}_E + D + ulF + \delta K_E + wL)$$

Um $\dot{K}_E$ bei Besteuerung mit einer Erlössteuer gemäß Gleichung $(30)^{E_2}$ bzw. $(30')^{E_2}$ zu erhalten, setzen wir die Steueraufkommensgleichung T_{E_2} in Gleichung $(32)^{I}$ ein[1] und erhalten:[2]

$$(34)^{E_2} \quad \dot{K}_E = \frac{F^{1-\varepsilon}e^{\pi t}}{(1+a_{E_2})} - wL - ulF - \delta K_E - D$$

Aus $(34)^{E_2}$ folgt für die Bewegungsgleichung des Kapitals:

$$(48)^{E_2} \quad \dot{k}_E = f(k_E)\left(\frac{1}{(L(0)f(k_E))^{\varepsilon}(1+a_{E_2})} - ul\right) - w(0) - \delta k_E - \tau k_E - \tilde{D}$$

Für die optimale Allokation bei Erhebung einer Erlössteuer gemäß Gleichung $(30)^{E_2}$ gilt:

$$(63)^{E_2} \quad U'(\tilde{D}) = p^{E_2}$$

Die Bewegungsgleichung des Schattenpreises p^{E_2} des Kapitals läßt sich ermitteln als:

---

1) anstelle von T_G.

2) Vgl. im Anhang Kapitel II zu A.2., S. 287.

$$(65)^{E_2} \quad \dot{p}^{E_2} = -\,p^{E_2}\left[f'(k_E)\left(\frac{(1-\varepsilon)}{(L(0)f(k_E))^{\varepsilon}(1+a_{E_2})} - ul\right) - \delta - \rho - \sigma\tau\right]$$

Daraus folgt für die Wachstumsratengleichung der Ausschüttung bei Besteuerung mit der Erlössteuer gemäß Gleichung $(30)^{E_2}$:

$$(112)^{E_2} \quad \left(\frac{\dot{\tilde{D}}}{\tilde{D}}\right)^{E_2} = \frac{1}{\sigma}\left[f'(k_E)\left(\frac{(1-\varepsilon)}{(L(0)f(k_E))^{\varepsilon}(1+a_{E_2})} - ul\right) - \delta - \rho - \sigma\tau\right]$$

Wir können die Gleichungen $(48)^{E_2}$ und $(112)^{E_2}$ wiederum analog zu $(113)^{I}$ und $(114)^{I}$ formulieren als:

$$(113)^{E_2} \quad \emptyset_1^{E_2} = f(k_E)\left(\frac{1}{(L(0)f(k_E))^{\varepsilon}(1+a_{E_2})} - ul\right) - w(0) - \delta k_E - \tau k_E - \tilde{D}$$

$$(114)^{E_2} \quad \emptyset_2^{E_2} = \frac{1}{\sigma}\left[f'(k_E)\left(\frac{(1-\varepsilon)}{(L(0)f(k_E))^{\varepsilon}(1+a_{E_2})} - ul\right) - \delta - \rho - \sigma\tau\right]$$

Aus Gleichung $(113)^{E_2}$ folgt für $\emptyset_1^{E_2} = 0$ für die Veränderung der Ausschüttung bei Veränderung des Kapitaleinsatzes:

$$(117)^{E_2} \quad \left.\frac{d\tilde{D}}{dk_E}\right|_{\emptyset_1^{E_2}=0} = f'(k_E)\left(\frac{(1-\varepsilon)}{(L(0)f(k_E))^{\varepsilon}(1+a_{E_2})} - ul\right) - \delta - \tau$$

d.h. es gilt:

$$(119)^{E_2} \quad \left.\frac{d\tilde{D}}{dk_E}\right|_{\emptyset_1^{E_2}=0} \begin{Bmatrix} \geq \\ < \end{Bmatrix} 0 \ , \quad \text{wenn} \quad k_E \begin{Bmatrix} \leq \\ > \end{Bmatrix} \tilde{k}_E^{E_2}$$

mit:

$$(118)^{E_2} \quad k_E := \tilde{k}_E^{E_2}, \quad \text{wenn}$$

$$f'(\tilde{k}_E^{E_2})\left(\frac{(1-\varepsilon)}{(L(0)f(\tilde{k}_E^{E_2}))^{\varepsilon}(1+a_{E_2})} - ul\right) = \delta + \tau$$

Mit Gleichung $(114)^{E_2}$ folgt für den optimalen Kapitalstock im Falle der Erhebung einer Erlössteuer entsprechend Gleichung $(30')^{E_2}$:

$$(122)^{E_2} \quad k_E := k_E^{*E_2}, \quad \text{wenn}$$

$$f'(k_E^{*E_2})\left(\frac{(1-\varepsilon)}{(L(0)f(k_E^{*E_2}))^{\varepsilon}(1+a_{E_2})} - ul\right) = \delta+\rho+\sigma\tau$$

Und schließlich gilt für den Kapitalstock mit dem kleinsten bzw. größten Wert, für den der Nettogewinn null ist, wenn eine Erlössteuer, bei der das Steueraufkommen von der Bemessungsgrundlage abzugsfähig ist, entsprechend $(30)^{E_2}$ erhoben wird:

$$(120)^{E_2} \quad k_E := k_E^{krit^{E_2}}, \quad \text{wenn}$$

$$\tilde{D}(k_E^{krit^{E_2}}) = f(k_E^{krit^{E_2}})\left(\frac{1}{(L(0)f(k_E^{krit^{E_2}}))^{\varepsilon}(1+a_{E_2})} - ul\right) -$$

$$- w(0) - (\delta+\tau)k_E^{krit^{E_2}} = 0$$

bzw.

$$(121)^{E_2} \quad k_E := k_E^{max^{E_2}} \quad , \quad \text{wenn}$$

$$\tilde{D}(k_E^{max^{E_2}}) = f(k_E^{max^{E_2}})\left(\frac{1}{(L(0)f(k_E^{max^{E_2}}))^{\varepsilon}(1+a_{E_2})} - ul\right) -$$

$$- w(0) - (\delta+\tau)k_E^{max^{E_2}} = 0$$

3. <u>Vergleich von optimalem Pfad, steady-state Ausschüttung und steady-state Kapitalstock, kritischem Kapitalstock und maximalem Kapitalstock sowie dem Kapitalstock maximaler Ausschüttung bei beiden Ausgestaltungen der Erlössteuer</u>

a) <u>Der Verlauf der $\emptyset_1(k_E, \tilde{D}) = 0$-Kurve mit und ohne Abzugsfähigkeit des Erlössteueraufkommens von der Bemessungsgrundlage der Erlössteuer</u>

Aus den Gleichungen $(113)^{E_1}$ und $(113)^{E_2}$ folgt, daß:[1)]

$$(2) \qquad \emptyset_1^{E_1} = 0 \gtreqless \emptyset_1^{E_2} = 0, \text{ je nachdem, ob } a_{E_2} \gtreqless a_{E_1}(1+a_{E_2})$$

Wenn der Steuersatz der Erlössteuer, bei der das Steueraufkommen von der Bemessungsgrundlage abzugsfähig ist, größer, gleich oder kleiner ist als das Produkt aus dem Steuersatz der Erlössteuer T_{E_1} und dem um eins erhöhten Steuersatz der Erlössteuer T_{E_2}, liegt die Kurve des in der Zeit unveränderten Kapitaleinsatzes bei Nichtabzugsfähigkeit des Erlössteueraufkommens von der Bemessungsgrundlage der Erlössteuer über, ist identisch mit, bzw. liegt unter der Kurve des in der Zeit unveränderten Kapitaleinsatzes mit Abzugsfähigkeit des Erlössteueraufkommens von der Bemessungsgrundlage der Erlössteuer.

---

1) Vgl. zur Herleitung im Anhang Kapitel II zu A.3., S. 287 f.

b) <u>Vergleich der Veränderung der Ausschüttung bei Veränderung des Kapitaleinsatzes der $\emptyset_1^{E_1} = 0$-Kurve mit der bei der $\emptyset_1^{E_2} = 0$-Kurve</u>

Mit den Gleichungen $(117)^{E_1}$ und $(117)^{E_2}$ gilt:[1)]

$$(3) \qquad \left.\frac{d\tilde{D}}{dk_E}\right|_{\emptyset_1^{E_1}=0} \gtrless \left.\frac{d\tilde{D}}{dk_E}\right|_{\emptyset_1^{E_2}=0} \text{, je nachdem, ob } a_{E_2} \gtrless a_{E_1}(1+a_{E_2})$$

Die Veränderung der Ausschüttung bei Veränderung des Kapitaleinsatzes ist bei der $\emptyset_1(k_E, \tilde{D}) = 0$-Kurve der Erlössteuer T_{E_1} größer, gleich oder kleiner als bei der $\emptyset_1(k_E, \tilde{D}) = 0$-Kurve der Erlössteuer T_{E_2}, wenn der Steuersatz der Erlössteuer T_{E_2} größer, gleich oder kleiner als das Produkt aus Steuersatz der Erlössteuer T_{E_1} und dem um eins erhöhten Steuersatz der Erlössteuer T_{E_2} ist.

c) <u>Vergleich der Kapitalstöcke maximaler Ausschüttung mit und ohne Abzugsfähigkeit des Erlössteueraufkommens von der Bemessungsgrundlage der Erlössteuer</u>

Aus $(118)^{E_1}$ und $(118)^{E_2}$ erhalten wir:[2)]

$$(4) \qquad \tilde{k}_E^{E_1} \gtrless \tilde{k}_E^{E_2} \text{, je nachdem, ob } a_{E_2} \gtrless a_{E_1}(1+a_{E_2})$$

Der Kapitalstock maximaler Ausschüttung ohne Abzugsfähigkeit des Erlössteueraufkommens von der Bemessungsgrundlage der Erlössteuer ist größer, gleich oder kleiner als der Kapitalstock maximaler Ausschüttung mit Abzugsfähigkeit des Erlössteueraufkommens von der Bemessungsgrundlage, je nachdem, ob der Steuersatz bei Abzugsfähigkeit der Erlössteuer größer, gleich oder kleiner ist als das Produkt aus dem Steuersatz bei Nichtabzugsfähigkeit der Erlössteuer und dem um eins erhöhten Steuersatz bei Abzugsfähigkeit der Erlössteuer.

---

1) Vgl. zur Herleitung im Anhang Kapitel II zu A.3., S. 288 f.
2) Vgl. zur Herleitung im Anhang Kapitel II zu A.3., S. 289 f.

d) Vergleich der steady-state Kapitalstöcke mit und ohne Abzugsfähigkeit des Erlössteueraufkommens von der Bemessungsgrundlage der Erlössteuer

Mit den Gleichungen $(122)^{E_1}$ und $(122)^{E_2}$ gilt:[1]

(5) $$k_E^{*E_1} \gtreqless k_E^{*E_2} \text{, je nachdem, ob } a_{E_2} \gtreqless a_{E_1}(1+a_{E_2})$$

Der steady-state Kapitalstock ist ohne Abzugsfähigkeit des Erlössteueraufkommens von der Bemessungsgrundlage der Erlössteuer größer, gleich oder kleiner als der steady-state Kapitalstock mit Abzugsfähigkeit des Erlössteueraufkommens von der Bemessungsgrundlage, wenn der Steuersatz bei Abzugsfähigkeit größer, gleich oder kleiner ist als das Produkt aus Steuersatz bei Nichtabzugsfähigkeit der Erlössteuer und dem um eins erhöhten Steuersatz bei Abzugsfähigkeit der Erlössteuer.

e) Vergleich der kritischen Kapitalstöcke mit und ohne Abzugsfähigkeit des Erlössteueraufkommens von der Bemessungsgrundlage der Erlössteuer

Aus $(120)^{E_1}$ und $(120)^{E_2}$ erhält man:[2]

(6) $$k_E^{krit^{E_1}} \gtreqless k_E^{krit^{E_2}} \text{, je nachdem, ob } a_{E_2} \lesseqgtr a_{E_1}(1+a_{E_2})$$

Je nachdem, ob der Steuersatz bei Abzugsfähigkeit der Erlössteuer kleiner, gleich oder größer ist als das Produkt aus dem Steuersatz bei Nichtabzugsfähigkeit der Erlössteuer und dem um eins erhöhten Steuersatz bei Abzugsfähigkeit der Erlössteuer, ist der kritische Kapitalstock ohne Abzugsfähigkeit des Erlössteueraufkommens von der Bemessungsgrundlage der Erlössteuer größer, gleich oder kleiner als der kritische Kapitalstock mit Abzugsfähigkeit des Erlössteueraufkommens von der Bemessungsgrundlage der Erlössteuer.

---

1) Vgl. zur Herleitung im Anhang Kapitel II zu A.3., S. 290.
2) Vgl. zur Herleitung im Anhang Kapitel II zu A.3., S. 290 f.

f) Vergleich der maximalen Kapitalstöcke mit und ohne Abzugsfähigkeit des Erlössteueraufkommens von der Bemessungsgrundlage der Erlössteuer

Aus den Gleichungen $(119)^{E_1}$ und $(119)^{E_2}$ kann man folgern:[1)]

$$(7) \qquad k_E^{max^{E_1}} \gtreqless k_E^{max^{E_2}} \text{, je nachdem, ob } a_{E_2} \gtreqless a_{E_1}(1+a_{E_2})$$

Je nachdem, ob der Steuersatz bei Abzugsfähigkeit der Erlössteuer größer, gleich oder kleiner ist als das Produkt aus dem Steuersatz bei Nichtabzugsfähigkeit der Erlössteuer und dem um eins erhöhten Steuersatz bei Abzugsfähigkeit der Erlössteuer, ist der maximale Kapitalstock ohne Abzugsfähigkeit des Erlössteueraufkommens von der Bemessungsgrundlage der Erlössteuer größer, gleich oder kleiner als der maximale Kapitalstock bei Abzugsfähigkeit des Erlössteueraufkommens von der Bemessungsgrundlage der Erlössteuer.

Vergleichen wir die Wachstumsrate der Ausschüttung bei Erlösbesteuerung ohne Abzugsfähigkeit der Erlössteuer von ihrer Bemessungsgrundlage mit der Wachstumsrate der Ausschüttung einer Erlössteuer, bei der das Erlössteueraufkommen abzugsfähig von ihrer Bemessungsgrundlage ist, für gleichen Kapitalstock, so gilt:[2)]

$$(8) \qquad \left(\frac{\dot{\tilde{D}}}{\tilde{D}}\right)^{E_1} = \left(\frac{\dot{\tilde{D}}}{\tilde{D}}\right)^{E_2} + \frac{1}{\sigma}\left(f'(k_E)\,\frac{(1-\varepsilon)(a_{E_2}-a_{E_1}(1+a_{E_2}))}{(L(0)f(k_E))^{\varepsilon}(1+a_{E_2})}\right)$$

und damit:

1) Der Beweis ist analog dem für k_E^{krit}, nur kehren sich wegen $f''(k_E) < 0$ (vgl. Gleichung $(5)^I$ bzw. $(17)^I$) die Ungleichheitszeichen um; d.h. wenn $A > 1$ oder $a_{E_2} > a_{E_1}(1+a_{E_2})$ ist, so kann man noch ein Stück weiter nach rechts auf der k_E-Abszisse gehen, bis wegen $f''(k_E) < 0$, $\tilde{D}(k_E^{max^{E_1}}) = 0$ ist, als man es in diesem Falle für $\tilde{D}(k_E^{max^{E_2}}) = 0$ kann.

2) Vgl. zur Herleitung den Anhang Kapitel II zu A.3. auf S. 292.

(8') $\left(\frac{\dot{\tilde{D}}}{\tilde{D}}\right)^{E_1} \gtreqless \left(\frac{\dot{\tilde{D}}}{\tilde{D}}\right)^{E_2}$, je nachdem, ob $a_{E_2} \gtreqless a_{E_1}(1+a_{E_2})$

Die Wachstumsrate der Ausschüttung der Erlössteuer ohne Abzugsfähigkeit des Erlössteueraufkommens von ihrer Bemessungsgrundlage ist größer, gleich oder kleiner als die Wachstumsrate der Ausschüttung der Erlössteuer mit Abzugsfähigkeit des Erlössteueraufkommens von ihrer Bemessungsgrundlage, wenn der Steuersatz der Erlössteuer T_{E_2} größer, gleich oder kleiner ist als das Produkt aus dem Steuersatz der Erlössteuer T_{E_1} und dem um eins erhöhten Steuersatz der Erlössteuer T_{E_2}.

Benutzen wir die Gleichungen $(113)^{E_1}$ und $(113)^{E_2}$, so gilt,[1] wenn $\emptyset_1^{E_1} = 0$, $\emptyset_1^{E_2} = 0$, für jeweils gleichen Kapitalstock[2]

(9) $$\tilde{D}^{E_1} = \tilde{D}^{E_2} + f(k_E)\left(\frac{a_{E_2}-a_{E_1}(1+a_{E_2})}{(L(0)f(k_E))^{\varepsilon}(1+a_{E_2})}\right)$$

oder

(9') $\tilde{D}^{E_1} \gtreqless \tilde{D}^{E_2}$, wenn $a_{E_2} \gtreqless a_{E_1}(1+a_{E_2})$

Die maximal mögliche Ausschüttung der Erlössteuer ohne Abzugsfähigkeit des Erlössteueraufkommens von ihrer Bemessungsgrundlage ist größer, gleich oder kleiner als die der Erlössteuer mit Abzugsfähigkeit des Erlössteueraufkommens von ihrer Bemessungsgrundlage, wenn der Steuersatz der Erlössteuer T_{E_2} größer, gleich oder kleiner als das Produkt aus dem Steuersatz der Erlössteuer T_{E_1} und dem um eins erhöhten Steuersatz der Erlössteuer T_{E_2} ist. Da für den

---

1) Vgl. zur Herleitung S. 292 f.

2) $\tilde{D}$ bezeichnet dann die beim jeweiligen Kapitalstock maximal mögliche Ausschüttung (unter der Annahme, daß dieser Kapitalstock beibehalten wird).

steady-state Kapitalstock gilt, daß er ohne Abzugsfähigkeit des Erlössteueraufkommens von der Bemessungsgrundlage der Erlössteuer größer, gleich oder kleiner als der bei Abzugsfähigkeit des Erlössteueraufkommens von ihrer Bemessungsgrundlage ist, wenn, gemäß Gleichung (5), der Steuersatz bei Abzugsfähigkeit größer, gleich oder kleiner ist als das Produkt aus Steuersatz bei Nichtabzugsfähigkeit der Erlössteuer und dem um eins erhöhten Steuersatz bei Abzugsfähigkeit der Erlössteuer, kann man mit den Gleichungen (8) und (9) folgern:

1. Für $\frac{a_{E_2}}{(1+a_{E_2})} = a_{E_1}$:[1]

Der optimale Pfad ist bei Erlösbesteuerung mit und ohne Abzugsfähigkeit des Erlössteueraufkommens von der Bemessungsgrundlage der Erlössteuer für das Steuersatzverhältnis

$a_{E_1} = \frac{a_{E_2}}{1+a_{E_2}}$ derselbe.

2. Für $\frac{a_{E_2}}{(1+a_{E_2})} > a_{E_1}$:

Durch die Erhöhung des Steuersatzes bei Abzugsfähigkeit des Erlössteueraufkommens von der Bemessungsgrundlage der Erlössteuer sinkt der Schattenpreis des Kapitals[2] und damit folgt für t = O:

---

1) a_{E_1} wird konstant gehalten, so daß $\emptyset_1^{E_1}$ =O-Kurve und optimaler Pfad der Erlössteuer ohne Abzugsfähigkeit des Erlössteueraufkommens von der Bemessungsgrundlage der Erlössteuer festliegen; a_{E_2} wird variiert, und dadurch ergeben sich die Fälle 1 - 3.

2) Im Vergleich mit Fall 1, bei unterstellter gleicher Nutzenfunktion.

$$(10)\qquad \gamma_D^{opt.}(0)\Bigg|_{\frac{a_{E_2}}{1+a_{E_2}} > a_{E_1}} > \gamma_D^{opt.}(0)\Bigg|_{\frac{a_{E_2}}{1+a_{E_2}} = a_{E_1}}$$

Der optimale Pfad bei Abzugsfähigkeit des Erlössteueraufkommens von der Bemessungsgrundlage der Erlössteuer liegt somit für $k_E^O \leq k_E < k_E^I$ über und für $k_E^I < k_E$ unter dem optimalen Pfad der Erlössteuer ohne Abzugsfähigkeit des Erlössteueraufkommens von ihrer Bemessungsgrundlage bei Gültigkeit des Steuersatzverhältnisses $\frac{a_{E_2}}{1+a_{E_2}} > a_{E_1}$.

3. Für $\frac{a_{E_2}}{1+a_{E_2}} < a_{E_1}$:

Durch die Senkung des Steuersatzes bei Abzugsfähigkeit des Erlössteueraufkommens von der Bemessungsgrundlage der Erlössteuer steigt der Schattenpreis des Kapitals[1)] und damit folgt für $t = 0$:

$$(11)\qquad \gamma_D^{opt.}(0)\Bigg|_{\frac{a_{E_2}}{1+a_{E_2}} < a_{E_1}} < \gamma_D^{opt.}(0)\Bigg|_{\frac{a_{E_2}}{1+a_{E_2}} = a_{E_1}}$$

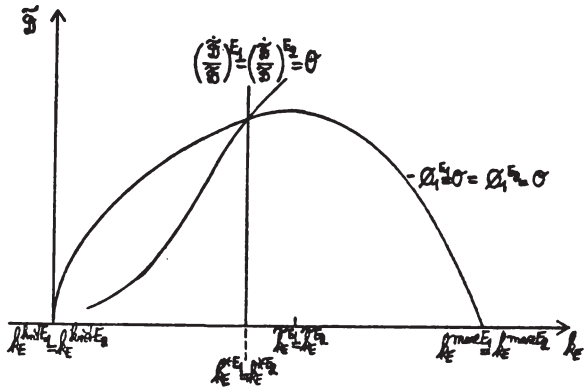
Der optimale Pfad bei Abzugsfähigkeit des Erlössteueraufkommens von der Bemessungsgrundlage der Erlössteuer liegt somit für $k_E^O < k_E < k_E^{II}$ unter und für $k_E^{II} < k_E$ über dem optimalen Pfad der Erlössteuer ohne Abzugsfähigkeit des Erlössteueraufkommens von ihrer Bemessungsgrundlage bei Gültigkeit des Steuersatzverhältnisses $\frac{a_{E_2}}{1+a_{E_2}} < a_{E_1}$.

---

1) Im Vergleich mit Fall 1 und wiederum unterstellter gleicher Nutzenfunktion.

Mit den in den Gleichungen (2) - (11) gegebenen Informationen lassen sich drei Fälle unterscheiden, für welche die $\tilde{D}$, k_E-Diagramme dargestellt werden sollen:

<u>Abb. 10:</u> für $\frac{a_{E_2}}{1+a_{E_2}} = a_{E_1}$ gilt:



<u>Abb. 11:</u> für $\frac{a_{E_2}}{1+a_{E_2}} > a_{E_1}$ gilt:

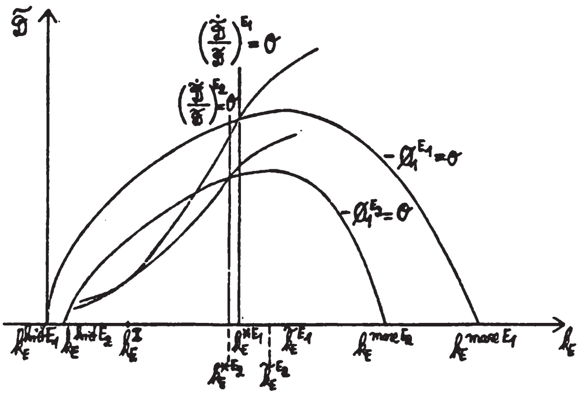
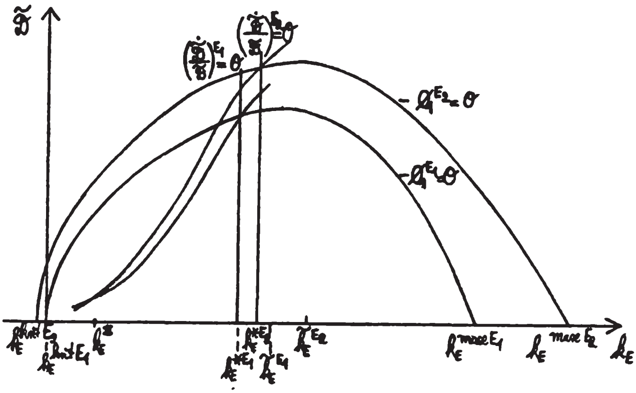


Abb. 12: für $\frac{a_{E_2}}{1+a_{E_2}} < a_{E_1}$ gilt:



Ergebnisse:

Wenn der Steuersatz der Erlössteuer T_{E_2} (bei der das Steueraufkommen von der Bemessungsgrundlage abzugsfähig ist) gleich dem Produkt aus dem Steuersatz der Erlössteuer T_{E_1} (das Steueraufkommen ist nicht abzugsfähig von der Bemessungsgrundlage) und dem um eins erhöhten Steuersatz der Erlössteuer T_{E_2}, also $a_{E_2} = a_{E_1}(1+a_{E_2})$ ist, gilt:

- Die Kurve des in der Zeit unveränderten Kapitaleinsatzes, der Kapitalstock maximaler Ausschüttung, der steady-state Kapitalstock sowie der kritische und maximale Kapitalstock sind, unabhängig davon, ob das Erlössteueraufkommen abzugsfähig oder nicht abzugsfähig von der Bemessungsgrundlage ist, gleich, da der Nettogewinn[1] und das Nettowertgrenzprodukt abzüglich der Nettogrenzkosten der Vorleistungen[2] bei beiden Steuern für gleiche Kapitalstöcke gleich sind. Ausbringungsmenge und Ausbringungspreis sind bei beiden Erlössteuern gleich.

- Der optimale Pfad ist bei beiden Erlössteuern für das Steuersatzverhältnis $a_{E_1} = \frac{a_{E_2}}{1+a_{E_2}}$ derselbe.

  Ist der Steuersatz der Erlössteuer T_{E_2} größer als das Produkt aus dem Steuersatz der Erlössteuer T_{E_1} und dem um eins erhöhten Steuersatz der Erlössteuer T_{E_2}, also $a_{E_2} > a_{E_1}(1+a_{E_2})$, so folgt:

- Der Mindestkapitalstock, der zur längerfristigen Produktion notwendig ist, ist bei der Erlössteuer mit Abzugsfähigkeit des Erlössteueraufkommens von der Bemessungsgrundlage der Erlössteuer größer als ohne diese Möglichkeit, weil der Nettogewinn an der Stelle $k_E^{krit^{E_1}}$ bei diesem Steuersatzverhältnis bei Erhebung von T_{E_2} negativ ist.

- Steady-state Kapitalstock und steady-state Ausschüttung sind bei diesem Steuersatzverhältnis bei Erhebung einer Erlössteuer ohne Abzugsfähigkeit des Erlössteueraufkommens von ihrer Bemessungsgrundlage größer als bei Abzugsfähigkeit des Erlössteueraufkommens von der Bemessungsgrundlage der Erlössteuer. Die Ursache hierfür ist einerseits, daß das Nettowertgrenzprodukt abzüglich der Nettogrenzkosten der Vorleistungen bei Erhebung von T_{E_2} kleiner als bei T_{E_1} (somit ist $k_E^{*E_2} < k_E^{*E_1}$) und andererseits der Nettogewinn bei T_{E_2} kleiner als bei T_{E_1} für gleiche Kapitalstockwerte (und somit gilt: $\tilde{D}^{*E_2} < \tilde{D}^{*E_1}$) bei diesem Steuersatzverhältnis ist. Damit ist

1) Vgl. hierzu die Gleichungen (113), (120) und (121) für T_{E_1} und T_{E_2}.

2) Vgl. hierzu die Gleichungen (118) und (122) für T_{E_1} und T_{E_2}.

die Ausbringung bei Besteuerung mit T_{E_1} höher als bei Erhebung von T_{E_2} und der Outputpreis bei T_{E_1} niedriger als bei T_{E_2}.

- Der Kapitalstock maximaler Ausschüttung ist bei Abzugsfähigkeit des Erlössteueraufkommens von der Bemessungsgrundlage der Erlössteuer kleiner als ohne diese Möglichkeit und die zugeordnete maximale Ausschüttung ist ebenfalls bei Erhebung von T_{E_2} kleiner als bei T_{E_1}.[1)]

- Der optimale Pfad bei Erhebung der Erlössteuer T_{E_1} liegt anfangs unter, später jedoch über dem optimalen Pfad der Erlössteuer T_{E_2}.

Wenn der Steuersatz der Erlössteuer T_{E_2} kleiner als das Produkt aus dem Steuersatz der Erlössteuer T_{E_1} und dem um eins erhöhten Steuersatz der Erlössteuer T_{E_2}, also

$a_{E_2} < a_{E_1}(1+a_{E_2})$ ist, gilt:

- Der Mindestkapitalstock, der zur längerfristigen Produktion notwendig ist, ist bei diesem Steuersatzverhältnis bei Erhebung einer Erlössteuer mit Abzugsfähigkeit des Erlössteueraufkommens von ihrer Bemessungsgrundlage kleiner als bei Erhebung einer Erlössteuer ohne Abzugsfähigkeit des Erlössteueraufkommens von ihrer Bemessungsgrundlage, weil der Nettogewinn bei diesem Steuersatzverhältnis an der Stelle $k_E^{krit^{E_1}}$ bei Erhebung von T_{E_2} positiv ist.

- Steady-state Kapitalstock und steady-state Ausschüttung sind bei diesem Steuersatzverhältnis bei Erhebung einer Erlössteuer mit Abzugsfähigkeit des Erlössteueraufkommens von ihrer Bemessungsgrundlage größer als ohne Abzugsfähigkeit des Erlössteueraufkommens von der Bemessungsgrundlage der

1) Die Begründung ist gleichlautend der unmittelbar vorher für $k_E^{*E_2} < k_E^{*E_1}$ bzw. $\tilde{D}^{*E_2} < \tilde{D}^{*E_1}$ gegebenen.

Erlössteuer. Ursache hierfür ist einerseits, daß das Nettowertgrenzprodukt abzüglich der Nettogrenzkosten der Vorleistungen bei Erhebung von T_{E_2} größer als bei T_{E_1} (somit ist $k_E^{*E_2} > k_E^{*E_1}$) und andererseits der Nettogewinn bei T_{E_2} größer als bei T_{E_1} für gleiche Kapitalstockwerte (und damit $\tilde{D}^{*E_2} > \tilde{D}^{*E_1}$ ist) bei diesem Steuersatzverhältnis ist. Somit ist bei Erhebung von T_{E_2} die Ausbringungsmenge größer und der Outputpreis kleiner als bei Erhebung von T_{E_1}.

- Der Kapitalstock maximaler Ausschüttung ist bei Erhebung einer Erlössteuer mit Abzugsfähigkeit des Erlössteueraufkommens von ihrer Bemessungsgrundlage größer als ohne Abzugsfähigkeit und die zugeordnete maximale Ausschüttung ist ebenfalls bei T_{E_2} größer als bei T_{E_1}.[1)]

- Der optimale Pfad bei Erhebung der Erlössteuer T_{E_2} liegt anfangs unter, später jedoch über dem optimalen Pfad der Erlössteuer T_{E_1}.

4. Die Identität der Mehrwertsteuer mit der Erlössteuer mit Abzugsfähigkeit des Erlössteueraufkommens von ihrer Bemessungsgrundlage

Das allgemeine Produktionskonto einer Unternehmung sieht bei Erhebung einer Mehrwertsteuer wie folgt aus:[2)]

---

1) Die Begründung ist gleichlautend der unmittelbar vorher für $k_E^{*E_2} > k_E^{*E_1}$ bzw. $\tilde{D}^{*E_2} > \tilde{D}^{*E_1}$ gegebenen.

2) Es gilt die Annahme, daß keine Subventionen anfallen und die Mehrwertsteuer die einzige indirekte Steuer ist. Weiterhin wird unterstellt, daß die Vorleistungs- und Investitionsgüterlieferanten Anbieter auf einem Markt mit vollkommener Konkurrenz sind.

	Produktionskonto U, Jahr t	
	Vorleistungen	Erlöse
	Abschreibungen	
	Mehrwertsteuer	
	Löhne und Gehälter	
Wertschöpfung	Verteilte Gewinne	
	Unverteilte Gewinne	

Die Mehrwertsteuer T^M ist gleich der Differenz aus Mehrwertsteuerschuld und Vorsteuerabzug gemäß § 15 UStG. Die Mehrwertsteuerschuld erhält man aus der Multiplikation der Bemessungsgrundlage mit dem Steuersatz. Nach § 10 Abs. 1 UStG ist die Bemessungsgrundlage das Entgelt mithin alles, was der Empfänger einer Lieferung oder sonstigen Leistung aufzuwenden hat, um die Lieferung oder sonstige Leistung zu erhalten, jedoch abzüglich der Mehrwertsteuer. Da gemäß § 14 Abs. 1 UStG die Einnahmen aus dem Verkauf (= Erlös = E) das Entgelt für die Leistung und die Mehrwertsteuer (Solleinnahme) umfassen, gilt, wenn wir mit U^N das Entgelt bezeichnen:

$$E = U^N + a_M U^N \tag{12}$$

Entgelt sind also die Erlöse abzüglich der Mehrwertsteuer (Solleinnahme). Folglich beträgt die Mehrwertsteuerschuld T^S, wenn a_M den Mehrwertsteuersatz bezeichnet:

$$T^S = a_M U^N \tag{13}$$

Weil aus Gleichung (12) für U^N gilt:

$$U^N = \frac{1}{1+a_M} E \tag{12'}$$

kann man Gleichung (13) auch schreiben:

$$(13') \qquad T^S = \frac{a_M}{1+a_M} E$$

Von dieser Mehrwertsteuerschuld kann das umsatzsteuerpflichtige Unternehmen den Vorsteuerabzug in Höhe der ihm von anderen Unternehmen gesondert in Rechnung gestellten Steuer für Lieferungen und/oder sonstige Leistungen, die für sein Unternehmen ausgeführt worden sind, geltend machen. In unserem Modell sollen diese Lieferungen und/oder sonstigen Leistungen aus den Vorleistungen (ulF) und den Bruttoinvestitionen ($I^{br} = \delta K_E + \dot{K}_E$) bestehen. Bezeichnet man den Vorsteuerabzug mit T^V, so gilt:

$$(14) \qquad T^V = a_M(ulF + \delta K_E + \dot{K}_E)$$

Die durch das Unternehmen zu entrichtende Mehrwertsteuer beträgt mithin:

$$(15) \qquad T^M = T^S - T^V$$

$$= a_M\left(\frac{1}{1+a_M} F^{1-\varepsilon} e^{\pi t} - ulF - \delta K_E - \dot{K}_E\right)$$

Unter Verwendung der bisher benutzten Symbole läßt sich das Produktionskonto der Unternehmung[1] bei Erhebung einer Mehrwertsteuer wie folgt darstellen:

1) Vgl. S. 95.

Produktionskonto U, Jahr t

ulF $+\ a_M ulF$	
δK_E $+\ a_M \delta K_E$	
$T^M = T^S - T^V$	$F^{1-\varepsilon}e^{\pi t}$
wL	
$\dot{K}_E$ $a_M \dot{K}_E$	
D	

Aus der Abbildung folgt für die Bewegungsgleichung des Kapitals bei Erhebung einer Mehrwertsteuer gemäß Gleichung (15):

$$\text{(16)} \qquad \dot{K}_E = F^{1-\varepsilon}e^{\pi t} - ulF(1+a_M) - \delta K_E(1+a_M) - wL - D - T^M - a_M\dot{K}_E$$

Setzen wir die Gleichung der zu entrichtenden Mehrwertsteuer Gleichung (15) in Gleichung (16) ein, so gilt:

$$\dot{K}_E = F^{1-\varepsilon}e^{\pi t} - ulF(1+a_M) - \delta K_E(1+a_M) - wL - D -$$

$$- a_M\left(\frac{1}{1+a_M}\ F^{1-\varepsilon}e^{\pi t} - ulF - \delta K_E - \dot{K}_E\right) - a_M\dot{K}_E$$

(16') oder

$$\dot{K}_E = \frac{F^{1-\varepsilon}e^{\pi t}}{1+a_M} - ulF - \delta K_E - wL - D$$

Da die Bewegungsgleichung des Kapitals im Falle der Mehrwertsteuer gemäß Gleichung (16) die gleiche ist wie die, die sich ergibt für eine Erlössteuer gemäß Gleichung $(30)^{E_2}$, gelten die

Ergebnisse, die man für die Erlössteuer T_{E_2} erhielt, auch hier.[1)]

B. Produktionskostensteuer

1. Optimaler Pfad, steady-state Ausschüttung und steady-state Kapitalstock, kritischer und maximaler Kapitalstock sowie Kapitalstock maximaler Ausschüttung einer Produktionskostensteuer

Die Bemessungsgrundlage der Produktionskostensteuer sei definiert als die Summe aus Lohn- und Gehaltsaufwendungen, Vorleistungsaufwand und kalkulatorischer Abschreibung. Damit lautet die Steueraufkommensfunktion der Produktionskostensteuer:

$$(30)^{Ko} \quad T_{Ko} = a_{Ko}(wL + ulF + \delta K_E)$$

Wenn wir die Steueraufkommensgleichung einer Produktionskostensteuer gemäß Gleichung $(30)^{Ko}$ in die Gleichung, die Einkommenserzielung und Einkommensverwendung miteinander verknüpft, Gleichung $(32)^{I}$ anstelle von T_G einsetzen, so erhalten wir für die Bewegungsgleichung des Kapitals K_E:

$$(34)^{Ko} \quad \dot{K}_E = F^{1-\varepsilon}e^{\pi t} - (wL + ulF + \delta K_E)(1 + a_{Ko}) - D$$

Die Bewegungsgleichung des Kapitals (in Arbeitseffizienzeinheiten) läßt sich dann wie folgt schreiben:

$$(48)^{Ko} \quad \dot{k}_E = f(k_E)\left(\frac{1}{(L(0)f(k_E))^{\varepsilon}} - ul(1 + a_{Ko})\right) - w(0)(1 + a_{Ko}) -$$

$$- \delta k_E(1 + a_{Ko}) - \tau k_E - \tilde{D}$$

1) Es gilt: $a_M = a_{E_2}$.

Für die optimale Allokation von Ausschüttung und Erhöhung des Kapitalstocks in der Zeit gilt:

$$(63)^{Ko} \quad U'(\tilde{D}) = p^{Ko}$$

Mit den Gleichungen $(39)^{I}$ und $(54)^{I}$ erhält man für die Bewegungsgleichung des Schattenpreises p^{Ko} bei Erhebung einer Produktionssteuer entsprechend Gleichung $(30)^{Ko}$:

$$(65)^{Ko} \quad \dot{p}^{Ko} = - p^{Ko}\left(f'(k_E)\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(0)f(k_E))^{\varepsilon}} - ul(1 + a_{Ko})\right) - \delta(1 + a_{Ko}) - \rho - \sigma\tau\right)$$

Mit $(63)^{Ko}$, den Gleichungen $(108)^{I}$ - $(111)^{I}$ und Gleichung $(65)^{Ko}$ kann man für die Wachstumsratengleichung der Ausschüttung bei Besteuerung mit einer Produktionskostensteuer schreiben:

$$(112)^{Ko}$$

$$\left(\frac{\dot{\tilde{D}}}{\tilde{D}}\right)^{Ko} = \frac{1}{\sigma}\left(f'(k_E)\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(0)f(k_E))^{\varepsilon}} - ul\ (1+a_{Ko})\right) - \delta(1+a_{Ko}) - \rho - \sigma\tau\right)$$

Formulieren wir die Gleichung der Veränderung des Kapitalstocks in der Zeit bei Erhebung einer Produktionskostensteuer gemäß Gleichung $(30)^{Ko}$ und die Wachstumsratengleichung der Ausschüttung bei Besteuerung mit dieser Produktionskostensteuer analog den Gleichungen $(113)^{I}$ und $(114)^{I}$, so gilt:

$$(113)^{Ko} \quad \emptyset_1^{Ko} = f(k_E)\left(\frac{1}{(L(0)f(k_E))^{\varepsilon}} - ul(1+a_{Ko})\right) - w(0)(1+a_{Ko}) - \delta k_E(1+a_{Ko}) - \tau k_E - \tilde{D}$$

$$(114)^{Ko} \quad \emptyset_2^{Ko} = \frac{1}{\sigma}\left(f'(k_E)\left(\frac{(1-\varepsilon)}{(L(O)f(k_E))^{\varepsilon}} - ul(1+a_{Ko})\right) - \delta(1+a_{Ko}) - \rho - \sigma\tau\right)$$

Für die Veränderung der Ausschüttung bei Veränderung des Kapitalstocks gilt für die $\emptyset_1^{Ko} = 0$-Kurve:

$$(117)^{Ko} \quad \left.\frac{d\tilde{D}}{dk_E}\right|_{\emptyset_1^{Ko}=0} = f'(k_E)\left(\frac{(1-\varepsilon)}{(L(O)f(k_E))^{\varepsilon}} - ul(1+a_{Ko})\right) - \delta(1+a_{Ko}) - \tau$$

Damit gilt, daß

$$(119)^{Ko} \quad \left.\frac{d\tilde{D}}{dk_E}\right|_{\emptyset_1^{Ko}=0} \begin{Bmatrix} > \\ = \\ < \end{Bmatrix} 0 \;, \quad \text{wenn } k_E \begin{Bmatrix} < \\ = \\ > \end{Bmatrix} \tilde{k}_E^{Ko}$$

wobei der maximale Kapitalstock bei Erhebung einer Produktionskostensteuer definiert ist durch:

$$(118)^{Ko} \quad k_E := \tilde{k}_E^{Ko} \;, \quad \text{wenn}$$

$$f'(\tilde{k}_E^{Ko})\left(\frac{(1-\varepsilon)}{(L(O)f(\tilde{k}_E^{Ko}))^{\varepsilon}} - ul(1+a_{Ko})\right) = \delta(1+a_{Ko}) + \tau$$

Für den steady-state Kapitalstock bei Besteuerung mit einer Produktionskostensteuer gilt mit Gleichung $(114)^{Ko}$:

$$(122)^{Ko} \quad k_E := k_E^{*Ko} \;, \quad \text{wenn}$$

$$f'(k_E^{*Ko})\left(\frac{(1-\varepsilon)}{(L(O)f(k_E^{*Ko}))^{\varepsilon}} - ul(1+a_{Ko})\right) = \delta(1+a_{Ko}) + \rho + \sigma\tau$$

Der Kapitalstock mit dem kleinsten bzw. größten Wert, für den der Nettogewinn null ist, ist bei Erhebung einer Produktionskostensteuer gemäß Gleichung $(30)^{Ko}$ definiert als:

$(120)^{Ko}$ $\quad k_E := k_E^{kritKo}$, wenn

$$\tilde{D}(k_E^{kritKo}) = f(k_E^{kritKo})\left(\frac{1}{(L(0)f(k_E^{kritKo}))^{\varepsilon}} \; ul(1+a_{Ko})\right) -$$

$$- w(0)(1+a_{Ko}) - \delta k_E^{kritKo}(1+a_{Ko}) - \tau k_E^{kritKo} = 0$$

bzw.

$(121)^{Ko}$ $\quad k_E := k_E^{maxKo}$, wenn

$$\tilde{D}(k_E^{maxKo}) = f(k_E^{maxKo})\left(\frac{1}{(L(0)f(k_E^{maxKo}))^{\varepsilon}} - ul(1+a_{Ko})\right) -$$

$$- w(0)(1+a_{Ko}) - \delta k_E^{maxKo}(1+a_{Ko}) - \tau k_E^{maxKo} = 0$$

2. Vergleich von optimalem Pfad, steady-state Ausschüttung und steady-state Kapitalstock, kritischem Kapitalstock und maximalem Kapitalstock sowie dem Kapitalstock maximaler Ausschüttung bei Produktionskostensteuer und ohne Besteuerung

a) Der Verlauf der $\emptyset_1(k_E, \tilde{D}) = 0$-Kurve bei Produktionskostensteuer und ohne Besteuerung

Weil für $\emptyset_1^{o.St.}$:[1]

$$(113)^{o.St.} \qquad \emptyset_1^{o.St.} = f(k_E)\left(\frac{1}{(L(0)f(k_E))^{\varepsilon}} - ul\right) - w(0) - \delta k_E - \tau k_E - \tilde{D}$$

und bei Produktionskostensteuer Gleichung $(113)^{K_O}$ gilt, folgt damit:[2]

$$(17) \qquad \emptyset_1^{o.St.} = 0 > \emptyset_1^{K_O} = 0$$

Die Kurve des in der Zeit unveränderten Kapitaleinsatzes liegt ohne Besteuerung um das Produkt aus Steuersatz der Produktionskostensteuer und der Summe der Produktionskosten über der Kurve des in der Zeit unveränderten Kapitaleinsatzes bei Besteuerung der Produktionskosten.

---

1) Dies kann man aus Gleichung $(113)^{I}$ ersehen, wenn man $T_G = 0$ setzt, also eine Betrachtung der $\dot{k}_E$-Gleichung ohne (irgendeine) Besteuerung ($\emptyset_1^{o.St.}$) vornimmt.

2) Vgl. zur Herleitung im Anhang Kapitel II zu B.2., S. 293.

b) Vergleich der Veränderung der Ausschüttung bei Veränderung des Kapitaleinsatzes bei Besteuerung mit einer Produktionskostensteuer und ohne Besteuerung

Bildet man von $(113)^{o.St.}$ mit Hilfe der Gleichungen $(115)^{I}$ und $(116)^{I}$ die zu $(117)^{I}$ analoge Gleichung und vergleicht sie mit $(117)^{Ko}$, so gilt:[1)]

(18) $$\left.\frac{d\tilde{D}}{dk_E}\right|_{\emptyset_1^{o.St.}=0} > \left.\frac{d\tilde{D}}{dk_E}\right|_{\emptyset_1^{Ko}=0}$$

Die Veränderung der Ausschüttung bei Veränderung des Kapitaleinsatzes ist bei der $\emptyset_1^{o.St.}$ = O-Kurve um das Produkt aus Steuersatz der Produktionskostensteuer und der Summe aus den Grenzkosten des Vorleistungs- und Kapitaleinsatzes größer als bei Besteuerung der Produktionskosten.

c) Vergleich der Kapitalstöcke maximaler Ausschüttung bei Besteuerung mit einer Produktionskostensteuer und ohne Besteuerung

Da der Kapitalstock maximaler Ausschüttung dann erreicht ist, wenn $\left.\frac{d\tilde{D}}{dk_E}\right|_{\emptyset_1=0} = 0$ ist, gilt entsprechend Gleichung (23) im Anhang zu B.2. auf S. 294 für $\tilde{k}_E^{o.St.}$, verglichen mit $\tilde{k}_E^{Ko}$ aus Gleichung $(118)^{Ko}$:[2)]

(19) $$\tilde{k}_E^{o.St.} > \tilde{k}_E^{Ko}$$

Der Kapitalstock maximaler Ausschüttung ist ohne Besteuerung größer als der bei Besteuerung mit einer Produktionskostensteuer.

1) Vgl. zur Herleitung im Anhang Kapitel II zu B.2., S. 294.
2) Vgl. zur Herleitung im Anhang Kapitel II zu B.2., S. 294 f.

d) Vergleich der steady-state Kapitalstöcke bei Besteuerung mit einer Produktionskostensteuer und ohne Steuer

Da:[1]

$$(114)^{o.St.} \quad \left(\frac{\dot{\tilde{D}}}{\tilde{D}}\right)^{o.St.} = \frac{1}{\sigma}\left[f'(k_E)\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(0)f(k_E))^{\varepsilon}} - ul\right) - \delta - \rho - \sigma\tau\right]$$

und der steady-state Kapitalstock dann erreicht ist, wenn die Wachstumsrate der Ausschüttung null ist, gilt im Vergleich der steady-state Kapitalstöcke bei Produktionskostensteuer und ohne Besteuerung mit Gleichung $(122)^{Ko}$ bzw. aus Gleichung $(114)^{o.St.}$ folgend:[2]

$$(20) \qquad k_E^{*o.St.} > k_E^{*Ko}$$

Der steady-state Kapitalstock ist ohne Besteuerung größer als der bei Besteuerung mit einer Produktionskostensteuer.

e) Vergleich der kritischen Kapitalstöcke bei Erhebung einer Produktionskostensteuer und ohne Besteuerung

Wenn wir mit Hilfe der Gleichung $(113)^{o.St.}$ den kleinsten Kapitalstock mit einem Nettogewinn[3] von null ermitteln und ihn mit Gleichung $(120)^{Ko}$ vergleichen, so erhalten wir:[4]

$$(21) \qquad k_E^{krit\ o.St.} < k_E^{krit\ Ko}$$

Der kritische Kapitalstock ist ohne Besteuerung kleiner als der bei Erhebung einer Produktionskostensteuer.

---

1) Vgl. S. 53.
2) Vgl. zur Herleitung im Anhang Kapitel II zu B.2., S. 295.
3) Da keine Steuer erhoben wird, sind Brutto- und Nettogewinn identisch.
4) Vgl. zur Herleitung im Anhang Kapitel II zu B.2., S. 295 f.

f) Vergleich der maximalen Kapitalstöcke bei Erhebung einer Produktionskostensteuer und ohne Besteuerung

Ermitteln wir mit Gleichung $(113)^{o.St.}$ den größten Kapitalstock mit einem Nettogewinn von null und vergleichen ihn mit Gleichung $(119)^{Ko}$, so folgt:[1]

(22) $$k_E^{max\ o.St.} > k_E^{max\ Ko}$$

Der maximale Kapitalstock ist ohne Besteuerung größer als bei Erhebung einer Produktionskostensteuer.

Für das Verhältnis der Wachstumsrate der Ausschüttung bei Produktionskostensteuer bzw. ohne Besteuerung gilt mit Gleichung $(112)^{Ko}$ bzw. $(114)^{o.St.}$:

$$\left(\frac{\dot{\tilde{D}}}{\tilde{D}}\right)^{Ko} = \left(\frac{\dot{\tilde{D}}}{\tilde{D}}\right)^{o.St.} - \frac{a_{Ko}}{\sigma}[ulf'(k_E) + \delta]$$

(23) d.h.

$$\left(\frac{\dot{\tilde{D}}}{\tilde{D}}\right)^{Ko} < \left(\frac{\dot{\tilde{D}}}{\tilde{D}}\right)^{o.St.}$$

Weil durch die Besteuerung der Schattenpreis p(O) des Kapitals gegenüber der Situation bei Nichtbesteuerung sinkt, gilt:

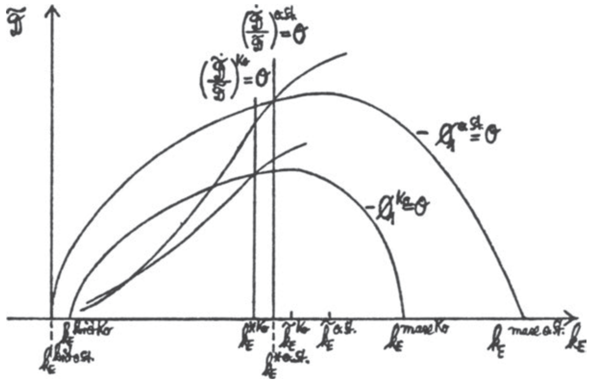
(24) $$\tilde{D}(0)|^{Ko} > \tilde{D}(0)|^{o.St.}$$

Für den Vergleich zwischen dem Fall ohne Besteuerung und dem bei Erhebung einer Produktionskostensteuer gilt damit im $\tilde{D}$, k_E-Diagramm:

---

1) Der Beweis ist analog dem für k_E^{krit}, nur kehrt sich wegen $f''(k_E) < 0$ (vgl. Gleichung $(5)^{I}$ bzw. $(17)^{I}$) das Ungleichheitszeichen um (im folgenden soll dies nicht mehr explizit erwähnt werden).

Abb. 13:



Ergebnisse:

- Durch die Besteuerung mit einer Produktionskostensteuer erhöht sich das Mindestkapital, welches zur längerfristigen Produktion notwendig ist, weil der Nettogewinn an der Stelle $k_E^{krit\ o.St.}$ infolge der Besteuerung der Produktionskosten negativ ist.

- Steady-state Kapitalstock und steady-state Ausschüttung sinken durch die Erhebung der Produktionskostensteuer, weil einerseits die Summe aus Nettogrenzkosten der Vorleistungen und Nettogrenzkosten des Kapitalverschleißes steuerlich belastet wird und somit die Nettogrenzkosten steigen, was cet.par. bei gleichem k_E zu einem geringeren Nettogrenzgewinn im Vergleich mit der Situation ohne Besteuerung führt, und zum anderen wird der Nettogewinn durch Erhebung der Produktionskostensteuer bei gleichem k_E gegenüber der Situation ohne Besteuerung verringert. Die Ausbringungsmenge sinkt, und der Ausbringungspreis steigt somit bei Erhebung einer Produktionskostensteuer, verglichen mit der Situation ohne Besteuerung.

- Der Kapitalstock maximaler Ausschüttung wird durch die Produktionskostensteuer verringert, und die zugeordnete maximale Ausschüttung sinkt.[1)]

- Der optimale Pfad bei Erhebung einer Produktionskostensteuer liegt anfangs über, später jedoch unter dem optimalen Pfad ohne Besteuerung.

C) Vermögensteuer

1. Optimaler Pfad, steady-state Ausschüttung und steady-state Kapitalstock, kritischer und maximaler Kapitalstock sowie Kapitalstock maximaler Ausschüttung einer Vermögensteuer

Unterstellen wir, es werde eine Vermögensteuer erhoben, deren Bemessungsgrundlage das Eigenkapital K_E der Unternehmung und deren Steuersatz a_V[2)] unabhängig von der Bemessungsgrundlage sei. Wir wollen weiterhin berücksichtigen, daß durch die Steuergesetzgebung ein Parameter Θ, wobei $0 < \Theta \leq 1$ gelten soll,[3)] festgelegt werde, der angibt, daß:

bei $0 < \Theta < 1$: nur Teile der Bemessungsgrundlage besteuert werden (etwa wegen besonderer Bewertungsverfahren z.B. Einheitswertverfahren etc.).

bei $\Theta = 1$: die Bemessungsgrundlage vollständig der Besteuerung unterliegt.

Die Steuerfunktion der Vermögensteuer T_V lautet dann:

$$(30)^V \quad T_V = a_V \cdot \Theta \cdot K_E$$

---

1) Die Begründung ist dieselbe wie die für $k_E^{*Ko} < k_E^{*o.St.}$ bzw. $\tilde{D}^{*Ko} < \tilde{D}^{*o.St.}$ unmittelbar vorher aufgeführte.

2) $0 < a_V < 1$.

3) Der Fall $\Theta = 0$, der völlige Vermögensteuerbefreiung bedeuten würde, soll ausgeklammert werden (da er realistischerweise nur für Teile der Bemessungsgrundlage, nicht aber für die gesamte Bemessungsgrundlage einer Unternehmung Gültigkeit besitzt).

Setzen wir die Steueraufkommensgleichung dieser Vermögensteuer in Gleichung $(32)^{I}$, die Einkommenserzielung und Einkommensverwendung miteinander verknüpft, anstelle der Gewinnsteuer T_G ein, so erhalten wir für die Bewegungsgleichung des Kapitals K_E:

$$(34)^{V} \quad \dot{K}_E = F^{1-\varepsilon}e^{\pi t} - wL - ulF - (\delta + a_V\Theta)K_E - D$$

Die Bewegungsgleichung des Kapitals k_E läßt sich dann wie folgt schreiben:

$$(48)^{V} \quad \dot{k}_E = f(k_E)\left(\frac{1}{(L(0)f(k_E))^{\varepsilon}} - ul\right) - w(0) - (\delta + a_V\Theta)k_E - \tau k_E - \tilde{D}$$

Für die optimale Allokation von Ausschüttung und Erhöhung des Kapitalstocks in der Zeit gilt:

$$(63)^{V} \quad U'(\tilde{D}) = p^{V}$$

Bei Erhebung einer Vermögensteuer gemäß $(30)^{V}$ erhält man mit den Gleichungen $(39)^{I}$ und $(54)^{I}$ für die Bewegungsgleichung des Schattenpreises p^{V} nun:

$$(65)^{V} \quad \dot{p}^{V} = -p^{V}\left[f'(k_E)\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(0)f(k_E))^{\varepsilon}} - ul\right) - (\delta + a_V\Theta) - \rho - \sigma\tau\right]$$

Hiermit kann man mit Gleichung $(63)^{V}$ und den Gleichungen $(108)^{I}$ - $(111)^{I}$ für die Wachstumsratengleichung der Ausschüttung bei Besteuerung mit einer Vermögensteuer schreiben:

$$(112)^{V} \quad \left(\frac{\dot{\tilde{D}}}{\tilde{D}}\right)^{V} = \frac{1}{\sigma}\left[f'(k_E)\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(0)f(k_E))^{\varepsilon}} - ul\right) - (\delta + a_V\Theta) - \rho - \sigma\tau\right]$$

Formulieren wir die Gleichungen $(48)^{V}$ und $(112)^{V}$ analog den Gleichungen $(113)^{I}$ und $(114)^{I}$, so gilt:

$$(113)^V \quad \emptyset_1^V = f(k_E)\left(\frac{1}{(L(O)f(k_E))^{\varepsilon}} - ul\right) - w(O) - (\delta + a_V\Theta)k_E - \tau k_E - \tilde{D}$$

$$(114)^V \quad \emptyset_2^V = \frac{1}{\sigma}\left[f'(k_E)\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(O)f(k_E))^{\varepsilon}} - ul\right) - (\delta + a_V\Theta) - \rho - \sigma\tau\right]$$

Aus Gleichung $(113)^V$ folgt dann für die Veränderung der Ausschüttung bei Veränderung des Kapitalstocks für $\emptyset_1^V = O$:

$$(117)^V \quad \left.\frac{d\tilde{D}}{dk_E}\right|_{\emptyset_1^V = O} = f'(k_E)\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(O)f(k_E))^{\varepsilon}} - ul\right) - (\delta + a_V\Theta) - \tau$$

D.h. es gilt:

$$(119)^V \quad \left.\frac{d\tilde{D}}{dk_E}\right|_{\emptyset_1^V = O} \begin{Bmatrix} > \\ = \\ < \end{Bmatrix} O, \quad \text{wenn } k_E \begin{Bmatrix} < \\ = \\ > \end{Bmatrix} \tilde{k}_E^V$$

wobei der maximale Kapitalstock bei Erhebung einer Vermögensteuer gemäß Gleichung $(30)^V$ definiert ist durch:

$$(118)^V \quad k_E := \tilde{k}_E^V, \quad \text{wenn } f'(\tilde{k}_E^V)\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(O)f(\tilde{k}_E^V))^{\varepsilon}} - ul\right) = \delta + a_V\Theta + \tau$$

Für den steady-state Kapitalstock folgt bei Besteuerung mit einer Vermögensteuer entsprechend Gleichung $(30)^V$ mit $(114)^V$:

$$(122)^V \quad k_E := k_E^{*V}, \text{ wenn } f'(k_E^{*V})\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(O)f(k_E^{*V}))^{\varepsilon}} - ul\right) = \delta + a_V\Theta + \rho + \sigma\tau$$

Schließlich gilt für den kleinsten bzw. größten Wert des Kapitalstocks, für den der Nettogewinn null ist, bei Erhebung der Vermögensteuer:

$(120)^V \quad k_E := k_E^{krit\ V}$, wenn

$$\tilde{D}(k_E^{krit\ V}) = f(k_E^{krit\ V})\left(\frac{1}{(L(0)f(k_E^{krit\ V}))^{\varepsilon}} - ul\right) - w(0) -$$

$$- (\delta + a_V\Theta)k_E^{krit\ V} - \tau k_E^{krit\ V} = 0$$

bzw.

$(121)^V \quad k_E := k_E^{max\ V}$, wenn

$$\tilde{D}(k_E^{max\ V}) = f(k_E^{max\ V})\left(\frac{1}{(L(0)f(k_E^{max\ V}))^{\varepsilon}} - ul\right) - w(0) -$$

$$- (\delta + a_V\Theta)k_E^{max\ V} - \tau k_E^{max\ V} = 0$$

2. Vergleich von optimalem Pfad, steady-state Ausschüttung und steady-state Kapitalstock, kritischem und maximalem Kapitalstock sowie dem Kapitalstock maximaler Ausschüttung bei Vermögensteuer und ohne Besteuerung

a) Der Verlauf der $\emptyset_1(k_E, \hat{D}) = 0$-Kurve bei Erhebung einer Vermögensteuer und ohne Besteuerung

Mit Gleichung $(113)^{o.St.}$ [1] und Gleichung $(113)^V$ folgt:[2]

$$(25) \qquad \emptyset_1^{o.St.} = 0 > \emptyset_1^V = 0$$

Die Kurve des in der Zeit unveränderten Kapitaleinsatzes liegt ohne Besteuerung um das Produkt aus Steuersatz der Vermögensteuer, Parameter Θ und dem Kapitalstock über der Kurve des in der Zeit unveränderten Kapitaleinsatzes bei Erhebung der Vermögensteuer.

1) Vgl. S. 102.
2) Vgl. den Anhang zu C.2. auf S. 296 f.

b) Vergleich der Veränderung der Ausschüttung bei Veränderung des Kapitaleinsatzes bei Besteuerung mit einer Vermögensteuer und ohne Besteuerung

Aus Gleichung (23) des Anhangs zu B.2.[1] und Gleichung $(117)^V$ gilt:[2]

$$(26) \qquad \left.\frac{d\tilde{D}}{dk_E}\right|_{\phi_1^{o.St.}=0} > \left.\frac{d\tilde{D}}{dk_E}\right|_{\phi_1^V=0}$$

Die Veränderung der Ausschüttung bei Veränderung des Kapitaleinsatzes ist bei der $\phi_1^{o.St.} = 0$-Kurve um das Produkt aus Vermögensteuersatz und Parameter Θ größer als bei der $\phi_1^V = 0$-Kurve.

c) Vergleich der Kapitalstöcke maximaler Ausschüttung bei Besteuerung mit einer Vermögensteuer und ohne Besteuerung

Weil der Kapitalstock maximaler Ausschüttung dann erreicht ist, wenn $\left.\frac{d\tilde{D}}{dk_E}\right|_{\phi_1=0} = 0$ ist, gilt entsprechend Gleichung (23) im Anhang auf S. 294 für $\tilde{k}_E^{o.St.}$, im Vergleich mit $\tilde{k}_E^V$ aus Gleichung $(118)^V$:[3]

$$(27) \qquad \tilde{k}_E^{o.St.} > \tilde{k}_E^V$$

Der Kapitalstock maximaler Ausschüttung ist ohne Besteuerung größer als der bei Besteuerung mit einer Vermögensteuer.

d) Vergleich der steady-state Kapitalstöcke bei Besteuerung mit einer Vermögensteuer und ohne Besteuerung

Mit Hilfe der Gleichung $(114)^{o.St.}$[4] und Gleichung $(120)^V$ kann man ermitteln, daß:[5]

---

1) Vgl. den Anhang auf S. 294.
2) Vgl. den Anhang zu C.2. auf S. 297.
3) Vgl. den Anhang zu C.2. auf S. 297.
4) Vgl. S. 104.
5) Vgl. den Anhang zu C.2. auf S. 298.

(28) $\quad k_E^{*o.St.} > k_E^{*V}$

Der steady-state Kapitalstock ist ohne Besteuerung größer als bei Besteuerung mit einer Vermögensteuer.

e) <u>Vergleich der kritischen Kapitalstöcke bei Erhebung einer Vermögensteuer und ohne Besteuerung</u>

Ermitteln wir mit Hilfe der Gleichung $(113)^{o.St.}$ den kleinsten Kapitalstock mit einem Nettogewinn von null und vergleichen ihn mit Gleichung $(120)^{V}$, dann erhalten wir:[1]

(29) $\quad k_E^{krit\ o.St.} < k_E^{krit\ V}$

Der kritische Kapitalstock ist ohne Besteuerung kleiner als der bei Erhebung einer Vermögensteuer.

f) <u>Vergleich der maximalen Kapitalstöcke bei Erhebung einer Vermögensteuer und ohne Besteuerung</u>

Wenn wir mit Gleichung $(113)^{o.St.}$ den größten Kapitalstock mit einem Nettogewinn von null ermitteln und ihn mit Gleichung $(121)^{V}$ vergleichen, so folgt:

(30) $\quad k_E^{max\ o.St.} > k_E^{max\ V}$

Der maximale Kapitalstock ist ohne Besteuerung größer als bei Erhebung einer Vermögensteuer.

Für das Verhältnis der Wachstumsrate der Ausschüttung ohne Besteuerung bzw. mit Vermögensteuer gilt mit Gleichung $(112)^{V}$ bzw. $(114)^{o.St.}$:

(31) $$\left(\frac{\dot{\tilde{D}}}{\tilde{D}}\right)^{V} = \left(\frac{\dot{\tilde{D}}}{\tilde{D}}\right)^{o.St.} - \frac{a_V\theta}{\sigma}$$

1) Vgl. zur Herleitung im Anhang Kapitel III zu C. 2. S. 298.

d.h.

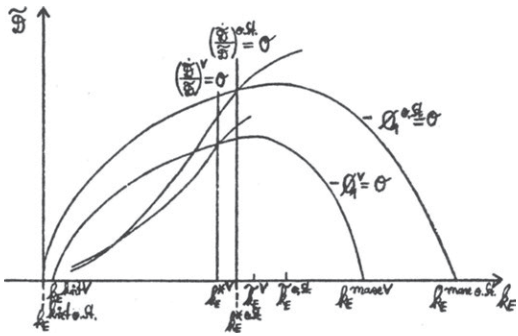
$$\left(\frac{\dot{\tilde{D}}}{\tilde{D}}\right)^{V} < \left(\frac{\dot{\tilde{D}}}{\tilde{D}}\right)^{o.St.}$$

Weil durch die Besteuerung der Schattenpreis p(O) des Kapitals gegenüber der Nichtbesteuerung sinkt, gilt:

(32) $\quad \tilde{D}(O)\,|^{V} > \tilde{D}(O)\,|^{o.St.}$

Für den Vergleich zwischen dem Fall ohne Besteuerung und dem bei Erhebung einer Vermögensteuer gilt mit den Gleichungen (25) - (30) sowie (31) und (32) für das $\tilde{D}$, k_E-Diagramm und den Verlauf des optimalen Pfades:

Abb. 14:



Ergebnisse:

- Der Mindestkapitalstock, welcher zur langfristigen Produktion notwendig ist, steigt durch die Erhebung einer Vermögensteuer, weil der Nettogewinn an der Stelle $k_E^{krit\ o.St.}$ bei Erhebung einer Vermögensteuer negativ ist.

- Steady-state Kapitalstock und steady-state Ausschüttung sinken bei Erhebung der Vermögensteuer, weil einerseits die Grenzkosten der Produktion infolge der Besteuerung des Vermögens (oder Kapitals) steigen, somit cet.par. bei gleichem k_E im Vergleich zur Situation ohne Besteuerung der Nettogrenzgewinn sinkt (und damit $k_E^{*V} < k_E^{*o.St.}$ folgt) und andererseits der Nettogewinn infolge der Erhebung der Vermögensteuer für gleiche k_E nun kleiner ist als im Falle ohne

Besteuerung. Somit kommt es bei Erhebung einer Vermögensteuer zu einem Sinken der Ausbringungsmenge und einem Steigen des Ausbringungspreises im Vergleich mit der Situation ohne Besteuerung.

- Der Kapitalstock maximaler Ausschüttung sowie die ihm zugeordnete maximale Ausschüttung sinken durch die Erhebung der Vermögensteuer.[1]

- Der optimale Pfad bei Erhebung einer Vermögensteuer liegt anfangs über, später jedoch unter dem optimalen Pfad ohne Besteuerung.

D. Eine "Reingewinnsteuer"

1. Optimaler Pfad, steady-state Ausschüttung und steady-state Kapitalstock, kritischer und maximaler Kapitalstock sowie Kapitalstock maximaler Ausschüttung einer "Reingewinnsteuer"

Unter einer "Reingewinnsteuer" soll hier, wie in der Literatur allgemein üblich, eine Steuer verstanden werden, bei der die kalkulatorischen Abschreibungen voll von der Bemessungsgrundlage abzugsfähig sind (d.h. steuerlicher Abschreibungssatz = kalkulatorischer Abschreibungssatz und somit $m = 1$) und die kalkulatorischen Zinskosten[2] ebenfalls voll abzugsfähig sind. Wenn wir mit i_H den konstanten Habenzinssatz bezeichnen, so soll für die Steuerfunktion der "Reingewinnsteuer" gelten:

$$(30)^{RG} \quad T_{RG} = a(F^{1-\varepsilon}e^{\pi t} - wL - ulF - \delta K_E - i_H K_E)$$

Mit den Steueraufkommensgleichungen $(30)^{E_1}$, $(30)^{Ko}$ und $(30)^{V}$ kann man $(30)^{RG}$ auch schreiben als:[3]

$$(30')^{RG} \quad T_{RG} = T_{E_1} - T_{Ko} - T_V$$

---

1) Die Begründung kann analog der für $k_E^{*V} < k_E^{*o.St.}$ bzw. $\tilde{D}^{*V} < \tilde{D}^{*o.St.}$ unmittelbar vorher gegebenen erfolgen.
2) Hier wird nur die Selbstfinanzierung berücksichtigt.
3) Wir setzen dabei $a_{E_1} = a_{Ko} = a$ und $a_V = a i_H$.

d.h. die Reingewinnsteuer kann hier interpretiert werden als Differenz mehrerer Einzelsteuern bzw., wenn wir negative Steueraufkommen als Subvention bezeichnen, als Summe aus einer Steuer auf den Erlös (T_{E_1}), einer Subvention auf die Produktionskosten, bestehend aus den Lohn- und Gehaltsaufwendungen, den Vorleistungsaufwendungen und den Verschleißkosten des Kapitals, und einer Subvention auf das eingesetzte Kapital.

Wenn wir die Steueraufkommensgleichung der Reingewinnsteuer in Gleichung $(32)^{I}$ anstelle der Steueraufkommensgleichung der Gewinnsteuer T_G einsetzen, dann erhalten wir für die Bewegungsgleichung des Kapitals K_E:

$$(34)^{RG} \quad \dot{K}_E = (F^{1-\varepsilon}e^{\pi t} - wL - ulF)(1-a) - \delta K_E(1-a) + ai_H K_E - D$$

und somit gilt für die Bewegungsgleichung des Kapitals k_E:

$$(48)^{RG} \quad \dot{k}_E = f(k_E)\left(\frac{1}{(L(O)f(k_E))^{\varepsilon}} - ul\right)(1-a) - w(O)(1-a) - \\ - \delta k_E(1-a) - \tau k_E + ai_H k_E - \tilde{D}$$

Für die optimale Verwendung des Nettogewinnes für Ausschüttung und Gewinnthesaurierung gilt:

$$(63)^{RG} \quad U'(\tilde{D}) = p^{RG}$$

Die Bewegungsgleichung des Schattenpreises p^{RG} des Kapitals ist mit den Gleichungen $(39)^{I}$ und $(54)^{I}$:

$$(65)^{RG}$$
$$\dot{p}^{RG} = - p^{RG}\left[f'(k_E)\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(O)f(k_E))^{\varepsilon}} - ul\right)(1-a) - \delta(1-a) + ai_H - \rho - \sigma\tau\right]$$

Damit gilt bei Verwendung der Gleichungen $(63)^{RG}$, $(108)^{I}$ - $(111)^{I}$ und $(65)^{RG}$ für die Wachstumsratengleichung der Ausschüttung bei Besteuerung mit einer Reingewinnsteuer gemäß Gleichung $(30)^{RG}$:

$(112)^{RG}$

$$\left(\frac{\dot{\tilde{D}}}{\tilde{D}}\right)^{RG} = \frac{1}{\sigma}\left[f'(k_E)\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(0)f(k_E))^{\varepsilon}} - ul\right)(1-a) - \delta(1-a) + ai_H - \rho - \sigma\tau\right]$$

Die Gleichungen $(48)^{RG}$ und $(112)^{RG}$ kann man wiederum analog zu $(113)^{I}$ bzw. $(114)^{I}$ formulieren:

$$(113)^{RG} \quad \emptyset_1^{RG} = f(k_E)\left(\frac{1}{(L(0)f(k_E))^{\varepsilon}} - ul\right)(1-a) - w(0)(1-a) -$$

$$-\delta k_E(1-a) - \tau k_E + ai_H k_E - \tilde{D}$$

$$(114)^{RG} \quad \emptyset_2^{RG} = \frac{1}{\sigma}\left[f'(k_E)\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(0)f(k_E))^{\varepsilon}} - ul\right)(1-a) - \delta(1-a) + ai_H - \rho - \sigma\tau\right]$$

Aus Gleichung $(113)^{RG}$ folgt für $\emptyset_1^{RG} = 0$ für die Veränderung der Ausschüttung bei Veränderung des Kapitaleinsatzes:

$$(117)^{RG} \quad \left.\frac{d\tilde{D}}{dk_E}\right|_{\emptyset_1^{RG}=0} = f'(k_E)\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(0)f(k_E))^{\varepsilon}} - ul\right)(1-a) - \delta(1-a) - \tau + ai_H$$

Somit gilt:

$$(119)^{RG} \quad \left.\frac{d\tilde{D}}{dk_E}\right|_{\emptyset_1^{RG}=0} \begin{Bmatrix} \geq \\ = \\ < \end{Bmatrix} 0 \;, \quad \text{wenn } k_E \begin{Bmatrix} \leq \\ = \\ > \end{Bmatrix} \tilde{k}_E^{RG}$$

mit:

$$(118)^{RG} \quad k_E := \tilde{k}_E^{RG}, \quad \text{wenn}$$

$$f'(\tilde{k}_E^{RG})\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(O)f(\tilde{k}_E^{RG}))^{\varepsilon}} - ul\right)(1-a) = \delta(1-a)+\tau-ai_H$$

Aus Gleichung $(114)^{RG}$ folgt für den steady-state Kapitalstock, wenn eine Reingewinnsteuer entsprechend Gleichung $(30)^{RG}$ erhoben wird:

$$(122)^{RG} \quad k_E := k_E^{*RG}, \quad \text{wenn}$$

$$f'(k_E^{*RG})\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(O)f(k_E^{*RG}))^{\varepsilon}} - ul\right)(1-a) = \delta(1-a)+\rho+\sigma\tau-ai_H$$

Schließlich gilt für den Kapitalstock mit dem kleinsten bzw. größten Wert, für den der Nettogewinn null ist, bei Erhebung einer Reingewinnsteuer gemäß Gleichung $(30)^{RG}$:

$$(120)^{RG} \quad k_E := k_E^{krit\ RG}, \quad \text{wenn}$$

$$\tilde{D}(k_E^{krit\ RG}) = f(k_E^{krit\ RG})\left(\frac{1}{(L(O)f(k_E^{krit\ RG}))^{\varepsilon}} - ul\right)(1-a) -$$

$$- w(O)(1-a) - (\delta(1-a) + \tau - ai_H)k_E^{krit\ RG} = O$$

bzw.

$$(121)^{RG} \quad k_E := k_E^{max\ RG}, \quad \text{wenn}$$

$$\tilde{D}(k_E^{max\ RG}) = f(k_E^{max\ RG})\left(\frac{1}{(L(O)f(k_E^{max\ RG}))^{\varepsilon}} - ul\right)(1-a) -$$

$$- w(O)(1-a) - (\delta(1-a) + \tau - ai_H)k_E^{max\ RG} = O$$

2. Vergleich von optimalem Pfad, steady-state Ausschüttung und steady-state Kapitalstock, kritischem und maximalem Kapitalstock sowie dem Kapitalstock maximaler Ausschüttung bei einer "Reingewinnsteuer" und ohne Besteuerung

Für den Zusammenhang zwischen dem unveränderten Kapitaleinsatz in der Zeit bei Reingewinnbesteuerung und dem unveränderten Kapitaleinsatz in der Zeit ohne Besteuerung folgt unmittelbar mit den Gleichungen $(113)^{RG}$ und $(113)^{o.St.}$[1]:

$$(33) \qquad \tilde{D}^{RG} = \tilde{D}^{o.St.} - a\left[f(k_E)\left(\frac{1}{(L(O)f(k_E))^{\varepsilon}} - ul\right) - w(O) - \delta k_E - i_H k_E\right]$$

Unterstellen wir zunächst, daß, bei fest gegebenem τ, der Habenzinssatz i_H so groß sei, daß gelte:

$$(34) \qquad i_H = \tau$$

Dann kann man für Gleichung (33) auch schreiben:

$$(33') \qquad \tilde{D}^{RG} = \tilde{D}^{o.St.} - a\left[f(k_E)\left(\frac{1}{(L(O)f(k_E))^{\varepsilon}} - ul\right) - w(O) - \delta k_E - \tau k_E\right]$$

Vergleichen wir die maximal mögliche Ausschüttung bei Reingewinnbesteuerung mit der ohne Besteuerung für den kritischen Kapitalstock $k_E^{krit\ o.St.}$, so gilt:

$$\tilde{D}^{RG}(k_E^{krit\ o.St.}) = \tilde{D}^{o.St.}(k_E^{krit.\ o.St.}) -$$

$$-a\left[f(k_E^{krit\ o.St.})\left(\frac{1}{(L(O)f(k_E^{krit\ o.St.}))^{\varepsilon}} - ul\right) - w(O) -\right.$$

$$\left. -\delta k_E^{krit\ o.St.} - \tau k_E^{krit\ o.St.}\right]$$

---

1) Vgl. S. 102.

(35) oder mit Gleichung $(113)^{o.St.}$:

$$\tilde{D}^{RG}(k_E^{krit\ o.St.}) = \tilde{D}^{o.St.}(k_E^{krit\ o.St.}) - a[\dot{k}_E^{krit\ o.St.} + \tilde{D}^{o.St.}(k_E^{krit\ o.St.})]$$

Mit Hilfe der für den Fall ohne Besteuerung analog zu $(120)^{I}$ gebildeten Gleichung können wir dann auch schreiben:

$$\tilde{D}^{RG}(k_E^{krit\ o.St.}) = \tilde{D}^{o.St.}(k_E^{krit\ o.St.}) = 0 \tag{36}$$

Der kritische Kapitalstock mit Reingewinnbesteuerung ist genauso groß wie der kritische Kapitalstock ohne Besteuerung, weil bei $i_H = \tau$ der zu versteuernde Gewinn dem Gewinn ohne Steuer entspricht und für $k_E^{krit\ o.St.}$ gilt, daß der Gewinn ohne Besteuerung null ist. Ist der Kapitalstock größer als der kritische, also $k_E > k_E^{krit}$, so folgt aus Gleichung (35):

$$\tilde{D}^{RG}(k_E > k_E^{krit}) = \tilde{D}^{o.St.} - a(\dot{k}_E^{o.St.} + \tilde{D}^{o.St.}) \tag{37}$$

Weil der Gewinn ohne Besteuerung für $k_E^{max\ o.St.} > k_E > k_E^{krit\ o.St.}$ größer null ist, gilt für alternative Kapitalstockhöhen in diesem Wertebereich beim Vergleich der Reingewinnbesteuerung mit der Nichtbesteuerung:

$$\tilde{D}^{RG} < \tilde{D}^{o.St.}, \quad \text{für } k_E^{krit\ o.St.} < k_E < k_E^{max\ o.St.} \tag{38}$$

Die $\dot{k}_E = 0$-Kurve liegt somit im Falle der Reingewinnsteuer und bei Gleichheit von Habenzinssatz und Wachstumsrate des technischen Fortschritts bei alternativen Kapitalstöcken, für die $k_E^{krit} < k_E < k_E^{max\ o.St.}$ gilt, um das Produkt aus Steuersatz und Gewinn bei Nichtbesteuerung unterhalb des jeweiligen Punktes der $\dot{k}_E = 0$-Kurve ohne Besteuerung.

Für $k_E = k_E^{max\ o.St.}$ gilt mit Gleichung (35) und der analog zu Gleichung $(121)^I$ gebildeten Gleichung für den Fall ohne Besteuerung:

$$(39) \qquad \tilde{D}^{RG}(k_E^{max\ o.St.}) = \tilde{D}^{o.St.}(k_E^{max\ o.St.}) = 0$$

Der maximale Kapitalstock bleibt für $i_H = \tau$ bei Reingewinnbesteuerung ebenfalls unverändert gegenüber dem Fall ohne Besteuerung.

Beim Vergleich der Kapitalstöcke maximaler Ausschüttung bei Erhebung einer Reingewinnsteuer bzw. ohne Steuer erhalten wir für $i_H = \tau$ aus den Gleichungen $(118)^{RG}$ und Gleichung (23) des Anhangs auf S. 294:[1)]

$$(40) \qquad \tilde{k}_E^{RG} = \tilde{k}_E^{o.St.}$$

Bei Reingewinnbesteuerung bleibt der Kapitalstock maximaler Ausschüttung, wenn der Habenzinssatz gleich der Wachstumsrate des technischen Fortschritts ist, unverändert gegenüber der Situation ohne Besteuerung.

Und schließlich gilt für den steady-state Kapitalstock bei $i_H = \tau$ im Vergleich Reingewinnbesteuerung und Nichtbesteuerung mit den Gleichungen $(122)^{RG}$ und mit Hilfe der Gleichung $(114)^{o.St.}$[2)] sowie Gleichung $(92)^I$:

$$(41) \qquad k_E^{*RG} < k_E^{*o.St.}$$

Der steady-state Kapitalstock sinkt bei Erhebung einer Reingewinnsteuer für den Fall, daß Habenzinssatz und Wachstumsrate des technischen Fortschritts gleich sind, verglichen mit der Situation ohne Besteuerung.

---

1) Vgl. für die Herleitung der Ergebnisse im folgenden den Anhang Kapitel II zu D.2. auf S. 299 ff.
2) Vgl. S. 104.

Für die Wachstumsrate der Ausschüttung[1] bei Reingewinnbesteuerung gilt im Vergleich mit der Wachstumsrate der Ausschüttung ohne Besteuerung mit den Gleichungen $(112)^{RG}$ und $(114)^{o.St.}$ für gleichen Kapitalstock, wenn $i_H = \tau$:[2]

$$(42) \qquad \left(\frac{\dot{\tilde{D}}}{\tilde{D}}\right)^{RG} = \left(\frac{\dot{\tilde{D}}}{\tilde{D}}\right)^{o.St.} - \frac{a}{\sigma} C \text{ }^{3)}$$

oder

$$(42') \qquad \left(\frac{\dot{\tilde{D}}}{\tilde{D}}\right)^{RG} < \left(\frac{\dot{\tilde{D}}}{\tilde{D}}\right)^{o.St.}$$

Die Wachstumsrate der Ausschüttung bei Reingewinnbesteuerung und $i_H = \tau$ ist um das Produkt aus dem Quotienten aus Steuersatz und Grenznutzenelastizität der Ausschüttung, multipliziert mit C, kleiner als ohne Besteuerung.

Mit den Gleichungen $(113)^{RG}$, $(113)^{o.St.}$ und $i_H = \tau$ gilt, wenn $\emptyset_1^{RG} = 0$, $\emptyset_1^{o.St.} = 0$, für jeweils gleichen Kapitalstock:[4]

$$(43) \qquad \tilde{D}^{RG} = \tilde{D}^{o.St.}(1-a)$$

Für gleichen Kapitalstock ist die maximal mögliche Ausschüttung bei Reingewinnbesteuerung und $i_H = \tau$ um das Produkt aus Steuersatz und maximal möglicher Ausschüttung ohne Besteuerung kleiner als ohne Besteuerung. Aus Gleichung (41)

---

1) Die folgenden Ausführungen dienen der vergleichenden Betrachtung des optimalen Pfades bei Reingewinnbesteuerung und ohne Besteuerung.

2) Vgl. im Anhang Kapitel II zu D.2. auf S. 300.

3) Mit $C = \left[f'(k_E)\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(0)f(k_E))^{\varepsilon}} - u\right) - \delta - \tau\right]$, d.h. C besteht aus dem Wertgrenzprodukt des Kapitals abzüglich der Grenzkosten des Vorleistungseinsatzes und des Kapitalverschleißes und abzüglich der Wachstumsrate des technischen Fortschritts; vgl. den Beweis auf S. 300.

4) Vgl. im Anhang Kapitel II zu D.2. auf S. 300.

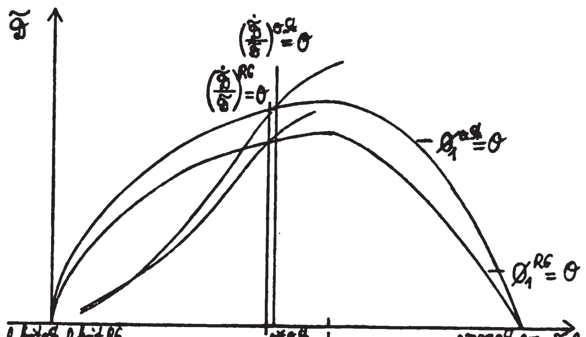
gilt, daß der optimale Kapitalstock der Reingewinnsteuer für $i_H = \tau$ kleiner ist als ohne Besteuerung.

Durch die Erhebung der Reingewinnsteuer bei $i_H = \tau$ sinkt gegenüber dem Fall ohne Besteuerung der zukünftige Nutzenstrom, der durch eine zusätzliche Einheit Kapital im Zeitpunkt O begründet wird.[1] Damit ist in t = O:

$$(44) \qquad \tilde{D}(0)\Big|^{i_H=\tau} > \tilde{D}(0)\Big|^{o.St.}$$

Mit den Gleichungen (36) - (41) und den Gleichungen (42) - (44) ergibt sich für $i_H = \tau$ für das $\tilde{D}$, k_E-Diagramm und den Verlauf des optimalen Pfades bei Reingewinnbesteuerung und ohne Besteuerung folgende Abbildung:[2]

<u>Abb. 15:</u>



1) Vgl. den Anhang Kapitel II zu D.2. auf S. 301.
2) Vgl. auf S. 301 f.

Welche Änderungen ergeben sich nun, wenn anstatt der Gleichheit von Habenzinssatz und Wachstumsrate des technischen Fortschritts gilt:

(45) $\quad i_H < \tau$

Gegenüber der Situation in Gleichung (34) wird nun also angenommen, daß der Habenzinssatz kleiner als die fest vorgegebene Wachstumsrate des technischen Fortschritts ist.

Wenn wir die maximal mögliche Ausschüttung bei Reingewinnbesteuerung, im Vergleich mit der ohne Besteuerung, für den kritischen Kapitalstock $k_E^{\text{krit o.St.}}$ bei Gültigkeit von Gleichung (45) betrachten, so gilt:[1)]

(46)

$$\tilde{D}^{RG}(k_E^{\text{krit o.St.}}) = \tilde{D}^{\text{o.St.}}(k_E^{\text{krit o.St.}}) - a\left[(\tau - i_H)k_E^{\text{krit o.St.}}\right]$$

oder

(46') $$\tilde{D}^{RG}(k_E^{\text{krit o.St.}}) < \tilde{D}^{\text{o.St.}}(k_E^{\text{krit o.St.}}) = 0$$

Aus (46) folgt dann auch:[2)]

(47) $$\tilde{D}(k_E^{\text{krit RG}}) = \left(\dot{k}_E^{\text{o.St.}}(k_E^{\text{krit RG}}) + \right.$$

$$\left. + \tilde{D}^{\text{o.St.}}(k_E^{\text{krit RG}})\right)(1-a) - a\left((\tau - i_H)k_E^{\text{krit RG}}\right) = 0$$

D.h. der kritische Kapitalstock mit Reingewinnbesteuerung ist größer als der kritische Kapitalstock ohne Besteuerung.

Da für $k_E = k_E^{\text{max o.St.}}$ gilt:

---

1) Vgl. zur Herleitung S. 303.
2) Vgl. zur Herleitung S. 303 f.

$$(48) \qquad \tilde{D}^{RG}(k_E^{\max\ o.St.}) = \tilde{D}^{o.St.}(k_E^{\max\ o.St.}) - a[(\tau - i_H)k_E^{\max\ o.St.}] < 0$$

ist der maximale Kapitalstock bei Reingewinnbesteuerung für $i_H < \tau$ kleiner als der maximale Kapitalstock ohne Besteuerung.

Für den Kapitalstock maximaler Ausschüttung bei Reingewinnbesteuerung bzw. ohne Besteuerung erhalten wir für $i_H < \tau$ folgendes Verhältnis:[1]

$$(49) \qquad \tilde{k}_E^{RG} < \tilde{k}_E^{o.St.}$$

Durch die Erhebung der Reingewinnsteuer sinkt der Kapitalstock maximaler Ausschüttung, wenn $i_H < \tau$ ist, verglichen mit der Situation ohne Besteuerung.

Für den steady-state Kapitalstock folgt mit den Gleichungen $(122)^{RG}$ bzw. aus Gleichung $(114)^{o.St.}$, daß er bei Reingewinnbesteuerung für $i_H < \tau$ kleiner ist als ohne Besteuerung, und mit den Gleichungen (34), (41) und (45) folgt auch,[2] daß er kleiner ist als der steady-state Kapitalstock bei Reingewinnbesteuerung und $i_H = \tau$:[3]

$$(50) \qquad k_E^{*RG} < k_E^{*o.St.}, \quad \text{wobei} \quad k_{E(45)}^{*RG\ 4)} < k_{E(34)}^{*RG}$$

Für die Wachstumsrate der Ausschüttung bei Reingewinnbesteuerung gilt nun im Vergleich mit der Wachstumsrate der Ausschüttung ohne Besteuerung mit den Gleichungen $(112)^{RG}$ und $(114)^{o.St.}$ für gleichen Kapitalstock, wenn $i_H < \tau$:[5]

1) Vgl. zur Herleitung S. 304 f.
2) τ ist fest vorgegeben, nur i_H wird variiert.
3) Vgl. zur Herleitung S. 305 f.
4) Die Subskripte nennen die Gleichungen mit den Annahmen hinsichtlich der Größe von i_H.
5) Vgl. den Beweis auf S. 306.

$$\left(\frac{\dot{\tilde{D}}}{\tilde{D}}\right)^{RG} = \left(\frac{\dot{\tilde{D}}}{\tilde{D}}\right)^{o.St.} - \frac{a}{\sigma} C_1 \quad ^{1)}$$

(51) oder

$$\left(\frac{\dot{\tilde{D}}}{\tilde{D}}\right)^{RG} << \left(\frac{\dot{\tilde{D}}}{\tilde{D}}\right)^{o.St.}$$

Die Wachstumsrate der Ausschüttung bei Reingewinnbesteuerung und $i_H < \tau$ ist um das Produkt aus dem Quotienten aus Steuersatz und Grenznutzenelastizität der Ausschüttung, multipliziert mit C_1, kleiner als ohne Besteuerung. Da $C_1 > C$ ist, gilt somit auch, daß sie gegenüber dem Fall mit $i_H = \tau$ nun kleiner ist.

Mit den Gleichungen $(113)^{RG}$, $(113)^{o.St.}$ und $i_H < \tau$ gilt, wenn $\emptyset_1^{RG} = 0$, $\emptyset_1^{o.St.} = 0$ für jeweils gleichen Kapitalstock:

(52) $\tilde{D}^{RG} = \tilde{D}^{o.St.}(1-a) - a(\tau - i_H)k_E$ [2]

Für gleichen Kapitalstock ist die maximal mögliche Ausschüttung bei Reingewinnbesteuerung und $i_H < \tau$ um das Produkt aus Steuersatz, multipliziert mit der Summe aus maximal möglicher Ausschüttung ohne Besteuerung, zuzüglich dem Produkt aus Wachstumsrate des technischen Fortschritts und Kapital abzüglich dem Produkt aus Habenzinssatz und Kapital kleiner als ohne Besteuerung. Da $i_H < \tau$ gelten soll, folgt daraus auch, daß die maximal mögliche Ausschüttung bei Reingewinnbesteuerung für $i_H = \tau$ größer ist als bei $i_H < \tau$:

(53) $\tilde{D}^{RG}_{i_H<\tau} < \tilde{D}^{RG}_{i_H=\tau}$ für $\forall\, k_E$

---

1) Mit $C_1 = \left[f'(k_E)\left(\frac{1}{(L(0)f(k_E))^{\varepsilon}} - ul\right) - \delta - i_H\right]$

2) Vgl. den Beweis auf S. 307.

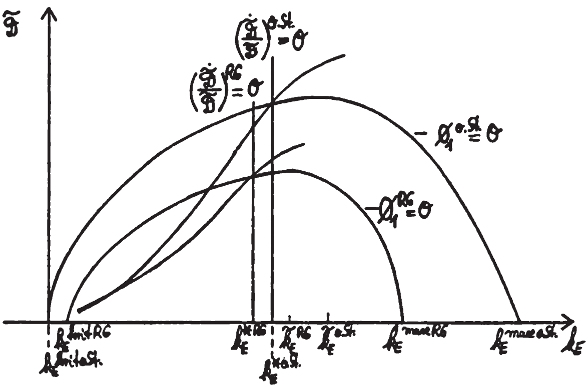
Aus Gleichung (50) folgt, daß der steady-state Kapitalstock der Reingewinnsteuer kleiner ist als ohne Besteuerung, und da $i_H < \tau$ sein soll, gilt, daß er kleiner ist als im Falle $i_H = \tau$.

Da auch für $i_H < \tau$ der Schattenpreis p(O) des Kapitals gegenüber der Nichtbesteuerung sinkt, gilt:

(54) $\quad \tilde{D}(0)\Big|^{i_H<\tau} > \tilde{D}(0)\Big|^{o.St.}$

Mit den Gleichungen (46) - (50), Gleichung (34) bzw. (41) und den Gleichungen (51) - (54) läßt sich für $i_H < \tau$ für das $\tilde{D}$, k_E-Diagramm und den Verlauf des optimalen Pfades bei Reingewinnbesteuerung und ohne Besteuerung folgendes Schaubild zeichnen:

Abb. 16:



Schließlich wollen wir für das Verhältnis von Habenzinssatz und Wachstumsrate des technischen Fortschritts unterstellen, daß der Habenzinssatz gegenüber der fest gegebenen Wachstumsrate des technischen Fortschritts so groß sei, daß gelte:

(55) $\quad i_H > \tau$

Betrachten wir wiederum zunächst die Veränderung des Kapitalstocks in der Zeit bei Reingewinnbesteuerung und im Falle ohne Besteuerung für den kritischen Kapitalstock $k_E^{krit\ o.St.}$ bei $i_H > \tau$. Es gilt dann:

$$(56) \quad \tilde{D}^{RG}(k_E^{krit\ o.St.}) = \tilde{D}^{o.St.}(k_E^{krit\ o.St.}) - $$
$$- a\left[(\tau - i_H)k_E^{krit\ o.St.}\right]$$

oder

$$(56') \quad \tilde{D}^{RG}(k_E^{krit\ o.St.}) > \tilde{D}^{o.St.}(k_E^{krit\ o.St.}) = 0$$

Aus (56) bzw. (56') folgt:[1)]

$$(57) \quad \tilde{D}(k_E^{krit\ RG}) = \left(\dot{k}_E^{o.St.}(k_E^{krit\ RG}) + \right.$$
$$\left. + \tilde{D}^{o.St.}(k_E^{krit\ RG})\right)(1-a) - a\left((\tau - i_H)k_E^{krit\ RG}\right) = 0$$

Damit gilt, daß der kritische Kapitalstock mit Reingewinnbesteuerung kleiner ist als der kritische Kapitalstock ohne Besteuerung. Mit Gleichung (33) gilt,[2)] solange $k_E^{krit\ RG} < k_E^1 < k_E^I$, mit (57):

$$(58) \quad \tilde{D}^{RG}(k_E^1) > \tilde{D}^{o.St.}(k_E^1) \quad , \quad \text{wobei}$$

---

1) Der Beweis kann analog dem zu Gleichung (47) auf S. 303 f. des Anhangs durchgeführt werden.
2) Vgl. Gleichung (33), S. 118.

(59) $k_E := k_E^{I}$, wenn

$$f(k_E^{I})\left(\frac{1}{(L(0)f(k_E^{I}))^{\varepsilon}} - ul\right) - w(0) - \delta k_E^{I} - i_H k_E^{I} = 0$$

Für Kapitalstockwerte, die größer sind als der kritische Kapitalstock bei Reingewinnbesteuerung und kleiner als der kleinste Kapitalstock, bei dem der Erlös abzüglich der Vorleistungskosten gleich den Lohn- und Gehaltskosten, den Kosten des Kapitalverschleißes und den Finanzierungskosten[1] des Kapitals ist, liegt die $\dot{k}_E = 0$-Kurve bei Reingewinnbesteuerung über der $\dot{k}_E = 0$-Kurve ohne Besteuerung.

Hat der Kapitalstock die Größe k_E^{I}, so gilt mit Gleichung (33) und (59), daß die Veränderung des Kapitalstocks in der Zeit bei Reingewinnbesteuerung und $i_H > \tau$ gleich der ohne Besteuerung ist:

(60) $\tilde{D}^{RG}(k_E^{I}) = \tilde{D}^{o.St.}(k_E^{I})$

Betrachten wir Kapitalstöcke, für die $k_E^{I} < k_E^{2} < k_E^{II}$ gilt, mit:

(61) $k_E := k_E^{II}$, wenn

$$f(k_E^{II})\left(\frac{1}{(L(0)f(k_E^{II}))^{\varepsilon}} - ul\right) - w(0) - \delta k_E^{II} - i_H k_E^{II} = 0$$

Bei k_E^{II} gilt dann wiederum mit (33) und (59):

(62) $\tilde{D}^{RG}(k_E^{II}) = \tilde{D}^{o.St.}(k_E^{II})$

Wegen der Annahmen über die Produktionsfunktion gibt es diesen zweiten, größeren Kapitalstock (neben k_E^{I}), für

---

1) Bewertet mit dem Habenzinssatz.

den ebenfalls gilt, daß die Veränderung des Kapitalstocks in der Zeit für eine Reingewinnsteuer mit $i_H > \tau$ gleich ist der ohne Besteuerung.

Für k_E^2 gilt dagegen:

(63) $\tilde{\dot{D}}^{RG}(k_E^2) < \tilde{\dot{D}}^{o.St.}(k_E^2)$

da der zu versteuernde Reingewinn positiv ist.

Wenn $k_E^{II} < k_E^3 < k_E^{max\ RG}$ ist, gilt:

(64) $\tilde{\dot{D}}^{RG}(k_E^3) > \tilde{\dot{D}}^{o.St.}(k_E^3)$

und für $k_E = k_E^{max\ o.St.}$:

(65)
$$\tilde{\dot{D}}^{RG}(k_E^{max\ o.St.}) = \tilde{\dot{D}}^{o.St.}(k_E^{max\ o.St.}) - a\left[(\tau - i_H)k_E^{max\ o.St.}\right] > 0$$

das bedeutet, der maximale Kapitalstock bei Reingewinnbesteuerung ist für $i_H > \tau$ größer als der ohne Besteuerung.

Wenn wir die Kapitalstöcke maximaler Ausschüttung bei Reingewinnbesteuerung bzw. ohne Besteuerung für $i_H > \tau$ betrachten, folgt:[1)]

(66) $\tilde{k}_E^{RG} > \tilde{k}_E^{o.St.}$

Mit $i_H > \tau$ steigt der Kapitalstock maximaler Ausschüttung bei Erhebung einer Reingewinnsteuer im Vergleich mit der Situation ohne Besteuerung.

---

1) Der Beweis für Gleichung (66) verläuft analog dem für Gleichung (49); mit $i_H > \tau$ folgt aus Gleichung (54) des Anhangs sofort Gleichung (66).

Schließlich kann für den steady-state Kapitalstock, da $\rho + \sigma\tau > \tau$ ist,[1] gelten:[2]

(67) $$k_E^{*RG} \gtreqless k_E^{*o.St.}\ , \quad \text{je nachdem, ob } i_H \gtreqless \rho + \sigma\tau$$

Wenn der Habenzinssatz größer, gleich oder kleiner ist als die Summe aus subjektivem Diskontierungssatz und dem Produkt aus Grenznutzenelastizität der Ausschüttung und Wachstumsrate des technischen Fortschritts, folgt für den steady-state Kapitalstock, daß er bei Reingewinnbesteuerung größer, gleich oder kleiner ist als der ohne Besteuerung.

Für die Wachstumsrate der Ausschüttung bei Reingewinnbesteuerung gilt im Vergleich mit der Wachstumsrate der Ausschüttung ohne Besteuerung mit den Gleichungen $(112)^{RG}$ und $(114)^{o.St.}$ für gleichen Kapitalstock, wenn $i_H > \tau$:[3]

$$\left(\frac{\dot{\tilde{D}}}{\tilde{D}}\right)^{RG} = \left(\frac{\dot{\tilde{D}}}{\tilde{D}}\right)^{o.St.} - \frac{a}{\sigma} \cdot C_2 \quad ^{4)}$$

(68) oder

$$\left(\frac{\dot{\tilde{D}}}{\tilde{D}}\right)^{RG} < \left(\frac{\dot{\tilde{D}}}{\tilde{D}}\right)^{o.St.} \qquad \text{für } k_E^{krit\ o.St.} < k_E < k_E^{*o.St.} \quad ^{5)}$$

Die Wachstumsrate der Ausschüttung bei Reingewinnbesteuerung und $i_H > \tau$ ist nun um das Produkt aus dem Quotienten aus

---

1) Vgl. Gleichung $(92)^{I}$.

2) Der Beweis für Gleichung (67) ist analog dem für Gleichung (57) durchzuführen; aus Gleichung (53) des Anhangs folgt sofort Gleichung (67).

3) Vgl. Gleichung $(112)^{RG}$ auf S. 307.

4) Mit $C_2 = \left[f'(k_E)\left(\frac{1}{(L(0)f(k_E))^{\varepsilon}} - ul\right) - \delta - i_H\right]$

5) Solange $\tau < i_H \leq \rho + \sigma\tau$ ist; im folgenden wird angenommen, daß $i_H = \rho + \sigma\tau$ gilt.

Steuersatz und Grenznutzenelastizität der Ausschüttung, multipliziert mit C_2, kleiner als ohne Besteuerung. Da $C_2 < C$, wegen $i_H > \tau$, gilt auch, daß sie gegenüber dem Fall mit $i_H = \tau$ größer ist.

Aus Gleichungen $(113)^{RG}$ und $(113)^{o.St.}$ gilt, wenn $\emptyset_1^{RG} = 0$, $\emptyset_1^{o.St.} = 0$ und $i_H > \tau$ sein soll, für jeweils gleichen Kapitalstock:[1]

$$(69) \qquad \tilde{D}^{RG} = \tilde{D}^{o.St.}(1-a) + a(i_H-\tau)k_E$$

Für gleichen Kapitalstock ist die maximal mögliche Ausschüttung bei Reingewinnbesteuerung und $i_H > \tau$ gleich der maximal möglichen Ausschüttung ohne Besteuerung, multipliziert mit eins minus dem Steuersatz zuzüglich dem Produkt aus Steuersatz und Kapitalstock, multipliziert mit der positiven Differenz zwischen Habenzinssatz und Wachstumsrate des technischen Fortschritts.

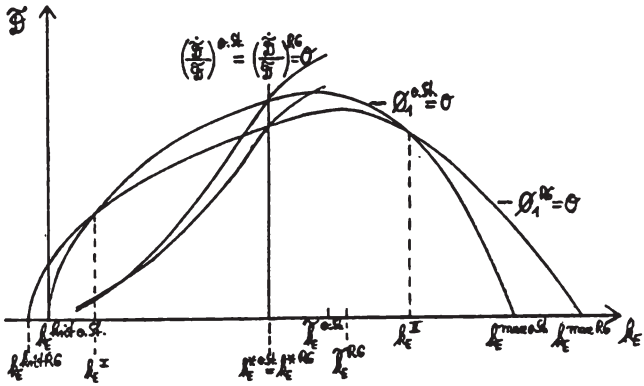
Mit Gleichung (67) gilt, daß steady-state Kapitalstock bei Reingewinnbesteuerung und $i_H = \rho + \sigma\tau$ und steady-state Kapitalstock ohne Steuer gleich sind. Da auch für $i_H > \tau$ wiederum der Schattenpreis p(O) des Kapitals gegenüber der Nichtbesteuerung sinkt, gilt:

$$(70) \qquad \tilde{D}(0)\big|^{i_H>\tau} > \tilde{D}(0)\big|^{o.St.}$$

Mit den Gleichungen (56) - (67) und den Gleichungen (68) - (70) läßt sich für $i_H > \tau$ für das $\tilde{D}$, k_E-Diagramm und den Verlauf des optimalen Pfades bei Reingewinnbesteuerung und ohne Besteuerung folgendes Schaubild zeichnen:[2]

1) Vgl. S. 307.
2) Für das Diagramm ist $i_H = \rho + \sigma\tau$ unterstellt.

Abb. 17:



Ergebnisse:

Ist der Habenzinssatz gleich der Wachstumsrate des technischen Fortschritts, so gilt bei Erhebung einer "Reingewinnsteuer" im Vergleich mit dem Fall ohne Besteuerung:

- Der Mindestkapitalstock verändert sich durch die Erhebung der "Reingewinnsteuer" bei $i_H = \tau$ gegenüber dem Fall ohne Besteuerung nicht, weil für $i_H = \tau$ der zu versteuernde Gewinn dem Gewinn ohne Steuer entspricht und für $k_E^{krit\ o.St.}$ gilt, daß der Gewinn ohne Besteuerung null ist.

- Steady-state Kapitalstock und steady-state Ausschüttung sinken infolge der Reingewinnbesteuerung, weil einerseits der Nettogrenzgewinn infolge der Steuererhebung sinkt und andererseits der Nettogewinn (bei positivem Gewinn) durch die Besteuerung gegenüber der Situation ohne Besteuerung sinkt. Es kommt somit zu einem Rückgang der Ausbringungsmenge und einer Erhöhung des Outputpreises.

- Der Kapitalstock maximaler Ausschüttung wird bei $i_H = \tau$ durch die Erhebung einer "Reingewinnsteuer" gegenüber der Situation ohne Besteuerung nicht verändert,[1] die zugeordnete maximale Ausschüttung geht jedoch infolge der Steuererhebung zurück.

- Der optimale Pfad bei Erhebung einer "Reingewinnsteuer" liegt anfangs zwar über, später jedoch unter dem optimalen Pfad ohne Besteuerung.

Wenn der Habenzinssatz kleiner als die Wachstumsrate des technischen Fortschritts ist, gilt:

- Der Mindestkapitalstock, welcher zur längerfristigen Produktion notwendig ist, steigt durch die Erhebung der "Reingewinnsteuer" für $i_H < \tau$ im Vergleich zur Situation ohne Besteuerung, weil für $i_H < \tau$ der zu versteuernde Gewinn größer als der Gewinn ohne Steuer ist (bei gleichem k_E), folglich bei einem Gewinn ohne Steuer von null bei Erhebung einer Reingewinnsteuer Steuer erhoben wird und somit der Nettogewinn negativ ist.

- Steady-state Kapitalstock und steady-state Ausschüttung sinken infolge der Reingewinnbesteuerung, wobei sowohl der steady-state Kapitalstock als auch die steady-state Ausschüttung bei $i_H < \tau$ kleiner sind als bei $i_H = \tau$. Dies ist darauf zurückzuführen, daß für alle k_E-Werte der zu versteuernde Gewinn größer als der Gewinn ohne Steuern ist und somit einerseits der Nettogrenzgewinn und zum anderen der Nettogewinn gegenüber der Situation $i_H = \tau$ nun kleiner sind. Damit kommt es zu einem im Vergleich mit $i_H = \tau$ stärkeren

---

1) Da für $k_E = \tilde{k}_E^{RG}$ gemäß Gleichung $(118)^{RG}$ bei $i_H = \tau$ gilt:

$$\left[f'(\tilde{k}_E^{RG})\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(0)f(\tilde{k}_E^{RG}))^{\varepsilon}} - ul\right) - \delta - \tau\right](1-a) = 0,$$ ist, da

$$k_E := \tilde{k}_E^{o.St.}, \text{ wenn } f'(\tilde{k}_E^{o.St.})\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(0)f(\tilde{k}_E^{o.St.}))^{\varepsilon}} - ul\right) -$$

$- \delta - \tau = 0$ [vgl. Gleichung (23) im Anhang zu B.2. auf S. 294] $\tilde{k}_E^{RG} = \tilde{k}_E^{o.St.}$

Rückgang der Ausbringungsmenge und einer größeren Erhöhung des Outputpreises.

- Der Kapitalstock maximaler Ausschüttung und die zugeordnete maximale Ausschüttung sinken bei Erhebung einer "Reingewinnsteuer" für $i_H < \tau$.

- Der optimale Pfad liegt bei Erhebung einer "Reingewinnsteuer" anfangs zwar über, später jedoch unter dem optimalen Pfad ohne Besteuerung.

Ist der Habenzinssatz größer als die Wachstumsrate des technischen Fortschritts, so gilt:

- Der Mindestkapitalstock, der zur längerfristigen Produktion notwendig ist, sinkt durch die Erhebung der "Reingewinnsteuer" (im Vergleich mit der Situation ohne Besteuerung), wenn $i_H > \tau$ gilt, da der zu versteuernde Gewinn kleiner als der Gewinn ohne Steuern ist und somit (sofern es einen Verlustausgleich gibt) bei einem Gewinn ohne Steuern von null der Nettogewinn positiv ist.

- Je nachdem, ob bei $i_H > \tau$, $i_H \gtreqless \rho + \sigma\tau$, ist der steady-state Kapitalstock bei "Reingewinnsteuer" größer (und somit Ausbringungsmenge größer und Ausbringungspreis kleiner), gleich (und somit Ausbringungsmenge und -preis gleich) oder kleiner (und somit Ausbringungsmenge kleiner und Ausbringungspreis größer) als im Falle ohne Besteuerung; die steady-state Ausschüttung sinkt gegenüber dem Fall ohne Besteuerung. Ursachen hierfür sind, daß der Nettogrenzgewinn infolge der Erhebung der "Reingewinnsteuer" so lange im Vergleich mit der Situation ohne Besteuerung kleiner ist, solange der Habenzinssatz kleiner ist als der "Konsumzins", d.h. die Kosten, die durch einen Aufschub des Konsums in Höhe von $(\rho + \sigma\tau)$ entstehen.

- Der Kapitalstock maximaler Ausschüttung wird für $i_H > \tau$ größer durch Erhebung der "Reingewinnsteuer", verglichen mit der Situation ohne Besteuerung, die zugeordnete maximale Ausschüttung sinkt dagegen auch für $i_H > \tau$ bei Reingewinnsteuererhebung.

- Der optimale Pfad bei Erhebung einer "Reingewinnsteuer" liegt anfangs über, später jedoch unter dem optimalen Pfad ohne Besteuerung.

3. Vergleich von optimalem Pfad, steady-state Ausschüttung und steady-state Kapitalstock, kritischem und maximalem Kapitalstock sowie dem Kapitalstock maximaler Ausschüttung bei "Reingewinnsteuer" und einer Gewinnsteuer ohne Abzugsfähigkeit der Ausschüttung von der Bemessungsgrundlage der Gewinnsteuer (Gewinnsteuer T_G)

a) Der Verlauf der $\phi_1 (k_E, \tilde{D}) = 0$-Kurve bei Reingewinnbesteuerung bzw. Besteuerung mit einer Gewinnsteuer ohne Abzugsfähigkeit der Ausschüttung von der Bemessungsgrundlage der Gewinnsteuer

Aus den Gleichungen $(113)^{RG}$ und $(113)^{I}$ folgt für gleichen Kapitalstock, daß:[1)]

$$(71)^{2)} \quad \phi_1^{RG} = 0 \gtreqless \phi_1^{T_G} = 0 , \quad \text{wenn} \quad 1 + \frac{i_H}{\delta} \gtreqless m^{T_G}$$

Wenn der Quotient aus steuerlich zulässigem Abschreibungssatz und kalkulatorischem Abschreibungssatz bei der Gewinnsteuer T_G kleiner, gleich oder größer ist als der um eins erhöhte Quotient aus Habenzinssatz und kalkulatorischem Abschreibungssatz, dann liegt die Kurve des in der Zeit unveränderten Kapitaleinsatzes der "Reingewinnsteuer" über, ist identisch mit bzw. liegt unter der Kurve des in der Zeit unveränderten Kapitaleinsatzes der Gewinnsteuer T_G.

---

1) Der Systematik wie auch der besseren Zuordnung (zur Steueraufkommensfunktion) halber, wollen wir ϕ_1, ϕ_2, m, $\tilde{k}_E$, k_E^*, k_E^{krit} und k_E^{max} (der Gewinnsteuer T_G) in Kapitel II jeweils mit dem Superskript T_G kennzeichnen.

2) Vgl. den Anhang Kapitel II zu D.3. auf S. 307.

b) Vergleich der Veränderung der Ausschüttung bei Veränderung des Kapitaleinsatzes der $\emptyset_1^{RG} = 0$-Kurve mit der $\emptyset_1^{T_G} = 0$-Kurve

Aus den Gleichungen $(117)^{RG}$ und $(117)^{I}$ folgt unmittelbar für gleichen Kapitalstock:

$$(72) \qquad \left.\frac{d\tilde{D}}{dk_E}\right|_{\emptyset_1^{RG}=0} \gtreqless \left.\frac{d\tilde{D}}{dk_E}\right|_{\emptyset_1^{T_G}=0}, \text{ wenn } 1 + \frac{i_H}{\delta} \gtreqless m^{T_G}$$

Die Veränderung der Ausschüttung bei Veränderung des Kapitaleinsatzes ist bei der Kurve des in der Zeit unveränderten Kapitaleinsatzes der "Reingewinnsteuer" größer, gleich oder kleiner als die Veränderung der Ausschüttung bei Veränderung des Kapitaleinsatzes bei der Kurve des in der Zeit unveränderten Kapitaleinsatzes der Gewinnsteuer T_G, wenn der Quotient aus steuerlich zulässigem Abschreibungssatz und kalkulatorischem Abschreibungssatz der Gewinnsteuer T_G kleiner, gleich oder größer ist als der um eins erhöhte Quotient aus Sollzinssatz und kalkulatorischem Abschreibungssatz.

c) Vergleich der Kapitalstöcke maximaler Ausschüttung bei Reingewinnbesteuerung und Besteuerung mit der Gewinnsteuer T_G

Aus den Gleichungen $(118)^{RG}$ und $(118)^{I}$ folgt für den Kapitalstock maximaler Ausschüttung:[1]

$$(73) \qquad \tilde{k}_E^{RG} \gtreqless \tilde{k}_E^{T_G}, \quad \text{wenn } 1 + \frac{i_H}{\delta} \gtreqless m^{T_G}$$

Der Kapitalstock maximaler Ausschüttung bei Erhebung einer "Reingewinnsteuer" ist größer, kleiner oder gleich dem Kapitalstock maximaler Ausschüttung bei Erhebung einer Gewinnsteuer T_G, wenn der um eins erhöhte Quotient aus Habenzinssatz

1) Vgl. S. 308.

und kalkulatorischem Abschreibungssatz größer, kleiner oder gleich ist dem Quotienten aus steuerlich zulässigem und kalkulatorischem Abschreibungssatz der Gewinnsteuer T_G.

d) Vergleich der steady-state Kapitalstöcke bei Reingewinnbesteuerung und Besteuerung mit der Gewinnsteuer T_G

Aus den Gleichungen $(122)^{RG}$ und $(122)^{I}$ folgt:[1)]

$$(74) \qquad k_E^{*RG} \gtreqless k_E^{*T_G}, \quad \text{wenn} \quad 1 + \frac{i_H}{\delta} \gtreqless m^{T_G}$$

Der steady-state Kapitalstock bei Erhebung einer "Reingewinnsteuer" ist größer, gleich oder kleiner als der steady-state Kapitalstock bei Erhebung einer Gewinnsteuer T_G, wenn der um eins erhöhte Quotient aus Habenzinssatz und kalkulatorischem Abschreibungssatz größer, gleich oder kleiner ist als der Quotient aus steuerlich zulässigem Abschreibungssatz und kalkulatorischem Abschreibungssatz der Gewinnsteuer T_G.

e) Vergleich der kritischen Kapitalstöcke bei Reingewinnbesteuerung und Besteuerung mit der Gewinnsteuer T_G

Mit den Gleichungen $(120)^{RG}$ und $(120)^{I}$ erhält man:[2)]

$$(75) \qquad k_E^{krit\ RG} \lesseqgtr k_E^{krit\ T_G}, \text{ je nachdem, ob } 1 + \frac{i_H}{\delta} \gtreqless m^{T_G}$$

Je nachdem, ob der um eins erhöhte Quotient aus Habenzinssatz und kalkulatorischem Abschreibungssatz größer, gleich oder kleiner als der Quotient aus steuerlich zulässigem und kalkulatorischem Abschreibungssatz bei Gewinnbesteuerung T_G ist, ist der kritische Kapitalstock bei Reingewinnbesteuerung kleiner, gleich oder größer als bei Gewinnbesteuerung gemäß Gleichung $(30)^{I}$.

---

1) Vgl. S. 308.
2) Vgl. S. 309.

f) <u>Vergleich der maximalen Kapitalstöcke bei Reingewinnbesteuerung und Besteuerung mit der Gewinnsteuer T_G</u>

Mit den Gleichungen $(121)^{I}$ bzw. $(121)^{RG}$ gilt:

$$(76) \qquad k_E^{max\ RG} \gtrless k_E^{max\ T_G}, \text{ je nachdem, ob } 1 + \frac{i_H}{\delta} \gtrless m^{T_G}$$

Der maximale Kapitalstock bei Reingewinnbesteuerung ist größer, gleich oder kleiner als bei Gewinnbesteuerung gemäß Gleichung $(30)^{I}$, wenn der um eins erhöhte Quotient aus Habenzinssatz und kalkulatorischem Abschreibungssatz größer, gleich oder kleiner ist als der Quotient aus steuerlich zulässigem und kalkulatorischem Abschreibungssatz der Gewinnsteuer T_G.

Wir wollen im folgenden zeigen, daß der optimale Pfad bei Erhebung einer "Reingewinnsteuer" bzw. Besteuerung mit einer Gewinnsteuer gemäß Gleichung $(30)^{I}$ nur dann derselbe ist, wenn der Quotient aus steuerlich zulässigem und kalkulatorischem Abschreibungssatz der Gewinnsteuer T_G gleich dem um eins erhöhten Quotienten aus Habenzinssatz und kalkulatorischem Abschreibungssatz ist.

Für die Wachstumsrate der Ausschüttung bei Reingewinnbesteuerung gilt im Vergleich mit der Wachstumsrate der Ausschüttung bei Gewinnbesteuerung ohne Abzugsfähigkeit der Ausschüttung von der Bemessungsgrundlage der Gewinnsteuer mit den Gleichungen $(112)^{RG}$ und $(112)^{I}$ für gleichen Kapitalstock

a) wenn $1 + \frac{i_H}{\delta} = m^{T_G}$

$$(77) \qquad \left(\frac{\dot{\tilde{D}}}{\tilde{D}}\right)^{RG} = \left(\frac{\dot{\tilde{D}}}{\tilde{D}}\right)^{T_G} \text{[1]}$$

---

1) Vgl. zur Herleitung S. 310.

Die Wachstumsrate der Ausschüttung bei Reingewinnbesteuerung ist gleich der Wachstumsrate der Ausschüttung bei einer Gewinnsteuer ohne Abzugsfähigkeit der Ausschüttung von der Bemessungsgrundlage der Gewinnsteuer, wenn der Quotient aus steuerlich zulässigem und kalkulatorischem Abschreibungssatz der Gewinnsteuer T_G gleich ist dem um eins erhöhten Quotienten aus Habenzinssatz und kalkulatorischem Abschreibungssatz.

Mit den Gleichungen $(113)^{RG}$, $(113)^{I}$ und $m^{T_G} = 1 + \frac{i}{\delta}$ gilt, wenn $\emptyset_1^{RG} = 0$, $\emptyset_1^{T_G} = 0$ sind für jeweils gleichen Kapitalstock:

$$(78) \qquad \tilde{D}^{RG} = \tilde{D}^{T_G}$$

Für gleichen Kapitalstock ist die maximal mögliche Ausschüttung bei Reingewinnbesteuerung und Gewinnbesteuerung ohne Abzugsfähigkeit der Ausschüttung von der Bemessungsgrundlage der Gewinnsteuer gleich, wenn $m^{T_G} = 1 + \frac{i_H}{\delta}$ gilt. Da für diese Parameterkonstellation nach Gleichung (74) gilt, daß der steady-state Kapitalstock bei Reingewinnbesteuerung und Gewinnbesteuerung ohne Abzugsfähigkeit der Ausschüttung von der Bemessungsgrundlage der Gewinnsteuer gleich groß ist, muß mit Gleichungen (77) und (78) gelten:

$$(79) \qquad (\tilde{D}^{opt.}(k_E^o))^{RG} = (\tilde{D}^{opt.}(k_E^o))^{T_G}$$

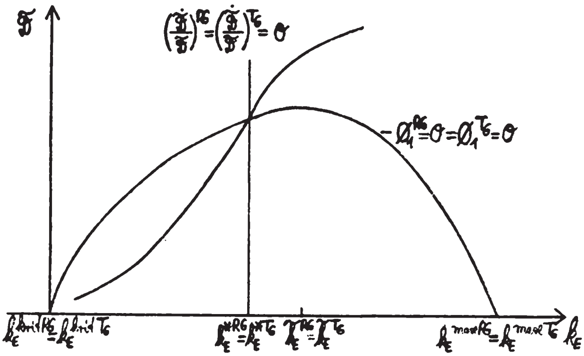
oder alternativ:

$$(80) \qquad p^{RG}(0) = p^{T_G}(0)$$

Die Gleichungen (79) und (80) sowie (77) und (74) zeigen, daß der optimale Pfad bei Reingewinnbesteuerung und Gewinnbesteuerung ohne Abzugsfähigkeit der Ausschüttung von der Bemessungsgrundlage der Gewinnsteuer derselbe ist, wenn der Quotient aus steuerlich zulässigem und kalkulatorischem

Abschreibungssatz der Gewinnsteuer T_G gleich ist dem um eins erhöhten Quotienten aus Habenzinssatz und kalkulatorischem Abschreibungssatz. Für $m^{T_G} = 1 + \frac{i_H}{\delta}$ läßt sich mit den Gleichungen (71) - (76) und den Gleichungen (77) - (80) für das $\tilde{D}$, k_E-Diagramm und den Verlauf des optimalen Pfades bei Reingewinn- bzw. Gewinnbesteuerung T_G folgendes Schaubild zeichnen:

Abb. 18:



b) wenn $1 + \frac{i_H}{\delta} > m^{T_G}$:

(81) $$\left(\frac{\dot{\tilde{D}}}{\tilde{D}}\right)^{RG} = \left(\frac{\dot{\tilde{D}}}{\tilde{D}}\right)^{T_G} + \frac{a}{\sigma} A$$ [1)]

Da der zweite Summand größer null ist, gilt:

(81') $$\left(\frac{\dot{\tilde{D}}}{\tilde{D}}\right)^{RG} > \left(\frac{\dot{\tilde{D}}}{\tilde{D}}\right)^{T_G}$$

Die Wachstumsrate der Ausschüttung bei Reingewinnbesteuerung ist um das Produkt aus dem konstanten[2)] Quotienten aus

1) Wobei: $A = \left[\delta(1-m^{T_G}) + i_H\right]$ ist; vgl. zur Herleitung S. 310.

2) Vgl. Fußnote 1 auf S. 31 und S. 25.

Steuersatz und Grenznutzenelastizität der Ausschüttung, multipliziert mit der Konstanten A,[1] größer als die Wachstumsrate der Ausschüttung bei einer Gewinnsteuer mit nichtabzugsfähiger Ausschüttung von der Bemessungsgrundlage der Gewinnsteuer, wenn der Quotient aus steuerlich zulässigem und kalkulatorischem Abschreibungssatz der Gewinnsteuer T_G kleiner ist als der um eins erhöhte Quotient aus Habenzinssatz und kalkulatorischem Abschreibungssatz.

Für die Gleichungen $(113)^{RG}$ und $(113)^{I}$ gilt mit $m^{T_G} < 1 + \frac{i_H}{\delta}$, wenn $\phi_1^{RG} = 0$, $\phi_1^{T_G} = 0$ für gleichen Kapitalstock:

$$(82) \qquad \tilde{D}^{RG} = \tilde{D}^{T_G} + a\left(\delta(1-m^{T_G}) + i_H\right)k_E$$

Bei gleichem Kapitalstock ist die maximal mögliche Ausschüttung bei Reingewinnbesteuerung stets größer als bei Gewinnbesteuerung ohne Abzugsfähigkeit der Ausschüttung von der Bemessungsgrundlage der Gewinnsteuer. Die Differenz zwischen $\tilde{D}^{RG}$ und $\tilde{D}^{T_G}$ nimmt dabei mit steigendem k_E bei konstantem a, δ, m^{T_G} und i_H ständig zu. Mit Gleichung (74) gilt, daß der optimale Kapitalstock der "Reingewinnsteuer" größer ist als der der Gewinnsteuer T_G für $m^{T_G} < 1 + \frac{i_H}{\delta}$.

Durch die Senkung von m^{T_G} gilt, daß der zukünftige Nutzenstrom, der durch eine zusätzliche Einheit Kapital im Zeitpunkt 0 begründet wird, gegenüber dem Fall a) mit $m^{T_G} = 1 + \frac{i_H}{\delta}$ sinkt.[2]

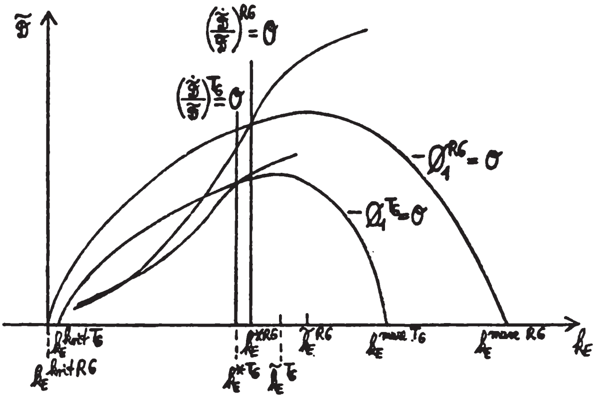
Daraus folgt für t = 0:

$$(83) \qquad \tilde{D}(0)\Big|_{m^{T_G}<1+\frac{i_H}{\delta}} > \tilde{D}(0)\Big|_{m^{T_G}=1+\frac{i_H}{\delta}}$$

1) Vgl. Fußnote 1 auf S. 31 und S. 17.
2) Vgl. S. 310 f.

Mit dem Diagramm für $m^{T_G} = 1 + \frac{i_H}{\delta}$ [1] (vgl. Fall a) S. 138 ff.), den Gleichungen (71) - (76) und den Gleichungen (81), (82) und (83) muß nun gelten, daß der optimale Pfad bei Gewinnbesteuerung für $m^{T_G} < 1 + \frac{i_H}{\delta}$ im $\tilde{D}$, k_E-Diagramm wie folgt verläuft:[2]

<u>Abb. 19:</u>



c) wenn $1 + \frac{i_H}{\delta} < m^{T_G}$:

$$(84) \qquad \left(\frac{\dot{\tilde{D}}}{\tilde{D}}\right)^{RG} = \left(\frac{\dot{\tilde{D}}}{\tilde{D}}\right)^{T_G} - \frac{a}{\sigma}\left(\delta\,(m^{T_G} - 1) - i_H\right)$$

---

1) Hier war ja der optimale Pfad der "Reingewinnsteuer" gleich dem optimalen Pfad bei Gewinnbesteuerung ohne Abzugsfähigkeit der Ausschüttung von der Bemessungsgrundlage der Gewinnsteuer. Da nur m^{T_G} gesenkt wird, bleibt der optimale Pfad der "Reingewinnsteuer" derselbe; es ändert sich nur der optimale Pfad der Gewinnsteuer, da nun $m^{T_G} < 1 + \frac{i_H}{\delta}$ gelten soll.

2) Vgl. S. 311 ff.

Da der zweite Term auf der rechten Seite in sich positiv ist, gilt:

$$(84') \qquad \left(\frac{\dot{\tilde{D}}}{\tilde{D}}\right)^{RG} < \left(\frac{\dot{\tilde{D}}}{\tilde{D}}\right)^{T_G}$$

Die Wachstumsrate der Ausschüttung bei Reingewinnbesteuerung ist um das Produkt aus dem konstanten Quotienten aus Steuersatz und Grenznutzenelastizität der Ausschüttung, multipliziert mit der Konstanten B, kleiner als die Wachstumsrate der Ausschüttung bei einer Gewinnsteuer mit nichtabzugsfähiger Ausschüttung von der Bemessungsgrundlage der Gewinnsteuer, wenn der Quotient aus steuerlich zulässigem und kalkulatorischem Abschreibungssatz der Gewinnsteuer T_G größer ist als der um eins erhöhte Quotient aus Habenzinssatz und kalkulatorischem Abschreibungssatz.

Wenn $m^{T_G} > 1 + \frac{i_H}{\delta}$, folgt aus $(113)^{RG}$ und $(113)^{I}$ für $\phi_1^{RG} = 0$, $\phi_1^{T_G} = 0$ bei gleichem Kapitalstock:

$$(85) \qquad \tilde{D}^{RG} = \tilde{D}^{T_G} - a\left(\delta(m^{T_G} - 1) - i_H\right)k_E$$

D.h. bei gleichem Kapitalstock ist die maximal mögliche Ausschüttung bei Reingewinnbesteuerung stets kleiner als bei Gewinnbesteuerung ohne Abzugsfähigkeit der Ausschüttung von der Bemessungsgrundlage der Gewinnsteuer. Die Differenz zwischen $\tilde{D}^{RG}$ und $\tilde{D}^{T_G}$ nimmt dabei mit steigendem k_E bei konstanten a, δ, m^{T_G} und i_H ständig zu. Aus Gleichung (74) folgt, daß für $m^{T_G} > 1 + \frac{i_H}{\delta}$ der steady-state Kapitalstock der Reingewinnsteuer kleiner ist als der bei Gewinnbesteuerung ohne Abzugsfähigkeit der Ausschüttung von der Bemessungsgrundlage der Gewinnsteuer.

Durch die Erhöhung von m^{T_G} gilt, daß der zukünftige Nutzenstrom, der durch eine zusätzliche Einheit Kapital im Zeitpunkt

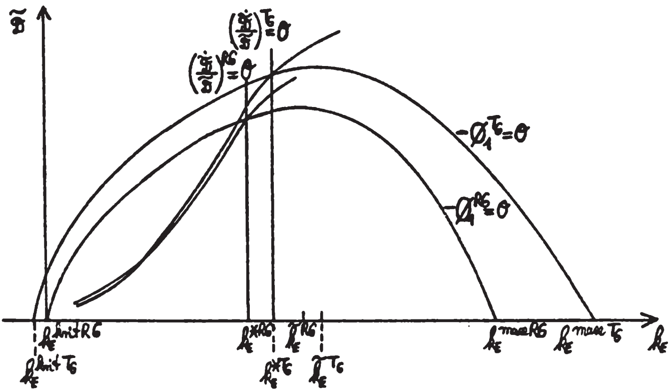
O begründet wird, gegenüber dem Fall a) mit $m^{T_G} = 1 + \frac{i_H}{\delta}$ steigt.[1)]

Daraus folgt für t = O:

$$(86) \qquad \tilde{D}(O)\Big|_{m^{T_G}>1+\frac{i_H}{\delta}} < \tilde{D}(O)\Big|_{m^{T_G}=1+\frac{i_H}{\delta}}$$

Mit dem Diagramm für $m^{T_G} = 1 + \frac{i_H}{\delta}$ (vgl. Fall a) S. 138 ff. und Fall b) S. 140 ff.), den Gleichungen (71) und (76) und den Gleichungen (84) - (86) muß nun gelten, daß der optimale Pfad bei Gewinnbesteuerung für $m^{T_G} > 1 + \frac{i_H}{\delta}$ im Vergleich zum Verlauf des optimalen Pfades bei Reingewinnbesteuerung bzw. bei Gewinnbesteuerung T_G und $m^{T_G} = 1 + \frac{i_H}{\delta}$ im $\tilde{D}$, k_E-Diagramm wie folgt verläuft:

Abb. 20:



1) Vgl. S. 313 f.

Ergebnisse:

Ist der Quotient aus steuerlich zulässigem und kalkulatorischem Abschreibungssatz der Gewinnsteuer ohne Abzugsfähigkeit der Ausschüttung von Bemessungsgrundlage bzw. Steuerschuld (Gewinnsteuer T_G) gleich dem um eins erhöhten Quotienten aus Habenzinssatz und kalkulatorischem Abschreibungssatz, so gilt im Vergleich mit der "Reingewinnsteuer" T_{RG}:

- Die Kurve des in der Zeit unveränderten Kapitaleinsatzes, der Kapitalstock maximaler Ausschüttung, der steady-state Kapitalstock sowie der kritische und maximale Kapitalstock sind bei $m^{T_G} = 1 + \frac{i_H}{\delta}$ bei Erhebung einer "Reingewinnsteuer" bzw. Besteuerung des Gewinns mit einer Gewinnsteuer T_G gleich, da der Nettogewinn[1] und das Nettowertgrenzprodukt abzüglich der Nettogrenzkosten der Vorleistungen[2] bei beiden Steuern für gleiche Kapitalstöcke gleich sind. Ausbringungsmenge und Ausbringungspreis sind somit identisch.

- Der optimale Pfad ist bei beiden Steuern für $m^{T_G} = 1 + \frac{i_H}{\delta}$ derselbe.

Ist der Quotient aus steuerlich zulässigem und kalkulatorischem Abschreibungssatz der Gewinnsteuer T_G kleiner als der um eins erhöhte Quotient aus Habenzinssatz und kalkulatorischem Abschreibungssatz, so gilt im Vergleich mit der "Reingewinnsteuer" T_{RG}:

- Gegenüber der "Reingewinnsteuer" steigt der Mindestkapitalstock bei Erhebung der Gewinnsteuer T_G und $m^{T_G} < 1 + \frac{i_H}{\delta}$ an, weil der Nettogewinn an der Stelle $k_E^{krit\ RG}$ bei Erhebung von T_G nun negativ ist.

---

1) Vgl. hierzu im folgenden die Gleichungen (113), (120) und (121) für T_{RG} und T_G $m^{T_G}=1+\frac{i_H}{\delta}$.

2) Vgl. hierzu im folgenden die Gleichungen (118) und (122) für T_{RG} und T_G $m^{T_G}=1+\frac{i_H}{\delta}$.

- Steady-state Kapitalstock und steady-state Ausschüttung der Gewinnsteuer T_G sind, weil einerseits infolge der Verkleinerung des steuerlich zulässigen Abschreibungssatzes (bei konstantem δ) der Nettogrenzgewinn bzw. andererseits der Nettogewinn kleiner werden bei gleichem Kapitalstockwert, verglichen mit der Situation bei Erhebung einer "Reingewinnsteuer", kleiner. Es kommt somit zu einer Senkung der Ausbringungsmenge und einer Erhöhung des Ausbringungspreises, wenn anstatt der "Reingewinnsteuer" eine Gewinnsteuer erhoben wird.

- Der Kapitalstock maximaler Ausschüttung und die zugeordnete Ausschüttung bei Erhebung einer Gewinnsteuer T_G sind kleiner als bei Erhebung einer "Reingewinnsteuer".

- Der optimale Pfad der Gewinnsteuer T_G liegt zwar anfangs über, später jedoch unter dem optimalen Pfad der "Reingewinnsteuer".

Wenn der Quotient aus steuerlich zulässigem und kalkulatorischem Abschreibungssatz der Gewinnsteuer T_G größer als der um eins erhöhte Quotient aus Habenzinssatz und kalkulatorischem Abschreibungssatz ist, so gilt im Vergleich mit der "Reingewinnsteuer" T_{RG}:

- Gegenüber der "Reingewinnsteuer" sinkt der Mindestkapitalstock bei Erhebung der Gewinnsteuer T_G und $m^{T_G} > 1 + \frac{i_H}{\delta}$, weil der Nettogewinn bei Erhebung einer Gewinnsteuer T_G für diese Werte von steuerlich zulässigem zu kalkulatorischem Abschreibungssatz an der Stelle $k_E^{krit\ RG}$ positiv ist.

- Steady-state Kapitalstock und steady-state Ausschüttung der Gewinnsteuer T_G sind, weil einerseits infolge der Vergrößerung des steuerlich zulässigen Abschreibungssatzes (bei konstantem δ) der Nettogrenzgewinn und andererseits der Nettogewinn größer werden bei gleichem Kapitalstockwert, verglichen mit der Situation bei Reingewinnbesteuerung, größer als bei Erhebung einer "Reingewinnsteuer". Hierdurch kommt es zu einer Erhöhung der Ausbringungsmenge und einer Senkung des Outputpreises, wenn anstatt der "Reingewinnsteuer" eine Gewinnsteuer T_G erhoben wird.

- Der Kapitalstock maximaler Ausschüttung und die zugeordnete Ausschüttung sind bei Erhebung einer Gewinnsteuer T_G und mit $m^{T_G} > 1 + \frac{i_H}{\delta}$ größer als bei Erhebung einer "Reingewinnsteuer".

- Der optimale Pfad der Gewinnsteuer T_G liegt anfangs zwar unter, später jedoch über dem optimalen Pfad der "Reingewinnsteuer".

E. Gewinnsteuern

1. Vergleich von optimalem Pfad, steady-state Ausschüttung und steady-state Kapitalstock, kritischem und maximalem Kapitalstock sowie dem Kapitalstock maximaler Ausschüttung bei einer proportionalen Gewinnsteuer ohne Abzugsfähigkeit der Ausschüttung von der Bemessungsgrundlage der Gewinnsteuer (Gewinnsteuer T_G) und ohne Besteuerung

Für den Zusammenhang zwischen der maximal möglichen Ausschüttung[1] bei proportionaler Gewinnsteuer und der maximal möglichen Ausschüttung ohne Besteuerung folgt aus den Gleichungen $(113)^{I}$ und $(113)^{o.St.}$ [2]

$$(87) \qquad \tilde{D}^{T_G} = \tilde{D}^{o.St.} - a\left[f(k_E)\left(\frac{1}{(L(0)f(k_E))^{\varepsilon}} - ul\right) - w(0) - \delta k_E m^{T_G}\right]$$

Unterstellen wir zunächst, daß für den Quotienten aus steuerlich zulässigem und kalkulatorischem Abschreibungssatz m^{T_G} gelte:

$$(88) \qquad m^{T_G} = 1 + \frac{\tau}{\delta}$$

Hiermit kann man Gleichung (87) dann auch schreiben:

$$(87') \qquad \tilde{D}^{T_G} = \tilde{D}^{o.St.} - a\left[f(k_E)\left(\frac{1}{(L(0)f(k_E))^{\varepsilon}} - ul\right) - w(0) - \delta k_E - \tau k_E\right]$$

1) Ohne den Kapitalstock k_E durch die Ausschüttung zu vermindern.
2) Vgl. im Anhang Kapitel II zu E.1. auf S. 314.

Vergleichen wir die maximal mögliche Ausschüttung bei Gewinnbesteuerung ohne Abzugsfähigkeit der Ausschüttung von der Bemessungsgrundlage mit der ohne Besteuerung für den kritischen Kapitalstock $k_E^{krit\ o.St.}$, so können wir mit $(113)^{o.St.}$ Gleichung (87') formulieren als:

$$(89) \qquad \tilde{D}^{T_G}(k_E^{krit\ o.St.}) = \tilde{D}^{o.St.}(k_E^{krit\ o.St.}) -$$

$$- a[\dot{k}_E^{krit\ o.St.} + \tilde{D}^{o.St.}(k_E^{krit\ o.St.})]$$

Mit Hilfe der für den Fall ohne Besteuerung analog zu $(120)^I$ gebildeten Gleichung gilt für Gleichung (89) auch:

$$(90) \qquad \tilde{D}^{T_G}(k_E^{krit\ o.St.}) = \tilde{D}^{o.St.}(k_E^{krit\ o.St.}) = 0$$

D.h. der kritische Kapitalstock bei Gewinnbesteuerung ohne Abzugsfähigkeit der Ausschüttung von der Bemessungsgrundlage der Gewinnsteuer ist genauso groß wie der kritische Kapitalstock ohne Steuer, weil mit $m^{T_G} = 1 + \frac{\tau}{\delta}$ der zu versteuernde Gewinn[1] dem Gewinn ohne Steuer entspricht und für diesen gilt, daß er für $k_E^{krit\ o.St.}$ null ist. Betrachten wir einen Kapitalstock $k_E > k_E^{krit}$, so folgt aus Gleichung (89):

$$(91) \qquad \tilde{D}^{T_G}(k_E > k_E^{krit}) = \tilde{D}^{o.St.} - a(\dot{k}_E^{o.St.} + \tilde{D}^{o.St.})$$

Da für $k_E^{krit\ o.St.} < k_E < k_E^{max\ o.St.}$ der Gewinn ohne Besteuerung größer null ist, gilt für alternative Kapitalstockhöhen in diesem offenen Intervall für den Vergleich der Gewinnbesteuerung ohne Abzugsfähigkeit der Ausschüttung von der Bemessungsgrundlage der Gewinnsteuer mit dem Fall ohne Besteuerung:

$$(92) \qquad \tilde{D}^{T_G} < \tilde{D}^{o.St.} \qquad \text{für } k_E^{krit\ o.St.} < k_E < k_E^{max\ o.St.}$$

1) Vgl. Fußnote 1 auf S. 78.

Die $\emptyset_1$ = O-Kurve liegt also bei Gewinnbesteuerung ohne Abzugsfähigkeit der Ausschüttung von ihrer Bemessungsgrundlage für den Fall, daß der Quotient aus steuerlich zulässigem und kalkulatorischem Abschreibungssatz gleich dem um eins erhöhten Quotienten aus der Wachstumsrate des technischen Fortschritts und dem kalkulatorischen Abschreibungssatz ist, bei alternativen Kapitalstöcken k_E, mit $k_E^{krit} < k_E < k_E^{max\ o.St.}$, um das Produkt aus Steuersatz und Gewinn bei Nichtbesteuerung unterhalb des jeweiligen Punktes der $\emptyset_1$ = O-Kurve ohne Besteuerung.

Bei $k_E = k_E^{max\ o.St.}$ gilt mit Gleichung (89) und der analog zu Gleichung $(121)^I$ formulierten Gleichung für den Fall ohne Besteuerung:

$$(93) \qquad \tilde{D}^{T_G}(k_E^{max\ o.St.}) = \tilde{D}^{o.St.}(k_E^{max\ o.St.}) = 0$$

Somit ist auch der maximale Kapitalstock für $m^{T_G} = 1 + \frac{\tau}{\delta}$ bei Gewinnbesteuerung gemäß Gleichung $(30)^{T_G}$ gleich groß wie im Falle ohne Besteuerung.

Vergleichen wir den Kapitalstock maximaler Ausschüttung der Gewinnsteuer T_G mit dem ohne Besteuerung bei $m^{T_G} = 1 + \frac{\tau}{\delta}$, so gilt mit den Gleichungen $(118)^I$ und Gleichung (23) des Anhangs auf S. 294:[1]

$$(94) \qquad \tilde{k}_E^{T_G} = \tilde{k}_E^{o.St.}$$

Auch der Kapitalstock maximaler Ausschüttung ändert sich durch eine Besteuerung mit einer Gewinnsteuer ohne Abzugsfähigkeit der Ausschüttung von ihrer Bemessungsgrundlage für $m^{T_G} = 1 + \frac{\tau}{\delta}$ nicht gegenüber dem Fall ohne Besteuerung.

---

1) Vgl. S. 314 f.

Schließlich wollen wir noch die steady-state Kapitalstöcke vergleichen. Es gilt mit der Gleichung $(122)^{I}$ und mit Hilfe der Gleichungen $(114)^{o.St.}$ und $(92)^{I}$:

(95)[1] $k_E^{*T_G} < k_E^{*o.St.}$

Der steady-state Kapitalstock sinkt bei Erhebung der Gewinnsteuer T_G und $m^{T_G} = 1 + \frac{\tau}{\delta}$, verglichen mit der Situation ohne Besteuerung.

Betrachten wir die Wachstumsrate der Ausschüttung bei Erhebung der Gewinnsteuer T_G bzw. ohne Besteuerung, so gilt mit den Gleichungen $(112)^{T_G}$ bzw. mit Hilfe von $(114)^{o.St.}$ für gleichen Kapitalstock und $m^{T_G} = 1 + \frac{\tau}{\delta}$:

$$\left(\frac{\dot{\tilde{D}}}{\tilde{D}}\right)^{T_G} = \left(\frac{\dot{\tilde{D}}}{\tilde{D}}\right)^{o.St.} - \frac{a}{\sigma} C \quad {}^{2)}$$

(96) d.h.

$$\left(\frac{\dot{\tilde{D}}}{\tilde{D}}\right)^{T_G} < \left(\frac{\dot{\tilde{D}}}{\tilde{D}}\right)^{o.St.}$$

Es gilt also, daß die Wachstumsrate der Ausschüttung bei Erhebung der Gewinnsteuer T_G und $m^{T_G} = 1 + \frac{\tau}{\delta}$ um das Produkt aus dem Quotienten aus Steuersatz und Grenznutzenelastizität der Ausschüttung, multipliziert mit dem Wertgrenzprodukt des Kapitals abzüglich der Grenzkosten des Vorleistungseinsatzes und des Kapitalverschleißes und abzüglich der Wachstumsrate des technischen Fortschritts, kleiner ist als ohne Besteuerung.

---

1) Vgl. S. 315.

2) Mit: $C = \left[f'(k_E)\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(0) f(k_E))^{\varepsilon}} - ul\right) - \delta - \tau\right]$, wobei $C > 0$ ist für $k_E^{krit\ o.St.} < k_E < \tilde{k}_E^{o.St.}$; C ist demnach das Wertgrenzprodukt des Kapitals abzüglich der Grenzkosten des Vorleistungseinsatzes und des Kapitalverschleißes und abzüglich der Wachstumsrate des technischen Fortschritts.

Mit den Gleichungen $(113)^{T_G}$ und $(113)^{o.St.}$ gilt, wenn $\emptyset_1^{T_G} = 0$, $\emptyset_1^{o.St.} = 0$, für jeweils gleichen Kapitalstock bei $m^{T_G} = 1 + \frac{\tau}{\delta}$:

$$(97) \quad \tilde{D}^{T_G} = \tilde{D}^{o.St.}(1 - a)$$ 1)

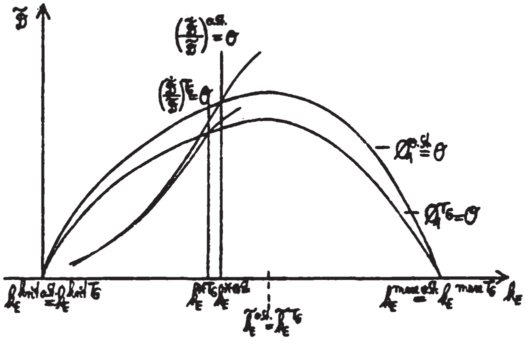
D.h. die maximal mögliche Ausschüttung bei Gewinnbesteuerung gemäß Gleichung $(30)^{T_G}$ und $m^{T_G} = 1 + \frac{\tau}{\delta}$ ist bei gleichem Kapitalstock um das Produkt aus Steuersatz und maximal möglicher Ausschüttung ohne Besteuerung kleiner als ohne Besteuerung.

Durch die Erhebung der Gewinnsteuer mit $m^{T_G} = 1 + \frac{\tau}{\delta}$ sinkt gegenüber dem Fall ohne Besteuerung der zukünftige Nutzenstrom, der durch eine zusätzliche Einheit Kapital im Zeitpunkt 0 begründet wird; somit ist in $t = 0$:[2)]

$$(98) \quad \tilde{D}(0)\Big|_{m^{T_G}=1+\frac{\tau}{\delta}} > \tilde{D}(0)\Big|_{o.St.}$$

Mit den Gleichungen (87) - (95), den Gleichungen (96), (97) und Gleichung (98) lassen sich das $\tilde{D}$, k_E-Diagramm und der Verlauf des optimalen Pfades bei Erhebung der Gewinnsteuer T_G und ohne Besteuerung wie folgt zeichnen:

Abb. 21:



1) Vgl. Gleichung (87) auf S. 147.
2) Vgl. S. 315 f.

Welche Änderungen ergeben sich nun, wenn anstatt der Gleichheit des Quotienten aus steuerlich zulässigem und kalkulatorischem Abschreibungssatz und dem um eins erhöhten Quotienten aus der Wachstumsrate des technischen Fortschritts und dem kalkulatorischen Abschreibungssatz nun gilt:

$$(99) \qquad m^{T_G} < 1 + \frac{\tau}{\delta}$$

D.h. bei gegebenem kalkulatorischem Abschreibungssatz und gegebenem τ wird nun angenommen, daß der steuerlich zulässige Abschreibungssatz sinkt. Betrachten wir wieder zuerst die maximal mögliche Ausschüttung bei Erhebung der Gewinnsteuer T_G im Vergleich mit der ohne Besteuerung, für den kritischen Kapitalstock $k_E^{krit\ o.St.}$ bei Gültigkeit von Gleichung (99), so erhalten wir:[1)]

$$(100) \qquad \tilde{D}^{T_G}(k_E^{krit\ o.St.}) = \tilde{D}^{o.St.}(k_E^{krit\ o.St.}) -$$

$$- a\left[(\tau + \delta - \delta m^{T_G})k_E^{krit\ o.St.}\right] \;\; 2)$$

oder

$$(100') \qquad \tilde{D}^{T_G}(k_E^{krit\ o.St.}) < \tilde{D}^{o.St.}(k_E^{krit\ o.St.}) = 0$$

Aus Gleichung (100) folgt auch:[3)]

$$(101) \qquad \tilde{D}(k_E^{krit\ T_G}) = \left[\dot{k}_E^{o.St.}(k_E^{krit\ T_G}) +\right.$$

$$\left. + \tilde{D}^{o.St.}(k_E^{krit\ T_G})\right](1-a) - a\left[(\tau+\delta-\delta m^{T_G})k_E^{krit\ T_G}\right] = 0$$

---

1) Vgl. S. 316 f.

2) Der zu versteuernde Gewinn ist für $k_E^{krit\ o.St.}$ jetzt größer als der Gewinn ohne Steuern (vgl. S. 148 und S. 157).

3) Vgl. S. 317 f.

Daraus folgt, daß der kritische Kapitalstock bei Gewinnbesteuerung ohne Abzugsfähigkeit der Ausschüttung von der Bemessungsgrundlage der Gewinnsteuer größer ist als der kritische Kapitalstock ohne Besteuerung.

Für $k_E = k_E^{\max\ o.St.}$ gilt:

$$(102) \quad \tilde{D}^{T_G}(k_E^{\max\ o.St.}) = \tilde{D}^{o.St.}(k_E^{\max\ o.St.})(1-a) -$$

$$- a\left[(\tau+\delta-\delta m^{T_G})k_E^{\max\ o.St.}\right] < 0$$

Somit ist der maximale Kapitalstock der Gewinnsteuer T_G bei $m^{T_G} < 1 + \frac{\tau}{\delta}$ kleiner als der maximale Kapitalstock ohne Besteuerung.

Betrachten wir den Kapitalstock maximaler Ausschüttung bei Erhebung der Gewinnsteuer T_G bzw. ohne Besteuerung für $m^{T_G} < 1 + \frac{\tau}{\delta}$, so erhalten wir:[1)]

$$(103) \quad \tilde{k}_E^{T_G} < \tilde{k}_E^{o.St.}$$

Durch die Erhebung der Gewinnsteuer T_G sinkt, wenn der Quotient aus steuerlich zulässigem und kalkulatorischem Abschreibungssatz kleiner $(1 + \frac{\tau}{\delta})$ ist, der Kapitalstock maximaler Ausschüttung, verglichen mit der Situation ohne Besteuerung.

Vergleichen wir den steady-state Kapitalstock bei Gewinnsteuer T_G und ohne Besteuerung für $m^{T_G} < 1 + \frac{\tau}{\delta}$, so gilt mit Gleichung $(122)^{T_G}$ bzw. mit Hilfe von Gleichung $(114)^{o.St.}$:[2)]

$$(104) \quad k_E^{*T_G} < k_E^{*o.St.}$$

1) Vgl. S. 318 f.
2) Vgl. S. 319 f.

Und aus Gleichung $(122)^{T_G}$ folgt für $k_E^{*T_G}$ beim Vergleich $m^{T_G} < 1 + \frac{\tau}{\delta}$ mit $m^{T_G} = 1 + \frac{\tau}{\delta}$:

$$(105) \qquad \left[k_E^{*T_G}\right]_{m^{T_G}<1+\frac{\tau}{\delta}} < \left[k_E^{*T_G}\right]_{m^{T_G}=1+\frac{\tau}{\delta}}$$

Bei Erhebung der Gewinnsteuer T_G ist der steady-state Kapitalstock auch für $m^{T_G} < 1 + \frac{\tau}{\delta}$ kleiner als ohne Besteuerung, und er ist gesunken im Vergleich mit dem steady-state Kapitalstock bei Gewinnsteuer T_G und $m^{T_G} = 1 + \frac{\tau}{\delta}$.

Vergleichen wir die Wachstumsrate der Ausschüttung bei Erhebung der Gewinnsteuer T_G mit der ohne Besteuerung, so folgt aus den Gleichungen $(112)^{T_G}$ bzw. $(114)^{o.St.}$ für gleichen Kapitalstock und $m^{T_G} < 1 + \frac{\tau}{\delta}$:

$$\left(\frac{\dot{\tilde{D}}}{\tilde{D}}\right)^{T_G} = \left(\frac{\dot{\tilde{D}}}{\tilde{D}}\right)^{o.St.} - \frac{a}{\sigma} C_I \quad ^{1)}$$

(106) d.h.

$$\left(\frac{\dot{\tilde{D}}}{\tilde{D}}\right)^{T_G} << \left(\frac{\dot{\tilde{D}}}{\tilde{D}}\right)^{o.St.}$$

D.h. die Wachstumsrate der Ausschüttung bei Erhebung der Gewinnsteuer T_G und $m^{T_G} < 1 + \frac{\tau}{\delta}$ ist kleiner als die ohne Besteuerung, und sie ist ebenfalls kleiner als bei $m^{T_G} = 1 + \frac{\tau}{\delta}$.[1)]

---

1) Wobei $C_I = f'(k_E)\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(0)f(k_E))^{\varepsilon}} - ul\right) - m^{T_G}\delta$; da für $m^{T_G} < 1 + \frac{\tau}{\delta}$ gelten soll, gilt offenbar $C_I > C$ (vgl. Fußnote 2 auf S. 150); daraus folgt aber auch:

$$\left[\left(\frac{\dot{\tilde{D}}}{\tilde{D}}\right)^{T_G}\right]_{m^{T_G}<1+\frac{\tau}{\delta}} < \left[\left(\frac{\dot{\tilde{D}}}{\tilde{D}}\right)^{T_G}\right]_{m^{T_G}=1+\frac{\tau}{\delta}}$$

Aus den Gleichungen $(113)^{T_G}$ und $(113)^{o.St.}$ gilt, wenn $\emptyset_1^{T_G} = 0$, $\emptyset_1^{o.St.} = 0$, für jeweils gleichen Kapitalstock bei $m^{T_G} < 1 + \frac{\tau}{\delta}$:

$$(107) \quad \tilde{D}^{T_G} = \tilde{D}^{o.St.}(1-a) - a[(\tau+\delta-\delta m^{T_G})]k_E$$

Somit ist die maximal mögliche Ausschüttung bei Erhebung der Gewinnsteuer T_G für $m^{T_G} < 1 + \frac{\tau}{\delta}$ für gleichen Kapitalstock um das Produkt aus Steuersatz, multipliziert mit der Summe aus maximal möglicher Ausschüttung ohne Besteuerung zuzüglich dem Produkt aus Wachstumsrate des technischen Fortschritts plus kalkulatorischem Abschreibungssatz und dem Kapital, abzüglich dem Produkt aus kalkulatorischem Abschreibungssatz, dem Quotienten aus steuerlich zulässigem und kalkulatorischem Abschreibungssatz und dem Kapital kleiner als ohne Besteuerung. Sie ist daher auch kleiner als im Falle $m^{T_G} = 1 + \frac{\tau}{\delta}$.[1] Gemäß den Gleichungen (104) und (105) ist der steady-state Kapitalstock kleiner als ohne Besteuerung und auch kleiner als bei Gewinnsteuer T_G und $m^{T_G} = 1 + \frac{\tau}{\delta}$. Da auch für $m^{T_G} < 1 + \frac{\tau}{\delta}$ der Schattenpreis p(0) des Kapitals gegenüber dem Fall ohne Besteuerung sinkt, gilt:

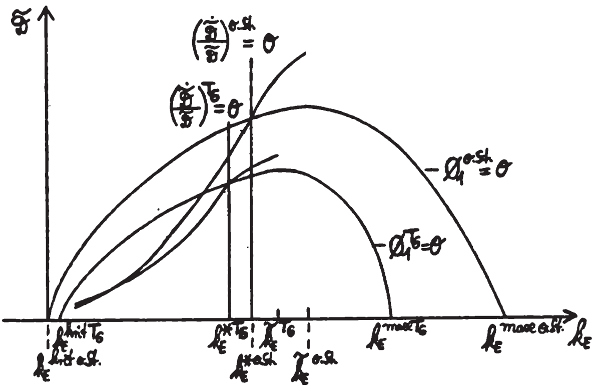
$$(108) \quad \tilde{D}(0)\Big|_{m^{T_G}<1+\frac{\tau}{\delta}} > \tilde{D}(0)\Big|_{o.St.}$$

Mit den Gleichungen (99) - (105), und den Gleichungen (106) - (108) lassen sich das $\tilde{D}$, k_E-Diagramm und der Verlauf des optimalen Pfades bei Erhebung der Gewinnsteuer T_G (bei $m^{T_G} < 1 + \frac{\tau}{\delta}$) im Vergleich mit dem Fall ohne Besteuerung wie folgt darstellen:

---

1) Vgl. S. 151.

Abb. 22:



Wir wollen schließlich noch unterstellen, daß der Quotient aus steuerlich zulässigem und kalkulatorischem Abschreibungssatz größer ist als der um eins erhöhte Quotient aus der Wachstumsrate des technischen Fortschritts und dem kalkulatorischen Abschreibungssatz, d.h. es soll nun gelten:

$$(109) \quad m^{T_G} > 1 + \frac{\tau}{\delta}$$

Bei gegebenem kalkulatorischem Abschreibungssatz und gegebener Wachstumsrate des technischen Fortschritts wird somit angenommen, daß der steuerlich zulässige Abschreibungssatz durch steuerpolitische Maßnahmen[1] erhöht wird.

---

1) Beispielsweise durch degressive Abschreibung mit einer großzügigen Koppelung an den Abschreibungssatz bei linearer Abschreibung, großzügige Festlegung der Bemessungsbasis (der Abschreibungen) und Bewertung mit Wiederbeschaffungskosten abzüglich AfA.

Für die maximal mögliche Ausschüttung bei Erhebung der Gewinnsteuer T_G im Vergleich mit der ohne Besteuerung, gilt für den kritischen Kapitalstock $k_E^{krit\ o.St.}$, wenn $m^{T_G} > 1 + \frac{\tau}{\delta}$ ist:

$$\tilde{\dot{D}}^{T_G}(k_E^{krit\ o.St.}) = \tilde{\dot{D}}^{o.St.}(k_E^{krit\ o.St.}) - \tag{110}$$

$$- a[(\tau+\delta-\delta m^{T_G})k_E^{krit\ o.St.}]$$ [1]

oder

$$\tilde{\dot{D}}^{T_G}(k_E^{krit\ o.St.}) > \tilde{\dot{D}}^{o.St.}(k_E^{krit\ o.St.}) = 0 \tag{110'}$$

Aus (110) folgt:[2]

$$\tilde{\dot{D}}(k_E^{krit\ T_G}) = [\dot{k}_E^{o.St.}(k_E^{krit\ T_G}) + \tag{111}$$

$$+ \tilde{\dot{D}}^{o.St.}(k_E^{krit\ T_G})](1-a) - a[(\tau+\delta-\delta m^{T_G})k_E^{krit\ T_G}] = 0$$

Es gilt also, daß der kritische Kapitalstock bei Gewinnbesteuerung ohne Abzugsfähigkeit der Ausschüttung von der Bemessungsgrundlage der Gewinnsteuer kleiner ist als der kritische Kapitalstock ohne Besteuerung. Mit Gleichung (110) gilt, solange $k_E^{krit\ T_G} < k_E^4 < k_E^{III}$, mit Gleichung (109)

$$\tilde{\dot{D}}^{T_G}(k_E^4) > \tilde{\dot{D}}^{o.St.}(k_E^4) \quad , \quad \text{wobei} \tag{112}$$

---

1) Der zu versteuernde Gewinn ist für $k_E^{krit\ o.St.}$ jetzt kleiner als der Gewinn ohne Steuern; es wird angenommen, daß es einen Verlustausgleich gibt.

2) Der Beweis kann analog dem Beweis zu Gleichung (101) auf S. 317 f. durchgeführt werden.

(113) $\quad k_E := k_E^{III}$, wenn

$$f(k_E^{III})\left(\frac{1}{(L(O)f(k_E^{III}))^{\varepsilon}} - ul\right) - w(O) - \delta k_E^{III} m^{T_G} = O$$

Hat der Kapitalstock die Größe k_E^{III}, so gilt mit den Gleichungen (87) und (113), daß maximal mögliche Ausschüttung bei Gewinnbesteuerung und $m^{T_G} > 1 + \frac{\tau}{\delta}$ und ohne Besteuerung gleich sind:

(114) $\quad \tilde{D}^{T_G}(k_E^{III}) = \tilde{D}^{o.St.}(k_E^{III})$

Betrachten wir Kapitalstöcke, für die $k_E^{III} < k_E^5 < k_E^{IV}$ gilt, mit:

(115) $\quad k_E := k_E^{IV}$, wenn

$$f(k_E^{IV})\left(\frac{1}{(L(O)f(k_E^{IV}))^{\varepsilon}} - ul\right) - w(O) - \delta k_E^{IV} m^{T_G} = O$$

Für k_E^{IV} gilt wiederum mit den Gleichungen (87) und (115):

(116) $\quad \tilde{D}^{T_G}(k_E^{IV}) = \tilde{D}^{o.St.}(k_E^{IV})$

Diesen zweiten größeren Kapitalstock, für den ebenfalls gilt, daß die maximal mögliche Ausschüttung für eine Gewinnsteuer T_G mit $m^{T_G} > 1 + \frac{\tau}{\delta}$ gleich ist der ohne Besteuerung, erhalten wir wegen der Annahmen über die Produktionsfunktion.[1)]

Für k_E^5 gilt:

---

1) Vgl. Gleichung $(4)^I$, $(5)^I$ bzw. $(16)^I$, $(17)^I$.

(117) $\tilde{D}^{T_G}(k_E^5) < \tilde{D}^{o.St.}(k_E^5)$

da der zu versteuernde Gewinn positiv ist.

Ist dagegen $k_E^{IV} < k_E^6 < k_E^{max\ T_G}$, so gilt:

(118) $\tilde{D}^{T_G}(k_E^6) > \tilde{D}^{o.St.}(k_E^6)$

und für $k_E = k_E^{max\ o.St.}$ erhalten wir:

(119) $$\tilde{D}^{T_G}(k_E^{max\ o.St.}) = \tilde{D}^{o.St.}(k_E^{max\ o.St.}) - $$
$$- a\left[(\tau+\delta-\delta m^{T_G})k_E^{max\ T_G}\right] > 0$$

d.h. der maximale Kapitalstock bei Erhebung der Gewinnsteuer T_G ist für $m^{T_G} > 1 + \frac{\tau}{\delta}$ größer als der ohne Besteuerung.

Vergleichen wir die Kapitalstöcke maximaler Ausschüttung bei Gewinnbesteuerung T_G bzw. ohne Besteuerung, so folgt für $m^{T_G} > 1 + \frac{\tau}{\delta}$:[1]

(120) $\tilde{k}_E^{T_G} > \tilde{k}_E^{o.St.}$

Für $m^{T_G} > 1 + \frac{\tau}{\delta}$ ist der Kapitalstock maximaler Ausschüttung der Gewinnsteuer T_G größer als der ohne Besteuerung.

---

1) Der Beweis für Gleichung (120) verläuft analog dem für Gleichung (103) auf S. 318 f.; mit $m^{T_G} > 1 + \frac{\tau}{\delta}$ folgt aus Gleichung (94) des Anhangs auf S. 318 sofort Gleichung (120).

Beim Vergleich der steady-state Kapitalstöcke folgt schließlich:[1)]

$$(121) \qquad k_E^{*T_G} \substack{\geq \\ <} k_E^{*o.St.}, \text{ je nachdem, ob } m^{T_G} \substack{\geq \\ <} 1 + \frac{\rho+\sigma\tau}{\delta}$$

Wenn der Quotient aus steuerlich zulässigem und kalkulatorischem Abschreibungssatz größer als der um eins erhöhte Quotient $(\frac{\rho+\sigma\tau}{\delta})$ ist, so führt die Erhebung einer Gewinnsteuer ohne Abzugsfähigkeit der Ausschüttung von der Bemessungsgrundlage der Gewinnsteuer im Vergleich mit dem Fall ohne Besteuerung sogar zu einem größeren steady-state Kapitalstock, als er ohne Besteuerung vorliegt.

Betrachten wir die Wachstumsrate der Ausschüttung bei Erhebung einer Gewinnsteuer T_G bei $m^{T_G} > 1 + \frac{\tau}{\delta}$ und ohne Besteuerung, so folgt aus den Gleichungen $(112)^{T_G}$ und $(114)^{o.St.}$ für gleichen Kapitalstock:

$$\left(\frac{\dot{\tilde{D}}}{\tilde{D}}\right)^{T_G} = \left(\frac{\dot{\tilde{D}}}{\tilde{D}}\right)^{o.St.} - \frac{a}{\sigma} C_{II} \qquad \text{für } k_E^{krit\ o.St.} < k_E < k_E^{*o.St.}\ ^{2)}$$

(122) d.h.

$$\left(\frac{\dot{\tilde{D}}}{\tilde{D}}\right)^{T_G} < \left(\frac{\dot{\tilde{D}}}{\tilde{D}}\right)^{o.St.} \qquad \text{für } k_E^{krit\ o.St.} < k_E < k_E^{*o.St.}$$

---

1) Der Beweis für Gleichung (121) ist analog dem für Gleichung (104) durchzuführen; setzen wir in Gleichung (97) auf S. 319 die Bedingung $m^{T_G} \substack{\geq \\ <} 1 + \frac{\rho+\sigma\tau}{\delta}$ ein, so folgt für $f'(k_E^{*T_G}) \substack{\leq \\ >} f'(k_E^{*o.St.})$ und somit $k_E^{*T_G} \substack{\geq \\ <} k_E^{*o.St.}$.

2) Solange $1 + \frac{\tau}{\delta} < m^{T_G} \leq 1 + \frac{\rho+\sigma\tau}{\delta}$ ist;
$C_{II} = \left[f'(k_E)\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(0)f(k_E))^{\varepsilon}} - ul\right) - m^{T_G}\delta\right]$ ist dann größer null, solange $k_E^{krit\ o.St.} < k_E < k_E^{*o.St.}$ ist; bei Gültigkeit von $m^{T_G} = 1 + \frac{\rho+\sigma\tau}{\delta}$ ist $C_{II} = 0$ für $k_E^{*o.St.}$; im folgenden wird $m^{T_G} = 1 + \frac{\rho+\sigma\tau}{\delta}$ unterstellt.

Die Wachstumsrate der Ausschüttung einer proportionalen Gewinnsteuer T_G bei $m^{T_G} > 1 + \frac{\tau}{\delta}$ ist kleiner als ohne Besteuerung, jedoch wegen $C_{II} < C$, da nun $m^{T_G} > 1 + \frac{\tau}{\delta}$ gilt, größer als bei Gewinnsteuer T_G und $m^{T_G} = 1 + \frac{\tau}{\delta}$.

Mit den Gleichungen $(113)^{T_G}$ und $(113)^{o.St.}$ gilt für $m^{T_G} > 1 + \frac{\tau}{\delta}$, wenn $\emptyset_1^{T_G} = 0$, $\emptyset_1^{o.St.} = 0$, für jeweils gleichen Kpaitalstock:

$$(123) \qquad \tilde{D}^{T_G} = \tilde{D}^{o.St.}(1-a) + a\left[(\delta m^{T_G} - (\delta+\tau))k_E\right]$$

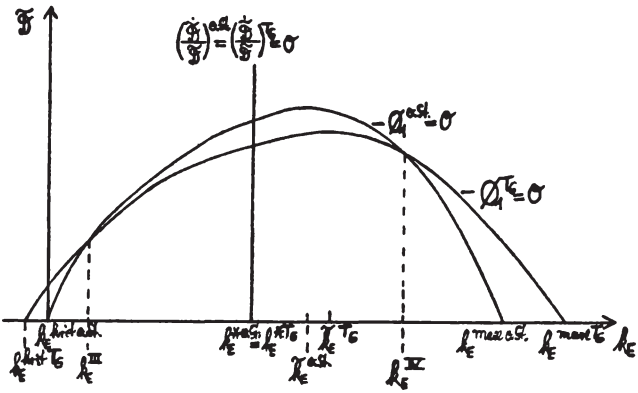
Somit ist für gleichen Kapitalstock die maximal mögliche Ausschüttung bei der Gewinnsteuer T_G und $m^{T_G} > 1 + \frac{\tau}{\delta}$ gleich der maximal möglichen Ausschüttung ohne Besteuerung abzüglich dem Produkt aus Steuersatz, multipliziert mit der Summe, bestehend aus der maximal möglichen Ausschüttung ohne Besteuerung und dem Produkt aus kalkulatorischem Abschreibungssatz plus Wachstumsrate des technischen Fortschritts und dem Kapital, zuzüglich dem Produkt aus Steuersatz, kalkulatorischem Abschreibungssatz und Quotienten aus steuerlich zulässigem und kalkulatorischem Abschreibungssatz.

Mit Gleichung (121) gilt, daß steady-state Kapitalstock bei Erhebung der Gewinnsteuer T_G bei $m^{T_G} = 1 + \frac{\rho+\sigma\tau}{\delta}$ und steady-state Kapitalstock ohne Steuer gleich sind. Weil auch für $m^{T_G} > 1 + \frac{\tau}{\delta}$ der Schattenpreis p(O) des Kapitals gegenüber der Situation ohne Besteuerung sinkt, gilt:

$$(124) \qquad \tilde{D}(0)\Big|_{m^{T_G}>1+\frac{\tau}{\delta}} > \tilde{D}(0)\Big|_{o.St.}$$

Mit den Gleichungen (109) - (121) und den Gleichungen (122) - (124) läßt sich für $m^{T_G} > 1 + \frac{\tau}{\delta}$ folgendes $\tilde{D}$, k_E-Diagramm erstellen:

Abb. 23:



Ergebnisse:

1. Für den Fall, daß für den Quotienten aus steuerlich zulässigem und kalkulatorischem Abschreibungssatz, m^{T_G}, gilt: $m^{T_G} = 1 + \frac{\tau}{\delta}$.
   - Das Mindestkapital für eine längerfristige Produktion ändert sich bei Gewinnbesteuerung nicht, weil bei $m^{T_G} = 1 + \frac{\tau}{\delta}$ der zu versteuernde Gewinn der Gewinnsteuer T_G dem Gewinn ohne Steuer entspricht und dieser bei $k_E^{\text{krit o.St.}}$ null ist.

   - Der steady-state Kapitalstock und die steady-state Ausschüttung sinken, weil einerseits der Nettogrenzgewinn, andererseits der Nettogewinn durch die Erhebung der Gewinnsteuer T_G, verglichen mit dem Fall ohne Besteuerung für gleiche Kapitalstockwerte sinken. Daher wird die Ausbringungsmenge des Monopolisten zurückgehen und der Outputpreis steigen.

- Auch der Kapitalstock maximaler Ausschüttung ist bei Gewinnbesteuerung der gleiche wie im Falle ohne Besteuerung, aber durch die Besteuerung sinkt die diesem Kapitalstock entsprechende Ausschüttung gegenüber der Ausschüttung ohne Besteuerung.

- Der optimale Pfad ohne Besteuerung liegt anfangs unter, später über dem optimalen Pfad bei Erhebung der Gewinnsteuer T_G und $m^{T_G} = 1 + \frac{\tau}{\delta}$.

2. Für den Fall, daß der Quotient aus steuerlich zulässigem und kalkulatorischem Abschreibungssatz, $m^{T_G} < 1 + \frac{\tau}{\delta}$ ist.

- Durch die Besteuerung wird das Mindestkapital, welches zur längerfristigen Produktion notwendig ist, erhöht, weil der Nettogewinn durch die Verringerung des steuerlich zulässigen Abschreibungssatzes (bei konstantem δ) an der Stelle $k_E^{krit\ o.St.}$ bei Erhebung einer Gewinnsteuer T_G nun negativ ist.

- Der steady-state Kapitalstock sinkt infolge der Besteuerung, und die steady-state Ausschüttung hat eine geringere Höhe, wobei sowohl steady-state Kapitalstock als auch steady-state Ausschüttung bei $m^{T_G} < 1 + \frac{\tau}{\delta}$ kleiner sind als bei $m^{T_G} = 1 + \frac{\tau}{\delta}$. Dies ist darauf zurückzuführen, daß nun der Nettogrenzgewinn ebenso wie der Nettogewinn für alle Kapitalstockwerte (bei gleichem k_E) im Falle von $m^{T_G} < 1 + \frac{\tau}{\delta}$ kleiner ist als bei $m^{T_G} = 1 + \frac{\tau}{\delta}$. Der Rückgang des Kapitalstocks bewirkt einen Rückgang in der Ausbringung und eine Erhöhung des Outputpreises, die mit dem oben Gesagten im Vergleich zu 1. stärker sind.

- Der Kapitalstock maximaler Ausschüttung wird durch die Besteuerung kleiner, und die zugeordnete maximale Ausschüttung sinkt.

- Der optimale Pfad ohne Besteuerung liegt anfangs unter, später jedoch über dem optimalen Pfad bei Erhebung der Gewinnsteuer mit $m^{T_G} < 1 + \frac{\tau}{\delta}$.

3. Für den Fall, daß der Quotient aus steuerlich zulässigem und kalkulatorischem Abschreibungssatz $m^{T_G} > 1 + \frac{\tau}{\delta}$ ist.

   - Das Mindestkapital für eine längerfristige Produktion sinkt bei Gewinnbesteuerung, ist also kleiner als der kritische Kapitalstock ohne Steuer, da durch die Erhöhung des steuerlich zulässigen Abschreibungssatzes (bei konstantem δ) der Nettogewinn bei Erhebung der Gewinnsteuer T_G an der Stelle $k_E^{\text{krit o.St.}}$ nun positiv ist.

   - Je nach dem konkreten Wert v_1, den m^{T_G} hat, kann der steady-state Kapitalstock mit Besteuerung größer, gleich oder kleiner sein als im Falle ohne Besteuerung. Oder anders formuliert, je nach dem konkreten Wert von v_1 kann die Outputmenge durch Besteuerung steigen, gleich bleiben oder sinken und der Outputpreis entsprechend sinken, gleich bleiben oder steigen:

     (a) Gilt $1 + \frac{\tau}{\delta} < v_1^o < 1 + \frac{\sigma\tau+\rho}{\delta}$, so ist der steady-state Kapitalstock mit Besteuerung kleiner als der steady-state Kapitalstock ohne Besteuerung, d.h. die Outputmenge sinkt, und der Outputpreis steigt durch die Gewinnbesteuerung, und die steady-state Ausschüttung sinkt, verglichen mit der ohne Besteuerung. Die Ursachen hierfür sind einerseits der gegenüber dem Fall ohne Besteuerung gesunkene Nettogrenzgewinn bzw. andererseits der gesunkene Nettogewinn bei gleichem Kapitalstockwert.

(b) Gilt $v_1^1 = 1 + \frac{\sigma\tau+\rho}{\delta}$, so ist der steady-state Kapitalstock mit Besteuerung gleich dem steady-state Kapitalstock ohne Besteuerung, d.h. Outputmenge und -preis sind ohne und mit Gewinnbesteuerung gleich, und die steady-state Ausschüttung ist kleiner als im Falle ohne Besteuerung. Da der Nettogrenzgewinn bei Erhebung einer Gewinnsteuer T_G für $m^{T_G} = 1 + \frac{\sigma\tau+\rho}{\delta}$ gleich ist (bei gleichem k_E) dem Nettogrenzgewinn ohne Besteuerung, gilt $k_E^{*o.St.} = k_E^{*T_G}\Big|_{m^{T_G}=1+\frac{\sigma\tau+\rho}{\delta}}$. Andererseits wird durch die Besteuerung ein Teil der im Falle ohne Besteuerung für die Ausschüttung zur Verfügung stehenden Liquidität auch bei $m^{T_G} = 1 + \frac{\sigma\tau+\rho}{\delta}$ entzogen, so daß $\tilde{D}^{*T_G}\Big|_{m^{T_G}=1+\frac{\sigma\tau+\rho}{\delta}} < \tilde{D}^{*o.St.}$ gilt.

(c) Gilt $v_1^2 > 1 + \frac{\sigma\tau+\rho}{\delta}$, so ist der steady-state Kapitalstock mit Besteuerung größer als der steady-state Kapitalstock ohne Besteuerung, somit steigt durch die Gewinnbesteuerung die Outputmenge, und der Outputpreis sinkt.

2. Eine proportionale Gewinnsteuer mit der Möglichkeit der Abzugsfähigkeit der Ausschüttung von der Bemessungsgrundlage

Es soll nun zugelassen werden, daß die Ausschüttung teilweise oder vollständig von der Bemessungsgrundlage der Gewinnsteuer abgezogen werden darf. Dazu führen wir den von der Steuerpolitik festlegbaren Parameter λ ein, für den gelten soll:

(125) $$0 \leq \lambda \leq 1$$

wobei die beiden Grenzfälle bedeuten sollen:

$\lambda = 1$: die Ausschüttung ist in voller Höhe abzugsfähig von der Bemessungsgrundlage der Gewinnsteuer

$\lambda = 0$: die Ausschüttung ist nicht abzugsfähig von der Bemessungsgrundlage

Wenn $0 < \lambda < 1$, dürfen somit Teile der Ausschüttung von der Bemessungsgrundlage der Gewinnsteuer abgezogen werden, wobei der Anteil der abzugsfähigen Ausschüttung an der Gesamtausschüttung um so größer ist, je größer λ ist. Die Steuerfunktion lautet dann:

$$(30)^{T'_G} \quad T'_G = a(F^{1-\varepsilon}e^{\pi t} - wL - ulF - m\delta K_E - \lambda D)$$

Ist $\lambda = 0$, so haben wir[1] die Steuerfunktion der Gewinnsteuer ohne Abzugsfähigkeit der Ausschüttung von ihrer Bemessungsgrundlage (Gewinnsteuer T_G). Diese können[2] wir mit den Steueraufkommensgleichungen $(30)^{E_1}$ und $(30)^{Ko}$ auch schreiben als:

$$(30')^{T_G} \quad T_G = T_{E_1} - T_{Ko}$$

d.h. die Gewinnsteuer ohne Abzugsfähigkeit der Ausschüttung von ihrer Bemessungsgrundlage, die Gewinnsteuer T_G, läßt sich zerlegen in eine Steuer auf den Erlös, T_{E_1}, und eine Subvention der Produktionskosten, bestehend aus den Lohn- und Gehaltsaufwendungen, den Vorleistungsaufwendungen und den Verschleißkosten des Kapitals.

Für $0 < \lambda < 1$ können wir die Steuerfunktion $(30)^{T'_G}$ somit auch schreiben:

$$(30')^{T'_G} \quad T'_G = T_{E_1} - T_{Ko} - \lambda D$$

1) a und m sind bei den Gewinnsteuern T_G und T'_G als gleich angenommen.
2) Wir setzen $a_{E_1} = a_{Ko} = a$ und $m = 1$.

d.h. die Gewinnsteuer mit Abzugsfähigkeit der Ausschüttung von ihrer Bemessungsgrundlage, die Gewinnsteuer T'_G, läßt sich interpretieren als die Summe aus einer Steuer auf den Erlös, T_{E_1}, einer Subvention auf die Produktionskosten, bestehend aus den Lohn- und Gehaltsaufwendungen, den Vorleistungsaufwendungen und den Verschleißkosten des Kapitals, und einer Subvention der Ausschüttungen.

Setzen wir diese Steueraufkommensgleichung einer Gewinnsteuer mit Abzugsfähigkeit der Ausschüttung von der Bemessungsgrundlage in Gleichung $(32)^I$ anstelle von T_G ein, so erhält man für die Bewegungsgleichung des Kapitals K_E:

$$(34)^{T'_G} \quad \dot{K}_E = (F^{1-\varepsilon}e^{\pi t} - wL - ulF)(1-a) - \delta K_E(1-am) - D(1-a\lambda)$$

Für die Bewegungsgleichung des Kapitals gilt dann:

$$(48)^{T'_G} \quad \dot{k}_E = f(k_E)\left(\frac{1}{(L(O)f(k_E))^{\varepsilon}} - ul\right)(1-a) - w(O)(1-a) -$$

$$- \delta k_E(1-am) - \tau k_E - \tilde{D}(1-a\lambda)$$

Für die optimale Allokation erhalten wir:

$$(63)^{T'_G} \quad U'(\tilde{D}) = p^{T'_G}(1-a\lambda)$$

und für die Bewegungsgleichung des Schattenpreises $p^{T'_G}$:

$$(65)^{T'_G}$$

$$\dot{p}^{T'_G} = - p^{T'_G}\left[f'(k_E)\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(O)f(k_E))^{\varepsilon}} - ul\right)(1-a) - \delta(1-am) - \rho - \sigma\tau\right]$$

Von Gleichung $(63)^{T'_G}$ ausgehend, läßt sich dann mit Hilfe der Gleichungen $(108)^I$ - $(111)^I$ und Gleichung $(65)^{T'_G}$ für die Wachstumsratengleichung der Ausschüttung bei Besteuerung mit einer Gewinnsteuer gemäß Gleichung $(30)^{T'_G}$ schreiben:

$$(112)^{T'_G} \quad \left(\frac{\dot{\tilde{D}}}{\tilde{D}}\right)^{T'_G} = \frac{1}{\sigma}\left[f'(k_E)\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(0)f(k_E))^{\varepsilon}} - ul\right)(1-a) - \delta(1-am) - \rho - \sigma\tau\right]$$

Analog den Gleichungen $(113)^I$ und $(114)^I$ können wir die Gleichungen $(48)^{T'_G}$ und $(112)^{T'_G}$ wiederum formulieren als:

$$(113)^{T'_G} \quad \emptyset_1^{T'_G}(k_E, \tilde{D}) = f(k_E)\left(\frac{1}{(L(0)f(k_E))^{\varepsilon}} - ul\right)(1-a) - w(0)(1-a) - \delta k_E(1-am) - \tau k_E - \tilde{D}(1-a\lambda)$$

$$(114)^{T'_G} \quad \emptyset_2^{T'_G}(k_E) = \frac{1}{\sigma}\left[f'(k_E)\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(0)f(k_E))^{\varepsilon}} - ul\right)(1-a) - \delta(1-am) - \rho - \sigma\tau\right]$$

Aus Gleichung $(113)^{T'_G}$ folgt:

$$(117)^{T'_G} \quad \left.\frac{d\tilde{D}}{dk_E}\right|_{\emptyset_1^{T'_G}=0} = \frac{f'(k_E)\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(0)f(k_E))^{\varepsilon}} - ul\right)(1-a) - \delta(1-am) - \tau}{(1-a\lambda)}$$

oder

$$(119)^{T'_G} \quad \left.\frac{d\tilde{D}}{dk_E}\right|_{\emptyset_1^{T'_G}=0} \begin{Bmatrix} \geq \\ = \\ < \end{Bmatrix} 0 \text{ , wenn } k_E \begin{Bmatrix} \leq \\ = \\ > \end{Bmatrix} \tilde{k}_E^{T'_G}$$

wobei:

$$(118)^{T'_G} \quad k_E := \tilde{k}_E^{T'_G}, \quad \text{wenn}$$

$$f'(\tilde{k}_E^{T'_G})\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(0)f(\tilde{k}_E^{T'_G}))^{\varepsilon}} - ul\right)(1-a) = \delta(1-am) + \tau$$

Und aus Gleichung $(114)^{T'_G}$ folgt:

$$(122)^{T'_G} \quad k_E := k_E^{*T'_G}, \quad \text{wenn}$$

$$f'(k_E^{*T'_G})\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(0)f(k_E^{*T'_G}))^{\varepsilon}} - ul\right)(1-a) = \delta(1-am) + \rho + \sigma\tau$$

Schließlich gilt für den kleinsten bzw. größten Wert des Kapitalstocks, für den der Nettogewinn null ist, bei Erhebung einer Gewinnsteuer mit der Möglichkeit der Abzugsfähigkeit der Ausschüttungen von ihrer Bemessungsgrundlage entsprechend $(30)^{T'_G}$:

$$(120)^{T'_G} \quad k_E := k_E^{krit\ T'_G}, \quad \text{wenn}$$

$$\mathfrak{D}(k_E^{krit\ T'_G}) = \frac{f(k_E^{krit\ T'_G})\left(\frac{1}{(L(0)f(k_E^{krit\ T'_G}))^{\varepsilon}} - ul\right)(1-a) -}{1}$$

$$\frac{- w(0)(1-a) - (\delta(1-am)+\tau)k_E^{krit\,T'_G}}{(1-a\lambda)} = 0$$

bzw.

$$(121)^{T'_G} \quad k_E := k_E^{\max\, T'_G}\,, \quad \text{wenn}$$

$$\tilde{D}(k_E^{\max T'_G}) = \frac{f(k_E^{\max\, T'_G})\left(\dfrac{1}{(L(0)\,f(k_E^{\max\, T'_G}))^{\varepsilon}} - ul\right)(1-a) - }{1}$$

$$\frac{- w(0)(1-a) - (\delta(1-am)+\tau)\,k_E^{\max\, T'_G}}{(1-a\lambda)} = 0$$

3. <u>Vergleich von optimalem Pfad, steady-state Ausschüttung und steady-state Kapitalstock, kritischem und maximalem Kapitalstock sowie dem Kapitalstock maximaler Ausschüttung bei einer proportionalen Gewinnsteuer mit und ohne Abzugsfähigkeit der Ausschüttung von der Bemessungsgrundlage der Gewinnsteuer</u>

a) <u>Der Verlauf der $\emptyset_1(k_E, \tilde{D}) = 0$-Kurve bei einer Gewinnsteuer mit und ohne Abzugsfähigkeit der Ausschüttung von der Bemessungsgrundlage der Gewinnsteuer</u>

Mit den Gleichungen $(113)^{T'_G}$ und $(113)^{I}$ folgt unmittelbar für gleichen Kapitalstock:[1]

$$(126) \quad \emptyset_1^{T'_G} = 0 \;>\; \emptyset_1^{T_G} = 0$$

Die Kurve des in der Zeit unveränderten Kapitaleinsatzes liegt bei teilweiser oder vollständiger Abzugsmöglichkeit der Ausschüttung von der Bemessungsgrundlage der Gewinnsteuer stets über der einer Gewinnsteuer ohne Abzugsmöglichkeit der

---

1) Wie aus Gleichung $(30)^{T'_G}$ zu ersehen (vgl. auch S. 166), sind die Gewinnsteuern T_G und T'_G für $\lambda = 0$ identisch; wir lassen im folgenden zu, daß: $0 < \lambda \leq 1$.

Ausschüttung von ihrer Bemessungsgrundlage. Je höher dabei der Anteil der abzugsfähigen Ausschüttung an der Gesamtausschüttung (je höher mithin λ) ist (bei gegebenem a), desto höher ist die positive Differenz zwischen maximal möglicher Ausschüttung bei Abzugsfähigkeit (der Ausschüttung von der Bemessungsgrundlage der Gewinnsteuer) gegenüber der bei Nichtabzugsfähigkeit (der Ausschüttung von der Bemessungsgrundlage der Gewinnsteuer).

b) <u>Vergleich der Veränderung der Ausschüttung bei Veränderung des Kapitaleinsatzes mit und ohne Abzugsfähigkeit der Ausschüttung von der Bemessungsgrundlage der Gewinnsteuer</u>

Aus Gleichung $(117)^{T'_G}$ ist unmittelbar ersichtlich, daß die Steigung der $\emptyset_1^{T'_G} = 0$-Kurve im $\tilde{D}$, k_E-Diagramm, d.h. die Zunahme der maximal möglichen Ausschüttung bei Erhöhung des Kapitalstocks um eine Einheit für $0 < a < 1$ und $0 < \lambda \leq 1$ für jeweils gleiche Kapitalstockwerte im Falle der teilweisen oder vollständigen Abzugsmöglichkeit der Ausschüttung von der Bemessungsgrundlage der Gewinnsteuer größer ist als bei einer sonst gleich ausgestalteten Gewinnsteuer ohne diese Möglichkeit. D.h. es gilt für gleiche k_E-Werte:[1]

$$(127) \qquad \left.\frac{d\tilde{D}}{dk_E}\right|_{\emptyset_1=0}^{T'_G} > \left.\frac{d\tilde{D}}{dk_E}\right|_{\emptyset_1=0}^{T_G}$$

wobei dies, da sich die Gleichungen $(117)^{T'_G}$ und $(117)^{I}$ nur hinsichtlich des Nenners unterscheiden, um so stärker gilt, je größer der tatsächlich zulässige Wert für die Abzugsfähigkeit der Ausschüttung von der Bemessungsgrundlage ist.[2] Bei

---

1) Mit Ausnahme von $\tilde{k}_E^{T'_G} = \tilde{k}_E^{T_G}$

2) Für $\lambda = 1$ ist $\left.\frac{d\tilde{D}}{dk_E}\right|_{\emptyset_1^{T'_G}=0} - \left.\frac{d\tilde{D}}{dk_E}\right|_{\emptyset_1^{T_G}=0}$ = maximal und für den Fall (den wir auf S. 170 in Fußnote 1 ausgeschlossen haben), daß die Ausschüttung nicht abzugsfähig ist, also für $\lambda = 0$, ist $\left.\frac{d\tilde{D}}{dk_E}\right|_{\emptyset_1^{T'_G}=0} - \left.\frac{d\tilde{D}}{dk_E}\right|_{\emptyset_1^{T_G}=0} = 0$, d.h. $\emptyset_1^{T'_G} = \emptyset_1^{T_G}$.

gleicher Erhöhung des Kapitalstocks ist also der Zuwachs an maximal möglicher Ausschüttung (ohne Verringerung des bestehenden Kapitalstocks) im Falle der Abzugsfähigkeit der Ausschüttung von der Bemessungsgrundlage um so größer, je größer λ ist.

c) <u>Vergleich der Kapitalstöcke maximaler Ausschüttung mit und ohne Abzugsfähigkeit der Ausschüttung von der Bemessungsgrundlage der Gewinnsteuer</u>

Aus den Gleichungen $(118)^{T_G'}$ und $(118)^{I}$ folgt für den Kapitalstock maximaler Ausschüttung:

$$(128) \qquad \tilde{k}_E^{T_G'} = \tilde{k}_E^{T_G}$$

D.h. der Kapitalstock maximaler Ausschüttung ist, unabhängig von der Ausgestaltung der Ausschüttungsabzugsfähigkeit, in beiden Fällen gleich groß.

d) <u>Vergleich der steady-state Kapitalstöcke mit und ohne Abzugsfähigkeit der Ausschüttung von der Bemessungsgrundlage der Gewinnsteuer</u>

Die Gleichungen $(122)^{T_G'}$ und $(122)^{I}$ führen zu:

$$(129) \qquad k_E^{*T_G'} = k_E^{*T_G}$$

Da weder Nettogrenzerlös- noch Nettogrenzkostenkomponenten durch die Ausgestaltung der Ausschüttungsabzugsfähigkeit geändert werden, ist der steady-state Kapitalstock mit und ohne Abzugsfähigkeit der Ausschüttung von der Bemessungsgrundlage der Gewinnsteuer gleich groß.

e) <u>Vergleich der kritischen Kapitalstöcke mit und ohne Abzugsfähigkeit der Ausschüttung von der Bemessungsgrundlage der Gewinnsteuer</u>

Aus Gleichung $(120)^{T'_G}$ und Gleichung $(120)^{I}$ erhält man:[1)]

$$(130) \qquad k_E^{krit\; T'_G} = k_E^{krit\; T_G}$$

Der Kapitalstock mit dem kleinsten Wert, für den der Nettogewinn null ist, ist, da er unabhängig von der Ausgestaltung der Abzugsfähigkeit der Ausschüttung ist, ebenfalls für die Gewinnsteuern T'_G bzw. T_G gleich.

f) <u>Vergleich der maximalen Kapitalstöcke mit und ohne Abzugsfähigkeit der Ausschüttung von der Bemessungsgrundlage der Gewinnsteuer</u>

Mit den Gleichungen $(121)^{T'_G}$ und $(121)^{I}$ gilt:

$$(131) \qquad k_E^{max\; T'_G} = k_E^{max\; T_G}$$

Auch der maximale Kapitalstock ist bei beiden Gewinnsteuern gleich. Wir wollen nun noch zeigen, daß der optimale Pfad bei Abzugsfähigkeit der Ausschüttung von der Bemessungsgrundlage der Gewinnsteuer (Gewinnsteuer T'_G) stets über dem optimalen Pfad bei Nichtabzugsfähigkeit der Ausschüttung von der Bemessungsgrundlage der Gewinnsteuer (Gewinnsteuer T_G) liegt.

Für die Wachstumsrate der Ausschüttung bei Gewinnbesteuerung mit bzw. ohne Abzugsfähigkeit von der Bemessungsgrundlage der Gewinnsteuer gilt mit den Gleichungen $(112)^{T'_G}$ bzw. $(112)^{I}$ für gleichen Kapitalstock:

---

1) Vgl. im Anhang S. 320 f.

$$(132) \quad \left(\frac{\dot{\tilde{D}}}{\tilde{D}}\right)^{T'_G} = \left(\frac{\dot{\tilde{D}}}{\tilde{D}}\right)^{T_G}$$

D.h. die Wachstumsrate der Ausschüttung ist mit und ohne Abzugsfähigkeit der Ausschüttung von der Bemessungsgrundlage der Gewinnsteuer gleich für gleichen Kapitalstock. Mit den Gleichungen $(113)^{T'_G}$ und $(113)^{I}$ folgt für $\phi_1^{T'_G} = 0$, $\phi_1^{T_G} = 0$ und $0 < \lambda < 1$, $0 < a < 1$ für gleichen Kapitalstock:

$$(133) \quad \tilde{D}^{T'_G} = \frac{\tilde{D}^{T_G}}{(1-a\lambda)}$$

Für gleichen Kapitalstock ist somit die maximal mögliche Ausschüttung bei Gewinnbesteuerung mit Abzugsfähigkeit der Ausschüttung von der Bemessungsgrundlage der Gewinnsteuer stets größer als bei einer Gewinnbesteuerung, bei der dies nicht möglich ist. Dieser Unterschied wird mit steigendem k_E, solange $k_E < k_E^*$ ist, stets größer, da der Zähler wächst bei konstantem Nenner. Die Differenz (zwischen $\tilde{D}^{T'_G}$ und $\tilde{D}^{T_G}$) ist schließlich für gegebene konstante a und λ cet.par. um so größer, je größer a und λ sind. Für den optimalen Kapitalstock, für den wir gezeigt haben, daß er mit und ohne Abzugsfähigkeit der Ausschüttung von der Bemessungsgrundlage gleich ist,[1] gilt dann für das Verhältnis von optimaler Ausschüttung mit und ohne Abzugsfähigkeit der Ausschüttung von der Bemessungsgrundlage der Gewinnsteuer:

$$(134) \quad (\tilde{D}(k_E^*))^{T'_G} = \frac{(\tilde{D}(k_E^*))^{T_G}}{(1-a\lambda)}$$

Mit den Gleichungen (132) - (134) muß dann gelten:

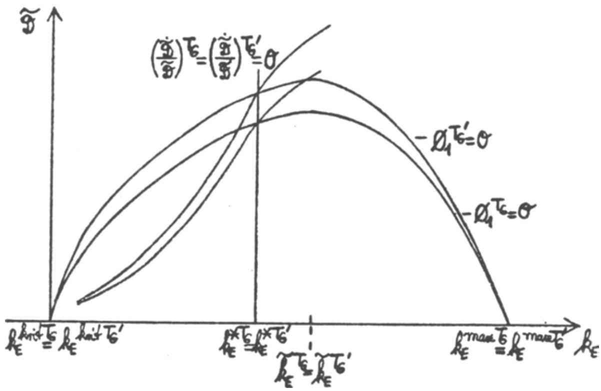
$$(135) \quad (\tilde{D}^{opt.}(k_E^o))^{T'_G} > (\tilde{D}^{opt.}(k_E^o))^{T_G}$$

1) Vgl. Gleichung (129) auf S. 172.

Dies läßt sich damit erklären, daß durch die Abzugsfähigkeit der Ausschüttung von der Bemessungsgrundlage der Gewinnsteuer ein Anreiz gegeben wird, mehr auszuschütten als im Falle der Nichtabzugsfähigkeit. Mit Gleichung (135) folgt dann mit Gleichung (132), daß der absolute Zuwachs an optimaler Ausschüttung bei Abzugsfähigkeit der Ausschüttung von der Bemessungsgrundlage der Gewinnsteuer stets größer ist[1] als bei Nichtabzugsfähigkeit. Aus den Gleichungen (133) - (135) folgt ebenfalls, daß[1] die Differenz zwischen $\tilde{D}^{opt.T'_G}$ und $\tilde{D}^{opt.T_G}$ um so größer ist, je größer a und λ sind bzw. bei gegebenem a, je größer λ ist.

Mit den Gleichungen (126) - (135) können wir für den Vergleich der Gewinnsteuer mit und ohne Abzugsfähigkeit der Ausschüttung von ihrer Bemessungsgrundlage folgendes $\tilde{D}$, k_E-Diagramm erstellen:

<u>Abb. 24:</u>



1) Für gleiche k_E.

Ergebnisse:

Sind Teile der Ausschüttung von der Bemessungsgrundlage der Gewinnsteuer abzugsfähig (Gewinnsteuer T'_G), so gilt im Vergleich mit der Gewinnsteuer ohne Abzugsfähigkeit der Ausschüttung von ihrer Bemessungsgrundlage (Gewinnsteuer T_G):

- Der Mindestkapitalstock ändert sich durch die Möglichkeit, Teile der Ausschüttung von der Bemessungsgrundlage abzuziehen, gegenüber der Situation ohne Abzugsfähigkeit (Gewinnsteuer T_G) nicht, weil der Nettogewinn hierdurch keinerlei Änderung erfährt.

- Der steady-state Kapitalstock ist bei beiden Ausgestaltungen der Gewinnsteuer gleich groß, weil der Nettogrenzgewinn mit und ohne Abzugsfähigkeit der Ausschüttung von der Bemessungsgrundlage derselbe ist, während die steady-state Ausschüttung bei Abzugsfähigkeit von Teilen der Ausschüttung von der Bemessungsgrundlage der Gewinnsteuer größer als bei Nichtabzugsfähigkeit ist, weil die Ausschüttung bei Zulässigkeit des Abzugs von Teilen der Ausschüttung von der Bemessungsgrundlage gewissermaßen subventioniert wird (in Höhe von $a\lambda\tilde{D}$). Ausbringungsmenge und Ausbringungspreis sind bei Abzugs- und Nichtabzugsfähigkeit gleich groß.

- Der Kapitalstock maximaler Ausschüttung ändert sich im Vergleich zur Situation ohne Abzugsfähigkeit der Gewinnsteuer T_G ebenfalls nicht durch die Möglichkeit, Teile der Ausschüttung von der Bemessungsgrundlage der Gewinnsteuer abziehen zu können, die zugeordnete maximale Ausschüttung ist jedoch bei Abzugsfähigkeit von Teilen der Ausschüttung von der Bemessungsgrundlage der Gewinnsteuer größer als bei Nichtabzugsfähigkeit (wegen der "Subventionierung" der Ausschüttung).

- Der optimale Pfad der Gewinnsteuer mit Abzugsfähigkeit von Teilen der Ausschüttung von ihrer Bemessungsgrundlage liegt für alle Kapitalstockwerte über dem optimalen Pfad einer Gewinnsteuer ohne Abzugsfähigkeit der Ausschüttung von ihrer Bemessungsgrundlage.

4. Eine proportionale Gewinnsteuer mit (teilweiser) Abzugsfähigkeit der Ausschüttung von der Steuerschuld der Gewinnsteuer

Dürfen Teile der Ausschüttung von der Steuerschuld der Gewinnsteuer abgezogen werden, wobei für den abzugsfähigen Anteil an der Gesamtausschüttung gelten soll:

$$(136) \qquad 0 < \lambda_1 < 1$$

so lautet die Steuerfunktion:[1)]

$$(30)^{T_G''} \qquad T_G'' = a(F^{1-\varepsilon}e^{\pi t} - wL - ulF - m\delta K_E) - \lambda_1 D$$

Wenn wir die Steueraufkommensfunktion der Gewinnsteuer T_G'' in $(32)^I$ anstelle von T_G einsetzen und nach $\dot{K}_E$ auflösen, erhalten wir:

$$(34)^{T_G''} \qquad \dot{K}_E = (F^{1-\varepsilon}e^{\pi t} - wL - ulF)(1-a) - \delta K_E(1-am) - D(1-\lambda_1)$$

und damit:

$$(48)^{T_G''}$$

$$\dot{k}_E = f(k_E)\left(\frac{1}{(L(0)f(k_E))^{\varepsilon}} - ul\right)(1-a) - w(0)(1-a) - \delta k_E(1-am) - \tau k_E - \tilde{D}(1-\lambda_1)$$

Für die optimale Allokation gilt nun:

$$(63)^{T_G''} \qquad U'(\tilde{D}) = p^{T_G''}(1-\lambda_1)$$

1) Vgl. zur Beziehung zwischen den Modellsteuern T_G (Abzugsfähigkeit der Ausschüttung von der Bemessungsgrundlage der Gewinnsteuer) und T_G'' (Abzugsfähigkeit der Ausschüttung von der Steuerschuld der Gewinnsteuer) mit der Körperschaftsteuer 77 bzw. der Körperschaftsteuer 76 Fußnote 3 auf S. 211.

und für die Bewegungsgleichung des Schattenpreises $p^{T_G''}$:

$(65)^{T_G''}$

$$\dot{p}^{T_G''} = -p^{T_G''}\left[f'(k_E)\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(0)f(k_E))^{\varepsilon}} - ul\right)(1-a) - \delta(1-am) - \rho - \sigma\tau\right]$$

Ausgehend von Gleichung $(63)^{T_G''}$ kann man mit Hilfe der Gleichungen $(108)^{I}$ - $(111)^{I}$ und Gleichung $(65)^{T_G''}$ für die Wachstumsratengleichung der Ausschüttung bei Besteuerung mit einer Gewinnsteuer gemäß Gleichung $(30)^{T_G''}$ dann schreiben:

$(112)^{T_G''}$

$$\left(\frac{\dot{\tilde{D}}}{\tilde{D}}\right)^{T_G''} = \frac{1}{\sigma}\left[f'(k_E)\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(0)f(k_E))^{\varepsilon}} - ul\right)(1-a) - \delta(1-am) - \rho - \sigma\tau\right]$$

Formulieren wir die Gleichungen $(48)^{T_G''}$ und $(112)^{T_G''}$ wiederum analog den Gleichungen $(113)^{I}$ und $(114)^{I}$ als:

$$(113)^{T_G''} \quad \emptyset_1^{T_G''}(k_E, \tilde{D}) = f(k_E)\left(\frac{1}{(L(0)f(k_E))^{\varepsilon}} - ul\right)(1-a) - w(0)(1-a) - \delta k_E(1-am) - \tau k_E - \tilde{D}(1-\lambda_1)$$

$$(114) \quad \emptyset_2^{T_G''}(k_E) = \frac{1}{\sigma}\left[f'(k_E)\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(0)f(k_E))^{\varepsilon}} - ul\right)(1-a) - \delta(1-am) - \rho - \sigma\tau\right]$$

Mit Gleichung $(113)^{T_G''}$ folgt dann:

$$(117)^{T_G''}\quad \frac{d\tilde{D}}{dk_E}\bigg|_{\emptyset_1^{T_G''}=0} = \frac{f'(k_E)\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(0)f(k_E))^{\varepsilon}} - ul\right)(1-a) - \delta(1-am) - \tau}{(1-\lambda_1)}$$

$$(119)^{T_G''}\quad \frac{d\tilde{D}}{dk_E}\bigg|_{\emptyset_1^{T_G''}=0} \begin{Bmatrix} > \\ = \\ < \end{Bmatrix} 0 \;, \quad \text{wenn } k_E \begin{Bmatrix} < \\ = \\ > \end{Bmatrix} \tilde{k}_E^{T_G''}$$

wobei

$$(118)^{T_G''}\quad k_E := \tilde{k}_E^{T_G''} \;, \quad \text{wenn}$$

$$f'(\tilde{k}_E^{T_G''})\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(0)f(\tilde{k}_E^{T_G''}))^{\varepsilon}} - ul\right)(1-a) = \delta(1-am) + \tau$$

Aus Gleichung $(114)^{T_G''}$ folgt:

$$(122)^{T_G''}\quad k_E := k_E^{*T_G''} \;, \quad \text{wenn}$$

$$f'(k_E^{*T_G''})\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(0)f(k_E^{*T_G''}))^{\varepsilon}} - ul\right)(1-a) = \delta(1-am) + \rho + \sigma\tau$$

Und schließlich gilt für den kleinsten bzw. größten Wert des Kapitalstocks, für den der Nettogewinn null ist, bei Erhebung einer Gewinnsteuer mit (teilweiser) Abzugsfähigkeit der Ausschüttung von der Steuerschuld, entsprechend Gleichung $(30)^{T_G''}$:

$$(120)^{T_G''}\quad k_E := k_E^{krit\; T_G''} \;, \quad \text{wenn}$$

$$\tilde{D}(k_E^{krit\;T_G''}) = \frac{f(k_E^{krit\;T_G''})\left(\frac{1}{(L(0)f(k_E^{krit\;T_G''}))^{\varepsilon}} - ul\right) -}{(1-\lambda_1)}$$

$$\frac{-(1-a)-w(0)(1-a)-(\delta(1-am)+\tau)k_E^{krit\;T_G''}}{1} = 0$$

$$(121)^{T_G''} \quad k_E := k_E^{max\;T_G''}, \quad \text{wenn}$$

$$D(k_E^{max\;T_G''}) = \frac{f(k_E^{max\;T_G''})\left(\frac{1}{(L(0)f(k_E^{max\;T_G''}))^{\varepsilon}} - ul\right)(1-a) -}{(1-\lambda_1)}$$

$$\frac{-w(0)(1-a)-(\delta(1-am)+\tau)k_E^{max\;T_G''}}{1} = 0$$

5. Vergleich von optimalem Pfad, steady-state Ausschüttung und steady-state Kapitalstock, kritischem und maximalem Kapitalstock sowie dem Kapitalstock maximaler Ausschüttung bei einer proportionalen Gewinnsteuer mit Abzugsfähigkeit der Ausschüttung von der Bemessungsgrundlage bzw. der Steuerschuld der Gewinnsteuer

a) Verlauf der $\emptyset_1(k_E, \tilde{D}) = 0$-Kurve bei einer proportionalen Gewinnsteuer mit Abzugsfähigkeit der Ausschüttung von der Bemessungsgrundlage bzw. der Steuerschuld der Gewinnsteuer

Um die Abzugsfähigkeit der Ausschüttung von der Steuerschuld mit der Abzugsfähigkeit der Ausschüttung von der Bemessungsgrundlage der Gewinnsteuer zu vergleichen, unterstellen wir, daß der Anteil der abzugsfähigen Ausschüttung an der Gesamtausschüttung bei beiden gleich ist. D.h. es soll gelten:

(137) $\lambda_1 = \lambda$

Mit den Gleichungen $(113)^{T_G''}$ und $(113)^{T_G'}$ folgt, daß für $0 < a < 1$ die Kurve der maximal möglichen Ausschüttung, die bei alternativen Kapitalstöcken möglich ist, bei Abzugsfähigkeit der Ausschüttung von der Steuerschuld über der bei Abzugsfähigkeit der Ausschüttung von der Bemessungsgrundlage liegt; dies gilt um so mehr, je kleiner der in beiden Fällen gleiche und konstante Steuersatz a ist. Darin zeigt sich, daß die Abzugsfähigkeit von der Bemessungsgrundlage um so günstiger ist, je größer der geltende Steuersatz ist. Es gilt also:

(138) $\varnothing_1^{T_G''} = 0 \;>\; \varnothing_1^{T_G'} = 0$

b) <u>Vergleich der Veränderung der Ausschüttung bei Veränderung des Kapitaleinsatzes bei einer proportionalen Gewinnsteuer mit Abzugsfähigkeit der Ausschüttung von der Bemessungsgrundlage bzw. der Steuerschuld der Gewinnsteuer</u>

Aus den Gleichungen $(117)^{T_G''}$ und $(117)^{T_G'}$ folgt für $0 < a < 1$:

(139)[1] $\left.\frac{d\tilde{D}}{dk_E}\right|_{\varnothing_1^{T_G''}=0} > \left.\frac{d\tilde{D}}{dk_E}\right|_{\varnothing_1^{T_G'}=0}$

D.h. die Zunahme der maximal möglichen Ausschüttung bei Erhöhung des Kapitalstockes um eine Einheit ist für jeweils gleiche Kapitalstockwerte bei Abzugsfähigkeit der Ausschüttung von der Steuerschuld höher als bei Abzugsfähigkeit von der Bemessungsgrundlage. Dies gilt um so mehr, je kleiner der Steuersatz ist.

---

1) Mit Ausnahme von $\tilde{k}_E^{T_G''} = \tilde{k}_E^{T_G'}$.

c) Vergleich der Kapitalstöcke maximaler Ausschüttung bei einer proportionalen Gewinnsteuer mit Abzugsfähigkeit der Ausschüttung von der Bemessungsgrundlage bzw. der Steuerschuld

Beim Vergleich von $(118)^{T_G''}$ und $(118)^{T_G'}$ ergibt sich, daß der Kapitalstock maximaler Ausschüttung gleich groß in beiden Fällen, also unabhängig von der Ausgestaltung der Abzugsfähigkeit der Ausschüttung ist:

$$(140) \qquad \tilde{k}_E^{T_G''} = \tilde{k}_E^{T_G'}$$

d) Vergleich der steady-state Kapitalstöcke bei einer proportionalen Gewinnsteuer mit Abzugsfähigkeit der Ausschüttung von der Bemessungsgrundlage bzw. der Steuerschuld

Aus den Gleichungen $(122)^{T_G''}$ und $(122)^{T_G'}$ wird ersichtlich, daß der steady-state Kapitalstock ebenfalls unabhängig von der Ausgestaltung der Abzugsfähigkeit der Ausschüttung ist:

$$(141) \qquad k_E^{*T_G''} = k_E^{*T_G'}$$

e) Vergleich der kritischen Kapitalstöcke bei einer proportionalen Gewinnsteuer mit Abzugsfähigkeit der Ausschüttung von der Bemessungsgrundlage bzw. der Steuerschuld der Gewinnsteuer

Vergleichen wir Gleichung $(120)^{T_G''}$ und $(120)^{T_G'}$, so gilt, daß der Kapitalstock mit dem kleinsten Wert, für den der Nettogewinn null wird, bei Abzugsfähigkeit der Ausschüttung von der Steuerschuld gleich ist dem bei Abzugsfähigkeit von der Bemessungsgrundlage der Gewinnsteuer:[1)]

---

1) Vgl. S. 321.

$$(142)\quad k_E^{krit\ T_G''} = k_E^{krit\ T_G'}$$

f) <u>Vergleich der maximalen Kapitalstöcke bei einer proportionalen Gewinnsteuer mit Abzugsfähigkeit der Ausschüttung von der Bemessungsgrundlage bzw. der Steuerschuld der Gewinnsteuer</u>

Aus $(113)^{T_G''}$ und $(113)^{T_G'}$ läßt sich ermitteln, daß der Kapitalstock mit dem größten Wert, für den der Nettogewinn null wird, bei Abzugsfähigkeit der Ausschüttung von der Steuerschuld ebenfalls gleich ist dem bei Abzugsfähigkeit von der Bemessungsgrundlage:

$$(143)\quad k_E^{max\ T_G''} = k_E^{max\ T_G'}$$

Es bleibt nun noch zu zeigen, daß der optimale Pfad bei Abzugsfähigkeit der Ausschüttung von der Steuerschuld stets über dem optimalen Pfad bei Abzugsfähigkeit der Ausschüttung von der Bemessungsgrundlage der Gewinnsteuer liegt.

Für die Wachstumsrate der Ausschüttung bei Gewinnbesteuerung mit Abzugsfähigkeit der Ausschüttung von der Bemessungsgrundlage der Gewinnsteuer und bei Gewinnbesteuerung mit Abzugsfähigkeit der Ausschüttung von der Steuerschuld der Gewinnsteuer gilt mit den Gleichungen $(112)^{T_G''}$ und $(112)^{T_G'}$ für gleichen Kapitalstock:

$$(144)\quad \left(\frac{\dot{\tilde{D}}}{\tilde{D}}\right)^{T_G''} = \left(\frac{\dot{\tilde{D}}}{\tilde{D}}\right)^{T_G'}$$

D.h. die Wachstumsrate der Ausschüttung ist bei Abzugsfähigkeit der Ausschüttung von der Bemessungsgrundlage der Gewinnsteuer und bei Abzugsfähigkeit der Ausschüttung von der Steuerschuld der Gewinnsteuer gleich für gleichen Kapitalstock.

Aus den Gleichungen $(113)^{T''_G}$ und $(113)^{T'_G}$ gilt für $\emptyset_1^{T''_G} = 0$, $\emptyset_1^{T'_G} = 0$, $0 < \lambda < 1$, $0 < a < 1$ und $0 < \lambda_1 < 1$ für gleichen Kapitalstock und $\lambda = \lambda_1$:

$$(145) \quad \tilde{D}^{T''_G}(1-\lambda) = \tilde{D}^{T'_G}(1-a\lambda)$$

oder

$$(145') \quad \tilde{D}^{T''_G} = \underbrace{\frac{(1-a\lambda)}{(1-\lambda)}}_{B} \tilde{D}^{T'_G} \quad 1)$$

Somit ist für gleichen Kapitalstock die maximal mögliche Ausschüttung bei Abzugsfähigkeit der Ausschüttung von der Steuerschuld der Gewinnsteuer größer als bei Abzugsfähigkeit der Ausschüttung von der Bemessungsgrundlage der Gewinnsteuer. Dieser Unterschied wird mit steigendem k_E, solange $k_E < k_E^*$ ist, stets größer, da $\tilde{D}^{T'_G}$ wächst und der Quotient konstant bleibt. Bei gegebenem λ ist die Differenz zwischen $\tilde{D}^{T''_G}$ und $\tilde{D}^{T'_G}$ schließlich um so größer, je kleiner der Steuersatz a ist.[2)] Für den steady-state Kapitalstock, für den wir gezeigt haben, daß er bei Abzugsfähigkeit der Ausschüttung von der Bemessungsgrundlage bzw. der Steuerschuld der Gewinnsteuer gleich ist, gilt für das Verhältnis von maximaler Ausschüttung bei Abzugsfähigkeit der Ausschüttung von der Bemessungsgrundlage bzw. der Steuerschuld der Gewinnsteuer:

---

1) Da $0 < a < 1$ ist, ist der Ausdruck $B > 1$.

2) Für den unrealistischen Fall, daß $a = 1$ ist, würde $\tilde{D}^{T''_G} = \tilde{D}^{T'_G}$ gelten; die Abzugsfähigkeit von der Bemessungsgrundlage wäre dann gleich günstig wie die Abzugsfähigkeit von der Steuerschuld. Für kleinere a ist letztere günstiger, d.h. die maximal mögliche Ausschüttung ist für gleiche k_E in diesem Falle stets größer als bei Abzugsfähigkeit der Ausschüttung von der Bemessungsgrundlage.

(146) $\quad (\tilde{D}^*(k_E^*))^{T_G''} = \frac{(1-a\lambda)}{(1-\lambda)} (\tilde{D}^*(k_E^*))^{T_G'}$

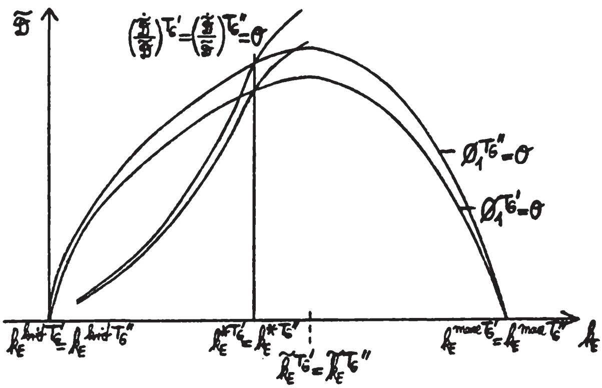
Mit den Gleichungen (144) - (146) folgt dann bei $k_E^{*\,T_G''} = k_E^{*\,T_G'}$ (vgl. Gleichung (141)):

(147) $\quad (\tilde{D}^{opt.}(k_E^o))^{T_G''} > (\tilde{D}^{opt.}(k_E^o))^{T_G'}$

Aus Gleichung (147) folgt mit Gleichung (144), daß der absolute Zuwachs an Ausschüttung bei Abzugsfähigkeit der Ausschüttung von der Gewinnsteuerschuld stets größer ist (für gleiches k_E) als bei Abzugsfähigkeit der Ausschüttung von der Bemessungsgrundlage der Gewinnsteuer. Und aus (145) - (147) folgt auch, daß (für gleiche k_E) die Differenz zwischen $\tilde{D}^{opt.\,T_G''}$ und $\tilde{D}^{opt.\,T_G'}$ um so größer ist, je kleiner der Steuersatz a ist.

Mit den Gleichungen (137) - (147) können wir für den Vergleich einer proportionalen Gewinnsteuer mit Abzugsfähigkeit der Ausschüttung von der Steuerschuld bzw. der Bemessungsgrundlage der Gewinnsteuer folgendes $\tilde{D}$, k_E-Diagramm zeichnen:

<u>Abb. 25:</u>



Ergebnisse:

Dürfen Teile der Ausschüttung von der Steuerschuld abgezogen werden (Gewinnsteuer T_G''), dann gilt im Vergleich mit der Gewinnsteuer, bei der Teile der Ausschüttung von der Bemessungsgrundlage abzugsfähig sind (Gewinnsteuer T_G'):

- Der Mindestkapitalstock ist derselbe, gleich ob Teile der Ausschüttung von der Steuerschuld bzw. der Bemessungsgrundlage der Gewinnsteuer abgezogen werden dürfen, weil durch die Ausgestaltung der Abzugsfähigkeit der Nettogewinn nicht berührt wird.

- Der steady-state Kapitalstock ist derselbe, gleich ob Teile der Ausschüttung von der Steuerschuld bzw. der Bemessungsgrundlage der Gewinnsteuer abgezogen werden dürfen, weil der Nettogrenzgewinn durch beide Ausgestaltungen der Abzugsfähigkeit nicht berührt wird. Die steady-state Ausschüttung hingegen ist bei Abzugsfähigkeit von der Steuerschuld größer als bei Abzugsfähigkeit von der Bemessungsgrundlage der Gewinnsteuer, da hier eine höhere Subventionierung der Ausschüttung[1)] (als im Falle der Abzugsfähigkeit der Ausschüttung von der Bemessungsgrundlage) stattfindet (in Höhe von $\lambda_1 \cdot \tilde{D}$). Somit sind Ausbringungsmenge und Ausbringungspreis bei beiden Ausgestaltungen der Abzugsfähigkeit gleich groß.

- Der Kapitalstock maximaler Ausschüttung ändert sich bei Abzugsfähigkeit von der Steuerschuld im Vergleich zur Situation bei Abzugsfähigkeit von der Bemessungsgrundlage (der Gewinnsteuer) ebenfalls nicht; die zugeordnete maximale Ausschüttung ist aber bei Abzugsfähigkeit von Teilen der Ausschüttung von der Steuerschuld größer als bei Abzugsfähigkeit von der Bemessungsgrundlage (der Gewinnsteuer).

---

1) Wenn $\lambda = \lambda_1$, d.h. der Anteil der abzugsfähigen Ausschüttung an der Gesamtausschüttung bei Abzugsfähigkeit von der Bemessungsgrundlage bzw. Steuerschuld, gleich groß ist und $a < 1$ ist.

- Der optimale Pfad der Gewinnsteuer mit Abzugsfähigkeit von Teilen der Ausschüttung von der Steuerschuld liegt für alle Kapitalstockwerte über dem optimalen Pfad einer Gewinnsteuer, bei der Teile der Ausschüttung abzugsfähig von ihrer Bemessungsgrundlage sind.

6. Eine progressive Gewinnsteuer

Bemessungsgrundlage sei der Gewinn G, definiert als der Erlös abzüglich der Lohn- und Gehaltsaufwendungen, der Vorleistungsaufwendungen und des steuerlich abzugsfähigen Kapitalverschleißes. Für den Steuersatz gelte, daß er von G abhängig sei, derart, daß er mit steigendem G wachse ($\frac{\delta a}{\delta G} > 0$). Damit gilt für die Steueraufkommensfunktion der progressiven Steuer:

$$(30)^{T_G \text{ prog } 1} \quad T_G^{\text{prog } 1} = a(G)G$$

mit:

$$G = F^{1-\varepsilon}e^{\pi t} - wL - ulF - m\delta K_E$$

Bei dieser Steueraufkommensgleichung der progressiven Gewinnsteuer existiert jedoch kein steady-state. Wegen des Harrod-neutralen technischen Fortschritts und des Marktnachfragewachstums nach dem Output des Monopolisten steigt der Gewinn G (für gegebenes k_E) ständig, und somit steigt auch bei progressiver Gewinnsteuer die Steuerschuld ständig überproportional an. Das führt dazu, daß ein einmal erreichter Kapitalstock $k_E^{*\,T_G \text{ prog } 1}$ mit zunehmendem Zeitablauf immer kleiner wird, wenn $t \to \infty$, folgt $k_E^{*\,T_G \text{ prog } 1} \to 0$. Um diese wohl (bei Kenntnis und in mittlerer bzw. langer Frist) unerwünschte Konsequenz zu vermeiden, muß die Steuerfunktion wie folgt modifiziert werden:

$$(30)^{T_G\ prog\ 2} \quad T_G^{\ prog\ 2} = a(Ge^{-\tau t}L^{-1}(t))\ G = a(\tilde{G})G$$

$$\text{mit:}\quad \tilde{G} := \frac{G(t)}{e^{\tau t}L(t)}$$

d.h. der marginale Steuersatz ist nun nicht mehr abhängig vom Gewinn, sondern vom Gewinn in Arbeitseffizienzeinheiten. Gewinnerhöhungen, die durch wachsendes $e^{\tau t}L(t)$ oder, da L konstant sein soll, durch wachsendes t verursacht werden, sollen nur noch in der Bemessungsgrundlage erfaßt werden, aber nicht mehr erhöhend wirken auf den marginalen Steuersatz. Damit werden Gewinnerhöhungen, verursacht allein durch den technischen Fortschritt im Zeitablauf, nur in der Bemessungsgrundlage erfaßt, sie haben keinerlei Auswirkung auf den marginalen Steuersatz.

Mit der Steueraufkommensgleichung gemäß Gleichung $(30)^{T_G\ prog\ 2}$ lassen sich die Gleichungen $(113)^{T_G\ prog\ 1}$ bzw. $(114)^{T_G\ prog\ 1}$ nun wie folgt formulieren:

$$(113)^{T_G\ prog\ 2} \quad \emptyset_1^{T_G\ prog\ 2}(k_E, \tilde{D}) = f(k_E)\left(\frac{1}{(L(0)f(k_E))^{\varepsilon}} - ul\right)(1-a(\tilde{G})) - w(0)(1-a(\tilde{G})) - \delta k_E(1-a(\tilde{G})m) - \tau k_E - \tilde{D}$$

bzw.

$$(114)^{T_{G\ prog\ 2}} \quad \emptyset_2^{T_{G\ prog\ 2}}(k_E) = \frac{1}{\sigma}\Bigg[f'(k_E)\Bigg(\frac{1-\varepsilon}{(L(0)f(k_E))^{\varepsilon}} - ul\Bigg)(1-a(\tilde{G})) - \delta(1-a(\tilde{G})m) - \frac{\delta a}{\delta\tilde{G}}\,\frac{\delta\tilde{G}}{\delta G}\,\frac{\delta G}{\delta K_E}\Bigg(f(k_E)e^{\tau t}L(0)\cdot\Bigg(\frac{1}{(L(0)f(k_E))^{\varepsilon}} - ul\Bigg) - wL - \delta K_E m\Bigg) - \rho - \sigma\tau\Bigg]$$

Setzen wir für $\frac{\delta\tilde{G}}{\delta G}\,\frac{\delta G}{\delta K_E}$ ein,[1] so kann man $(114)^{T_{G\ prog\ 2}}$ dann auch schreiben:

$$\emptyset_2^{T_{G\ prog\ 2}}(k_E) = \frac{1}{\sigma}\Bigg[f'(k_E)\Bigg(\frac{1-\varepsilon}{(L(0)f(k_E))^{\varepsilon}} - ul\Bigg)\cdot (1-a(\tilde{G})) - \delta(1-a(\tilde{G})m) - \frac{\delta a}{\delta\tilde{G}}\, e^{-\tau t_L - 1}\Bigg(f'(k_E)\cdot\Bigg(\frac{1-\varepsilon}{(L(0)f(k_E))^{\varepsilon}} - ul\Bigg) - m\delta\Bigg)\Bigg(e^{\tau t_L}\Bigg)\Bigg(f(k_E)\cdot\Bigg(\frac{1}{(L(0)f(k_E))^{\varepsilon}} - ul\Bigg) - w(0) - \delta k_E m\Bigg) - \rho - \sigma\tau\Bigg]$$

1) Vgl. zur Herleitung S. 322.

(114') ^{T}G prog 2 oder

$$= \frac{1}{\sigma}\Bigg[f'(k_E)\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(0)f(k_E))^{\varepsilon}}-ul\right)\cdot$$

$$\cdot\ (1-a(\tilde{G}))-\delta(1-a(\tilde{G})m)-\frac{\delta a}{\delta\tilde{G}}\left(f'(k_E)\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(0)f(k_E))^{\varepsilon}}-\right.\right.$$

$$\left.\left.-ul\right)-m\delta\right)\left(f(k_E)\left(\frac{1}{(L(0)f(k_E))^{\varepsilon}}-ul\right)-w(0)-\delta k_E m\right)-$$

$$-\rho-\sigma\tau\Bigg]$$

Nun gilt für die Veränderung der Ausschüttung bei Veränderung des Kapitalstocks für die Kurve des in der Zeit unveränderten Kapitaleinsatzes bei Erhebung einer progressiven Steuer gemäß Gleichung (30) ^{T}G prog 2 mit Gleichung (113) ^{T}G prog 2:[1])

---

1) Vgl. S. 322 .

$$(117)^{T_{G\ prog\ 2}} \quad \left.\frac{d\tilde{D}}{dk_E}\right|_{\emptyset_1^{T_{G\ prog\ 2}}=0} = f'(k_E)\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(0)f(k_E))^{\varepsilon}} - ul\right) \cdot$$

$$\cdot\ (1-a(\tilde{G})) - \delta(1-a(\tilde{G})m) - \tau - \frac{\delta a}{\delta \tilde{G}}\left(f'(k_E)\ \cdot\right.$$

$$\left.\cdot\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(0)f(k_E))^{\varepsilon}} - ul\right) - m\delta\right)\left(f(k_E)\left(\frac{1}{(L(0)f(k_E))^{\varepsilon}}\right.\right. -$$

$$\left.\left. - ul\right) - w(0) - \delta k_E m\right)$$

Da Gleichung $(117)^{T_{G\ prog\ 2}}$ nicht mehr explizit zeitabhängig ist, folgt:

$$(119)^{T_{G\ prog\ 2}} \quad \left.\frac{d\tilde{D}}{dk_E}\right|_{\emptyset_1^{T_{G\ prog\ 2}}=0} \begin{Bmatrix} > \\ = \\ < \end{Bmatrix} 0, \text{ wenn } k_E \begin{Bmatrix} < \\ = \\ > \end{Bmatrix} \tilde{k}_E^{T_{G\ prog\ 2}}$$

wobei für den maximalen Kapitalstock bei Besteuerung mit einer progressiven Gewinnsteuer gemäß Gleichung $(30)^{T_{G\ prog\ 2}}$ mit $(113)^{T_{G\ prog\ 2}}$ gilt:

$$(118)^{T_{G\ prog\ 2}} \quad k_E := \tilde{k}_E^{T_{G\ prog\ 2}}, \quad \text{wenn}$$

$$f'(\tilde{k}_E^{T_{G\ prog\ 2}})\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(0)f(\tilde{k}_E^{T_{G\ prog\ 2}}))^{\varepsilon}} - ul\right)(1-a(\tilde{G})) = \delta(1-a(\tilde{G})m) +$$

$$+\tau + \frac{\delta a}{\delta \tilde{G}}\left(f'(\tilde{k}_E^{T_{G\ prog\ 2}})\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(0)f(\tilde{k}_E^{T_{G\ prog\ 2}}))^{\varepsilon}} - ul\right) - m\delta\right) \cdot$$

$$\cdot\left(f(\tilde{k}_E^{T_{G\ prog\ 2}})\left(\frac{1}{(L(0)f(\tilde{k}_E^{T_{G\ prog\ 2}}))^{\varepsilon}} - ul\right) - w(0) - \delta \tilde{k}_E^{T_{G\ prog\ 2}} m\right)$$

Für den steady-state Kapitalstock gilt nun bei Besteuerung mit der progressiven Gewinnsteuer entsprechend Gleichung $(30)^{T_{G\ prog\ 2}}$ mit Gleichung $(114')^{T_{G\ prog\ 2}}$:

$$(122)^{T_{G\ prog\ 2}} \quad k_E := k_E^{*\,T_{G\ prog\ 2}}, \quad \text{wenn}$$

$$f'(k_E^{*\,T_{G\ prog\ 2}})\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(0)f(k_E^{*\,T_{G\ prog\ 2}}))^{\varepsilon}}-ul\right)(1-a(\tilde{G})) = \delta(1-a(\tilde{G})m)+$$

$$+\rho+\sigma\tau+\frac{\delta a}{\delta\tilde{G}}\left(f'(k_E^{*\,T_{G\ prog\ 2}})\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(0)f(k_E^{*\,T_{G\ prog\ 2}}))^{\varepsilon}}-ul\right)-m\delta\right)\cdot$$

$$\cdot\left(f(k_E^{*\,T_{G\ prog\ 2}})\left(\frac{1}{(L(0)f(k_E^{*\,T_{G\ prog\ 2}}))^{\varepsilon}}-ul\right)-w(0)-\delta k_E^{*\,T_{G\ prog\ 2}}m\right)$$

Schließlich gilt für den Kapitalstock mit dem kleinsten bzw. größten Wert, für den der Nettogewinn null ist, bei Erhebung einer progressiven Gewinnsteuer gemäß Gleichung $(30)^{T_{G\ prog\ 2}}$:

$$(120)^{T_{G\ prog\ 2}} \quad k_E := k_E^{krit\ T_{G\ prog\ 2}}, \quad \text{wenn}$$

$$\tilde{D}(k_E^{krit\ T_{G\ prog\ 2}}) = f(k_E^{krit\ T_{G\ prog\ 2}})\,\cdot$$

$$\cdot\left(\frac{1}{(L(0)f(k_E^{krit\ T_{G\ prog\ 2}}))^{\varepsilon}}-ul\right)(1-a(\tilde{G}))-w(0)(1-a(\tilde{G}))-$$

$$-\delta k_E^{krit\ T_{G\ prog\ 2}}(1-a(\tilde{G})m)-\tau k_E^{krit\ T_{G\ prog\ 2}} = 0$$

bzw.

(121)$^{T_G \text{ prog } 2}$ $k_E := k_E^{\max T_G \text{ prog } 2}$, wenn

$$\tilde{D}(k_E^{\max T_G \text{ prog } 2}) = f(k_E^{\max T_G \text{ prog } 2}) \cdot$$

$$\cdot\left(\frac{1}{(L(0)\,f(k_E^{\max T_G \text{ prog } 2}))^{\varepsilon}} - ul\right)(1-a(\tilde{G}))-w(0)\,(1-a(\tilde{G})) -$$

$$-\delta k_E^{\max T_G \text{ prog } 2}(1-a(\tilde{G})m)-\tau k_E^{\max T_G \text{ prog } 2} = 0$$

7. Vergleich von optimalem Pfad, steady-state Ausschüttung und steady-state Kapitalstock, kritischem und maximalem Kapitalstock sowie dem Kapitalstock maximaler Ausschüttung bei progressiver und proportionaler Gewinnsteuer (Gewinnsteuer T_G)

a) Der Verlauf der $\emptyset_1(k_E, \tilde{D}) = 0$-Kurve bei progressiver und proportionaler Gewinnsteuer

Mit den Gleichungen (113)^{I} und (113)$^{T_G \text{ prog } 2}$ gilt:[1)]

(148) $$\emptyset_1^{T_G} = 0 \gtreqless \emptyset_1^{T_G \text{ prog } 2} = 0, \text{ je nachdem, ob}$$

$$a(\tilde{G}) \gtreqless a$$

Je nachdem, ob der Steuersatz der progressiven Gewinnsteuer $T_G^{\text{prog } 2}$ größer, gleich oder kleiner ist als der Steuersatz der proportionalen Gewinnsteuer, liegt die Kurve des in der Zeit unveränderten Kapitaleinsatzes der proportionalen Gewinnsteuer über der der progressiven Gewinnsteuer, ist identisch mit ihr bzw. liegt unter ihr.

---

1) Vgl. zur Herleitung S. 323.

b) <u>Vergleich der Veränderung der Ausschüttung bei Veränderung des Kapitaleinsatzes der $\emptyset_1^{T_G} = 0$-Kurve mit der $\emptyset_1^{T_G\,prog\,2} = 0$-Kurve</u>

Aus den Gleichungen $(117)^{I}$ und $(117)^{T_G\,prog\,2}$ folgt:[1]

$$(149)\quad \left.\frac{d\tilde{D}}{dk_E}\right|_{\emptyset_1^{T_G}=0} \gtreqless \left.\frac{d\tilde{D}}{dk_E}\right|_{\emptyset_1^{T_G\,prog\,2}=0}\text{, je nachdem, ob}$$

$$a(\tilde{G}) + \frac{\delta a}{\delta \tilde{G}}\tilde{G} \gtreqless a^{\;2)}$$

Die Veränderung der Ausschüttung bei Veränderung des Kapitaleinsatzes ist bei der Kurve des in der Zeit unveränderten Kapitaleinsatzes der proportionalen Gewinnsteuer größer, gleich oder kleiner als die bei progressiver Gewinnbesteuerung gemäß Gleichung $(30)^{T_G\,prog\,2}$, wenn die Grenzsteuerbelastung der progressiven Gewinnsteuer $T_G^{prog\,2}$ größer, gleich oder kleiner ist als die Grenzsteuerbelastung der proportionalen Gewinnsteuer.

c) <u>Vergleich der Kapitalstöcke maximaler Ausschüttung bei proportionaler Gewinnsteuer T_G und progressiver Gewinnsteuer $T_G^{prog\,2}$</u>

Aus Gleichung $(118)^{I}$ und $(118)^{T_G\,prog\,2}$ gilt:[3]

$$(150)\quad \tilde{k}_E^{T_G} \gtreqless \tilde{k}_E^{T_G\,prog\,2}\text{, je nachdem, ob } a(\tilde{G}) + \frac{\delta a}{\delta \tilde{G}}\tilde{G} \gtreqless a$$

---

1) Vgl. S. 323 f.

2) Da bei $T_G^{prog\,2} = a(\tilde{G})\cdot G$ für die Grenzsteuerbelastung

$$\frac{dT_G^{prog\,2}}{dG} = \frac{\delta a}{\delta \tilde{G}}\tilde{G} + a(\tilde{G}) \text{ gilt und bei } T_G = a\cdot G,\ \frac{dT_G}{dG} = a,$$

kann man dies auch wie folgt schreiben: $\dfrac{dT_G^{prog\,2}}{dG} \gtreqless \dfrac{dT_G}{dG}$

3) Vgl. S. 324 f.

Der Kapitalstock maximaler Ausschüttung ist bei proportionaler Gewinnbesteuerung T_G größer, gleich oder kleiner als der bei progressiver Gewinnsteuer entsprechend Gleichung $(30)^{T_G \text{ prog } 2}$, je nachdem, ob die Grenzsteuerbelastung bei progressiver Gewinnbesteuerung $T_G^{\text{prog } 2}$ größer, gleich oder kleiner ist als die Grenzsteuerbelastung bei proportionaler Gewinnbesteuerung T_G.

d) Vergleich der steady-state Kapitalstöcke bei proportionaler Gewinnsteuer T_G und bei progressiver Gewinnsteuer $T_G^{\text{prog } 2}$

Mit den Gleichungen $(122)^{I}$ bzw. $(122)^{T_G \text{ prog } 2}$ gilt:[1]

$$(151) \quad k_E^{*\,T_G} \gtreqless k_E^{*\,T_G \text{ prog } 2}, \text{ je nachdem, ob } a(\tilde{G}) + \frac{\delta a}{\delta \tilde{G}} \tilde{G} \gtreqless a$$

Der steady-state Kapitalstock bei proportionaler Gewinnbesteuerung ist größer, gleich oder kleiner als der bei progressiver Gewinnbesteuerung gemäß Gleichung $(30)^{T_G \text{ prog } 2}$, je nachdem, ob die Grenzsteuerbelastung bei progressiver Gewinnbesteuerung größer, gleich oder kleiner ist als die Grenzsteuerbelastung bei proportionaler Gewinnbesteuerung.

e) Vergleich der kritischen Kapitalstöcke bei proportionaler Gewinnsteuer T_G und bei progressiver Gewinnsteuer $T_G^{\text{prog } 2}$

Aus Gleichung $(120)^{I}$ und Gleichung $(120)^{T_G \text{ prog } 2}$ erhält man:[2]

$$(152) \quad k_E^{\text{krit } T_G} \lesseqgtr k_E^{\text{krit } T_G \text{ prog } 2}, \text{ je nachdem, ob } a(\tilde{G}) \gtreqless a$$

1) Vgl. zur Herleitung S. 325 f.
2) Vgl. zur Herleitung S. 326 f.

Je nachdem, ob der Steuersatz der progressiven Gewinnsteuer $T_G^{prog\ 2}$ größer, gleich oder kleiner ist als der Steuersatz der proportionalen Gewinnsteuer, ist der kritische Kapitalstock der proportionalen Gewinnsteuer kleiner, gleich oder größer als der der progressiven Gewinnsteuer.

f) Vergleich der maximalen Kapitalstöcke bei proportionaler Gewinnsteuer T_G und bei progressiver Gewinnsteuer $T_G^{prog\ 2}$

Aus Gleichung $(121)^I$ und Gleichung $(121)^{T_G\ prog\ 2}$ folgt:[1)]

$$(153) \qquad k_E^{max\ T_G} \gtreqless k_E^{max\ T_G\ prog\ 2}, \text{ je nachdem, ob } a(\tilde{G}) \gtreqless a$$

Je nachdem, ob der Steuersatz der progressiven Gewinnsteuer $T_G^{prog\ 2}$ größer, gleich oder kleiner ist als der Steuersatz der proportionalen Gewinnsteuer, ist der maximale Kapitalstock der proportionalen Gewinnsteuer größer, gleich oder kleiner als der der progressiven Gewinnsteuer.

Nehmen wir für den Steuersatz der progressiven Gewinnsteuer im Verhältnis zum Steuersatz der proportionalen Gewinnsteuer folgendes an:

$$(154) \qquad \begin{array}{lcl} 0 < \tilde{G} < \tilde{G}(k_E^I) & : & a(\tilde{G}) < a \\ \tilde{G} = \tilde{G}(k_E^I) & : & a(\tilde{G}) = a \\ \tilde{G}(k_E^I) < \tilde{G} & : & a(\tilde{G}) > a \end{array}$$

d.h. für einen Bruttogewinn $\tilde{G}$, der kleiner ist als ein bestimmter Betrag $\tilde{G}(k_E^I)$, ist der Steuersatz bei progressiver Besteuerung kleiner als der bei proportionaler Besteuerung,

---

1) Der Beweis ist analog dem für k_E^{krit}, nur kehren sich wegen $f''(k_E) < 0$ (vgl. Gleichung $(5)^I$ bzw. $(17)^I$) die Ungleichheitszeichen um.

bei dem Betrag $\tilde{G}(k_E{}^I)$ sind beide Steuersätze einander gleich, und bei Bruttogewinnen, die größer als $\tilde{G}(k_E{}^I)$ sind, ist der progressive Steuersatz größer als der proportionale. Mit den Gleichungen für $\tilde{G}$ und $\tilde{D}^{T_G}$ (vgl. S. 323) gilt, daß[1] jedem Bruttogewinn ein bestimmter Nettogewinn, mithin ein bestimmter Punkt auf der Kurve des in der Zeit unveränderten Kapitaleinsatzes zugeordnet ist. Damit folgt aus (154) mit Gleichung (148) für:

$$k_E < k_E{}^I : \quad \emptyset_1{}^{T_G \text{ prog } 2} > \emptyset_1{}^{T_G}$$

$$(155) \qquad k_E = k_E{}^I : \quad \emptyset_1{}^{T_G \text{ prog } 2} = \emptyset_1{}^{T_G}$$

$$k_E > k_E{}^I : \quad \emptyset_1{}^{T_G \text{ prog } 2} < \emptyset_1{}^{T_G}$$

Mit:

$$(156) \qquad k_E := k_E{}^P \; , \quad \text{wenn } a(\tilde{G}(k_E{}^P)) + \frac{\delta a}{\delta \tilde{G}} (\tilde{G}(k_E{}^P))\tilde{G}(k_E{}^P) = a$$

folgt $a(\tilde{G}(k_E{}^P)) < a$; da sowohl $a(\tilde{G}(k_E))$ mit k_E wächst wie auch $\frac{\delta a}{\delta \tilde{G}}$ und $\tilde{G}(k_E)$, gilt, daß $k_E := k_E{}^I$, wenn $a(\tilde{G}(k_E{}^I)) = a$, rechts von $k_E{}^P$ liegen muß. Da für $k_E{}^V > k_E{}^P$ gilt: $a(\tilde{G}(k_E{}^V)) + \frac{\delta a}{\delta \tilde{G}} (\tilde{G}(k_E))\tilde{G}(k_E{}^V) > a$, folgt aus den Gleichungen (150) und (151):

$$\tilde{k}_E{}^{T_G} > \tilde{k}_E{}^{T_G \text{ prog } 2}$$

(157) bzw.

$$k^*_E{}^{T_G} > k^*_E{}^{T_G \text{ prog } 2}$$

---

1) Da a, δ, m und τ konstant sind (vgl. S. 10, 17 und 31) und $a(\tilde{G}(k_E))$ konstant für gegebenen Kapitalstock ist.

Für den Vergleich der Wachstumsraten der Ausschüttung bei proportionaler bzw. progressiver Gewinnsteuer gilt mit den Gleichungen (112) und $(112)^{T_G\,prog\,2}$ für gleichen Kapitalstock:[1]

$$(158)\qquad \left(\frac{\dot{\tilde{D}}}{\tilde{D}}\right)^{T_G} \gtreqless \left(\frac{\dot{\tilde{D}}}{\tilde{D}}\right)^{T_G\,prog\,2}, \quad \text{wenn } a(\tilde{G}) + \frac{\delta a}{\delta \tilde{G}}\tilde{G} \gtreqless a$$

Die Wachstumsrate der Ausschüttung ist bei proportionaler Gewinnbesteuerung größer, gleich oder kleiner als die bei progressiver Gewinnbesteuerung, wenn die Grenzsteuerbelastung der progressiven Gewinnsteuer größer, gleich oder kleiner ist als die bei proportionaler Gewinnsteuer.

Aus den Gleichungen $(113)^{I}$ und $(113)^{T_G\,prog\,2}$ gilt für $\emptyset_1^{T_G} = 0$, $\emptyset_1^{T_G\,prog\,2} = 0$ für gleichen Kapitalstock:

$$(159)\qquad \tilde{D}^{T_G} = \tilde{D}^{T_G\,prog\,2} + \tilde{G}(a(\tilde{G}) - a)$$

d.h.

$$(159')\qquad \tilde{D}^{T_G} \gtreqless \tilde{D}^{T_G\,prog\,2}, \quad \text{je nachdem, ob } a(\tilde{G}) \gtreqless a \text{ ist.}$$

D.h. für gleichen Kapitalstock ist die maximal mögliche Ausschüttung bei proportionaler Gewinnbesteuerung größer, gleich oder kleiner als die bei progressiver Gewinnbesteuerung gemäß Gleichung $(30)^{T_G\,prog\,2}$, wenn der Steuersatz der progressiven Gewinnsteuer $T_G^{prog\,2}$ größer, gleich oder kleiner ist als der Steuersatz der proportionalen Gewinnsteuer.

Durch die Einführung eines progressiven Steuersatzes sinkt gegenüber der Besteuerung mit einem proportionalen Steuersatz der zukünftige Nutzenstrom, der durch eine zusätzliche Einheit Kapital im Zeitpunkt 0 begründet wird.

---

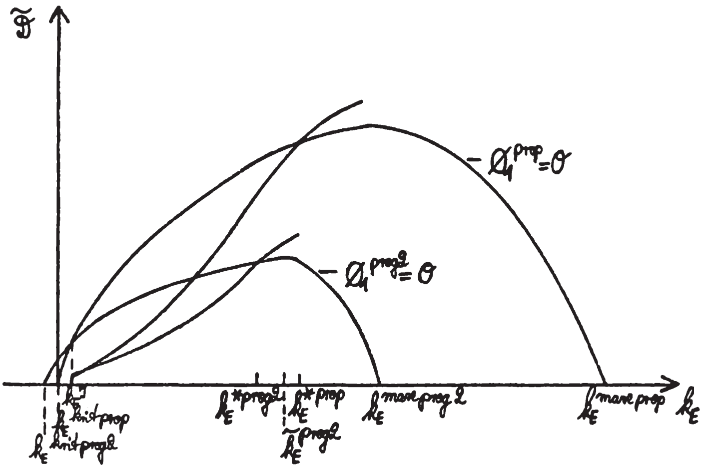
1) Vgl. den Beweis auf S. 327 f.

Damit gilt in t = O:

$$(160) \qquad \tilde{D}(0)\Big|^{T_G\ \text{prog}\ 2} \; > \; \tilde{D}(0)\Big|^{T_G}$$

Mit den Gleichungen (148) - (160) gilt für die Darstellung des $\tilde{D}$, k_E-Diagramms und den Verlauf des optimalen Pfades:

<u>Abb. 26:</u>



Ergebnisse:

Mit den Annahmen in Gleichung (154) gilt für den Vergleich einer progressiven mit einer proportionalen Gewinnsteuer:

- Der Mindestkapitalstock, der zur langfristigen Produktion notwendig ist, sinkt bei Einführung einer progressiven Gewinnsteuer, verglichen mit der Situation bei proportionaler Gewinnbesteuerung, wegen der Annahme, daß der Steuersatz $a(\tilde{G})$ der progressiven Gewinnsteuer für diesen Gewinnbereich[1] kleiner ist als der Steuersatz a der proportionalen Gewinnsteuer.

- Steady-state Kapitalstock und steady-state Ausschüttung sinken, wenn anstatt der proportionalen eine progressive Gewinnsteuer erhoben wird, weil einerseits der Nettogrenzgewinn infolge der höheren Grenzsteuerbelastung, andererseits der Nettogewinn (für $k_E > k_E^I$)[2] bei progressiver Gewinnbesteuerung im Vergleich mit der Situation bei proportionaler Gewinnbesteuerung bei jeweils gleichem Kapitalstockwert sinkt. Somit wird die Ausbringungsmenge stärker reduziert, und der Ausbringungspreis liegt höher als bei proportionaler Gewinnsteuer.

- Der Kapitalstock maximaler Ausschüttung und die zugeordnete maximale Ausschüttung sind bei progressiver Gewinnsteuer, verglichen mit der Situation bei proportionaler Gewinnsteuer, aus den kurz zuvor genannten Gründen ebenfalls kleiner.

- Der optimale Pfad der progressiven Gewinnsteuer liegt anfangs noch über, später jedoch unter dem optimalen Pfad bei Erhebung einer proportionalen Gewinnsteuer.

---

1) Vgl. Gleichung (154), welche die Tarifgestaltung von progressiver und proportionaler Gewinnsteuer im Verhältnis zueinander festlegt.
2) Vgl. die Gleichungen (154) und (155).

KAPITEL III

GLEICHZEITIGE BESTEUERUNG EINER UNTERNEHMUNG[1] (AUSSCHLIESSLICH UND EINSCHLIESSLICH IHRER GESELLSCHAFTER) MIT UMSATZSTEUER, GEWERBESTEUER, KÖRPERSCHAFTSTEUER UND VERMÖGENSTEUER (ZUZÜGLICH DER EINKOMMEN- UND VERMÖGENSTEUER DER GESELLSCHAFTER)

A. Allgemeine Beschreibung des Vorgehens der Teilsteuerrechnung

Die Steuerbelastung einer Unternehmung setzt sich aus Einzelsteuerlasten mehrerer Steuerarten, zwischen denen zahlreiche Interdependenzen bestehen, zusammen. Um sie quantifizieren zu können, hat ROSE mit seinem Konzept der Teilsteuerrechnung[2] ein Instrumentarium geschaffen, dessen wir uns im folgenden bedienen wollen. Ausgehend von der Zerlegung der gesetzlichen Steuerbemessungsgrundlagen in ökonomisch identifizierbare Bemessungsgrundlagenteile, den "Basisgrößen", und in Modifikationen,[3] den "Artefakten des Steuerrechts", wird für jede in die Untersuchung einbezogene Steuerart eine Grundgleichung aufgestellt, welche "die aus dem Steuerartengesetz resultierende Belastung für die betrachtete Unternehmung vollständig, jedoch bezogen auf die gewonnenen Basisgrößen und Modifikationen"[4] ausdrückt. Es wird hierbei berücksichtigt, daß die durch eine Steuerart verursachten Aufwendungen bei der Bemessungsgrundlage einer anderen Steuerart abzugsfähig bzw. nicht abzugsfähig sein können. Die Gesamtsteuerbelastungsgleichung wird dann so entwickelt, daß man die zu den gleichen Bemessungsgrundlagenteilen gehörenden Steuerfaktoren zusammenfaßt. Die Summe oder Differenz dieser Steuerfaktoren (die den gleichen Bemessungsgrundlagenteil trifft) entstammt, da viele der Bemessungsgrundlagenteile bei mehreren Steuerarten identisch sind, meist mehr als einer Grundgleichung, sie werden deshalb von ROSE Multifaktoren[5]

---

1) Im folgenden wird eine Kapitalgesellschaft unterstellt; vgl. die Ausführungen auf S. 202.
2) ROSE, G.: Die Steuerbelastung der Unternehmen, Grundzüge der Teilsteuerrechnung, Wiesbaden 1973.
3) Vgl. ROSE, G., ebd., S. 79 f.
4) ROSE, G., ebd., S. 111.
5) Vgl. ROSE, G., ebd., S. 114.

genannt und bezeichnen die "steuerartenmäßige Zusammensetzung der Gesamtbe- oder -entlastung eines Bemessungsgrundlagenteils".[1] Mit dem geltenden Steuerrecht entnommenen Steuersätzen lassen sich die Steuerfaktoren eines Multifaktors in einen konkreten Prozentsatz, den "Teilsteuersatz",[2] transformieren. Das Produkt aus jeweiligem Teilsteuersatz und zugehörigem Steuerbemessungsgrundlagenteil, die "Teilsteuer",[3] gibt dann (unter Beachtung der gegenseitigen Abhängigkeiten der einbezogenen Steuerarten) die Gesamtsteuer an, welche auf einem Steuerbemessungsgrundlagenteil ruht.

Da die Steuerwirkungen u.a. von der Rechtsform der Unternehmung abhängen, wird in der nachfolgenden Analyse eine Kapitalgesellschaft unterstellt, und als Steuerarten werden die Umsatzsteuer als die mit Abstand wichtigste Verkehrsteuer sowie die Gewerbeertrag- und -kapitalsteuer, die Körperschaftsteuer und die Vermögensteuer als Ertrag- und Substanzsteuern einbezogen. Während bei Personenunternehmungen der Einbezug der Inhabersphäre selbstverständlich ist, da "zahlreiche steuerrechtliche Anknüpfungspunkte (vor allem die subjektive Steuerpflicht) in der Person der Inhaber liegen",[4] kann man bei Kapitalgesellschaften "die Belastungssphäre allein auf die Steuern beschränken, die die juristische Person zu entrichten hat, den Bereich der Gesellschafter also außer acht lassen; man kann aber auch die Steuerbelastungen, die die Gesellschafter aus Besteuerungsmerkmalen ihres unternehmerischen Engagements in der Gesellschaft treffen, einbeziehen".[5] Wir wollen beide Möglichkeiten verfolgen.

---

1) ROSE, G., a.a.O., S. 114.
2) Vgl. ROSE, G., ebd., S. 115.
3) Vgl. ROSE, G., ebd., S. 63.
4) ROSE, G., ebd., S. 118.
5) ROSE, G., ebd., S. 118.

B. Entwicklung der Gesamtsteuerbelastung einer Kapitalgesellschaft (ausschließlich und einschließlich ihrer Gesellschafter) bei Erhebung von Umsatzsteuer, Gewerbesteuer, Körperschaftsteuer und Vermögensteuer (zuzüglich der Einkommensteuer der Gesellschafter (mit Kirchensteuer) und der Vermögensteuer der Gesellschafter)

1. Einkommenserzielung und Einkommensverwendung und Gesamtsteuerlast einer Kapitalgesellschaft (ausschließlich und einschließlich ihrer Gesellschafter)

Beginnen wir mit der Gleichung, die Einkommenserzielung und Einkommensverwendung miteinander verknüpft; sie lautet nun:

$$(32)^{ges\ 1} \qquad F^{1-\varepsilon} e^{\pi t} - (wL + ulF + \delta K_E) - T^{ges\ 1} = \dot{K}_E + D$$

bzw.

$$(32)^{ges\ 2} \qquad F^{1-\varepsilon} e^{\pi t} - (wL + ulF + \delta K_E) - T^{ges\ 2} = \dot{K}_E + D$$

wobei für das Gesamtsteueraufkommen der Unternehmung $T^{ges\ 1}$ bzw. für das Gesamtsteueraufkommen der Unternehmung einschließlich der Gesellschafter $T^{ges\ 2}$ gilt:

$$(1)^{ges\ 1} \qquad T^{ges\ 1} = USt + GewSt + KSt + VSt^U$$

bzw.

$$(1)^{ges\ 2} \qquad T^{ges\ 2} = USt + GewSt + KSt + VSt^U + E^{Ges} + V^{Ges}$$ [1)]

1) Da unterstellt wird, daß die Gesellschafter natürliche Personen sind, die ihre Beteiligung an der Kapitalgesellschaft im Privatvermögen halten, stellen die ihnen hieraus zufließenden Gewinnausschüttungen Einkünfte aus Kapitalvermögen dar, und die Beteiligungen selbst gehören bewertungsrechtlich zum sonstigen Vermögen. Die Einkommensteuer E^{Ges} beinhaltet auch die Kirchensteuer.

mit:

USt	=	Umsatzsteueraufkommen
$GewSt$	=	Gewerbesteueraufkommen
KSt	=	Körperschaftsteueraufkommen
VSt^{U}[1]	=	Vermögensteuer der Unternehmung
E^{Ges}	=	Einkommensteuer der Gesellschafter
V^{Ges}	=	Vermögensteuer der Gesellschafter

Wenn wir dem oben skizzierten Vorgehen folgen,[2] so sind zunächst die Grundgleichungen der in die Untersuchung einbezogenen Steuerarten darzustellen.

2. Die Umsatzsteuer[3]

Formulieren wir das Umsatzsteueraufkommen als Produkt aus Bruttosteuersatz s_{br} und Bruttoumsatz U^{br}, so gilt:

$$(2) \qquad USt = s_{br}\, U^{br}$$

§ 10 Abs. 1 Satz 2 UStG bezieht jedoch die umsatzsteuerliche Normalbelastung von 13% (§ 12 Abs. 1 UStG) auf den Nettoumsatz U^{n}:

$$(3) \qquad U^{n} = U^{br} - USt$$

also auf den um die Umsatzsteuerschuld verminderten Bruttoumsatz. Wenn das Steueraufkommen der Steuer auf den Bruttoumsatz gleich sein soll dem Steueraufkommen bei Besteuerung des Nettoumsatzes mit einem Normalsteuersatz von 13%, so muß für die Beziehung zwischen Bruttosteuersatz s_{br} und Normalsteuersatz gelten:[4]

$$(4) \qquad s_{br} = \frac{0{,}13}{1 + 0{,}13}$$

---

1) Das Sub- bzw. Superskript U bezeichnet den Bezug auf die Unternehmung. Für neu einzuführende Kennzeichnungen werden weitgehend die von ROSE benutzten Symbole übernommen.

2) Vgl. S. 201 f.

3) Es wird unterstellt, daß die Vorleistungs- und Investitionsgüterlieferanten Anbieter auf einem Markt mit vollkommener Konkurrenz sind.

4) Vgl. zur Herleitung im Anhang Kapitel III zu B.2. auf S. 329.

Um den Zusammenhang mit der auf S. 76 ff. formulierten Erlössteuer T_{E_1} bzw. der Erlössteuer T_{E_2} [1] deutlich zu machen, sei ein kleiner Exkurs eingefügt.

Exkurs:

Es galt:

$$(30)^{E_1} \quad T_{E_1} = a_{E_1} E$$

bzw.

$$(30)^{E_2} \quad T_{E_2} = a_{E_2}(E - T_{E_1}) = a_{E_2} E(1 - a_{E_1})$$

Wenn $T_{E_1} = T_{E_2}$ sein soll, muß demnach gelten:

$$a_{E_1} E = a_{E_2} E(1 - a_{E_1})$$

oder

$$a_{E_1}(1 + a_{E_2})E = a_{E_2} E$$

d.h.

$$a_{E_1} = \frac{a_{E_2}}{1 + a_{E_2}}$$

Ist der "Nettosteuersatz" a_{E_2} auf 0,13 festgelegt, so gilt für den Bruttosteuersatz $a_{E_1} \approx 0{,}115$; es gilt also:

---

1) Vgl. S. 79 ff.

$$T_{E_2} = 0{,}13\ E(1 - 0{,}115) \approx T_{E_1} = 0{,}115\ E$$

Mithin gelten also folgende Entsprechungen:

$$USt = T_{E_1}$$

$$a_{E_1} = s_{br}$$

$$E = U^{br}$$

$$U^n = E - T_{E_1}$$

$$a_{E_2} = 0{,}13$$

3. Die Gewerbesteuer

Die Gewerbesteuer setzt sich aus der Gewerbeertrag- und der Gewerbekapitalsteuer zusammen.[1] Da die Gewerbekapitalsteuer eine Betriebsausgabe im Sinne des § 4 Abs. 4 EStG ist, mindert sie über die Gewinnreduktion auch die Bemessungsgrundlage für die Gewerbeertragssteuer, denn nach § 7 GewStG ist der Gewerbeertrag der "nach den Vorschriften des Einkommensteuergesetzes oder des Körperschaftsteuergesetzes zu ermittelnde Gewinn aus dem Gewerbebetrieb"; folglich muß sie zuerst berechnet werden. Ihre gesetzliche Bemessungsgrundlage "Gewerbekapital" besteht gem. § 12 GewStG aus dem Einheitswert des gewerblichen Betriebs im Sinne des Bewertungsgesetzes und den gewerbekapitalsteuerlichen Modifikationen M_{gk}.[2] Der Einheitswert des gewerblichen Betriebs im Sinne des Bewertungsgesetzes läßt sich seinerseits wiederum

---

1) Die Lohnsummensteuer ist fakultativ; sie gehört nicht zu den Ertrag- und Substanzsteuern und bleibt deshalb außerhalb der Betrachtung. Zudem entfällt die Lohnsummensteuer mit erstmaliger Wirkung ab Erhebungszeitraum 1980 (vgl. Gesetz v. 30.11.1978, BGBl. I S. 1849).

2) Insbesondere werden die Dauerschulden hinzugerechnet und die Einheitswerte der Betriebsgrundstücke abgezogen; vgl. hierzu § 12 Abs. 2 und 3 GewStG.

aufspalten in das Handelsbilanz-Reinvermögen oder das Eigenkapital der Unternehmung K_E und den durch die Unterschiede zwischen den Prinzipien für die Aufstellung der Handelsbilanz und der Vermögensaufstellung begründeten bewertungsrechtlichen Modifikationen M_b. Wenn wir den aus dem Produkt von Steuermeßzahl und Hebesatz gewonnenen Gewerbekapitalsteuerfaktor mit s_{gk} bezeichnen, gilt dann für die Gewerbekapitalsteuerbelastung G_{kap}:

(5) $$G_{kap} = s_{gk}(K_{EU} + M_{bU} + M_{gkU})$$

Weil die Gewerbeertragsteuer ebenfalls Betriebsausgabe gem. § 4 Abs. 4 EStG ist, ist sie, da der Gewerbeertrag nach § 7 GewStG vom steuerlichen Gewinn abgeleitet wird, abzugsfähiger Aufwand ihrer eigenen Bemessungsgrundlage Gewerbeertrag. Man kann den Abzug der Gewerbeertragsteuer als Betriebsausgabe im Gewerbeertragsteuerfaktor wie folgt unmittelbar berücksichtigen:

(6)

$$\text{GewESt} = \text{Gewerbeertragsteuermeßzahl} \cdot \frac{\text{He}}{100}\,(\text{vGewE}-\text{GewESt})$$

mit:

GewESt = Gewerbeertragsteuer
He = Hebesatz
vGewE = vorläufiger Gewerbeertrag vor Abzug der Gewerbeertragsteuer

Mit der allgemeinen Gewerbeertragsteuermeßzahl von 5%[1] läßt sich Gleichung (6) auch wie folgt schreiben:

$$\text{GewESt} = \frac{5}{100}\,\frac{\text{He}}{100}\,(\text{vGewE} - \text{GewESt})$$

(6') oder

$$\text{GewESt} = \frac{\text{He}}{2000 + \text{He}}\,\text{vGewE}$$

---

1) Vgl. § 11 Abs. 2 GewStG.

Der Gewerbeertragsteuerfaktor $\frac{He}{2000 + He}$ [1] kann, da schon berücksichtigt ist, daß die Gewerbeertragsteuer abzugsfähiger Aufwand ihrer eigenen Bemessungsgrundlage darstellt, unmittelbar auf den Gewerbeertrag (also ohne dessen Verminderung um die Gewerbeertragsteuer) angewendet werden. Den Gewerbeertrag vor Abzug der Gewerbeertragsteuer kann man in die ökonomische Basis Reingewinn (vor Ertrag- und Substanzsteuern) G^{rein} mit:

$$(7) \qquad G^{rein} = F^{1-\varepsilon} e^{\pi t} - (wL + ulF + \delta K_E) - USt$$

die bilanzsteuerlichen Modifikationen M_e,[2] die körperschaftsteuerlichen Modifikationen M_k,[3] die gewerbeertragsteuerlichen Modifikationen M_{ge}[4] und den abzugsfähigen Gewerbekapitalsteueraufwand zerlegen. Somit gilt für die Belastung der Unternehmung mit Gewerbeertragsteuer:

(8)

$$GewESt = s_{ge}(G^{rein} + M_e + M_k + M_{ge} - s_{gk}(K_{EU} + M_{bU} + M_{gkU}))$$

Für die Gesamtbelastung der Unternehmung mit Gewerbesteuer gilt dann:

$$GewSt = GewESt + G_{kap}$$

oder

$$(9) \qquad GewSt = s_{ge}(G^{rein} + M_e + M_k + M_{ge} - s_{gk}(K_{EU} + M_{bU} + M_{gkU})) + s_{gk}(K_{EU} + M_{bU} + M_{gkU})$$

---

1) Im folgenden setzen wir $\frac{He}{2000 + He} = s_{ge}$.

2) Hierdurch wird der handelsrechtliche Erfolg in den steuerrechtlichen Gewinn (Steuerbilanzerfolg) überführt; sie (die bilanzsteuerlichen Modifikationen) sind insbesondere in den §§ 4 - 7 EStG enthalten.

3) Vgl. hierzu etwa § 10 Nr. 1 KStG 77 und § 10 Nr. 3 KStG 77.

4) Vgl. die Hinzurechnungen gem. § 8 GewStG (beispielsweise Hinzurechnung der Dauerschuldzinsen) und die Kürzungen in § 9 GewStG (beispielsweise den Grundbesitzabzug).

oder

$$GewSt = s_{ge}(G^{rein} + M_e + M_k + M_{ge}) + (s_{gk} - s_{gk}s_{ge}) \cdot$$

$$\cdot (K_{EU} + M_{bU} + M_{gkU})$$

4. Die Körperschaftsteuer

Gem. § 7 KStG 1977 bemißt sich die Körperschaftsteuer nach dem zu versteuernden Einkommen im Sinne des EStG unter besonderer Beachtung der körperschaftsteuerlichen Vorschriften. Dieses körperschaftsteuerpflichtige Einkommen KE setzt sich aus der ökonomischen Basis Reingewinn G^{rein},[1] den bilanzsteuerlichen Modifikationen M_e, den körperschaftsteuerlichen Modifikationen M_k und dem als Betriebsausgabe abzugsfähigen Gewerbesteueraufkommen zusammen:

$$(10) \qquad KE = G^{rein} + M_e + M_k - GewSt$$

Wird es weder vollständig thesauriert noch vollständig ausgeschüttet, so muß es nach dem Anrechnungssystem in zwei Teile aufgespalten werden, das Thesaurierungseinkommen TE und das Ausschüttungseinkommen AE:[2]

$$(11) \qquad KE = AE + TE$$

Weil nach dem Anrechnungssystem der Ausschüttungssteuersatz nicht auf die Ausschüttung selbst, sondern auf das Ausschüttungseinkommen (also vor Abzug der KSt) angewendet wird, gilt bei einem Ausschüttungssteuersatz von 36% für die verbleibende Ausschüttung:

---

1) Vgl. Gleichung (7), S. 208.
2) Vgl. hierzu und im folgenden GREIF, M.: Körperschaftsteuerreform und Anrechnungsverfahren, Auswirkungen und Beurteilung des Anrechnungsverfahrens aus der Sicht der Betriebswirtschaftlichen Steuerlehre, Diss. Mannheim 1976, S. 159 ff.

(12) $$D = AE - \frac{36}{100} AE$$

oder

(12') $$D = \frac{64}{100} AE$$

Für das einbehaltene Einkommen gilt ein als Tarifbelastung[1] bezeichneter Steuersatz von 56%.

Die Körperschaftsteuer ergibt sich nun durch Addition der auf das Thesaurierungs- bzw. Ausschüttungseinkommen entfallenden Steuern mit:

(13) $$KSt = \frac{36}{100} AE + \frac{56}{100} TE$$

Setzen wir in Gleichung (13) für AE aus Gleichung (12') ein und für TE aus Gleichung (10) und (11), so gilt:

(14) $$KSt = \frac{36}{64} D + \frac{56}{100} (G^{rein} + M_e + M_k - GewSt - \frac{100}{64} D)$$

Wenn wir den Normalkörperschaftsteuerfaktor (0,56) mit s_{kn} bezeichnen und den Nettoausschüttungsfaktor ($\frac{36}{64}$ = 0,5625) mit s_{ka}, kann man Gleichung (14) auch schreiben:

(15) $$KSt = s_{kn}(G^{rein} + M_e + M_k - GewSt - (1 + s_{ka})D) + s_{ka}D$$ [2)3)]

1) Vgl. § 23 Abs. 1 KStG 1977.
2) Für die KSt, die bis zum 31.12.1976 gültig war, galt, da die körperschaftsteuerliche Ausschüttungsbelastung hier nicht abzugsfähig war:

$$KSt^{76} = s_{kn}(G^{rein} + M_e + M_k - GewSt - D) + s_{ka}D$$

wobei nun s_{kn} = 0,5253 und s_{ka} = 0,1545 (jeweils einschließlich Ergänzungsabgabe) waren. Dem KSt^{76} war die Unterscheidung zwischen Brutto- und Nettoausschüttungssteuersatz fremd. Als

Fortsetzung dieser Fußnote sowie Fußnote 3) auf der nächsten Seite.

Setzen wir Gleichung (9) ein, so gilt:

$$KSt = s_{kn}(G^{rein} + M_e + M_k - s_{ge}(G^{rein} + M_e + M_k + M_{ge}) - (s_{gk} - s_{gk}s_{ge})(K_{EU} + M_{bU} + M_{gkU})) + (s_{ka} - s_{kn} - s_{kn}s_{ka})\ D$$

(16) bzw.

$$KSt = (s_{kn} - s_{kn}s_{ge})(G^{rein} + M_e + M_k) - s_{kn}s_{ge}M_{ge} + (s_{kn}s_{ge}s_{gk} - s_{kn}s_{gk})(K_{EU} + M_{bU} + M_{gkU}) + (s_{ka} - s_{kn} - s_{kn}s_{ka})\ D$$

Vergleich kann daher nur der Ausschüttungssteuersatz von 0,1545 herangezogen werden; vgl. HERZIG, Norbert: Auswirkungen der Körperschaftsteuerreform auf das System der Teilsteuerrechnung, in: Steuer und Wirtschaft, Nr. 2 1977, S. 145, Fußnote 27.

3) Da wir Gleichung (15) offenbar auch schreiben können als:

(15') $KSt^{77} = s_{kn}\left[G^{rein}+M_e+M_k-GewSt-(1+s_{ka}-\frac{s_{ka}}{s_{kn}})D\right]$

bzw.

(15'') $KSt^{77} = s_{kn}\left[G^{rein}+M_e+M_k-GewSt\right]-\left[s_{kn}-s_{ka}(1-s_{kn})\right]D,$

gilt somit im Vergleich mit den Modellsteuern T_G' bzw. T_G'' (vgl. die Gleichungen $(30)^{T_G'}$, S. 166 und $(30)^{T_G''}$, S. 177), daß bei der Körperschaftsteuer 77 $\lambda = (1 + s_{ka} - \frac{s_{ka}}{s_{kn}})$ und $\lambda_1 = \left[s_{kn} - s_{ka}(1 - s_{kn})\right]$ ist. Setzen wir die konkreten Steuersätze ein, so ist:

$$\lambda = (1 + 0{,}5625 - \frac{0{,}5625}{0{,}56}) \approx 0{,}5581$$

und

$$\lambda_1 = \left[0{,}56 - 0{,}5625(1 - 0{,}56)\right] = 0{,}3125$$

D.h. der Anteil der von der Bemessungsgrundlage abzugsfähigen Ausschüttung an der Gesamtausschüttung (λ) beträgt bei der KSt^{77} 0,5581 bzw. der Anteil der von der Steuerschuld abzugsfähigen Ausschüttung an der Gesamtausschüttung (λ_1) beträgt 0,3125.

Für die KSt^{76} können wir alternativ zur Formulierung in Fußnote 2 auf S. 210 auch schreiben:

$$KSt^{76} = s_{kn}\left[G^{rein} + M_e + M_k - GewSt - (1 - \frac{s_{ka}}{s_{kn}})\ D\right]$$

bzw.

$$KSt^{76} = s_{kn}\left[G^{rein} + M_e + M_k - GewSt\right] - \left[s_{kn} - s_{ka}\right]D$$

Somit ist:

$$\lambda = (1 - \frac{0{,}1545}{0{,}5253}) \approx 0{,}7059$$

und

$$\lambda_1 = (0{,}5253 - 0{,}1545) = 0{,}3708$$

5. Die Vermögensteuer

Die juristische Bemessungsgrundlage der Vermögensteuer, der Einheitswert des gewerblichen Betriebs, läßt sich - wie im Zusammenhang mit der Gewerbekapitalsteuer auf S. 206 f. schon erwähnt - aufspalten in die ökonomische Basis ausgewiesenes Betriebsvermögen der Handelsbilanz oder Eigenkapital der Unternehmung K_{EU} und die bewertungsrechtlichen Modifikationen M_{bU}.[1] Bezeichnen wir den Vermögensteuerfaktor mit s_v, so gilt für das Vermögensteueraufkommen der Kapitalgesellschaft:

$$VSt^U = s_v(K_{EU} + M_{bU}) \tag{17}$$

6. Teilsteuern und Gesamtsteuerbelastung $T^{ges\ 1}$

Die Gesamtsteuerbelastung einer Kapitalgesellschaft (ausschließlich ihrer Gesellschafter) $T^{ges\ 1}$ ist mit den Gleichungen (2), (9), (16) und (17):

$$\begin{aligned} T^{ges\ 1} = {} & s_{br}U^{br} \\ & + s_{ge}(G^{rein}+M_e+M_k+M_{ge})+(s_{gk}-s_{gk}s_{ge})(K_{EU}+M_{bU}+ \\ & +M_{gkU})+(s_{kn}-s_{kn}s_{ge})(G^{rein}+M_e+M_k)+(s_{kn}s_{ge}s_{gk}- \\ & -s_{kn}s_{gk})(K_{EU}+M_{bU}+M_{gkU})+(s_{ka}-s_{kn}-s_{kn}s_{ka})D- \\ & -s_{kn}s_{ge}M_{ge}+s_v(K_{EU}+M_{bU}) \end{aligned} \tag{18}$$

Setzen wir für G^{rein} Gleichung (7) ein und fassen die zu den gleichen Bemessungsgrundlagenteilen gehörenden Steuerfaktoren zusammen, dann läßt sich Gleichung (18) auch schreiben:

---

1) Vermögensteuerliche Modifikationen sollen hier, da sie nur in einzelnen Fällen notwendig sind, vernachlässigt werden; vgl. ROSE, G., a.a.O., S. 102.

$$T^{ges\ 1} = s_{br}F^{1-\varepsilon}e^{\pi t}$$

$$+(s_{kn}+s_{ge}-s_{kn}s_{ge})((F^{1-\varepsilon}e^{\pi t}-wL-ulF-\delta K_E-s_{br}F^{1-\varepsilon}$$

$$e^{\pi t})+M_e+M_k)$$

$$+(s_{ka}-s_{kn}-s_{kn}s_{ka})D+$$

$$+(s_{ge}-s_{kn}s_{ge})M_{ge}+$$

$$+(s_{gk}+s_v+s_{kn}s_{ge}s_{gk}-s_{kn}s_{gk}-s_{gk}s_{ge})(K_{EU}+M_{bU})+$$

$$+(s_{gk}+s_{kn}s_{ge}s_{gk}-s_{kn}s_{gk}-s_{ge}s_{gk})M_{gkU}$$

(19) oder

$$T^{ges\ 1} = (s_{br}+(s_{kn}+s_{ge}-s_{kn}s_{ge})(1-s_{br}))F^{1-\varepsilon}e^{\pi t}+$$

$$+(s_{kn}+s_{ge}-s_{kn}s_{ge})(M_e+M_k-wL-ulF-\delta K_E)+$$

$$+(s_{ka}-s_{kn}-s_{kn}s_{ka})D+$$

$$+(s_{ge}-s_{kn}s_{ge})M_{ge}+$$

$$+(s_{gk}+s_v+s_{kn}s_{ge}s_{gk}-s_{kn}s_{gk}-s_{gk}s_{ge})(K_{EU}+M_{bU})+$$

$$+(s_{gk}+s_{kn}s_{ge}s_{gk}-s_{kn}s_{gk}-s_{ge}s_{gk})M_{gkU}$$

Die vor den einzelnen bzw. den Summen oder Differenzen von Bemessungsgrundlagenteilen stehenden Summen oder Differenzen von Steuerfaktoren sind - wie oben schon erwähnt[1)] - die sogenannten Multifaktoren. Setzt man für die Steuerfaktoren dem

---

1) Vgl. S. 201 f.

geltenden Steuerrecht entnommene Steuersätze ein, so gibt beispielsweise $(s_{br}+(s_{kn}+s_{ge}-s_{kn}s_{ge})(1-s_{br}))$ den Teilsteuersatz des Steuerbemessungsgrundlagenteils Erlös an, das Produkt aus beiden (Teilsteuersatz und Erlös), die "Teilsteuer", gibt die Gesamtsteuer an, die auf dem Erlös ruht.

7. Vermögen- und Einkommensteuer (einschließlich Kirchensteuer) der Gesellschafter und Gesamtsteuerbelastung $T^{ges\ 2}$

Zu der Belastung der Kapitalgesellschaft $T^{ges\ 1}$ tritt die Belastung der Gesellschafter hinzu, die gemäß den Annahmen in Fußnote 1 auf S. 203 aus der Vermögensteuer V^{Ges} und der Einkommensteuer (inklusive Kirchensteuer) E^{Ges} infolge ihrer Beteiligung bzw. ihrer Einkünfte aus Kapitalvermögen besteht. "Die Bemessungsgrundlage für die unternehmensbezogene Vermögensteuerbelastung der Gesellschafter basiert auf dem steuerlichen Wert der Beteiligung an der Kapitalgesellschaft ...",[1] er wird durch Hinzufügen einer Anteilswertmodifikation M_a zum Einheitswert der Kapitalgesellschaft $(K_{EU}+M_{bU})$ gebildet. Wenn wir unterstellen, daß kein der Kapitalgesellschaft zur Nutzung überlassenes, aber nicht übereignetes Vermögen besteht, gilt für das Vermögensteueraufkommen der Gesellschafter unter Berücksichtigung eines vermögensteuerlichen Freibetrages F_v:

$$V^{Ges} = s_v(K_{EU} + M_{bU} + M_a - F_v) \tag{20}$$

Einkommensteuer müssen die Gesellschafter der Kapitalgesellschaft für die ihnen zufließenden Ausschüttungen[2] entrichten. Wie bei der Gewerbeertragsteuer wollen wir auch bei der Einkommensteuer die Abzugsfähigkeit der Kirchensteuer als unbeschränkte Sonderausgabe gem. § 10 Abs. 1 Nr. 4 EStG in den kombinierten

---

1) ROSE, G., a.a.O., S. 132.

2) Wir lassen eventuelle Leistungsvergütungen der Gesellschaft an die Gesellschafter sowie mögliche Einkommensteuerfreibeträge der Einfachheit halber außer acht.

Einkommensteuerfaktor s_e einbeziehen. Bezeichnen wir das zu versteuernde Einkommen mit zvE, die Kirchensteuerschuld mit KiSt und den (einfachen) Einkommensteuerfaktor mit e, so gilt mit § 10 Abs. 1 Nr. 4 EStG für das Einkommensteueraufkommen:

(21) $\quad ESt = e(zvE - KiSt)$

Da die Kirchensteuer in der Regel eine lineare Steuer der zu entrichtenden Einkommensteuer ist, gilt, wenn wir mit k den Kirchensteuerfaktor bezeichnen:

(22) $\quad KiSt = kESt$

oder mit Gleichung (21):

(22') $\quad KiSt = ek(zvE - KiSt)$

Setzen wir Gleichung (22) in Gleichung (21) ein und das so erhaltene Einkommensteueraufkommen in (22), dann gilt für die Gesamtbelastung mit Einkommen- und Kirchensteuer:

(23) $\quad ESt + KiSt = \frac{e}{1+ek}\, zvE + \frac{ek}{1+ek}\, zvE = \frac{e(1+ek)}{1+ek}\, zvE$

Der Quotient in (23) ist der (kombinierte) Einkommensteuerfaktor s_e. Für das Einkommensteueraufkommen der Gesellschafter gilt dann:

(24) $\quad E^{Ges} = s_e D$

Die Gesamtbelastung der Gesellschaftersphäre beträgt mit Gleichung (20) und (24) demnach:

$$(25)\qquad E^{Ges}+V^{Ges} = s_eD + s_v(K_{EU}+M_{bU}+M_a-F_v)^{1)}$$

Die Gesamtbelastung der Kapitalgesellschaft einschließlich ihrer Gesellschafter $T^{ges\ 2}$ läßt sich mit den Gleichungen (19) und (25) dann wie folgt schreiben:

$$\begin{aligned}(26)\qquad T^{ges\ 2} = {} & (s_{br}+(s_{kn}+s_{ge}-s_{kn}s_{ge})(1-s_{br}))F^{1-\varepsilon}e^{\pi t}+ \\ & +(s_{kn}+s_{ge}-s_{kn}s_{ge})(M_e+M_k-wL-ulF-\delta K_E)+ \\ & +(s_{ka}+s_e-s_{kn}-s_{kn}s_{ka})D+ \\ & +(s_{ge}-s_{kn}s_{ge})M_{ge}+ \\ & +(s_{gk}+s_v+s_{kn}s_{ge}s_{gk}+s_v-s_{kn}s_{gk}-s_{gk}s_{ge})(K_{EU}+M_{bU})\ + \\ & +(s_{gk}+s_{kn}s_{ge}s_{gk}-s_{kn}s_{gk}-s_{ge}s_{gk})M_{gkU} \\ & +s_vM_a\ - \\ & -s_vF_v\end{aligned}$$

---

1) Damit nur eine Gesamtbelastungsgleichung für die Gesellschaftersphäre existiert, muß freilich angenommen werden, daß alternativ:
   a) nur ein Gesellschafter existiert
   b) bei allen Gesellschaftern hinsichtlich der wesentlichen Faktoren (insbesondere der Einkommensteuerbelastungshöhe) die gleichen Verhältnisse vorliegen
   c) s_e der durchschnittliche Einkommensteuersatz der Gesellschafter ist.

C. Optimaler Pfad, steady-state Ausschüttung und steady-state Kapitalstock, kritischer und maximaler Kapitalstock sowie Kapitalstock maximaler Ausschüttung bei Besteuerung einer Kapitalgesellschaft mit Umsatzsteuer, Gewerbesteuer, Körperschaftsteuer und Vermögensteuer

Mit Gleichung (19) gilt für die Gesamtsteuerbelastung:[1]

$$(30)^{ges\ 1} \quad T^{ges\ 1} = (s_{br}+(s_{kn}+s_{ge}-s_{kn}s_{ge})(1-s_{br}))F^{1-\varepsilon}e^{\pi t}+$$

$$+(s_{kn}+s_{ge}-s_{kn}s_{ge})(M_e+M_k-wL-ulF-\delta K_E)+$$

$$+(s_{ka}-s_{kn}-s_{kn}s_{ka})D+$$

$$+(s_{ge}-s_{kn}s_{ge})M_{ge}+$$

$$+(s_{gk}+s_v+s_{kn}s_{ge}s_{gk}-s_{kn}s_{gk}-s_{gk}s_{ge})(K_{EU}+M_{bU})+$$

$$+(s_{gk}+s_{kn}s_{ge}s_{gk}-s_{kn}s_{gk}-s_{ge}s_{gk})M_{gkU}$$

Setzen wir $(30)^{ges\ 1}$ in $(32)^{ges\ 1}$ ein, so erhalten wir für die Bewegungsgleichung des Kapitals:

$$(34)^{ges\ 1} \quad \dot{K}_E = [1-(s_{br}+(s_{kn}+s_{ge}-s_{kn}s_{ge})(1-s_{br}))]F^{1-\varepsilon}e^{\pi t}-$$

$$-(1-(s_{kn}+s_{ge}-s_{kn}s_{ge}))(wL+ulF+\delta K_E)-$$

$$-(1+(s_{ka}-s_{kn}-s_{kn}s_{ka}))D-$$

$$-(s_{kn}+s_{ge}-s_{kn}s_{ge})(M_e+M_k)-$$

---

1) Gleichung (19) wird noch einmal als Gleichung $(30)^{ges\ 1}$ aufgeführt, um die Analogie zum Vorgehen bei Einzelbesteuerung in der Kennzeichnung der Gleichung zum Ausdruck zu bringen.

$$-(s_{ge}-s_{kn}s_{ge})M_{ge}-$$

$$-(s_{gk}+s_{v}+s_{kn}s_{ge}s_{gk}-s_{kn}s_{gk}-s_{gk}s_{ge})(K_{EU}+M_{bU})-$$

$$-(s_{gk}+s_{kn}s_{ge}s_{gk}-s_{kn}s_{gk}-s_{gk}s_{ge})M_{gkU}$$

Da wir nicht nur die sachliche (wegen gleicher Bemessungsgrundlagenteile bzw. der Abzugsfähigkeit oder Nichtabzugsfähigkeit von Bemessungsgrundlagenteilen) Steuerarteninterdependenz (zu jeweils gegebenem Zeitpunkt) berücksichtigen wollen, sondern auch die zeitliche Interdependenz, beispielsweise bedeutet ein Verzicht auf eine Ausschüttung (in t) eine Erhöhung des Betriebsvermögens (in t+1), und keine allgemeingültigen Aussagen möglich sind über den Zusammenhang zwischen der Veränderung von Teilbemessungsgrundlagen in der Zeit und der Veränderung von Modifikationen in der Zeit (wie auch über deren Quantifizierung), soll im folgenden unterstellt werden, daß der Saldo aus positiven und negativen bewertungsrechtlichen, bilanzsteuerlichen, gewerbeertragsteuerlichen, gewerbekapitalsteuerlichen und körperschaftsteuerlichen Modifikationen null ist:

(27) $$M_{bU} = M_{e} = M_{ge} = M_{gk} = M_{k} = 0$$

Für die Bewegungsgleichung des Kapitals erhält man dann aus $(34)^{ges\ 1}$ mit den Gleichungen $(47)^{I}$ und $(49)^{I}$:[1)]

1) Vgl. zur Herleitung S. 329 f.

$$(48)^{ges\ 1} \quad \dot{k}_E = f(k_E)\left(\frac{(1-s_{br})}{(L(0)f(k_E))^{\varepsilon}} - ul\right)(1-(s_{kn}+s_{ge}-s_{kn}s_{ge}))-$$

$$-(\delta k_E + w(0))(1-(s_{kn}+s_{ge}-s_{kn}s_{ge}))-$$

$$-(1+(s_{ka}-s_{kn}-s_{kn}s_{ka}))D-$$

$$-(s_{gk}+s_v+s_{kn}s_{ge}s_{gk}-s_{kn}s_{gk}-s_{gk}s_{ge})k_E-$$

$$-\tau k_E$$

Für die optimale Verwendung des Nettogewinnes für Ausschüttung und Veränderung des Kapitaleinsatzes in der Zeit gilt:

$$(63)^{ges\ 1} \quad U'(\tilde{D}) = p^{ges\ 1}(1+(s_{ka}-s_{kn}-s_{kn}s_{ka}))$$

und für die Bewegungsgleichung des Schattenpreises $p^{ges\ 1}$ folgt:[1)]

$$(65)^{ges\ 1} \quad \left(\frac{\dot{p}}{p}\right)^{ges\ 1} = -\left[f'(k_E)\left(\frac{(1-\varepsilon)(1-s_{br})}{(L(0)f(k_E))^{\varepsilon}} - ul\right)(1-(s_{kn}+s_{ge}-s_{kn}s_{ge}))-\right.$$

$$-\delta(1-(s_{kn}+s_{ge}-s_{kn}s_{ge}))-$$

$$\left.-(s_{gk}+s_v+s_{kn}s_{ge}s_{gk}-s_{kn}s_{gk}-s_{gk}s_{ge})-\rho-\sigma\tau\right]$$

Mit Gleichung $(63)^{ges\ 1}$ läßt sich dann mit Hilfe der Gleichungen $(108)^{I}$ - $(111)^{I}$ und Gleichung $(65)^{ges\ 1}$ für die Wachstumsratengleichung der Ausschüttung bei Besteuerung einer Kapitalgesellschaft mit Umsatzsteuer, Gewerbesteuer, Körperschaftsteuer und Vermögensteuer gemäß Gleichung $(30)^{ges\ 1}$ schreiben:

---

1) Vgl. zur Herleitung S. 330 f.

$(112)^{ges\ 1}$

$$\left(\frac{\dot{\tilde{D}}}{\tilde{D}}\right)^{ges\ 1} = \frac{1}{\sigma}\Bigg[f'(k_E)\left(\frac{(1-\varepsilon)(1-s_{br})}{(L(0)f(k_E))^{\varepsilon}}-ul\right)(1-(s_{kn}+s_{ge}-s_{kn}s_{ge}))-$$

$$-\delta(1-(s_{kn}+s_{ge}-s_{kn}s_{ge}))-$$

$$-(s_{gk}+s_v+s_{kn}s_{ge}s_{gk}-s_{kn}s_{gk}-s_{gk}s_{ge})-\rho-\sigma\tau\Bigg]$$

Formulieren wir die Gleichungen $(48)^{ges\ 1}$ und $(112)^{ges\ 1}$ analog zu $(113)^{I}$ bzw. $(114)^{I}$, so gilt:

$(113)^{ges\ 1}$

$$\emptyset_1^{ges\ 1} = f(k_E)\left(\frac{(1-s_{br})}{(L(0)f(k_E))^{\varepsilon}}-ul\right)(1-(s_{kn}+s_{ge}-s_{kn}s_{ge}))-$$

$$-(\delta k_E+w(0))(1-(s_{kn}+s_{ge}-s_{kn}s_{ge}))-$$

$$-(1+(s_{ka}-s_{kn}-s_{kn}s_{ka}))D-$$

$$-(s_{gk}+s_v+s_{kn}s_{ge}s_{gk}-s_{kn}s_{gk}-s_{gk}s_{ge})k_E-$$

$$-\tau k_E$$

und

$(114)^{ges\ 1}$

$$\emptyset_2^{ges\ 1} = \frac{1}{\sigma}\Bigg[f'(k_E)\left(\frac{(1-\varepsilon)(1-s_{br})}{(L(0)f(k_E))^{\varepsilon}}-ul\right)(1-(s_{kn}+s_{ge}-s_{kn}s_{ge}))-$$

$$-\delta(1-(s_{kn}+s_{ge}-s_{kn}s_{ge}))-$$

$$-(s_{gk}+s_v+s_{kn}s_{ge}s_{gk}-s_{kn}s_{gk}-s_{gk}s_{ge})-\rho-\sigma\tau\Bigg]$$

Aus $(113)^{ges\ 1}$ folgt für $\emptyset_1^{ges\ 1} = 0$ für die Veränderung der Ausschüttung bei Veränderung des Kapitaleinsatzes:

$$(117)^{ges\ 1} \quad \left.\frac{d\tilde{D}}{dk_E}\right|_{\emptyset_1^{ges\ 1}=0} = - \frac{\frac{\delta\emptyset_1^{ges\ 1}}{\delta k_E}}{\frac{\delta\emptyset_1^{ges\ 1}}{\delta\tilde{D}}} =$$

$$= \frac{f'(k_E)\left(\frac{(1-\varepsilon)(1-s_{br})}{(L(0)f(k_E))^{\varepsilon}} - ul\right)(1-(s_{kn}+s_{ge}-s_{kn}s_{ge})) - \delta(1-(s_{kn}+s_{ge}-}{(1+(s_{ka}-s_{kn}-s_{kn}s_{ka}))}$$

$$\frac{-s_{kn}s_{ge})) - (s_{gk}+s_v+s_{kn}s_{ge}s_{gk}-s_{kn}s_{gk}-s_{gk}s_{ge}) - \tau}{1}$$

d.h. es gilt:

$$(119)^{ges\ 1} \quad \left.\frac{d\tilde{D}}{dk_E}\right|_{\emptyset_1^{ges\ 1}=0} \begin{Bmatrix} \geq \\ < \end{Bmatrix} 0 \text{ , wenn } k_E \begin{Bmatrix} \leq \\ > \end{Bmatrix} \tilde{k}_E^{ges\ 1}$$

mit:

$$(118)^{ges\ 1} \quad k_E := \tilde{k}_E^{ges\ 1} \text{ , wenn}$$

$$f'(\tilde{k}_E^{ges\ 1})\left(\frac{(1-\varepsilon)(1-s_{br})}{(L(0)f(\tilde{k}_E^{ges\ 1}))^{\varepsilon}} - ul\right)(1-(s_{kn}+s_{ge}-s_{kn}s_{ge})) =$$

$$= \delta(1-(s_{kn}+s_{ge}-s_{kn}s_{ge})) + (s_{gk}+s_v+s_{kn}s_{ge}s_{gk}-s_{kn}s_{gk}-s_{gk}s_{ge}) + \tau$$

Aus Gleichung $(114)^{ges\ 1}$ folgt für den steady-state Kapitalstock einer Kapitalgesellschaft bei Besteuerung mit Umsatzsteuer, Gewerbesteuer, Körperschaftsteuer und Vermögensteuer entsprechend Gleichung $(30)^{ges\ 1}$:

$$(122)^{ges\ 1} \quad k_E := k_E^{*ges\ 1}, \quad \text{wenn}$$

$$f'(k_E^{*ges\ 1})\left(\frac{(1-\varepsilon)(1-s_{br})}{(L(0)f(k_E^{*ges\ 1}))^{\varepsilon}}-ul\right)(1-(s_{kn}+s_{ge}-s_{kn}s_{ge})) =$$

$$= \delta(1-(s_{kn}+s_{ge}-s_{kn}s_{ge}))+(s_{gk}+s_v+s_{kn}s_{ge}s_{gk}-s_{kn}s_{gk}-s_{gk}s_{ge})+\rho+\sigma\tau$$

Schließlich gilt für den Kapitalstock mit dem kleinsten bzw. größten Wert, für den der Nettogewinn null ist, bei Erhebung von Umsatzsteuer, Gewerbesteuer, Körperschaftsteuer und Vermögensteuer gemäß Gleichung $(30)^{ges\ 1}$:

$$(120)^{ges\ 1} \quad k_E := k_E^{krit\ ges\ 1}, \quad \text{wenn}$$

$$\tilde{D}(k_E^{krit\ ges\ 1}) = \frac{f(k_E^{krit\ ges\ 1})\left(\frac{(1-s_{br})}{(L(0)f(k_E^{krit\ ges\ 1}))^{\varepsilon}}-ul\right)}{(1+(s_{ka}-s_{kn}-s_{kn}s_{ka}))}$$

$$\frac{(1-(s_{kn}+s_{ge}-s_{kn}s_{ge}))-(\delta k_E^{krit\ ges\ 1}+w(0))}{1}$$

$$\frac{(1-(s_{kn}+s_{ge}-s_{kn}s_{ge}))-((s_{gk}+s_v+s_{kn}s_{ge}s_{gk}-}{1}$$

$$\frac{-s_{kn}s_{gk}-s_{gk}s_{ge})+\tau)k_E^{krit\ ges\ 1}}{1} = 0$$

bzw.

$$(121)^{ges\ 1} \quad k_E := k_E^{max\ ges\ 1}, \quad \text{wenn}$$

$$\tilde{D}(k_E^{max\ ges\ 1}) = \frac{f(k_E^{max\ ges\ 1})\left(\frac{(1-s_{br})}{(L(O)f(k_E^{max\ ges\ 1}))^{\varepsilon}} - ul\right)}{(1+(s_{ka}-s_{kn}-s_{kn}s_{ka}))}$$

$$\frac{(1-(s_{kn}+s_{ge}-s_{kn}s_{ge}))-(\delta k_E^{max\ ges\ 1}+w(O))}{1}$$

$$\frac{(1-(s_{kn}+s_{ge}-s_{kn}s_{ge}))-((s_{gk}+s_v+s_{kn}s_{ge}s_{gk}-}{1}$$

$$\frac{-s_{kn}s_{gk}-s_{gk}s_{ge})+\tau)k_E^{max\ ges\ 1}}{1} = O$$

D. Optimaler Pfad, steady-state Ausschüttung und steady-state Kapitalstock, kritischer und maximaler Kapitalstock sowie Kapitalstock maximaler Ausschüttung bei Besteuerung einer Kapitalgesellschaft einschließlich ihrer Gesellschafter mit Umsatzsteuer, Gewerbesteuer, Körperschaftsteuer, Vermögensteuer und Einkommensteuer[1)]

Mit Gleichung (26) gilt für die Gesamtbelastung:[2)]

$$(30)^{ges\ 2} \quad T^{ges\ 2} = (s_{br}+(s_{kn}+s_{ge}-s_{kn}s_{ge})(1-s_{br}))F^{1-\varepsilon}e^{\pi t}+$$

$$+(s_{kn}+s_{ge}-s_{kn}s_{ge})(M_e+M_k-wL-ulF-\delta K_E)+$$

$$+(s_{ka}+s_e-s_{kn}-s_{kn}s_{ka})D+$$

$$+(s_{ge}-s_{kn}s_{ge})M_{ge}+$$

1) Da die Zielvorstellung von Unternehmung und Gesellschaftern im Modell identisch ist (vgl. S. 5 ff.), spielt es keine Rolle, ob die Zahllast einer Steuer bei den Gesellschaftern oder beim Unternehmen liegt.

2) Gleichung (26) wird noch einmal als Gleichung $(30)^{ges\ 2}$ aufgeführt, um die Analogie zum Vorgehen bei Einzelbesteuerung in der Kennzeichnung der Gleichung zum Ausdruck zu bringen.

$$+(s_{gk}+s_v+s_{kn}s_{ge}s_{gk}+s_v-s_{kn}s_{gk}-s_{gk}s_{ge})(K_{EU}+M_{bU})+$$

$$+(s_{gk}+s_{kn}s_{ge}s_{gk}-s_{kn}s_{gk}-s_{ge}s_{gk})M_{gkU}+$$

$$+s_vM_a-$$

$$-s_vF_v$$

Wenn wir $(30)^{ges\ 2}$ in $(32)^{ges\ 2}$ einsetzen, erhalten wir für die Bewegungsgleichung des Kapitals K_E:

$$(34)^{ges\ 2}\quad \dot{K}_E = (1-(s_{br}+(s_{kn}+s_{ge}-s_{kn}s_{ge})(1-s_{br})))F^{1-\varepsilon}e^{\pi t}-$$

$$-(1-(s_{kn}+s_{ge}-s_{kn}s_{ge}))(wL+ulF+\delta K_E)-$$

$$-(1+(s_{ka}+s_e-s_{kn}-s_{kn}s_{ka}))D-$$

$$-(s_{kn}+s_{ge}-s_{kn}s_{ge})(M_e+M_k)-$$

$$-(s_{ge}-s_{kn}s_{ge})M_{ge}-$$

$$-(s_{gk}+s_v+s_{kn}s_{ge}s_{gk}+s_v-s_{kn}s_{gk}-s_{gk}s_{ge})(K_{EU}+M_{bU})-$$

$$-(s_{gk}+s_{kn}s_{ge}s_{gk}-s_{kn}s_{gk}-s_{ge}s_{gk})M_{gkU}-$$

$$-s_vM_a+$$

$$+s_vF_v$$

Mit den Gleichungen (27), $(34)^{ges\ 2}$, $(47)^{I}$ und $(49)^{I}$ erhält man dann, wenn man zusätzlich annimmt, daß der Saldo aus positiver und negativer Anteilswertmodifikation null ist und den vermögensteuerlichen Freibetrag null setzt:

(28) $M_a = F_v = 0$

für die Bewegungsgleichung des Kapitals k_E:

$$(48)^{ges\ 2} \quad \dot{k}_E = f(k_E)\left(\frac{(1-s_{br})}{(L(0)f(k_E))^{\varepsilon}} - ul\right)(1-(s_{kn}+s_{ge}-s_{kn}s_{ge}))-$$

$$-(\delta k_E + w(0))(1-(s_{kn}+s_{ge}-s_{kn}s_{ge}))-$$

$$-(1+(s_{ka}+s_e-s_{kn}-s_{kn}s_{ka}))D-$$

$$-(s_{gk}+s_v+s_{kn}s_{ge}s_{gk}+s_v-s_{kn}s_{gk}-s_{gk}s_{ge})k_E-\tau k_E$$

Für die optimale Verwendung des Nettogewinnes für Ausschüttung und Veränderung des Kapitaleinsatzes in der Zeit gilt dann:

$$(63)^{ges\ 2} \quad U'(\tilde{D}) = p^{ges\ 2}(1+(s_{ka}+s_e-s_{kn}-s_{kn}s_{ka}))$$

und die Bewegungsgleichung des Schattenpreises $p^{ges\ 2}$ läßt sich formulieren als:[1)]

$$(65)^{ges\ 2} \quad \left(\frac{\dot{p}}{p}\right)^{ges\ 2} = -\Bigg[f'(k_E)\left(\frac{(1-\varepsilon)(1-s_{br})}{(L(0)f(k_E))^{\varepsilon}} - ul\right)(1-(s_{kn}+s_{ge}-$$

$$-s_{kn}s_{ge}))-\delta(1-(s_{kn}+s_{ge}-s_{kn}s_{ge}))-$$

$$-(s_{gk}+s_v+s_{kn}s_{ge}s_{gk}+s_v-s_{kn}s_{gk}-$$

$$-s_{gk}s_{ge})-\rho-\sigma\tau\Bigg]$$

1) Die Herleitung der Gleichung $(65)^{ges\ 2}$ läßt sich analog der von Gleichung $(65)^{ges\ 1}$ auf S. 330 f. vorgeführten vornehmen.

Mit Gleichung (63)$^{ges\ 2}$ und mit Hilfe der Gleichungen (108)^{I} - (111)^{I} sowie Gleichung (65)$^{ges\ 2}$ gilt für die Wachstumsratengleichung der Ausschüttung bei Besteuerung einer Kapitalgesellschaft einschließlich ihrer Gesellschafter mit Umsatzsteuer, Gewerbesteuer, Körperschaftsteuer, Vermögensteuer und Einkommensteuer entsprechend Gleichung (30)$^{ges\ 2}$:

$$(112)^{ges\ 2} \quad \left(\frac{\dot{\tilde{D}}}{\tilde{D}}\right)^{ges\ 2} = \frac{1}{\sigma}\left[f'(k_E)\left(\frac{(1-\varepsilon)(1-s_{br})}{(L(O)f(k_E))^{\varepsilon}} - ul\right)(1-(s_{kn}+s_{ge}-s_{kn}s_{ge})) - \delta(1-(s_{kn}+s_{ge}-s_{kn}s_{ge})) - (s_{gk}+s_v+s_{kn}s_{ge}s_{gk}+s_v-s_{kn}s_{gk}-s_{gk}s_{ge}) - \rho - \sigma\tau\right]$$

Formulieren wir die Gleichungen (48)$^{ges\ 2}$ und (112)$^{ges\ 2}$ analog zu (113)^{I} bzw. (114)^{I}, so gilt:

(113)$^{ges\ 2}$

$$\emptyset_1^{ges\ 2} = f(k_E)\left(\frac{(1-s_{br})}{(L(O)f(k_E))^{\varepsilon}} - ul\right)(1-(s_{kn}+s_{ge}-s_{kn}s_{ge})) - (\delta k_E + w(O))(1-(s_{kn}+s_{ge}-s_{kn}s_{ge})) - (1+(s_{ka}+s_e-s_{kn}-s_{kn}s_{ka}))D - (s_{gk}+s_v+s_{kn}s_{ge}s_{gk}+s_v-s_{kn}s_{gk}-s_{gk}s_{ge})k_E - \tau k_E$$

und

(114)$^{ges\ 2}$

$$\emptyset_2^{ges\ 2} = \frac{1}{\sigma}\left[f'(k_E)\left(\frac{(1-\varepsilon)(1-s_{br})}{(L(O)f(k_E))^{\varepsilon}} - ul\right)(1-(s_{kn}+s_{ge}-s_{kn}s_{ge})) - \delta(1-(s_{kn}+s_{ge}-s_{kn}s_{ge})) - (s_{gk}+s_v+s_{kn}s_{ge}s_{gk}+s_v-s_{kn}s_{gk}-s_{gk}s_{ge}) - \rho - \sigma\tau\right]$$

Aus $(113)^{ges\ 2}$ folgt für $\emptyset_1^{ges\ 2} = 0$ für die Veränderung der Ausschüttung bei Veränderung des Kapitaleinsatzes:

$$(117)^{ges\ 2} \quad \frac{d\tilde{D}}{dk_E}\bigg|_{\emptyset_1^{ges\ 2}=0} = - \frac{\frac{\delta\emptyset_1^{ges\ 2}}{\delta k_E}}{\frac{\delta\emptyset_1^{ges\ 2}}{\delta\tilde{D}}} =$$

$$= \frac{f'(k_E)\left(\frac{(1-\varepsilon)(1-s_{br})}{(L(0)f(k_E))^{\varepsilon}} - ul\right)(1-(s_{kn}+s_{ge}-s_{kn}s_{ge})) - \delta(1-(s_{kn}+}{(1-(s_{ka}+s_e-s_{kn}-s_{kn}s_{ka}))}$$

$$\frac{+s_{ge}-s_{kn}s_{ge})) - (s_{gk}+s_v+s_{kn}s_{ge}s_{gk}+s_v-s_{kn}s_{gk}-s_{gk}s_{ge}) - \tau}{1}$$

d.h. es gilt:

$$(119)^{ges\ 2} \quad \frac{d\tilde{D}}{dk_E}\bigg|_{\emptyset_1^{ges\ 2}=0} \begin{Bmatrix} > \\ = \\ < \end{Bmatrix} 0 \,, \quad \text{wenn} \quad k_E \begin{Bmatrix} < \\ = \\ > \end{Bmatrix} \tilde{k}_E^{ges\ 2}$$

mit:

$$(118)^{ges\ 2} \quad k_E := \tilde{k}_E^{ges\ 2} \,, \quad \text{wenn}$$

$$f'(\tilde{k}_E^{ges\ 2})\left(\frac{(1-\varepsilon)(1-s_{br})}{(L(0)f(\tilde{k}_E^{ges\ 2}))^{\varepsilon}} - ul\right)(1-(s_{kn}+s_{ge}-s_{kn}s_{ge})) =$$

$$= \delta(1-(s_{kn}+s_{ge}-s_{kn}s_{ge})) + (s_{gk}+s_v+s_{kn}s_{ge}s_{gk}+s_v-s_{kn}s_{gk}-$$

$$-s_{gk}s_{ge}) + \tau$$

Aus Gleichung $(114)^{ges\ 2}$ folgt für den steady-state Kapitalstock einer Kapitalgesellschaft bei Besteuerung mit Umsatzsteuer, Gewerbesteuer, Körperschaftsteuer, Vermögensteuer und Einkommensteuer gemäß Gleichung $(30)^{ges\ 2}$:

$$(122)^{ges\ 2} \quad k_E := k_E^{*ges\ 2}, \quad \text{wenn}$$

$$f'(k_E^{*ges\ 2})\left(\frac{(1-\varepsilon)(1-s_{br})}{(L(0)f(k_E^{*ges\ 2}))^{\varepsilon}} - ul\right)(1-(s_{kn}+s_{ge}-$$

$$-s_{kn}s_{ge})) = \delta(1-(s_{kn}+s_{ge}-s_{kn}s_{ge}))+(s_{gk}+s_v+s_{kn}s_{ge}s_{gk}+s_v-$$

$$-s_{kn}s_{gk}-s_{gk}s_{ge})+\rho+\sigma\tau$$

Für den Kapitalstock mit dem kleinsten bzw. größten Wert, für den der Nettogewinn null ist, gilt bei Erhebung von Umsatz-, Gewerbe-, Körperschaft-, Vermögen- und Einkommensteuer gemäß Gleichung $(30)^{ges\ 2}$:

$$(120)^{ges\ 2} \quad k_E := k_E^{krit\ ges\ 2}, \quad \text{wenn}$$

$$\tilde{D}(k_E^{krit\ ges\ 2}) = \frac{f(k_E^{krit\ ges\ 2})\left(\frac{(1-s_{br})}{(L(0)f(k_E^{krit\ ges\ 2}))^{\varepsilon}} -\right.}{(1+(s_{ka}+s_e-s_{kn}-s_{kn}s_{ka}))}$$

$$\frac{\left.-ul\right)(1-(s_{kn}+s_{ge}-s_{kn}s_{ge}))-(\delta k_E^{krit\ ges\ 2}+w(0))(1-(s_{kn}+s_{ge}-}{1}$$

$$\frac{-s_{kn}s_{ge}))-((s_{gk}+s_v+s_{kn}s_{ge}s_{gk}+s_v-s_{kn}s_{gk}-s_{gk}s_{ge})+}{1}$$

$$\frac{+\tau)k_E^{krit\ ges\ 2}}{1} = 0$$

bzw.

$$(121)^{ges\,2} \quad k_E := k_E^{max\,ges\,2}, \quad \text{wenn}$$

$$\tilde{D}(k_E^{max\,ges\,2}) = \frac{f(k_E^{max\,ges\,2})\left(\frac{(1-s_{br})}{(L(O)f(k_E^{max\,ges\,2}))^{\varepsilon}} - ul\right)(1-}{(1+(s_{ka}+s_e-s_{kn}-s_{kn}s_{ka}))}$$

$$\frac{-(s_{kn}+s_{ge}-s_{kn}s_{ge}))-(\delta k_E^{max\,ges\,2}+w(O))(1-(s_{kn}+s_{ge}-s_{kn}s_{ge}))-}{1}$$

$$\frac{-((s_{gk}+s_v+s_{kn}s_{ge}s_{gk}+s_v-s_{kn}s_{gk}-s_{gk}s_{ge})+\tau)k_E^{max\,ges\,2}}{1} = O$$

E. Optimaler Pfad, steady-state Ausschüttung und steady-state Kapitalstock, kritischer und maximaler Kapitalstock sowie Kapitalstock maximaler Ausschüttung einer Kapitalgesellschaft bei Besteuerung mit Umsatzsteuer, Gewerbesteuer, Vermögensteuer und der Körperschaftsteuer, die bis 31.12.1976 galt

Das Körperschaftsteuergesetz, welches bis 31.12.1976 gültig war, besteuerte mit einem ermäßigten Steuersatz (Steuerfaktor s_{ka}) den Teil des Einkommens, der den berücksichtigungsfähigen Ausschüttungen im Sinne des § 19 Abs. 3 Satz 1 KStG entsprach, und mit einem zweiten (Normal-) Steuersatz (Steuerfaktor s_{kn}) den übrigen Teil des körperschaftsteuerpflichtigen Einkommens. Letzteres setzte sich aus der ökonomischen Basis Reingewinn, den bilanzsteuerlichen sowie körperschaftsteuerlichen Modifikationen M_e bzw. M_k, dem abzugsfähigen Gewerbesteueraufkommen GewSt und den abzugsfähigen Ausschüttungen D zusammen. Die Grundgleichung dieser Körperschaftsteuer lautete somit:

$$(29) \qquad KSt^{76\;1)} = s_{kn}(G^{rein} + M_e + M_k - GewSt - D) + s_{ka}D$$

1) Das Superskript kennzeichnet das letzte Jahr, für das diese Körperschaftsteuer gültig war.

oder wenn wir Gleichung (9) einsetzen:

$$KSt^{76} = s_{kn}(G^{rein}+M_e+M_k-s_{ge}(G^{rein}+M_e+M_k+M_{ge})-(s_{gk}-$$

$$-s_{gk}s_{ge})(K_{EU}+M_{bU}+M_{gkU}))+(s_{ka}-s_{kn})D$$

(30) bzw.

$$KSt^{76} = (s_{kn}-s_{kn}s_{ge})(G^{rein}+M_e+M_k)-s_{kn}s_{ge}M_{ge}+(s_{kn}s_{ge}s_{gk}-$$

$$-s_{kn}s_{gk})(K_{EU}+M_{bU}+M_{gkU})+(s_{ka}-s_{kn})D$$

Um die Gesamtsteuerbelastung $T^{ges\ 1'}$ zu ermitteln, verfahren wir wie unter B. 6., nur setzen wir anstatt Gleichung (15) bzw. (16) nun Gleichung (29) bzw. (30) ein:

$(30)^{ges\ 1'}$ $$T^{ges\ 1'} = (s_{br}+(s_{kn}+s_{ge}-s_{kn}s_{ge})(1-s_{br}))F^{1-\varepsilon}e^{\pi t\ 1)}+$$

$$+(s_{kn}+s_{ge}-s_{kn}s_{ge})(M_e+M_k-wL-ulF-\delta K_E)+$$

$$+(s_{ka}-s_{kn})D+$$

$$+(s_{ge}-s_{kn}s_{ge})M_{ge}+$$

$$+(s_{gk}+s_v+s_{kn}s_{ge}s_{gk}-s_{kn}s_{gk}-s_{gk}s_{ge})(K_{EU}+M_{bU})+$$

$$+(s_{gk}+s_{kn}s_{ge}s_{gk}-s_{kn}s_{gk}-s_{ge}s_{gk})M_{gkU}$$

Da der einzige Unterschied gegenüber der Gleichung $(30)^{ges\ 1}$ in dem Multifaktor der Ausschüttung besteht, stellen wir nur

1) Mit dem Apostroph kennzeichnen wir, daß es sich (zwar) um die Gesamtbelastung der Kapitalgesellschaft (ausschließlich der Gesellschafter) handelt, wobei die Körperschaftsteuer aber gemäß Gleichung (29) bzw. (30) und nicht - wie ohne diesen Zusatz - gemäß Gleichung (15) bzw. (16) erhoben wird.

noch kurz die zum Vergleich wichtigen Ergebnisse dar.[1] Für die optimale Aufteilung des Nettogewinnes in Ausschüttung und Veränderung des Kapitaleinsatzes in der Zeit gilt:

$$(63)^{ges\ 1'} \quad U'(\tilde{D}) = p^{ges\ 1'}(1 + (s_{ka} - s_{kn}))$$

Aus Gleichung $(113)^{ges\ 1'}$ folgt für $\emptyset_1^{ges\ 1'} = 0$ für die Veränderung der Ausschüttung bei Veränderung des Kapitaleinsatzes:

$$(117)^{ges\ 1'} \quad \left.\frac{d\tilde{D}}{dk_E}\right|_{\emptyset_1^{ges\ 1'}=0} = -\frac{\frac{\delta\emptyset_1^{ges\ 1'}}{\delta k_E}}{\frac{\delta\emptyset_1^{ges\ 1'}}{\delta\tilde{D}}} =$$

$$= \frac{f'(k_E)\left(\frac{(1-\varepsilon)(1-s_{br})}{(L(0)f(k_E))^{\varepsilon}} - ul\right)(1-(s_{kn}+s_{ge}-s_{kn}s_{ge}))-\delta(1-(s_{kn}+s_{ge}-}{(1+(s_{ka}-s_{kn}))}$$

$$\frac{-s_{kn}s_{ge}))-(s_{gk}+s_v+s_{kn}s_{ge}s_{gk}-s_{kn}s_{gk}-s_{gk}s_{ge})-\tau}{1}$$

Für den maximalen Kapitalstock gilt damit:

$$(118)^{ges\ 1'} \quad k_E := \tilde{k}_E^{ges\ 1'}, \quad \text{wenn}$$

$$f'(\tilde{k}_E^{ges\ 1'})\left(\frac{(1-\varepsilon)(1-s_{br})}{(L(0)f(\tilde{k}_E^{ges\ 1'}))^{\varepsilon}} - ul\right)(1-(s_{kn}+s_{ge}-s_{kn}s_{ge})) =$$

$$= \delta(1-(s_{kn}+s_{ge}-s_{kn}s_{ge}))+(s_{gk}+s_v+s_{kn}s_{ge}s_{gk}-s_{kn}s_{gk}-s_{gk}s_{ge})+\tau$$

---

1) Die Gültigkeit von Gleichung (27) wird wieder unterstellt.

Mit $(114)^{ges\ 1'}$ gilt für den steady-state Kapitalstock einer Kapitalgesellschaft bei Besteuerung mit Umsatzsteuer, Gewerbesteuer, Vermögensteuer und der Körperschaftsteuer, wie sie bis zum 31.12.1976 galt:

$(122)^{ges\ 1'}$ $\quad k_E := k_E^{*ges\ 1'}$, wenn

$$f'(k_E^{*ges\ 1'})\left(\frac{(1-\varepsilon)(1-s_{br})}{(L(0)f(k_E^{*ges\ 1'}))^{\varepsilon}} - ul\right)(1-(s_{kn}+s_{ge}-s_{kn}s_{ge})) =$$

$$= \delta(1-(s_{kn}+s_{ge}-s_{kn}s_{ge}))+(s_{gk}+s_v+s_{kn}s_{ge}s_{gk}-s_{kn}s_{gk}-s_{gk}s_{ge})+\rho+\sigma\tau$$

Für den Kapitalstock mit dem kleinsten bzw. größten Wert, für den der Nettogewinn null ist bei Erhebung von Umsatzsteuer, Gewerbesteuer, Vermögensteuer und Körperschaftsteuer, wie sie bis zum 31.12.1976 galt, folgt schließlich mit Gleichung $(30)^{ges\ 1'}$:

$(120)^{ges\ 1'}$ $\quad k_E := k_E^{krit\ ges\ 1'}$, wenn

$$\tilde{D}(k_E^{krit\ ges\ 1'}) = \frac{f(k_E^{krit\ ges\ 1'})\left(\frac{(1-s_{br})}{(L(0)f(k_E^{krit\ ges\ 1'}))^{\varepsilon}} -\right.}{(1+(s_{ka}-s_{kn}))}$$

$$\frac{\left.-ul\right)(1-(s_{kn}+s_{ge}-s_{kn}s_{ge}))-(\delta k_E^{krit\ ges\ 1'}+w(0))(1-(s_{kn}+s_{ge}-}{1}$$

$$\frac{-s_{kn}s_{ge}))-((s_{gk}+s_v+s_{kn}s_{ge}s_{gk}-s_{kn}s_{gk}-s_{gk}s_{ge})+\tau)k_E^{krit\ ges\ 1'}}{1} = 0$$

bzw.

$$(121)^{ges\ 1'}k_E := k_E^{max\ ges\ 1'}\ ,\quad \text{wenn}$$

$$\tilde{D}(k_E^{max\ ges\ 1'}) = \frac{f(k_E^{max\ ges\ 1'})\left(\frac{(1-s_{br})}{(L(O)f(k_E^{max\ ges\ 1'}))^{\varepsilon}} - ul\right)}{(1+(s_{ka}-s_{kn}))}\cdot$$

$$\frac{(1-(s_{kn}+s_{ge}-s_{kn}s_{ge}))-(\delta k_E^{max\ ges\ 1'}+w(O))(1-(s_{kn}+s_{ge}-s_{kn}s_{ge}))-}{1}$$

$$\frac{-((s_{gk}+s_v+s_{kn}s_{ge}s_{gk}-s_{kn}s_{gk}-s_{gk}s_{ge})+\tau)k_E^{max\ ges\ 1'}}{1} = O$$

F. Vergleich von optimalem Pfad, steady-state Ausschüttung und steady-state Kapitalstock, kritischem und maximalem Kapitalstock sowie dem Kapitalstock maximaler Ausschüttung einer Kapitalgesellschaft bei Besteuerung mit Umsatzsteuer, Gewerbesteuer, Vermögensteuer und Körperschaftsteuer gemäß Gleichung (15) bzw. (16) (KSt^{77} [1]) mit einer Kapitalgesellschaft, die mit Umsatzsteuer, Gewerbesteuer, Vermögensteuer und Körperschaftsteuer gemäß Gleichung (31) bzw. (32) (KSt^{76}) besteuert wird

a) Vergleich der Kurve des in der Zeit unveränderten Kapitaleinsatzes bei Besteuerung einer Kapitalgesellschaft mit Umsatzsteuer, Gewerbesteuer, Vermögensteuer und KSt^{77} mit einer Kapitalgesellschaft, die mit Umsatzsteuer, Gewerbesteuer, Vermögensteuer und KSt^{76} besteuert wird

Aus den Gleichungen $(113)^{ges\ 1}$ und $(113)^{ges\ 1'}$ folgt für gleichen Kapitalstock:[2]

---

1) Das Superskript kennzeichnet das erste Jahr, für das diese Körperschaftsteuer gültig war.
2) Vgl. zur Herleitung S. 331 ff.

(31) $\quad \emptyset_1^{ges\ 1} = 0 < \emptyset_1^{ges\ 1'} = 0$

Die Kurve des in der Zeit unveränderten Kapitaleinsatzes liegt bei Besteuerung einer Kapitalgesellschaft mit Umsatzsteuer, Gewerbesteuer, Vermögensteuer und KSt[76] über der bei Besteuerung einer Kapitalgesellschaft mit Umsatzsteuer, Gewerbesteuer, Vermögensteuer und KSt[77].

b) Vergleich der Veränderung der Ausschüttung bei Veränderung des Kapitaleinsatzes der $\emptyset_1^{ges\ 1} = 0$-Kurve mit der $\emptyset_1^{ges\ 1'} = 0$-Kurve

Aus den Gleichungen $(117)^{ges\ 1}$ und $(117)^{ges\ 1'}$ folgt für gleichen Kapitalstock:[1)]

(32) $$\left.\frac{d\tilde{D}}{dk_E}\right|_{\emptyset_1^{ges\ 1}=0} < \left.\frac{d\tilde{D}}{dk_E}\right|_{\emptyset_1^{ges\ 1'}=0}$$

Die Veränderung der Ausschüttung bei Veränderung des Kapitaleinsatzes ist bei Besteuerung einer Kapitalgesellschaft mit Umsatzsteuer, Gewerbesteuer, Vermögensteuer und KSt[76] größer als bei Besteuerung mit Umsatzsteuer, Gewerbesteuer, Vermögensteuer und KSt[77].

c) Vergleich der Kapitalstöcke maximaler Ausschüttung bei $T^{ges\ 1}$ und $T^{ges\ 1'}$

Ein Vergleich von $(118)^{ges\ 1}$ und $(118)^{ges\ 1'}$ zeigt, daß gilt:

$$f'(\tilde{k}_E^{ges\ 1}) \gtrless f'(\tilde{k}_E^{ges\ 1'})$$

wenn

1) Vgl. zur Herleitung S. 334 f.

(33)

$$\frac{\delta(1-(s_{kn}+s_{ge}-s_{kn}s_{ge}))+(s_{gk}+s_v+s_{kn}s_{ge}s_{gk}-s_{kn}s_{gk}-s_{gk}s_{ge})+\tau}{1-(s_{kn}+s_{ge}-s_{kn}s_{ge})}$$

$$\gtrless \frac{\delta(1-(s_{kn}+s_{ge}-s_{kn}s_{ge}))+(s_{gk}+s_v+s_{kn}s_{ge}s_{gk}-s_{kn}s_{gk}-s_{gk}s_{ge})+\tau}{1-(s_{kn}+s_{ge}-s_{kn}s_{ge})}$$

Es ist offensichtlich, daß für gleiches s_{kn} $\tilde{k}_E^{ges\ 1} = \tilde{k}_E^{ges\ 1'}$. Da der Normalkörperschaftsteuerfaktor jedoch unterschiedlich festgelegt ist bei beiden Steuern, er beträgt bei der Körperschaftsteuer gemäß Gleichung (15) bzw. (16) (KSt^{77}): $s_{kn} = 0{,}56$[1] und bei der Körperschaftsteuer gemäß Gleichung (29) bzw. (30) KSt^{76}): $s_{kn} = 0{,}5253$ (einschließlich Ergänzungsabgabe[2]), gilt für Gleichung (33):

(34) $\quad (s_v+\tau)0{,}0347(1-s_{ge})^{3)} > 0$

oder

(35) $\quad \tilde{k}_E^{ges\ 1} < k_E^{ges\ 1'}$

D.h. durch die Änderung der Körperschaftsteuer mit Wirkung vom 1.1.77 wird bei den gegebenen Steuersätzen der Kapitalstock maximaler Ausschüttung kleiner.

d) <u>Vergleich der optimalen Kapitalstöcke bei $T^{ges\ 1}$ und $T^{ges\ 1'}$</u>

Vergleichen wir $(122)^{ges\ 1}$ mit $(122)^{ges\ 1'}$, so gilt:

---

1) Vgl. § 23 Abs. 1 $KStG^{77}$.
2) Der Körperschaftsteuersatz für die Belastung nicht ausgeschütteter Gewinne betrug bei der Körperschaftsteuer, die bis zum 31.12.76 gültig war, 51%, die Ergänzungsabgabe betrug 3% auf diese Bemessungsgrundlage. Somit gilt: 0,51(1+0,03) = 0,5253.
3) Der Gewerbeertragsteuerfaktor ist mit Sicherheit kleiner eins (vgl. S. 208).

$$f'(k_E^{*ges\ 1}) \gtrless f'(k_E^{*ges\ 1'})$$

wenn

(36)
$$\frac{\delta(1-(s_{kn}+s_{ge}-s_{kn}s_{ge}))+(s_{gk}+s_v+s_{kn}s_{ge}s_{gk}-s_{kn}s_{gk}-s_{gk}s_{ge})+\rho+\sigma\tau}{1-(s_{kn}+s_{ge}-s_{kn}s_{ge})}$$

$$\gtrless \frac{\delta(1-(s_{kn}+s_{ge}-s_{kn}s_{ge}))+(s_{gk}+s_v+s_{kn}s_{ge}s_{gk}-s_{kn}s_{gk}-s_{gk}s_{ge})+\rho+\sigma\tau}{1-(s_{kn}+s_{ge}-s_{kn}s_{ge})}$$

Setzen wir wieder den entsprechenden Wert[1)] für s_{kn} ein, so erhalten wir für Gleichung (36):

(37) $(s_v+\rho+\sigma\tau)0{,}0347(1-s_{ge}) > 0$

d.h. es gilt

(38) $k_E^{*ges\ 1} < k_E^{*ges\ 1'}$

Mit der Änderung der Körperschaftsteuer mit Wirkung vom 1.1.77 wird bei den gegebenen Steuersätzen c.p. (d.h. die übrigen einbezogenen Steuerarten bleiben unverändert hinsichtlich ihrer Bemessungsgrundlagen und ihrer Steuersätze) der optimale Kapitalstock kleiner.

e) Vergleich der kritischen Kapitalstöcke bei $T^{ges\ 1}$ und $T^{ges\ 1'}$

Aus den Gleichungen $(120)^{ges\ 1}$ und $(120)^{ges\ 1'}$ folgt:[2)]

(39) $k_E^{krit\ ges\ 1} > k_E^{krit\ ges\ 1'}$

---

1) Vgl. S. 332.
2) Vgl. S. 335 ff.

Der kritische Kapitalstock, dies ist der kleinste Kapitalstock, bei dem der Nettogewinn null ist, steigt durch die Einführung der KSt^{77}.

f) Vergleich der maximalen Kapitalstöcke bei $T^{ges\ 1}$ und $T^{ges\ 1'}$

Mit den Gleichungen $(121)^{ges\ 1}$ und $(121)^{ges\ 1'}$ gilt:[1)]

$$(40) \qquad k_E^{max\ ges\ 1} < k_E^{max\ ges\ 1'}$$

Der maximale Kapitalstock sinkt durch die Einführung der KSt^{77}.

1) Der Beweis ist wiederum analog dem für k_E^{krit} geführten vorzunehmen, wegen $f''(k_E) < 0$ (vgl. Gleichung $(5)^I$ bzw. $(17)^I$) kehrt sich jedoch das Ungleichheitszeichen um.

KAPITEL IV

EINIGE ERWEITERUNGEN UND MODIFIKATIONEN

A. Einbezug der Möglichkeit der Fremdkapitalaufnahme[1]

1. Optimaler Pfad, steady-state Ausschüttung und steady-state Kapitalstock, kritischer und maximaler Kapitalstock sowie Kapitalstock maximaler Ausschüttung bei Fremdkapitalaufnahmemöglichkeit

Wir nehmen im folgenden an, daß die Kapitalstruktur die Grenzen festlegt, innerhalb derer potentielle Kapitalgeber überhaupt zur Kreditvergabe bereit sind.[2] Die Annahme basiert auf dem tatsächlichen Verhalten von Banken, die zur Beurteilung der Kreditwürdigkeit häufig diese sog. Finanzierungsregeln heranziehen. Konkret sei unterstellt, daß für das Verhältnis von Fremdkapital zu Eigenkapital, α, gelte: $0 \leq \alpha \leq 1$. Dieser Verschuldungskoeffizient (α) begrenzt also die Aufnahme von Fremdkapital in Abhängigkeit von der Höhe des in der Unternehmung gebildeten Eigenkapitals, wobei gelten soll, daß es innerhalb dieser Grenze dem Kreditnehmer möglich sei, zu einem Sollzinssatz, der mit wachsendem Fremd- zu Eigenkapital-Verhältnis steige, $i_S = i_S\left(\frac{K_F}{K_E}\right)$ mit $\frac{\delta i_S}{\delta\left(\frac{K_F}{K_E}\right)} = i_S' > 0$, Kredite zu erhalten. Voraussetzung für die Aufnahme von Fremdkapital ist, daß für einen Anfangskapitalstock k^o das Nettowertgrenzprodukt des aufgenommenen

---

1) Zur Begründung der Außerachtlassung der Beteiligungsfinanzierung vgl. ALBACH, H.: Zur Entwicklung der Kapitalstruktur deutscher Unternehmen, a.a.O., S. 8 f., insbesondere: "Da die Unternehmen keinen nennenswerten Zugang zum Eigenkapital durch Beteiligungsfinanzierung in diesen Jahren zu verzeichnen haben, ist die Lücke durch Fremdkapital gestopft worden."

2) Vgl. ALBACH, H.: Investition und Liquidität, Wiesbaden 1962, S. 269, BAUMOL, W.J.: Business behavior, value and growth, a.a.O., S. 34 f., BÖRNER, D.: Die Bedeutung von Finanzierungsregeln für die betriebswirtschaftliche Kapitaltheorie, in: ZfB, 37. Jg. (1967), S. 341 ff., RAETTIG, L.: Finanzierung mit Eigenkapital, Frankfurt a.M. 1974, S. 104 f. und SCHNEIDER, D.: Investition und Finanzierung, a.a.O., S. 452.

und eingesetzten Kapitals abzüglich der Nettogrenzkosten der Vorleistungen und der Nettogrenzkosten durch Kapitalverschleiß größer ist als die Nettogrenzkosten der Fremdkapitalaufnahme, der Nettogrenzgewinn des Fremdkapitals mithin positiv ist.[1) Dies sei unterstellt. Weil der Sollzinssatz i_S höher als der Habenzinssatz i_H ist, ist die Zinsersparnis durch geringeren Fremdkapitaleinsatz (infolge eines größeren Eigenkapitaleinsatzes) höher als der Zinsgewinn bei Anlage des Kapitals zum Zinssatz i_H auf dem Kapitalmarkt, deshalb findet keine private Sparanlage außerhalb der Unternehmung statt.[2) Für die

---

1) D.h. es muß gelten (vgl. zur Herleitung den Anhang Kapitel IV zu A.1. auf S. 338 f.):

$$f'(k^o)(1+\beta)\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(O)f(k^o))^{\varepsilon}}-ul\right)(1-a)-\delta(1-am)(1+\beta) >$$

$$> i_S'\left(\beta-\frac{K_F}{K_E}\right)\frac{K_F}{K_E}(1-a)+i_S\left(\frac{K_F}{K_E}\right)\beta(1-a)$$

oder

$$f'(k^o)\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(O)f(k^o))^{\varepsilon}}-ul\right)(1-a)-\delta(1-am) >$$

$$> i_S\left(\frac{K_F}{K_E}\right)\frac{\beta}{1+\beta}(1-a)+i_S'\left(\frac{\beta-\alpha}{1+\beta}\right)\alpha(1-a)$$

wobei $\frac{\delta K_F}{\delta K_E} = \beta \leq \alpha$. Diese Gleichung erhält man, wenn man die marginale Veränderung des Nettogewinnes (vor Abzug der Finanzierungskosten) aus Produktion, bei Einsatz einer Einheit Fremdkapital, den Grenzkosten, die dieses Fremdkapital verursacht, gegenüberstellt. Wenn bei $\beta < \alpha$, β ansteigt, gilt:

<u>lk. Seite:</u> $f'(k)\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(O)f(k))^{\varepsilon}}-ul\right)(1-a)$ sinkt, da bei konstantem k_E k_f steigt und somit k steigt (vgl. Fußnote 4 auf S. 240).

<u>r. Seite:</u> $i_S\left(\frac{K_F}{K_E}\right)\frac{\beta}{1+\beta}$ wird größer mit steigendem β

$i_S'\left(\frac{\beta-\alpha}{1+\beta}\right)\alpha(1-a)$, welches solange $\beta<\alpha$ negativ ist, wird größer (für $\beta = \alpha$ ist der Ausdruck null).

Der letzte Ausdruck gibt somit die Zinssenkung an, die damit verbunden ist, daß der bei gegebenem Eigenkapital mögliche Kreditbetrag nicht ausgeschöpft wird.

2) Da die Zinsersparnis durch geringeren Fremdkapitaleinsatz $i_S \cdot K_F$ oder $i_S\alpha \cdot K_E$ und der Zinsgewinn bei Anlage auf dem Kapitalmarkt $i_H \cdot K_E$ beträgt, ist es vorteilhaft, in der Unternehmung zu sparen, solange

$$i_S > \frac{i_H}{\alpha}$$

oder bei $\alpha = 1$

$$i_S > i_H \text{ ist.}$$

"Einkommensentstehungs-" und "Einkommensverwendungsseite"[1] des Unternehmens bei Gewinnbesteuerung gilt dann:[2]

$$(32)^{FK}\quad \underbrace{F^{1-\varepsilon}e^{\pi t}(1-a)-ulF(1-a)-\delta K_E(1+\alpha)(1-am)-wL(1-a)}_{\text{Nettogewinn (vor Abzug der Finanzierungskosten) aus Produktion}}+\underbrace{\alpha\dot{K}_E}_{\text{"Finanzierungsgewinn" (Entstehungsseite)}}$$

$$=\underbrace{\dot{K}_E}_{\text{Gewinnthesaurierung}}+\underbrace{D}_{\text{"Entgelt" für EK}}+\underbrace{\alpha\dot{K}_E}_{\text{"Finanzierungsgewinn" (Verwendungsseite)}}+\underbrace{i_S\left(\frac{K_F}{K_E}\right)K_F(1-a)}_{\text{Nettoentgelt für FK}}$$

Für die Bewegungsgleichung des Kapitalstocks, K_E, gilt damit:[3]

$$(34)^{FK\ 4)}\quad \dot{K}_E = F\left(\frac{1}{(L(0)f(k))^{\varepsilon}}-ul\right)(1-a)-\delta K_E(1+\alpha)(1-am)-wL(1-a)-$$

$$-i_S\left(\frac{K_F}{K_E}\right)K_F(1-a)-D$$

---

1) Die Begriffe werden in Anführungszeichen gesetzt, weil nun ihre Bedeutung gegenüber der ursprünglichen eine andere ist; so tritt bei Verwendung des Nettogewinnes als zurückbehaltener Gewinn ein "Finanzierungsgewinn" auf der Entstehungs- und Verwendungsseite durch die erhöhte Fremdkapitalaufnahmemöglichkeit auf.

2) Wobei für F nun gilt:

$$F(K_E(1+\alpha),\ e^{\tau t}L(t)) = e^{\tau t}L(t)F\left(\frac{K_E(1+\alpha)}{e^{\tau t}L(t)},\ 1\right) = e^{\tau t}L(t)$$

$$F(K_E(1+\alpha),\ 1)\ \text{(vgl. Gleichung } (11)^{I})$$

3) Vgl. S. 31, Fußnote 2 und S. 38 ff.

4) $f(k):=F(k_E(1+\alpha),\ 1)$, mit $k=k_E(1+\alpha)$ (vgl. Gleichung $(12)^{I}$).

Für die Bewegungsgleichung des Kapitalstocks k_E folgt dann:

$$(48)^{FK} \quad \dot{k}_E = f(k)\left(\frac{1}{(L(O)f(k))^{\varepsilon}} - ul\right)(1-a) - \delta k_E(1+\alpha)(1-am) - \tau k_E -$$

$$-w(O)(1-a) - i_S\left(\frac{k_F}{k_E}\right)k_f(1-a) - \tilde{D}$$

Die Regel für die optimale Allokation lautet nun:

$$(63)^{FK} \quad U'(\tilde{D}) = p^{FK}$$

und für die Bewegungsgleichung des Schattenpreises p^{FK} des Kapitals bei Einbezug der Fremdkapitalaufnahmemöglichkeit gilt:[1)]

$$(65)^{FK} \quad \dot{p}^{FK} = -p^{FK}\Bigg[f'(k)(1+\alpha)\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(O)f(k))^{\varepsilon}} - ul\right)(1-a) -$$

$$-\delta(1-am)(1+\beta) - i_S'(\beta-\alpha)\alpha(1-a) - i_S\beta(1-a) - \rho - \sigma\tau\Bigg]$$

Mit Gleichung $(63)^{FK}$ können wir dann mit Hilfe der Gleichungen $(108)^{I}$ - $(111)^{I}$ und Gleichung $(65)^{FK}$ für die Wachstumsratengleichung der Ausschüttung schreiben:

$$(112)^{FK} \quad \left(\frac{\dot{\tilde{D}}}{\tilde{D}}\right)^{FK} = \frac{1}{\sigma}\Bigg[f'(k)(1+\alpha)\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(O)f(k))^{\varepsilon}} - ul\right)(1-a) -$$

$$-\delta(1-am)(1+\beta) - i_S'(\beta-\alpha)\alpha(1-a) - i_S\beta(1-a) - \rho - \sigma\tau\Bigg]$$

Analog den Gleichungen $(113)^{I}$ und $(114)^{I}$ können wir $(48)^{FK}$ und $(112)^{FK}$ wiederum formulieren als:

---

1) Vgl. zur Herleitung den Anhang IV zu A.1. auf S. 339 f.

$$(113)^{FK} \quad \emptyset_1^{FK} = f(k)\left(\frac{1}{(L(O)f(k))^{\varepsilon}} - ul\right)(1-a) - \delta k_E(1+\alpha)(1-am) -$$

$$-\tau k_E - w(O)(1-a) - i_S\left(\frac{k_f}{k_E}\right)k_f(1-a) - \tilde{D}$$

bzw.

$$(114)^{FK} \quad \emptyset_2^{FK} = \frac{1}{\sigma}\Bigg[f'(k)(1+\alpha)\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(O)f(k))^{\varepsilon}} - ul\right)(1-a) -$$

$$-\delta(1-am)(1+\beta) - i_S'(\beta-\alpha)\alpha(1-a) - i_S\beta(1-a) - \rho - \sigma\tau\Bigg]$$

Für die Zunahme der maximal möglichen Ausschüttung bei Erhöhung des Kapitalstocks um eine Einheit Eigenkapital ergibt sich aus Gleichung $(113)^{FK}$:

$$(117)^{FK} \quad \left.\frac{d\tilde{D}}{dk_E}\right|_{\emptyset_1^{FK}=0} = f'(k)(1+\alpha)\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(O)f(k))^{\varepsilon}} - ul\right)(1-a) -$$

$$-\delta(1-am)(1+\beta) - \tau - i_S'(\beta-\alpha)\alpha(1-a) - i_S\beta(1-a)$$

Daraus folgt für den Kapitalstock maximaler Ausschüttung bei Einbezug der Möglichkeit der Fremdkapitalaufnahme:[1)]

$$(118)^{FK} \quad k := \tilde{k}^{FK}, \quad \text{wenn}$$

$$f'(\tilde{k}^{FK})(1+\alpha)\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(O)f(\tilde{k}^{FK}))^{\varepsilon}} - ul\right)(1-a) = \delta(1-am)(1+\beta) +$$

$$+ i_S'(\beta-\alpha)\alpha(1-a) + i_S\beta(1-a) + \tau$$

Für den steady-state Kapitalstock bei Einbezug der Möglichkeit der Fremdkapitalaufnahme folgt aus Gleichung $(114)^{FK}$:[2)]

---

1) Natürlich ist damit wegen $k = k_E(1+\alpha)$ auch der Eigenkapitalstock maximaler Ausschüttung festgelegt.

2) Auch hier gilt, daß mit k^{*FK} wegen $k = k_E(1+\alpha)$ auch der steady-state Eigenkapitalstock festgelegt ist.

(122)^{FK} $k:=k^{*FK}$, wenn

$$f'(k^{*FK})(1+\alpha)\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(0)f(k^{*FK}))^{\varepsilon}}-ul\right)(1-a) = \delta(1-am)(1+\beta)+$$

$$+i_S'(\beta-\alpha)\alpha(1-a)+i_S\beta(1-a)+\rho+\sigma\tau$$

D.h. der steady-state Kapitalstock ist dann erreicht, wenn infolge der Veränderung des Eigenkapitals das Nettowertgrenzprodukt des Kapitals abzüglich der Nettogrenzvorleistungskosten bei Produktion mit Eigen- und Fremdkapital gleich ist den Nettogrenzkosten des Kapitalverschleißes $[\delta(1+\beta)(1-am)]$, den Kosten, die durch ein Verschieben des Konsums in spätere Zeitperioden bei einer Zeitpräferenzrate ρ, einer Grenznutzenelastizität der Ausschüttung (für Konsumzwecke) σ und einer Wachstumsrate des technischen Fortschritts τ entstehen $[\rho+\sigma\tau]$, und den Nettogrenzkosten der Fremdkapitalfinanzierung $[i_S\beta(1-a)+i_S'(\beta-\alpha)\alpha(1-a)]$. Für den kritischen bzw. maximalen Kapitalstock bei Einbezug der Möglichkeit der Fremdkapitalaufnahme ergibt sich mit Gleichung (113)^{FK}:

(120)^{FK}

$$\tilde{D}(k^{krit\ FK}) = f(k^{krit\ FK})\left(\frac{1}{(L(0)f(k^{krit\ FK}))^{\varepsilon}}-ul\right)(1-a)-$$

$$-\delta k_E^{krit\ FK}(1+\alpha)(1-am)-\tau k_E^{krit\ FK}-w(0)(1-a)-i_S\left(\frac{k_f}{k_E^{krit\ FK}}\right)k_f\cdot$$

$$\cdot(1-a) = 0$$

bzw.

(121)^{FK}

$$\tilde{D}(k^{max\ FK}) = f(k^{max\ FK})\left(\frac{1}{(L(0)f(k^{max\ FK}))^{\varepsilon}}-ul\right)(1-a)-\delta k_E^{max\ FK}$$

$$\cdot(1+\alpha)(1-am)-\tau k_E^{max\ FK}-w(0)(1-a)-i_S\left(\frac{k_f}{k_E^{max\ FK}}\right)k_f(1-a) = 0$$

2. Vergleich von optimalem Pfad, steady-state Ausschüttung und steady-state Kapitalstock, kritischem und maximalem Kapitalstock sowie dem Kapitalstock maximaler Ausschüttung mit und ohne Fremdkapitalaufnahmemöglichkeit

a) Vergleich der Kurve des in der Zeit unveränderten Kapitaleinsatzes mit und ohne Fremdkapitalaufnahmemöglichkeit

Aus den Gleichungen $(113)^{I}$ und $(113)^{FK}$ folgt:[1]

(1) $\quad \emptyset_1^{FK} = 0 \gtreqless \emptyset_1^{T_G} = 0$, wenn

$$f(k)\left(\frac{1}{(L(0)f(k))^{\varepsilon}} - ul\right)(1-a) - (\delta(1-am) + i_S(1-a))k_f \gtreqless f(k_E)$$

$$\left(\frac{1}{(L(0)f(k_E))^{\varepsilon}} - ul\right)(1-a)$$

Wenn der Nettoerlös abzüglich der Nettovorleistungskosten bei Produktion mit Eigen- und Fremdkapital, vermindert um die Nettoverschleiß- und Nettofinanzierungskosten des eingesetzten Fremdkapitals, größer, gleich oder kleiner ist als der Nettoerlös abzüglich der Nettovorleistungskosten bei ausschließlicher Produktion mit Eigenkapital, liegt die Kurve des in der Zeit unveränderten Kapitaleinsatzes bei Fremdkapitalaufnahmemöglichkeit über der bei ausschließlicher Selbstfinanzierung, ist identisch mit ihr bzw. liegt unter ihr.[2]

---

1) Vgl. zur Herleitung den Anhang zu A.2. auf S. 340 f.

2) α wird im folgenden als größer null angenommen, da für $\alpha = 0$ folgt: $k = k_E$ und $k_f = 0$ und somit $\emptyset_1^{FK} = 0 = \emptyset_1^{T_G} = 0$ gilt.

b) Vergleich der Veränderung der Ausschüttung bei Veränderung des Eigenkapitaleinsatzes mit und ohne Fremdkapitalaufnahmemöglichkeit

Mit Gleichung $(117)^{FK}$ und Gleichung $(117)^{I}$ gilt:[1]

(2) $$\left.\frac{d\tilde{D}}{dk_E}\right|_{\emptyset_1^{FK}=0} \gtreqless \left.\frac{d\tilde{D}}{dk_E}\right|_{\emptyset_1^{TG}=0} \quad , \quad \text{wenn}$$

$$f'(k)(1+\alpha)\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(O)f(k))^{\varepsilon}}-ul\right)(1-a)-f'(k_E)\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(O)f(k_E))^{\varepsilon}}-ul\right)$$

$$\cdot(1-a) \gtreqless \delta(1-am)\beta+i_S'(\beta-\alpha)\alpha(1-a)+i_S\beta(1-a)$$

Die Veränderung der Ausschüttung bei Veränderung des Eigenkapitaleinsatzes ist bei Einbezug der Möglichkeit der Fremdkapitalaufnahme größer, gleich oder kleiner als ohne Fremdkapitalaufnahmemöglichkeit, wenn die Differenz zwischen dem Nettowertgrenzprodukt des Kapitals abzüglich der Nettogrenzvorleistungskosten bei Einsatz von Fremdkapital gegenüber dem Nettowertgrenzprodukt des Kapitals abzüglich der Nettogrenzvorleistungskosten bei ausschließlicher Selbstfinanzierung größer, gleich oder kleiner ist als die durch den Fremdkapitaleinsatz verursachten Nettogrenzkosten des Kapitalverschleißes und der Fremdkapitalaufnahme.

c) Vergleich des Kapitalstocks maximaler Ausschüttung mit und ohne Fremdkapitalaufnahmemöglichkeit

Aus den Gleichungen $(118)^{FK}$ und $(118)^{I}$ folgt:[2]

---

1) Vgl. zur Herleitung S. 341 f.
2) Vgl. zur Herleitung S. 342.

(3) $\quad \tilde{k}^{FK} \gtreqless \tilde{k}_E^{T_G}$, je nachdem, ob

$$\alpha f'(\tilde{k}^{FK})\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(0)f(\tilde{k}^{FK}))^{\varepsilon}}-ul\right)(1-a) \gtreqless \delta(1-am)\beta+i_S'(\beta-\alpha)\alpha(1-a)+$$

$$+i_S\beta(1-a)$$

Je nachdem, ob das Nettowertgrenzprodukt der α-Teile zusätzlich eingesetzten Fremdkapitals[1] abzüglich der Nettogrenzkosten der Vorleistungen größer, gleich oder kleiner ist als die durch den Fremdkapitaleinsatz verursachten Nettogrenzkosten des Kapitalverschleißes und der Fremdkapitalaufnahme, ist der Kapitalstock maximaler Ausschüttung bei Fremdkapitalaufnahme größer, gleich oder kleiner als der bei ausschließlicher Selbstfinanzierung.

d) <u>Vergleich der steady-state Kapitalstöcke mit und ohne Fremdkapitalaufnahmemöglichkeit</u>

Mit den Gleichungen $(122)^{FK}$ und $(122)^{I}$ gilt:[2]

(4) $\quad k^{*FK} \gtreqless k_E^{*T_G}$, wenn

$$\alpha f'(k^{*FK})\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(0)f(k^{*FK}))^{\varepsilon}}-ul\right)(1-a) \gtreqless \delta(1-am)\beta+i_S'(\beta-\alpha)\alpha(1-a)+$$

$$+i_S\beta(1-a)$$

Der steady-state Kapitalstock bei Fremdkapitalaufnahmemöglichkeit ist größer, gleich oder kleiner als der bei ausschließlicher Selbstfinanzierung, wenn das Nettowertgrenzprodukt der α-Teile zusätzlich eingesetzten Fremdkapitals (deren Einsatz durch Erhöhung des Eigenkapitals um eine Einheit ermöglicht wurde) abzüglich der Nettogrenzkosten der Vorleistungen größer,

1) Deren Einsatz durch Erhöhung des Eigenkapitals um eine Einheit ermöglicht wurde; vgl. hierzu S. 340 Fußnote 1.
2) Vgl. zur Herleitung S. 343.

gleich oder kleiner ist als die durch den Fremdkapitaleinsatz verursachten Nettogrenzkosten des Kapitalverschleißes und der Fremdkapitalaufnahme.

e) <u>Vergleich der kritischen Kapitalstöcke mit und ohne Fremdkapitalaufnahmemöglichkeit</u>

Mit den Gleichungen $(120)^{FK}$ und $(120)^{I}$ gilt:[1)]

$$(5) \qquad k^{krit\ FK} \lesseqgtr k_E^{krit\ ^TG}\text{, wenn}$$

$$f(k^{krit\ FK})\left(\frac{1}{(L(O)f(k^{krit\ FK}))^{\varepsilon}}-ul\right)(1-a)-(\delta(1-am)+$$

$$+i_S(1-a))k_f \gtreqless f(k_E^{krit\ ^TG})\left(\frac{1}{(L(O)f(k_E^{krit\ ^TG}))^{\varepsilon}}-ul\right)(1-a)$$

Je nachdem, ob der Nettoerlös abzüglich der Nettovorleistungskosten bei Produktion mit Eigen- und Fremdkapital, vermindert um die Nettoverschleiß- und Nettofinanzierungskosten des eingesetzten Fremdkapitals, größer, gleich oder kleiner ist als der Nettoerlös bei ausschließlicher Produktion mit Eigenkapital, ist der kritische Kapitalstock bei Fremdkapitalaufnahmemöglichkeit kleiner, gleich oder größer als der bei ausschließlicher Selbstfinanzierung.

f) <u>Vergleich der maximalen Kapitalstöcke mit und ohne Fremdkapitalaufnahmemöglichkeit</u>

Aus den Gleichungen $(121)^{FK}$ und $(121)^{I}$ folgt:[2)]

---

1) Vgl. im Anhang S. 343 f.

2) Der Beweis ist analog dem für $k^{krit\ FK}$, $k_E^{krit\ ^TG}$ auf S. 343 f. im Anhang erbrachten, nur kehren sich wegen $f''(k_E) < 0$ (vgl. Gleichung $(5)^{I}$ bzw. $(17)^{I}$) die Ungleichheitszeichen um.

(6) $\quad k^{\max FK} \gtreqless k_E^{\max T_G}$, wenn

$$f(k^{\max FK})\left(\frac{1}{(L(O)f(k^{\max FK}))^{\varepsilon}} - ul\right)(1-a) - (\delta(1-am) +$$

$$+ i_S(1-a))k_f \gtreqless f(k_E^{\max T_G})\left(\frac{1}{(L(O)f(k_E^{\max T_G}))^{\varepsilon}} - ul\right)(1-a)$$

Je nachdem, ob der Nettoerlös abzüglich der Nettovorleistungskosten bei Produktion mit Eigen- und Fremdkapital, vermindert um die Nettoverschleiß- und Nettofinanzierungskosten des eingesetzten Fremdkapitals, größer, gleich oder kleiner ist als der Nettoerlös bei ausschließlicher Produktion mit Eigenkapital, ist der maximale Eigenkapitalstock bei Fremdkapitalaufnahmemöglichkeit größer, gleich oder kleiner als der bei ausschließlicher Selbstfinanzierung.

Für die nachfolgende Zeichnung wollen wir der Einfachheit halber annehmen, daß $\beta = \alpha$ gilt. Gemäß Fußnote 1 auf S. 239 kann man dann die Voraussetzung für die Aufnahme von Fremdkapital wie folgt schreiben:

(7)

$$f'(k^O)(1+\alpha)\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(O)f(k^O))^{\varepsilon}} - ul\right)(1-a) - \delta(1-am)(1+\alpha) > i_S\alpha(1-a)$$

Definieren wir:

(8) $\quad k := k^I$, wenn $f'(k^I)(1+\alpha)\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(O)f(k^I))^{\varepsilon}} - ul\right)(1-a) -$

$$-\delta(1-am)(1+\alpha) = i_S\alpha(1-a)$$

und setzen $\beta = \alpha$ in Gleichung $(118)^{FK}$ ein:

(9) $k := \tilde{k}^{FK}$, wenn

$$f'(\tilde{k}^{FK})(1+\alpha)\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(O)f(\tilde{k}^{FK}))^{\varepsilon}} - ul\right)(1-a) - \delta(1-am)(1+\alpha) = i_S\alpha(1-a)+\tau$$

dann muß gelten:

$$f'(\tilde{k}^{FK}) > f'(k^I)$$

(10) oder

$$\tilde{k}^{FK} < k^I$$

D.h. der Kapitalstock maximaler Ausschüttung bei Produktion mit Eigen- und Fremdkapital $\tilde{k}^{FK}$ ist kleiner als der Kapitalstock k^I, für den das Nettowertgrenzprodukt des Fremdkapitals (bei Produktion mit Eigen- und Fremdkapital) abzüglich der Nettogrenzkosten der Vorleistungen und der Nettogrenzkosten des Kapitalverschleißes gleich ist den Nettogrenzkosten der Fremdkapitalaufnahme.

Schreiben wir Gleichung (9) als:

(11) $$f'(\tilde{k}^{FK})\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(O)f(\tilde{k}^{FK}))^{\varepsilon}} - ul\right)(1-a) - \delta(1-am) - \tau +$$

$$+\alpha\left[f'(\tilde{k}^{FK})\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(O)f(\tilde{k}^{FK}))^{\varepsilon}} - ul\right)(1-a) - \delta(1-am) - i_S(1-a)\right] = 0$$

so sehen wir, daß für $\alpha \neq 0$ gilt:

(12)

(a) $\tilde{k}^{FK} = \tilde{k}_E^{T_G}$ wenn $\tau = i_S\left(\frac{\tilde{k}_f^{FK}}{\tilde{k}_E^{FK}}\right)(1-a)$

(b) $\tilde{k}^{FK} > \tilde{k}_E^{T_G}$ wenn $\tau > i_S\left(\frac{\tilde{k}_f^{FK}}{\tilde{k}_E^{FK}}\right)(1-a)$

(c) $\tilde{k}^{FK} < \tilde{k}_E^{T_G}$ wenn $\tau < i_S\left(\frac{\tilde{k}_f^{FK}}{\tilde{k}_E^{FK}}\right)(1-a)$

Unterstellen wir für die Zeichnung die Gültigkeit von (a), so folgt, da $\rho + \sigma\tau > \tau$ gelten soll,[1] wegen:[2]

(13)

$$f'(k^{*FK})\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(0)f(k^{*FK}))^{\varepsilon}} - ul\right)(1-a)+\alpha\left[f'(k^{*FK})\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(0)f(k^{*FK}))^{\varepsilon}} - ul\right)\cdot\right.$$

$$\left.\cdot(1-a)-\delta(1-am)-i_S(1-a)\right] = f'(k_E^{*T_G})\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(0)f(k_E^{*T_G}))^{\varepsilon}} - ul\right)(1-a)$$

daß:

$$f'(k^{*FK}) < f'(k_E^{*T_G})$$

(14) oder

$$k^{*FK} > k_E^{*T_G}$$

D.h. der steady-state Kapitalstock $k^{*FK} = (k_E^* + k_f^*)^{FK}$ ist größer als der ohne Fremdkapitalaufnahmemöglichkeit $k_E^{*T_G}$, wobei jedoch k_E^{*FK} (durchaus) kleiner als $k_E^{*T_G}$ sein kann. Je kleiner bei gegebenem Verschuldungskoeffizienten der Sollzinssatz ist, um so eher wird jedoch $k_E^{*FK} > k_E^{*T_G}$ sein können. Würde der Klammerausdruck in Gleichung (13) null sein, so folgte: $k^{*FK} = k_E^{*T_G}$ und somit $k_E^{*FK} < k_E^{*T_G}$. Der steady-state Kapitalstock wäre also in diesem Falle mit und ohne Fremdkapitalaufnahmemöglichkeit gleich, und somit wäre der steady-state Eigenkapitalstock mit Sicherheit bei Fremdkapitalaufnahmemöglichkeit kleiner als ohne.

---

1) Vgl. Gleichung $(92)^{I}$ auf S. 40.
2) Vgl. Gleichung (19) des Anhangs zu Kapitel IV auf S. 343.

Betrachten wir Gleichung (2), so gilt für den Vergleich der Veränderung der Ausschüttung bei Veränderung des Eigenkapitalstocks mit und ohne Fremdkapitalaufnahmemöglichkeit bei (a):

$$\left.\frac{d\tilde{D}}{dk_E}\right|_{\emptyset_1^{FK}=0} > \left.\frac{d\tilde{D}}{dk_E}\right|_{\emptyset_1^{T_G}=0} \qquad \text{für} \quad k < \tilde{k}^{FK}$$

$$(15) \qquad \left.\frac{d\tilde{D}}{dk_E}\right|_{\emptyset_1^{FK}=0} = \left.\frac{d\tilde{D}}{dk_E}\right|_{\emptyset_1^{T_G}=0} \qquad \text{für} \quad k = \tilde{k}^{FK}$$

$$\left.\frac{d\tilde{D}}{dk_E}\right|_{\emptyset_1^{FK}=0} < \left.\frac{d\tilde{D}}{dk_E}\right|_{\emptyset_1^{T_G}=0} \qquad \text{für} \quad k > \tilde{k}^{FK}$$

Da der Nettogrenzgewinn des produktiven Fremdkapitaleinsatzes für $k < k^I$ größer null ist, gilt für Gleichung (1):

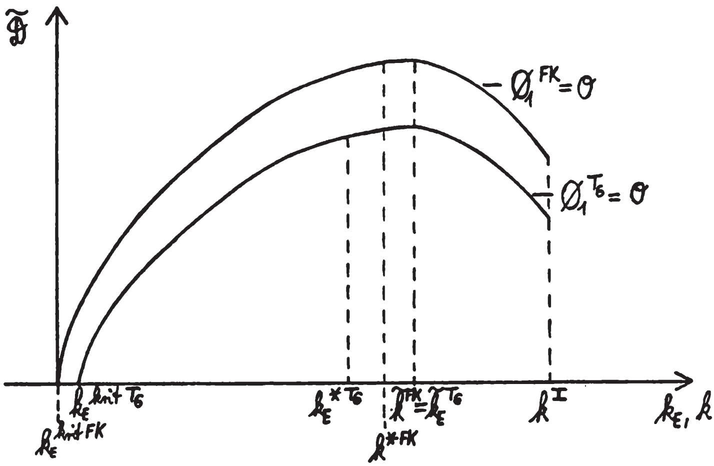
$$(16) \qquad \emptyset_1^{FK} = 0 \; > \; \emptyset_1^{T_G} = 0 \qquad \text{für} \quad k < k^I$$

Weil unser Interesse vor allem Anfangskapitalstöcken, die kleiner als der steady-state Kapitalstock sind, gilt,[1] begnügen wir uns mit der Einzeichnung des Diagramms für Kapitalstockwerte $k \leq k^I$. Mit den Gleichungen (7) und (16)[2] und der Erhöhung des zukünftigen Nutzens, der durch eine zusätzliche Einheit Eigenkapital im Zeitpunkt 0, da die Einbehaltung des Gewinnes bei einer vom Eigenkapital abhängigen Fremdkapitalaufnahme einen zusätzlichen Nutzen in Form der zusätzlich möglichen Kreditaufnahme stiftet, begründet wird,[3] kann man für den Vergleich mit und ohne Fremdkapitalaufnahmemöglichkeit folgendes $\tilde{D}$, k_E-Diagramm zeichnen:

---

1) Vgl. Fußnote 2 auf S. 20.
2) Wobei für Gleichung (12) Fall (a) unterstellt ist.
3) Dies ist wegen des positiven Nettogrenzgewinnes des Fremdkapitals gemäß den Gleichungen (7) - (10) auf S. 248 f. der Fall.

Abb. 27:



B. Optimale Ausschüttungs- und Investitionspolitik bei verschiedenen Annahmen über die Nutzenfunktion

1. Bei Gültigkeit von $0 < \sigma < 1$ für die Grenznutzenelastizität

Für die bisher erzielten Ergebnisse optimaler Ausschüttungs- und Investitionspolitik war unterstellt worden, daß die Nutzenfunktion der Ausschüttung homogen vom Grade $1-\sigma$ in D und die Grenznutzenelastizität σ größer als null, aber kleiner eins sei.[1] Die Grenznutzenfunktion ist somit homogen vom Grade $-\sigma$[2] und läßt sich beispielsweise so schreiben:

$$(17) \qquad U'(D) = D^{-\sigma}$$

Durch Integration erhalten wir:

$$(18) \qquad U(D) = \frac{D^{1-\sigma}}{1-\sigma} + A$$ [3]

2. <u>Bei Gültigkeit von $\sigma = 0$ für die Grenznutzenelastizität</u>

Nehmen wir an, daß $\sigma = 0$ sei, dann gilt:

$$(19) \qquad U'(D) = D^0 = 1$$

Durch Integration erhalten wir hieraus:

$$(20) \qquad U(D) = D + B$$ [4]

Da die Nutzenfunktion homogen vom Grade $1-\sigma$ ist, $\sigma = 0$ und $\tilde{D}(t) = e^{-\tau t}L^{-1}(0)D(t)$[5] ist, gilt für die Beziehung zwischen der Nutzenfunktion in D und der in $\tilde{D}$:

$$(21) \qquad U(D) = U(\tilde{D}e^{\tau t}L(0)) = e^{\tau t}L(0)U(\tilde{D})$$ [6]

oder mit Gleichung (20):

$$(21') \qquad D = e^{\tau t}L(0)\tilde{D}$$

---

1) Vgl. S. 25.
2) Vgl. etwa YAMANE, T.: Mathematics for economists, Englewood Cliffs, New Jersey 1968, S. 164 f.
3) Es wird $A = 0$ unterstellt.
4) Es wird $B = 0$ unterstellt.
5) Vgl. Gleichung $(49)^{I}$ auf S. 25.
6) Für $0 < \sigma < 1$ gilt entsprechend: $U(D) = (e^{\tau t}L(0))^{1-\sigma}U(\tilde{D})$ (vgl. Gleichung $(61)^{I}$ und Fußnote 2 auf S. 28).

Damit läßt sich das Zielfunktional nun schreiben:[1)]

(22) $$\max J'' = L(0)\int_0^T \tilde{D} e^{(\tau-\rho)t} dt + S^O(k_E(T))e^{-\rho T}$$

Für die "current-value" Hamilton-Funktion und die notwendigen Bedingungen für deren Optimum erhalten wir dann:[2)]

(23) $$H = \tilde{D} + p\left[f(k_E)\left(\frac{1}{(L(0)f(k_E))^{\varepsilon}} - ul\right)(1-a) - \delta(1-am)k_E - \tau k_E - w(0)(1-a) - \tilde{D}\right]$$

(24) $$\frac{\delta H}{\delta \tilde{D}} = 1 - p = 0$$

(25) $$\dot{k}_E = f(k_E)\left(\frac{1}{(L(0)f(k_E))^{\varepsilon}} - ul\right)(1-a) - \delta(1-am)k_E - \tau k_E - w(0)(1-a) - \tilde{D}$$

(26)[3)] $$\dot{p} = -p\left[f'(k_E)\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(0)f(k_E))^{\varepsilon}} - ul\right)(1-a) - \delta(1-am) - \rho\right]$$

(27) $$p(T) = \frac{\delta S^O}{\delta k_E}(T)$$

Aus Gleichung (24) folgt, daß nur bei $p = 1$ Ausschüttung und Investition gleichzeitig stattfinden. Gilt dagegen $p > 1$, so ist $\frac{\delta H}{\delta \tilde{D}} = 1 - p < 0$, d.h. die Hamilton-Funktion fällt mit

---

1) Vgl. Gleichung $(61')^{I}$, S. 28.
2) Wir betrachten das Modell mit der Gewinnsteuer ohne Abzugsfähigkeit der Ausschüttung von deren Bemessungsgrundlage (Gewinnsteuer T_G); vgl. S. 16 ff.
3) Vgl. zur Herleitung S. 344 f.

zunehmender Ausschüttung, oder anders formuliert, sie wird maximiert durch die Minimierung der Ausschüttung. Existiert keine Beschränkung für das Ausschüttungsminimum, so ist $\tilde{D} = 0$ für $p > 1$. Wenn $p < 1$ ist, dann gilt $\frac{\delta H}{\delta \tilde{D}} = 1 - p > 0$, d.h. die Hamilton-Funktion steigt mit zunehmender Ausschüttung, d.h. sie wird maximiert durch die Maximierung der Ausschüttung, somit ist die Erhöhung des Kapitalstocks in der Zeit null für $p < 1$. Diese Lösung vom bang-bang-Typ[1] kommt zustande, weil, wie aus Gleichung (23) ersichtlich, die Hamilton-Funktion linear in $\tilde{D}$ ist; sie lautet noch einmal zusammengefaßt:

$$(28)\quad \tilde{D}^* = \begin{bmatrix} 0 \\ \tilde{D}(t) \\ f(k_E)\left(\frac{1}{(L(0)\,f(k_E))^{\varepsilon}} - ul\right)(1-a) - \tau k_E - w(0)(1-a) \end{bmatrix}, \text{ wenn } p \begin{bmatrix} > \\ = \\ < \end{bmatrix} 1$$

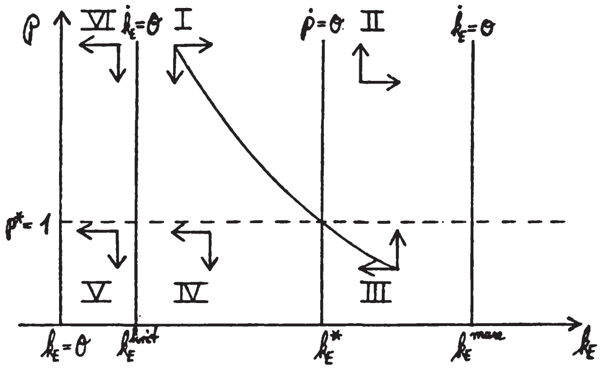
Mit Gleichung (26) folgt für $p \neq 0$ für den steady-state Kapitalstock:

$$(29)\qquad f'(k_E^*)\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(0)\,f(k_E^*))^{\varepsilon}} - ul\right)(1-a) = \delta(1-am)+\rho$$

Kennzeichnen wir wiederum mit k_E^{krit} bzw. k_E^{max} den kleinsten bzw. größten Kapitalstock, für den der Nettogewinn null ist, so läßt sich mit den bisherigen Informationen folgendes p, k_E-Diagramm erstellen:

1) Vgl. INTRILIGATOR, M.D.: a.a.O., S. 358.

Abb. 28:



Die Bewegung der Differentialgleichungen wollen wir wieder mit Vektoren kennzeichnen und die Quadranten mit I - VI numerieren, wobei die Ziffern I - IV in Übereinstimmung mit dem p, k_E-Diagramm auf S. 40 gewählt sind.

Für den Quadranten I gilt, da p > 1, daß $\tilde{D}^* = 0$.[1] D.h. solange $k_E^{krit} < k_E(0) < k_E^*$, ist es (sofern keine Minimalausschüttungsbedingung gegeben ist), optimal, keine Dividende auszuschütten und den Nettogewinn voll zu investieren. Somit ist in diesem Quadranten $\dot{k}_E > 0$, und da der Nettowertgrenzerlös des Kapitals größer als die Nettogrenzkosten[2] ist, fällt der Schattenpreis p des Kapitals.

Im Quadranten II ist wegen p > 1 wiederum die Ausschüttung null und der Nettogewinn wird vollständig investiert, d.h. $\dot{k}_E > 0$. Da $k_E^* < k_E < k_E^{max}$, ist der Nettowertgrenzerlös des Kapitals kleiner als die Nettogrenzkosten, d.h. der Klammerausdruck der

---

1) Vgl. Gleichung (28) auf S. 255.
2) Im folgenden wird der Begriff Nettogrenzkosten gebraucht für die Summe aus Nettogrenzkosten des Vorleistungseinsatzes, Nettogrenzkosten des Kapitalverschleißes und den Kosten des Verschiebens des Konsums in spätere Zeitperioden.

$\frac{\dot{p}}{p}$ - Gleichung ist negativ, somit $\frac{\dot{p}}{p}$ positiv, der Schattenpreis des Kapitals steigt.

Im Quadranten III ist $p < 1$, somit folgt aus Gleichung (28), daß $\tilde{D}^*$ gleich dem Nettogewinn zuzüglich den Nettogrenzkosten des Kapitalverschleißes ist. Damit gilt aber auch, daß eine negative Nettoinvestition in Höhe des nichtabzugsfähigen Teils des Kapitalverschleißes vorliegt, d.h. $\dot{k}_E = -\delta(1-am)$, und sofern $am < 1$ ist, ist $\dot{k}_E = -\delta(1-am) < 0$, der Kapitalstock sinkt also. Da $k_E^* < k_E < k_E^{max}$, ist, wie im Quadranten II, der Nettowertgrenzerlös des Kapitals kleiner als die Nettogrenzkosten, d.h. p steigt.

Auch im Quadranten IV ist $p < 1$ und somit mit Gleichung (28) $\tilde{D}^*$ gleich dem Nettogewinn zuzüglich den Nettogrenzkosten des Kapitalverschleißes. Der Kapitalstock sinkt deshalb wieder in Höhe des nichtabzugsfähigen Teils der Abnutzung. Da $k_E^{krit} < k_E < k_E^*$, ist der Nettowertgrenzerlös des Kapitals jedoch größer als die Nettogrenzkosten, der Klammerausdruck der $\frac{\dot{p}}{p}$ - Gleichung ist positiv, und somit gilt, daß p sinkt.

Für den Quadranten V gilt, daß, da $k_E = 0 < k_E < k_E^{krit}$ ist, ein Nettoverlust vorliegt, der, sofern er nicht durch Zuzahlungen kompensiert wird (was unterstellt wird), zu einem Absinken des Kapitalstocks führt. Weil der Nettowertgrenzerlös des Kapitals größer als die Nettogrenzkosten ist, sinkt auch der Schattenpreis p des Kapitals. Dieselben Aussagen wie für den Quadranten V gelten auch für den Quadranten VI.

Gleichgewichtiges Wachstum liegt vor, wenn $\dot{k}_E = 0$ und $\dot{p} = 0$, d.h. es muß gelten:

$$f'(k_E^*)\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(0)f(k_E^*))^{\varepsilon}} - ul\right)(1-a) = \delta(1-am)+\rho$$

(30) $\quad p^* = 1$

$$\tilde{D}^* = f(k_E^*)\left(\frac{1}{(L(0)f(k_E^*))^{\varepsilon}} - ul\right)(1-a) - \delta(1-am)k_E^* - \tau k_E^* - w(o)(1-a)$$

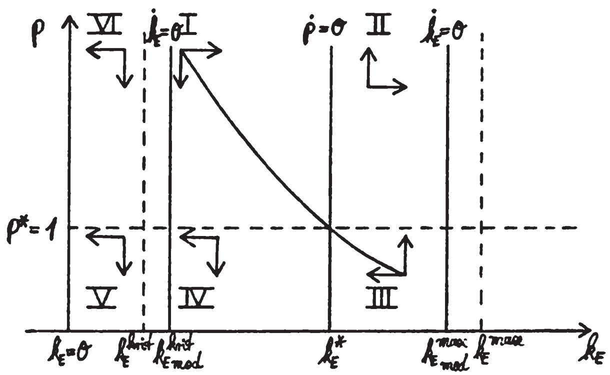
Durch die Einzeichnung der Vektoren wird deutlich, daß der optimale Pfad im p, k_E-Diagramm wiederum durch die Quadranten I und III verlaufen muß. Er existiert für $k_E(0) > k_E^{krit}$ und ist eindeutig für $\rho > \tau$.[1]

Um zu vermeiden, daß bei einem Schattenpreis des Kapitals p, der größer als der Grenznutzen der Ausschüttung, nämlich 1,[2] ist, die Ausschüttung null ist, kann eine Minimalausschüttung $\tilde{D}^{min}$ angenommen werden, die in jedem Falle realisiert werden muß. Die bisherigen Informationen für das p, k_E-Diagramm werden dadurch nur wie folgt modifiziert:

- $k_{E_{mod}}^{krit}$ als kleinster Wert, für den der Nettogewinn die Höhe der Minimalausschüttung hat, ist wegen der Annahmen über die Produktionsfunktion[3] größer als k_E^{krit} (mit Nettogewinn von null).
- $k_{E_{mod}}^{max}$ als größter Wert, für den der Nettogewinn die Höhe der Minimalausschüttung hat, ist wegen der Annahmen über die Produktionsfunktion kleiner als k_E^{max}.

Das p, k_E-Diagramm hat damit für den Fall einer konstanten Minimalausschüttung folgendes Aussehen:

Abb. 29:



1) Vgl. Gleichung $(92)^I$ für $0 < \sigma < 1$.
2) Vgl. Gleichung (19).
3) Vgl. die Gleichungen $(4)^I$, $(5)^I$ bzw. $(16)^I$ und $(17)^I$.

Die kapitalmäßige Eintrittsschranke für die Aufnahme und Weiterführung der Produktion (zumindest auf mittlere Dauer) wird gegenüber dem Fall ohne Minimalausschüttung erhöht.

3. σ strebt gegen die obere Grenze des Wertebereichs ($\sigma \to 1$)

Aus $U(D) = D^{1-\sigma}U(1)$ wird deutlich, daß für $\sigma \to 1$ gilt:

(31) $$U(D) = U(1)$$

D.h. die Nutzenfunktion und mit ihr der Integrand des Zielfunktionals werden unabhängig vom Ausschüttungsstrom, sind konstant. Bei einer mit der Kapitalstockhöhe monoton wachsenden Endbewertungsfunktion $S(K_T)$ bedeutet dies, daß bei endlichem Planungshorizont die Maximierung des Zielfunktionals zur Maximierung des Endvermögens, also praktisch zur Kapitalwertmethode, führt. Für Gesellschafter bzw. Anteilseigner ist dieses Zielfunktional nur dann sinnvoll, wenn sie mit dem gleichen Einheitszinssatz (Soll = Habenzins), mit dem im Produktionsbereich das Optimum erzielt wird, ihr Konsumoptimum realisieren können. Sie können dann nämlich eine durch das Unternehmen nicht erfolgte Ausschüttung, die zu einer mit dem Einheitszinssatz verzinsten Investition führt, durch eine Kreditaufnahme mit dem Einheitszinssatz als Sollzins substituieren. Somit ist das Zielfunktional, das für σ aus dem offenen Einheitsintervall als Abbild der Zielfunktion eines Unternehmens auf dem unvollkommenen Kapitalmarkt konzipiert wurde, auch in der Lage für den Grenzfall einer gegen eins strebenden Grenznutzenelastizität Abbild der Zielfunktion eines Unternehmens auf dem vollkommenen Kapitalmarkt zu sein. Allerdings muß beachtet werden, daß für $\sigma = 1$ in obigem Modell keine Lösung existiert, da die Größe des Ausschüttungs- bzw. Thesaurierungsstroms irrelevant wird.

C. Einbezug von produktionsabhängigen Abschreibungen

1. Optimaler Pfad, steady-state Ausschüttung und steady-state Kapitalstock, kritischer und maximaler Kapitalstock sowie Kapitalstock maximaler Ausschüttung bei kapitalstock- und produktionsabhängiger kalkulatorischer Abschreibung

Bisher hatten wir für die kalkulatorischen Abschreibungen A unterstellt, daß sie nur kapitalstockabhängig seien:

(32) $A(t) = \delta K_E(t)$

d.h. sie bestanden aus dem Produkt des im jeweiligen Zeitpunkt t vorhandenen Eigenkapitalstocks und des konstanten kalkulatorischen Abschreibungssatzes δ.[1] Nun ist es sicherlich realistischer, neben dem Kapitalstock auch die Höhe der Produktion als Ursache für entstandene kalkulatorische Abschreibung miteinzubeziehen. Wir formulieren deshalb die kalkulatorischen Abschreibungen A als konvexe Kombination von kapitalstock- und produktionsabhängigen Abschreibungen:

(33) $A(t) = (1-x)\delta_1 K_E(t) + x\delta_2 F(t)$

mit: $0 \leq x \leq 1$

δ_1 = kalkulatorischer Abschreibungssatz der kapitalstockabhängigen Abschreibung

δ_2 = kalkulatorischer Abschreibungssatz der produktionsabhängigen Abschreibung

Die Bemessungsgrundlage der Gewinnsteuer B^{T_G} eines Monopolisten läßt sich dann wie folgt schreiben:[2]

---

1) Vgl. S. 17.

2) Das Subskript kennzeichnet den Einbezug von kapitalstock- und produktionsabhängiger kalkulatorischer Abschreibung in die Bemessungsgrundlage der Gewinnsteuer T_G(B^{T_G} berücksichtigt dagegen nur die kapitalstockabhängige kalkulatorische Abschreibung; vgl. S. 17)

$$(28)^{T_G}_{mod} \qquad B^{T_G}_{mod} = (F^{1-\varepsilon}e^{\pi t} - wL - ulF - m((1-x)\delta_1 K_E + x\delta_2 F))$$

wobei m der steuerpolitische Parameter ist, der angibt, in welchem Verhältnis der steuerlich zulässige Abschreibungssatz zu dem kalkulatorischen steht.[1] Daraus folgt:[2]

$$(113)^{T_G}_{mod} \qquad \emptyset_1^{mod}(k_E, \tilde{D}) = f(k_E)\left(\frac{1}{(L(O)f(k_E))^{\varepsilon}} - ul\right)(1-a) -$$

$$-\delta_1 k_E(1-x)(1-am) - \delta_2 f(k_E)x(1-am) - \tau k_E - w(O)(1-a) - \tilde{D}$$

$$(114)^{T_G}_{mod} \qquad \emptyset_2^{mod}(k_E) = \frac{1}{\sigma}\left[f'(k_E)\left(\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(O)f(k_E))^{\varepsilon}} - ul\right)(1-a) -\right.\right.$$

$$\left.\left.-\delta_2 x(1-am)\right) - \delta_1(1-x)(1-am) - \rho - \sigma\tau\right]$$

$$(117)^{T_G}_{mod} \qquad \frac{d\tilde{D}}{dk_E}\bigg|_{\emptyset_1^{mod}=0} = f'(k_E)\left(\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(O)f(k_E))^{\varepsilon}} - ul\right)(1-a) -\right.$$

$$\left.-\delta_2 x(1-am)\right) - \delta_1(1-x)(1-am) - \tau$$

$$(118)^{T_G}_{mod} \qquad k_E := \tilde{k}_E^{mod} \quad , \quad \text{wenn } f'(\tilde{k}_E^{mod})\left(\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(O)f(\tilde{k}_E^{mod}))^{\varepsilon}} - ul\right)\cdot\right.$$

$$\left.\cdot(1-a) - \delta_2 x(1-am)\right) = \delta_1(1-x)(1-am) + \tau$$

$$(122)^{T_G}_{mod} \qquad k_E := k_E^{*mod} \quad , \quad \text{wenn } f'(k_E^{*mod})\left(\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(O)f(k_E^{*mod}))^{\varepsilon}} - ul\right)\cdot\right.$$

$$\left.\cdot(1-a) - \delta_2 x(1-am)\right) = \delta_1(1-x)(1-am) + \rho + \sigma\tau$$

---

1) Vgl. S. 17.
2) Zwischenschritte sollen hier, da sie analog dem Modell mit $A = \delta K_E$ durchgeführt werden können, weggelassen werden.

$$(120)^{T_G}_{mod} \quad \tilde{D}(k_E^{krit\ mod}) = f(k_E^{krit\ mod})\left(\frac{1}{(L(0)f(k_E^{krit\ mod}))^{\varepsilon}} -\right.$$

$$\left.-ul\right)(1-a)-\delta_1 k_E^{krit\ mod}(1-x)(1-am)-\delta_2 f(k_E^{krit\ mod})x(1-am)-$$

$$-\tau k_E^{krit\ mod}-w(0)(1-a) = 0$$

$$(121)^{T_G}_{mod} \quad \tilde{D}(k_E^{max\ mod}) = f(k_E^{max\ mod})\left(\frac{1}{(L(0)f(k_E^{max\ mod}))^{\varepsilon}} -\right.$$

$$\left.-ul\right)(1-a)-\delta_1 k_E^{max\ mod}(1-x)(1-am)-\delta_2 f(k_E^{max\ mod})x(1-am)-$$

$$-\tau k_E^{max\ mod}-w(0)(1-a) = 0$$

Für x = 0 gilt für Gleichung (33) $A = \delta K_E$, d.h. es gibt nur kapitalstockabhängigen Verschleiß; die Gleichungen $(113)^{T_G}_{mod}$, $(114)^{T_G}_{mod}$, $(117)^{T_G}_{mod}$, $(118)^{T_G}_{mod}$, $(122)^{T_G}_{mod}$, $(120)^{T_G}_{mod}$ und $(121)^{T_G}_{mod}$ reduzieren sich dann auf die Gleichungen $(113)^{I}$, $(114)^{I}$, $(117)^{I}$, $(118)^{I}$, $(122)^{I}$, $(120)^{I}$ und $(121)^{I}$.

2. Vergleich von optimalem Pfad, steady-state Ausschüttung und steady-state Kapitalstock, kritischem und maximalem Kapitalstock sowie dem Kapitalstock maximaler Ausschüttung bei kapitalstock- und produktionsabhängiger Abschreibung und ausschließlich kapitalstockabhängiger Abschreibung

a) Der Verlauf der $\emptyset_1(k_E, \tilde{D}) = 0$-Kurve bei kapitalstock- und produktionsabhängiger Abschreibung mit der bei ausschließlich kapitalstockabhängiger Abschreibung

Wenn wir, um den Vergleich durchzuführen, $\delta = \delta_1$ setzen, dann folgt aus den Gleichungen $(113)^{T_G}_{mod}$ bzw. $(113)^I$:[1)]

$$(34) \qquad \emptyset_1^{mod} = 0 \gtreqless \emptyset_1^{T_G} = 0 \;, \quad \text{wenn } \frac{\delta_1}{\delta_2} \gtreqless \frac{f(k_E)}{k_E}$$

Wenn der Quotient aus kalkulatorischem Abschreibungssatz der kapitalstockabhängigen Abschreibung und kalkulatorischem Abschreibungssatz der produktionsabhängigen Abschreibung größer, gleich oder kleiner ist als das Durchschnittsprodukt des Kapitals, liegt die Kurve des in der Zeit unveränderten Kapitaleinsatzes bei kapitalstock- und produktionsabhängiger Abschreibung über der bei ausschließlich kapitalstockabhängiger Abschreibung, ist identisch mit ihr bzw. liegt unter ihr.

b) <u>Vergleich der Veränderung der Ausschüttung bei Veränderung des Kapitaleinsatzes bei kapitalstock- und produktionsabhängiger Abschreibung mit der bei ausschließlich kapitalstockabhängiger Abschreibung</u>

Aus Gleichung $(117)^{T_G}_{mod}$ und Gleichung $(117)^I$ folgt für gleichen Kapitalstock:[2)]

$$(35) \qquad \left.\frac{d\hat{D}}{dk_E}\right|_{\emptyset_1^{mod}=0} \gtreqless \left.\frac{d\hat{D}}{dk_E}\right|_{\emptyset_1^{T_G}=0} \;, \quad \text{wenn } \frac{\delta_1}{\delta_2} \gtreqless f'(k_E)$$

Je nachdem, ob der Quotient aus kapitalstockabhängigem und produktionsabhängigem kalkulatorischem Abschreibungssatz größer, gleich oder kleiner ist als das Grenzprodukt des Kapitals, ist die Veränderung der Ausschüttung bei Veränderung des Kapitaleinsatzes bei der Kurve des in der Zeit unveränderten Kapitaleinsatzes mit kapitalstock- und produktionsabhängiger Abschreibung größer, gleich oder kleiner als bei der mit ausschließlich kapitalstockabhängiger Abschreibung.

---

1) Vgl. zur Herleitung den Anhang zu C.2. auf S. 345.
2) Vgl. zur Herleitung S. 345 f.

c) Vergleich der Kapitalstöcke maximaler Ausschüttung bei kapitalstock- und produktionsabhängiger Abschreibung und ausschließlich kapitalstockabhängiger Abschreibung

Mit Gleichung $(118)^{T_G}_{mod}$ und Gleichung $(118)^{I}$ folgt für den Kapitalstock maximaler Ausschüttung:[1]

$$(36) \qquad \tilde{k}_E^{mod} \gtreqless \tilde{k}_E^{T_G} \;, \quad \text{wenn } \frac{\delta_1}{\delta_2} \gtreqless f'(\tilde{k}_E^{mod})$$

D.h. wenn der Quotient aus kapitalstock- und produktionsabhängigem kalkulatorischem Abschreibungssatz größer, gleich oder kleiner ist als das Grenzprodukt des Kapitals an der Stelle $\tilde{k}_E^{mod}$, dann ist der Kapitalstock maximaler Ausschüttung bei kapitalstock- und produktionsabhängiger Abschreibung größer, gleich oder kleiner als der bei ausschließlich kapitalstockabhängiger Abschreibung. Je größer der Anteil der produktionsabhängigen Abschreibung x an der Gesamtabschreibung ist, desto größer ist bei $\frac{\delta_1}{\delta_2} \gtrless f'(k_E^{mod})$ die absolute Differenz zwischen $\tilde{k}_E^{mod}$ und $\tilde{k}_E^{T_G}$.

d) Vergleich der steady-state Kapitalstöcke bei kapitalstock- und produktionsabhängiger Abschreibung und ausschließlich kapitalstockabhängiger Abschreibung

Aus den Gleichungen $(122)^{T_G}_{mod}$ und $(122)^{I}$ folgt:[2]

$$(37) \qquad k_E^{*mod} \gtreqless k_E^{*T_G} \;, \quad \text{wenn } \frac{\delta_1}{\delta_2} \gtreqless f'(k_E^{*mod})$$

Ist der Quotient aus kapitalstock- und produktionsabhängigem kalkulatorischem Abschreibungssatz größer, gleich oder kleiner als

---

1) Vgl. zur Herleitung S. 346.
2) Vgl. zur Herleitung S. 346.

das Grenzprodukt des Kapitals an der Stelle k_E^{*mod}, dann folgt für den steady-state Kapitalstock bei kapitalstock- und produktionsabhängiger Abschreibung, daß er größer, gleich oder kleiner ist als der bei ausschließlich kapitalstockabhängiger Abschreibung. Auch hier gilt, daß, je größer der Anteil der produktionsabhängigen Abschreibung x an der Gesamtabschreibung ist, desto größer ist bei $\frac{\delta_1}{\delta_2} \gtrless f'(k_E^{*mod})$ die absolute Differenz zwischen k_E^{*mod} und $k_E^{*T_G}$.

e) Vergleich der kritischen Kapitalstöcke bei kapitalstock- und produktionsabhängiger Abschreibung und ausschließlich kapitalstockabhängiger Abschreibung

Aus dem Vergleich von Gleichung $(120)^{T_G}_{mod}$ und $(120)^{I}$ erhält man:[1)]

$$(38) \qquad k_E^{krit\ mod} \lesseqgtr k_E^{krit\ T_G}, \quad \text{wenn } \frac{\delta_1}{\delta_2} \gtrless \frac{f(k_E^{krit\ mod})}{k_E^{krit\ mod}}$$

Wenn der Quotient aus kapitalstock- und produktionsabhängigem kalkulatorischem Abschreibungssatz größer, gleich oder kleiner ist als das Durchschnittsprodukt des Kapitals an der Stelle $k_E^{krit\ mod}$, dann ist der kritische Kapitalstock bei kapitalstock- und produktionsabhängiger Abschreibung kleiner, gleich oder größer als der bei ausschließlich kapitalstockabhängiger Abschreibung.

1) Vgl. zur Herleitung S. 347.

f) Vergleich der maximalen Kapitalstöcke bei kapitalstock- und produktionsabhängiger Abschreibung und ausschließlich kapitalstockabhängiger Abschreibung

Mit $(121)^{T_G}_{mod}$ und $(121)^{I}$ gilt:[1)]

(39) $$k_E^{\max\ mod} \gtreqless k_E^{\max\ T_G}\ ,\quad \text{wenn } \frac{\delta_1}{\delta_2} \gtreqless \frac{f(k_E^{\max\ mod})}{k_E^{\max\ mod}}$$

Ist der Quotient aus kapitalstock- und produktionsabhängigem kalkulatorischem Abschreibungssatz größer, gleich oder kleiner als das Durchschnittsprodukt des Kapitals an der Stelle $k_E^{\max\ mod}$, dann folgt für den maximalen Kapitalstock bei kapitalstock- und produktionsabhängiger Abschreibung, daß er größer, gleich oder kleiner ist als der bei ausschließlich kapitalstockabhängiger Abschreibung.

Unterstellen wir für die Abbildung, daß das Verhältnis von kapitalstockabhängigem und produktionsabhängigem kalkulatorischem Abschreibungssatz gleich dem Grenzprodukt des Kapitals an der Stelle $\tilde{k}_E^{mod}$ ist, so gilt mit Gleichung (36):

(40) $$\tilde{k}_E^{mod} = \tilde{k}_E^{T_G}$$

Da $k_E^{*mod} < \tilde{k}_E^{mod}$ ist, folgt damit[2)] aus Gleichung (37):

(41) $$k_E^{*mod} < k_E^{*T_G}$$

Da wegen der Annahmen über die Produktionsfunktion[2)] gilt, daß das Durchschnittsprodukt des Kapitals größer als das Grenzprodukt ist, folgt aus den Gleichungen (38) und (34):

---

1) Der Beweis kann analog dem für k_E^{krit} auf S. 347 geführten vorgenommen werden; wegen $f''(k_E) < 0$ (vgl. Gleichung $(5)^I$ bzw. $(17)^I$) kehren sich jedoch die Ungleichheitszeichen um.

2) Vgl. die Annahmen über die Produktionsfunktion in den Gleichungen $(4)^I$, $(5)^I$ bzw. $(16)^I$, $(17)^I$.

$$k_E^{krit\ mod} > k_E^{krit\ T_G}$$

(42) bzw.

$$\emptyset_1^{mod} = 0 < \emptyset_1^{T_G} = 0 \text{ für } k_E^{krit\ T_G} < k_E < k_E^{+}, \text{ wobei}$$

$$k_E := k_E^{+}, \text{ wenn } \frac{\delta_1}{\delta_2} = \frac{f(k_E)}{k_E} \text{ gilt.}$$[1]

Ist $k_E^{+} < k_E^{krit\ mod}$, so folgt aus Gleichung (39):

(43) $$k_E^{max\ mod} > k_E^{max\ T_G}$$

Für Gleichung (35) gilt mit dem bisher Gesagten:

$$\left.\frac{d\tilde{D}}{dk_E}\right|_{\emptyset_1^{mod}=0} < \left.\frac{d\tilde{D}}{dk_E}\right|_{\emptyset_1^{T_G}=0} \text{ für } k_E^{krit\ T_G} \leq k_E < \tilde{k}_E^{mod} = \tilde{k}_E^{T_G}$$

(44) $$\left.\frac{d\tilde{D}}{dk_E}\right|_{\emptyset_1^{mod}=0} = \left.\frac{d\tilde{D}}{dk_E}\right|_{\emptyset_1^{T_G}=0} \text{ für } \tilde{k}_E^{mod} = \tilde{k}_E^{T_G}$$

$$\left.\frac{d\tilde{D}}{dk_E}\right|_{\emptyset_1^{mod}=0} > \left.\frac{d\tilde{D}}{dk_E}\right|_{\emptyset_1^{T_G}=0} \text{ für } k_E > \tilde{k}_E^{mod} = \tilde{k}_E^{T_G}$$

Für das Verhältnis der Wachstumsrate der Ausschüttung bei kapitalstock- und produktionsabhängiger Abschreibung zu der bei ausschließlich kapitalstockabhängiger Abschreibung gilt mit den Gleichungen $(114)^{T_G}_{mod}$ und $(114)^{T_G}$:

---

1) Gemäß Gleichung (34) ist dann $\emptyset_1^{mod} = 0 = \emptyset_1^{T_G} = 0$

$$\left(\frac{\dot{\tilde{D}}}{\tilde{D}}\right)^{mod} = \left(\frac{\dot{\tilde{D}}}{\tilde{D}}\right)^{T_G} + \frac{x(1-am)}{\sigma}\left[\delta_1 - f'(k_E)\,\delta_2\right]$$

(45) oder[1]

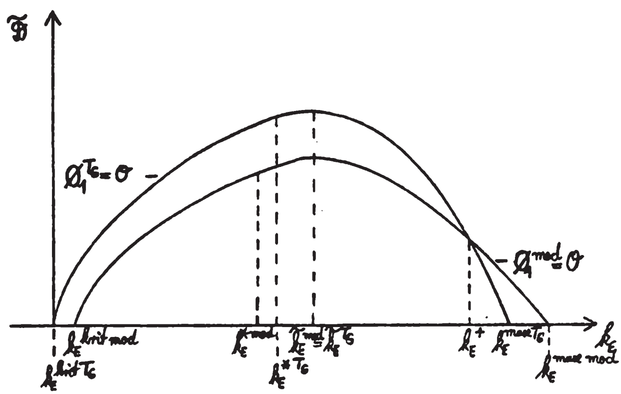
$$\left(\frac{\dot{\tilde{D}}}{\tilde{D}}\right)^{mod} < \left(\frac{\dot{\tilde{D}}}{\tilde{D}}\right)^{T_G} \quad \text{für} \quad k_E < \tilde{k}_E^{mod} = \tilde{k}_E^{T_G}$$

Durch das Sinken des Schattenpreises p(O) des Kapitals gegenüber dem Fall bei ausschließlich kapitalstockabhängiger Abschreibung gilt nun:

(46) $\tilde{D}(O)|^{mod} > \tilde{D}(O)|^{T_G}$

Mit den Gleichungen (34) - (39) sowie den Gleichungen (40) - (46) läßt sich für das $\tilde{D}$, k_E-Diagramm und den Verlauf des optimalen Pfades bei ausschließlich kapitalstockabhängiger bzw. kapitalstock- und produktionsabhängiger Abschreibung folgendes Schaubild zeichnen:

<u>Abb. 31:</u>



1) Vgl. S. 264.

D. Veränderungen des steady-state Kapitalstocks bei Parametervariationen und speziellen Produktionsfunktionen

1. Veränderung des steady-state Kapitalstocks eines Monopolisten mit shiftender Preis-Absatz-Funktion und Cobb-Douglas-Produktionsfunktion bei Parametervariationen

Für den Monopolisten gelte eine linear-homogene Cobb-Douglas-Produktionsfunktion mit Harrod-neutralem technischem Fortschritt, die mit auf 1 normiertem Niveauparameter wie folgt lauten soll:

$$F(t) = (K_E(t))^{\mu}(L(t)e^{\tau t})^{1-\mu} \tag{47}$$

oder

$$\frac{F(t)}{L(t)e^{\tau t}} = \left(\frac{K_E(t)}{L(t)e^{\tau t}}\right)^{\mu} \tag{47'}$$

Mit den Gleichungen $(10)^{I}$ - $(12)^{I}$ läßt sich die Beziehung zwischen Output pro Effizienzeinheit Arbeit und Kapital pro Effizienzeinheit Arbeit in (47') auch formulieren als:

$$f(k_E) = k_E^{\mu}\ , \quad \text{mit } 0 < \mu < 1 \tag{48}$$

wobei $0 < \mu < 1$ und konstant die prozentuale Veränderung des Outputs pro Effizienzeinheit Arbeit angibt, wenn eine prozentuale Veränderung des Kapitaleinsatzes pro Effizienzeinheit Arbeit stattfindet, d.h. μ ist, wenn sowohl Output als auch Kapital in Arbeitseffizienzeinheiten gemessen werden, die konstante Kapitalelastizität des Outputs:

$$\mu = \frac{\frac{\delta f}{f}}{\frac{\delta k_E}{k_E}} \tag{49}$$

Für die Gleichungen $(113)^{I}$ und $(114)^{I}$ folgt mit Gleichung (48):

$$(50)\qquad \dot{k}_E^{\ T_G} = k_E^{\mu}\left(\frac{1}{(L(0)k_E^{\mu})^{\varepsilon}} - ul\right)(1-a) - \delta(1-am)k_E - \tau k_E - w(0)(1-a) - \tilde{D}$$

bzw.

$$(51)\qquad \left(\frac{\dot{\tilde{D}}}{\tilde{D}}\right)^{T_G} = \frac{1}{\sigma}\left[\mu k_E^{\mu-1}\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(0)k_E^{\mu})^{\varepsilon}} - ul\right)(1-a) - \delta(1-am) - \rho - \sigma\tau\right]$$

Der steady-state Kapitalstock ist derjenige Kapitalstock, für den die Wachstumsratengleichung der Ausschüttung null wird.[1] Damit folgt aus Gleichung (51):

$$(52)\qquad \mu(k_E^{*\,T_G})^{\mu-1}\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(0)(k_E^{*\,T_G})^{\mu})^{\varepsilon}} - ul\right)(1-a) = \delta(1-am) + \rho + \sigma\tau$$

oder

$$(52')\qquad k_E^{*\,T_G} = \left[\frac{\mu\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(0)(k_E^{*\,T_G})^{\mu})^{\varepsilon}} - ul\right)(1-a)}{\delta(1-am)+\rho+\sigma\tau}\right]^{\frac{1}{1-\mu}}$$

Variieren wir zunächst den Steuersatz und betrachten die resultierende Veränderung des steady-state Kapitalstocks $k_E^{*\,T_G}$:

1) Vgl. S. 52 und 56.

$$(53)\qquad \frac{\delta k_E^{*{}^{T}G}}{\delta a} = \frac{1}{1-\mu}\left[\frac{\mu\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(0)\,(k_E^{*{}^{T}G})^{\mu})^{\varepsilon}} - ul\right)(1-a)}{\delta(1-am)+\rho+\sigma\tau}\right]^{\frac{1}{1-\mu}-1} \cdot$$

$$\left[\frac{-\mu\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(0)\,(k_E^{*{}^{T}G})^{\mu})^{\varepsilon}} - ul\right)(\delta(1-am)+\rho+\sigma\tau)+\delta m\mu(1-a)\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(0)\,(k_E^{*{}^{T}G})^{\mu})^{\varepsilon}} - ul\right)}{(\delta(1-am)+\rho+\sigma\tau)^2}\right] =$$

$$= \frac{1}{1-\mu}\, k_E^{*{}^{T}G}\left[\frac{-(\delta(1-m)+\rho+\sigma\tau)}{(1-a)\,(\delta(1-am)+\rho+\sigma\tau)}\right]$$

Solange der steuerpolitische Parameter m, der das Verhältnis von steuerlich zulässigem zu kalkulatorischem Abschreibungssatz angibt, kleiner als $1 + \frac{\rho+\sigma\tau}{\delta}$ ist, gilt:

$$(53')\qquad \frac{\delta k_E^{*{}^{T}G}}{\delta a} < 0\ , \quad \text{für} \quad m < 1 + \frac{\rho+\sigma\tau}{\delta}$$

d.h. eine Erhöhung (Senkung) des Steuersatzes führt zu einer Senkung (Erhöhung) des steady-state Kapitalstocks. Nur wenn $m \geq 1 + \frac{\rho+\sigma\tau}{\delta}$ ist, bleibt der stedy-state Kapitalstock bei einer Erhöhung (Senkung) des Steuersatzes unverändert (bei Gültigkeit des "="-Zeichens), bzw. er steigt (sinkt) (bei Gültigkeit des ">"-Zeichens).[1)]

$$(53'')\qquad \frac{\delta k_E^{*{}^{T}G}}{\delta a} \geq 0\ , \quad \text{für} \quad m \geq 1 + \frac{\rho+\sigma\tau}{\delta}$$

Dies ist bei entsprechend "großzügig" bemessenem steuerlichem Abschreibungssatz A_{St}, bei gegebenem kalkulatorischem Abschreibungssatz δ, um so eher möglich, je kleiner ρ, σ und τ sind.

Variieren wir den Monopolgrad ε, so gilt:

---

1) Vgl. hierzu auch die (gleichlautenden) Ergebnisse von S. 160.

$$(54)\qquad \frac{\delta k_E^{*\,T_G}}{\delta \varepsilon} = \frac{1}{1-\mu}\cdot$$

$$\left[\frac{\mu(1-a)\left[(-1)\left(L(O)(k_E^{*\,T_G})^{\mu}\right)^{-\varepsilon} - \ln\left(L(O)(k_E^{*\,T_G})^{\mu}\right)(1-\varepsilon)\cdot\left(L(O)(k_E^{*\,T_G})^{\mu}\right)^{-\varepsilon}\right]}{\delta(1-am)+\rho+\sigma\tau}\right]$$

$$= -\left[\frac{1}{1-\mu}\right] k_E^{*\,T_G} \left[\frac{\left(L(O)(k_E^{*\,T_G})^{\mu}\right)^{-\varepsilon}\left[1+\ln\left(L(O)(k_E^{*\,T_G})^{\mu}\right)(1-\varepsilon)\right]}{\left(L(O)(k_E^{*\,T_G})^{\mu}\right)^{-\varepsilon}(1-\varepsilon)-ul}\right]$$

D.h.

$$(54')\qquad \frac{\delta k_E^{*\,T_G}}{\delta \varepsilon} < 0$$

Je höher der Monopolgrad ε ist, desto stärker sinkt prozentual der Preis, wenn der Output prozentual erhöht wird, folglich muß der steady-state Kapitalstock, für den der Nettowertgrenzerlös des Kapitals abzüglich der Nettogrenzkosten der Vorleistung gleich den Nettogrenzkosten des Kapitals durch Verschleiß zuzüglich der subjektiven Diskontierungsrate und dem Produkt aus technischem Fortschritt und Grenznutzenelastizität der Ausschüttung sein muß, wenn ein ε_1 mit einem steady-state Kapitalstock $(k_E^{*})_{\varepsilon_1}$ erhöht wird, sinken.

Wenn wir die Grenzkosten des Kapitals durch Verschleiß, δ, variieren, folgt:

$$(55) \qquad \frac{\delta k_E^{*T_G}}{\delta(\delta)} = \frac{1}{1-\mu}\left[\frac{\mu\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(0)\,(k_E^{*T_G})^{\mu})^{\varepsilon}} - ul\right)(1-a)}{\delta(1-am)+\rho+\sigma\tau}\right]^{\frac{1}{1-\mu}-1} \cdot$$

$$\cdot\left[\frac{-(1-am)\,\mu\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(0)\,(k_E^{*T_G})^{\mu})^{\varepsilon}} - ul\right)(1-a)}{(\delta(1-am)+\rho+\sigma\tau)^2}\right] = \frac{1}{1-\mu}\,k_E^{*T_G}\left(\frac{-(1-am)}{\delta(1-am)+\rho+\sigma\tau}\right)$$

d.h.

$$(55') \qquad \frac{\delta k_E^{*T_G}}{\delta(\delta)} < 0$$

Steigen (sinken) die Grenzkosten des Kapitals, dann sinkt (steigt) der steady-state Kapitalstock. Diese Reaktion ist unmittelbar einsichtig, da durch das Steigen (Sinken) der Grenzkosten des Kapitals durch Verschleiß der Nettogrenzertrag (definiert als Nettowertgrenzprodukt des Kapitals abzüglich der Nettogrenzkosten der Vorleistungen und abzüglich der Nettogrenzkosten durch Kapitalverschleiß) bei gleichem Kapitalstock k_E geschmälert (vergrößert) wird, werden Investitionen weniger (mehr) lohnend, der steady-state Kapitalstock sinkt (steigt).

Werden bei konstantem kalkulatorischem Abschreibungssatz die Möglichkeiten für die Bemessung des steuerlich zulässigen Abschreibungssatzes sei es durch Modifikation des Abschreibungsverfahrens (Abschreibungssatzfestlegung (oder -änderung) oder Verteilung des zulässigen Abschreibungssatzes in der Zeit) oder sei es durch Modifikation der Abschreibungsbasis variiert, so gilt für die Veränderung des steady-state Kapitalstocks:

(56)
$$\frac{\delta k_E^{*\,T_G}}{\delta m} = \frac{1}{1-\mu}\left[\frac{\mu\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(O)\,(k_E^{*\,T_G})^{\mu})^{\varepsilon}} - ul\right)(1-a)}{\delta(1-am)+\rho+\sigma\tau}\right]^{\frac{1}{1-\mu}-1} \cdot$$

$$\cdot\left[\frac{\delta a\mu\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(O)\,(k_E^{*\,T_G})^{\mu})^{\varepsilon}} - ul\right)(1-a)}{(\delta(1-am)+\rho+\sigma\tau)^2}\right] = \frac{1}{1-\mu}\,k_E^{*\,T_G}\left(\frac{+a\delta}{\delta(1-am)+\rho+\sigma\tau}\right)$$

d.h.

(56')
$$\frac{\delta k_E^{*\,T_G}}{\delta m} > 0$$

Der steady-state Kapitalstock wird größer bei Vergrößerung des steuerlich zulässigen Abschreibungssatzes und/oder der Vergrößerung der Abschreibungsbasis, er wird kleiner, wenn Abschreibungssatz und/oder Abschreibungsbasis verringert werden.

Wenn die subjektive Diskontierungsrate verändert wird, folgt:

(57)
$$\frac{\delta k_E^{*\,T_G}}{\delta \rho} = \frac{1}{1-\mu}\left[\frac{\mu\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(O)\,(k_E^{*\,T_G})^{\mu})^{\varepsilon}} - ul\right)(1-a)}{\delta(1-am)+\rho+\sigma\tau}\right]^{\frac{1}{1-\mu}-1} \cdot$$

$$\cdot\left[\frac{-\mu\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(O)\,(k_E^{*\,T_G})^{\mu})^{\varepsilon}} - ul\right)(1-a)}{(\delta(1-am)+\rho+\sigma\tau)^2}\right] = \frac{1}{1-\mu}\,k_E^{*\,T_G}\left(\frac{-1}{\delta(1-am)+\rho+\sigma\tau}\right)$$

d.h.

(58)
$$\frac{\delta k_E^{*\,T_G}}{\delta \rho} < 0$$

Steigt (sinkt) der subjektive Diskontierungssatz, dann sinkt (steigt) der steady-state Kapitalstock, weil der mit heutigen

Investitionen zukünftig erzielbare Mehrkonsum im Vergleich zum heutigen Konsum weniger (mehr) geschätzt wird.

Verändern wir die Grenznutzenelastizität der Ausschüttung, so ergibt sich:

$$(59)\qquad \frac{\delta k_E^{*\,T_G}}{\delta\sigma} = \frac{1}{1-\mu}\left[\frac{\mu\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(O)\,(k_E^{*\,T_G})^{\mu})^{\varepsilon}} - ul\right)(1-a)}{\delta(1-am)+\rho+\sigma\tau}\right]^{\frac{1}{1-\mu}-1} \cdot$$

$$\cdot\left[\frac{-\tau\mu\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(O)\,(k_E^{*\,T_G})^{\mu})^{\varepsilon}} - ul\right)(1-a)}{(\delta(1-am)+\rho+\sigma\tau)^2}\right] = \frac{1}{1-\mu}\,k_E^{*\,T_G}\left(\frac{-\tau}{\delta(1-am)+\rho+\sigma\tau}\right)$$

D.h.

$$(59')\qquad \frac{\delta k_E^{*\,T_G}}{\delta\sigma} < 0$$

Steigt (sinkt) die Grenznutzenelastizität der Ausschüttung, so wird die Krümmung der Nutzenfunktion der Ausschüttung stärker (schwächer), d.h. desto geringer (größer) ist cet.par. der Grenznutzen höherer zukünftiger Ausschüttungen, und somit sinkt (steigt) der steady-state Kapitalstock.[1)]

Bei Veränderung der exogenen Wachstumsrate des technischen Fortschritts gilt:

$$(60)\qquad \frac{\delta k_E^{*\,T_G}}{\delta\tau} = \frac{1}{1-\mu}\left[\frac{\mu\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(O)\,(k_E^{*\,T_G})^{\mu})^{\varepsilon}} - ul\right)(1-a)}{\delta(1-am)+\rho+\sigma\tau}\right]^{\frac{1}{1-\mu}-1} \cdot$$

$$\cdot\left[\frac{-\sigma\mu\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(O)\,(k_E^{*\,T_G})^{\mu})^{\varepsilon}} - ul\right)(1-a)}{(\delta(1-am)+\rho+\sigma\tau)^2}\right] = \frac{1}{1-\mu}\,k_E^{*\,T_G}\left(\frac{-\sigma}{\delta(1-am)+\rho+\sigma\tau}\right)$$

1) Vgl. hierzu auch S. 71 f.

D.h.

(60') $$\frac{\delta k_E^{*^{T_G}}}{\delta \tau} < 0$$

Mit steigender (sinkender) Wachstumsrate des exogenen technischen Fortschritts sinkt (steigt) der steady-state Kapitalstock k_E^*, da k_E definiert ist als Kapitalstock K_E, dividiert durch die in Effizienzeinheiten gemessene Arbeit, und diese bei größer werdendem τ ebenfalls größer wird.

Wenn der Vorleistungspreis u verändert wird, folgt für die Veränderung des steady-state Kapitalstocks:

(61) $$\frac{\delta k_E^{*^{T_G}}}{\delta u} = \frac{1}{1-\mu}\left[\frac{\mu\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(O)\,(k_E^{*^{T_G}})^{\mu})^{\varepsilon}} - ul\right)(1-a)}{\delta(1-am)+\rho+\sigma\tau}\right]^{\frac{1}{1-\mu}-1} \cdot$$

$$\cdot\left(\frac{-\mu l(1-a)}{\delta(1-am)+\rho+\sigma\tau}\right) = \frac{1}{1-\mu}\, k_E^{*^{T_G}}\left[\frac{-1}{\frac{1-\varepsilon}{(L(O)\,(k_E^{*^{T_G}})^{\mu})^{\varepsilon}} - ul}\right]$$

D.h.

(61') $$\frac{\delta k_E^{*^{T_G}}}{\delta u} < 0$$

Es ist unmittelbar einsichtig, daß bei steigendem (sinkendem) Vorleistungspreis der Nettogrenzgewinn sinkt (steigt) und dadurch die Investition weniger (mehr) lohnend wird.

Bei Variation des notwendigen Vorleistungseinsatzes pro Ausbringungseinheit, $l = \frac{M}{F}$, ergibt sich:

$$(62)\qquad \frac{\delta k_E^{*^TG}}{\delta l} = \frac{1}{1-\mu}\left[\frac{\mu\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(O)\,(k_E^{*^TG})^{\mu})^{\varepsilon}} - ul\right)(1-a)}{\delta(1-am)+\rho+\sigma\tau}\right]^{\frac{1}{1-\mu}-1} \cdot$$

$$\cdot\left(\frac{-\mu u(1-a)}{\delta(1-am)+\rho+\sigma\tau}\right) = \frac{1}{1-\mu}\,k_E^{*^TG}\left[\frac{-u}{\frac{1-\varepsilon}{(L(O)\,(k_E^{*^TG})^{\mu})^{\varepsilon}} - ul}\right]$$

d.h.

$$(62')\qquad \frac{\delta k_E^{*^TG}}{\delta l} < 0$$

Auch dieses Ergebnis, daß bei steigendem (sinkendem) mengenmäßigem Vorleistungseinsatz pro Ausbringungseinheit der steady-state Kapitalstock infolge des sinkenden (steigenden) Nettogrenzgewinns sinkt (steigt), ist unmittelbar plausibel.

2. Veränderung des steady-state Kapitalstocks eines Monopolisten mit shiftender Preis-Absatz-Funktion und CES-Produktionsfunktion bei Parametervariationen

Für den Monopolisten gelte folgende linear-homogene CES-Produktionsfunktion mit Harrod-neutralem technischem Fortschritt:

$$(63)\qquad F(K_E,\ L,\ t) = A\left[(1-g)\,(L(t)e^{\tau t})^{-\gamma}+gK_E(t)^{-\gamma}\right]^{-\frac{1}{\gamma}}$$

mit: A = Effizienzparameter ($A > 0$)
g = Distributionsparameter ($0 < g < 1$)
γ = Substitutionsparameter ($\gamma > -1$)

Wenn wir Gleichung (63) umformen und die Gleichungen $(10)^I$ - $(12)^I$ einsetzen, erhalten wir:

$$(64)\qquad f(k_E(t)) = A\Big((1-g)+gk_E(t)^{-\gamma}\Big)^{-\frac{1}{\gamma}}$$

Für das Grenzprodukt des Kapitals gilt bei einer CES-Produktionsfunktion dann:

$$(65) \qquad f'(k_E) = A\left(-\frac{1}{\gamma}\right)\left((1-g)+gk_E^{-\gamma}\right)^{-\frac{1}{\gamma}-1}(-\gamma)gk_E^{-\gamma-1} =$$

$$= \frac{g}{A^\gamma} A\left((1-g)+gk_E^{-\gamma}\right)^{-\frac{1}{\gamma}} A^\gamma\left((1-g)+gk_E^{-\gamma}\right)^{-\frac{1}{\gamma}\gamma} k_E^{-(1+\gamma)}$$

Mit Gleichung (64) kann man Gleichung (65) auch schreiben:

$$(65') \qquad f'(k_E) = \frac{g}{A^\gamma}\left(\frac{f(k_E)}{k_E}\right)^{(1+\gamma)}$$

Für die Gleichungen $(113)^{I}$ und $(114)^{I}$ folgt mit Gleichung (64) dann:

$$(66) \qquad \dot{k}_E^{T_G} = A\left((1-g)+gk_E^{-\gamma}\right)^{-\frac{1}{\gamma}}\left(\frac{1}{\left(L(O)A\left((1-g)+gk_E^{-\gamma}\right)^{-\frac{1}{\gamma}}\right)^{\varepsilon}}-ul\right)\cdot$$

$$\cdot\ (1-a)-\delta(1-am)k_E-\tau k_E-w(O)(1-a)-\tilde{D}$$

bzw.

$$(67) \qquad \left(\frac{\dot{\tilde{D}}}{\tilde{D}}\right)^{T_G} = \frac{1}{\sigma}\left[\frac{g}{A^\gamma}\left(\frac{f(k_E)}{k_E}\right)^{(1+\gamma)}\left(\frac{1-\varepsilon}{\left(L(O)A\left((1-g)+gk_E^{-\gamma}\right)^{-\frac{1}{\gamma}}\right)^{\varepsilon}}-ul\right)\cdot\right.$$

$$\left.\cdot\ (1-a)-\delta(1-am)-\rho-\sigma\tau\right]$$

Der steady-state Kapitalstock beträgt somit:

(68)

$$k_E^{*^{T}G} = \left[\frac{g(f(k_E^{*^{T}G}))^{1+\gamma}\left(\frac{1-\varepsilon}{\left(L(O)A\left((1-g)+g(k_E^{*^{T}G})^{-\gamma}\right)^{-\frac{1}{\gamma}}\right)^{\varepsilon}}-ul\right)(1-a)}{A^{\gamma}(\delta(1-am)+\rho+\sigma\tau)}\right]^{\frac{1}{1+\gamma}}$$

Wenn wir den Steuersatz verändern, gilt für die Veränderung des steady-state Kapitalstocks:[1)]

$$(69)\qquad \frac{\delta k_E^{*^{T}G}}{\delta a} = \frac{1}{1+\gamma}\, k_E^{*^{T}G}\left(\frac{-(\delta(1-m)+\rho+\sigma\tau)}{(1-a)(\delta(1-am)+\rho+\sigma\tau)}\right)^{2)}$$

d.h.

$$(69')\qquad \frac{\delta k_E^{*^{T}G}}{\delta a} < O$$

Es ist unmittelbar einleuchtend, daß bei Nettogewinnverminderung (-erhöhung) der steady-state Kapitalstock sinkt (steigt).

Wird der Monopolgrad erhöht, folgt:

(70)

$$\frac{\delta k_E^{*^{T}G}}{\delta \varepsilon} = -\left[\frac{1}{1+\gamma}\right] k_E^{*^{T}G}\,.$$

$$\cdot\left[\frac{\left(L(O)A\left((1-g)+g(k_E^{*^{T}G})^{-\gamma}\right)^{-\frac{1}{\gamma}}\right)^{-\varepsilon}\left[1+\ln\left(L(O)A\left((1-g)+g(k_E^{*^{T}G})^{-\gamma}\right)^{-\frac{1}{\gamma}}\right)(1-\varepsilon)\right]}{\left(L(O)A\left((1-g)+g(k_E^{*^{T}G})^{-\gamma}\right)^{-\frac{1}{\gamma}}\right)^{-\varepsilon}(1-\varepsilon)-ul}\right]$$

---

1) Die Zwischenschritte werden im folgenden aus Platzgründen weggelassen; gleichlautende (im Vergleich mit der CD-Produktionsfunktion) Ergebnisse gleicher Parametervariationen bleiben unkommentiert, da sie nur eine Wiederholung der unter Punkt 1 gemachten Aussagen bedeuten würden.

2) Wenn $+\gamma = -\mu$ ist, sind die Ergebnisse (bei gleichen Parametern) hinsichtlich der prozentualen Veränderung des steady-state Kapitalstocks bei Veränderung des Parameters bei CD- und CES-Produktionsfunktion gleich.

d.h.

$$(70') \qquad \frac{\delta k_E^{* T_G}}{\delta \varepsilon} < 0$$

Aus der Variation der Grenzkosten des Kapitals durch Verschleiß resultiert für die Veränderung des steady-state Kapitalstocks:

$$(71) \qquad \frac{\delta k_E^{* T_G}}{\delta(\delta)} = \frac{1}{1+\gamma}\, k_E^{* T_G} \left(\frac{-(1-am)}{(\delta(1-am)+\rho+\sigma\tau)} \right)$$

d.h.

$$(71') \qquad \frac{\delta k_E^{* T_G}}{\delta(\delta)} < 0$$

Die Variation des Verhältnisses von steuerlich zulässigem zu kalkulatorischem Abschreibungssatz ergibt für die Veränderung des steady-state Kapitalstocks:

$$(72) \qquad \frac{\delta k_E^{* T_G}}{\delta m} = \frac{1}{1+\gamma}\, k_E^{* T_G} \left(\frac{+\delta a}{\delta(1-am)+\rho+\sigma\tau} \right)$$

d.h.

$$(72') \qquad \frac{\delta k_E^{* T_G}}{\delta m} > 0$$

Bei Variation der subjektiven Diskontierungsrate erhält man:

$$(73) \qquad \frac{\delta k_E^{* T_G}}{\delta \rho} = \frac{1}{1+\gamma}\, k_E^{* T_G} \left(\frac{-1}{\delta(1-am)+\rho+\sigma\tau} \right)$$

d.h.

$$(73') \qquad \frac{\delta k_E^{*^{T}G}}{\delta \rho} < 0$$

Verändern wir die Grenznutzenelastizität der Ausschüttung, so ergibt sich:

$$(74) \qquad \frac{\delta k_E^{*^{T}G}}{\delta \sigma} = \frac{1}{1+\gamma}\, k_E^{*^{T}G} \left(\frac{-\tau}{\delta(1-am)+\rho+\sigma\tau} \right)$$

d.h.

$$(74') \qquad \frac{\delta k_E^{*^{T}G}}{\delta \sigma} < 0$$

Eine Variation der exogenen Wachstumsrate des technischen Fortschritts ergibt für die Veränderung des steady-state Kapitalstocks:

$$(75) \qquad \frac{\delta k_E^{*^{T}G}}{\delta \tau} = \frac{1}{1+\gamma}\, k_E^{*^{T}G} \left(\frac{-\sigma}{\delta(1-am)+\rho+\sigma\tau} \right)$$

d.h.

$$(75') \qquad \frac{\delta k_E^{*^{T}G}}{\delta \tau} < 0$$

Variieren wir den Vorleistungspreis u bzw. den notwendigen Vorleistungseinsatz pro Ausbringungseinheit l, so gilt für die Veränderung des steady-state Kapitalstocks:

$$(76) \qquad \frac{\delta k_E^{*^{T}G}}{\delta u} = \frac{1}{1+\gamma}\, k_E^{*^{T}G} \left[\frac{-1}{\frac{1-\varepsilon}{\left(L(0)A\left((1-g)+g(k_E^{*^{T}G})^{-\gamma}\right)^{-\frac{1}{\gamma}}\right)^{\varepsilon}} - ul} \right]$$

d.h.

$$(76') \qquad \frac{\delta k_E^{*^{T_G}}}{\delta u} < 0$$

bzw.

$$(77) \qquad \frac{\delta k_E^{*^{T_G}}}{\delta l} = \frac{1}{1+\gamma}\, k_E^{*^{T_G}} \left[\frac{-u}{\left(\frac{1-\varepsilon}{\left(L(0)A \left((1-g)+g(k_E^{*^{T_G}}) - \gamma \right) - \frac{1}{\gamma} \right)^{\varepsilon}} - ul \right)} \right]$$

d.h.

$$(77') \qquad \frac{\delta k_E^{*^{T_G}}}{\delta l} < 0$$

ANHANG

KAPITEL I

zu H.3.:

Für $k_E = k_E^*$ und $p = p^*$ ist die rechte Seite von Gleichung $(104')^I$ nicht definiert, da sowohl Zähler als auch Nenner hier null werden. Weil sowohl Zähler als auch Nenner von $(104')^I$ unmittelbare Funktion von k_E bzw. über p mittelbare Funktion von k_E sind, können wir jedoch definieren:

$$(1) \qquad \pi(k_E) = p\left[\delta(1-am)+\rho+\sigma\tau-f'(k_E)\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(0)f(k_E))^{\varepsilon}}-ul\right)(1-a)\right]$$

und

(2)

$$h(k_E) = f(k_E)\left(\frac{1}{(L(0)f(k_E))^{\varepsilon}}-ul\right)(1-a)-w(0)(1-a)-\delta k_E(1-am)-\tau k_E-\tilde{D}(p)$$

Gleichung $(104')^I$ kann man dann schreiben als:

$$(3) \qquad p'(k_E) = \frac{\pi(k_E)}{h(k_E)}$$

Da π und h bei $k_E = k_E^*$ null werden, können wir $p'(k_E)$ an der Stelle k_E^* durch die l'Hôpitalsche Regel definieren als:

$$(4) \qquad p'(k_E^*) = \frac{\pi'(k_E^*)}{h'(k_E^*)}$$

wobei:

(5)

$$\pi'(k_E^*) = \frac{dp}{dk_E}\bigg|_{k_E^*}\left[\delta(1-am)+\rho+\sigma\tau-f'(k_E^*)\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(O)f(k_E^*))^{\varepsilon}}-ul\right)(1-a)\right] -$$

$$- p^*\left[f''(k_E^*)\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(O)f(k_E^*))^{\varepsilon}}-ul\right)(1-a)-\varepsilon f'(k_E^*)\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(O)f(k_E^*))^{\varepsilon}}\cdot\right.\right.$$

$$\left.\left.\cdot\frac{f'(k_E^*)}{f(k_E^*)}\right)(1-a)\right]$$

Nach Gleichung $(90)^{I}$ gilt aber, daß der Klammerausdruck des ersten Produktes auf der rechten Seite gleich null ist. Es gilt also für (5):

$$(6)\qquad \pi'(k_E^*) = -p^*\left[f''(k_E^*)\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(O)f(k_E^*))^{\varepsilon}}-ul\right)(1-a)-\right.$$

$$\left.-\varepsilon f'(k_E^*)\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(O)f(k_E^*))^{\varepsilon}}\,\frac{f'(k_E^*)}{f(k_E^*)}\right)(1-a)\right]$$

Für $h'(k_E^*)$ gilt:

(7)

$$h'(k_E^*) = f'(k_E^*)\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(O)f(k_E^*))^{\varepsilon}}-ul\right)(1-a)-\delta(1-am)-\tau-\frac{\delta\tilde{D}}{\delta p}\bigg|_{p^*}\frac{\delta p}{\delta k_E}\bigg|_{k_E^*}$$

oder

(8)

$$h'(k_E^*) = f'(k_E^*)\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(O)f(k_E^*))^{\varepsilon}}-ul\right)(1-a)-\delta(1-am)-\tau-\tilde{D}'(p^*)p'(k_E^*)$$

Wenn wir für das erste Produkt auf der rechten Seite von Gleichung (8) nach Gleichung $(90)^{I}$ einsetzen, erhalten wir:

$$(9)\qquad h'(k_E^*) = \rho + \tau(\sigma-1) - \tilde{D}'(p^*)p'(k_E^*)$$

Setzen wir die Gleichungen (6) und (9) in Gleichung (4) ein, so gilt:

$$(10)\qquad p'(k_E^*) = \frac{-p^*\left[f''(k_E^*)\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(0)f(k_E^*))^{\varepsilon}} - ul\right)(1-a) - \varepsilon f'(k_E^*)\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(0)f(k_E^*))^{\varepsilon}}\frac{f'(k_E^*)}{f(k_E^*)}\right)(1-a)\right]}{\rho + \tau(\sigma-1) - \tilde{D}'(p^*)p'(k_E^*)}$$

oder

$$(11)\qquad -\tilde{D}'(p^*)(p'(k_E^*))^2 + (\rho+\tau(\sigma-1))(p'(k_E^*)) +$$

$$+p^*\left[f''(k_E^*)\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(0)f(k_E^*))^{\varepsilon}} - ul\right)(1-a) - \varepsilon f'(k_E^*)\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(0)f(k_E^*))^{\varepsilon}} \cdot \frac{f'(k_E^*)}{f(k_E^*)}\right)(1-a)\right] = 0$$

Gleichung (11) ist eine quadratische Gleichung in der Steigung $p'(k_E^*)$, der Lösung von Gleichung $(104')^{I}$, die durch das dynamische Gleichgewicht geht. Die beiden Lösungen von Gleichung (11) sind:

(12)

$$p'(k_E^*) = \underbrace{\frac{1}{-2\tilde{D}'(p^*)}}_{(a)}\left[\underbrace{-(\rho+\tau(\sigma-1))}_{(b)} \pm \sqrt{(\rho+\tau(\sigma-1))^2 + \underbrace{\tilde{D}'(p^*)p^*\left[f''(k_E^*)\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(0)f(k_E^*))^{\varepsilon}} - ul\right)(1-a) - \varepsilon f'(k_E^*)\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(0)f(k_E^*))^{\varepsilon}} \cdot \frac{f'(k_E^*)}{f(k_E^*)}\right)(1-a)\right]}_{(c)}}\right]$$

für (a) gilt gemäß Gleichung (77)^{I}
und Gleichung (2)^{I} : $\tilde{D}'(p^*) < 0$
für (b) gilt gemäß Gleichung (92)^{I}: $\rho + \tau(\sigma-1) > 0$
für (c) gilt gemäß Gleichung (17)^{I}:

$$\left[f''(k_E^*)\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(0)f(k_E^*))^{\varepsilon}} - ul\right)(1-a) - \varepsilon f'(k_E^*)\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(0)f(k_E^*))^{\varepsilon}} \cdot \frac{f'(k_E^*)}{f(k_E^*)}\right)(1-a)\right] < 0$$

Da (a) kleiner null ist, gilt für das Produkt aus (a) und (c) unter der Wurzel, daß es positiv ist. Damit folgt für die beiden reellen Wurzeln:

(13) $\quad p_1'(k_E{}^*) > 0$

und

(13') $\quad p_2'(k_E{}^*) < 0$

Wie aus Gleichung (104')^{I} auf S. 46 und den darauf folgenden Seiten deutlich wird, gilt für den optimalen Pfad, daß $\frac{dp}{dk_E} < 0$ ist, d.h., im steady-state muß $p'(k_E{}^*)$ ebenfalls kleiner null sein, somit ist die zum optimalen Pfad gehörige Lösung $p_2'(k_E{}^*)$. Aus Gleichung (77)^{I} gilt $\frac{\delta\tilde{D}}{\delta p} = \frac{1}{U''(\tilde{D})}$, damit können wir Gleichung (11) auch schreiben:

(14)
$$-\frac{1}{U''(\tilde{D})}(p'(k_E^*))^2 + (\rho+\tau(\sigma-1))p'(k_E^*) +$$
$$+p^*\left[f''(k_E^*)\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(0)f(k_E^*))^{\varepsilon}} - ul\right)(1-a) - \varepsilon f'(k_E^*)\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(0)f(k_E^*))^{\varepsilon}} \cdot \frac{f'(k_E^*)}{f(k_E^*)}\right)(1-a)\right] = 0$$

KAPITEL II

zu A.2.:

Mit Gleichung $(32)^{I}$ gilt:

(1) $$\dot{K}_E = G^{br} - T_{E_2} - D$$

daraus folgt mit Gleichung $(30')^{E_2}$

(2) $$\dot{K}_E = G^{br} - a_{E_2}(\dot{K}_E + D + ulF + wL + \delta K_E) - D$$

Für $G^{br} = E - Ko$ setzen wir die Komponenten unseres Modells ein und können somit (2) auch schreiben als:

(3) $$\dot{K}_E = F^{1-\varepsilon}e^{\pi t} - ulF - wL - \delta K_E - a_{E_2}(\dot{K}_E + D + ulF + wL + \delta K_E) - D$$

oder

(3') $$\dot{K}_E(1+a_{E_2}) = F^{1-\varepsilon}e^{\pi t} - (ulF + wL + \delta K_E)(1+a_{E_2}) - D(1+a_{E_2})$$

bzw.

(3'') $$\dot{K}_E = \frac{F^{1-\varepsilon}e^{\pi t}}{1+a_{E_2}} - ulF - wL - \delta K_E - D$$

zu A.3.:

a) Für gleiches k_E ist $\emptyset_1^{E_1} = 0 \gtreqless \emptyset_1^{E_2} = 0$ offenbar abhängig davon, ob:

(4) $$\tilde{D}^{E_1} = f(k_E)\left(\frac{(1-a_{E_1})}{(L(0)f(k_E))^{\varepsilon}} - ul\right) - w(0) - \delta k_E - \tau k_E \gtrless$$

$$\tilde{D}^{E_2} = f(k_E)\left(\frac{1}{(L(O)f(k_E))^{\varepsilon}(1+a_{E_2})} - ul\right) - w(O) - \delta k_E - \tau k_E$$

Da $\left[ulf(k_E)+w(O)+\delta k_E+\tau k_E\right]$ bei gleichem k_E für E_1 und E_2 identisch ist, kann man Gleichung (4) auch schreiben:

(5)

$$\tilde{D}^{E_1} = f(k_E)\left(\frac{(1-a_{E_1})}{(L(O)f(k_E))^{\varepsilon}}\right) \gtrless \tilde{D}^{E_2} = f(k_E)\left(\frac{1}{(L(O)f(k_E))^{\varepsilon}(1+a_{E_2})}\right)$$

oder

(5') $\quad \tilde{D}^{E_1} \gtrless \tilde{D}^{E_2}$, wenn

$$f(k_E)\left(\frac{(1-a_{E_1})}{(L(O)f(k_E))^{\varepsilon}}\right) \gtrless f(k_E)\left(\frac{1}{(L(O)f(k_E))^{\varepsilon}(1+a_{E_2})}\right)$$

Daraus folgt:

(6) $\quad \tilde{D}^{E_1} \gtrless \tilde{D}^{E_2}$, wenn $a_{E_2} \gtrless a_{E_1}(1+a_{E_2})$

oder

(6') $\quad \phi_1^{E_1} \gtrless \phi_1^{E_2}$, wenn $a_{E_2} \gtrless a_{E_1}(1+a_{E_2})$

b) Aus den Gleichungen $(117)^{E_1}$ und $(117)^{E_2}$ folgt:

(7) $\quad \left.\frac{d\tilde{D}}{dk_E}\right|_{\phi_1^{E_1}=0} \gtrless \left.\frac{d\tilde{D}}{dk_E}\right|_{\phi_1^{E_2}=0}$, wenn

$$f'(k_E)\,\frac{(1-\varepsilon)(1-a_{E_1})}{(L(O)f(k_E))^{\varepsilon}} - ul - \delta - \tau \gtrless f'(k_E)\,\frac{(1-\varepsilon)}{(L(O)f(k_E))^{\varepsilon}(1+a_{E_2})} - ul - \delta - \tau$$

oder (für gleiches k_E)

$$(7') \qquad \frac{d\tilde{D}}{dk_E}\bigg|_{\phi_1^{E_1}=0} \gtrless \frac{d\tilde{D}}{dk_E}\bigg|_{\phi_1^{E_2}=0} \quad , \text{ wenn } \quad a_{E_2} \gtrless a_{E_1}(1+a_{E_2})$$

c) Aus $(118)^{E_1}$ und $(118)^{E_2}$ folgt:

(8)

$$f'(\tilde{k}_E^{E_1})\left(\frac{(1-\varepsilon)(1-a_{E_1})}{(L(O)f(\tilde{k}_E^{E_1}))^{\varepsilon}} - ul\right) = f'(\tilde{k}_E^{E_2})\left(\frac{(1-\varepsilon)}{(L(O)f(\tilde{k}_E^{E_2}))^{\varepsilon}(1+a_{E_2})} - ul\right)$$

oder

(9)

$$f'(\tilde{k}_E^{E_1})\left(\frac{(1-\varepsilon)}{(L(O)f(\tilde{k}_E^{E_1}))^{\varepsilon}}\right) - a_{E_1} f'(\tilde{k}_E^{E_1})\left(\frac{(1-\varepsilon)}{(L(O)f(\tilde{k}_E^{E_1}))^{\varepsilon}}\right) - f'(\tilde{k}_E^{E_1})ul =$$

$$= f'(\tilde{k}_E^{E_2})\left(\frac{(1-\varepsilon)}{(L(O)f(\tilde{k}_E^{E_2}))^{\varepsilon}(1+a_{E_2})}\right) - f'(\tilde{k}_E^{E_2})ul$$

Multiplizieren wir Gleichung (9) mit $(1+a_{E_2})$, so gilt:

$$(10) \qquad f'(\tilde{k}_E^{E_1})\left[\left(\frac{(1-\varepsilon)}{(L(O)f(\tilde{k}_E^{E_1}))^{\varepsilon}}\right)\underbrace{((1+a_{E_2}) - a_{E_1}(1+a_{E_2}))}_{A} - ul(1+a_{E_2})\right] =$$

$$= f'(\tilde{k}_E^{E_2})\left[\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(O)f(\tilde{k}_E^{E_2}))^{\varepsilon}}\right) - ul(1+a_{E_2})\right]$$

Da das Gleichheitszeichen gelten muß, folgt mit
$A = \left[(1+a_{E_2}) - a_{E_1}(1+a_{E_2})\right]$ für:

(11)

$$A = 1 \text{ oder } a_{E_2} = a_{E_1}(1+a_{E_2}):\ f'(\tilde{k}_E^{E_1}) = f'(\tilde{k}_E^{E_2}) \text{ d.h. } \tilde{k}_E^{E_1} = \tilde{k}_E^{E_2}$$

$$A > 1 \text{ oder } a_{E_2} > a_{E_1}(1+a_{E_2}):\ f'(\tilde{k}_E^{E_1}) < f'(\tilde{k}_E^{E_2}) \text{ d.h. } \tilde{k}_E^{E_1} > \tilde{k}_E^{E_2}$$

$$A < 1 \text{ oder } a_{E_2} < a_{E_1}(1+a_{E_2}):\ f'(\tilde{k}_E^{E_1}) > f'(\tilde{k}_E^{E_2}) \text{ d.h. } \tilde{k}_E^{E_1} < \tilde{k}_E^{E_2}$$

d) Mit $(122)^{E_1}$ und $(122)^{E_2}$ gilt:

$$(12)\qquad f'(k_E^{*E_1})\left[\left(\frac{(1-\varepsilon)}{(L(0)f(k_E^{*E_1}))^{\varepsilon}}\right)((1+a_{E_2})-a_{E_1}(1+a_{E_2}))-ul(1+a_{E_2})\right] =$$

$$= f'(k_E^{*E_2})\left[\left(\frac{(1-\varepsilon)}{(L(0)f(k_E^{*E_2}))^{\varepsilon}}\right)-ul(1+a_{E_2})\right]$$

Damit folgt wiederum:

(13) Je nachdem, ob $A \gtreqless 1$, gilt $k_E^{*E_1} \gtreqless k_E^{*E_2}$

e) Aus $(120)^{E_1}$ folgt:

$$(14)\qquad f(k_E^{krit\ E_1})\left(\frac{(1-a_{E_1})}{(L(0)f(k_E^{krit\ E_1}))^{\varepsilon}} - ul\right) - (\delta+\tau)k_E^{krit\ E_1} = w(0)$$

Und aus $(120)^{E_2}$:

(15)

$$f(k_E^{krit\ E_2})\left(\frac{1}{(L(0)f(k_E^{krit\ E_2}))^{\varepsilon}(1+a_{E_2})} - ul\right) - (\delta+\tau)k_E^{krit\ E_2} = w(0)$$

Damit gilt aber auch:

(16)

$$f(k_E^{krit\ E_1})\left[\left(\frac{1}{(L(0)\,f(k_E^{krit\ E_1}))^{\varepsilon}}\right)\underbrace{((1+a_{E_2})-a_{E_1}(1+a_{E_2}))}_{A}-ul(1+a_{E_2})\right]-$$

$$-(\delta+\tau)k_E^{krit\ E_1}(1+a_{E_2}) = f(k_E^{krit\ E_2})\left[\left(\frac{1}{(L(0)\,f(k_E^{krit\ E_2}))^{\varepsilon}}\right)-\right.$$

$$\left.-ul(1+a_{E_2})\right]-(\delta+\tau)k_E^{krit\ E_2}(1+a_{E_2})$$

Daraus folgt für:

(17) $A = 1$ oder $a_{E_2} = a_{E_1}(1+a_{E_2})$: $k_E^{krit\ E_1} = k_E^{krit\ E_2}$

oder $\tilde{D}(k_E^{krit\ E_1}) = \tilde{D}(k_E^{krit\ E_2}) = 0$

$A > 1$ oder $a_{E_2} > a_{E_1}(1+a_{E_2})$: $k_E^{krit\ E_1} < k_E^{krit\ E_2}$

oder[1] $\tilde{D}(k_E^{krit\ E_1})\Big|_{k_E^{krit\ E_2}} > \tilde{D}(k_E^{krit\ E_2}) = 0$

$A < 1$ oder $a_{E_2} < a_{E_1}(1+a_{E_2})$: $k_E^{krit\ E_1} > k_E^{krit\ E_2}$

oder $\tilde{D}(k_E^{krit\ E_1})\Big|_{k_E^{krit\ E_2}} < \tilde{D}(k_E^{krit\ E_2}) = 0$

---

1) $\tilde{D}(k_E^{krit\ E_1})\Big|_{k_E^{krit\ E_2}}$ gibt an, daß $\tilde{D}(k_E^{krit\ E_1})$ an der Stelle $k_E = k_E^{krit\ E_2}$ betrachtet wird.

Beweis zu den Gleichungen $(8)^{II}$ bzw. $(8')^{II}$:

Setzen wir $(112)^{E_2}$ in $(112)^{E_1}$ ein, so folgt:

$$(18)\qquad \left(\frac{\dot{\tilde{D}}}{\tilde{D}}\right)^{E_1} = \frac{1}{\sigma}\left[f'(k_E)\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(O)f(k_E))^{\varepsilon}} - \frac{a_{E_1}(1-\varepsilon)}{(L(O)f(k_E))^{\varepsilon}} - ul\right)\right] + \left(\frac{\dot{\tilde{D}}}{\tilde{D}}\right)^{E_2} - \frac{1}{\sigma}\left[f'(k_E)\left(\frac{(1-\varepsilon)}{(L(O)f(k_E))^{\varepsilon}(1+a_{E_2})} - ul\right)\right]$$

oder

$$(18')\qquad \left(\frac{\dot{\tilde{D}}}{\tilde{D}}\right)^{E_1} = \left(\frac{\dot{\tilde{D}}}{\tilde{D}}\right)^{E_2} + \frac{1}{\sigma}\left[f'(k_E)\left(\frac{(1-\varepsilon)}{(L(O)f(k_E))^{\varepsilon}} - \frac{a_{E_1}(1-\varepsilon)}{(L(O)f(k_E))^{\varepsilon}} - ul\right) - f'(k_E)\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(O)f(k_E))^{\varepsilon}(1+a_{E_2})} - ul\right)\right]$$

und dies kann man schreiben als:

$$(18'')\qquad \left(\frac{\dot{\tilde{D}}}{\tilde{D}}\right)^{E_1} = \left(\frac{\dot{\tilde{D}}}{\tilde{D}}\right)^{E_2} + \frac{1}{\sigma}\, f'(k_E)\left[\frac{(1-\varepsilon)(1+a_{E_2}) - a_{E_1}(1-\varepsilon)(1+a_{E_2}) - (1-\varepsilon)}{(L(O)f(k_E))^{\varepsilon}(1+a_{E_2})}\right]$$

bzw.

$$(18''')\qquad \left(\frac{\dot{\tilde{D}}}{\tilde{D}}\right)^{E_1} = \left(\frac{\dot{\tilde{D}}}{\tilde{D}}\right)^{E_2} + \frac{1}{\sigma}\, f'(k_E)\left[\frac{(1-\varepsilon)(a_{E_2} - a_{E_1}(1+a_{E_2}))}{(L(O)f(k_E))^{\varepsilon}(1+a_{E_2})}\right]$$

Beweis zu den Gleichungen $(9)^{II}$ bzw. $(9')^{II}$:

Setzen wir $(113)^{E_2}$ gleich null, lösen nach $\tilde{D}^{E_2}$ auf und setzen dies in die ebenfalls gleich null gesetzte Gleichung $(113)^{E_1}$ ein, so gilt:

(19)

$$\tilde{D}^{E_1} = f(k_E)\left(\frac{(1-a_{E_1})}{(L(0)f(k_E))^{\varepsilon}} - ul\right) + \tilde{D}^{E_2} - f(k_E)\left(\frac{1}{(L(0)f(k_E))^{\varepsilon}(1+a_{E_2})} - ul\right)$$

oder

(19')
$$\tilde{D}^{E_1} = \tilde{D}^{E_2} + f(k_E)\left(\frac{a_{E_2} - a_{E_1}(1+a_{E_2})}{(L(0)f(k_E))^{\varepsilon}(1+a_{E_2})}\right)$$

<u>zu B.2.:</u>

a) Für gleiches k_E ist $\emptyset_1^{o.St.} = 0 \gtreqless \emptyset_1^{Ko} = 0$ davon abhängig, ob:

(20)

$$\tilde{D}^{o.St.} = f(k_E)\left(\frac{1}{(L(0)f(k_E))^{\varepsilon}} - ul\right) - w(0) - \delta k_E - \tau k_E \quad \gtrless$$

$$\tilde{D}^{Ko} = f(k_E)\left(\frac{1}{(L(0)f(k_E))^{\varepsilon}} - ul - a_{Ko}ul\right) - w(0)(1+a_{Ko}) - \delta k_E(1+a_{Ko}) - \tau k_E$$

Somit gilt aber auch:

(21)
$$\tilde{D}^{o.St.} \gtrless \tilde{D}^{Ko}, \text{ wenn } f(k_E)\left(\frac{1}{(L(0)f(k_E))^{\varepsilon}} - ul\right) - w(0) - \delta k_E - \tau k_E \gtrless$$

$$\gtrless f(k_E)\left(\frac{1}{(L(0)f(k_E))^{\varepsilon}} - ul\right) - w(0) - \delta k_E - \tau k_E - a_{Ko}(ulf(k_E) + w(0) + \delta k_E)$$

Daraus folgt unmittelbar:

(22)
$$\tilde{D}^{o.St.} > \tilde{D}^{Ko}, \text{ da } a_{Ko}(ulf(k_E) + w(0) + \delta k_E) > 0$$

oder

(22')
$$\emptyset_1^{o.St.} = 0 > \emptyset_1^{Ko} = 0$$

b) Mit:

$$(23)\quad \frac{d\tilde{D}}{dk_E}\bigg|_{\emptyset_1{}^{o.St.}=0} = -\frac{\frac{\delta\emptyset_1}{\delta k_E}}{\frac{\delta\emptyset_1}{\delta\tilde{D}}} = f'(k_E)\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(0)f(k_E))^{\varepsilon}} - ul\right) - \delta - \tau$$

und Gleichung $(117)^{Ko}$ gilt folgende Bedingung

$$(24)\quad \frac{d\tilde{D}}{dk_E}\bigg|_{\emptyset_1{}^{o.St.}=0} \gtrless \frac{d\tilde{D}}{dk_E}\bigg|_{\emptyset_1{}^{Ko}=0}\,, \quad \text{wenn}$$

$$f'(k_E)\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(0)f(k_E))^{\varepsilon}} - ul\right) - \delta - \tau \gtrless f'(k_E)\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(0)f(k_E))^{\varepsilon}} - ul - ula_{Ko}\right) - \delta(1+a_{Ko}) - \tau$$

Für gleiches k_E folgt daraus:

$$(25)\quad \frac{d\tilde{D}}{dk_E}\bigg|_{\emptyset_1{}^{o.St.}=0} > \frac{d\tilde{D}}{dk_E}\bigg|_{\emptyset_1{}^{Ko}=0}\,, \text{ da } a_{Ko}(ulf'(k_E)+\delta) > 0 \text{ ist.}$$

c) Aus Gleichung (23) des Anhangs zu B.2. (s.o.) und Gleichung $(118)^{Ko}$ folgt:

$$(26)\quad f'(\tilde{k}_E{}^{o.St.})\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(0)f(\tilde{k}_E{}^{o.St.}))^{\varepsilon}} - ul\right) =$$

$$= f'(\tilde{k}_E{}^{Ko})\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(0)f(\tilde{k}_E{}^{Ko}))^{\varepsilon}} - ul\right) - a_{Ko}\underbrace{(ulf'(\tilde{k}_E{}^{Ko})+\delta)}_{B}$$

Damit muß aber, da B > 0 ist, gelten:

$$f'(\tilde{k}_E^{o.St.}) \quad < \quad f'(\tilde{k}_E^{Ko})$$

(27) oder

$$\tilde{k}_E^{o.St.} \quad > \quad \tilde{k}_E^{Ko}$$

d) Mit Gleichung $(114)^{o.St.}$ [1] bzw. Gleichung $(122)^{Ko}$ kann man schreiben:

(28)
$$f'(k_E^{*o.St.})\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(0)f(k_E^{*o.St.}))^{\varepsilon}} - ul\right) =$$

$$= f'(k_E^{*Ko})\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(0)f(k_E^{*Ko}))^{\varepsilon}} - ul\right) - a_{Ko}(ulf'(k_E^{*Ko})+\delta)$$

Somit muß gelten:

$$f'(k_E^{*o.St.}) \quad < \quad f'(k_E^{*Ko})$$

(29) d.h.

$$k_E^{*o.St.} \quad > \quad k_E^{*Ko}$$

e) Mit Hilfe der Gleichung $(113)^{o.St.}$ bzw. Gleichung $(120)^{Ko}$ kann man schreiben:

(30)
$$f(k_E^{krit\ o.St.})\left(\frac{1}{(L(0)f(k_E^{krit\ o.St.}))^{\varepsilon}} - ul\right) -$$

$$-(\delta+\tau)k_E^{krit\ o.St.} = w(0)$$

bzw.

---

1) Vgl. S. 104.

$$(31)\qquad f(k_E^{krit\ Ko})\left(\frac{1}{(L(0)f(k_E^{krit\ Ko}))^{\varepsilon}}-ul\right)-(\delta+\tau)k_E^{krit\ Ko}$$

$$-a_{Ko}(ulf(k_E^{krit\ Ko})+w(0)+\delta)\ =\ w(0)$$

Damit gilt aber auch:

$$(32)\qquad f(k_E^{krit\ o.St.})\left(\frac{1}{(L(0)f(k_E^{krit\ o.St.}))^{\varepsilon}}-ul\right)-$$

$$-(\delta+\tau)k_E^{krit\ o.St.}\ =\ f(k_E^{krit\ Ko})\left(\frac{1}{(L(0)f(k_E^{krit\ Ko}))^{\varepsilon}}-\right.$$

$$\left.-ul\right)-(\delta+\tau)k_E^{krit\ Ko}-a_{Ko}\underbrace{(ulf(k_E^{krit\ Ko})+w(0)+\delta)}_{C}$$

Da C > 0 ist, folgt daraus unmittelbar:

$$(33)\qquad k_E^{krit\ o.St.}\ <\ k_E^{krit\ Ko}$$

<u>zu C.2.:</u>

a) Für gleiches k_E gilt mit den Gleichungen $(113)^{o.St.}$ und $(113)^{V}$:

$$(34)\qquad \tilde{D}^{o.St.} \gtrless \tilde{D}^{V},\ \text{wenn}\ f(k_E)\left(\frac{1}{(L(0)f(k_E))^{\varepsilon}}-ul\right)-w(0)-\delta k_E-$$

$$-\tau k_E \gtrless f(k_E)\left(\frac{1}{(L(0)f(k_E))^{\varepsilon}}-ul\right)-w(0)-\delta k_E-a_V\Theta k_E-\tau k_E$$

und daraus folgt:

$$(35)\qquad \tilde{D}^{o.St.} > \tilde{D}^{V},\ \text{da}\ a_V\Theta k_E > 0\ \text{ist}$$

oder

$$(35') \quad \emptyset_1^{o.St.} = 0 \quad > \quad \emptyset_1^{V} = 0$$

b) Mit Gleichung (23) des Anhangs zu B.2. (S. 294) und Gleichung $(117)^V$ gilt:

$$(36) \quad \left.\frac{d\tilde{D}}{dk_E}\right|_{\emptyset_1^{o.St.}=0} \gtreqless \left.\frac{d\tilde{D}}{dk_E}\right|_{\emptyset_1^{V}=0}, \quad \text{wenn}$$

$$f'(k_E)\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(0)f(k_E))^{\varepsilon}} - ul\right) - \delta - \tau \gtreqless f'(k_E)\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(0)f(k_E))^{\varepsilon}} - ul\right) - \delta - a_V\Theta - \tau$$

für gleiches k_E folgt damit:

$$(37) \quad \left.\frac{d\tilde{D}}{dk_E}\right|_{\emptyset_1^{o.St.}=0} > \left.\frac{d\tilde{D}}{dk_E}\right|_{\emptyset_1^{V}=0}, \quad \text{da } a_V\Theta > 0$$

c) Aus Gleichung (23) des Anhangs zu B.2. (S. 294) und Gleichung $(118)^V$ gilt:

$$(38) \quad f'(\tilde{k}_E^{o.St.})\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(0)f(\tilde{k}_E^{o.St.}))^{\varepsilon}} - ul\right) =$$

$$= f'(\tilde{k}_E^{V})\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(0)f(\tilde{k}_E^{V}))^{\varepsilon}} - ul\right) - a_V\Theta$$

Daraus folgt sofort:

$$f'(\tilde{k}_E^{o.St.}) < f'(\tilde{k}_E^{V})$$

(39) d.h.

$$\tilde{k}_E^{o.St.} > \tilde{k}_E^{V}$$

d) Mit Gleichung $(114)^{o.St.}$ und Gleichung $(112)^{Ko}$ können wir schreiben:

$$(40)\qquad f'(k_E^{*o.St.})\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(0)f(k_E^{*o.St.}))^{\varepsilon}} - ul\right) =$$

$$= f'(k_E^{*V})\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(0)f(k_E^{*V}))^{\varepsilon}} - ul\right) - a_V\Theta$$

und damit muß auch gelten:

$$f'(k_E^{*o.St.}) \quad < \quad f'(k_E^{*V})$$

(41) d.h.

$$k_E^{*o.St.} \quad > \quad k_E^{*V}$$

e) Mit Hilfe der Gleichung (30) des Anhangs zu B.2. (S. 295) und der ebenfalls nach w(0) aufgelösten Gleichung $(120)^{V}$ gilt:

(42)

$$f(k_E^{krit\ o.St.})\left(\frac{1}{(L(0)f(k_E^{krit\ o.St.}))^{\varepsilon}} - ul\right) - (\delta+\tau)k_E^{krit\ o.St.} =$$

$$= f(k_E^{krit\ V})\left(\frac{1}{(L(0)f(k_E^{krit\ V}))^{\varepsilon}} - ul\right) - (\delta+\tau)k_E^{krit\ V} - a_V\Theta k_E^{krit\ V}$$

d.h.

$$(43)\qquad k_E^{krit\ o.St.} \quad < \quad k_E^{krit\ V}$$

zu D.2.:

Beweis zu Gleichung $(40)^{II}$:

Aus Gleichung (23) des Anhangs zu B.2. auf S. 294 und Gleichung $(118)^{RG}$ folgt:

$$f'(\tilde{k}_E^{o.St.})\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(O)f(\tilde{k}_E^{o.St.}))^{\varepsilon}} - ul\right) =$$

$$= f'(\tilde{k}_E^{RG})\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(O)f(\tilde{k}_E^{RG}))^{\varepsilon}} - ul\right)$$

(44) d.h.

$$\tilde{k}_E^{o.St.} = \tilde{k}_E^{RG}$$

Beweis zu Gleichung $(41)^{II}$:

Da $i_H = \tau$ gelten soll, können wir Gleichung $(122)^{RG}$ auch schreiben:

$$(122')^{RG} \quad f'(k_E^{*RG})\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(O)f(k_E^{*RG}))^{\varepsilon}} - ul\right) = \frac{\delta+\rho+\sigma\tau-a(\delta+\tau)}{(1-a)}$$

Aus $(114)^{o.St.}$ folgt für den steady-state Kapitalstock ohne Besteuerung:

$$(122)^{o.St.} \quad f'(k_E^{*o.St.})\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(O)f(k_E^{*o.St.}))^{\varepsilon}} - ul\right) = \delta+\rho+\sigma\tau$$

Wäre $\tau = \rho + \sigma\tau$, so folgt aus $(122')^{RG}$ und $(122)^{o.St.}$ offensichtlich, daß $k_E^{*RG} = k_E^{*o.St.}$ sein müßte. Da mit Gleichung $(92)^{I}$ aber $\tau < \rho + \sigma\tau$ gilt, ist die rechte Seite von Gleichung $(122')^{RG}$ größer als sie es bei $\tau = \rho + \sigma\tau$ ist, d.h. $f'(k_E^{*RG})$ ist größer als bei $\tau = \rho + \sigma\tau$, damit folgt aber nach dem vorher Gesagten, daß $k_E^{*RG} < k_E^{*o.St.}$ für $\tau < \rho + \sigma\tau$ ist.

Beweis zu Gleichung $(42)^{II}$:

Für $i_H = \tau$ können wir $(112)^{RG}$ schreiben:

$$(112)^{RG} \quad \left(\frac{\dot{\tilde{D}}}{\tilde{D}}\right)^{RG} = \frac{1}{\sigma}\left[f'(k_E)\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(0)f(k_E))^{\varepsilon}} - ul\right) - \delta - \rho - \sigma\tau - \right.$$

$$\left. - a\left(f'(k_E)\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(0)f(k_E))^{\varepsilon}} - ul\right) - \delta - \tau\right)\right]$$

Mit Hilfe der Gleichung $(114)^{o.St.}$ können wir dann auch formulieren:

$$(112)^{RG} \quad \left(\frac{\dot{\tilde{D}}}{\tilde{D}}\right)^{RG} = \left(\frac{\dot{\tilde{D}}}{\tilde{D}}\right)^{o.St.} - \frac{a}{\sigma}\underbrace{\left[f'(k_E)\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(0)f(k_E))^{\varepsilon}} - ul\right) - \delta - \tau\right]}_{C}$$

$C>0$, für $k_E^{krit\ o.St.} < k_E < \tilde{k}_E^{o.St.}$ 1)

Beweis zu Gleichung $(43)^{II}$:

Schreiben wir $\emptyset_1^{RG} = 0$ für $i_H = \tau$ nach $\tilde{D}^{RG}$ aufgelöst, so gilt:

$$(113)^{RG} \quad \tilde{D}^{RG} = f(k_E)\left(\frac{1}{(L(0)f(k_E))^{\varepsilon}} - ul\right) - w(0) - \delta k_E - \tau k_E -$$

$$- a\left[f(k_E)\left(\frac{1}{(L(0)f(k_E))^{\varepsilon}} - ul\right) - w(0) - \delta k_E - \tau k_E\right]$$

Lösen wir $\emptyset_1^{o.St.} = 0$ ebenfalls nach $\tilde{D}^{o.St.}$ auf und setzen es in $(113)^{RG}$ ein, so erhalten wir:

$$(113)^{RG} \quad \tilde{D}^{RG} = \tilde{D}^{o.St.} - a(\tilde{D}^{o.St.}) = \tilde{D}^{o.St.}(1-a)$$

1) Vgl. Gleichung (23) des Anhangs zu B.2. (S. 294).

Beweis zu Gleichung $(44)^{II}$:

in t = O gilt dann:

$$(45) \qquad q(0)\Big|^{i_H=\tau} = \int_0^T \frac{\delta H}{\delta K_E} e^{-\rho\phi} d\phi < q(0)\Big|^{o.St.} = \int_0^T \frac{\delta H}{\delta K_E} e^{-\rho\phi} d\phi$$

Mit Gleichung $(52)^{I}$ gilt für das Verhältnis der Schattenpreise p für $i_H = \tau$:

$$(46) \qquad p(0)\Big|^{i_H=\tau} = q(0)\Big|^{i_H=\tau} L^{\sigma}(0) < p(0)\Big|^{o.St.} = q(0)\Big|^{o.St.} L^{\sigma}(0)$$

Somit gilt für die optimale Aufteilung des Nettogewinnes in Ausschüttung und Investition im Zeitpunkt O für den Vergleich zwischen einer Reingewinnsteuer und keiner Besteuerung bei $i_H = \tau$ (bei unterstellter gleicher Nutzenfunktion der Ausschüttung in beiden Fällen):

$$U'(\tilde{D}(0)) = p(0)\Big|^{i_H=\tau} < U'(\tilde{D}(0)) = p(0)\Big|^{o.St.}$$

(47) oder

$$\tilde{D}(0)\Big|^{i_H=\tau} > \tilde{D}(0)\Big|^{o.St.}$$

Aus Gleichung $(42)^{II}$ gilt:

$$\dot{\tilde{D}}^{RG} = \tilde{D}^{RG} \frac{\dot{\tilde{D}}^{o.St.}}{\tilde{D}^{o.St.}} - \frac{a}{\sigma} c\tilde{D}^{RG} = \tilde{D}^{RG}\left(\frac{\dot{\tilde{D}}^{o.St.}}{\tilde{D}^{o.St.}} - \frac{a}{\sigma} c\right)$$

für bei beiden Steuern jeweils gleiche k_E-Werte folgt weiterhin:

für $k_E^O < k_E^I < k_E^G$:

$$\dot{\tilde{D}}^{RG}(k_E^I) = \frac{\tilde{D}^{RG}(k_E^I)}{\tilde{D}^{o.St.}(k_E^I)} \dot{\tilde{D}}^{o.St.}(k_E^I) - \frac{a}{\sigma} c\tilde{D}^{RG}(k_E^I)$$

$$\text{wobei } \frac{\tilde{D}^{RG}(k_E^{I})}{\tilde{D}^{o.St.}(k_E^{I})} > 1 \text{ ist.}$$

<u>für $k_E = k_E^G$:</u>

$$\dot{\tilde{D}}^{RG}(k_E^G) = \dot{\tilde{D}}^{o.St.}(k_E^G) - \frac{a}{\sigma} C\tilde{D}^{RG}$$

$$\text{mit} \quad \frac{\tilde{D}^{RG}(k_E^G)}{\tilde{D}^{o.St.}(k_E^G)} = 1$$

<u>für $k_E^G < k_E^{II} \leq k_E^{*o.St.}$:</u>

$$\dot{\tilde{D}}^{RG}(k_E^{II}) = \frac{\tilde{D}^{RG}(k_E^{II})}{\tilde{D}^{o.St.}(k_E^{II})} \dot{\tilde{D}}^{o.St.}(k_E^{II}) - \frac{a}{\sigma} C\tilde{D}^{RG}(k_E^{II})$$

$$\text{mit} \quad \frac{\tilde{D}^{RG}(k_E^{II})}{\tilde{D}^{o.St.}(k_E^{II})} < 1$$

Für die beiden ausgezeichneten Punkte dieses Intervalls gilt:

$$\dot{\tilde{D}}^{RG}(k_E^{*RG}) = \frac{\tilde{D}^{RG}(k_E^{*RG})}{\tilde{D}^{o.St.}(k_E^{*RG})} \dot{\tilde{D}}^{o.St.}(k_E^{*RG}) - \frac{a}{\sigma} C\tilde{D}^{RG}(k_E^{*RG})$$

oder

$$\dot{\tilde{D}}^{o.St.}(k_E^{*RG}) = \frac{a}{\sigma} C\tilde{D}^{o.St.}(k_E^{*RG})$$

und

$$\dot{\tilde{D}}^{RG}(k_E^{*o.St.}) = \tilde{D}^{RG}(k_E^{*o.St.}) \left(\frac{\dot{\tilde{D}}^{o.St.}(k_E^{*o.St.})}{\tilde{D}^{o.St.}(k_E^{*o.St.})} - \frac{a}{\sigma} C \right) =$$

$$= - \frac{a}{\sigma} C\tilde{D}^{RG}(k_E^{*o.St.}) < 0$$

Beweis zu Gleichung $(46)^{II}$:

Mit Gleichung $(113)^{o.St.}$ gilt für $k_E = k_E^{krit\ o.St.}$:

(48)

$$f(k_E^{krit\ o.St.})\left(\frac{1}{(L(0)f(k_E^{krit\ o.St.}))^{\varepsilon}}-ul\right)-w(0)-\delta k_E^{krit\ o.St.} =$$

$$= \dot{k}_E^{krit\ o.St.}+\tilde{D}^{o.St.}(k_E^{krit\ o.St.})+\tau k_E^{krit\ o.St.}$$

Da wir Gleichung $(25)^{II}$ auf S. 110 an der Stelle $k_E = k_E^{krit\ o.St.}$ betrachten, können wir für $f(k_E)\left(\frac{1}{(L(0)f(k_E^{krit\ o.St.}))^{\varepsilon}}-ul\right)-$ $-w(0)-\delta k_E$ die rechte Seite von Gleichung (48) einsetzen und erhalten für Gleichung $(25)^{II}$ somit:

(49)

$$\tilde{D}^{RG}(k_E^{krit\ o.St.}) = \tilde{D}^{o.St.}(k_E^{krit\ o.St.})-a\Big[\dot{k}_E^{krit\ o.St.}+$$

$$+\tilde{D}^{o.St.}(k_E^{krit\ o.St.})+\tau k_E^{krit\ o.St.}-i_H k_E^{krit\ o.St.}\Big]$$

Mit Hilfe der für den Fall ohne Besteuerung analog zu $(120)^{I}$ gebildeten Gleichung können wir dann auch schreiben:

(50)

$$\tilde{D}^{RG}(k_E^{krit\ o.St.}) = \tilde{D}^{o.St.}(k_E^{krit\ o.St.})-a\Big[(\tau-i_H)k_E^{krit\ o.St.}\Big]$$

Beweis zu Gleichung $(47)^{II}$:

Gleichung $(120)^{RG}$ läßt sich auch schreiben als:

(51)

$$\tilde{D}(k_E^{krit\ RG}) = f(k_E^{krit\ RG})\left(\frac{1}{(L(0)f(k_E^{krit\ RG}))^{\varepsilon}} - ul\right) - w(0) -$$

$$-\delta k_E^{krit\ RG} - \tau k_E^{krit\ RG} - a\left[f(k_E^{krit\ RG})\left(\frac{1}{(L(0)f(k_E^{krit\ RG}))^{\varepsilon}} - ul\right) -\right.$$

$$\left. -w(0) - (\delta + i_H)k_E^{krit\ RG}\right] = 0$$

Mit Gleichung $(113)^{o.St.}$, wobei $k_E = k_E^{krit\ RG}$ gelten soll, können wir (51) auch schreiben:

(52)

$$\tilde{D}(k_E^{krit\ RG}) = \dot{k}_E^{o.St.}(k_E^{krit\ RG}) + \tilde{D}^{o.St.}(k_E^{krit\ RG}) -$$

$$-a\left[\dot{k}_E^{o.St.}(k_E^{krit\ RG}) + \tilde{D}^{o.St.}(k_E^{krit\ RG}) + \tau k_E^{krit\ RG} - i_H k_E^{krit\ RG}\right] = 0$$

oder

$$(52') \qquad \tilde{D}(k_E^{krit\ RG}) = \left(\dot{k}_E^{o.St.}(k_E^{krit\ RG}) + \tilde{D}^{o.St.}(k_E^{krit\ RG})\right)(1-a) -$$

$$-a\left((\tau - i_H)\right)k_E^{krit\ RG} = 0$$

<u>Beweis zu Gleichung $(49)^{II}$:</u>

Aus Gleichung $(118)^{RG}$ bzw. mit Hilfe von Gleichung (23) des Anhangs zu B.2. (S. 294) gilt:

$$(53) \qquad f'(\tilde{k}_E^{RG})\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(0)f(\tilde{k}_E^{RG}))^{\varepsilon}} - ul\right) =$$

$$= f'(\tilde{k}_E^{o.St.})\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(0)f(\tilde{k}_E^{o.St.}))^{\varepsilon}} - ul\right) - \tau + \frac{\tau}{1-a} - \frac{a\, i_H}{1-a}$$

Formen wir um, so muß auch gelten:

$$(54)\qquad f'(\tilde{k}_E^{RG})\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(0)f(\tilde{k}_E^{RG}))^{\varepsilon}}-ul\right)=$$

$$= f'(\tilde{k}_E^{o.St.})\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(0)f(\tilde{k}_E^{o.St.}))^{\varepsilon}}-ul\right)+\frac{a(\tau-i_H)}{1-a}$$

Da $\tau > i_H$ sein soll,[1] muß somit gelten:

$$f'(\tilde{k}_E^{RG}) \quad > \quad f'(\tilde{k}_E^{o.St.})$$

(55) oder

$$\tilde{k}_E^{RG} \quad < \quad \tilde{k}_E^{o.St.}$$

<u>Beweis zu Gleichung (50)^{II}:</u>

Aus Gleichung $(122)^{RG}$ und mit Hilfe der Gleichung $(114)^{o.St.}$ folgt:

$$(56)\qquad f'(k_E^{*RG})\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(0)f(k_E^{*RG}))^{\varepsilon}}-ul\right)=$$

$$= f'(k_E^{*o.St.})\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(0)f(k_E^{*o.St.}))^{\varepsilon}}-ul\right)-\rho-\sigma\tau+\frac{(\rho+\sigma\tau)}{1-a}-\frac{ai_H}{1-a}$$

bei Umformung muß auch gelten:

$$(57)\qquad f'(k_E^{*RG})\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(0)f(k_E^{*RG}))^{\varepsilon}}-ul\right)=$$

$$= f'(k_E^{*o.St.})\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(0)f(k_E^{*o.St.}))^{\varepsilon}}-ul\right)+\frac{a(\rho+\sigma\tau-i_H)}{1-a}$$

---

1) Vgl. S. 123.

Da $\rho + \sigma\tau > \tau$ und $i_H < \tau$, muß somit gelten:

$$(58) \qquad k_E^{*RG} < k_E^{*o.St.}$$

Wenn wir Gleichung $(122)^{RG}$ für $i_H < \tau$ mit Gleichung $(122')^{RG}$ 1) vergleichen, so folgt auch:

$$(59) \qquad \left[f'(k_E^{*RG})\right]_{i_H<\tau} > \left[f'(k_E^{*RG})\right]_{i_H=\tau}$$

oder

$$(59') \qquad \left[(k_E^{*RG})\right]_{i_H<\tau} < \left[(k_E^{*RG})\right]_{i_H=\tau}$$

<u>Beweis zu Gleichung $(51)^{II}$:</u>

Setzen wir $(114)^{o.St.}$ in $(112)^{RG}$ ein, so gilt:

$$(112)^{RG} \quad \left(\frac{\dot{\tilde{D}}}{\tilde{D}}\right)^{RG} = \left(\frac{\dot{\tilde{D}}}{\tilde{D}}\right)^{o.St.} - \frac{a}{\sigma}\underbrace{\left[f'(k_E)\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(0)\,f(k_E))^{\varepsilon}} - ul\right) - \delta - i_H\right]}_{C_1}$$

$C_1 > 0$, für $k_E^{krit\ o.St.} < k_E < \tilde{k}_E^{o.St.}$

Da $i_H < \tau$,[2] gilt:

$$C_1 > C$$

und damit ist für gleiche k_E:

$$(60) \qquad \left(\frac{\dot{\tilde{D}}}{\tilde{D}}\right)^{RG}_{i_H<\tau} < \left(\frac{\dot{\tilde{D}}}{\tilde{D}}\right)^{RG}_{i_H=\tau}$$

1) Vgl. S. 299.

2) Für $i_H \lesseqgtr \tau$ ist τ als gleich unterstellt.

<u>Beweis zu Gleichung $(52)^{II}$:</u>

Lösen wir $\emptyset_1^{RG} = 0$ nach $\tilde{D}^{RG}$ und $\emptyset_1^{o.St.} = 0$ nach $\tilde{D}^{o.St.}$ auf und setzen letzteres in ersteres ein, so gilt:

$$\tilde{D}^{RG} = \tilde{D}^{o.St.} - a\left[\tilde{D}^{o.St.} + \tau k_E - i_H k_E\right]$$

(61) oder

$$\tilde{D}^{RG} = \tilde{D}^{o.St.}(1-a) - a(\tau - i_H)k_E$$

<u>Beweis zu Gleichung $(68)^{II}$:</u>

Setzen wir $(114)^{o.St.}$ in $(112)^{RG}$, so gilt:

$$(112)^{RG} \quad \left(\frac{\dot{\tilde{D}}}{\tilde{D}}\right)^{RG} = \left(\frac{\dot{\tilde{D}}}{\tilde{D}}\right)^{o.St.} - \frac{a}{\sigma}\underbrace{\left[f'(k_E)\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(0)f(k_E))^{\varepsilon}} - ul\right) - \delta - i_H\right]}_{C_2}$$

$C_2 > 0.$ für $k_E^{krit\ o.St.} < k_E < k_E^{*o.St.}$

wenn $i_H \leq \rho + \sigma\tau$ 1)

<u>zu D.3.:</u>

a) Aus den Gleichungen $(113)^{RG}$ und $(113)^{I}$ folgt für gleiches k_E, da $\emptyset_1^{RG} = 0 \gtrless \emptyset_1 = 0$ davon abhängig ist, ob:

(62)

$$\tilde{D}^{RG} = f(k_E)\left(\frac{1}{(L(0)f(k_E))^{\varepsilon}} - ul\right)(1-a) - w(0)(1-a) - \delta k_E - \tau k_E + ak_E(\delta + i_H) \gtrless$$

$$\tilde{D} = f(k_E)\left(\frac{1}{(L(0)f(k_E))^{\varepsilon}} - ul\right)(1-a) - w(0)(1-a) - \delta k_E - \tau k_E + ak_E\delta m^{T_G}$$

daß

(63) $\tilde{D}^{RG} \gtrless \tilde{D}^{T_G}$, wenn $1 + \frac{i_H}{\delta} \gtrless m^{T_G}$

1) Bei Gültigkeit des Gleichheitszeichens ist $C_2 = 0$ für $k_E^{*o.St.}$

c) Mit den Gleichungen $(118)^{RG}$ und $(118)^{I}$ gilt offenbar:

(64) $$f'(\tilde{k}_E^{RG})\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(0)f(\tilde{k}_E^{RG}))^{\varepsilon}}-ul\right)(1-a) =$$

$$= f'(\tilde{k}_E^{T_G})\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(0)f(\tilde{k}_E^{T_G}))^{\varepsilon}}-ul\right)(1-a)+a(\delta m^{T_G}-(\delta+i_H))$$

Daraus folgt aber:

$$f'(\tilde{k}_E^{RG}) \gtrless f'(\tilde{k}_E^{T_G}) \quad , \text{ wenn } \quad m^{T_G} \gtrless 1+\frac{i_H}{\delta}$$

(65) d.h.

$$\tilde{k}_E^{RG} \lessgtr \tilde{k}_E^{T_G} \quad , \text{ wenn } \quad m^{T_G} \gtrless 1+\frac{i_H}{\delta}$$

d) Mit Hilfe der Gleichungen $(122)^{RG}$ und $(122)^{I}$ kann man schreiben:

(66) $$f'(k_E^{*RG})\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(0)f(k_E^{*RG}))^{\varepsilon}}-ul\right)(1-a) =$$

$$= f'(k_E^{*T_G})\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(0)f(k_E^{*T_G}))^{\varepsilon}}-ul\right)(1-a)+a(\delta m^{T_G}-(\delta+i_H))$$

Damit folgt wiederum:

$$f'(k_E^{*RG}) \gtrless f'(k_E^{*T_G}) \quad , \text{ wenn } \quad m^{T_G} \gtrless 1+\frac{i_H}{\delta}$$

(67) oder

$$k_E^{*RG} \lessgtr k_E^{*T_G} \quad , \text{ wenn } \quad m^{T_G} \gtrless 1+\frac{i_H}{\delta}$$

e) Lösen wir die Gleichungen $(120)^{RG}$ und $(120)^{I}$ jeweils nach $w(0)(1-a)$ auf, so können wir auch schreiben:

(68)

$$f(k_E^{krit\ RG})\left(\frac{1}{(L(0)f(k_E^{krit\ RG}))^{\varepsilon}}-ul\right)(1-a)-(\delta+\tau)k_E^{krit\ RG}+$$

$$+a(\delta+i_H)k_E^{krit\ RG} = f(k_E^{krit\ ^TG})\left(\frac{1}{(L(0)f(k_E^{krit\ ^TG}))^{\varepsilon}}-ul\right)(1-a)-$$

$$-(\delta+\tau)k_E^{krit\ ^TG}+a\delta m^{^TG}k_E^{krit\ ^TG}$$

oder

(68')

$$f(k_E^{krit\ RG})\left(\frac{1}{(L(0)f(k_E^{krit\ RG}))^{\varepsilon}}-ul\right)(1-a)-(\delta+\tau)k_E^{krit\ RG} =$$

$$= f(k_E^{krit\ ^TG})\left(\frac{1}{(L(0)f(k_E^{krit\ ^TG}))^{\varepsilon}}-ul\right)(1-a)-(\delta+\tau)k_E^{krit\ ^TG}+$$

$$+a\delta m^{^TG}k_E^{krit\ ^TG}-a(\delta+i_H)k_E^{krit\ RG}$$

Daraus folgt für:

$$m^{^TG} = 1+\frac{i_H}{\delta} \qquad \text{muß} \quad k_E^{krit\ RG} = k_E^{krit\ ^TG} \quad \text{sein}$$

(69) $$m^{^TG} < 1+\frac{i_H}{\delta} \qquad \text{muß} \quad k_E^{krit\ RG} < k_E^{krit\ ^TG} \quad \text{sein}$$

$$m^{^TG} > 1+\frac{i_H}{\delta} \qquad \text{muß} \quad k_E^{krit\ RG} > k_E^{krit\ ^TG} \quad \text{sein}$$

Beweis zu Gleichung $(77)^{II}$:

Setzen wir $m^{T_G} = 1 + \frac{i_H}{\delta}$ in $(112)^{I}$ ein, so gilt:

$$(112')^{I} \quad \left(\frac{\dot{\tilde{D}}}{\tilde{D}}\right)^{T_G} = \frac{1}{\sigma}\left[f'(k_E)\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(0)f(k_E))^{\varepsilon}} - ul\right)(1-a) - \delta(1-a) + ai_H - \rho - \sigma\tau\right]$$

oder

$$(70) \quad \left(\frac{\dot{\tilde{D}}}{\tilde{D}}\right)^{T_G} = \frac{1}{\sigma}\left[f'(k_E)\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(0)f(k_E))^{\varepsilon}} - ul\right)(1-a) - \delta(1-a) + ai_H - \rho - \sigma\tau\right]$$

Beweis zu Gleichung $(81)^{II}$ bzw. $(81')^{II}$:

Setzen wir Gleichung $(112)^{I}$ in Gleichung $(112)^{RG}$ ein, so gilt:

$$(112)^{RG} \quad \left(\frac{\dot{\tilde{D}}}{\tilde{D}}\right)^{RG} = \left(\frac{\dot{\tilde{D}}}{\tilde{D}}\right)^{T_G} - \frac{a}{\sigma}\,\delta m^{T_G} + \frac{a}{\sigma}\,(\delta + i_H)$$

oder

$$(71) \quad \left(\frac{\dot{\tilde{D}}}{\tilde{D}}\right)^{RG} = \left(\frac{\dot{\tilde{D}}}{\tilde{D}}\right)^{T_G} + \frac{a}{\sigma}\,\underbrace{(\delta(1-m^{T_G}) + i_H)}_{A}$$

$A > 0$, da $m^{T_G} < 1 + \frac{i_H}{\delta}$ sein soll

Beweis zu Gleichung $(83)^{II}$:

in $t = 0$ gilt dann:

(72)

$$q(0)\Big|_{m^{T_G} < 1 + \frac{i_H}{\delta}} = \int_0^T \frac{\delta H}{\delta K_E}\, e^{-\rho\phi} d\phi < q(0)\Big|_{m^{T_G} = 1 + \frac{i_H}{\delta}} = \int_0^T \frac{\delta H}{\delta K_E}\, e^{-\rho\phi} d\phi$$

Mit Gleichung (52)^{I} gilt für das Verhältnis der Schattenpreise p für $m^{T_G} < 1 + \frac{i_H}{\delta}$ und $m^{T_G} = 1 + \frac{i_H}{\delta}$:

$$(73) \qquad p(0)\Big|_{m^{T_G}<1+\frac{i_H}{\delta}} = q(0)\Big|_{m^{T_G}<1+\frac{i_H}{\delta}} L^{\sigma}(0) < p(0)\Big|_{m^{T_G}=1+\frac{i_H}{\delta}} = $$

$$= q(0)\Big|_{m^{T_G}=1+\frac{i_H}{\delta}} L^{\sigma}(0)$$

Damit folgt für die optimale Aufteilung des Nettogewinnes in Ausschüttung und Erhöhung des Kapitals im Zeitpunkt null, daß (bei unterstellter gleicher Nutzenfunktion der Ausschüttung in beiden Fällen) für den Vergleich $m^{T_G} < 1 + \frac{i_H}{\delta}$ und $m^{T_G} = 1 + \frac{i_H}{\delta}$ gilt:

$$U'(\tilde{D}(0)) = p(0)\Big|_{m^{T_G}<1+\frac{i_H}{\delta}} < U'(\tilde{D}(0)) = p(0)\Big|_{m^{T_G}=1+\frac{i_H}{\delta}}$$

(74) oder

$$\tilde{D}(0)\Big|_{m^{T_G}<1+\frac{i_H}{\delta}} > \tilde{D}(0)\Big|_{m^{T_G}=1+\frac{i_H}{\delta}}$$

Gleichung (81)^{II} kann man umformen zu:

$$\dot{\tilde{D}}^{RG} = \tilde{D}^{RG} \frac{\dot{\tilde{D}}^{T_G}}{\tilde{D}^{T_G}} + \frac{a}{\sigma} A \tilde{D}^{RG} = \tilde{D}^{RG}\left(\frac{\dot{\tilde{D}}^{T_G}}{\tilde{D}^{T_G}} + \frac{a}{\sigma} A\right)$$

Da diese Gleichung für alle, bei beiden Steuern jeweils gleichen k_E-Werte gilt, hat man als Beziehung zwischen absolutem Ausschüttungszuwachs in Arbeitseffizienzeinheiten bei Reingewinnbesteuerung und absolutem Ausschüttungszuwachs in Arbeitseffizienzeinheiten bei Gewinnbesteuerung T_G:

<u>für $k_E^O < k_E^I < k_E^F$:</u>

$$\dot{\tilde{D}}^{RG}(k_E^I) = \frac{\tilde{D}^{RG}(k_E^I)}{\tilde{D}^{T}G(k_E^I)}\,\dot{\tilde{D}}^{T}G(k_E^I) + \frac{a}{\sigma}\,A\tilde{D}^{RG}(k_E^I) \quad ,$$

wobei $\dfrac{\tilde{D}^{RG}(k_E^I)}{\tilde{D}^{T}G(k_E^I)} < 1$ ist, aber mit wachsendem k_E wächst;

<u>für $k_E = k_E^F$:</u>

$$\dot{\tilde{D}}^{RG}(k_E^F) = \dot{\tilde{D}}^{T}G(k_E^F) + \frac{a}{\sigma}\,A\tilde{D}^{RG}(k_E^F) \quad ,$$

wobei $\dfrac{\tilde{D}^{RG}(k_E^F)}{\tilde{D}^{T}G(k_E^F)} = 1$ ist;

<u>für $k_E^F < k_E^{II} \leq k_E^{*RG}$:</u>

$$\dot{\tilde{D}}^{RG}(k_E^{II}) = \frac{\tilde{D}^{RG}(k_E^{II})}{\tilde{D}^{T}G(k_E^{II})}\,\dot{\tilde{D}}^{T}G(k_E^{II}) + \frac{a}{\sigma}\,A\tilde{D}^{RG}(k_E^{II}) \quad ,$$

mit $\dfrac{\tilde{D}^{RG}(k_E^{II})}{\tilde{D}^{T}G(k_E^{II})} > 1$;

Für die beiden ausgezeichneten Punkte dieses Intervalls gilt dabei:

$$\dot{\tilde{D}}^{RG}(k_E^{*T}G) = \frac{\tilde{D}^{RG}(k_E^{*T}G)}{\tilde{D}^{T}G(k_E^{*T}G)}\,\dot{\tilde{D}}^{T}G(k_E^{*T}G) + \frac{a}{\sigma}\,A\tilde{D}^{RG}(k_E^{*T}G) =$$

$$= \frac{a}{\sigma}\,A\tilde{D}^{RG}(k_E^{*T}G)$$

und

$$\dot{\tilde{D}}^{RG}(k_E^{*RG}) = \tilde{D}^{RG}(k_E^{*RG})\left(\frac{\dot{\tilde{D}}^{T_G}(k_E^{*RG})}{\tilde{D}^{T_G}(k_E^{*RG})} + \frac{a}{\sigma} A\right) = 0$$

Da $\tilde{D}^{RG}(k_E^{*RG}) > 0$, $\frac{a}{\sigma} \cdot A > 0$, muß gelten

$$\frac{\dot{\tilde{D}}^{T_G}(k_E^{*RG})}{\tilde{D}^{T_G}(k_E^{*RG})} = - \frac{a}{\sigma} A < 0$$

<u>Beweis zu Gleichung (86)^{II}:</u>

In t = 0 gilt dann:

(75)

$$q(0)\Big|_{m^{T_G} > 1+\frac{i_H}{\delta}} = \int_0^T \frac{\delta H}{\delta K_E} e^{-\rho\phi} d\phi > q(0)\Big|_{m^{T_G} = 1+\frac{i_H}{\delta}} = \int_0^T \frac{\delta H}{\delta K_E} e^{-\rho\phi} d\phi$$

Mit Gleichung $(52)^{I}$ gilt wiederum für das Verhältnis der Schattenpreise p für $m^{T_G} > 1 + \frac{i_H}{\delta}$ und $m^{T_G} = 1 + \frac{i_H}{\delta}$:

(76) $$p(0)\Big|_{m^{T_G} > 1+\frac{i_H}{\delta}} = q(0)\Big|_{m^{T_G} > 1+\frac{i_H}{\delta}} L^{\sigma}(0) > p(0)\Big|_{m^{T_G} = 1+\frac{i_H}{\delta}} = q(0)\Big|_{m^{T_G} = 1+\frac{i_H}{\delta}} L^{\sigma}(0)$$

Für die optimale Aufteilung des Nettogewinnes in Ausschüttung und Erhöhung des Kapitaleinsatzes im Zeitpunkt null folgt damit, daß, bei unterstellter gleicher Nutzenfunktion in beiden Fällen, für den Vergleich $m^{T_G} > 1 + \frac{i_H}{\delta}$ und $m^{T_G} = 1 + \frac{i_H}{\delta}$ gilt:

$$U'(\tilde{D}(0)) = p(0)\Big|_{m^{T_G}>1+\frac{i_H}{\delta}} > U'(\tilde{D}(0)) = p(0)\Big|_{m^{T_G}=1+\frac{i_H}{\delta}}$$

(77) oder

$$\tilde{D}(0)\Big|_{m^{T_G}>1+\frac{i_H}{\delta}} < \tilde{D}(0)\Big|_{m^{T_G}=1+\frac{i_H}{\delta}}$$

<u>zu E.1.:</u>

<u>Beweis zu Gleichung $(87)^{II}$:</u>

Aus $\emptyset_1^{T_G} = 0$ folgt mit Gleichung $(113)^{I}$:

$$(78)\qquad \tilde{D}^{T_G} = f(k_E)\left(\frac{1}{(L(0)f(k_E))^{\varepsilon}} - ul\right) - w(0) - \delta k_E - \tau k_E -$$
$$-a\left(f(k_E)\left(\frac{1}{(L(0)f(k_E))^{\varepsilon}} - ul\right) - w(0) - \delta k_E m^{T_G}\right)$$

Und aus $\emptyset_1^{o.St.} = 0$ folgt mit $(113)^{o.St.}$:

$$(79)\qquad \tilde{D}^{o.St.} = f(k_E)\left(\frac{1}{(L(0)f(k_E))^{\varepsilon}} - ul\right) - w(0) - \delta k_E - \tau k_E$$

Für gleiches k_E können wir somit schreiben:

$$(80)\qquad \tilde{D}^{T_G} = \tilde{D}^{o.St.} - a\left(f(k_E)\left(\frac{1}{(L(0)f(k_E))^{\varepsilon}} - ul\right) - w(0) - \delta k_E m^{T_G}\right)$$

<u>Beweis zu Gleichung $(94)^{II}$:</u>

Setzen wir in Gleichung $(118)^{I}$ für $m = m^{T_G} = 1 + \frac{\tau}{\delta}$ ein, so gilt:

(81)

$$f'(\tilde{k}_E^{T_G})\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(O)f(\tilde{k}_E^{T_G}))^{\varepsilon}}-ul\right)=\frac{\delta-\delta a(1+\frac{\tau}{\delta})+\tau}{1-a}=$$

$$=\frac{\delta-\delta a-a\tau+\tau}{1-a}=\frac{(\delta+\tau)(1-a)}{(1-a)}=\delta+\tau$$

Ein Vergleich mit Gleichung (23) des Anhangs zu B.2. (S. 294) zeigt, daß dann $\tilde{k}_E^{T_G}=\tilde{k}_E^{o.St.}$ sein muß.

<u>Beweis zu Gleichung $(95)^{II}$:</u>

Setzen wir in Gleichung $(122)^{I}$ für $m = m^{T_G} = 1+\frac{\tau}{\delta}$ ein, so folgt:

(82)

$$f'(k_E^{*T_G})\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(O)f(k_E^{*T_G}))^{\varepsilon}}-ul\right)=\frac{\delta-\delta a(1+\frac{\tau}{\delta})+\rho+\sigma\tau}{1-a}=$$

$$=\frac{(\delta+\tau)(1-a)+\rho+\sigma\tau}{1-a}=\delta+\tau+\frac{\rho+\sigma\tau}{(1-a)}$$

Da $\frac{\rho+\sigma\tau}{1-a}$ bei $0 < a < 1$ größer als $\rho+\sigma\tau$ ist, folgt mit Hilfe der Gleichung $(114)^{o.St.}$ sofort:

$$f'(k_E^{*T_G}) > f'(k_E^{*o.St.})$$

(83) oder

$$k_E^{*T_G} < k_E^{*o.St.}$$

<u>Beweis zu Gleichung $(98)^{II}$:</u>

Da durch die Erhebung der Gewinnsteuer bei $m^{T_G} = 1+\frac{\tau}{\delta}$ der zukünftige Nutzenstrom, der durch eine zusätzliche Einheit Kapital im Zeitpunkt O begründet wird, sinkt, gilt:

(84) $$q(0)\Big|_{m^{T_G}=1+\frac{\tau}{\delta}} = \int_0^T \frac{\delta H}{\delta K_E} e^{-\rho\emptyset} d\emptyset < q(0)\Big|^{o.St.} \frac{\delta H}{\delta K_E} e^{-\rho\emptyset} d\emptyset$$

Mit Gleichung $(52)^{I}$ gilt dann für das Verhältnis der Schattenpreise p:

(85)
$$p(0)\Big|_{m^{T_G}=1+\frac{\tau}{\delta}} = q(0)\Big|_{m^{T_G}=1+\frac{\tau}{\delta}} L^{\sigma}(0) < p(0)\Big|^{o.St.} = q(0)\Big|^{o.St.} L^{\sigma}(0)$$

Somit gilt für die optimale Aufteilung des Nettogewinnes in Ausschüttung und Erhöhung des Kapitaleinsatzes im Zeitpunkt 0 für den Vergleich zwischen einer Gewinnsteuer T_G und keiner Besteuerung, wenn $m^{T_G} = 1 + \frac{\tau}{\delta}$ ist (bei unterstellter gleicher Nutzenindexfunktion der Ausschüttung in beiden Fällen):

(86) $$U'(\tilde{D}(0)) = p(0)\Big|_{m^{T_G}=1+\frac{\tau}{\delta}} < U'(\tilde{D}(0)) = p(0)\Big|^{o.St.}$$

<u>Beweis zu Gleichung $(100)^{II}$:</u>

Aus Gleichung $(113)^{o.St.}$ folgt für $k_E = k_E^{krit\ o.St.}$:

(87) $$f(k_E^{krit\ o.St.})\left(\frac{1}{(L(0)f(k_E^{krit\ o.St.}))^{\varepsilon}} - ul\right) - w(0) =$$

$$= \dot{k}_E^{krit\ o.St.} + \tilde{D}^{o.St.}(k_E^{krit\ o.St.}) + \tau k_E^{krit\ o.St.} + \delta k_E^{krit\ o.St.}$$

Da wir Gleichung $(87)^{II}$ an der Stelle $k_E = k_E^{krit\ o.St.}$ betrachten, können wir für $f(k_E)\left(\frac{1}{(L(0)f(k_E))^{\varepsilon}} - ul\right) - w(0)$ die rechte Seite von Gleichung (87) einsetzen und erhalten dann für $(87)^{II}$:

(88) $$\tilde{D}^{T_G} = \tilde{D}^{o.St.} - a\Big[\dot{k}_E^{krit\ o.St.} + \tilde{D}^{o.St.}(k_E^{krit\ o.St.}) +$$
$$+ \tau k_E^{krit\ o.St.} + \delta k_E^{krit\ o.St.} - \delta k_E^{krit\ o.St.} m^{T_G}\Big]$$

Mit Hilfe der für den Fall ohne Besteuerung analog zu (84)[I] gebildeten Gleichung können wir dann schreiben:

$$(89) \qquad \tilde{D}^{T_G} = \tilde{D}^{o.St.} - a(\underbrace{(\tau+\delta-\delta m^{T_G})}_{(I)} k_E^{krit\ o.St.})$$

Für $m^{T_G} = 1 + \frac{\tau}{\delta}$ ist (I) = 0

und

für $m^{T_G} < 1 + \frac{\tau}{\delta}$ ist (I) > 0

<u>Beweis zu Gleichung (101)[II]:</u>

Gleichung (120)[I] läßt sich schreiben als:

(90)

$$\tilde{D}(k_E^{krit\ T_G}) = f(k_E^{krit\ T_G})\left(\frac{1}{(L(0)f(k_E^{krit\ T_G}))^{\varepsilon}} - ul\right) - w(0) -$$

$$-\delta k_E^{krit\ T_G} - \tau k_E^{krit\ T_G} - a\left[f(k_E^{krit\ T_G})\left(\frac{1}{(L(0)f(k_E^{krit\ T_G}))^{\varepsilon}} - ul\right) -\right.$$

$$\left. -w(0) - \delta m^{T_G} k_E^{krit\ T_G}\right] = 0$$

Mit Gleichung (113)$^{o.St.}$ und $k_E = k_E^{krit\ T_G}$ können wir dies somit auch schreiben:

(91)

$$\tilde{D}(k_E^{krit\,{}^{T}G}) = \dot{k}_E^{o.St.}(k_E^{krit\,{}^{T}G}) + \tilde{D}^{o.St.}(k_E^{krit\,{}^{T}G}) -$$

$$-a\Big[\dot{k}_E^{o.St.}(k_E^{krit\,{}^{T}G}) + \tilde{D}^{o.St.}(k_E^{krit\,{}^{T}G}) + \tau k_E^{krit\,{}^{T}G} + \delta k_E^{krit\,{}^{T}G} -$$

$$-\delta m^{{}^{T}G} k_E^{krit\,{}^{T}G}\Big] = 0$$

oder

(92)

$$\tilde{D}(k_E^{krit\,{}^{T}G}) = \Big(\dot{k}_E^{o.St.}(k_E^{krit\,{}^{T}G}) + \tilde{D}^{o.St.}(k_E^{krit\,{}^{T}G})\Big)(1-a) -$$

$$-a\Big((\tau+\delta-\delta m^{{}^{T}G})k_E^{krit\,{}^{T}G}\Big) = 0$$

<u>Beweis zu Gleichung (103)^{II}:</u>

Aus Gleichung (118)^{I} und Gleichung (23) des Anhangs zu B.2. auf S. 294 gilt:

(93)

$$f'(\tilde{k}_E^{{}^{T}G})\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(0)f(\tilde{k}_E^{{}^{T}G}))^{\varepsilon}} - ul\right) \gtreqless f'(\tilde{k}_E^{o.St.})\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(0)f(\tilde{k}_E^{o.St.}))^{\varepsilon}} - ul\right),$$

wenn $\quad \dfrac{\delta(1-am^{{}^{T}G})+\tau}{(1-a)} \gtrless \tau + \delta$

Letztere Ungleichung können wir umformen zu:

(94) $$\cancel{\delta} - \delta am^{{}^{T}G} + \cancel{\tau} \gtrless \cancel{\delta} - \delta a + \cancel{\tau} - \tau a$$

Da $m^{{}^{T}G} < 1 + \frac{\tau}{\delta}$ sein soll, gilt

(95) $\quad - a\delta m^{T_G} \; > \; - a(\delta + \tau)$

und damit folgt:

$$f'(\tilde{k}_E^{T_G}) \; > \; f'(\tilde{k}_E^{o.St.})$$

(96) oder

$$\tilde{k}_E^{T_G} \; < \; \tilde{k}_E^{o.St.}$$

<u>Beweis zu Gleichung (104)^{II}:</u>

Aus Gleichung (122)^{T_G} bzw. mit Hilfe von Gleichung (114)$^{o.St.}$ folgt:

(97)

$$f'(k_E^{*T_G})\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(O)f(k_E^{*T_G}))^{\varepsilon}} - ul\right) \gtrless f'(k_E^{*o.St.})\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(O)f(k_E^{*o.St.}))^{\varepsilon}} - ul\right),$$

wenn $\quad \dfrac{\delta(1-am) + \rho + \sigma\tau}{(1-a)} \gtrless \delta + \rho + \sigma\tau$

Die letzte der Ungleichungen können wir wiederum umformen zu:

(98) $\quad \cancel{\delta} - \delta a m^{T_G} + \cancel{\rho} + \cancel{\sigma\tau} \gtrless \cancel{\delta} - \delta a + \cancel{\rho} + \cancel{\sigma\tau} - a(\rho + \sigma\tau)$

Da $m^{T_G} < 1 + \frac{\tau}{\delta}$ und $\rho + \sigma\tau > \tau$[1] sein soll, gilt:

(98') $\quad - a\delta m^{T_G} \; > \; - a(\delta + \rho + \sigma\tau)$

1) Vgl. Gleichung (92)^{I} auf S. 40.

Und damit folgt:

$$f'(k_E^{*\,T_G}) \quad > \quad f'(k_E^{*\,o.St.})$$

(99) oder

$$k_E^{*\,T_G} \quad < \quad k_E^{*\,o.St.}$$

Da nun $m^{T_G} < 1 + \frac{\tau}{\delta}$ gelten soll, gilt im Vergleich mit $m^{T_G} = 1 + \frac{\tau}{\delta}$ für $k_E^{*\,T_G}$ aus Gleichung $(122)^{T_G}$:

(100) $$\left[k_E^{*\,T_G}\right]_{m^{T_G}<1+\frac{\tau}{\delta}} \quad < \quad \left[k_E^{*\,T_G}\right]_{m^{T_G}=1+\frac{\tau}{\delta}}$$

<u>zu E.3.:</u>

e) Aus $(120)^{T'_G}$ folgt:

(101) $$f(k_E^{krit\ T'_G})\left(\frac{1}{(L(0)f(k_E^{krit\ T'_G}))^{\varepsilon}} - ul\right)(1-a) -$$

$$-\left(\delta(1-am)+\tau\right)k_E^{krit\ T'_G} = w(0)(1-a)$$

Und mit $(84)^{I}$ gilt:

(102) $$f(k_E^{krit\ T_G})\left(\frac{1}{(L(0)f(k_E^{krit\ T_G}))^{\varepsilon}} - ul\right)(1-a) -$$

$$-\left(\delta(1-am)+\tau\right)k_E^{krit\ T_G} = w(0)(1-a)$$

Damit gilt aber:[1)]

$$(103) \qquad k_E^{krit\; T'_G} = k_E^{krit\; T_G}$$

<u>zu E.5.:</u>

Aus Gleichung $(120)^{T''_G}$ folgt:

$$(104) \qquad f(k_E^{krit\; T''_G})\left(\frac{1}{(L(0)\,f(k_E^{krit\; T''_G}))^{\varepsilon}} - ul\right)(1-a) - \left(\delta(1-am^{T_G})+\tau\right)k_E^{krit\; T''_G} = w(0)(1-a)$$

Und mit Gleichung $(120)^{T'_G}$ gilt:

$$(105) \qquad f(k_E^{krit\; T'_G})\left(\frac{1}{(L(0)\,f(k_E^{krit\; T'_G}))^{\varepsilon}} - ul\right)(1-a) - \left(\delta(1-am^{T_G})+\tau\right)k_E^{krit\; T'_G} = w(0)(1-a)$$

Daraus folgt:

$$(106) \qquad k_E^{krit\; T''_G} = k_E^{krit\; T'_G}$$

---

1) Dies ist auch unmittelbar einsichtig durch die Definition des kritischen (bzw. maximalen) Kapitalstocks, der dann vorliegt, wenn $\dot{k}_E$ und $\dot{D}$ (oder $\dot{K}_E$ und D) beide null sind. Dann sind aber auch $(30)^{T'_G}$ und $(30)^{T_G}$ identisch.

<u>zu E.6.:</u>

<u>Beweis zu Gleichung $(114'')^{T_G \text{ prog } 2}$:</u>

Für $\frac{\delta \tilde{G}}{\delta G} \frac{\delta G}{\delta K_E}$ gilt:

(107)

$$\frac{\delta \tilde{G}}{\delta G} \frac{\delta G}{\delta K_E} = \frac{\delta (Ge^{-\tau t}L^{-1})}{\delta G} \frac{\delta \left[(e^{\tau t} f(k_E) L(0))^{1-\varepsilon} e^{\pi t} - wL(0) - \right.}{\delta k_E} \cdot$$

$$\cdot \frac{\left. -ule^{\tau t} f(k_E) L(0) - m\delta k_E e^{\tau t} L(0) \right]}{1} \frac{\delta k_E}{\delta K_E} =$$

$$= e^{-\tau t} L^{-1} \left[f'(k_E) \left(\frac{1-\varepsilon}{L(0) f(k_E))^{\varepsilon}} - ul \right) - m\delta \right]$$

Setzen wir dies in $(114)^{T_G \text{ prog } 2}$ ein, so folgt sofort $(114'')^{T_G \text{ prog } 2}$.

<u>Beweis zu Gleichung $(117)^{T_G \text{ prog } 2}$:</u>

Mit

$$(108) \qquad \frac{\delta \emptyset_1^{T_G \text{ prog } 2}}{\delta k_E} = f'(k_E) \left(\frac{1-\varepsilon}{(L(0) f(k_E))^{\varepsilon}} - ul \right) (1 - a(\tilde{G})) -$$

$$- \delta (1 - a(\tilde{G}) m) - \tau - \frac{\delta a}{\delta G} \frac{\delta \tilde{G}}{\delta G} \frac{\delta G}{\delta k_E} \cdot$$

$$\cdot \left(f(k_E) \left(\frac{1}{(L(0) f(k_E))^{\varepsilon}} - ul \right) - w(0) - \delta k_E m \right)$$

und der Ableitung der ersten beiden Terme in Gleichung (107) erhält man $(117)^{T_G \text{ prog } 2}$.

zu E.7.:

Beweis zu Gleichung (148)^{II}:

Mit der Definition von G aus Gleichung (30)$^{T_{G\ prog\ 1}}$ können wir schreiben:

$$(109) \qquad \tilde{G} = f(k_E)\left(\frac{1}{(L(0)f(k_E))^{\varepsilon}} - ul\right) - w(0) - m\delta k_E$$

Hiermit gilt dann für die Gleichungen (113)^{I} und (113)$^{T_{G\ prog\ 2}}$:

(110)

$$\tilde{D}^{T_G} = \tilde{G}(1-a) - \delta k_E(1-m) - \tau k_E \gtrless \tilde{D}^{T_{G\ prog\ 2}} = \tilde{G}(1-a(\tilde{G})) - \delta k_E(1-m) - \tau k_E$$

Daraus folgt:

$$\tilde{D}^{T_G} \gtrless \tilde{D}^{T_{G\ prog\ 2}}, \quad \text{wenn} \quad a \lesseqgtr a(\tilde{G})$$

(111) oder

$$\emptyset_1^{T_G} \gtrless \emptyset_1^{T_{G\ prog\ 2}}, \quad \text{wenn} \quad a \lesseqgtr a(\tilde{G})$$

Beweis zu Gleichung (149)^{II}:

Aus den Gleichungen (117)^{I} und (117)$^{T_{G\ prog\ 2}}$ folgt:

$$(112)\qquad \left.\frac{d\tilde{D}}{dk_E}\right|_{\emptyset_1 \; {}^{T}G_{=0}} \gtrless \left.\frac{d\tilde{D}}{dk_E}\right|_{\emptyset_1 \; {}^{T}G\ \mathrm{prog}\ 2_{=0}}, \quad \text{wenn}$$

$$f'(k_E)\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(0)\,f(k_E))^{\varepsilon}}-ul\right)-\delta-\tau-a\left(f'(k_E)\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(0)\,f(k_E))^{\varepsilon}}-ul\right)-\delta m\right) \gtrless$$

$$\gtrless f'(k_E)\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(0)\,f(k_E))^{\varepsilon}}-ul\right)-\delta-\tau-a(\tilde{G})\left(f'(k_E)\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(0)\,f(k_E))^{\varepsilon}}-ul\right)-\right.$$

$$\left.-\delta m\right)-\frac{\delta a}{\delta\tilde{G}}\left(f'(k_E)\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(0)\,f(k_E))^{\varepsilon}}-ul\right)-\delta m\right)\left(f(k_E)\left(\frac{1}{(L(0)\,f(k_E))^{\varepsilon}}-ul\right)-\right.$$

$$\left.-w(0)-\delta k_E m\right)$$

für gleiches k_E kann man dies offenbar auch schreiben:

$$(113)\qquad \left.\frac{d\tilde{D}}{dk_E}\right|_{\emptyset_1 \; {}^{T}G_{=0}} \gtrless \left.\frac{d\tilde{D}}{dk_E}\right|_{\emptyset_1 \; {}^{T}G\ \mathrm{prog}\ 2_{=0}}, \quad \text{wenn}$$

$$\left(f'(k_E)\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(0)\,f(k_E))^{\varepsilon}}-ul\right)-\delta m\right)\left(a(\tilde{G})+\frac{\delta a}{\delta\tilde{G}}\left(f(k_E)\left(\frac{1}{(L(0)\,f(k_E))^{\varepsilon}}-ul\right)-\right.\right.$$

$$\left.\left.-w(0)-\delta k_E m\right)\right) \gtrless \left(f'(k_E)\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(0)\,f(k_E))^{\varepsilon}}-ul\right)-\delta m\right)\cdot a$$

oder mit Gleichung (109) des Anhangs auf S. 323:

$$(114)\qquad \left.\frac{d\tilde{D}}{dk_E}\right|_{\emptyset_1 \; {}^{T}G_{=0}} \gtrless \left.\frac{d\tilde{D}}{dk_E}\right|_{\emptyset_1 \; {}^{T}G\ \mathrm{prog}\ 2_{=0}}, \quad \text{wenn} \left(a(\tilde{G})+\frac{\delta a}{\delta\tilde{G}}\,\tilde{G}\right) \gtrless a$$

<u>Beweis zu Gleichung $(150)^{II}$:</u>

Lösen wir die Gleichungen $(118)^{I}$ und $(118)^{{}^{T}G\ \mathrm{prog}\ 2}$ beide nach $(\delta+\tau)$ auf, dann können wir schreiben:

(115)

$$f'(\tilde{k}_E^{\,T_G})\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(O)f(\tilde{k}_E^{\,T_G}))\varepsilon}-ul\right)-a\left(f'(\tilde{k}_E^{\,T_G})\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(O)f(\tilde{k}_E^{\,T_G}))^{\varepsilon}}-\right.\right.$$

$$\left.\left.-ul\right)-\delta m\right)=f'(\tilde{k}_E^{\,T_G\text{ prog }2})\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(O)f(\tilde{k}_E^{\,T_G\text{ prog }2}))^{\varepsilon}}-ul\right)-\left(a(\tilde{G})+\right.$$

$$\left.+\frac{\delta a}{\delta\tilde{G}}\tilde{G}\right)\left(f'(\tilde{k}_E^{\,T_G\text{ prog }2})\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(O)f(\tilde{k}_E^{\,T_G\text{ prog }2}))^{\varepsilon}}-ul\right)-m\delta\right)$$

Da das Gleichheitszeichen gelten muß, folgt für:

$$a(\tilde{G})+\frac{\delta a}{\delta\tilde{G}}\tilde{G}=a:\ f'(\tilde{k}_E^{\,T_G})=f'(\tilde{k}_E^{\,T_G\text{ prog }2}),$$

$$\text{d.h. } \tilde{k}_E^{\,T_G}=\tilde{k}_E^{\,T_G\text{ prog }2}$$

(116) $$a(\tilde{G})+\frac{\delta a}{\delta\tilde{G}}\tilde{G}<a:\ f'(\tilde{k}_E^{\,T_G})>f'(\tilde{k}_E^{\,T_G\text{ prog }2}),$$

$$\text{d.h. } \tilde{k}_E^{\,T_G}<\tilde{k}_E^{\,T_G\text{ prog }2}$$

$$a(\tilde{G})+\frac{\delta a}{\delta\tilde{G}}\tilde{G}>a:\ f'(\tilde{k}_E^{\,T_G})<f'(\tilde{k}_E^{\,T_G\text{ prog }2}),$$

$$\text{d.h. } \tilde{k}_E^{\,T_G}>\tilde{k}_E^{\,T_G\text{ prog }2}$$

Beweis zu Gleichung $(151)^{II}$:

Lösen wir die Gleichungen $(122)^{I}$ und $(122)^{T_G\text{ prog }2}$ jeweils nach $(\delta+\rho+\sigma\tau)$ auf, so können wir schreiben:

(117)

$$f'(k_E^{*T_G})\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(0)f(k_E^{*T_G}))^{\varepsilon}} - ul\right) - a\left(f'(k_E^{*T_G})\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(0)f(k_E^{*T_G}))^{\varepsilon}} - ul\right) - \delta m\right) =$$

$$= f'(k_E^{*T_G \text{ prog } 2})\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(0)f(k_E^{*T_G \text{ prog } 2}))^{\varepsilon}} - ul\right) -$$

$$-\left(a(\tilde{G}) + \frac{\delta a}{\delta \tilde{G}}\tilde{G}\right)\left(f'(k_E^{*T_G \text{ prog } 2})\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(0)f(k_E^{*T_G \text{ prog } 2}))^{\varepsilon}} - ul\right) - \delta m\right)$$

Da das Gleichheitszeichen gelten muß, folgt für:

$$a(\tilde{G}) + \frac{\delta a}{\delta \tilde{G}}\tilde{G} = a: \quad f'(k_E^{*T_G}) = f'(k_E^{*T_G \text{ prog } 2}),$$

$$\text{d.h. } k_E^{*T_G} = k_E^{*T_G \text{ prog } 2}$$

(118) $$a(\tilde{G}) + \frac{\delta a}{\delta \tilde{G}}\tilde{G} < a: \quad f'(k_E^{*T_G}) > f'(k_E^{*T_G \text{ prog } 2}),$$

$$\text{d.h. } k_E^{*T_G} < k_E^{*T_G \text{ prog } 2}$$

$$a(\tilde{G}) + \frac{\delta a}{\delta \tilde{G}}\tilde{G} > a: \quad f'(k_E^{*T_G}) < f'(k_E^{*T_G \text{ prog } 2}),$$

$$\text{d.h. } k_E^{*T_G} > k_E^{*T_G \text{ prog } 2}$$

Beweis zu Gleichung $(152)^{II}$:

Aus den Gleichungen $(120)^{I}$ und $(120)^{T_G \text{ prog } 2}$ gilt:

(119)

$$\tilde{D}(k_E^{krit\ ^TG}) = f(k_E^{krit\ ^TG})\left(\frac{1}{(L(0)f(k_E^{krit\ ^TG}))^{\varepsilon}} - ul\right) -$$

$$-(\delta+\tau)k_E^{krit\ ^TG} - a\left(f(k_E^{krit\ ^TG})\left(\frac{1}{(L(0)f(k_E^{krit\ ^TG}))^{\varepsilon}} - ul\right) -\right.$$

$$\left. -w(0)-\delta mk_E\right) \gtrless \tilde{D}(k_E^{krit\ ^TG\ prog\ 2}) = f(k_E^{krit\ ^TG\ prog\ 2}) \cdot$$

$$\cdot\left(\frac{1}{(L(0)f(k_E^{krit\ ^TG\ prog\ 2}))^{\varepsilon}} - ul\right) - (\delta+\tau)k_E^{krit\ ^TG\ prog\ 2} -$$

$$-a(\tilde{G})\left(f(k_E^{krit\ ^TG\ prog\ 2})\left(\frac{1}{(L(0)f(k_E^{krit\ ^TG\ prog\ 2}))^{\varepsilon}} - ul\right) -\right.$$

$$\left. -w(0)-\delta mk_E\right)$$

Daraus folgt sofort:

$$k_E^{krit\ ^TG} = k_E^{krit\ ^TG\ prog\ 2}, \text{ wenn } a(\tilde{G}) = a$$

$$(120)\qquad k_E^{krit\ ^TG} < k_E^{krit\ ^TG\ prog\ 2}, \text{ wenn } a(\tilde{G}) > a$$

$$k_E^{krit\ ^TG} > k_E^{krit\ ^TG\ prog\ 2}, \text{ wenn } a(\tilde{G}) < a$$

Beweis zu Gleichung $(158)^{II}$:

Aus den Gleichungen $(114)^{I}$ und $(114'')^{^TG\ prog\ 2}$ folgt:

$$(121) \quad \left(\frac{\dot{\tilde{D}}}{\tilde{D}}\right)^{T_G} \gtrless \left(\frac{\dot{\tilde{D}}}{\tilde{D}}\right)^{T_G \text{ prog } 2}, \quad \text{wenn}$$

$$\frac{1}{\sigma}\left[f'(k_E)\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(O)\,f(k_E))^{\varepsilon}} - ul\right) - \delta - \rho - \sigma\tau - a\left(f'(k_E)\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(O)\,f(k_E))^{\varepsilon}} - ul\right) - \delta m\right)\right] \gtrless \frac{1}{\sigma}\left[f'(k_E)\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(O)\,f(k_E))^{\varepsilon}} - ul\right) - \delta - \rho - \sigma\tau - \left(a(\tilde{G}) + \frac{\delta a}{\delta \tilde{G}}\,\tilde{G}\right) \cdot \left(f'(k_E)\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(O)\,f(k_E))^{\varepsilon}} - ul\right) - \delta m\right)\right]$$

Dann können wir aber auch schreiben:

$$(122) \quad \left(\frac{\dot{\tilde{D}}}{\tilde{D}}\right)^{T_G} \gtrless \left(\frac{\dot{\tilde{D}}}{\tilde{D}}\right)^{T_G \text{ prog } 2}, \quad \text{wenn} \quad \left(a(\tilde{G}) + \frac{\delta a}{\delta \tilde{G}}\,\tilde{G}\right) \gtrless a$$

KAPITEL III

zu B.2.:

Wenn das Steueraufkommen der Steuer auf den Bruttoumsatz dem Steueraufkommen bei Besteuerung des Nettoumsatzes mit einem Normalsteuersatz von 13% gleich sein soll, so muß gelten:

(1) $s_{br}U^{br} = 0{,}13(U^{br} - USt)$

oder mit $(2)^{III}$ (S. 204):

(2) $s_{br}U^{br} = 0{,}13(U^{br} - s_{br}U^{br})$

daraus folgt:

$$s_{br}(1+0{,}13)U^{br} = 0{,}13\ U^{br}$$

(3) oder

$$s_{br} = \frac{0{,}13}{1+0{,}13}$$

zu C.:

Beweis zu Gleichung $(48)^{ges\ 1}$:

Setzen wir Gleichung $(13)^{I}$ in $(34)^{ges\ 1}$ ein, so gilt:

(4)
$$\begin{aligned}\dot{K}_E = &\Big(1-\big(s_{br}+(s_{kn}+s_{ge}-s_{kn}s_{ge})(1-s_{br})\big)\Big)\Big(e^{\tau t}L(t)f(k_E)\Big)^{1-\varepsilon}\\ &e^{\pi t}-\Big(1-(s_{kn}+s_{ge}-s_{kn}s_{ge})\Big)(wL+ulF+\delta K_E)\\ &-(1+(s_{ka}-s_{kn}-s_{kn}s_{ka}))D\\ &-(s_{gk}+s_v+s_{kn}s_{ge}s_{gk}-s_{kn}s_{gk}-s_{gk}s_{ge})K_E\end{aligned}$$

Multiplizieren wir nun mit $e^{-\tau t}L^{-1}(t)$, so können wir auch schreiben:

$$\dot{K}_E e^{-\tau t}L^{-1}(t) = f(k_E)F^{-\varepsilon}e^{\pi t}\Bigg(1-\Big(s_{br}+(s_{kn}+s_{ge}-s_{kn}s_{ge})(1-s_{br})\Big)\Bigg)$$

(5)

$$-(1-(s_{kn}+s_{ge}-s_{kn}s_{ge}))(w(0)+ulf(k_E)+\delta k_E)$$

$$-(1+(s_{ka}-s_{kn}-s_{kn}s_{ka}))\tilde{D}$$

$$-(s_{gk}+s_v+s_{kn}s_{ge}s_{gk}-s_{kn}s_{gk}-s_{gk}s_{ge})k_E$$

Mit Gleichung $(47)^{I}$ gilt dann:

$$\dot{k}_E = f(k_E)F^{-\varepsilon}e^{\pi t}\Bigg((1-s_{br})\Big(1-(s_{kn}+s_{ge}-s_{kn}s_{ge})\Big)\Bigg)$$

$$-ulf(k_E)(1-(s_{kn}+s_{ge}-s_{kn}s_{ge}))$$

$$-(\delta k_E+w(0))(1-(s_{kn}+s_{ge}-s_{kn}s_{ge}))$$

(6)

$$-(1+(s_{ka}-s_{kn}-s_{kn}s_{ka}))\tilde{D}$$

$$-(s_{gk}+s_v+s_{kn}s_{ge}s_{gk}-s_{kn}s_{gk}-s_{gk}s_{ge})k_E$$

$$-\tau k_E$$

Bei Gültigkeit von Fußnote 1 auf S. 27 (vgl. hierzu S. 31 und 38 ff.) ergibt sich dann $(48)^{ges\ 1}$.

<u>Beweis zu Gleichung $(65)^{ges\ 1}$:</u>

Mit Gleichung $(34)^{ges\ 1}$ gilt für die zu Gleichung $(55)^{I}$ analoge Gleichung:

$$\frac{\delta H}{\delta K_E} = q\Bigg[\Big(1-(s_{br}+(s_{kn}+s_{ge}-s_{kn}s_{ge})(1-s_{br}))\Big)(1-\varepsilon)$$

(7)
$$F^{-\varepsilon}e^{\pi t}f'(k_E)-(1-(s_{kn}+s_{ge}-s_{kn}s_{ge}))ulf'(k_E)$$
$$-(1-(s_{kn}+s_{ge}-s_{kn}s_{ge}))\delta$$
$$-(s_{gk}+s_v+s_{kn}s_{ge}s_{gk}-s_{kn}s_{gk}-s_{gk}s_{ge})\Bigg]$$

Dies können wir aber auch schreiben:

(8)
$$\frac{\delta H}{\delta K_E} = q\Bigg[f'(k_E)\left(\frac{(1-\varepsilon)(1-s_{br})}{(L(O)f(k_E))^{\varepsilon}} -ul\right)(1-(s_{kn}+s_{ge}-s_{kn}s_{ge}))$$
$$-(1-(s_{kn}+s_{ge}-s_{kn}s_{ge}))\delta$$
$$-(s_{gk}+s_v+s_{kn}s_{ge}s_{gk}-s_{kn}s_{gk}-s_{gk}s_{ge})\Bigg]$$

Setzen wir dies in Gleichung $(39)^{I}$ ein und die hieraus entwickelte Gleichung $\frac{\dot{q}}{q}$ in Gleichung $(54)^{I}$, so erhalten wir Gleichung $(65)^{ges\ 1}$.

<u>zu F.:</u>

a) Für gleiches k_E ist $\emptyset_1^{ges\ 1} = 0 \gtrless \emptyset_1^{ges\ 1'} = 0$ offenbar davon abhängig, ob:

(9)
$$\mathfrak{D}^{ges\ 1} = \frac{f(k_E)\left(\frac{(1-s_{br})}{(L(O)f(k_E))^{\varepsilon}} -ul\right)(1-(s_{kn}+s_{ge}-s_{kn}s_{ge})) -}{(1+(s_{ka}-s_{kn}-s_{kn}s_{ka}))}$$

$$\frac{(\delta k_E+w(O))(1-(s_{kn}+s_{ge}-s_{kn}s_{ge}))-(s_{gk}+s_v+}{1}$$

$$\frac{+s_{kn}s_{ge}s_{gk}-s_{kn}s_{gk}-s_{gk}s_{ge})k_E-\tau k_E}{1} \gtrless$$

$$\tilde{D}^{ges\ 1'} = \frac{f(k_E)\left(\frac{(1-s_{br})}{(L(O)f(k_E))^{\varepsilon}}-ul\right)(1-(s_{kn}+s_{ge}-s_{kn}s_{ge}))\ -}{1+(s_{ka}-s_{kn})}$$

$$\frac{-(\delta k_E+w(O))(1-(s_{kn}+s_{ge}-s_{kn}s_{ge}))-(s_{gk}+s_v+}{1}$$

$$\frac{+s_{kn}s_{ge}s_{gk}-s_{kn}s_{gk}-s_{gk}s_{ge})k_E-\tau k_E}{1}$$

Weil sowohl der Normalkörperschaftsteuerfaktor als auch der Nettoausschüttungsfaktor in unterschiedlicher Höhe bei beiden Steuern festgelegt sind, setzen wir die entsprechenden Steuerfaktoren in letztere Bedingung ein, während wir die Steuerfaktoren der anderen Steuern, da sie gleich sind, weiterhin unspezifiziert lassen. Für die Körperschaftsteuer gemäß Gleichung $(15)^{III}$ bzw. $(16)^{III}$ gilt: $s_{kn} = 0{,}56$ und $s_{ka} = 0{,}5625$,[1] während für die Körperschaftsteuer gemäß Gleichung $(29)^{III}$ bzw. $(30)^{III}$ gilt: $s_{kn} = 0{,}5253$ und $s_{ka} = 0{,}1545$.[2] Somit folgt:

(10) $\tilde{D}^{ges\ 1} \gtreqless \tilde{D}^{ges\ 1'}$, wenn

1) Die Angabe von s_{ka} bezieht sich auf die Nettoausschüttungen, also die Ausschüttungen ausschließlich der Ausschüttungsbelastung; sie entspricht einer Belastung der Bruttoausschüttung, also der Ausschüttung einschließlich der Ausschüttungsbelastung von 0,36 (0,5625·0,64 = 0,36).

2) Der Körperschaftsteuersatz für die Belastung ausgeschütteter Gewinne betrug bei der Körperschaftsteuer, die bis zum 31.12.1976 gültig war, 15%; der Ergänzungsabgabesatz betrug 3% auf diese Bemessungsgrundlage. Somit gilt: 0,15(1+0,03) = 0,1545.

$$\frac{f(k_E)\left(\frac{(1-s_{br})}{(L(O)f(k_E))^{\varepsilon}}-ul\right)(1-0{,}56-s_{ge}+0{,}56s_{ge})-(\delta k_E+w(O))}{(1+0{,}5625-0{,}56-0{,}56\cdot 0{,}5625)}$$

$$\frac{(1-0{,}56-s_{ge}+0{,}56s_{ge})-(s_{gk}+s_v-s_{gk}s_{ge}+0{,}56s_{ge}s_{gk}-}{1}$$

$$\frac{-0{,}56s_{gk})k_E-\tau k_E}{1} \gtrless$$

(10)

$$\frac{f(k_E)\left(\frac{(1-s_{br})}{(L(O)f(k_E))^{\varepsilon}}-ul\right)(1-0{,}5253-s_{ge}+0{,}5253s_{ge})-}{(1+0{,}1545-0{,}5253)}$$

$$\frac{-(\delta k_E+w(O))(1-0{,}5253-s_{ge}+0{,}5253s_{ge})-(s_{gk}+s_v-s_{gk}s_{ge}+}{1}$$

$$\frac{+0{,}5253s_{ge}s_{gk}-0{,}5253s_{gk})k_E-\tau k_E}{1}$$

Dies kann man auch umformen zu:

$\tilde{D}^{ges\ 1} \gtrless \tilde{D}^{ges\ 1'}$, wenn

$$\frac{f(k_E)\left(\frac{(1-s_{br})}{(L(O)f(k_E))^{\varepsilon}}-ul\right)(0{,}44(1-s_{ge}))-(\delta k_E+w(O))}{0{,}6875}$$

(11) $$\frac{(0{,}44(1-s_{ge}))-(s_{gk}+s_v-s_{gk}s_{ge}-0{,}56s_{gk}(1-s_{ge}))k_E-\tau k_E}{1} \gtrless$$

$$\frac{f(k_E)\left(\frac{(1-s_{br})}{(L(0)f(k_E))^{\varepsilon}}-ul\right)(0,4747(1-s_{ge}))-(\delta k_E+w(0))}{0,6292}$$

$$\frac{(0,4747(1-s_{ge}))-(s_{gk}+s_v-s_{gk}s_{ge}-0,5253s_{gk}(1-s_{ge}))k_E-\tau k_E}{1}$$

Gleichung (11) läßt sich umformen zu:[1)]

$$(12)\quad 0 < 0,04950825(1-s_{ge})\left[f(k_E)\left(\frac{(1-s_{br})}{(L(0)f(k_E))^{\varepsilon}}-ul\right)-\delta k_E-\right.$$

$$\left.-w(0)-s_{gk}k_E-\frac{0,0583}{0,04950825(1-s_{ge})}(s_v+\tau)k_E\right]$$

b) Mit $(117)^{ges\ 1}$ und $(117)^{ges\ 1'}$ gilt:

$$(13)\quad \frac{d\tilde{D}}{dk_E}\bigg|_{\emptyset_1^{ges\ 1}=0} \gtrless \frac{d\tilde{D}}{dk_E}\bigg|_{\emptyset_1^{ges\ 1'}=0}\quad,\ \text{wenn}$$

$$\frac{f'(k_E)\left(\frac{(1-\varepsilon)(1-s_{br})}{(L(0)f(k_E))^{\varepsilon}}-ul\right)(1-(s_{kn}+s_{ge}-s_{kn}s_{ge}))-}{(1+(s_{ka}-s_{kn}-s_{kn}s_{ka}))}$$

$$\frac{\delta(1-(s_{kn}+s_{ge}-s_{kn}s_{ge}))-(s_{gk}+s_v-s_{gk}s_{ge}+s_{kn}s_{ge}s_{gk}-}{1}$$

$$\frac{-s_{kn}s_{gk})-\tau}{1}\ \gtrless$$

1) Wir lassen im folgenden Zwischenschritte aus Platzgründen weg; daß das "<"-Zeichen gilt, geht daraus hervor, daß der Klammerausdruck größer null ist, wie ein Vergleich mit der mit konkreten Steuerfaktoren s_{kn} und s_{ka} berechneten Gleichung $(113)^{ges\ 1}$ (oder $(113)^{ges\ 1'}$) zeigt.

$$\frac{f'(k_E)\left(\frac{(1-\varepsilon)(1-s_{br})}{(L(0)f(k_E))^{\varepsilon}}-ul\right)(1-(s_{kn}+s_{ge}-s_{kn}s_{ge}))-}{(1+(s_{ka}-s_{kn}))}$$

$$\frac{-\delta(1-(s_{kn}+s_{ge}-s_{kn}s_{ge}))-(s_{gk}+s_v-s_{gk}s_{ge}+s_{kn}s_{ge}s_{gk}-}{1}$$

$$\frac{-s_{kn}s_{gk})-\tau}{1}$$

Letztere Bedingung läßt sich umformen zu:

$$(14)\quad 0 < 0{,}04950825(1-s_{ge})\left[f'(k_E)\left(\frac{(1-\varepsilon)(1-s_{br})}{(L(0)f(k_E))^{\varepsilon}}-ul\right)-\delta-s_{gk}-\frac{0{,}0583}{0{,}04950825(1-s_{ge})}(s_v+\tau)\right]$$

Beweis zu Gleichung $(39)^{III}$:

Aus Gleichung $(120)^{ges\ 1}$ folgt:

$$\frac{f(k_E^{krit\ ges\ 1})\left(\frac{(1-s_{br})}{(L(0)f(k_E^{krit\ ges\ 1}))^{\varepsilon}}-ul\right)(1-(s_{kn}+}{1-(s_{kn}+s_{ge}-s_{kn}s_{ge})}$$

$$(15)\quad \frac{+s_{ge}-s_{kn}s_{ge})\Big)-\delta k_E^{krit\ ges\ 1}(1-(s_{kn}+s_{ge}-s_{kn}s_{ge}))-((s_{gk}+}{1}$$

$$\frac{+s_v+s_{kn}s_{ge}s_{gk}-s_{kn}s_{gk}-s_{gk}s_{ge})+\tau)k_E^{krit\ ges\ 1}}{1} = w(0)$$

Und aus Gleichung $(120)^{ges\ 1'}$:

$$\frac{f(k_E^{krit\ ges\ 1'})\left(\frac{(1-s_{br})}{(L(O)f(k_E^{krit\ ges\ 1'}))^{\varepsilon}}-ul\right)(1-(s_{kn}+}{1-(s_{kn}+s_{ge}-s_{kn}s_{ge})}$$

$$\frac{+s_{ge}-s_{kn}s_{ge}))-\delta k_E^{krit\ ges\ 1'}(1-(s_{kn}+s_{ge}-s_{kn}s_{ge}))-}{1}$$

(16)

$$\frac{-((s_{gk}+s_v+s_{kn}s_{ge}s_{gk}-s_{kn}s_{gk}-s_{gk}s_{ge})+\tau)k_E^{krit\ ges\ 1'}}{1} =$$

$$= w(O)$$

Somit kann man auch schreiben, wenn wir die konkreten Normalkörperschaftsteuer- bzw. Nettoausschüttungsfaktoren einsetzen:[1)]

$$\frac{f(k_E^{krit\ ges\ 1})\left(\frac{(1-s_{br})}{(L(O)f(k_E^{krit\ ges\ 1}))^{\varepsilon}}-ul\right)O{,}44(1-s_{ge})-}{O{,}44(1-s_{ge})}$$

$$\frac{-\delta k_E^{krit\ ges\ 1}O{,}44(1-s_{ge})-s_{gk}(1-s_{ge})O{,}44k_E^{krit\ ges\ 1}-}{1}$$

$$\frac{-(s_v+\tau)k_E^{krit\ ges\ 1}}{1} =$$

(17)

$$\frac{f(k_E^{krit\ ges\ 1'})\left(\frac{(1-s_{br})}{(L(O)f(k_E^{krit\ ges\ 1'}))^{\varepsilon}}-ul\right)O{,}4747\cdot}{O{,}4747(1-s_{ge})}$$

$$\frac{\cdot(1-s_{ge})-\delta k_E^{krit\ ges\ 1'}O{,}4747(1-s_{ge})-s_{gk}(1-s_{ge})\cdot}{1}$$

$$\frac{\cdot O{,}4747k_E^{krit\ ges\ 1'}-(s_v+\tau)k_E^{krit\ ges\ 1'}}{1}$$

oder

$$f(k_E^{krit\ ges\ 1})\left(\frac{(1-s_{br})}{(L(O)f(k_E^{krit\ ges\ 1}))^{\varepsilon}}-ul\right)-$$

$$-\delta k_E^{krit\ ges\ 1}-s_{gk}k_E^{krit\ ges\ 1}-\frac{(s_v+\tau)k_E^{krit\ ges\ 1}}{0{,}44(1-s_{ge})}=$$

(18)

$$=f(k_E^{krit\ ges\ 1'})\left(\frac{(1-s_{br})}{(L(O)f(k_E^{krit\ ges\ 1'}))^{\varepsilon}}-ul\right)-$$

$$-\delta k_E^{krit\ ges\ 1'}-s_{gk}k_E^{krit\ ges\ 1'}-\frac{(s_v+\tau)k_E^{krit\ ges\ 1'}}{0{,}4747(1-s_{ge})}$$

Da

$$\frac{s_v+\tau}{0{,}44(1-s_{ge})} > \frac{s_v+\tau}{0{,}4747(1-s_{ge})}$$ ist, folgt daraus:

(19) $k_E^{krit\ ges\ 1} > k_E^{krit\ ges\ 1'}$

KAPITEL IV

zu A.1.:

zu Fußnote 1 auf S. 239:

Wenn wir dem Nettogrenzgewinn (vor Abzug der Finanzierungskosten) aus Produktion bei Einsatz von Fremdkapital die Grenzkosten dieses Fremdkapitaleinsatzes gegenüberstellen, gilt mit Gleichung $(32)^{FK}$:

$$(1)\qquad (1-\varepsilon)F^{-\varepsilon}e^{\pi t}(1-a)\,\frac{\delta F}{\delta K_F} - ul\,\frac{\delta F}{\delta K_F}\,(1-a) - \delta\,\frac{\delta K_E}{\delta K_F}\,(1-am) -$$

$$-\delta(1-am) - i_S(1-a) - i_S'\,\frac{\delta\left(\frac{K_F}{K_E}\right)}{\delta K_F}\,K_F(1-a) > 0$$

mit:

$$(2)\qquad \frac{\delta F}{\delta K_F} = e^{\tau t}L(0)\,\frac{\delta f}{\delta k}\,\frac{\delta k}{\delta k_f}\,\frac{\delta k_f}{\delta K_f} = e^{\tau t}L(0)f'(k)e^{-\tau t}L^{-1}(0)\,\frac{\delta k}{\delta k_f}$$

Da mit Fußnote 4 von S. 240 für k gilt:

$$(3)\qquad k = k_E + k_f$$

folgt für $\frac{\delta k}{\delta k_f}$:

$$(4)\qquad \frac{\delta k}{\delta k_f} = \frac{\delta k_E}{\delta k_f} + 1 = \frac{1}{\beta} + 1 = \frac{1+\beta}{\beta}$$

setzen wir dies ein, so gilt:

$$(5)\qquad \frac{\delta F}{\delta K_F} = f'(k)\left(\frac{1+\beta}{\beta}\right)$$

Da

(6) $$\frac{\delta\left(\frac{K_F}{K_E}\right)}{\delta K_F} = \left(\frac{K_E - \frac{\delta K_E}{\delta K_F} \cdot K_F}{K_E{}^2}\right) = \left(1 - \frac{\alpha}{\beta}\right) \cdot \frac{1}{K_E}$$

können wir für (1) auch schreiben:

(7) $$f'(k)\left(\frac{1+\beta}{\beta}\right)\left(\frac{(1-\varepsilon)}{(L(O)f(k))^{\varepsilon}} - ul\right)(1-a) > \delta(1-am)\left(\frac{\beta+1}{\beta}\right) +$$

$$+ i_S(1-a) + i_S{}'\left(\frac{\beta-\alpha}{\beta}\right)\frac{K_F}{K_E}(1-a)$$

oder

(7') $$f'(k)(1+\beta)\left(\frac{(1-\varepsilon)}{(L(O)f(k))^{\varepsilon}} - ul\right)(1-a) > \delta(1-am)(1+\beta) +$$

$$+ i_S(1-a)\beta + i_S{}'(\beta-\alpha)\alpha(1-a)$$

<u>Beweis zu Gleichung (65)^{FK}:</u>

Für $\frac{\delta H}{\delta K_E}$ gilt mit Gleichung (34)^{FK}:

(8) $$\frac{\delta H}{\delta K_E} = q^{FK}\left[\left(\frac{(1-\varepsilon)}{(L(O)f(k))^{\varepsilon}}\right)(1-a)\frac{\delta F}{\delta K_E} - ul\frac{\delta F}{\delta K_E}(1-a) - \right.$$

$$-\delta(1+\alpha)(1-am) - \delta K_E \frac{\delta\left(\frac{K_F}{K_E}\right)}{\delta K_E}(1-am) - \frac{\delta i_S\left(\frac{K_F}{K_E}\right)}{\delta\left(\frac{K_F}{K_E}\right)}\frac{\delta\left(\frac{K_F}{K_E}\right)}{\delta K_E}K_F(1-a) -$$

$$\left. - i_S\frac{\delta K_F}{\delta K_E}(1-a)\right]$$

Da gilt:

$$(9) \qquad \frac{\delta F}{\delta K_E} = e^{\tau t} L(0) \frac{\delta f}{\delta k} \frac{\delta k}{\delta k_E} \frac{\delta k_E}{\delta K_E} = e^{\tau t} L(0) f'(k)(1+\alpha) e^{-\tau t} \cdot$$

$$\cdot L^{-1}(0) = f'(k)(1+\alpha)$$ [1)]

$$(10) \qquad \frac{\delta\left(\frac{K_F}{K_E}\right)}{\delta K_E} = \frac{\frac{\delta K_F}{\delta K_E}}{K_E} - \frac{K_F}{K_E^2} = \left(\frac{\delta K_F}{\delta K_E} - \frac{K_F}{K_E}\right) \frac{1}{K_E} = (\beta-\alpha) \frac{1}{K_E}$$ [2)]

kann man die Gleichung (8) auch schreiben:

$$(11) \qquad \frac{\delta H}{\delta K_E} = q^{FK}\Big[f'(k)(1+\alpha)\left(\frac{(1-\varepsilon)}{(L(0)f(k))^{\varepsilon}} - ul\right)(1-a) - \delta(1-am) -$$

$$-\delta\alpha(1-am) - \delta\beta(1-am) + \delta\alpha(1-am) - i_S'(\beta-\alpha)\alpha(1-a) - i_S\beta(1-a)\Big]$$

oder

$$(11') \qquad \frac{\delta H}{\delta K_E} = q^{FK}\Big[f'(k)(1+\alpha)\left(\frac{(1-\varepsilon)}{(L(0)f(k))^{\varepsilon}} - ul\right)(1-a) -$$

$$-\delta(1-am)(1+\beta) - i_S'(\beta-\alpha)\alpha(1-a) - i_S\beta(1-a)\Big]$$

Setzen wir die nach $\frac{\dot{q}}{q}$ aufgelöste Gleichung $(39)^I$ in $(54)^I$ ein, so erhalten wir Gleichung $(65)^{FK}$.

<u>zu A.2.:</u>

a) Für gleiches k_E ist $\emptyset_1^{FK} = 0 \gtreqless \emptyset_1^{T_G} = 0$ davon abhängig, ob:

---

1) Das Grenzprodukt des Eigenkapitals besteht nun nicht nur aus $f'(k)$, sondern erhöht sich um $\alpha \cdot f'(k)$, da infolge des um eine Einheit vermehrten Eigenkapitaleinsatzes α-Teile des Fremdkapitals zusätzlich produktiv eingesetzt werden können; oder anders ausgedrückt: eine Einheit zusätzliches Eigenkapital erhöht den Output um $f'(k)$ direkt, und über die zusätzlich mögliche Fremdkapitalaufnahme von α-Teilen Fremdkapital, welches produktiv eingesetzt werden kann, erfolgt eine (indirekte) Zunahme des Outputs um $\alpha \cdot f'(k)$.

2) Vgl. S. 239 Fußnote 1.

$$\tilde{D}^{FK} = f(k)\left(\frac{1}{(L(O)f(k))^{\varepsilon}} - ul\right)(1-a) - \delta k_E(1+\alpha)(1-am) - \tau k_E -$$

(12) $$-w(O)(1-a) - i_S k_f(1-a) \gtrless \tilde{D}^{T_G} = f(k_E)\left(\frac{1}{(L(O)f(k_E))^{\varepsilon}} -\right.$$

$$\left.-ul\right)(1-a) - \delta k_E(1-am) - \tau k_E - w(O)(1-a)$$

oder wenn wir umformulieren:

$$\tilde{D}^{FK} \gtrless \tilde{D}^{T_G}, \quad \text{wenn}$$

(13) $$f(k)\left(\frac{1}{(L(O)f(k))^{\varepsilon}} - ul\right)(1-a) - \delta k_E \alpha(1-am) - i_S k_f(1-a) \gtrless$$

$$\gtrless f(k_E)\left(\frac{1}{(L(O)f(k_E))^{\varepsilon}} - ul\right)(1-a)$$

und dies können wir auch so schreiben:

$$\tilde{D}^{FK} \gtrless \tilde{D}^{T_G}, \quad \text{wenn}$$

(14) $$f(k)\left(\frac{1}{(L(O)f(k))^{\varepsilon}} - ul\right)(1-a) - (\delta(1-am) + i_S(1-a))k_f \gtrless$$

$$\gtrless f(k_E)\left(\frac{1}{(L(O)f(k_E))^{\varepsilon}} - ul\right)(1-a)$$

b) Aus den Gleichungen $(117)^{FK}$ und $(117)^{I}$ folgt:

$$\left.\frac{d\tilde{D}}{dk_E}\right|_{\phi_1^{FK}=0} \gtrless \left.\frac{d\tilde{D}}{dk_E}\right|_{\phi_1^{T_G}=0}, \quad \text{wenn}$$

$$f'(k)(1+\alpha)\left(\frac{(1-\varepsilon)}{(L(O)f(k))^{\varepsilon}}-ul\right)(1-a)-\delta(1-am)(1+\beta)-\tau-$$

$$-i_S'(\beta-\alpha)\alpha(1-a)-i_S\beta(1-a)\ \gtrless\ f'(k_E)\left(\frac{(1-\varepsilon)}{(L(O)f(k_E))^{\varepsilon}}-\right.$$

$$\left.-ul\right)(1-a)-\delta(1-am)-\tau \tag{15}$$

Dies läßt sich auch schreiben als:

$$\left.\frac{d\tilde{D}}{dk_E}\right|_{\phi_1^{FK}=0}\ \gtrless\ \left.\frac{d\tilde{D}}{dk_E}\right|_{\phi_1^{T_G}=0}\quad,\quad \text{wenn}$$

$$f'(k)(1+\alpha)\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(O)f(k))^{\varepsilon}}-ul\right)(1-a)-f'(k_E)\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(O)f(k_E))^{\varepsilon}}-\right.$$

$$\left.-ul\right)(1-a)\ \gtrless\ \delta(1-am)\beta+i_S'(\beta-\alpha)\alpha(1-a)+i_S\beta(1-a) \tag{16}$$

c) Mit den Gleichungen $(118)^{FK}$ und $(118)^{I}$ gilt:

$$f'(\tilde{k}^{FK})\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(O)f(\tilde{k}^{FK}))^{\varepsilon}}-ul\right)(1-a)+\left[\alpha\cdot f'(\tilde{k}^{FK})\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(O)f(\tilde{k}^{FK}))^{\varepsilon}}-\right.\right.$$

$$\left.\left.-\ ul\right)(1-a)-\delta(1-am)\beta-i_S'(\beta-\alpha)\alpha(1-a)-i_S\beta(1-a)\right]= \tag{17}$$

$$=f'(\tilde{k}_E^{T_G})\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(O)f(\tilde{k}_E^{T_G}))^{\varepsilon}}-ul\right)(1-a)$$

Daraus folgt:

$$\tilde{k}^{FK}\ \gtrless\ \tilde{k}_E^{T_G}\quad,\quad \text{wenn}$$

$$\alpha\cdot f'(\tilde{k}^{FK})\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(O)f(\tilde{k}^{FK}))^{\varepsilon}}-ul\right)(1-a)\ \gtrless\ \delta(1-am)\beta\ +$$

$$+i_S'(\beta-\alpha)\alpha(1-a)+i_S\beta(1-a) \tag{18}$$

d) Aus den Gleichungen $(122)^{FK}$ und $(122)^{I}$ folgt:

$$f'(k^{*FK})\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(0)f(k^{*FK}))^{\varepsilon}}-ul\right)(1-a)+\left[\alpha f'(k^{*FK})\cdot\right.$$

(19)
$$\cdot\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(0)f(k^{*FK}))^{\varepsilon}}-ul\right)(1-a)-\delta(1-am)\beta-i_S'(\beta-\alpha)\alpha(1-a)-$$

$$\left.-i_S\beta(1-a)\right] = f'(k_E^{*^TG})\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(0)f(k_E^{*^TG}))^{\varepsilon}}-ul\right)(1-a)$$

Daraus folgt:

$$k^{*FK} \gtrless k_E^{*^TG} \quad , \quad \text{wenn}$$

(20)
$$\alpha\cdot f'(k^{*FK})\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(0)f(k^{*FK}))^{\varepsilon}}-ul\right)(1-a) \gtrless \delta(1-am)\beta+$$

$$+i_S'(\beta-\alpha)\alpha(1-a)+i_S\beta(1-a)$$

e) Aus Gleichung $(120)^{FK}$ erhalten wir:

(21)
$$f(k^{krit\ FK})\left(\frac{1}{(L(0)f(k^{krit\ FK}))^{\varepsilon}}-ul\right)(1-a)-\delta k_E^{krit\ FK}$$

$$\cdot(1+\alpha)(1-am)-\tau k_E^{krit\ FK}-i_S k_f(1-a) = w(0)(1-a)$$

Und aus Gleichung $(120)^{I}$:

(22)
$$f(k_E^{krit\ ^TG})\left(\frac{1}{(L(0)f(k_E^{krit\ ^TG}))^{\varepsilon}}-ul\right)(1-a)-$$

$$-\delta k_E^{krit\ ^TG}(1-am)-\tau k_E^{krit\ ^TG} = w(0)(1-a)$$

Damit gilt auch:

$$(23)\qquad f(k^{krit\ FK})\left(\frac{1}{(L(O)f(k^{krit\ FK}))^{\varepsilon}}-ul\right)(1-a)-(\delta(1-am)+$$

$$+i_S(1-a))k_f-(\delta(1-am)+\tau)k_E^{krit\ FK}=f(k_E^{krit\ T_G})\cdot$$

$$\cdot\left(\frac{1}{(L(O)f(k_E^{krit\ T_G}))^{\varepsilon}}-ul\right)(1-a)-(\delta(1-am)+\tau)k_E^{krit\ T_G}$$

Daraus folgt dann:

$$k_E^{krit\ FK}\ \lesseqgtr\ k_E^{krit\ T_G}\quad,\ \text{wenn}$$

$$(24)\qquad f(k^{krit\ FK})\left(\frac{1}{(L(O)f(k^{krit\ FK}))^{\varepsilon}}-ul\right)(1-a)-(\delta(1-am)+$$

$$+i_S(1-a))k_f\ \gtreqless\ f(k_E^{krit\ T_G})\left(\frac{1}{(L(O)f(k_E^{krit\ T_G}))^{\varepsilon}}-ul\right)(1-a)$$

<u>zu B.1.:</u>

<u>Beweis zu Gleichung $(26)^{IV}$:</u>

Da wegen Gleichung $(52)^{I}$ $p(t) = q(t)$ gilt, erhält man mit Gleichung $(41)^{I}$:[1)]

$$(25)\qquad p(t) = \int_t^T \frac{\delta H}{\delta K_E}\, e^{-\rho(\emptyset - t)}\, d\emptyset$$

Differenzieren wir nach t, so erhält man:

$$(26)\qquad \frac{\delta p}{\delta t} = -\frac{\delta H}{\delta K_E}(t) + \rho \int_t^T \frac{\delta H}{\delta K_E}\, e^{-\rho(\emptyset - t)}\, d\emptyset$$

$$= -\frac{\delta H}{\delta K_E}(t) + \rho\, p(t)$$

1) Vgl. auch Gleichung $(58)^{I}$.

oder

$$(27) \qquad \dot{p} = -p\left[f'(k_E)\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(O)f(k_E))^{\varepsilon}} -ul\right)(1-a)-\delta(1-am)-\rho\right]$$

<u>zu C.2.:</u>

a) Für gleiches k_E ist $\emptyset_1^{mod} = 0 \gtreqless \emptyset_1^{T_G} = 0$ abhängig davon, ob:

$$(28) \qquad \tilde{D}^{mod} = f(k_E)\left(\frac{1}{(L(O)f(k_E))^{\varepsilon}} -ul\right)(1-a)-w(O)(1-a)-$$

$$-\delta_1 k_E(1-x)(1-am)-\delta_2 f(k_E)x(1-am)-\tau k_E \gtreqless \tilde{D}^{T_G} =$$

$$= f(k_E)\left(\frac{1}{(L(O)f(k_E))^{\varepsilon}} -ul\right)(1-a)-w(O)(1-a)-$$

$$-\delta_1(1-am)k_E-\tau k_E$$

Daraus folgt:

$$(29) \qquad \tilde{D}^{mod} \gtreqless \tilde{D}^{T_G}, \quad \text{wenn} \quad \frac{\delta_1}{\delta_2} \gtreqless \frac{f(k_E)}{k_E}$$

b) Aus den Gleichungen $(117)^{T_G}_{mod}$ und $(117)^{I}$ folgt:

$$\left.\frac{d\tilde{D}}{dk_E}\right|_{\emptyset_1^{mod}=0} \gtreqless \left.\frac{d\tilde{D}}{dk_E}\right|_{\emptyset_1^{T_G}=0}, \quad \text{wenn}$$

$$(30) \qquad f'(k_E)\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(O)f(k_E))^{\varepsilon}} -ul\right)(1-a)-f'(k_E)\delta_2 x(1-am)-$$

$$-\delta_1(1-x)(1-am) \gtreqless f'(k_E)\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(O)f(k_E))^{\varepsilon}} -ul\right)(1-a)-\delta_1(1-am)$$

Dies kann man dann aber auch schreiben (für gleiches k_E):

$$(31) \quad \left.\frac{d\tilde{D}}{dk_E}\right|_{\phi_1^{mod}=0} \gtrless \left.\frac{d\tilde{D}}{dk_E}\right|_{\phi_1^{T_G}=0}, \quad \text{wenn} \quad \frac{\delta_1}{\delta_2} \gtrless f'(k_E)$$

c) Mit den Gleichungen $(118)^{T_G}_{mod}$ und $(118)^{I}$ gilt:

$$(32) \quad f'(\tilde{k}_E^{mod})\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(O)f(\tilde{k}_E^{mod}))^{\varepsilon}} - ul\right)(1-a)+x(1-am)\cdot$$

$$\cdot(\delta_1-\delta_2 f'(\tilde{k}_E^{mod})) = f'(\tilde{k}_E^{T_G})\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(O)f(\tilde{k}_E^{T_G}))^{\varepsilon}} - ul\right)(1-a)$$

Daraus folgt:

$$(33) \quad \tilde{k}_E^{mod} \gtrless \tilde{k}_E^{T_G}, \quad \text{wenn} \quad \frac{\delta_1}{\delta_2} \gtrless f'(\tilde{k}_E^{mod})$$

d) Aus $(122)^{T_G}_{mod}$ und $(122)^{I}$ folgt:

$$(34) \quad f'(k_E^{*mod})\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(O)f(k_E^{*mod}))^{\varepsilon}} - ul\right)(1-a)+x(1-am)\cdot$$

$$\cdot(\delta_1-\delta_2 f'(k_E^{*mod})) \gtrless f'(k_E^{*T_G})\left(\frac{1-\varepsilon}{(L(O)f(k_E^{*T_G}))^{\varepsilon}} - ul\right)(1-a)$$

Daraus folgt:

$$(35) \quad k_E^{*mod} \gtrless k_E^{*T_G}, \quad \text{wenn} \quad \frac{\delta_1}{\delta_2} \gtrless f'(k_E^{*mod})$$

e) Lösen wir Gleichung $(120)^{T_G}_{mod}$ und Gleichung $(120)^{I}$ nach w(O)(1-a) auf, so können wir schreiben:

(36)
$$f(k_E^{krit\ mod})\left(\frac{1}{(L(O)f(k_E^{krit\ mod}))^{\varepsilon}} -ul\right)(1-a)-$$
$$-(\delta(1-am)+\tau)k_E^{krit\ mod}+x(1-am)(\delta_1 k_E^{krit\ mod}-$$
$$-\delta_2 f(k_E^{krit\ mod})) = f(k_E^{krit\ T_G})\left(\frac{1}{(L(O)f(k_E^{krit\ T_G}))^{\varepsilon}} -\right.$$
$$\left.-ul\right)(1-a)$$

Daraus folgt:

(37)
$$k_E^{krit\ mod} \lesseqgtr k_E^{krit\ T_G}, \text{ wenn } \frac{\delta_1}{\delta_2} \gtreqless \frac{f(k_E^{krit\ mod})}{k_E^{krit\ mod}}$$

SYMBOLVERZEICHNIS

A	Effizienzparameter der CES-Produktionsfunktion
A_F	exogener technischer Fortschritt
A_{St}	steuerlich zulässiger Abschreibungssatz
AE	Ausschüttungseinkommen
B^{T_G}	Bemessungsgrundlage der Gewinnsteuer T_G
D	Ausschüttung (Entnahme)
$\tilde{D}$	Ausschüttung (Entnahme) in Arbeitseffizienzeinheiten
$\tilde{D}^*$	steady-state Ausschüttung (Entnahme) in Arbeitseffizienzeinheiten
$\tilde{D}^{opt.}$	optimaler Wert der Ausschüttung (Entnahme) in Arbeitseffizienzeinheiten (der k_E zugeordnet ist)
E	Erlös
E^{Ges}	Einkommensteuer einschließlich Kirchensteuer und Ergänzungsabgabe
ESt	Einkommensteueraufkommen
$E_{x,\,y}$	prozentuale Veränderung von x bei prozentualer Veränderung von y
F_v	vermögensteuerlicher Freibetrag
G	Gewinn $\left[G = F^{1-\varepsilon} e^{\pi t} - wL - ulF - m\delta K_E\right]$
G^{br}	Bruttogewinn
G_{kap}	Gewerbekapitalsteuerbelastung
G^{rein}	Reingewinn $\left[F^{1-\varepsilon} e^{\pi t} - (wL + ulF + \delta K_E) - USt\right]$
$GewESt$	Gewerbeertragsteuer
$GewSt$	Gewerbesteueraufkommen
H	Hamilton-Funktion
He	Hebesatz
I^{br}	Bruttoinvestition
I^n	Nettoinvestition
K_E	(Eigen-)Kapitalstock
K_E^o	Kapitalstock im Zeitpunkt t = O (Anfangskapitalstock)
K_{EU}	Eigenkapital der Unternehmung (Kapitel III)

K_F	Fremdkapital
KE	körperschaftsteuerpflichtiges Einkommen
KiSt	Kirchensteuerschuld
Ko	Kosten $\left[Ko = ulF + \delta K_E + wL\right]$
KSt	Körperschaftsteueraufkommen
L	mengenmäßiger (physischer) Arbeitseinsatz
M	mengenmäßiger Vorleistungseinsatz
M_a	Anteilswertmodifikation
M_{bU}	bewertungsrechtliche Modifikation
M_e	bilanzsteuerliche Modifikationen
M_{ge}	gewerbeertragsteuerliche Modifikationen
M_{gk}	gewerbekapitalsteuerliche Modifikationen
M_{gkU}	gewerbekapitalsteuerliche Modifikationen der Unternehmung (Kapitel III)
M_k	körperschaftsteuerliche Modifikationen
T	Planungshorizont
T_{E_1}	Steueraufkommensfunktion der Erlössteuer ohne Abzugsfähigkeit des Erlössteueraufkommens von ihrer Bemessungsgrundlage
T_{E_2}	Steueraufkommensfunktion der Erlössteuer mit Abzugsfähigkeit des Erlössteueraufkommens von ihrer Bemessungsgrundlage
T_G	Steueraufkommensfunktion der proportionalen Gewinnsteuer ohne Abzugsfähigkeit der Ausschüttung von der Bemessungsgrundlage (Gewinnsteuer T_G)
T'_G	Steueraufkommensfunktion der proportionalen Gewinnsteuer mit der Möglichkeit der Abzugsfähigkeit von der Bemessungsgrundlage
T''_G	Steueraufkommensfunktion der proportionalen Gewinnsteuer mit (teilweiser) Abzugsfähigkeit der Ausschüttung von der Steuerschuld der Gewinnsteuer
$T_G^{prog\ 1}$	Steueraufkommensfunktion der progressiven Gewinnsteuer, bei der der Steuersatz vom Gewinn abhängig ist
$T_G^{prog\ 2}$	Steueraufkommensfunktion der progressiven Gewinnsteuer, bei der der Steuersatz vom Gewinn in Arbeitseffizienzeinheiten abhängig ist

$T^{ges\ 1}$	Gesamtsteueraufkommen der Unternehmung (ausschließlich der Gesellschafter)
$T^{ges\ 2}$	Gesamtsteueraufkommen der Unternehmung (einschließlich der Gesellschafter)
T_{Ko}	Steueraufkommensfunktion der Produktionskostensteuer
T_M	zu entrichtende Mehrwertsteuer
T_{RG}	Steueraufkommensfunktion der "Reingewinnsteuer"
T_S	Mehrwertsteuerschuld
T_V	Steueraufkommensfunktion der Vermögensteuer
T^V	Vorsteuerabzug
TE	Thesaurierungseinkommen
U	Nutzen
U^{br}	Bruttoumsatz
U^n	Nettoumsatz
U^N	Entgelt für die Leistung
USt	Umsatzsteueraufkommen
V^{Ges}	Vermögensteuer der Gesellschafter
VSt^U	Vermögensteuer der Unternehmung
a	Steuersatz (der Gewinnsteuer)
a_{E_1}	Steuersatz der Erlössteuer T_{E_1}
a_{E_2}	Steuersatz der Erlössteuer T_{E_2}
a_M	Steuersatz der Mehrwertsteuer
a_{Ko}	Steuersatz der Produktionskostensteuer
a_V	Steuersatz der Vermögensteuer
e	(einfacher) Einkommensteuerfaktor
g	Distributionsparameter der CES-Produktionsfunktion
i_H	Habenzinssatz
i_S	Sollzinssatz
k	Kirchensteuerfaktor

k_E	(Eigen-)Kapitalstock in Arbeitseffizienzeinheiten
k_E^o	(Eigen-)Kapitalstock in Arbeitseffizienzeinheiten in t = O
k_E^*	(langfristig) optimaler Kapitalstock (in Arbeitseffizienzeinheiten) oder steady-state Kapitalstock (in Arbeitseffizienzeinheiten)
$\tilde{k}_E$	Kapitalstock maximaler Ausschüttung (beide in Arbeitseffizienzeinheiten gemessen)
k_E^{krit}	kritischer Kapitalstock (in Arbeitseffizienzeinheiten) = kapitalbezogene Eintrittsschranke für die Aufnahme der Produktion
k_E^{max}	maximaler Kapitalstock (in Arbeitseffizienzeinheiten)
l	mengenmäßiger Vorleistungseinsatz je Ausbringungseinheit
m	Quotient aus steuerlich zulässigem und kalkulatorischem Abschreibungssatz
p	Schattenpreis des Kapitals k_E
q	Schattenpreis des Kapitals K_E
s_{br}	Bruttosteuersatz der Umsatzsteuer
s_e	(kombinierter) Einkommensteuerfaktor
s_{ge}	Gewerbeertragsteuerfaktor
s_{gk}	Gewerbekapitalsteuerfaktor
s_{ka}	Nettoausschüttungsfaktor der Körperschaftsteuer
s_{kn}	Normalkörperschaftsteuerfaktor
s_v	Vermögensteuerfaktor
u	Vorleistungspreis
vGewE	vorläufiger Gewerbeertrag vor Abzug der Gewerbeertragsteuer
x	Parameter
w	Lohnsatz
zvE	zu versteuerndes Einkommen

α	Fremd- zu Eigenkapital-Verhältnis
$\beta = \frac{\delta k_F}{\delta k_E}$	marginale Fremdkapitalaufnahme bei marginaler Veränderung des Eigenkapitals (beide in Arbeitseffizienzeinheiten gemessen)
γ	Substitutionsparameter der CES-Produktionsfunktion
δ	kalkulatorischer Abschreibungssatz der kapitalstockabhängigen Abschreibung $[= \delta_1]$
δ_2	kalkulatorischer Abschreibungssatz der produktionsabhängigen Abschreibung
ε	Lernerscher Monopolgrad
η	Preiselastizität der Nachfrage
Θ	Parameter, der den Teil der von der Vermögensteuer erfaßten Bemessungsgrundlage angibt
λ	Parameter, der den Teil der Ausschüttung, der von der Bemessungsgrundlage der Gewinnsteuer abzugsfähig ist, festlegt
λ_1	Parameter, der den Teil der Ausschüttung, der von der Steuerschuld der Gewinnsteuer abzugsfähig ist, festlegt
μ	Kapitalelastizität des Outputs (Kapital und Output werden in Arbeitseffizienzeinheiten gemessen)
π	Wachstumsrate der Marktnachfrage
ρ	Zeitpräferenzrate
σ	Grenznutzenelastizität der Ausschüttung
τ	Wachstumsrate des technischen Fortschritts

ABKÜRZUNGSVERZEICHNIS

AER	American Economic Review
AfA	Absetzung für Abnutzung
DB	Der Betrieb
EStG	Einkommensteuergesetz
GewStG	Gewerbesteuergesetz
HdWW	Handwörterbuch der Wirtschaftswissenschaft
KStG	Körperschaftsteuergesetz
MS	Management Science
UStG	Umsatzsteuergesetz
ZfB	Zeitschrift für Betriebswirtschaft
ZfbF	Zeitschrift für betriebswirtschaftliche Forschung

LITERATURVERZEICHNIS

ALBACH, H.: Investition und Liquidität - Die Planung des optimalen Investitionsbudgets, Wiesbaden 1962.

ALBACH, H.: Steuersystem und Investitionspolitik, Wiesbaden 1970.

ALBACH, H.: Zur Entwicklung der Kapitalstruktur deutscher Unternehmen, in: ZfB, 45. Jg. (1975), S. 1-12.

ALBACH, H.: Zur Theorie des wachsenden Unternehmens, in: Theorien des einzelwirtschaftlichen und des gesamtwirtschaftlichen Wachstums, Schriften des Vereins für Socialpolitik, NF, Bd. 34, hrsg. von Wilhelm Krelle, Berlin 1965, S. 9-97.

ARROW, K.J.: Applications of control theory to economic growth, Lectures in applied mathematics, 12 (Mathematics of the decision sciences - Part 2), Providence 1968, S. 85-119.

ARROW, K.J.: Optimal capital policy with irreversible investment, in: Value, capital and growth (ed. by J.N. Wolfe), Edinburgh 1968, S. 1-19.

ARROW, K.J. und KURZ, M.: Public investment, the rate of return, and optimal fiscal policy, Baltimore - London 1970.

ASIMAKOPULOS, A. und BURBRIDGE, J.B.: Corporate taxation and the optimal investment decisions of firms, in: Journal of Public Economics, Vol. 4 (1975), S. 281-287.

ATHANS, M. und FALB, P.L.: Optimal control, New York 1966.

ATKINSON, A.B.: Capital taxes, the redistribution of wealth and individual savings, in: Review of Economic Studies, Vol. 38 (1971), S. 209-227.

BAUER, H. und NEUMANN, K.: Berechnung optimaler Steuerungen, Berlin - Heidelberg - New York 1969.

BAUMOL, W.J.: Business behavior, value and growth, New York 1967.

BAUMOL, W.J. und QUANDT, R.E.: Investment and discount rates under capital rationing - A programming approach, in: Economic Journal, Vol. 75 (1965), S. 317-329.

BENSOUSSAN, A., HURST, E.G. und NÄSLUND, B.: Management applications of modern control theory, Amsterdam - Oxford 1974.

BLATTNER, N.: Volkswirtschaftliche Theorie der Firma, Berlin - Heidelberg - New York 1977.

BÖRNER, D.: Die Bedeutung von Finanzierungsregeln für die betriebswirtschaftliche Kapitaltheorie, in: ZfB, 37. Jg. (1967), S. 341-353.

BRANSON, W.H.: Macroeconomic theory and policy, New York - Evanston - San Francisco - London 1972.

BUCHNER, R.: Die Problematik kapitalwertorientierter Investitionsentscheidungen in kapitaltheoretischen dynamischen Planungsmodellen - Ein Beitrag zur Frage der Endwertmaximierung, in: ZfB, 40. Jg. (1970), S. 283-312.

Ders.: Zur Bedeutung des Fisher-Hirshleifer-Ansatzes für die betriebswirtschaftliche Theorie der Kapitalwirtschaft, in: ZfbF, 20. Jg. (1968), S. 30-47.

Ders.: Zur Bedeutung des Fisher-Hirshleifer-Ansatzes für die betriebswirtschaftliche Theorie der Kapitalwirtschaft, in: ZfbF, 21. Jg. (1969), S. 706-727.

BÜSCHGEN, H.E.: Zum Problem optimaler Selbstfinanzierungspolitik, in: ZfB, 38. Jg. (1968), S. 305-328.

BURMEISTER, E. und DOBELL, A.R.: Mathematical theories of economic growth, London 1970.

CASS, D.: Optimum growth in an aggregative model of capital accumulation, in: Review of Economic Studies, Vol. 32 (1965), S. 233-240.

CASS, D.: Optimum growth in an aggregative model of capital accumulation: a turnpike theorem, in: Econometrica, Vol. 34 (1966), S. 833-850.

CHAKRAVARTY, S.: Capital and development planning, Cambridge (Mass.) 1969.

CHAKRAVARTY, S.: Optimal savings with finite planning horizon, in: International Economic Review, Vol. 3 (1962), S. 338-355.

CHIANG, A.C.: Fundamental methods of mathematical economics, New York 1967.

CYERT, R.M. und HEDRICK, C.L.: Theory of the firm: Past, present, and future; an interpretation, in: The Journal of Economic Literature, Vol. 10 (1972), S. 398-412.

DAY, H., MORLEY, S. und SMITH, K.R.: Myopic optimizing and rules of thumb in a micro-model of industrial growth, in: AER, Vol. 64 (1974), S. 11-23.

DIWAN, R.K.: About the growth path of firms, in: AER, Vol. 60 (1970), S. 30-43.

DOBELL, A.R. und HO, Y.C.: Optimal investment policy, in: Mathematical systems theory and economics I, Kuhn, H.W. and Szegö, G.P. (eds.), Berlin - Heidelberg - New York 1969, S. 143-187.

DORFMAN, R.: An economic interpretation of optimal control theory, in: AER, Vol. 59 (1969), S. 817-831.

DRUKARCZYK, J.: Investitionstheorie und Konsumpräferenz, Berlin 1970.

ECKSTEIN, O.: Investment criteria for economic development and the theory of intertemporal welfare economics, in: The Quarterly Journal of Economics, Vol. 71 (1968), S. 56-85.

EDWARDS, E.O.: An indifference approach to the theory of the firm, in: The Southern Economic Journal, Vol. 28 (1962), S. 123-129.

EGGESIECKER, F.: Untersuchung über Auswirkungen einer steuerlich nicht abzugsfähigen Gewinnbeteiligung der Arbeitnehmer, in: Zeitschrift für die gesamte Steuerwissenschaft, 48. Jg. (1971), S. 139-154.

EGGESIECKER, F.: Zur praktischen Handhabung der Teilsteuerrechnung, in: Finanzrundschau (Deutsches Steuerblatt) 12/1972, S. 279-282.

EISENACH, M.: Entscheidungsorientierte Steuerplanung, Wiesbaden 1974.

FELDSTEIN, M.: The derivation of social time preference rates, in: Kyklos, Vol. 18 (1965), S. 277-287.

FISHER, I.: The nature of capital and income, New York 1906.

Ders.: The theory of interest (1930), reprinted New York 1954.

FOLEY, D.K. und SIDRAUSKI, M.: Monetary and fiscal policy in a growing economcy, London 1971.

FREY, B.S.: Eine einfache Einführung zu Pontrjagins Maximumprinzip im Wirtschaftswachstum, in: Weltwirtschaftliches Archiv, Bd. 103 (1969II), S. 213-228.

FRISCH, R.: Dynamic utility, in: Econometrica, Vol. 32 (1964), S. 418-424.

FROTZ, H.: Der Bestimmungsprozeß von Wachstumsstrategien in Unternehmungen - Ein Beitrag zur Einbeziehung der Besteuerung bei Wachstumsentscheidungen, Zürich - Frankfurt 1976.

GÄFGEN, G.: Theorie der wirtschaftlichen Entscheidung, Tübingen 1968.

GALBRAITH, J.K.: Die moderne Industriegesellschaft, München - Zürich 1968.

GANDOLFO, G.: Mathematical methods and models in economic dynamics, Amsterdam - London 1971.

GELBERT, Ekkehard: Die Berücksichtigung der Einkommensteuer-Progression in der Teilsteuerrechnung, in: DB, 23. Jg. (1970), S. 1281-1284.

GINTOWSKI, G. und MARETTEK, A.: Bemerkungen zu Entscheidungsmodellen für die betriebliche Steuerbilanzpolitik, in: Steuer und Wirtschaft, 49. Jg. (1972), S. 231-238.

GOLDMAN, S.M.: Consumption behavior and time preference, in: Journal of Economic Theory, Vol. 1 (1969), S. 39-47.

Ders.: Optimal growth and continual planning revision, in: Review of Economic Studies, Vol. 35 (1968), S. 145-154.

Ders.: Sequential planning and continual planning revision, in: Journal of Political Economy, Vol. 77 (1969), S. 653-664.

GORMAN, W.M.: Convex indifference curves and diminishing marginal utility, in: Journal of Political Economy, Vol. 65 (1957), S. 40-50.

GOULD, J.P.: Market value and the theory of investment of the firm, in: AER, Vol. 57 (1967), S. 910-913.

GREEN, H.A.J.: Intertemporal utility and consumption, in: Oxford economic papers, Vol. 19 (1967), S. 111-115.

GREIF, M.: Körperschaftsteuerreform und Anrechnungsverfahren, Auswirkungen und Beurteilung des Anrechnungsverfahrens aus der Sicht der Betriebswirtschaftlichen Steuerlehre, Diss. Mannheim 1976.

GRUNDMANN, H.-R.: Optimale Investitions- und Finanzplanung unter Berücksichtigung der Steuern, Diss. Hamburg 1973.

GUTENBERG, E.: Die Absatzplanung als Mittel der Unternehmenspolitik, in: Absatzplanung in der Praxis, hrsg. von E. Gutenberg, Wiesbaden 1962, S. 285-320.

HAAVELMO, T.: A study in the theory of investment, Chicago - London 1970.

HABERSTOCK, L.: Zur Integrierung der Ertragsbesteuerung in die simultane Produktions-, Investitions- und Finanzierungsplanung mit Hilfe der linearen Programmierung, Köln - Berlin - Bonn - München 1971.

HADLEY, G. und KEMP, M.C.: Variational methods in economics, Amsterdam - London 1971.

HAEGERT, L.: Der Einfluß der Steuern auf das optimale Investitions- und Finanzierungsprogramm, Wiesbaden 1971.

HALEY, C.W.: Taxes, the cost of capital, and the firm's investment decisions, in: The Journal of Finance, Vol. 26 (1971), S. 901-917.

HAX, H.: Bewertungsprobleme bei der Formulierung von Zielfunktionen für Entscheidungsmodelle, in: ZfbF, 19. Jg. (1967), S. 749-761.

Ders.: Optimale Unternehmensgrößen in einer sich wandelnden Wirtschaft, in: ZfbF, 17. Jg. (1965), S. 418-437.

HEAL, G.M. und SIBERSTON, A.: Alternative managerial objectives: an exploratory note, in: Oxford Economic Papers, Vol. 24 (1972), S. 137-155.

HENN, R.: Über die Struktur mikroökonomischer Entscheidungssituationen, in: ZfB, 34. Jg. (1964), S. 508-515.

HERZIG, N.: Auswirkungen der Körperschaftsteuerreform auf das System der Teilsteuerrechnung, in: Steuer und Wirtschaft, 54. Jg. (1977), S. 143-156.

HESTENES, M.R.: Calculus of variations and optimal control theory, New York 1966.

HICKISCH, G.: Gewinnsteuerüberwälzung in einem kapitalwertorientierten Investitionsmodell mit monopolistischer Preisabsatzfunktion, Diss. Bonn 1972.

HINOMOTO, H.: Capacity expansion with facilities under technological improvement, in: MS, Vol. 11 - Series A (1965), S. 581-592.

HIRSCH, W.Z.: Technological progress and microeconomic theory, in: AER, Vol. 59 (1969), S. 36-43.

HIRSHLEIFER, J.: Investment, interest, and capital, Englewood Cliffs (N.J.) 1970.

Ders.: On the theory of capital investment decision, in: Journal of Political Economy, Vol. 66 (1958), S. 329-352.

HÖFER, R.: Aspekte zur Dynamisierung der Teilsteuerrechnung, in: Steuer und Wirtschaft, 48. Jg. (1971), S. 155-158.

HOOVER, C.B.: On the inequality of the rate of profit and the rate of interest, in: The Southern Economic Journal, Vol. 28 (1961), S. 1-12.

HURWICZ, L.: Theory of the firm and of investment, in: Econometrica, Vol. 14 (1946), S. 109-136.

INADA, K.: On neoclassical models of economic growth, in: Review of Economic Studies, Vol. 32 (1965), S. 151-160.

INTRILIGATOR, M.D.: Mathematical optimization and economic theory, Englewood Cliffs (N.J.) 1971.

JORGENSON, D.W.: Technology and decision rules in the theory of investment behavior, in: The Quarterly Journal of Economics, Vol. 87 (1973), S. 523-543.

KAHSNITZ, D.: Ökonomische Gewinnkonzepte und Besteuerung, Diss. Frankfurt a. M. 1970.

KAISER, H.: Liquidität und Besteuerung - Der Einfluß der Besteuerung auf die Liquidität unter besonderer Berücksichtigung der vermögen- und schuldabhängigen Steuern, Köln - Berlin - Bonn - München 1971.

KOCH, H.: Betriebliche Planung, Wiesbaden 1961.

Ders.: Der Begriff des ökonomischen Gewinns - Zur Frage des Optimalitätskriteriums in der Wirtschaftlichkeitsrechnung, in: ZfbF, 20. Jg. (1968), S. 389-441.

Ders.: Die Theorie der Unternehmung als Globalanalyse, in: Zeitschrift für die gesamte Staatswissenschaft, 120. Bd. (1964), S. 385-434.

Ders.: Grundlagen der Wirtschaftlichkeitsrechnung, Wiesbaden 1970.

KOOPMANS, T.C.: Concepts of optimality and their uses, in: AER, Vol. 67 (1977), S. 261-274.

Ders.: On concept of optimal economic growth, in: Pontificiae Academiae scientiarum scripta varia, Amsterdam 1965, S. 225-287.

Ders.: Stationary ordinal utility and impatience, in: Econometrica, Vol. 28 (1960), S. 287-309.

KOOPMANS, T.C., DIAMOND, P.A. und WILLIAMSON, R.E.: Stationary utility and time perspective, in: Econometrica, Vol. 32 (1964), S. 82-100.

KOPLIN, H.T.: The profit maximization assumption, in: Oxford Economic Papers, Vol. 15 (1963), S. 130-39.

Ders.: The profit maximization assumption: Reply, in: Oxford Economic Papers, Vol. 17 (1965), S. 335-336.

KROUSE, C.G.: On the theory of optimal investment, dividends, and growth in the firm, in: AER, Vol. 63 (1973), S. 269-279.

KUHN, A.: Optimales Unternehmenswachstum durch Gewinnthesaurierung, in: ZfbF, 18. Jg. (1966), S. 680-701.

KURZ, M.: On the inverse optimal problem, in: Mathematical systems theory and economics I, Kuhn, H.W. und Szegö, G.P. (eds.), Berlin - Heidelberg - New York 1969, S. 189-201.

Ders.: Optimal economic growth and wealth effects, in: International Economic Review, Vol. 9 (1968), S. 348-357.

KUTSCHER, H.: Über die Errechnung von Nachfragefunktionen für Walzstahl-Fertigerzeugnisse, in: "Stahl und Eisen", 77. Jg. (1957), S. 968-971.

LAUX, H. und FRANKE, G.: Der Erfolg im betriebswirtschaftlichen Entscheidungsmodell, in: ZfB, 40. Jg. (1970), S. 31-52.

Dies.: Investitions- und Finanzplanung mit Hilfe von Kapitalwerten, in: ZfbF, 21. Jg. (1969), S. 43-56.

LEE, E.B. und MARKUS, L.: Foundations of optimal control theory, New York 1967.

LEHMANN, M.: Der Einfluß der Besteuerung auf die Eigenkapitalkosten in wachsenden Unternehmen, in: ZfbF, 23. Jg. (1971), S. 232-247.

LELAND, H.E.: The dynamics of a revenue maximizing firm, in: International Economic Review, Vol. 13 (1972), S. 376-385.

LERNER, E.M. und CARLETON, W.T.: Financing decisions of the firm, in: The Journal of Finance, Vol. 21 (1966), S. 202-214.

LEWELLEN, W.G.: Management and ownership in the large firm, in: Journal of Finance, Vol. 24 (1969), S. 299-321.

LINTNER, J.: The cost of capital and optimal financing of corporate growth, in: The Journal of Finance, Vol. 18 (1963), S. 292-310.

LIPFERT, H.: Theorie der optimalen Unternehmensfinanzierung, in: ZfbF, 17. Jg. (1965), S. 58-77.

LISTER, R.J.: Studies in optimal financing, London - Basingstoke 1973.

LIVIATAN, N. und SAMUELSON, P.A.: Notes on turnpikes: stable and unstable, in: Journal of Economic Theory, Vol. 1 (1969), S. 454-475.

LOITLSBERGER, E.: Steuern in der Investitionsrechnung, in: Investitionstheorie und Investitionspolitik privater und öffentlicher Unternehmen, (Hrsg.) Albach, H. und Simon, H., Wiesbaden 1976, S. 305-333.

MACHLUP, F.: Theories of the firm: Marginalist, behavioral, managerial, in: AER, Vol. 57 (1967), S. 1-33.

MAGENER, R.: Industrielles Anlagewachstum und seine Finanzierung, in: Zeitschrift für das gesamte Kreditwesen, Heft 2 (1965), S. 65-67.

MAGILL, M.J.P.: On a general economic theory of motion, Berlin - Heidelberg - New York 1970.

MANESCHI, A.: Optimal savings with finite planning horizon: a note, in: International Economic Review, Vol. 7 (1966), S. 109-118.

MANGASARIAN, O.L.: Sufficient conditions for the optimal control of nonlinear systems, in: SIAM journal of control, Vol. 4 (1966), S. 139-152.

MARRIS, R.: A model of the managerial enterprise, in: The Quarterly Journal of Economics, Vol. 77 (1963), S. 185-209.

MARRIS, R.: The economics of capital utilisation, Cambridge 1964.

MEYER, J.R. und KUH, E.: The investment decision, An empirical study, 2nd printing, Cambridge 1959.

MIRRLEES, J.A.: Optimum growth when technology is changing, in: Review of Economic Studies, Vol. 34 (1967), S. 95-124.

MODIGLIANI, F. und ZEMAN, M.: The effect of the availability of funds, and the terms thereof, on business investment, in: Conference on Research in Business Finance, in: Special Conference Series, Hrsg.: National Bureau of Economic Research, Bd. 3, New York 1952, S. 263-316.

MORISHIMA, M.: Theory of economic growth, Oxford 1969.

MOXTER, A.: Offene Probleme der Investitions- und Finanzierungstheorie, in: ZfbF, 17. Jg. (1965), S. 1-10.

Ders.: Präferenzstruktur und Aktivitätsfunktion des Unternehmers, in: ZfbF, 16. Jg. (1964), S. 6-35.

NACHTKAMP, H.H. und SCHNEIDER, H.: Artikel "Steuern, V: Wirkungslehre", in: HdWW, Bd. 7 (1977), S. 356-386.

NAYLOR, T.H. und VERNON, J.M.: Microeconomics and decision models of the firm, New York 1969.

NELSON, R.R. und WINTER, S.G.: Neoclassical versus evolutionary theories of economic growth: Critique and prospectus, in: The Economic Journal, Vol. 84 (1974), S. 886-905.

NEUMANN, K.: Dynamische Optimierung und Pontrjaginsches Maximumprinzip, in: Unternehmensforschung, Bd. 12 (1968), S. 55-70.

NORDHAUS, W.D.: Theory of innovation - An economic theory of technological change, in: AER, Vol. 59 (1969), S. 18-28.

OI, W.Y.: Neoclassical foundations of progress functions, in: The Economic Journal, Vol. 72 (1967), S. 579-594.

PERRAKIS, S. und SAHIN, J.: Resource allocation and scale of operations in a monopoly firm: a dynamic analysis, in: International Economic Review, Vol. 13 (1972), S. 399-407.

PONTRYAGIN, L.S., BOLTYANSKII, V.G., GAMKRELIDZE, R.V. und MISCHENKO, E.F.: Mathematische Theorie optimaler Prozesse, München - Wien 1964.

PORTERFIELD, J.T.S.: Investment decisions and capital costs, Englewood Cliffs (N.J.) 1965.

RAETTIG, L.: Finanzierung mit Eigenkapital, Frankfurt a. M. 1974.

ROSE, G.: Die Steuerbelastung der Unternehmen, Grundzüge der Teilsteuerrechnung, Wiesbaden 1973.

Ders.: Praxisorientierte Berechnungen zur Ausschüttungspolitik nach der Reform der Körperschaftsteuer und im Übergangsstadium, in: DB, 29. Jg. (1976), S. 1873-1877.

ROSE, M.: Wachsende Unternehmen unter dem Einfluß der Besteuerung, in: Finanzarchiv, Bd. 28 (1969), S. 1-25.

ROSENBERG, O.: Investitionsplanung im Rahmen einer simultanen Gesamtplanung, Köln - Berlin - Bonn - München 1975.

SACHVERSTÄNDIGENRAT: Sachverständigenrat zur Begutachtung der gesamtwirtschaftlichen Entwicklung, Jahresgutachten 1964/65 und 1966/67.

SANDER, A.: Betriebswirtschaftliche Analyse von Steuerbemessungsgrundlagen, in: Steuer und Wirtschaft, 48. Jg. (1971), S. 32-37.

SANDMO, A.: Investment incentives and the corporate income tax, in: Journal of Political Economy, Vol. 82 (1974), S. 287-302.

SATO, R. und DAVIS, E.G.: Optimal savings policy when labour grows endogenously, in: Econometrica, Vol. 39 (1971), S. 877-897.

SAU, R.K.: The optimal rate of investment in a firm, in: The Journal of Finance, Vol. 24 (1969), S. 1-12.

SCHMITT-RINK, G.: Über Unternehmensziele - Bemerkungen zur neueren Kritik an der Gewinnmaximierungs-Hypothese. in: Jahrbücher für Nationalökonomie und Statistik, Bd. 179 (1966), S. 418-428.

Ders.: Unternehmenswachstum und -schrumpfung. Teil I., in: Jahrbücher für Nationalökonomie und Statistik, Bd. 181 (1967/68), S. 1-32.

SCHNEIDER, D.: Ausschüttungsfähiger Gewinn und das Minimum an Selbstfinanzierung, in: ZfbF, 20. Jg. (1968), S. 1-29.

Ders.: Flexible Planung als Lösung der Entscheidungsprobleme unter Ungewißheit, in: ZfbF, 23. Jg. (1971), S. 831-851.

Ders.: Investition und Finanzierung, 3. Aufl., Opladen 1974.

Ders.: Modellvorstellungen zur optimalen Selbstfinanzierung, in: ZfbF, 20. Jg. (1968), S. 705-739.

SCHNEIDER, H.: Der Einfluß der Steuern auf die unternehmerischen Investitionsentscheidungen, Tübingen 1964.

SCHUBERT, H.: Zur Einbeziehung von Steuern in die Theorie der Unternehmung - Steuern und unternehmerische Zielsetzungen, Diss. München 1970.

SCHULTZ, D.G. und MELSA, J.L.: State functions and linear control systems, New York 1967.

SCHWARZ, H.: Zu den Fragen des Kostencharakters der Mehrwertsteuer und deren Behandlung in der Kostenrechnung, in: Zur Besteuerung der Unternehmung, (Hrsg.) Hintner, O. und Linhardt, H., Berlin 1968, S. 81-102.

SENGUPTA, J.K.: Truncated decision rules and optimal economic growth with a fixed horizon, in: International Economic Review, Vol. 7 (1966), S. 42-64.

SHELL, K.: Application of Pontriagin's maximum principle to economics, in: Mathematical systems theory and economics I, Kuhn, H.W. und Szegö, G.P. (eds.), Berlin - Heidelberg - New York 1969, S. 241-292.

Ders. (ed.): Essays on the theory of optimal economic growth, Cambridge (Mass.) 1967.

SIMON, H.A.: Theories of decision-making in economics and behavioral science, in: AER, Vol. 49 (1959), S. 253-283.

SMITH, V.L.: Investment and production, Cambridge (Mass.) 1966.

SMITHIES, A.: The maximization of profits over time with changing cost and demand functions, in: Econometrica, Vol. 7 (1939), S. 312-318.

SOLOW, R.M., TOBIN, J., v. WEIZSÄCKER, C.C. und YAARI, M.: Neoclassical growth with fixed factor proportions, in: Readings in the theory of growth, Hahn, F.H. (ed.), London - Basingstoke 1971, S. 68-102.

STANDOP, D.: Optimale Unternehmensfinanzierung, Berlin 1975.

STIGLITZ, J.E. und UZAWA, H. (eds.): Readings in the modern theory of economic growth, Cambridge (Mass.) 1969.

STÖPPLER, S.: Dynamische Produktionstheorie, Opladen 1975.

STRAUSS, A.: An introduction to optimal control theory, Berlin - Heidelberg - New York 1968.

STREBEL, H.: Die Bedeutung von Forschung und Entwicklung für das Wachstum industrieller Unternehmungen, Diss. Berlin 1968.

STROTZ, R.H.: Myopia and inconsistency in dynamic utility maximization, in: The Review of Economic Studies, Vol. 23 (1955/56), S. 165-180.

SUMNER, M.T.: Investment and corporate taxation, in: Journal of Political Economy, Vol. 81 (1973), S. 982-993.

SWOBODA, P.: Einflüsse der Besteuerung auf die Ausschüttungs- und Investitionspolitik von Kapitalgesellschaften, in: ZfbF, 19. Jg. (1967), S. 1-16.

THOMPSON, R.G. und GEORGE, M.D.: Optimal operations & investments of the firm, in: MS, Vol. 11 (1965), S. 49-56.

TINBERGEN, J.: Ein Problem der Dynamik, in: Zeitschrift für Nationalökonomie, Bd. 3 (1932), S. 169-184.

Ders.: The notions of horizon and expectancy in dynamic economics, in: Econometrica, Vol. 1 (1933), S. 247-264.

TINTNER, G.: Monopoly over time, in: Econometrica, Vol. 5 (1937), S. 160-170.

TRABANT, G.: Zur Finanzierung des Unternehmungswachstums aus internen Mitteln, Diss. Köln 1966.

TREADWAY, A.B.: On rational entrepreneurial behavior and the demand for investment, in: Review of Economic Studies, Vol. 36 (1969), S. 227-239.

USHER, D.: Traditional capital theory, in: Review of Economic Studies, Vol. 32 (1965), S. 169-186.

UZAWA, H.: Time preference and the penrose effect in a two-class model of economic growth, in: Journal of Political Economy, Vol. 77 (1969), S. 628-652.

Ders.: Time preference, the consumption function and optimal asset holding, in: Value, capital, and growth, (ed.) Wolfe, J.N., Edinburgh 1968, S. 485-504.

VICKERS, D.: The theory of the firm: production, capital, and finance, New York 1968.

VIND, K.: Control systems with jumps in the state variables, in: Econometrica, Vol. 35 (1967), S. 273-277.

WAGNER, H.: Simultane Planung von Investition, Beschäftigung und Finanzierung mit Hilfe der dynamischen Programmierung, in: ZfB, 37. Jg. (1967), S. 709-728.

WALTER, J.E.: Dividend policy: its influence on the value of the enterprise, in: The Journal of Finance, Vol. 18 (1963), S. 280-291.

WEHAUS, R.: Dynamische Strategien für Unternehmungen in unvollkommener Konkurrenz, Diss. Zürich 1976.

WEITKEMPER, F.-J.: Finanzierung von Investitionen in Industrieunternehmen, in: ZfB, 45. Jg. (1975), S. 13-24.

v. WEIZSÄCKER, C.C.: Existence of optimal programs of accumulation for an infinite time horizon, in: Review of Economic Studies, Vol. 32 (1965), S. 85-104.

WESEMANN, J.: Die Problematik der Investitionstheorie, Diss. Münster 1968.

WITTE, J.G.: Microfoundations of the social investment function, in: The Journal of Political Economy, Vol. 71 (1963), S. 441-456.

WITTMANN, W.: Überlegungen zu einer Theorie des Unternehmenswachstums, in: Zeitschrift für handelswirtschaftliche Forschung, 13. Jg. (1961), S. 493-519.

YAARI, M.E.: On the existence of an optimal plan in a continous-time allocation process, in: Econometrica, Vol. 32 (1964), S. 576-590.

YAMANE, T.: Mathematics for economists, Englewood Cliffs (N.J.) 1968.

STAATLICHE ALLOKATIONSPOLITIK IM MARKTWIRTSCHAFTLICHEN SYSTEM

Band 1 Horst Siebert: Umweltallokation im Raum. In Vorbereitung

Band 2 Horst Siebert: Global Environmental Resources. The Ozone Problem. In Vorbereitung

Band 3 Hans-Joachim Schulz: Steuerwirkungen in einem dynamischen Unternehmensmodell. Ein Beitrag zur Dynamisierung der Steuerüberwälzungsanalyse. 1981

SCHÖNBRODT, BERND
ERFOLGSPROGNOSEN MIT BILANZKENNZAHLEN

Frankfurt/M., Bern, Las Vegas, 1981. X, 280 S.
BEITRÄGE ZUM RECHNUNGS-, FINANZ- UND REVISIONSWESEN. Bd. 3
ISBN 3-8204-6922-2 br. sFr. 67.-- *)

Erfolgs- und Rentabilitätsprognosen sind ein wesentlicher Teil von Unternehmensanalysen. Mit Hilfe eines neuartigen Bilanzkennzahlensystems werden die produktionsbedingten und die finanzierungsbedingten Ursachen des Unternehmenserfolgs transparent gemacht und ihr Zusammenwirken theoretisch aufgezeigt und empirisch überprüft. Dazu wird die Erfolgssituation aller wesentlichen deutschen börsennotierten Aktiengesellschaften für 15 Jahre analysiert und anschließend gezeigt, wie die multivariate Diskriminanzanalyse Rentabilitätsprognosen ermöglicht, welche Kennzahlen hierfür besonders aufschlußreich sind und welche Kennzahlenwerte hohe Zukunftserfolge signalisieren.

GRÜRMANN, HARALD
VERFLECHTUNGEN ZWISCHEN PERSONEN- UND KAPITALGESELLSCHAFTEN IM STEUERRECHT

Frankfurt/M., Bern, 1980. 281 S.
EUROPÄISCHE HOCHSCHULSCHRIFTEN: Reihe 5, Volks- und Betriebswirtschaft. Bd. 282
ISBN 3-8204-6813-7 br. sFr. 52.-- *)

Auch kleinere und mittlere Unternehmen sind in zunehmendem Maße bestrebt, ihre Haftung durch die Gründung einer Kapitalgesellschaft zu beschränken. Da sie sich aber die steuerlichen Vorteile der Personengesellschaft erhalten wollen, kommt es immer häufiger dazu, daß die bestehende Personengesellschaft nicht in eine Kapitalgesellschaft umgewandelt wird, sondern diese nur neben sie tritt. Die vorliegende Arbeit untersucht, welchen Weg das Steuerrecht bei der Beurteilung dieser Unternehmensverbindungen gehen muß und wie ihre praktische Behandlung in Gesetzgebung, Rechtsprechung und Verwaltung aussieht.

Aus dem Inhalt: U.a. Grundsätzliche Aspekte der steuerrechtlichen Behandlung von Unternehmensverbindungen - Die Organschaftsbesteuerung - Die steuerliche Behandlung der Betriebsaufspaltung - Steuerliche Aspekte der GmbH & Co.

---

*) unverbindliche Preisempfehlung
Auslieferung: Verlag Peter Lang AG, Jupiterstr. 15, CH-3015 Bern