

Thomas Pircher

Regelung eines
leckagebehafteten Hydrauliksystems
zur Steigerung der Prozesssicherheit

Thomas Pircher

Regelung eines leckagebehafteten Hydrauliksystems
zur Steigerung der Prozesssicherheit

FAU Forschungen, Reihe B
Medizin, Naturwissenschaft, Technik
Band 23

Herausgeber der Reihe:
Wissenschaftlicher Beirat der FAU University Press

Thomas Pircher

Regelung eines leckagebehafteten Hydrauliksystems zur Steigerung der Prozesssicherheit

Erlangen
FAU University Press
2018

Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek:
Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der
Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind
im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

Autoren-Kontaktinformation: Thomas Pircher, Lehrstuhl für
Prozessmaschinen und Anlagentechnik, pi@ipat.uni-erlangen.de

Bitte zitieren als

Pircher, Th. *Regelung eines leakagebehafteten Hydrauliksystems zur
Steigerung der Prozesssicherheit*. FAU Forschungen, Reihe B, Medizin,
Naturwissenschaft, Technik Band 23. Erlangen: FAU University Press,
2018. DOI: 10.25593/978-3-96147-140-9.

Das Werk, einschließlich seiner Teile, ist urheberrechtlich geschützt.
Die Rechte an allen Inhalten liegen bei ihren jeweiligen Autoren. Sie
sind nutzbar unter der Creative Commons Lizenz BY.

Der vollständige Inhalt des Buchs ist als PDF über den OPUS Server
der Friedrich-Alexander-Universität Erlangen-Nürnberg abrufbar:
<https://opus4.kobv.de/opus4-fau/home>

Verlag und Auslieferung:

FAU University Press, Universitätsstraße 4, 91054 Erlangen

Druck: docupoint GmbH

ISBN: 978-3-96147-139-3 (Druckausgabe)
eISBN: 978-3-96147-140-9 (Online-Ausgabe)
ISSN: 2198-8102
DOI: 10.25593/978-3-96147-140-9

Regelung eines leakagebehafteten Hydrauliksystems zur Steigerung der Prozesssicherheit

Der Technischen Fakultät
der Friedrich-Alexander-Universität
Erlangen-Nürnberg

zur
Erlangung des Doktorgrades Dr.-Ing.

vorgelegt von

Thomas Pircher
aus Meran

Als Dissertation genehmigt
von der Technischen Fakultät
der Friedrich-Alexander-Universität Erlangen-Nürnberg

Tag der mündlichen Prüfung: 06.07.2018

Vorsitzender des Promotionsorgans: Prof. Dr.-Ing. Reinhard Lerch

Gutachter: Prof. Dr.-Ing. Eberhard Schlücker
Prof. Dr.-Ing. Alexander Kölpin

Vorwort

Für diese Arbeit wurde von der Fa. LEWA GmbH ein Pumpensystem zur Verfügung gestellt. Die durchgeführten Messungen erfassen im Detail die Funktionsweise des Systems. Aus Geheimhaltungsgründen sind verschiedene Messwerte dimensionslos angegeben um einen Rückschluss auf die Auslegung des Systems zu verhindern. Ich danke der Fa. LEWA GmbH für die Unterstützung und die gute Zusammenarbeit in diesem Projekt.

Des Weiteren möchte ich der Fa. Bürkert GmbH & Co. KG für die Entwicklung, Fertigung und Bereitstellung der verwendeten Aktoren danken.

Mein besonderer Dank gilt meinem Doktorvater und Lehrstuhlinhaber Herrn Prof. Dr. E. Schlücker, welcher stets ein offenes Ohr und Anregungen für Probleme hatte. Dabei ermutigte er mich stets, auch ungewöhnliche Ansätze zu verfolgen. Das entgegengebrachte Vertrauen war die Grundlage für die Umsetzung des Projektes und ermöglichte erst diese Arbeit.

Ebenfalls danke ich Herrn Prof. Dr. A. Kölpin für die Übernahme des Koreferates, Herrn Prof. Dr. A. Bück für die Übernahme des Vorsitzes sowie Herrn Prof. Dr. M. Gugat für die Übernahme des Weiteren Prüfungsmitglieds.

Eine Dissertation ist die Abschlussarbeit eines Einzelnen. Jedoch spiegelt dies ein falsches Bild über die Entstehung einer solchen Arbeit wider. Mehrjährige Forschungen bilden die Grundlage hierfür. Die thematische Bearbeitung der zugrundeliegenden Untersuchungen begannen vor meiner Zeit am Lehrstuhl. Die Vorarbeit und die Einarbeitung von Christoph Bernhagen ermöglichte mir den Start dieses Projektes — vielen Dank dafür. Zudem möchte ich mich bei allen Beteiligten für ihre Unterstützung bedanken. Besonders erwähnen möchte ich hierbei die Techniker und die Werkstatt des Lehrstuhls, ohne deren Mithilfe die technische Umsetzung kaum möglich gewesen wäre; meine Kollegen, die diese Arbeit Korrektur gelesen haben, sowie meine Masterstudenten Thimo Schwab und Christopher Fritz, welche mich bei der Durchführung der Messungen unterstützt haben.

Weiterhin möchte ich mich bei meiner Familie bedanken, welche mich gefördert und unterstützt hat. Diese Arbeit ist das Resultat eines langen Weges, welcher schon zu Beginn auf eine sichere Basis gestellt wurde. Die Gedanken können frei fliegen, wenn die Gewissheit besteht stets aufgefangen zu werden.

Ein ganz besonderer Dank geht an meine Frau Bianca, welche mich stets ermutigte weiterzumachen und ein unendliches Verständnis für die Überstunden, die Wochenenden, welche dieser Arbeit zum Opfer fielen, und endlosen Gespräche über Messaufbauten, Auswertungen, Simulationen und Pumpen aufbrachte. Danke Dir dafür, dass Du an meiner Seite bist.

Inhaltsverzeichnis

Nomenklatur	VII
1 Einleitung	1
1.1 Aufgabenstellung	4
1.2 Aufbau dieser Arbeit	5
2 Aufbau und Funktion der Membranverdrängerpumpe	7
2.1 Aufbau und Mechanik	7
2.1.1 Arbeitsraum	8
2.1.2 Antrieb	10
2.2 Leckage	11
2.2.1 Allgemeine Definition des Dichtspalts	13
2.2.2 Tauchkolben	15
2.2.3 Kolbenringdichtung	27
2.2.4 Leckagemessung	36
2.2.5 Messaufbau	46
2.2.6 Leckagemessergebnis	48
2.2.7 Ursprung der Leckage	54
2.2.8 Gasaustrag	58
2.3 Membran	59
2.3.1 Membrankraft	61
2.3.2 Membranhysterese	62
2.3.3 Membranlitchen	77
2.4 Simulationsmodell	81
2.4.1 Kompression von Flüssigkeiten	82
2.4.2 Membranverdrängerpumpenmodell	86

3	Aktorik	95
3.1	Anforderungen	95
3.1.1	Leistungsproblematik	96
3.1.2	Querschnitte	98
3.2	Technische Möglichkeiten	99
3.2.1	Ventilbauweisen	100
3.2.2	Aktoren	102
3.2.3	Sekundärdruck	111
3.3	Sitzventil	113
3.3.1	Ventilkinematik	114
3.3.2	Validierung von Ventilschaltzeiten	117
3.3.3	Gemessene Ventilcharakteristik	122
3.3.4	Timing	137
4	Regelung	143
4.1	Notfallmaßnahmen	145
4.2	Leckergänzung als diskrete Regelung	146
4.3	Klassische Leckergänzung	151
4.4	Linearer Regler	156
4.5	Ventileinfluss	162
4.6	Reglerstabilität	166
4.7	Maximal mögliche Leckage	172
4.8	Reglerversuchslauf	175
4.9	Vorhersage basierte Regelung	178
5	Zusammenfassung	183
A	Beweis der Differentialgleichung für die Dichtspaltströmung	191
B	Verwendete Integrale für die Strömung am Kolbenring	193
C	Beweis der Differentialgleichung für die Bewegung des Volumenmesssystem	195

Nomenklatur

\hat{a}	Amplitude bzw. Maximum oder Sollwert der Größe a
\bar{a}	Erwartungs- oder Mittelwert der Größe a
\tilde{a}	Schätzwert oder Approximation der Größe a
\check{a}	Relativierte bzw. verallgemeinerte Größe a
a_b	b -tes Element der Größe a bzw. a bezogen auf b (z.B. x_{Schieber} ist die Position des Schiebers)
Δa	Differenzwert bezogen auf die Größe a
da	Differential der Größe a
∂a	Partielles Differential bezogen auf die Größe a
δa	Infinitesimal kleine Größe $a \rightarrow 0$
Δa_b	Allgemeine Abweichung der Größe a bezogen auf b
$\mathcal{L}f$	Laplace-Transformation der Funktion f
$\mathcal{Z}f$	z -Transformation der Funktion f
$\mathcal{F}f$	Fourier-Transformation der Funktion f
$a _b$	a mit der Einschränkung b
$a _b^c$	Differenz $a(c) - a(b)$
$\{a b\}$	Menge aller a , die Bedingung b erfüllen
$ a $	Absolutwert der Größe a
$\ \vec{a}\ $	Norm des Vektors \vec{a}
$a \propto b$	a ist proportional zu b
$a \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$	Die Gesamtheit a ist Normalverteilt mit $E(a) = \mu$ und $\text{Var}(a) = \sigma^2$
$a \sim \mathcal{U}(b, c)$	Die Gesamtheit a ist stetig Gleichverteilt im Intervall $a \subseteq [b, c]$
$N(a)$	Anzahl der Elemente von a
$E(a)$	Erwartungswert der Größe a

Nomenklatur

$\text{Var}(a)$	Varianz der Größe a
$\sigma(a)$	Standardabweichung der Größe a
$\text{RMS}(a)$	Quadratisches Mittel der Größe a
$P(a)$	Wahrscheinlichkeit von Bedingung a
$\delta(a)$	Dirac-Impuls in Abhängigkeit von a
$\Theta(a)$	Heaviside-Funktion-Funktion in Abhängigkeit von a
$\varphi(a)$	Dichtefunktion
$G(z)$	Übertragungsfunktion der Regelstrecke
$K(z)$	Übertragungsfunktion der Reglers
$S(z)$	Störgrößenübertragungsfunktion
A	Fläche
a	Kolbenringhöhe
B	Flussdichte
b	Kolbenringbreite
b	beliebige Konstante
D	Differentialanteil
d	Dämpfung oder Störgröße
d_N	Nenndurchmesser
e	Regeldifferenz
F	Kraft
f	Allgemeine Funktion, Reibungskoeffizient oder Frequenz
G	Leitwert
g	Allgemeine Funktion oder Erdbeschleunigung
h	Hub oder Höhe
ΔH	Membranhysterese
I	Elektrischer Strom oder Integralanteil
K	Kompressionsmodul
k	Steifigkeit
l	Länge
m	Masse
N	Anzahl
n	Hubzahl
P	Leistung oder Proportionalanteil
p	Druck oder Linearfaktor
R	Widerstand
r	Radius

R^2	Bestimmtheitsmaß
R^2_{adj}	Angepasstes Bestimmtheitsmaß
s	Spalt oder komplexe Laplace-Variable
T	Dauer bzw. Periode oder absolute Temperatur
t	Zeit oder Dauer
U	Elektrische Spannung
u	Geschwindigkeit bezogen auf Fluide oder Stellgröße
V	Volumen
W	Energie bzw. Wärme
w	Führungsgröße
x	Allgemeine Variable oder Position oder Bewegung
y	Allgemeine Variable oder Regelgröße
z	Allgemeine Variable oder komplexe Diskrete-Laplace-Variable
χ	Position oder Länge
λ	Schubkurbelverhältnis
μ	Dynamische Viskosität, Permeabilität oder Erwartungswert
ν	Kinematische Viskosität
ω	Kreisfrequenz
Φ	Magnetischer Fluss
φ	Kurbelwinkel
ψ	Verketteter Fluss
ρ	Dichte
σ	Standardabweichung
τ	Zeit oder Zeitkonstante
Θ	Regressionsparameter oder Durchflutung
ϑ	Temperatur
ζ	Widerstandsbeiwert
a_{Ax}	Axialrichtungbezogene Größe a
a_{Dicht}	Dichtungsbezogene Größe a
a_{el}	Elastizitätsbezogene Größe a
a_{ele}	Elektrizitätsbezogene Größe a
a_{F}	Förderseitige Größe a
a_{GAV}	Gasaustragsbezogene Größe a

Nomenklatur

a_G	Membranglitchbezogene Größe a
a_{hyd}	Hydraulikraumbezogene Größe a
a_K	Kolbenbezogene Größe a
a_L	Leckagebezogene Größe a
a_{LEV}	Leckergänzungsbezogene Größe a
a_M	Membranbezogene Größe a
a_{mag}	Magnetismusbezogene Größe a
a_N	Normalenrichtungbezogene Größe a
a_O	Flüssigkeitsoberflächenbezogene Größe a
a_{pro}	Produkttraumbezogene Größe a
a_{Ring}	Kolbenringbezogene Größe a
a_S	Saugseitige Größe a
a_{Signal}	Signalbezogene Größe a
a_T	Temperaturbezogene Größe a
a_V	Ventilbezogene Größe a
a_{vol}	Volumenbezogene Größe a

Abkürzungen

ABS	Antiblockiersystem
abs.	absolut
bzgl.	bezüglich
bzw.	beziehungsweise
CNC	rechnergestützte numerische Steuerung, eng. Computerized Numerical Control
DBV	Druckbegrenzungsventil
diskr.	diskret / diskrete
eff.	effektiv
eng.	englisch
ESP	Fahrdynamikregelung, eng. Electronic Stability Control
etc.	et cetera
EVA	elektromagnetischer Ventilaktor
FEM	Finite-Elemente-Methode
GAV	Gasaustragsventil
ges	gesamt
ind	induziert
kin	kinematisch
konst.	konstant
konti.	kontinuierlich

Abkürzungen

LEV	Leckergänzungsventil
lin.	linear
LTI	lineares zeitinvariantes System
mech	mechanisch
mess.	Messung
MVP	Membranverdrängerpumpe
OVP	oszillierende Verdrängerpumpe
pot	potentiell
ref.	Referenz
rel.	relativ
rfo.	Rückbildung
rup.	Bruch
SAT	Sättigungsglied
Scher.	Scherung
Schw.	Schwimmer
sig.	sigmoidal
u.A.	unter Anderem
u.U.	unter Umständen
usw.	und so weiter
vol.	volumetrisch
z.B.	zum Beispiel

Kennbuchstaben nach DIN EN 62424:2017

- F Durchfluss
- G Abstand, Länge, Stellung
- I Anzeige
- P Druck
- R Speicherung, Aufzeichnung

Abstract

Hydraulic systems, as they are common in most machines today, are always associated with leakage. An example of these, widely used in industry, is the diaphragm positive displacement pump. Because the actors have to operate quickly, this type of pump is a particularly critical case as it reaches a high technical complexity, through the processing of small volumes. As a result, errors occurring in the leak supplementation can result in a complete failure of the system. Current solutions are unable to guarantee complete reliability. To eliminate this source of failure, the aim was to develop a condition monitoring system, followed by a specific control unit. A detailed examination of the occurring leakage was done, followed by a selection of possible actors that are appropriate for short time actions. Both included extensive theoretical models for the leakage, the actor and the controller proven by empirical investigations. This research provided valuable information regarding the control of a leaking hydraulic system, which can be applied on other cases, to increase process reliability.

1 Einleitung

Hydraulische Systeme nutzen die sehr geringe Kompressibilität von Flüssigkeiten zur Übertragung von Leistung. Wird eine Kraft auf eine Flüssigkeit ausgeübt, überträgt sich die Kraft in Form von Druck durch die Flüssigkeit. Das Volumen, welches die Flüssigkeit unter Druck einnimmt, bleibt annähernd konstant. Somit kann eine mechanische Bewegung übertragen werden. Entgegen einer klassischen Festkörpermechanik, werden zur Übertragung von Kräften im Produktbereich keine beweglichen Teile benötigt. Es muss lediglich die Flüssigkeit in einem Rohrsystem eingesperrt sein. Dies führt zu einer deutlichen Vereinfachung. Die meisten komplexeren Maschinen besitzen hydraulische Systeme, wie z.B. die Bremse beim Auto, das Steuerwerk und das Fahrwerk am Flugzeug, sowie Stellantriebe für Ventile in der Verfahrenstechnik.

Um einen dauerhaften und die Anforderungen erfüllenden Betrieb zu gewährleisten, muss die Hydraulikflüssigkeitsmenge konstant bleiben. Eine Veränderung des Volumens führt zu einem Positionierungsfehler. Reine Kraftübertragungsanwendungen, wie z.B. die Bremse beim Auto, können eine gewisse Änderung des Volumens verkraften und durch eine größere anregende Bewegung kompensieren. Andere Anwendungen bedürfen einer exakten Positionierung, wie z.B. die Einstellung des Spalts in einem Walzwerk.

Die meisten hydraulischen Systeme können den Druck in der Flüssigkeit nicht direkt einsetzen. Der Druck muss auf einen Festkörper übertragen werden. Dieser bewegliche Festkörper benötigt eine Abdichtung gegenüber dem Gehäuse, damit die Flüssigkeit nicht im Trennspace aus dem System fließt. Diese Dichtstellen weisen stets eine Leckage auf, so dass hydraulische Systeme die Möglichkeit zur Leckagekompensation benötigen. In der Verfahrenstechnik ist die oszillierende Verdrängerpumpe (OVP) ein weit verbreitetes hydraulisches System mit Leckage. Hierbei reduziert die Leckage zwar den Wirkungsgrad des Pumpvorgangs, jedoch führt die Leckage nicht durch den Volumenverlust zu einem Versagen des Systems.

Die Leckage bei OVPs kann jedoch unerwünscht sein, wenn z.B. Flüssigkeiten gefördert werden sollen, welche nicht austreten sollen. Dies ist vor allem bei umweltschädigenden, giftigen oder ätzenden Stoffen der Fall. Solche Medien werden üblicher Weise mit Membranverdrängerpumpen (MVP) gefördert. Diese besitzen eine hydraulisch aktuierte Membran, welche das Produkt hermetisch abschotten. Bei MVPs tritt zwar nach wie vor eine Leckage auf, aber anstatt des zu fördernden Produkts handelt es sich nun um Hydraulikflüssigkeit. Diese muss nach jedem Hub durch die Leckergängung ausgeglichen werden, so dass die Membran nach jedem Hub wieder exakt zu ihrem Ausgangspunkt zurückkehrt. Tritt bei der Leckergängung ein Fehler auf, so können sich die Fehler über die Zeit kumulieren und es kommt zu einer Membranwanderung. Diese führt langfristig zu einem Versagen der Pumpe, da die Membran nur eine bestimmte Dehnfähigkeit besitzt. Wandert die Membran, wird diese mit jedem Hub weiter ausgelenkt, bis sie letztendlich reißt.

Die Membranverdrängerpumpe ist bis heute ein rein mechanisches System. Diese Technik hat sich über die letzten Jahre bewährt und als funktionell erwiesen. Dennoch besteht die Problematik, dass Störfälle bzw. Systemzustände in der Pumpe auftreten können, die zu einer Beschädigung bis hin zu einer Zerstörung der Membran führen können. Ein aktueller Ansatz arbeitet mit einer kontinuierlichen Ausströmung aus dem Hydraulikraum während des Druckhubes. Diese verhindert ein ungewolltes Ansteigen des Volumens im Hydraulikraum und so das „Vorwandern“ der Membran. Diese Methode geht jedoch mit einer Reduktion der Dosiergenauigkeit der Pumpe, sowie einer Verschlechterung des volumetrischen Wirkungsgrads einher. Zudem handelt es sich hierbei mitunter um eine Anpassungsmaßnahme, wenn die Pumpe bereits auffälliges Verhalten gezeigt hat. Somit ist diese Methode nicht zufriedenstellend, da entweder die Pumpen schon ab Werk schlechter arbeiten als sie müssten oder es zuerst zu einem Vorfall kommen muss, basierend auf dem die Pumpe „eingestellt“ wird. Die MVP ist somit ein ideales Modellsystem für leckagebehaftete Hydrauliksysteme, da die Leckageergängung prozesskritisch ist und in relativ hoher zyklischer Taktung stattfinden muss.

In anderen Technologiebereichen — wie z.B. der Motorentchnik — konnte mit Hilfe von mechatronischen Komponenten das System mit Manipulationspunkten versehen werden. Dies eröffnet die Möglichkeit, gezielt Zustände im Betrieb zu erfassen und zu verändern bzw. zu steuern. Dies erfordert eine Membranlagenüberwachung und eine Mechatronik zur Hydraulikvolumensteuerung. Gesucht ist eine aktive Regelung mit Monitoring für Membranverdrängerpumpen um gezielt das Verhalten der Pumpe beeinflussen

zu können, um die Prozesssicherheit verbessern zu können. Erwünscht ist eine Regelung, welche im Normalbetrieb sicher kein Wandern der Membran zulässt und einen Störfall anzeigt bevor ein Schaden entsteht. Bisher waren gängige Ansätze rein mechanisch [ESSWo9, Abschnitt 2.6]. Bisher fehlten detaillierte Erkenntnisse zum exakten Ablauf der auftretenden Leckage. Ohne diese Kenntnisse ist eine Auslegung der Komponenten zur Dosierung und des Algorithmus nicht möglich.

Für die Mechatronisierung bedarf es drei Komponenten: Sensorik, Aktorik und die Steuerung. Diese drei Grundpfeiler sind voneinander abhängig. So benötigt ein Steuerkonzept bestimmte Informationen von der Sensorik und bedarf entsprechender aktorischer Eingreifmöglichkeiten. Die Bestimmung der sensorischen und aktorischen Möglichkeiten ist nur gestützt durch eine fundierte Kenntnis der Abläufe während des Pumpvorgangs möglich. Hierbei ist festzustellen, dass die Literatur, z.B. Küttner Kolbenmaschinen [ESSWo9], zwar ein umfassendes Bild der Funktionalität vermittelt, jedoch verschiedene Detailspekte, welche maßgeblichen Einfluss haben, nicht behandelt werden. So wird zwar die Leckage als grundlegendes Merkmal aller oszillierenden Verdrängerpumpen beschrieben, nicht jedoch deren funktioneller Zusammenhang.

Eine Betrachtung der technologischen Entwicklung der Membranverdrängerpumpe zeigt, dass diese sich in den letzten Jahren kaum verändert hat. So ist seit etwa der Jahrtausendwende der sechste Schritt nach [ESSWo9, Abschnitt 2.6.2] hin zur MVP mit vorgespannter Membran umgesetzt worden. Aktuelle Entwicklungen konzentrieren sich auf die Steigerung der Förderraten und Drücke, sowie die Optimierung der Herstellung und die Steigerung der Lebensdauer der Membran. Hierdurch traten jedoch kaum Fortschritte im Bereich der Prozesszuverlässigkeit auf, so dass technologisch die Pumpentechnik keine aktuellen Ansätze aufweist, wie dies in anderen Technologiezweigen der Fall ist. So ist heute bei Fahrzeugen (ABS, ESP), Flugzeugen (Fly-by-Wire, Kollisionswarnsysteme, Triebwerküberwachung) und Werkzeugmaschinen (CNC) ein hohes Maß an elektronischer Steuerkomponenten der Standard. Darüber hinaus fordern Entwicklungen, wie Industrie 4.0 und Big Data [YK15], zunehmend die digitale Kommunikation aller Komponenten. Hierbei zeigen sich geregelte bzw. gesteuerte Dosierpumpen, welche zur präzisen Förderung von eher kleineren Volumenströmen und moderaten Drücken benutzt werden, noch kommunikationsfreudiger als Prozesspumpen, welche für hohe Leistungen ausgelegt sind.

1.1 Aufgabenstellung

Ziel dieser Arbeit ist die Umsetzung einer Regelung leakagebehafteter Hydrauliksysteme zur Steigerung der Prozesssicherheit bzw. -zuverlässigkeit. Hierbei soll das Augenmerk auf die Kontrolle einer leakagekritischen Größe liegen. Als Beispiel bietet sich die Membranverdrängerpumpe mit ihrer Membranbewegung als zu regelnde Größe an. Basierend auf einem mechatronischen Ansatz soll ein unkontrolliertes Wandern der Membran sicher verhindert werden können. Hierbei ist zu bemerken, dass die noch heute existierende Möglichkeit einer Membranwanderung zeigt, dass die Funktionsweise der MVP noch nicht vollständig verstanden wird. Somit stellt die Detektion und Beschreibung der Funktionsweise ein wichtiges Sekundärziel dieser Arbeit dar.

Eine reine theoretische Betrachtung einer MVP in dem nötigen Detailgrad ist nicht möglich, da das Verhalten von Leakage und der Membran bisher nicht im Detail untersucht werden konnte. Daher ist die Erhebung von Messdaten zur Auswahl und Parametrisierung von Modellen unabdingbar. Es soll ein Konzept zur Erfassung der Leakage sowie der Membran erstellt und angewendet werden. Hierbei muss die Gesamtheit der Volumenänderungen im Hydraulikraum betrachtet werden, da eine kontinuierliche Erfassung des Hydraulikraumvolumens im laufenden Betrieb nicht möglich ist. Exemplarisch wird eine MVP vermessen und modelliert um die Durchführbarkeit des Konzeptes zu belegen. Aus der Untersuchung der MVP soll auch die Umsetzbarkeit von geeigneten Systemwerten zur Überwachung der Membranposition herausgearbeitet werden.

Es soll gezeigt werden, dass eine Steuerung ohne Feedback-Schleife aufgrund der Komplexität des Membranverhaltens, der Erfassung der Volumenströme und der zeitlichen Abhängigkeit der Informationen im laufenden Betrieb nicht möglich ist. Andererseits kann die Membranposition den Zustand der Pumpe, ohne Kenntnis weiterer Parameter, ausreichend genau abbilden, so dass eine stabile Regelung möglich ist.

Wie die Untersuchung der Pumpe, muss auch die Regelung theoretisch und praktisch betrachtet werden. Es soll gezeigt werden, dass durch einen mechatronischen Ansatz die Prozesssicherheit gegenüber der klassischen Bauweise

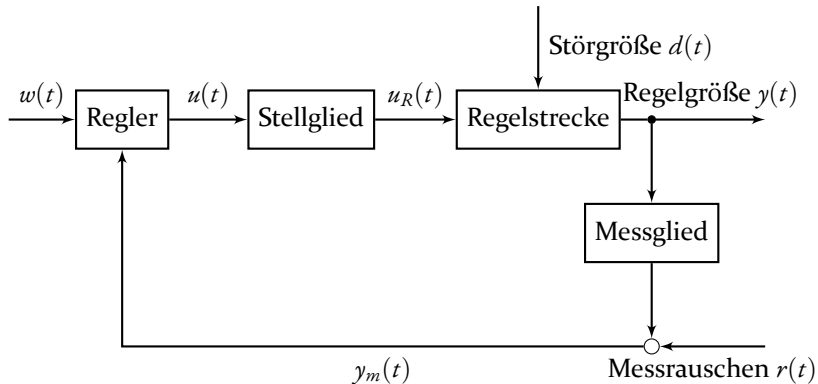


Abbildung 1.1: Regelkreisschematik nach DIN IEC 60050-351 [DIN14].

gesteigert werden kann. Dabei liegt ein Augenmerk auf den geeigneten Randbedingungen des Betriebs. Abschließend wird der Messaufbau zur Untersuchung der MVP um die Regelung der Membranposition erweitert, um den Beweis der Funktionalität zu erbringen.

1.2 Aufbau dieser Arbeit

Primäres Ziel ist die Umsetzung einer Regelung der MVP. Bei einer Regelung handelt es sich um ein System mit Feedback. Eine Steuerung wiederum besitzt dieses Feedback nicht [DIN14]. Damit eine Steuerung richtig arbeiten kann, muss diese alle nötigen Parameter kennen, den Einfluss der möglichen Gegenmaßnahmen und die entsprechenden Entscheidungen treffen. Da kein Feedback existiert, kann bei einer Steuerung das Ergebnis vom Sollwert abweichen, wenn die Abbildung des Systems in der Steuerung nicht ausreichend oder ungenau ist.

Bei einer Regelung wird der zu regelnde Wert detektiert und mit einem Sollwert verglichen. Basierend auf diesem Vergleich wird entschieden, wie das System beeinflusst werden muss, damit die Regelgröße den vorgegeben Wert erreicht. Hierdurch ist keine Kenntnis des Systems an sich zum Regeln nötig. Der Regler kann Informationen über das zu regelnde System nutzen, muss dies aber nicht zwingend [Lun14, Abschnitt 1.2].

Abbildung 1.1 zeigt den prinzipiellen Wirkplan einer Regelung nach DIN IEC 60050-351 [DIN14]. Der Regler wird mit den aktuellen Daten der zu regelnden

Regelgröße $y(t)$ versorgt. Der Regler berechnet hieraus die Reglerausgangsgröße $u(t)$, um die Regelgröße durch die Stellgröße $u_R(t)$ an die Führungsgröße $w(t)$ anzugleichen. Neben einer Änderung der Führungsgröße kann eine Regeldifferenz $e(t) = w(t) - y(t)$ durch die unbeeinflussbare Störgröße $d(t)$ hervorgerufen werden, welche direkt auf die Regelstrecke einwirkt. Aus einer Änderung an Führungs- oder Störgröße ergibt sich das Führungs- und das Störverhalten. Das Führungsverhalten beschreibt die Reaktion des Systems auf die Änderung der Führungsgröße ohne Störung. Das Störverhalten wiederum beschreibt die Reaktion des Systems auf eine ausgeprägte Störung bei gleichbleibender Führungsgröße.

Auch wenn der Regler ohne Informationen über das System selbst auskommen kann, so muss die Dynamik des Reglers auf das System abgestimmt werden. Durch die Feedback-Schleife des Reglers wird die Dynamik des Gesamtsystems deutlich verändert. Dies ist zwar Ziel eines Reglers, jedoch muss sichergestellt werden, dass die Dynamik des Gesamtsystems stabil ist und die Regelaufgabe erfüllt. Hierfür ist eine theoretische Betrachtung des Regelkreises notwendig. Das bedeutet, dass Regelstrecke, Stell- und Messglied untersucht und entsprechend mathematisch abgebildet werden müssen. In den folgenden Kapiteln werden die verschiedenen Komponenten des Regelkreises abgearbeitet. Da sich Messglied und Regelstrecke versuchstechnisch nicht direkt trennen lassen, wird in Kapitel 2 die Funktionsweise der MVP theoretisch und praktisch anhand einer Beispiel-MVP aufgezeigt und mehrere Modelle zur Abbildung dieser Effekte erarbeitet. Kapitel 3 befasst sich mit der Auswahl der Technologie für das Stellglied, sowie der theoretischen und praktischen Behandlung der Eigenschaften. Diese Erkenntnisse werden in Kapitel 4 genutzt um den Regler auszulegen. Darauf aufbauend werden die Eigenschaften der klassischen Leckageergänzung mit dem mechatronischen Konzept verglichen und der praktische Beweis der Auslegung im Versuch erbracht.

2 Aufbau und Funktion der Membranverdrängerpumpe

Die Membranverdrängerpumpe gehört zu den oszillierenden Verdrängerpumpen. Diese Gruppe an Pumpen hat gemeinsam, dass durch einen oszillierenden Verdränger zyklisch Volumen aus einem Arbeitsraum verdrängt wird. Die hierfür benötigte zyklische Bewegung bedingt eine dynamische Dichtung am Kolben. Ausnahmen, wie z.B. Pumpen mit Membrandirektantrieb [ESSW09, Abschnitt 2.43], nur für geringe Pumpleistungen geeignet. Durch die dynamische Dichtung bedingt eine Leckage, welche auf verschiedene Art und Weise Einfluss auf den Pumpmechanismus nimmt. Bei verschiedene Medien muss eine Leckage zwingend verhindert werden, wie z.B. Stoffe die umweltschädlich sind oder das Schmiermedium schädigen. Die Membran, welche Produkt- und Hydraulikraum trennt, verhindert, dass giftige oder schädliche Stoffe aus dem Arbeitsraum durch Leckage in die Umwelt gelangen. Durch diese Trennung des Arbeitsraums in Produkt- und Hydraulikraum bedarf es einer Regulierungsmöglichkeit für das Ölvolumen im Hydraulikraum, da es durch Leckage und Gasaustragung zu einer stetigen Reduzierung des Hydraulikölvolumens kommt.

Die Membranverdrängerpumpe arbeitet nach dem Prinzip der Verdrängung. Dies ist ein volumetrisches Wirkprinzip. Die Verdrängung arbeitet statisch. So bleibt der Druck erhalten, von Leckageeffekten abgesehen, wenn die Pumpe ausgeschaltet wird [ESSW09, Abschnitt 1.1.1]. Das volumetrische Beeinflussen des Arbeitsraums bedarf einer entsprechenden Dichttechnik. Würde keine Dichtung existieren, könnte keine gezielte Förderung stattfinden, da durch die Leckage ein entscheidender Teil des Mediums verloren gehen würde.

2.1 Aufbau und Mechanik

Die Membranverdrängerpumpe, als Sonderform der oszillierenden Verdrängerpumpe, besteht im Grunde aus zwei Subsystemen. Hierbei handelt es sich

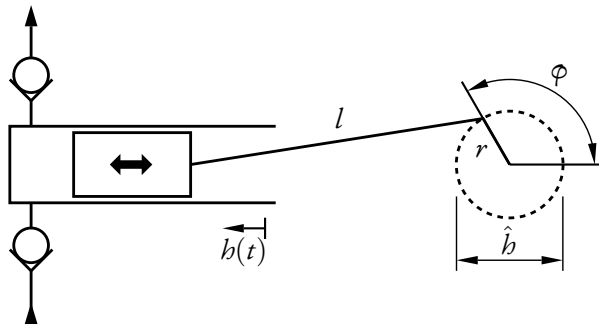


Abbildung 2.1: Schematik einer OVP mit Geradschubkurbelantrieb.

um den Antrieb, welcher die Bewegung erzeugt, und dem Arbeitsraum, in dem das Medium durch den Kolben verdrängt wird. Dieser Aufbau hat elementare Einflüsse auf die Arbeitsweise und das Verhalten der Pumpe.

2.1.1 Arbeitsraum

Der Arbeitsraum wird durch ein Gehäuse definiert, dessen Volumeninhalt durch einen beweglichen Kolben verändert werden kann. Abbildung 2.1 zeigt schematisch den Aufbau einer OVP. Bei der MVP wird der Arbeitsraum durch eine Membran in einen Produkt- und einen Hydraulikraum aufgeteilt, wie in Abbildung 2.2 stark vereinfacht skizziert. Dies ermöglicht eine hermetische Abdichtung des Produktes gegenüber der Umwelt innerhalb der Pumpe. Hierdurch ist es möglich z.B. giftige, umweltschädliche oder aggressive Flüssigkeiten zu fördern. Damit die Pumpe fördern kann, muss das verdrängte Volumen gezielt in die Förderleitung gedrückt und aus der Saugleitung angesaugt werden. Dies geschieht durch entsprechende Ventile, welche den Produktraum mit Saug- und Förderleitung verbinden. Im Produktraum tritt, von einem Ventilverhalten abgesehen, in der Regel keine relevante Leckage auf [ESSWo9, Abschnitt 2.3.4]. Zudem hat die Leckage im Produktraum lediglich einen Einfluss auf den volumetrischen Wirkungsgrad [ESSWo9, Abschnitt 2.3.4]. Die Funktionsweise der Pumpe wird durch die Leckage im Normalfall nicht beeinflusst.

Im Hydraulikraum überträgt der Kolben durch das enthaltene Hydrauliköl die Bewegung auf die Membran. Entgegen der Leckage im Produktraum, führt die Leckage im Hydraulikraum langfristig zu einem Versagen der Pumpe, wenn diese nicht ausgeglichen wird. Durch eine anhaltende Leckage verändert sich

zur Druckabsicherung, so dass der Druck nicht über ein bestimmtes Niveau ansteigen kann.

2.1.2 Antrieb

Die Oszillation der Membranverdrängerpumpe kann durch verschiedene Antriebsmechanismen realisiert werden [ESSW09, Abschnitt 2.3]. Die am weitesten verbreitetste Antriebsart ist der Geradschubkurbelantrieb. Dieser besteht aus einer, meist verstellbaren, Kurbelwelle, welche die rotative Bewegung mit Hilfe eines Pleuels in eine translatorische Bewegung überführt. Abbildung 2.1 zeigt schematisch den Aufbau eines solchen Antriebs.

Aus dem Kurbelwellenradius r und der Pleuellänge l kann das Schubstangenverhältnis λ berechnet werden [ESSW09, Abschnitt 2.3.2]:

$$\lambda = \frac{r}{l} \quad (2.1)$$

Die Geometrie des Antriebs erzeugt eine fixe Kinematik am Kolben, welche mit der zeitabhängigen Kolbenposition $b(t)$ beschrieben wird:

$$b(t) = \underbrace{r \cos(\varphi)}_{\text{harmonischer Teil}} + \underbrace{l \sqrt{1 - (\lambda \sin(\varphi))^2}}_{\text{unharmonischer Anteil}} \quad (2.2)$$

Wie Gleichung (2.2) deutlich zeigt, setzt sich die Kolbenbewegung aus einem harmonischen und einem unharmonischen Anteil zusammen. Der unharmonische Anteil ist in der positionsabhängigen Abweichung der Kurbelschleife am vorderen und hinteren Totpunkt im Vergleich zur harmonischen Bewegung begründet. Die oszillierende Bewegung des Kolbens erzeugt ein sich mit der Zeit änderndes Volumen im Arbeitsraum. Durch Ventile wird die Fließrichtung in und aus dem Arbeitsraum gerichtet. Verringert der Kolben im Arbeitsraum das Volumen, wird das Medium aus dem Arbeitsraum verdrängt. Vergrößert die Kolbenbewegung den Arbeitsraum wird Medium angesaugt. Abbildung 2.3 zeigt einen exemplarischen Verlauf des Druckes im Hydraulikraum während eines Hubes. Gut zu erkennen sind die vier Phasen der oszillierenden Verdrängerpumpe.

1. Ansaugen
2. Komprimieren
3. Ausstoßen
4. Dekomprimieren

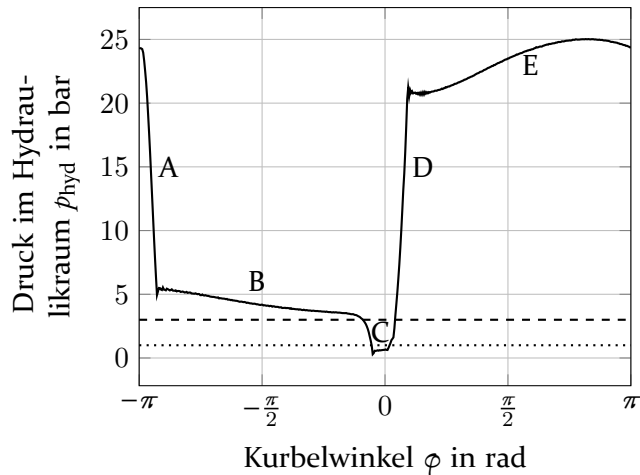


Abbildung 2.3: Zeitlicher Druckverlauf einer MVP mit den typischen Arbeitsphasen Expandieren A, Ansaugen B, Leckage ergänzen C, Komprimieren D und Ausstoßen E (in dargestellter Reihenfolge). Gepunktet ist der Umgebungsdruck, gestrichelt der Saugdruck dargestellt.

Zusätzlich ist die MVP-typische Leckergänzung kurz vor der Komprimierungsphase zu erkennen. Die Komprimierungs- und Dekomprimierungsphasen sind notwendig, um das Medium auf das entsprechende Druckniveau von Saug- oder Förderseite zu bringen. Idealerweise wäre der Druck innerhalb von Saug- und Förderphase konstant. Seiteneffekte wie Reibung und Trägheit sorgen jedoch mitunter für zusätzlich zu überwindende Druckverluste.

Bei näherer Betrachtung der Saugphase in Abbildung 2.3 ist ein Abfallen des Druckes unter den Saugdruck von 3 bar (gestrichelt eingezeichnet) festzustellen. Hierbei sinkt der Druck bis unterhalb des Atmosphärendrucks (gepunktet eingezeichnet) ab. Diesem Druckabfall folgt die Leckergänzungsphase C. Während dieser Phase wird durch Leckage verlorenes Hydrauliköl im Hydraulikraum ergänzt. Die Länge dieser Phase hängt vom Hydraulikölvolume ab, welches durch Leckage verloren geht.

2.2 Leckage

Alle oszillierenden Verdrängerpumpen haben gemeinsam, dass am Verdrängerkörper eine Abdichtung gegen das Gehäuse stattfinden muss. Diese Dichtstelle besitzt aufgrund der Differenzbewegung des Verdrängerkörpers zum Gehäuse eine dynamische Dichtung, also eine bewegte Dichtposition. An

dieser Dichtstelle tritt immer eine Leckage auf [ESSW09, Seite 108 f]. Diese Leckage beeinflusst maßgeblich das Verhalten der Pumpe.

Die Leckage kann als andauernder Volumenverlust aus dem Hydraulikraum interpretiert werden. Dieser Verlust variiert während des Hubes, basierend auf den Veränderungen von Differenzgeschwindigkeit und Druck, als auch durch statistische Schwankungen von Hub zu Hub, infolge von minimalen Ungenauigkeiten und Unregelmäßigkeiten in der Leckergängung und Gasaustragung. Der Volumenverlust im Hydraulikraum beeinflusst direkt das Fördervolumen der einzelnen Hübe, als auch indirekt die Druckverläufe im Hydraulikraum während der Saugphase. Die Leckage selbst wird durch zwei Einzeleffekte induziert.

Druckgradient: Der Druckgradient entsteht durch die Druckdifferenz zwischen den abzudichtenden Seiten der Dichtung. Es wird bei gleichbleibenden Querschnitten davon ausgegangen, dass sich der Druckgradient über die Strömungsdistanz nicht ändert [Duro7, Abschnitt 13.2].

Oszillierende Wand: Die oszillierende Wand stellt die Differenzbewegung des Kolbens zur Zylinderwand dar. Normalerweise ist der Antrieb von oszillierenden Verdrängerpumpen so ausgelegt, dass die Bewegung als harmonisch angenommen werden kann, da bei einer annähernd harmonischen Bewegung die Kräfte bezogen auf die Bewegung minimal werden.

Das Leckagevolumen V_L soll wie folgt definiert sein:

$$V_L = f_{V_L}(\dot{x}_K, \Delta p_{\text{Dicht}}) + \varepsilon(t) \quad (2.3)$$

Wobei in Gleichung (2.3) der Term $f_{V_L}(\dot{x}_K, \Delta p_{\text{Dicht}})$ eine Funktion darstellt, welche von der Kolbengeschwindigkeit \dot{x}_K und dem Differenzdruck an der Dichtung Δp_{Dicht} abhängig ist. Der zufällige Wert $\varepsilon(t)$ bildet die auftretenden Unregelmäßigkeiten ab. Wobei $\varepsilon(t)$ normalverteilt und mit einem Mittelwert von $E(\varepsilon(t)) = 0$ vorausgesetzt wird. Somit ist die Funktion f_{V_L} gleichzusetzen mit dem Erwartungswert von der Leckage V_L .

$$E(V_L) = f_{V_L} \quad (2.4)$$

Die Leckage wird durch die Dichtung am Verdrängerkörper bestimmt. Hierbei kann zwischen Kolben und Plunger unterschieden werden.

Plunger: Der Plunger wirkt durch ein Volumen, welches in den Hydraulikraum eingebracht wird. Die Abdichtung ist statisch im Gehäuse verbaut. Dadurch bleibt die Geometrie des Hydraulikraums während des Hubes unverändert. Als Dichtung werden häufig Stopfbuchsen bzw. Packungsringe verwendet [ESSW09, Seite 109 f].

Kolben: Im Gegensatz zum Plunger trägt der Kolben die Dichtung mit sich. Hierdurch wird während des Hubes der Hydraulikraum in seiner Größe verändert, da sich die Position der Dichtung relativ zum Gehäuse ändert. So gesehen taucht der Kolben im Gegensatz zum Plunger nicht in den Hydraulikraum ein. Als Dichtung werden vorwiegend Kolbenringe und Kolben mit Spaltdichtung verwendet [ESSW09, Seite 108 f].

Prozesspumpen besitzen gewöhnlich einem Kolben. Plunger sind im Verhältnis zu Kolben wesentlich schwerer, da diese über den gesamten Hub hinweg den gleichen Durchmesser besitzen müssen. Dies ist bei Kolben mit Kolbenringen nicht der Fall. Die geringeren Massen reduzieren die Kräfte auf die Mechanik während der Bewegung. Eine Ausnahme bilden hier die Tauchkolben. Im Grunde sind diese aufgebaut wie Plunger. Jedoch wird der Großteil des Tauchkolbens als Dichtfläche verwendet. Diese großflächigen Dichtungen sind vor allem für Hochdruckanwendungen geeignet.

Zur Verdeutlichung des Einflusses der Dichtung auf die Leckage sollen im Folgenden beispielhaft der Tauchkolben mit dem Wirkprinzip des Kolbenrings theoretisch verglichen werden.

2.2.1 Allgemeine Definition des Dichtspalts

Die Dichtfläche wird in einem dreidimensionalen Zylinderkoordinatensystem definiert. Abbildung 2.4 zeigt den Aufbau eines Dichtspalts mit gleichbleibender Spalthöhe s . Richtung x_1 verläuft längs der Rotationsachse des Kolbens und beschreibt die Position längs dieser Dichtung. Die Richtung x_2 steht senkrecht auf der Rotationsachse und definiert die Höhenposition im Dichtspalt. Die Richtung x_3 beschreibt entsprechend der Richtungen x_1 und x_2 die radiale Richtung im Dichtspalt. Äquivalent zu den Richtungen werden die zugehörigen Geschwindigkeitskomponenten als u_i mit $i \in [1, 2, 3]$ bezeichnet. Die Strömung wird als inkompressibles, newtonsches Fluid angenommen. Das bedeutet, dass Änderungen der Dichte $\frac{d\rho}{dt} \approx 0$ und der dynamischen Viskosität

2 Aufbau und Funktion der Membranverdrängerpumpe

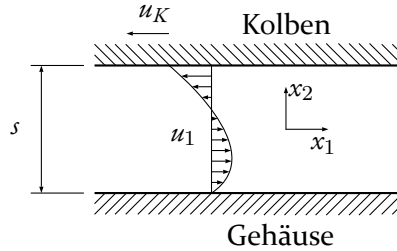


Abbildung 2.4: Skizze eines Dichtspalts mit beispielhaftem Strömungsprofil, sowie der verwendeten Koordinatensystemdefinition und den zugehörigen Variablen.

$\frac{d\mu}{dt} \approx 0$ vernachlässigbar sind. Als weitere Vereinfachung ist anzunehmen, dass der Dichtspalt s deutlich kleiner als der Zylinderradius r ist, so dass gilt:

$$s \ll r \quad (2.5)$$

Basierend auf der Bedingung (2.5) kann das Problem vereinfacht werden. Da davon auszugehen ist, dass bei einer rotationssymmetrischen Geometrie die dritte Strömungskomponente $u_3 \approx 0$ keinen Einfluss hat, kann das System auf ein 2D-Problem im unendlichen ebenen Raum reduziert werden. Entscheidend ist hierbei, dass die Krümmung des Strömungsprofils über die Höhe vernachlässigbar ist. Dies ist durch die Bedingung (2.5) gegeben. Für die ebene Strömung gilt nach [Duro7, Seite 390] für die Kontinuitätsgleichung:

$$\frac{\partial u_1}{\partial x_1} + \frac{\partial u_2}{\partial x_2} = 0 \quad (2.6)$$

Neben der Kontinuitätsgleichung gilt noch die zweidimensionale Navier-Stokes-Gleichung [Duro7, Seite 390]:

$$\varrho \left[\frac{\partial u_1}{\partial t} + u_1 \frac{\partial u_1}{\partial x_1} + u_2 \frac{\partial u_1}{\partial x_2} \right] = -\frac{\partial p}{\partial x_1} + \mu \left[\frac{\partial^2 u_1}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 u_1}{\partial x_2^2} \right] \quad (2.7)$$

$$\varrho \left[\frac{\partial u_2}{\partial t} + u_1 \frac{\partial u_2}{\partial x_1} + u_2 \frac{\partial u_2}{\partial x_2} \right] = -\frac{\partial p}{\partial x_2} + \mu \left[\frac{\partial^2 u_2}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 u_2}{\partial x_2^2} \right] \quad (2.8)$$

Die Gleichungen (2.6), (2.7) und (2.8) beschreiben nun im Allgemeinen die Strömung in einem Dichtspalt. Zur Berechnung der Eigenschaften für einen

Tauchkolben oder einer Kolbenringdichtung bedarf es nun spezifischer Anpassungen und Vereinfachungen.

2.2.2 Tauchkolben

Zunächst soll eine abschätzende Betrachtung der Leckage im Dichtspalt durchgeführt werden. Hierzu wird angenommen, dass sich das Strömungsproblem linear betrachten lässt [Duro7, Seite 462], wobei u_I die wandinduzierte Strömungsgeschwindigkeit sein soll.

Durch die Kontinuitätsgleichung (2.6) gilt:

$$\frac{u_2}{s} \approx \left| \frac{\partial u_2}{\partial x_2} \right| = \left| \frac{\partial u_1}{\partial x_1} \right| \approx \frac{u_I}{b} \quad (2.9)$$

Da der Spalt s sehr klein ist, ist davon auszugehen, dass sich in der Richtung x_2 kein Druckgradient bilden wird $\frac{\partial p}{\partial x_2} = 0$ (nach (2.33) für die Forderung $s = \text{konst.}$), ebenso ist nach (2.9) die zu erwartenden Geschwindigkeitskomponente $u_2 \approx 0$ bzw. $u_2 \ll u_1$. Somit reduziert sich das Problem weiter zu:

$$\frac{\partial u_1}{\partial t} + u_1 \frac{\partial u_1}{\partial x_1} = -\frac{1}{\varrho} \frac{\partial p}{\partial x_1} + \nu \left[\frac{\partial^2 u_1}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 u_1}{\partial x_2^2} \right] \quad (2.10)$$

Wobei $\nu = \frac{\mu}{\varrho}$ die kinematische Viskosität ist. Zudem ist zu erwarten, dass sich die Strömung u_1 nicht über die Spalllänge x_1 verändert. Somit gilt:

$$\frac{\partial u_1}{\partial x_1} \approx 0 \quad (2.11)$$

Die Gleichung (2.10) vereinfacht sich somit zu ihrer endgültigen Form:

$$\frac{\partial u_1}{\partial t} = -\frac{\partial \check{p}_\varrho}{\partial x_1} + \nu \frac{\partial^2 u_1}{\partial x_2^2} \quad (2.12)$$

mit

$$\check{p}_\varrho = \frac{p}{\varrho} \quad (2.13)$$

Das Strömungsproblem im Tauchkolbenspalt lässt sich zu einem eindimensionalen Problem vereinfachen, welches durch die partielle Differentialgleichung (2.12) beschrieben wird.

Im Folgenden soll gezeigt werden, dass sich der nicht triviale Fall der Navier-Stokes-Gleichung (2.12) mit Druckgradient und bewegter Wand bei konstanter Spalthöhe $s = \hat{s}$ mit der Superposition aus den jeweiligen Einzellösungen der Spezialfälle lösen lässt. Hierzu wird eine Lösung basierend auf mehreren Separationsansätzen mit Berücksichtigung des Superpositionsansatzes hergeleitet. Zunächst soll die Koordinate x_2 durch eine dimensionslose Größe beschrieben werden:

$$\tilde{x}_3 = \frac{x_2}{\hat{s}} \quad \forall x_2 \in [0, \hat{s}] \quad (2.14)$$

Somit kann die dimensionslose Größe $\tilde{x}_3 \in [0, 1]$ nur Werte zwischen 0 und 1 annehmen. Gleichung (2.12) verändert sich zu:

$$\frac{\partial u_1(t, \tilde{x}_3)}{\partial t} = -\frac{\partial \tilde{p}_g}{\partial x_1} + \frac{\nu}{\hat{s}^2} \frac{\partial^2 u_1(t, \tilde{x}_3)}{\partial \tilde{x}_3^2} \quad (2.15)$$

Als Lösungsansatz wird folgende Superposition angesetzt [AHK⁺15, Abschnitt 29.2]:

$$u_1(t, \tilde{x}_3) = \underbrace{g(t, \tilde{x}_3)}_{\text{Teillösung 1}} + \underbrace{f(t, \tilde{x}_3)}_{\text{Teillösung 2}} \quad (2.16)$$

Teillösung 1

Teillösung 1 beschäftigt sich mit dem Spezialfall der oszillierenden Wand. Dieser Spezialfall besitzt keinen Druckgradienten. Für die Teillösung 1 gilt somit:

$$\frac{\partial g(t, \tilde{x}_3)}{\partial t} = \frac{\nu}{\hat{s}^2} \frac{\partial^2 g(t, \tilde{x}_3)}{\partial \tilde{x}_3^2} \quad (2.17)$$

Es gelten folgende Anfangs- und Randwertbedingungen:

$$g(0, \tilde{x}_3) = 0 \quad (2.18)$$

$$g(t, 0) = \hat{u}_K \omega \sin(\omega t) \quad (2.19)$$

$$g(t, 1) = 0 \quad (2.20)$$

Zur Lösung der Differentialgleichung (2.17) wird eine Separation der partiellen Anteile benötigt. Als Ansatz wird gewählt:

$$g(t, \tilde{x}_3) = \alpha(t) \beta(\tilde{x}_3) \quad (2.21)$$

Somit lässt sich das Problem (2.17) umformen zu:

$$\frac{1}{\alpha} \frac{\partial \alpha}{\partial t} = \frac{\nu}{\tilde{s}^2} \frac{1}{\beta} \frac{\partial^2 \beta}{\partial \tilde{x}_3^2} \quad (2.22)$$

Basierend auf Gleichung (2.22) müssen die Terme Konstanten ergeben, da die einzelnen Terme von unterschiedlichen Variablen abhängig sind [AHK⁺15, Abschnitt 29.2]. Daraus folgen die beiden Differentialgleichungen:

$$\frac{1}{\alpha} \frac{\partial \alpha}{\partial t} = \frac{\nu}{\tilde{s}^2} \frac{1}{\beta} \frac{\partial^2 \beta}{\partial \tilde{x}_3^2} = \pm \gamma^2 i \quad (2.23)$$

Mit Hilfe des Exponentialansatzes [AHK⁺15, Abschnitt 28.4] lassen sich die beiden Lösungen von (2.23) ermitteln. Aufgrund der ähnlichen Form können beide Lösungen vereint geschrieben werden:

$$g(t, \tilde{x}_3) = \sum_{l=1}^{\infty} \sum_{j=1}^4 c_{j,k}^{\diamond} e^{\pm \gamma_{1,l}^2 i \frac{\nu}{\tilde{s}^2} t \pm \gamma_{1,l} \sqrt{\pm i} \tilde{x}_3} \quad (2.24)$$

Teillösung 2

Teillösung 2 beschäftigt sich mit dem Spezialfall der druckgradienteninduzierten Strömung. In diesem Spezialfall bleiben die Wände stehen und die Strömung wird durch einen aufgeprägten Druckgradienten hervorgerufen. Für die Teillösung 2 gilt:

$$\frac{\partial f(t, \check{x}_3)}{\partial t} = -\frac{\partial \check{p}_g}{\partial x_1} + \frac{\nu}{\hat{s}^2} \frac{\partial^2 f(t, \check{x}_3)}{\partial \check{x}_3^2} \quad (2.25)$$

Es gelten folgende Anfangs- und Randwertbedingungen:

$$f(0, \check{x}_3) = 0 \quad (2.26)$$

$$f(t, 0) = 0 \quad (2.27)$$

$$f(t, 1) = 0 \quad (2.28)$$

Aufgrund des Anteils des Druckgradienten ist es nicht möglich dieses Problem direkt zu lösen. Folgender Separationsansatz wird gewählt [Duro7, Seite 447]:

$$f(t, \check{x}_3) = f_\infty(\check{x}_3) - f_t(t, \check{x}_3) \quad (2.29)$$

Die Separation (2.29) basiert auf der Annahme, dass von der Anfangsbedingung (2.26) ausgehend die Strömung einem endgültigen Profil $f_\infty(\check{x}_3)$ entgegenstrebt, welches selbst unabhängig von der Zeit ist. Die Entwicklung dieses Profils wird durch den Anteil $f_t(t, \check{x}_3)$ abgebildet. Für $f_\infty(\check{x}_3)$ gilt:

$$\frac{\hat{s}^2}{\nu} \frac{\partial \check{p}_g}{\partial x_1} = \frac{\partial^2 f_\infty(\check{x}_3)}{\partial \check{x}_3^2} \quad (2.30)$$

Die Lösung für das Problem (2.30) lässt sich durch Integration berechnen:

$$f_\infty(\check{x}_3) = \iint \frac{\hat{s}^2}{\nu} \frac{\partial \check{p}_g}{\partial x_1} d\check{x}_3^2 = \frac{\hat{s}^2}{\nu} \frac{\partial \check{p}_g}{\partial x_1} \left(\frac{1}{2} \check{x}_3^2 + c_1 \check{x}_3 \right) + c_2 \quad (2.31)$$

Mit Berücksichtigung der Randbedingungen (2.27) und (2.28) vereinfacht sich die Lösung (2.31) zu:

$$f_{\infty}(\tilde{x}_3) = \frac{1}{2} \frac{\hat{s}^2}{\nu} \frac{\partial \check{p}_{\xi}}{\partial x_1} \left(\tilde{x}_3^2 - \tilde{x}_3 \right) \quad (2.32)$$

Wie zu erwarten beschreibt die Teillösung 2 eine laminare Strömung im Dichtspalt [Duro7, Abschnitt 14.4.1]. Dies liegt an der geringen Breite \hat{s} des Spalts. Zur Bestimmung der Strömungscharakteristik wird die Reynolds-Zahl Re verwendet [Duro7, Abschnitt 7]. Für die Reynolds-Zahl gilt:

$$Re = \frac{|u| l}{\nu} \quad (2.33)$$

l beschreibt die charakteristische Länge, welche für ein Spaltproblem die Spaltbreite \hat{s} ist. Da der Spalt sehr klein ist, ist auch die resultierende Reynolds-Zahl Re klein. Kleine Reynolds-Zahlen geben an, dass die Strömung laminar ist.

Das Problem (2.25) vereinfacht sich mit der Lösung (2.32) zu:

$$\frac{\partial f_t(t, \tilde{x}_3)}{\partial t} = \frac{\nu}{\hat{s}^2} \frac{\partial^2 f(t, \tilde{x}_3)}{\partial \tilde{x}_3^2} \quad (2.34)$$

Für das Problem (2.34) lässt sich äquivalent zu (2.22) lösen:

$$f_t(t, \tilde{x}_3) = \sum_{l=1}^{\infty} \sum_{k=1}^4 c_{k,l}^{\star} e^{\pm \gamma_{2,l}^2 i \frac{\nu}{\hat{s}^2} t \pm \gamma_{2,l} \sqrt{\pm i \tilde{x}_3}} \quad (2.35)$$

Aus den beiden Lösungen (2.31) und (2.35) ergibt sich mit dem Separationsansatz (2.29) die Teillösung 2:

$$f(t, \tilde{x}_3) = \frac{1}{2} \frac{\hat{s}^2}{\nu} \frac{\partial \check{p}_{\xi}}{\partial x_1} \left(\tilde{x}_3^2 - \tilde{x}_3 \right) - \sum_{l=1}^{\infty} \sum_{k=1}^4 c_{k,l}^{\star} e^{\pm \gamma_{2,l}^2 i \frac{\nu}{\hat{s}^2} t \pm \gamma_{2,l} \sqrt{\pm i \tilde{x}_3}} \quad (2.36)$$

Kombination der beiden Teillösungen

In den beiden vorherigen Abschnitten wurden die beiden Superpositionsanteile getrennt voneinander bestimmt. Führt man die Superposition (2.16) mit den Teillösungen (2.24) und (2.36) durch, wird folgende Lösung erhalten:

$$\begin{aligned}
 u_1(t, \check{x}_3) = & \sum_{l=1}^{\infty} \sum_{j=1}^4 c_{j,l}^{\diamond} e^{\pm \gamma_{1,l}^2 i \frac{y}{s^2} t \pm \gamma_{1,l} \sqrt{\pm i \check{x}_3}} \\
 & + \frac{1}{2} \frac{\check{s}^2}{\nu} \frac{\partial \check{p}_{\xi}}{\partial x_1} (\check{x}_3^2 - \check{x}_3) \\
 & - \sum_{l=1}^{\infty} \sum_{k=1}^4 c_{k,l}^{\star} e^{\pm \gamma_{2,l}^2 i \frac{y}{s^2} t \pm \gamma_{2,l} \sqrt{\pm i \check{x}_3}}
 \end{aligned} \tag{2.37}$$

Hierbei können zwei Summenterme zusammengefasst werden:

$$u_1(t, \check{x}_3) = \frac{1}{2} \frac{\check{s}^2}{\nu} \frac{\partial \check{p}_{\xi}}{\partial x_1} (\check{x}_3^2 - \check{x}_3) + \sum_{l=1}^{\infty} \sum_{j=1}^2 \sum_{k=1}^4 \check{c}_{j,k,l}^{\bullet} e^{\pm \gamma_{j,l}^2 i \frac{y}{s^2} t \pm \gamma_{j,l} \sqrt{\pm i \check{x}_3}} \tag{2.38}$$

Die Gleichung (2.38), basierend auf dem Superpositionsansatz (2.16), ist eine Lösung des Problems (2.12) (Beweis im Anhang A).

Zeitliche Entwicklung des Druckgradientenanteils

Der zeitabhängige Teil der druckgradienteninduzierten Strömung zeigt, dass die Strömung nach dem Ändern des Druckgradienten erst eine gewisse Zeit benötigt, um sich vollständig zu entwickeln. Da in einer oszillierenden Verdrängerpumpe der Druck zwischen Saugphase und Förderphase alterniert, muss sich die Strömung während eines Zyklus zweimal neu entwickeln.

In der Lösung (2.35) wurde kein Wert auf die Form der Parameter λ_2 gelegt. Die Form wurde passend für den Beweis des Superpositionsansatzes gewählt. Um nun jedoch eine bessere Aussage über die Charakteristik dieser Lösung zu bekommen, sollte die Form vereinfacht und umgeschrieben werden. Als

Grundlage dient wieder die Gleichung (2.34). Diesmal wird zur Lösung jedoch der konstante Teil der Differentialgleichungen (2.22) nicht komplex gewählt:

$$\frac{\hat{s}^2}{\nu} \frac{1}{\alpha} \frac{\partial \alpha}{\partial t} = \frac{1}{\beta} \frac{\partial^2 \beta}{\partial \check{x}_3^2} = \pm \Lambda^2 \quad (2.39)$$

Der komplexe Anteil in (2.23) war nötig um die Oszillation der Strömung abzubilden. In diesem Fall wird keine Oszillation erwartet. Als Lösung ergibt sich für (2.39):

$$f_t(t, \check{x}_3) = \underbrace{e^{\pm \Lambda^2 \frac{\nu}{\hat{s}^2} t}}_{\text{Abklingen}} \underbrace{(c_1^* \cos(\Lambda \check{x}_3) + c_2^* \sin(\Lambda \check{x}_3))}_{\text{Form}} \quad (2.40)$$

Für die nähere Bestimmung der Parameter Λ müssen die spezifischen Anfangs- und Randbedingungen des Problems (2.35) berücksichtigt werden.

$$f_t(0, \check{x}_3) = f_\infty(\check{x}_3) \quad (2.41)$$

$$f_t(\infty, \check{x}_3) = 0 \quad (2.42)$$

$$f_t(t, 0) = 0 \quad (2.43)$$

$$f_t(t, 1) = 0 \quad (2.44)$$

Da die Lösung (2.40) die Bedingung (2.42) erfüllen muss, kann im Zeitanteil der exponentielle Anteil nie positiv sein für $t \geq 0$. Da allerdings auch die Bedingungen (2.43) und (2.44) erfüllt werden müssen, können nur ganzzahlige Λ existieren. Um ein Abklingen wie in Bedingung (2.41) zu erhalten, muss $\Lambda \neq 0$ sein. Somit gilt:

$$f_t(t, \check{x}_3) = \underbrace{e^{-\Lambda^2 \frac{\nu}{\hat{s}^2} t}}_{\text{Abklingen}} \underbrace{(c_1^* \cos(\Lambda \check{x}_3) + c_2^* \sin(\Lambda \check{x}_3))}_{\text{Form}} \quad \forall \Lambda \in \mathbb{Z}^* \quad (2.45)$$

Abbildung 2.5 zeigt die Entwicklung der druckgradienteninduzierten Strömung für die dimensionslose Zeit $\tau = \frac{\nu t}{\hat{s}^2}$, basierend auf der Lösung (2.45) nach [Duro7, Abschnitt 14.2.3]. Zunächst bildet sich ein flaches Strömungsprofil in der Spaltmitte. An den Wänden fällt dann die Geschwindigkeit rasch ab. Bedingt durch die Viskosität werden die in der Mitte liegenden Teilchen

2 Aufbau und Funktion der Membranverdrängerpumpe

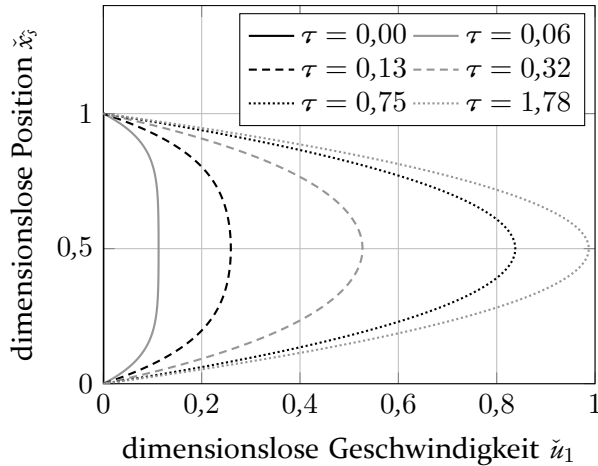


Abbildung 2.5: Simulierte zeitliche Entwicklung der druckgradienteninduzierten Strömung $\hat{u}_1 = \frac{u_1}{\max u_1}$ im Dichtspalt zu verschiedenen Zeiten τ nach [Duro7, Abschnitt 14.2.3].

stetig schneller bis sich die charakteristische Parabel der laminaren Strömung ausbildet.

Um festlegen zu können, welchen Einfluss diese Strömungsentwicklung hat, soll nun die Entwicklungsdauer betrachtet werden. Aus der Form (2.45) lässt sich die Abklingzeit $T_{95\%}$ bestimmen:

$$T_{95\%} = \frac{-\ln(5,0\%) \hat{s}^2}{\Lambda^2 \nu} \quad (2.46)$$

Der maximale Wert für $T_{95\%}$ wird für $\Lambda = 1$ erreicht, somit gilt:

$$T_{95\%} \leq -\ln(5,0\%) \frac{\hat{s}^2}{\nu} \quad (2.47)$$

Für Hydrauliköl $\nu \approx 3,0 \mu\text{m}^2/\text{s}$ und einem Dichtspalt von $\hat{s} = 10,0 \mu\text{m}$ ergibt sich eine maximale Abklingzeit von $\max(T_{95\%}) \approx 10,3 \mu\text{s}$. Da die minimale Periodendauer $\min(T_{\text{Pumpe}}) = 0,15 \text{ s} \gg \max(T_{95\%})$ beträgt, kann für die Betrachtung der Strömung die Entwicklung der druckgradienteninduzierten Strömung als Effekt vernachlässigt werden.

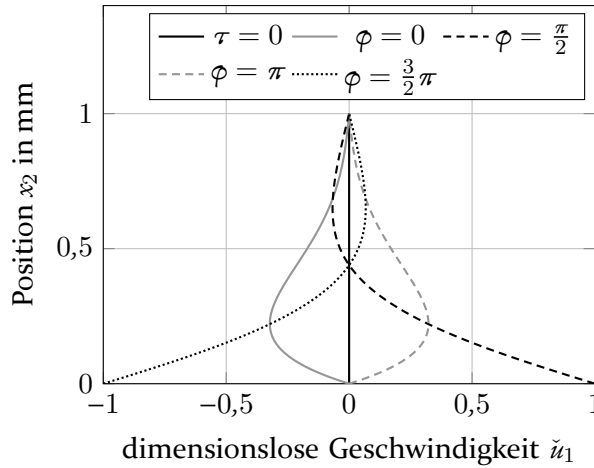


Abbildung 2.6: Simulierter zeitlicher Verlauf des oszillierenden Strömungsanteils $\tilde{u}_1 = \frac{u_1}{\max u_1}$ im Dichtspalt bei einer Spalthöhe von $\hat{s} = 1,0 \text{ mm}$ für die Anfangsbedingung $\tau = 0$ und einen vollständigen Hub $\varphi \in [i2\pi, i2\pi + \frac{3}{2}\pi] \quad \forall i \in \mathbb{N}_0$ nach [Duro7, Abschnitt 14.3.1].

Oszillierender Strömungsanteil

Der oszillierende Strömungsanteil wird durch die Bewegung der Dichtung relativ zum Zylinder hervorgerufen. Diese Strömung muss sich jedes Mal aufs Neue entwickeln. Der symmetrische Aufbau dieser Bewegung lässt den Schluss zu, dass hierdurch keine Fluidförderung außerhalb der oszillierenden Bewegung möglich ist. Die Lösung lässt sich nur implizit formulieren und ist damit nicht mehr analytisch lösbar. Allerdings kann numerisch auch gezeigt werden, dass eine oszillierende Wand über die Zeit keinen Förderstrom entwickelt.

Abbildung 2.6 zeigt den erwarteten symmetrischen Verlauf des Strömungsprofils. Zu beachten ist, dass Abbildung 2.6 und Abbildung 2.8 für eine Spalt Dicke $\hat{s} = 1,0 \text{ mm}$ berechnet wurden. Hierdurch ist es möglich den typischen Verlauf der Wellenausbreitung zu sehen. Befindet sich die Wand in der Mittelstellung $\varphi = j\pi \quad \forall j \in \mathbb{Z}$ haben die weiter entfernt liegenden Schichten diesen Punkt noch nicht erreicht. So kommt es zu einer Wellenausbreitung in der Richtung \tilde{x}_3 bzw. x_2 . Allerdings ist diese Wellenausbreitung abhängig von der Distanz zur sich bewegenden Oberfläche.

Abbildung 2.7 zeigt hingegen einen eher zu erwartenden zeitlichen Verlauf im Dichtspalt von $\hat{s} = 1,0 \mu\text{m}$. Die Ausbreitung der Wellen ist nicht mehr

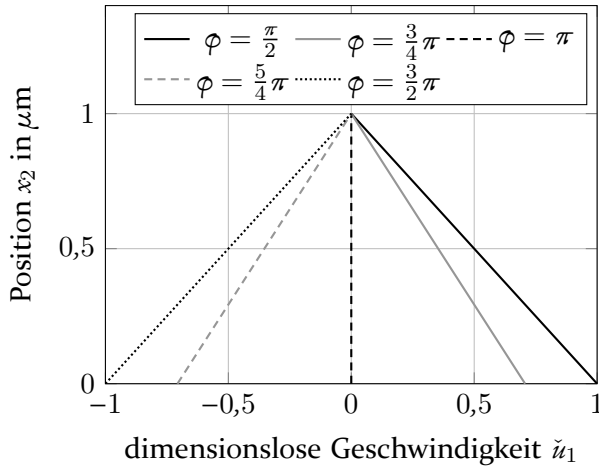


Abbildung 2.7: Simulierter zeitlicher Verlauf des oszillierenden Strömungsanteils $\tilde{u}_1 = \frac{u_1}{\max u_1}$ im Dichtspalt bei einer Spalthöhe von $\hat{s} = 1,0 \mu\text{m}$ für einen halben Hub $\varphi \in \left[i\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2}, i\frac{\pi}{2} + \frac{3}{2}\pi \right] \quad \forall i \in \mathbb{N}_0$.

zu erkennen, da die Viskosität zu groß ist und sich somit stets eine zeitlich veränderliche Couette-Strömung [Duro7, Abschnitt 13.3] ausbildet. Die Couette-Strömung ist dahingehend charakteristisch, da sie sich in Spalten entwickelt und einen linearen Zusammenhang zwischen Geschwindigkeit und Position besitzt. In Abbildung 2.7 ist dieser lineare Zusammenhang gut zu erkennen. Markant ist, dass es zu keinem Zeitpunkt eine merkliche Wellenausbreitung gibt. Wird der Spalt vergrößert ändert sich dieses Verhalten. Mit weiter zunehmender Spaltbreite, nimmt die Dämpfung der Welle immer weiter zu, bis diese vor dem Erreichen der Wand abgeklungen ist. Dieses Strömungsprofil entspricht einem Sonderfall der Navier-Stokes-Gleichung [Duro7, 14.3.1] und kann somit mit einer Betrachtung ins unendliche $x_2 \rightarrow \infty$ angenähert werden. Nach [Duro7, Seite 444] kann die Grenze der Wirkung der Wellenausbreitung wie folgt angegeben werden:

$$\Delta x_{\text{Welle}} \leq 2\pi \sqrt{2 \frac{\nu}{\omega}} \stackrel{!}{\ll} \hat{s} \quad (2.48)$$

Gleichung (2.48) ergibt beispielhaft für Hydrauliköl $\nu \approx 3,0 \mu\text{m}^2/\text{s}$ und eine Anregung mit $\omega = 2\pi 20 \text{ 1/min}$ eine wirksame Distanz der Welle von $\Delta x_{\text{Welle}} \approx 1,1 \text{ mm} > \hat{s}$. Somit ist eine Approximation mit Hilfe des Spezialfalls

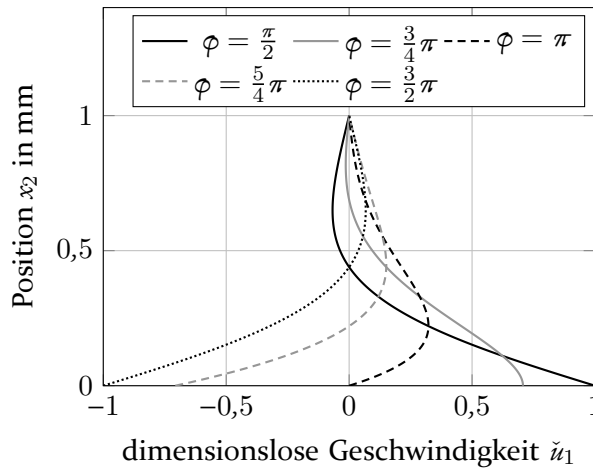


Abbildung 2.8: Detaillierter simulierter Verlauf des oszillierenden Strömungsanteils $\tilde{u}_1 = \frac{u_1}{\max u_1}$ im Dichtspalt bei einer Spalthöhe von $\hat{s} = 1,0 \text{ mm}$ für einen halben Hub $\varphi \in [i\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2}, i\frac{\pi}{2} + \frac{3}{2}\pi] \quad \forall i \in \mathbb{N}_0$.

nicht möglich, da die Spaltdicken s kleiner sind und dadurch der Randeﬀekt der stehenden Wand berücksichtigt werden muss.

Abbildung 2.8 zeigt den Zustand der Strömung zu den gleichen Zeitpunkten wie Abbildung 2.7 nur für eine Spaltbreite von $\hat{s} = 1,0 \text{ mm}$. Im Vergleich zu einem Dichtspalt von $\hat{s} = 1,0 \mu\text{m}$ in Abbildung 2.7 sieht der Verlauf durch die Wellenausbreitung deutlich anders aus. Während bei einem sehr kleinen Dichtspalt sich die Symmetrie des Strömungsprofils schon nach der halben Bewegung einstellt, ist dies bei einem sehr großen Spalt nicht der Fall. Die Schichten nahe der oszillierenden Wand sind noch recht symmetrisch. Jedoch wird der Einfluss der Wellenausbreitung zunächst zunehmend größer um dann durch die Dämpfung der Viskosität beginnend abzunehmen. In der Nähe der stehenden Wand wird der Einfluss dieser immer stärker und bremst die Strömung vollständig ab. Aufgrund dessen ist die Strömung in einem Bereich von ca. 0,1 mm bis 0,6 mm zur anregenden Wand zeitlich deutlich verzögert. Dies führt zu einer Asymmetrie für die halbe Bewegung. Abbildung 2.6 zeigt jedoch, dass der Eﬀekt für jede Bewegungshälfte der Platte symmetrisch ist.

Statischer Druckgradientenanteil

In den vorherigen Abschnitten konnte gezeigt werden, dass die zeitliche Entwicklung des statischen Anteils und die oszillierende Bewegung keinen

Einfluss auf die Leckage haben. Von den gefundenen Separationsansätzen verbleibt nur noch der statische Druckgradientenanteil für die Erzeugung der Leckage im Dichtspalt. Aus der Lösung für das Strömungsprofil (2.31) folgt der resultierende Volumenstrom:

$$\bar{V} \approx 2\pi r_K \hat{s} \int_0^1 \frac{1}{2} \frac{\hat{s}^2}{\nu} \frac{\partial \check{p}_\xi}{\partial x_1} \left(\check{x}_s^2 - \check{x}_s \right) d\check{x}_s = -\frac{1}{6} \pi r_K \frac{\hat{s}^3}{\nu} \frac{\partial \check{p}_\xi}{\partial x_1} \propto \Delta p \quad (2.49)$$

Der Aufbau der Gleichung (2.49) ist gleich - mit Ausnahme der unterschiedlich definierten Koordinatensysteme - der Lösung für die Strömung zwischen zwei Platten aus [Duro7, Abschnitt 13.4]. Diese Gleichung ist das Pendant zur Hagen-Poiseuille-Gleichung, welche bei Rohren Einsatz findet. Es zeigt sich, dass der Leckagestrom linear abhängig vom anliegenden Druck ist. Es wurde mit Gleichung (2.47) gezeigt, dass eine schlagartige Änderung des Druckes keine relevanten Auswirkungen bezüglich der Entwicklung des Strömungsprofils besitzt. Idealerweise sollte in einer MVP der Druck an der Kolbendichtung zwischen dem Saug- p_S und Förderdruck p_F alternieren. Saug- und Förderdruck sollten nahezu konstant anliegen. Dieses Alternieren zwischen zwei unterschiedlichen Drücken mit nur geringen Übergangszeiten erlaubt es die Betrachtung der Drücke auf den Saug- und Förderdruck zu reduzieren, ohne relevante schwingungstechnische Effekte berücksichtigen zu müssen.

Abbildung 2.9 zeigt das sich zeitlich verändernde Strömungsprofil der Leckage im Dichtspalt (durchgezogen - Saugphase, gestrichelt - Förderphase). Dieses besteht aus den drei separaten Lösungsanteilen, welche in Abschnitt 2.2.2 hergeleitet und bewiesen wurden. Aufgrund der Separationsmöglichkeit kann die dargestellte Leckage aus der Teillösung für den statischen Druck bestimmt werden. Da der Druck die Leckage linear beeinflusst, kann aus der Mittelung des anliegenden Drucks die Gesamtleckage über einen Hub oder in einer bestimmten Zeitspanne bestimmt werden.

$$\bar{V}_{\text{eff.}} \Big|_{\text{konst. Spalt}} \propto \frac{1}{t} \int_0^t \Delta p(\tau) d\tau = E(\Delta p) = \Delta p_{\text{eff.}} \quad t \in \mathbb{R}_{>0} \quad (2.50)$$

Aufbauend auf der Gleichung (2.50) ist die zu erwartende Leckage ausschließlich von der effektiven Druckdifferenz $\Delta p_{\text{eff.}}$ über die Dichtung abhängig. Es

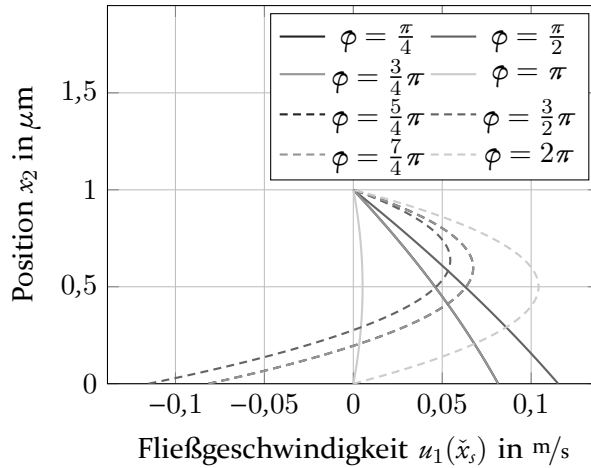


Abbildung 2.9: Simulierter Strömungsverlauf im Dichtspalt mit alternierendem Druck $p_S = 2,5$ bar auf $p_F = 50,0$ bar, einer Hubzahl von $n = 20$ 1/min und einer Dichtspalthöhe von $\hat{s} = 1,0$ mm für einen vollständigen Hub $\varphi \in [(i-1)2\pi, i2\pi] \quad \forall i \in \mathbb{N}$.

steht zu erwarten, dass es keinen Einfluss bezüglich der Drehzahl oder zu Einzeleffekten bezüglich Förder- und Saugdruck kommt.

2.2.3 Kolbenringdichtung

Ein Kolbenring ist ein federndes Dichtelement, welches eine spezifische Gleitgeometrie besitzt [ISO03]. Aufgrund der Komplexität einer Kolbenringdichtung, wird auf die direkte Betrachtung des Strömungsprofils im Dichtspalt verzichtet. Osborne Reynolds entwickelte 1886 eine Vereinfachung der Navier-Stokesgleichung welche die Berechnung der Zustände von dünnen, inkompressiblen Filmen in Dichtspalten beschreibt [Rey86]. Diese vereinfachte Reynoldsgleichung wird um einen Kavitations- und Rückbildungsansatz nach Reynolds [PDToo, Abschnitt 3] ergänzt. Dieser Ansatz geht davon aus, dass durch die Diffusorwirkung des sich öffnenden Kanals der Druck bis zum Dampfdruck p_{Dampf} abfällt. Der Punkt, an dem sich die Kavitationsblase anfängt zu bilden wird Bruchpunkt (*engl.* rupture point) x_{rup} genannt. Der Dampfdruck kann nicht unterschritten werden. Es bildet sich ein Volumengleichgewicht aus Dampf und Flüssigkeit, so dass der Dampfdruck erhalten bleibt. Aufgrund der zunehmenden Verlangsamung der Fließgeschwindigkeit, bilden sich am Rückbildungspunkt x_{rfo} (*engl.* reformation point) die Kavitationsblasen zurück. Durch diese Rückbildung entsteht ein spezifischer

Wobei s die Spaltgeometrie und \dot{x}_K die aktuelle Kolbengeschwindigkeit darstellt. Diese kann in zwei Bestandteile zerlegt werden. In einen zeit- s_t und einen ortsabhängigen s_x Anteil:

$$s(x_1, t) = s_t(t) + s_x(x_1) \quad (2.52)$$

Der zeitabhängige Anteil s_t repräsentiert die dynamische Spalthöhe. Während der ortsabhängige Anteil s_x die eigentliche Gleichflächenform abbildet. Beispielhaft soll als Form ISO 6622-1 Typ B verwendet werden. Diese Gleitflächenform zeichnet sich dadurch aus, dass diese mit einer Parabel approximiert werden kann [SY00, Seite 589]:

$$s(x_1, t) = \frac{c}{\left(\frac{b}{2} - o\right)^2} (x_1 - o)^2 \quad (2.53)$$

Der Parameter c ist ein Maß für die Gesamthöhe der Gleitflächengeometrie, der Parameter b stellt die Kolbenringbreite dar und der Parameter o definiert die positive Verschiebung der minimalen Spalthöhe bezogen auf den Kolbenringmittelpunkt bei einem asymmetrischen Kolbenring.

Für die Strömung zwischen der Kolbenringgleitfläche und dem Gehäuse wird ein Reynolds-Kavitations-Modell [PDT00, Seite 439] angesetzt. Dieses Modell simuliert das Bilden eines Kavitationsbereichs im Diffusionsabschnitt der Kolbenringgeometrie. Da der Dampfdruck der Hydraulikflüssigkeit $p_{\text{Dampf}} \ll \min(p_{\text{hyd}})$ deutlich kleiner als der minimale Hydraulikraumdruck ist, können die folgenden vereinfachten Randbedingungen für das Problem (2.51) aufgestellt werden:

$$p(x_E, t) = p_{\text{hyd}} \quad (2.54)$$

$$p(x_A, t) = p_0 \quad (2.55)$$

$$p(x_{\text{rup.}}, t) \approx 0 \text{ bar} \quad (2.56)$$

$$p(x_{\text{rfo.}}, t) \approx 0 \text{ bar} \quad (2.57)$$

$$\left. \frac{\partial p(x_1)}{\partial x_1} \right|_{x_{\text{rup.}}} = 0 \text{ bar/m} \quad (2.58)$$

2 Aufbau und Funktion der Membranverdrängerpumpe

Zudem wird durch folgenden Zusammenhang der Druckgradient am Kavitationsrückbildungspunkt x_{rfo} definiert [PDT00, Gleichung 17]:

$$\left. \frac{\partial p(x_1)}{\partial x_1} \right|_{x_{\text{rfo}}} = 12\mu \frac{\dot{x}_{\text{K}} s(x_{\text{rfo}}) - s(x_{\text{rup}})}{s(x_{\text{rfo}})^3} \quad (2.59)$$

Aufgrund der Kavitationsblase setzt sich das resultierende Druckprofil aus drei Bereichen zusammen. Nach zweifachem Integrieren der Gleichung (2.51) und Einsetzen der Randbedingungen (2.54) und (2.58) ergibt sich der Druckverlauf $p(x_1, t)$ für den Bereich $x_{\text{E}} \leq x_1 \leq x_{\text{rup}}$:

$$\begin{aligned} p(x_1, t) \Big|_{x_{\text{E}} \leq x_1 \leq x_{\text{rup}}} &= 12\mu \left(\frac{\dot{x}_{\text{K}}}{2} \int_{x_{\text{E}}}^{x_1} \frac{d\chi}{s^2} + \frac{ds_t}{dt} \int_{x_{\text{E}}}^{x_1} \frac{\chi d\chi}{s^3} \right. \\ &\quad \left. - \left(\frac{\dot{x}_{\text{K}}}{2} s_x(x_{\text{rup}}) + \frac{ds_t}{dt} x_{\text{rup}} \right) \int_{x_{\text{E}}}^{x_1} \frac{d\chi}{s^3} \right) + p_{\text{hyd}} \end{aligned} \quad (2.60)$$

In Anhang B sind die Integrale der Gleichungen (2.60), (2.61) und (2.64) aufgelöst dargestellt. Mit den Randbedingungen (2.57) und der Bedingung (2.59) ergibt sich der Bereich $x_{\text{rfo}} \leq x_1 \leq x_{\text{A}}$:

$$\begin{aligned} p(x_1, t) \Big|_{x_{\text{rfo}} \leq x_1 \leq x_{\text{A}}} &= 12\mu \left(\frac{\dot{x}_{\text{K}}}{2} \int_{x_{\text{rfo}}}^{x_1} \frac{d\chi}{s^2} + \frac{ds_t}{dt} \int_{x_{\text{rfo}}}^{x_1} \frac{\chi d\chi}{s^3} \right. \\ &\quad \left. - \left(\frac{\dot{x}_{\text{K}}}{2} s_x(x_{\text{rfo}}) + \frac{ds_t}{dt} x_{\text{rfo}} \right) \int_{x_{\text{rfo}}}^{x_1} \frac{d\chi}{s^3} \right) \end{aligned} \quad (2.61)$$

Im Bereich $x_{\text{rup}} < x_1 < x_{\text{rfo}}$ herrscht der Dampfdruck des Hydrauliköls:

$$p(x_1, t) \Big|_{x_{\text{rup}} < x_1 < x_{\text{rfo}}} \approx 0 \text{ bar} \quad (2.62)$$

Die Gleichungen (2.60) und (2.61) ergeben zusammen mit den Randbedingungen (2.56) und (2.55) zwei Bedingungen eines nicht linearen Gleichungssystems, dessen Unbekannte $\frac{ds_t}{dt}$, $x_{rup.}$ und $x_{rfo.}$ sind. Die dritte Bedingung wird durch die Anpresskraft des Kolbenrings vorgegeben [SY00, Seite 590]:

$$W_H = \int_{x_E}^{x_A} p(x_1, t) dx_1 \quad (2.63)$$

$$\begin{aligned} \frac{W_H}{12\mu} &= \frac{\dot{x}_K}{2} \iint_{x_E}^{x_{rup.}} \frac{d\chi^2}{s^2} - \left(\frac{\dot{x}_K}{2} s_x(x_{rup.}) + \frac{ds_t}{dt} x_{rup.} \right) \iint_{x_E}^{x_{rup.}} \frac{d\chi^2}{s^3} \\ &+ \frac{ds_t}{dt} \iint_{x_E}^{x_{rup.}} \frac{\chi d\chi^2}{s^3} + p_{hyd} \int_{x_E}^{x_{rup.}} d\chi + \frac{\dot{x}_K}{2} \iint_{x_{rfo.}}^{x_A} \frac{d\chi^2}{s^2} \\ &+ \frac{ds_t}{dt} \iint_{x_{rfo.}}^{x_A} \frac{\chi d\chi^2}{s^3} - \left(\frac{\dot{x}_K}{2} s_x(x_{rfo.}) + \frac{ds_t}{dt} x_{rfo.} \right) \iint_{x_{rfo.}}^{x_A} \frac{d\chi^2}{s^3} \end{aligned} \quad (2.64)$$

Dem Equilibrium der Bedingungen (2.55), (2.56) und (2.64) folgend kann die dynamische Spaltdicke $s_t(t)$ durch dessen Ableitung $\frac{ds_t}{dt}$ berechnet werden. Basierend auf der Spaltdicke $s_t(t)$ ist es nun möglich mit den Gleichungen (2.60) bis (2.62) den orts- und zeitabhängigen Druck $p(x_1, t)$ im Dichtspalt zu bestimmen. Mit Hilfe des Druckgradienten $\frac{\partial p}{\partial r}$ lässt sich nun der Volumenstrom $\dot{V}_{Dicht}(x_1, t)$ bestimmen [SY00, Anhang]:

$$\dot{V}_{Dicht}(x_1, t) = -\frac{s(x_1, t)^3}{12\mu} \frac{\partial p}{\partial x_1} + \frac{\dot{x}_K s(x_1, t)}{2} \quad (2.65)$$

Abbildung 2.11 zeigt einen beispielhaften Druckverlauf im Dichtspalt eines Kolbenrings. Tabelle 2.1 zeigt die zugrunde liegenden Parameter des Kolbenrings. Der Druckverlauf ist typisch für eine Kolbenringdichtung. Beginnend mit dem anliegenden Druck p_E steigt der Druck zunehmend an. Aufgrund der Kolbenringform verengt sich der Spalt zwischen Kolbenring und Gehäuse. Die Druckerhöhung im Spalt drückt den Kolbenring vom Gehäuse weg und der dieser gleitet ohne Kontakt. Das Maximum wird vor dem engsten Punkt des Dichtspalts erreicht. Es bildet sich ein starker Druckgradient aus und der Druck fällt bis der Dampfdruck p_{Dampf} erreicht ist. Das entstehende Gasvolumen stabilisiert den Druck, bis aufgrund der Diffusorwirkung des sich

2 Aufbau und Funktion der Membranverdrängerpumpe

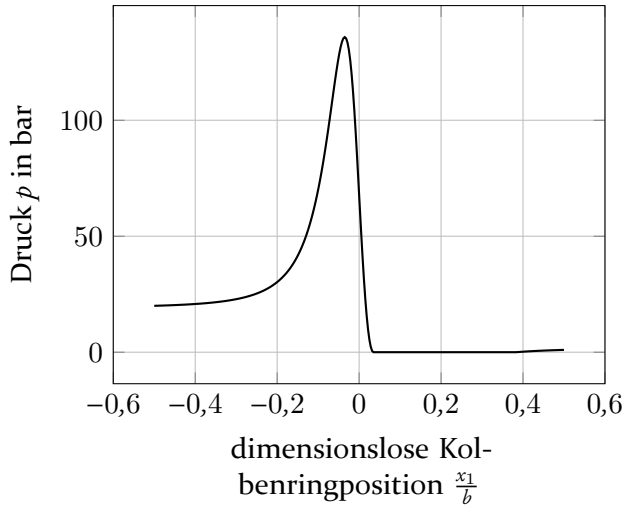


Abbildung 2.11: Beispielhafter simulierter Druckverlauf in einem Dichtspalt mit Kolbenring.

Tabelle 2.1: Verwendete Daten des Kolbenrings für die Simulation.

Parameter	Wert
c	22,0 μm
b	2,5 mm
o	0,0 mm

öffnenden Dichtspalts der Druck wieder auf den Umgebungsdruck $p_A = p_0$ ansteigt.

Abbildung 2.12 zeigt den beispielhaften Verlauf der Spalthöhe s_r über die Zeit. Berechnet wurde ein System mit einer Hubzahl $n = 240 \text{ 1/min}$. Zudem wurde ein alternierender Hydraulikdruck $p_{\text{hyd}} \in \{5 \text{ bar}, 20 \text{ bar}\}$ angesetzt. Die Spalthöhe s_r zeigt eine deutliche Abhängigkeit von der Kolbengeschwindigkeit \dot{x}_K und dem anliegenden Hydraulikraumdruck p_{hyd} . Eine höhere Kolbengeschwindigkeit führt zu einem größeren Spalt s_r , da durch die höhere Dynamik die Kräfte den Kolbenring stärker zusammendrücken. Ein höherer Hydraulikraumdruck p_{hyd} hingegen reduziert die Spalthöhe. Die druckinduzierte Verringerung der Spalthöhe ist darin begründet, dass der Druck nicht nur unter dem Kolbenring, sondern auch darüber wirkt. Somit verstärkt sich die Anpresskraft mit steigendem Druck. Diese Kraft muss durch die Strömung im Spalt kompensiert werden. Ein kleinerer Dichtspalt führt zu einem höheren Druck im Spalt. Die Dynamik des Systems führt zu einem minimalen

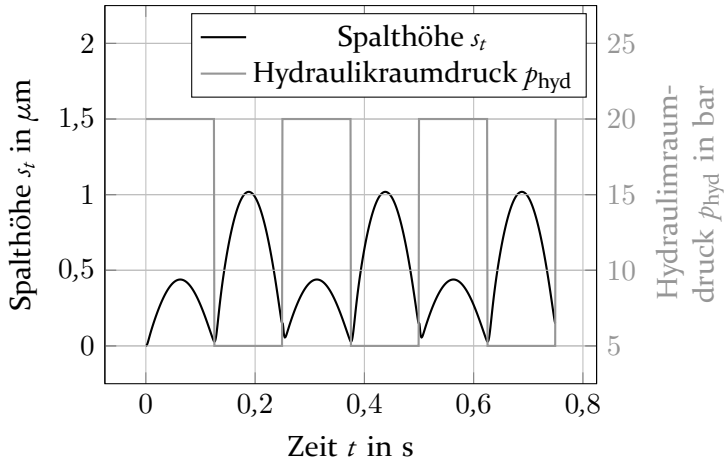


Abbildung 2.12: Beispielhafter simulierter Spalthöhenverlauf in einem Dichtspalt mit Kolbenring im Vergleich zum Hydraulikraumdruck.

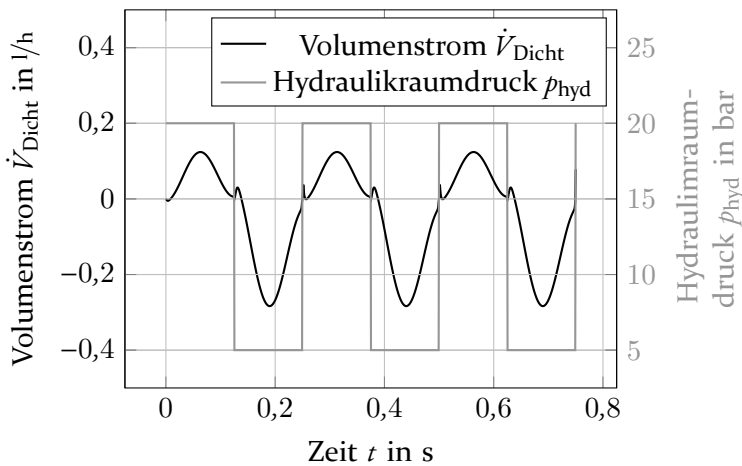


Abbildung 2.13: Beispielhafter simulierter Volumenstromverlauf in einem Dichtspalt mit Kolbenring im Vergleich zum Hydraulikraumdruck.

Dichtspalt, welcher bei ca. $\min_{t \in \mathbb{R}} s = 0,07 \mu\text{m}$ liegt. Dieser minimale Dichtspalt ist nachvollziehbar, da für das Wegdrücken des Flüssigkeitsfilms unter dem Kolbenring Zeit benötigt wird. Der Moment, in dem der Kolbenring still steht, ist jedoch sehr gering. So ist von einem stetigen Ölfilm unter dem Kolbenring auszugehen und damit auch von einem minimalen Dichtspalt, der von Null verschieden ist.

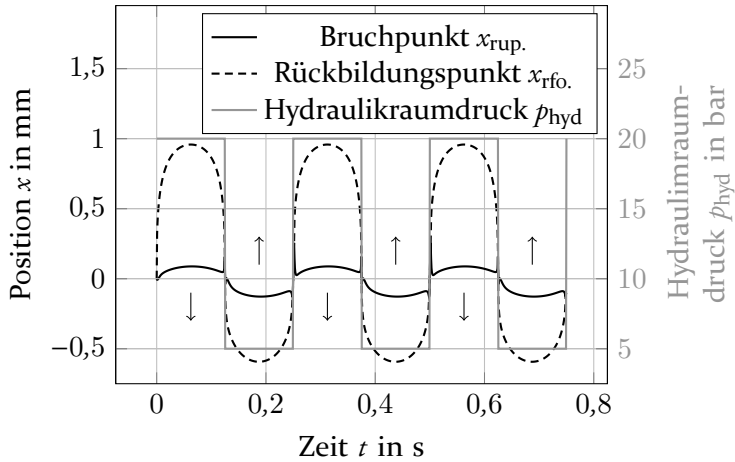


Abbildung 2.14: Beispielhafter simulierter Verlauf des ringförmigen Kavitationsgebiets in einem Dichtspalt mit Kolbenring in Vergleich zum Hydraulikraumdruck. Die Bewegungsrichtung des Kolbenrings wird durch Pfeile symbolisiert.

Abbildung 2.13 zeigt beispielhaft den entstehenden Leakagestrom durch den Gleitspalt des Kolbenrings. Die Leakage folgt qualitativ dem Verlauf der Dichtspalthöhe s_f . In Abschnitt 2.2.2 wurde gezeigt, dass die Leakage beim Tauchkolben ebenfalls von der Spalthöhe abhängig ist. Gegen Ende der Hübe sind Überschwingungseffekte zu erkennen, hier ist die Geschwindigkeit des Kolbens derart gering, dass die Kavitationsblasen beginnen zu kollabieren. Das Gasvolumen muss durch Flüssigkeit ersetzt werden. Dies stellt sich scheinbar als minimale negative Leakage im Saug- und Druckhub dar. Die hierbei entstehenden Volumina bewegen sich im Bereich von ca. $V_{\text{Kavitation}} \approx 10 \dots 20 \text{ nl}$.

Abbildung 2.14 zeigt die zeitliche Entwicklung der Kavitation. Die Kavitation wird vorwiegend durch den anliegenden Druckgradienten beeinflusst. Bei höherem anliegenden Hydraulikraumdruck p_{hyd} ist der Kavitationsbereich größer. Während sich der Bruchpunkt x_{rup} relativ stabil verhält, wandert der Rückbildungspunkt mit steigender Kolbengeschwindigkeit \dot{x}_K zunächst schnell entgegen der Bewegungsrichtung. Mit zunehmender Kolbengeschwindigkeit nimmt dieser Effekt jedoch rapide ab, wie in Abbildung 2.15 zu sehen ist. Bei geringen Kolbengeschwindigkeiten \dot{x}_K nähern sich die beiden Punkte x_{rup} und x_{rfo} zunehmend an, bis der Kavitationsbereich kollabiert. Dabei wandert der Bruchpunkt, wider seinem sonst stabilen Verhalten, entgegen der Bewegungsrichtung dem Rückbildungspunkt x_{rfo} entgegen. Dieser Effekt ist

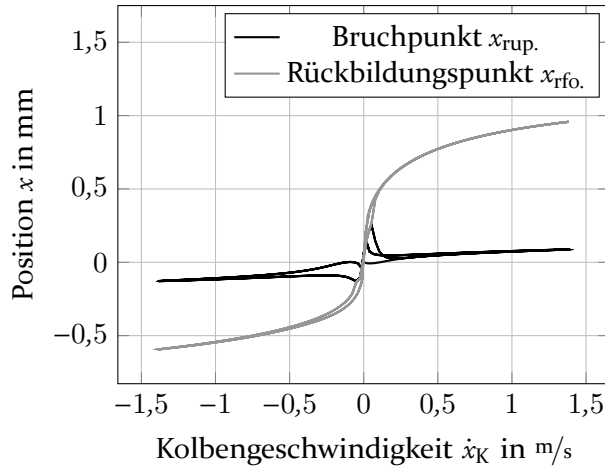


Abbildung 2.15: Simulierter Kavitationsbereichsverlauf bzw. Start- und Endpunkt des Kavitationsbereichs in einem Dichtspalt mit Kolbenring in Abhängigkeit der Kolbengeschwindigkeit.

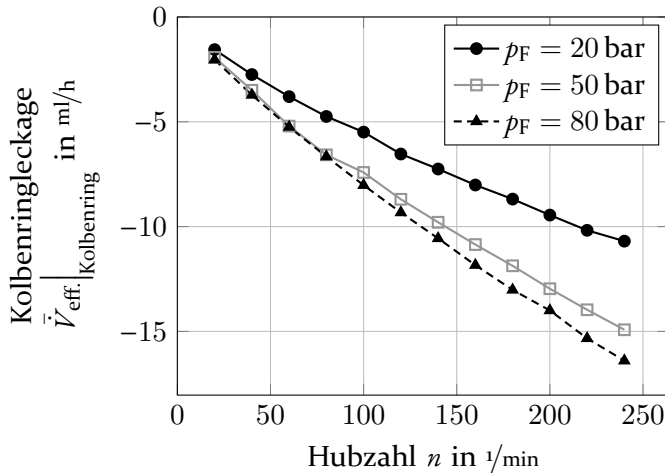


Abbildung 2.16: Simulierte Kolbenringleckage in einem Dichtspalt mit Kolbenring in Abhängigkeit von der Hubzahl n .

bei höheren Hydraulikraumdruck p_{hyd} ausgeprägter. Dies zeigt, dass der Kavitationsbereich nur bei geringen Kolbengeschwindigkeiten von $|\dot{x}_K| < 0,3 \text{ m/s}$ stark von diesem abhängig ist. Einen weitaus größeren Einfluss hat der Hydraulikraumdruck p_{hyd} , welcher einen generelleren Einfluss auf die Größe des Kavitationsbereichs hat.

Da eine zeitlich aufgelöste Messung der Leckage nicht möglich ist, ist vor allem der mittlere Leckagestrom über die Zeit relevant. Gleichung (2.66) beschreibt den Zusammenhang zwischen dem Volumenstrom $\dot{V}_{\text{Dicht}}(x, \varphi)$ im Dichtspalt und dem zeitlich mittleren Leckagestrom des Kolbenrings \bar{V}_{K} , wobei $\varphi = 2\pi n t$ der Kurbelwinkel ist.

$$\bar{V}_{\text{eff.}} \Big|_{\text{Kolbenring}} = \frac{1}{j} \int_0^{2\pi j} \dot{V}_{\text{Dicht}}(x, \varphi) d\varphi \quad j \in \mathbb{Z}^* \quad (2.66)$$

Abbildung 2.16 zeigt den Zusammenhang zwischen Hubzahl n und der auftretenden Kolbenringleckage $\bar{V}_{\text{eff.}} \Big|_{\text{Kolbenring}}$. Die Leckage ist, wie sich dies bereits in Abbildung 2.13 angedeutet hat, deutlich von der Hubzahl n abhängig. Zudem ist die Leckage negativ ausgerichtet. Das bedeutet, dass die Leckage vom Reservoir in den Hydraulikraum fließt. Die Kolbenringleckage $\bar{V}_{\text{eff.}} \Big|_{\text{Kolbenring}}$ ist vom Förderdruck p_F abhängig. Der Einfluss nimmt mit zunehmenden Förderdruck ab.

2.2.4 Leckagemessung

Die Leckage wurde an einer Pumpe der Fa. LEWA GmbH vermessen. Die Leckageströme sind von Natur aus klein, da eine erhöhte Leckage den Pumpmechanismus direkt negativ beeinflusst. Die Leckage kann nicht direkt gemessen werden, da hierzu eine Messapparatur den Rückfluss der Dichtungsleckage in das Reservoir abfangen und detektieren muss. Da sich der Kolben bewegt, müsste hinter der eigentlichen Dichtung am Kolben eine weitere Dichtung angebracht werden, welche die Leckage an der Kolbendichtung daran hindert ins Reservoir abzufließen. Dies ist nicht ohne weiteres möglich, da die zweite Dichtung ebenfalls dynamisch wäre und somit ein eigene Leckage besitzen würde. Es ist daher nicht möglich zu differenzieren, welche der beiden Leckagen letztlich gemessen wird. Daher bleibt nur die Möglichkeit einer indirekten Messung der Leckage.

Wie in Abbildung 2.17 dargestellt ist, besitzt der Hydraulikraum (dunkel) nur drei Öffnungen, durch die Flüssigkeit fließen kann:

- Dichtspalt am Kolben
- Leckergänzungsventil LEV
- Gasaustragsventil GAV

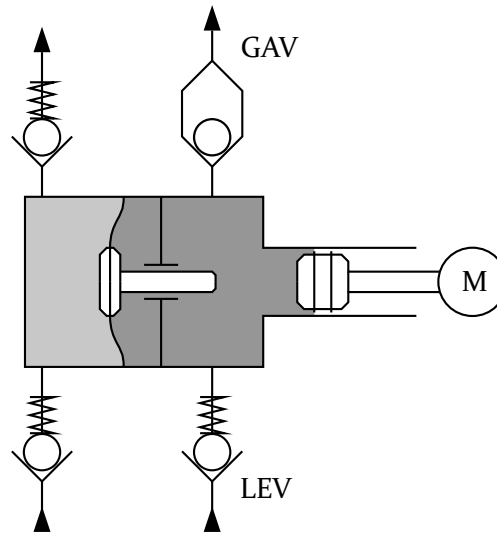


Abbildung 2.17: Schematischer Aufbau einer MVP mit Membranführung. Der Produktraum (hell) ist durch die Membran vom Hydraulikraum (dunkel) getrennt. Das GAV entlüftet die Hydraulikflüssigkeit, das LEV ergänzt die Leckage. Der Kolben wird vom Motor M angetrieben. Der Produktraum (hell) besitzt ein Saug- und ein Förderventil.

Die Membran wird als vollständig dicht betrachtet. Wäre dem nicht so, wäre die Membran defekt und es würde ein Eindringen von Flüssigkeit in den Zwischenbereich der Sandwichmembran detektiert werden können. Dies war zu keinem Zeitpunkt der Messungen der Fall.

Durch die Messung der Volumenströme am Leckergänzungsventil und dem Gasaustragsventil lässt sich die Leckage am Dichtspalt bestimmen. Allerdings besteht die Möglichkeit, dass die Membran durch eine übermäßige Leckergängung sich in Richtung der Produktventile bewegt. Dies würde als erhöhte Leckage gemessen werden können. Daher ist es wichtig die Membran zu beobachten um ein Membranwandern, ein nicht vollständiges Zurückkehren der Membran zum Ausgangspunkt, ausschließen zu können. Die Volumenströme an LEV und GAV treten systembedingt stoßartig am Ende der Saugphase auf. Aufgrund dessen bedarf es eines speziellen Messsystems zur Detektion dieser kleinen und zeitlich sehr begrenzt und stark dynamisch auftretenden Volumina.

Volumenmesssystem

Um die kleinen Volumenströme an LEV und GAV sauber detektieren zu können, war es notwendig ein eigenes Messsystem zu entwickeln und zu bauen. Andere herkömmliche Messsysteme würden zwar die kleinen Volumenströme detektieren können, aber nicht mit der nötigen zeitlichen Auflösung oder umgekehrt. Um beides miteinander vereinen zu können, basiert dieses spezielle Messsystem auf der Messung einer Ersatzgröße. Wird in einen Behälter Flüssigkeit gefüllt, so ändert sich der Füllstand. Nimmt man nun z.B. einen Zylinder mit einem konstanten Radius r , so ist die Änderung des Volumens $\Delta V_{\text{mess.}}(t)$ linear zur Änderung der Füllstandshöhe $\Delta x_{\text{mess.}}(t)$. Die Füllstandshöhe kann mit Hilfe einer Lasertriangulation sehr genau detektiert werden. Formel (2.67) beschreibt den Zusammenhang zwischen Füllstandshöhe und Volumen.

$$\Delta V_{\text{mess.}}(t) = \Delta x_{\text{mess.}}(t) \pi r^2 \quad (2.67)$$

Abbildung 2.18 zeigt schematisch den Messaufbau. Die Reservoirleitung wird zum Ausrichten der initialen Kolbenhöhe vor jeder Messung benötigt. Diese Leitung ist während der Messung durch ein Ventil verschlossen.

Die Oberfläche der Hydrauliköls ist nicht zum Abtasten mit einem Laser geeignet. Aus diesem Grund und um zu vermeiden, dass die Flüssigkeitsoberfläche das Schwingen beginnt, wird ein Schwimmer oder Kolben auf die Flüssigkeit gesetzt. Dieser kann mit einer entsprechend diffus reflektierenden Oberfläche versehen werden, damit der Laser diese optimal abtasten kann.

In Abbildung 2.19 sind die beiden Messkolben für LEV und GAV dargestellt. Diese bestehen aus drei Teilen - dem Messzylinder, einem Kolben und einer Reflexionsplatte. Der Kolben ist so ausgelegt, dass dieser schwimmen kann. Zudem ist die Auflagefläche zum Kolben minimiert um die Dämpfung zu reduzieren. Der Kolben kann durch einen Schlauch entlüftet werden, so dass keine Luft die Messung beeinflussen kann.

Die Position des Schwimmers im Messzylinder ist von einem Gleichgewicht aus Auftriebskraft F_V und Gewichtskraft F_g abhängig. Zudem wird der Schwimmer durch die Scherkraft $F_{\text{Scher.}}$ der Flüssigkeit zwischen Schwimmer und Messzylinder gebremst und besitzt die Trägheitskraft F_m . Die Summe aller anliegenden Kräfte muss Null sein. Daraus folgt:

$$F_m = F_V - F_{\text{Scher.}} - F_g \quad (2.68)$$

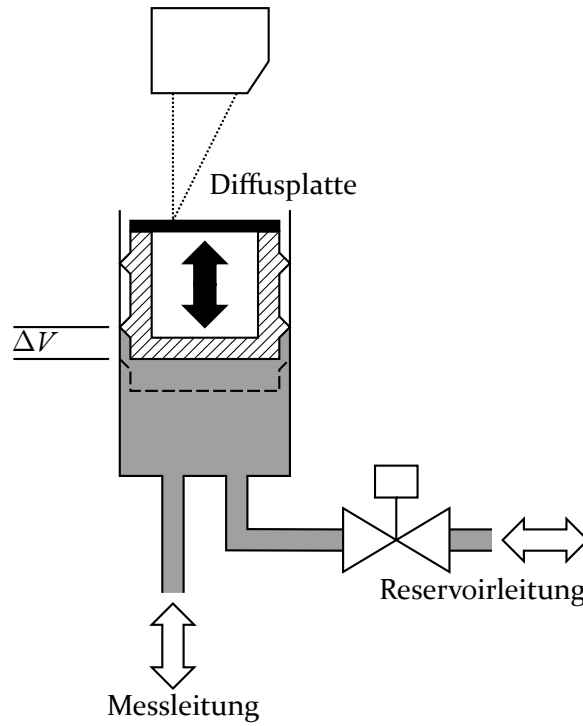


Abbildung 2.18: Schematische Darstellung des Aufbaus des Volumenmesssystems.

Da die Gewichtskraft als konstant angenommen werden kann, erzeugt diese lediglich einen Offset der Schwimmerposition x . Daher wird diese Größe nicht weiter berücksichtigt. Gleichung (2.68) vereinfacht sich somit zu:

$$F_m(\ddot{x}_{\text{Schw.}}) = F_V(\Delta x_O, x_{\text{Schw.}}) - F_{\text{Scher.}}(\dot{x}_{\text{Schw.}}) \quad (2.69)$$

Für die Trägheit gilt mit der Schwimmermasse m_0 :

$$F_m(\ddot{x}_{\text{Schw.}}) = m_{\text{Schw.}} \frac{d^2 x_{\text{Schw.}}}{dt^2} \quad (2.70)$$

Der Auftrieb ist abhängig von der Eintauchtiefe des Schwimmers. Diese wird durch das dynamische Zusammenspiel von Schwimmerposition $x_{\text{Schw.}}$ und

2 Aufbau und Funktion der Membranverdrängerpumpe

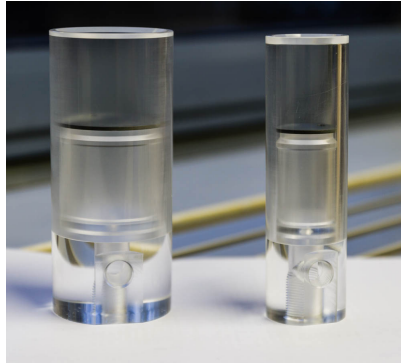


Abbildung 2.19: Verwendete Volumenmesszylinder in zwei unterschiedlichen Größen zur Erfassung der erwarteten Volumenmengen mit Kolben und Diffusplatte — entsprechend der Abbildung 2.18.

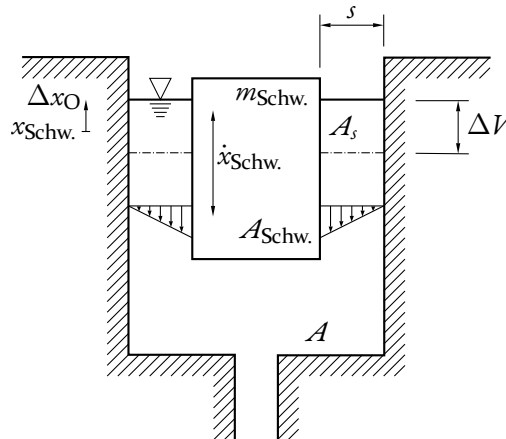


Abbildung 2.20: Skizze des Schwimmermodells zur Untersuchung der Schwingeigenschaften des Volumenmesssystems in Abhängigkeit zur Spaltbreite s , so wie der Verlauf des angenommenen Strömungsprofils im Dichtspalt.

Flüssigkeitspegeländerung Δx_O bestimmt. Die Auftriebskraft entspricht dem verdrängten Flüssigkeitsgewicht:

$$F_V(\Delta x_O, x_{\text{Schw.}}) = \rho g A_{\text{Schw.}}(\Delta x_O, x_{\text{Schw.}}) \quad (2.71)$$

Die Scherkraft ist maßgeblich von der Scherspannung τ und der Fläche A_s im Spalt abhängig.

$$F_{\text{Scher.}}(\dot{x}_{\text{Schw.}}) = \tau A_s = 2\tau \pi r_s l_s \quad (2.72)$$

Die Spiegelhöhenänderung Δx_{O} ist von zwei Faktoren abhängig. Zum einen ändert sich die Spiegelhöhe im Zuge einer Volumenänderung im Messzylinder (Anregung). Zum anderen ändert sich die Spiegelhöhe in Folge der Verdrängung des Schwimmers. Als Anregung wird eine Sprungfunktion $\Theta(t)$ erwartet.

$$\Delta x_{\text{O}} = \underbrace{\Delta x_{\text{O}}^{\star}}_{\text{Anregung}} + \underbrace{\Delta x_{\text{O}}^{\bullet}}_{\text{Verdrängung}} = \frac{\Delta V \Theta(t)}{A} - x \frac{A_{\text{Schw.}}}{A - A_{\text{Schw.}}} \quad (2.73)$$

Die Scherspannung ergibt sich aus der Änderung der Fließgeschwindigkeit über die Spaltbreite [MR14, Abschnitt 2.1.3.1]. Für kleine Spaltbreiten ist diese Änderung als linear anzunehmen, da diese dem Spezialfall der Couette-Strömung entspricht [Duro7, Abschnitt 13.3]. Für große Spaltbreiten trifft dies nicht zu. Allerdings nimmt die Scherspannung τ für große Spaltbreiten sehr kleine Werte an, so dass die Scherkraft an sich vernachlässigt werden kann. Zur Vereinfachung wird zur Modellierung eine Couette-Strömung vorausgesetzt. Wie bereits in Abschnitt 2.2.2 über die oszillierende Strömung gezeigt wurde, bildet sich in schmalen Spalten eine Couette-Strömung aus.

$$\tau = \mu \frac{\partial u_1}{\partial x_2} = \mu \frac{\dot{x}_{\text{Schw.}}}{s} \quad (2.74)$$

Setzt man die Gleichungen (2.70) bis (2.72) in die Gleichgewichtsbedingung (2.69) und formt diese zu einer Bewegungsgleichung [Frei1, Abschnitt 1.2] um, erhält man die Gleichung (2.75). Zur Vereinfachung der Gleichung werden der Dämpfungs- d und Federparameter k eingeführt.

$$\begin{aligned} \rho g A_{\text{Schw.}} \frac{\Delta \hat{V} \Theta(t)}{A} &= m_{\text{Schw.}} \frac{d^2 x_{\text{Schw.}}}{dt^2} \\ &+ \underbrace{\mu \frac{\pi 2r_s l_s}{s}}_d \frac{dx_{\text{Schw.}}}{dt} \\ &+ \underbrace{\rho g A_{\text{Schw.}} \left(\frac{A_{\text{Schw.}}}{A - A_{\text{Schw.}}} + 1 \right)}_k x_{\text{Schw.}} \end{aligned} \quad (2.75)$$

2 Aufbau und Funktion der Membranverdrängerpumpe

Die gewöhnliche Differentialgleichung (2.75) lässt sich durch eine Separation mit homogenen x_h und partikulären x_p Ansatz lösen [AHK⁺15, Abschnitt 13.4]. Die charakteristische Gleichung (2.76) führt zu der homogenen Lösung (2.78).

$$0 = m_{\text{Schw.}} \gamma^2 + d \gamma + k \quad (2.76)$$

$$\gamma_{1/2} = \frac{-d \pm \sqrt{d^2 - 4 m_{\text{Schw.}} k}}{2 m_{\text{Schw.}}} \quad (2.77)$$

$$x_h(t) = c_1 e^{\gamma_1 t} + c_2 e^{\gamma_2 t} \quad (2.78)$$

Die partikuläre Lösung ergibt sich aus dem Anregungsanteil der Bewegungsgleichung (2.75):

$$x_p(t) = c_3 \Theta(t) \quad (2.79)$$

$$\frac{dx_p(t)}{dt} = c_3 \delta(t) \quad (2.80)$$

$$\frac{d^2 x_p(t)}{dt^2} = -c_3 \frac{\delta(t)}{t} \quad (2.81)$$

Eingesetzt in die Bewegungsgleichung (2.75) ergeben die Gleichungen (2.79) bis (2.81) folgende Form:

$$\underbrace{-m_{\text{Schw.}} c_3 \frac{\delta(t)}{t} + d c_3 \delta(t) + k c_3 \Theta(t)}_{=0 \text{ für } t \neq 0 \text{ s}} = \xi g \frac{A_{\text{Schw.}}}{A} \Delta \hat{V} \Theta(t) \quad (2.82)$$

Die Ableitung der Sprungfunktion $\delta(t) = \frac{d\Theta(t)}{dt}$ ist für Zeitpunkte $t \neq 0$ gleich Null. Somit gilt für den Parameter c_3 für Zeitpunkte $t \neq 0$:

$$\implies c_3 = \frac{\xi g A_{\text{Schw.}}}{k A} \Delta \hat{V} = \frac{S}{k} \quad (2.83)$$

$$x_{\text{Schw.}}(t) = x_h(t) + x_p(t) = c_1 e^{\gamma_1 t} + c_2 e^{\gamma_2 t} + \frac{S}{k} \quad t \in \mathbb{R}_{>0} \quad (2.84)$$

Zur Bestimmung der Parameter c_1 und c_2 werden die beiden Randbedingungen für $x(t \rightarrow 0 \text{ s})$ und $\left. \frac{dx_p(t)}{dt} \right|_{t \rightarrow 0 \text{ s}}$ herangezogen. Für die Grenzwertbetrachtung $\lim_{t \rightarrow 0 \text{ s}} x(t) \rightarrow 0$ gilt:

$$c_1 + c_2 + \frac{S}{k} \rightarrow 0 \quad (2.85)$$

Für $\lim_{t \rightarrow 0 \text{ s}} \left. \frac{dx_p(t)}{dt} \right|_t \rightarrow 0$ gilt:

$$c_1 \gamma_1 - \left(c_1 + \frac{S}{k} \right) \gamma_2 \rightarrow 0 \quad (2.86)$$

Somit ergibt sich als Lösung für das Problem (2.75):

$$x_{\text{Schw.}}(t) = c_1 e^{\gamma_1 t} + c_2 e^{\gamma_2 t} + c_3 \quad (2.87)$$

$$c_1 \rightarrow \frac{\gamma_2}{\gamma_1 - \gamma_2} \frac{S}{k} \quad (2.88)$$

$$c_2 \rightarrow - \left(\frac{\gamma_2}{\gamma_1 - \gamma_2} + 1 \right) \frac{S}{k} \quad (2.89)$$

$$c_3 = \frac{S}{k} \quad (2.90)$$

$$\gamma_1 = \frac{-d + \sqrt{d^2 - 4 m_{\text{Schw.}} k}}{2 m_{\text{Schw.}}} \quad (2.91)$$

$$\gamma_2 = \frac{-d - \sqrt{d^2 - 4 m_{\text{Schw.}} k}}{2 m_{\text{Schw.}}} \quad (2.92)$$

In Anhang C wird bewiesen, dass die Lösung basierend auf (2.87) bis (2.92) das Problem (2.75) löst. Die ungedämpfte Eigenkreisfrequenz ω_0 des System wird wie folgt bestimmt [Fre11, Abschnitt 1.2]:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m_{\text{Schw.}}}} \quad (2.93)$$

Die Periodendauer T des gedämpften Systems ergibt sich aus der ungedämpften Eigenkreisfrequenz [Frei, Abschnitt 1.2.2]:

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0 \sqrt{1 - \left(\frac{d}{2\omega_0 m}\right)^2}} \quad (2.94)$$

Für die weitere Betrachtung muss nun zwischen Schwing- und Kriechfall unterschieden werden. Betrachtet man die Lösung (2.87), so fällt auf, dass eine Schwingung nur dann vorhanden ist, wenn die Parameter $\gamma_{1/2}$ imaginär sind. Dies ist nur dann der Fall, wenn $d^2 - 4m_{\text{Schw.}} k < 0$ ist. Da sowohl der Schwing- als auch der Kriechfall abklingen, soll nun die Abklingzeit $T_{95\%}$ betrachtet werden. Die Abklingzeit $T_{95\%}$ ist die Zeit, die vergeht, bis die Bewegung 95% ihrer Amplitude eingebüßt hat. Für den Schwingfall gilt [GK13, Abschnitt 1.2.2]:

$$T_{95\%} = \frac{\ln(5\%)}{-\frac{d}{2m_{\text{Schw.}}}} \quad \text{für } d^2 - 4m_{\text{Schw.}} k < 0 \quad (2.95)$$

Für den Kriechfall lässt sich die Abklingzeit nicht direkt ermitteln. Hierfür müssen zunächst folgende Bedingungen bekannt sein.

$$c_1 < 0 \quad \text{für } d^2 - 4m_{\text{Schw.}} k \geq 0 \cap \alpha \in (0, 1) \quad (2.96)$$

$$c_2 > 0 \quad \text{für } d^2 - 4m_{\text{Schw.}} k \geq 0 \cap \alpha \in (0, 1) \quad (2.97)$$

$$|c_1 e^{\gamma_1 t}| \geq |c_2 e^{\gamma_2 t}| \quad (2.98)$$

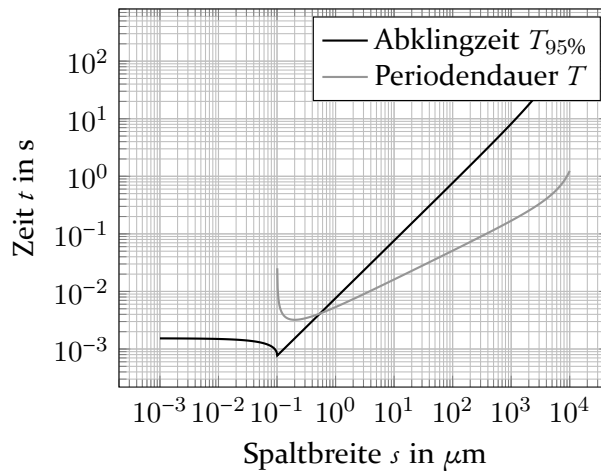
Die Bedingungen (2.96) bis (2.98) ergeben sich aus den Definitionen (2.91) und (2.92) für λ_1 und λ_2 . Somit ist klar, dass der Anteil des zweiten Summanden im Kriechfall immer kleiner ist, als der des Ersten. Daraus folgt, dass aus der Abklingzeit für den ersten Summanden die Abklingzeit für den Kriechfall abgeschätzt werden kann.

$$T_{95\%} \approx \frac{\ln(5\%)}{\gamma_1} \quad \text{für } d^2 - 4m_{\text{Schw.}} k \geq 0 \quad (2.99)$$

Tabelle 2.2 zeigt die Parameter für eine Beispielbetrachtung für die Auslegung des Spalts s zwischen Kolben und Zylinder des Volumenmesssystems. Das Ergebnis ist in Abbildung 2.21 dargestellt. Es ist sowohl die Abklingzeit $T_{95\%}$

Tabelle 2.2: Verwendete Modelldaten für die Abklingzeitberechnung.

Parameter	Wert
g	9,81 m/s ²
ϱ	885 kg/m ³
μ	25 mPas
$2r_s$	30,0 mm
l_s	10,0 mm
$m_{\text{Schw.}}$	30,0 g

**Abbildung 2.21:** Abklingzeit und Periodendauer des Kolbens im Volumenmesssystem in Abhängigkeit von der Spaltbreite.

als auch die Periodendauer T dargestellt. Die Periodendauer T sinkt mit kleiner werdendem Spalt s . Bei $s \approx 0,2 \mu\text{m}$ wird das Minimum der Periodendauer $\arg \min_{s \in \mathbb{R}} T(s) \approx 0,2 \mu\text{m}$ erreicht. Wird eine Spaltbreite $s \leq 0,1 \mu\text{m}$ unterschritten, ist das System nicht mehr schwingfähig, die Bewegung geht in den Kriechfall über [GK13, Abschnitt 1.3]. Für den Kriechfall $\check{d} = \frac{1}{2} \frac{d}{\sqrt{k m_{\text{Schw.}}}} \geq 1$ ist die Periodendauer $T(\check{d} \geq 1) \rightarrow \infty$ [GK13, Tabelle 1.2]. Im aperiodischen Grenzfall $\check{d} = 1$ ist die Abklingzeit $\arg \min_{\check{d} \in \mathbb{R}} T_{95\%}(\check{d}) = 1$ minimal. Mit weiter abnehmender Spaltbreite s nimmt die Abklingzeit $T_{95\%}$ leicht zu. Jedoch ist dieser Effekt gering.

Grundsätzlich lässt sich somit sagen, dass der Spalt so gering wie möglich sein sollte. Die untere Grenze bildet somit die Möglichkeiten der Fertigung.

Bedingt durch die Form- und Lagetoleranzen muss ein freies Bewegen des Schwimmers noch möglich sein. Streift der Kolben an der Oberfläche des Zylinders, so wird eine zusätzliche starke Dämpfung in das System eingebracht, die das Ergebnis erheblich beeinflussen kann.

2.2.5 Messaufbau

Zur Untersuchung der Leckage an der Kolbendichtung wird ein Versorgungssystem für die Pumpe benötigt. Das Versorgungssystem stellt das Produkt zur Förderung zur Verfügung, kühlt das Medium, stellt den Saugdruck zur Verfügung und fordert von der Pumpe den Förderdruck. Abbildung 2.22 zeigt das Fließbild des verwendeten Aufbaus der Produktseite. Das System besitzt einen Vorlagebehälter, welcher mit Druckluft beaufschlagt werden kann. Dieser ist nicht vollständig gefüllt, um den Behälter notfalls zur endgültigen Dämpfung des Volumenstroms nutzen zu können. In der Saugleitung befindet sich ein Filter um die Pumpe vor eventuell vorhandenen Partikeln zu schützen.

Nahe der Pumpe sind sowohl Saug- als auch Förderleitung mit einem Dämpfer versehen um die Pulsation in den Leitungen zu minimieren. Saugseitig wird ein Windkessel verwendet, förderseitig ein Blasenspeicher. Der Blasenspeicher muss auf den vorherrschenden Förderdruck in der Leitung angepasst werden. Hierzu ist der Dämpfer an eine Stickstoffflasche angeschlossen, um den Beladungsdruck ändern zu können. Nahe der Pumpe werden die Werte des Saug- p_S und Förderdrucks p_F über Sensoren erfasst. Der Druck in der Förderleitung wird durch ein Druckhalteventil erzeugt. Die dissipierte Energie beim Abbauen des Drucks im Druckhalteventil wird durch einen Wärmetauscher im Niederdruckbereich abgeführt.

Abbildung 2.23 zeigt schematisch die Sensoren an der Pumpe. Um den Produkt- p_{pro} und Hydraulikraumdruck p_{hyd} messen zu können, wurden in die Pumpe direkt an die jeweiligen Räume Drucksensoren angeschlossen. Am Hydraulikraum wird der Volumenstrom der Leckergänzung und der Gasaustragung detektiert. Die Funktionsweise dieser Volumenstrommessung wurde in Abschnitt 2.2.4 näher beschrieben. Zudem ist eine Lasertriangulation in die Front der Pumpe eingebaut um die Position des Membranstößels messen zu können. Um die empfindliche Elektronik des Triangulationslasers zu schützen ist dieser durch ein Sichtglas vom Produktraum getrennt.

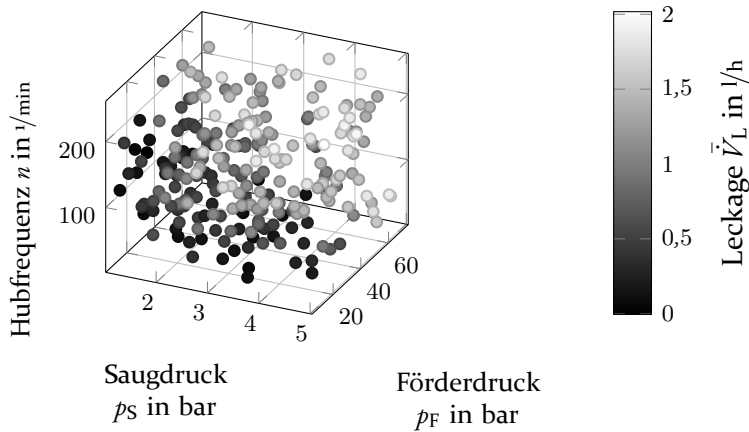


Abbildung 2.24: Messpunktverteilung und zugehörige Leckage der 250 zufällig ausgewählten Parameterkombinationen.

von Saug- p_S , Förderdruck p_F und Hubzahl n . Folgende Parameter wurden über alle Versuche konstant gehalten:

- Hub $\hat{b} = 55$ mm
- Hydrauliköltemperatur $\vartheta_{\text{hyd}} \approx 40,0^\circ\text{C}$
- Befüllung Vorratsbehälter
- Befüllung saugseitiger Dämpfer (Windkessel)

Abbildung 2.24 zeigt die Messpunktverteilung des Datensatzes 250. Hierbei wurden 250 zufällig ausgewählte Punkte im Parameterfeld gemessen. Durch die zufällige Anordnung der Messdatenpunkte kann die Messreihe als statistische Gesamtheit betrachtet werden. So ist es möglich statistische Aussagen über die Leckage zu machen. Die einzelnen Messpunkte besitzen hier für sich genommen kaum eine Bedeutung. Eine direkte Wiederholung der gleichen Parameter führt zu einer relativ großen Streuung. Dies liegt an der Empfindlichkeit der Leckage am Kolben gegenüber vielen verschiedenen Einflüssen, wie z.B. der Luftdruck oder die Öltemperatur. Die Messreihe wurde über mehrere Tage hinweg gemessen, so dass davon auszugehen ist, dass die Gesamtheit der Messpunkte sehr viele unterschiedliche Einflüsse gesehen haben. Eine später wiederholte Messung des Messfeldes zeigte in der Gesamtheit das gleiche Verhalten, so dass von einer ausreichend großen statistischen Verteilung ausgegangen werden kann.

2 Aufbau und Funktion der Membranverdrängerpumpe

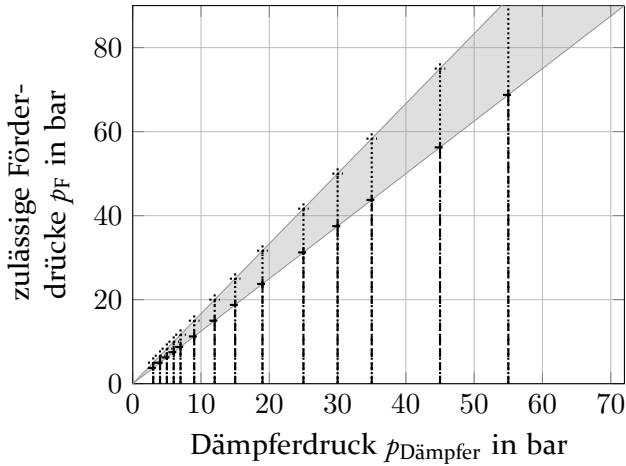


Abbildung 2.25: Einstellung des förderseitigen Dämpfers zur Kompensation der OVP-bedingten Pulsation in der Förderleitung.

Da förderseitig der Dämpferdruck $p_{\text{Dämpfer}}$ an den Förderdruck p_F angepasst wird, wurden die Datenpunkte bezüglich des Förderdrucks gruppiert, um die Anzahl der Umstellungen des Dämpferdrucks möglichst gering zu halten. Die Anpassung des Dämpferdrucks ist relativ aufwendig und kostet wertvolle Messzeit. Durch die Gruppierung ist es möglich ähnliche Förderdrücke mit gleichen Dämpferdrücken zu messen, ohne an Dämpfungsqualität zu verlieren.

Abbildung 2.25 zeigt die diskreten Dämpferdrücke, die verwendet wurden. Tabelle 2.3 stellt die diskreten Dämpferdrücke $p_{\text{Dämpfer}}$ dar. Bei der Auswahl wurde auf die Einstellbarkeit, als auch auf die minimale Überlappung der Bereiche geachtet. So war es mit einem minimalen Umstellungsaufwand möglich den förderseitigen Dämpfer stets in einem Bereich von $p_F \in \left[\frac{p_{\text{Dämpfer}}}{0,8}, \frac{p_{\text{Dämpfer}}}{0,6} \right]$ zu halten. So ist sichergestellt, dass der förderseitige Dämpfer entsprechend dem Förderdruck eingestellt ist.

Für die Messreihe wurden die Messpunkte zu den jeweiligen Dämpferdrücken zugeordnet. Hierbei wurde auf eine möglichst gute Dämpfung geachtet. Die Dämpferdruckkategorien wurden absteigend sortiert abgefahren. So wurde der Prozess möglichst schnell und stickstoffsparend durchgeführt, da das Druckablassen am Dämpfer bedeutend einfacher ist. Innerhalb der Dämpferdruckkategorien waren die Förderdrücke p_F weiterhin zufällig angeordnet,

Tabelle 2.3: Verwendete Dämpfereinstellungen $p_{\text{Dämpfer}}$ und der jeweils zugehörige zulässige Förderdruckbereich p_{F} .

Dämpferdruck in bar	zul. Förderdruck in bar
3,0	3,75... 5,00
4,0	5,00... 6,67
5,0	6,25... 8,33
6,0	7,50... 10,0
7,0	8,75... 11,7
9,0	11,3... 15,0
12	15,0... 20,0
15	18,8... 25,0
19	23,8... 31,7
25	31,3... 41,7
30	37,5... 50,0
35	43,8... 58,3
45	56,3... 75,0
55	68,8... 91,7

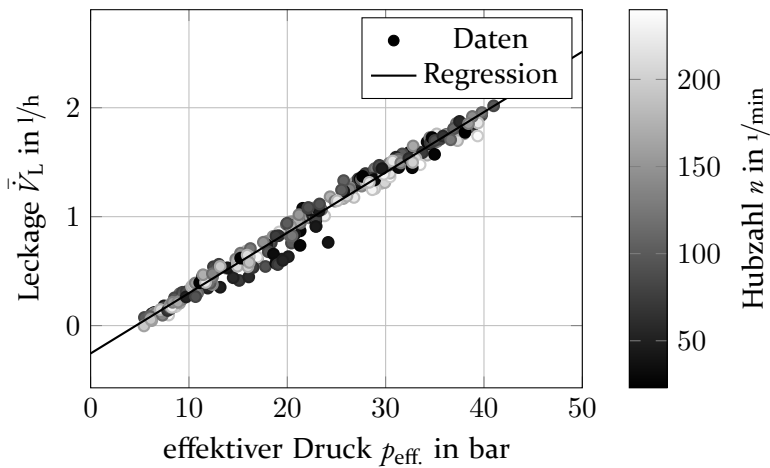


Abbildung 2.26: Ergebnis der Leckagemessung des 250-Punkte-Messfeldes in Abhängigkeit des effektiv anliegenden Drucks p_{eff} über die Zeit.

wie auch Saugdruck p_{S} und Hubzahl n . Es ist davon auszugehen, dass der Einfluss der sortierten Dämpferdruckkategorien vernachlässigbar ist.

Abbildung 2.26 zeigt die Datenpunkte zusammen mit der gefundenen Regression. Aufbauend auf der Analyse der gemessenen Leckage ist es naheliegend

2 Aufbau und Funktion der Membranverdrängerpumpe

Tabelle 2.4: Ergebnis der Regression bezüglich der auftretenden Leckage in Abhängigkeit zum effektiv anliegenden Druck für den Datensatz 250 nach der Hypothese (2.100).

Parameter	Wert
Regressionsparameter Θ_0	-255,6 ml/h
p -Wert für Θ_0	0,0 %
Standardfehler $\sigma(\Theta_0)$	22,9 ml/h
Regressionsparameter Θ_1	55,4 ml/h bar
p -Wert für Θ_1	0,0 %
Standardfehler $\sigma(\Theta_1)$	0,9 ml/h bar
angepasstes Bestimmtheitsmaß R_{adj}^2	98,79 %
RMS	62,0 ml/h
Bias-Parameter λ	0

zunächst eine lineare Regression durchzuführen [AHK⁺₁₅, Abschnitt 41]. Eine Abhängigkeit zur Hubzahl n ist nicht ersichtlich. Als Hypothese wird eine lineare Regression mit nur einem Input-Parameter, dem effektiven Druck im Hydraulikraum über die Zeit $p_{\text{eff.}} = E(p_{\text{hyd}}(t))$, verwendet. Gleichung (2.100) stellt das gefundene Ergebnis der Regression dar. In Tabelle 2.4 sind die Ergebnisse, sowie statistische Parameter der Regression angegeben.

$$\bar{V}_L \approx 55,4 \text{ ml/h bar } p_{\text{eff.}} - 255,6 \text{ ml/h} = \tilde{V}_L \quad (2.100)$$

Das Bestimmtheitsmaß zeigt mit $R_{\text{adj}}^2 = 98,79\%$, dass die Regression sehr gut die Daten abbilden kann. Dies wird durch den geringen RMS-Wert von 62,0 ml/h untermauert. Das quadratische Mittel gibt Auskunft über Streuung der Abweichungen. Bezogen auf eine maximal gemessene Leckage von ca. $\max \bar{V}_L \approx 2,0 \text{ l/h}$ ist der RMS-Wert bedeutend kleiner.

Der Regressionsparameter $\Theta_0 = -255,6 \text{ ml/h}$ beschreibt den Offset der Regressionsgeraden. Hierbei fällt auf, dass prinzipiell eine negative Leckage unterhalb eines effektiven Drucks von $p_{\text{eff.}}|_{\tilde{V}_L \leq 0 \text{ l/h}} \leq 4,61 \text{ bar}$ auftreten würde. Aus dem Gaußschen Fehlerfortpflanzungssatz folgt ein zu erwartender Standardfehler von:

$$\sigma\left(p_{\text{eff.}}|_{\tilde{V}_L=0 \text{ l/h}}\right) = \sqrt{(-\Theta_0 \Theta_1^{-2} \sigma(\Theta_1))^2 + (-\sigma(\Theta_0))^2} = 78,4 \text{ mbar} \quad (2.101)$$

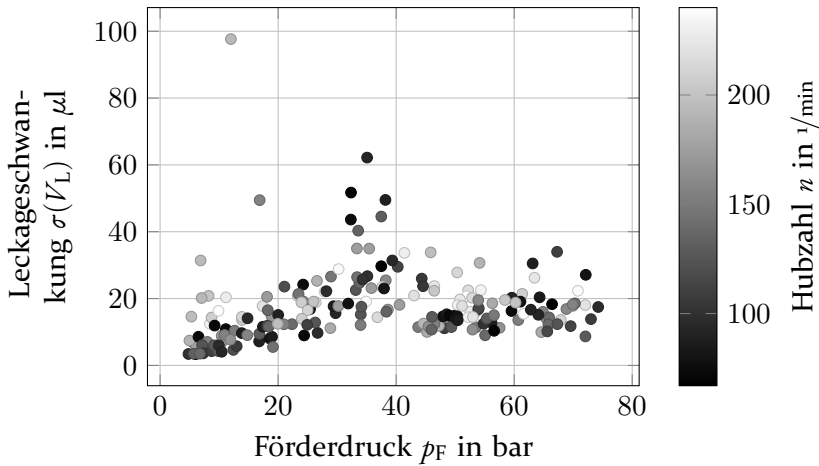


Abbildung 2.27: Gemessene Leckageschwankung in Abhängigkeit vom Förderdruck und der Hubzahl des Datensatzes 250.

Somit müsste man von einer Membranwanderung bei der Unterschreitung des Drucks $p_{\text{eff.}}|_{\bar{V}_L=0\text{ l/h}}$ ausgehen. Die Wahrscheinlichkeit, dass es zu einer Membranbewegung kommt, liegt bei $P(p_{\text{eff.}}|_{\bar{V}_L=0\text{ l/h}} \geq 0,0 \text{ bar}) \approx 100,0\%$. Der Nullhypothesentest für den Regressionsparameter Θ_0 ergibt eine Wahrscheinlichkeit von $0,0\%$ für die Annahme der Nullhypothese. Der berechnete Standardfehler liegt bei $\sigma(\Theta_0) = 22,9 \text{ ml/h}$. Der Standardfehler definiert die Standardabweichung des Parameters bezogen auf die Regressionsfunktion.

Der Regressionsparameter $\Theta_1 = 55,4 \text{ ml/h bar}$ beschreibt die Steigung der Regressionsgeraden. Der Nullhypothesentest für den Regressionsparameter Θ_1 ergibt, wie der Nullhypothesentest für den Regressionsparameter Θ_0 , eine Wahrscheinlichkeit von $0,0\%$ für die Annahme der Nullhypothese. Der berechnete Standardfehler liegt bei $\sigma(\Theta_1) = 0,9 \text{ ml/h bar}$, was bezogen auf den Wert des Regressionsparameter vernachlässigbar ist.

Abbildung 2.27 zeigt die Standardabweichung der Schwankung der Leckergängung $\sigma(V_L)$ für den Datensatz 250. Die Varianz der Leckergängung steigt zunächst mit dem Förderdruck p_F . Im Bereich um $p_F \approx 35 \text{ bar}$ verschwindet die Abhängigkeit zum Förderdruck und die Varianz bleibt weitestgehend konstant. Der Übergang beim Förderdruck $p_F \approx 35 \text{ bar}$ ist durch eine erhöhte Streuung der Werte gekennzeichnet, wobei kleine Hubzahlen n hier eine stärkere Leckergängungsvarianz zeigen. Im Förderdruckbereich bis $p_F \in [4,8 \text{ bar}, 35 \text{ bar}]$ gibt es vereinzelte Ausreißer der Leckageschwankung, die nur bei höheren

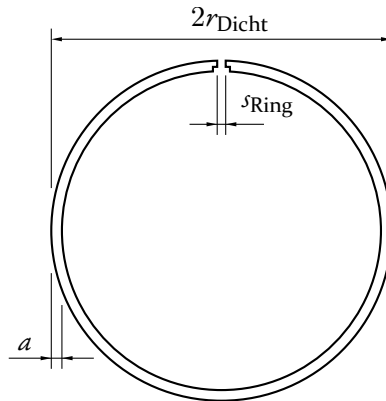


Abbildung 2.28: Skizze eines Kolbenrings mit der Höhe a , dem Durchmesser $2r_{\text{Dicht}}$ und dem Stoß s_{Ring} , sowie mit Verdrehsicherung.

Hubzahlen n auftreten. Die minimal gemessenen Schwankungen bei niedrigen Förderdrücken $\min_{p_{\text{F}} \in [4,8 \text{ bar}, 74 \text{ bar}]} \sigma(V_{\text{L}}) = 3,4 \mu\text{l}$ decken sich mit der theoretisch ermittelten Messgenauigkeit von $\Delta\sigma(V_{\text{L}}) \approx 2,1 \mu\text{l}$. Für alle weiteren Betrachtungen wird angenommen, dass die Pumpe eine konstante Leckageschwankung von ca. $\tilde{\sigma}(V_{\text{L}}) \approx 20 \mu\text{l}$ besitzt.

2.2.7 Ursprung der Leckage

In Abschnitt 2.2.6 wurde gezeigt, dass die Leckage nicht signifikant abhängig von der Hubzahl n ist und somit als Funktion des effektiv anliegenden Drucks $\bar{V}_{\text{L}} = f(p_{\text{eff.}})$ beschrieben werden kann. Abbildung 2.16 zeigt jedoch eine deutliche Abhängigkeit der Leckage von der Hubzahl. Zudem ist die gemessene Leckage deutlich größer als in Abschnitt 2.2.3 theoretisch vorhergesagt. Das lässt darauf schließen, dass die auftretende Leckage am Kolbenringdichtspalt nicht die Hauptursache der Leckage ist.

Kolbenringspalt

Kolbenringe sind Dichtungen, welche weit verbreitet sind. So sind in jedem Verbrennungsmotor Kolbenringe zu finden, wo diese den Verbrennungsraum am Kolben abdichten. Kolbenringe bestehen aus einem geschlitzten Ring mit einer speziellen Dichtgeometrie. Abbildung 2.28 zeigt beispielhaft einen Kolbenring. Kolbenringe und deren Geometrie sind genormt [ISO03].

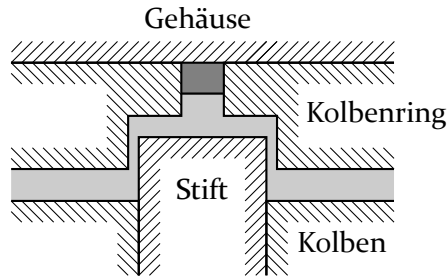


Abbildung 2.29: Detailskizze des Stoßes eines eingebauten Kolbenrings mit Verdrehsicherung.

Kolbenringe benötigen zur Montage und für eine optimale Funktion einen Schlitz s_{Ring} , welcher im eingebauten Zustand den Ringstoß ergibt. Dieser muss ständig eine Bewegung des Kolbenrings ermöglichen, daher darf dieser nie geschlossen sein. Dadurch ist eine Anpassung des Durchmessers bzgl. der Dichtfläche möglich. Der Kolbenring wirkt wie eine Feder, da die Dichtfläche auf den umgebenden Zylinder drückt und so den Dichtspalt minimiert.

Abbildung 2.29 zeigt schematisch den Ringstoß im eingebauten Zustand. Damit sich der Kolbenring nicht verdreht, wird dieser im Ringstoß üblicherweise durch einen Stift fixiert. Der Kolbenring dichtet mithilfe seiner Vorspannung gegen den Zylinder ab. Bei Belastung wird der Kolbenring in seiner Nut gegen die Wand gedrückt, so dass dort ebenfalls eine Dichtwirkung entsteht. Wie nun allerdings in Abbildung 2.29 zu sehen ist, bildet der Ringstoß einen kleinen Spalt, der nicht abgedichtet werden kann. Hier wird es zu einer Leckage kommen. Dieser Spalt wird sich während des Betriebs nur minimal verändern können. Der Zylinder sollte einen konstanten Durchmesser haben. Des Weiteren sollte die Weitung des Dichtspalts des Kolbenrings am Zylinder in Folge der Geschwindigkeitsänderung - wie in Abbildung 2.12 dargestellt - extrem klein sein.

Davon ausgehend, dass der Ringstoß konstant bleibt, ist die daraus resultierende Leckage, wie in Abschnitt 2.2.2 für konstante Querschnitte gezeigt wurde, unabhängig von der Hubzahl n und proportional zum anliegenden Druck $\bar{V}_L \propto p_{\text{eff}}$. Diese Eigenschaft deckt sich mit der Beobachtung in Abbildung 2.26.

Kolbenringbewegung

Kolbenringe besitzen in ihrer Nut ein bestimmtes Spiel, welches sicherstellt, dass sich der Kolbenring frei bewegen kann. Die angreifenden Kräfte am

2 Aufbau und Funktion der Membranverdrängerpumpe

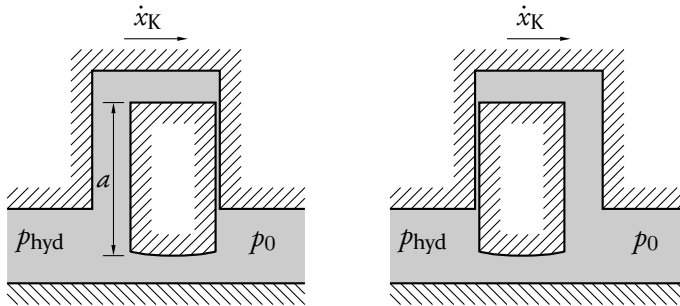


Abbildung 2.30: Querschnittsdarstellung der Kolbenringbewegung bei wechselnden Druckrichtungen.

Kolbenring bestimmen, wie sich der Kolbenring in seiner Nut bewegt. Im Förderhub ist dieser Zustand sehr einfach. Der Hydraulikraumdruck und die Kolbenringreibung wirken in die selbe Richtung, so dass der Kolbenring sicher entgegen der Bewegungsrichtung an die Wand der Nut gedrückt wird. Beim Saughub ist dies nicht so einfach. Hydraulikraumdruck und Reibkraft wirken entgegen.

Abbildung 2.30 zeigt die Lagen bei ausreichendem und ungenügendem Hydraulikraumdruck p_{hyd} . Die Reibkraft ergibt sich aus der Normalkraft F_N und dem Reibungskoeffizienten f_c :

$$F_R = f_c F_N \quad (2.102)$$

Für einen Kolbenring wird der Reibungskoeffizient auf $f_c = 0,01$ geschätzt. Dies entspricht einer allgemeinen flüssigkeitsgeschmierten Reibung [SY00, PDT00]. Die Normalkraft F_N ist für den Kolbenring wie folgt definiert:

$$F_N = \pi 2r_{\text{Ring}} b(p_{\text{el}} + p_{\text{hyd}}) \quad (2.103)$$

Bei der Normalkraft wird der anliegende Hydraulikraumdruck p_{hyd} , entgegen zur druckinduzierten Axialkraft F_{Ax} , durch die Vorspannung des Kolbenrings p_{el} unterstützt. Die druckinduzierte Axialkraft F_{Ax} kann vereinfacht als langgezogene gerade Fläche berechnet werden. Der Hydraulikraumdruck muss jedoch um den Druck der Ausgangsseite p_0 des Kolbenrings korrigiert werden.

$$F_{\text{Ax}} \approx \pi 2r_{\text{Ring}} a (p_{\text{hyd}} - p_0) \quad (2.104)$$

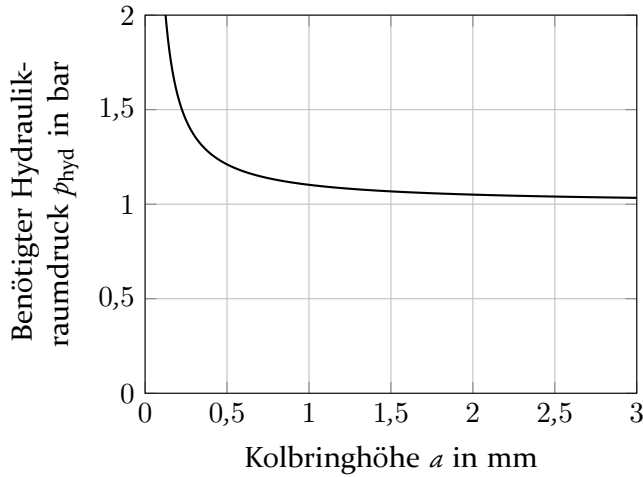


Abbildung 2.31: Abhängigkeit der Kolbenringinstabilität von der Kolbenringhöhe a .

Der Kolbenring liegt so lange an der in Bewegungsrichtung liegenden Nutfläche an, bis die Reibkraft die druckinduzierte Axialkraft übersteigt:

$$\underbrace{f_c \pi 2r_{\text{Ring}} b (p_{\text{el}} + p_{\text{hyd}})}_{F_N} \leq \pi 2r_{\text{Ring}} a (p_{\text{hyd}} - p_0) \quad (2.105)$$

Aus der Gleichung (2.105) lässt sich eine Bedingung für den anliegenden Hydraulikraumdruck p_{hyd} entwickeln, welcher nötig ist, damit der Kolbenring an der in Bewegungsrichtung liegenden Nutfläche bleibt:

$$p_{\text{hyd}} \geq \frac{f_c p_{\text{el}} + a p_0}{a - f_c b} \quad (2.106)$$

Abbildung 2.31 zeigt, dass ab einer Kolbenringhöhe $a \geq 0,5$ mm schon sehr geringe Hydraulikraumdrücke p_{hyd} genügen, um den Kolbenring sicher an der in Bewegungsrichtung liegenden Nutfläche zu halten. Erst in der Lecker- gänzungsphase, in der der Hydraulikraumdruck unter den Atmosphären- druck abfällt, wird der Kolbenring von der Reibung bewegt. Während dieser Bewegung existiert ein relativ großer offener Bereich, durch den ungehindert Hydrauliköl vom Reservoir in den Hydraulikraum fließen kann. Ist die Saugphase abgeschlossen, bewegt sich der Kolben wieder nach vorne und komprimiert Arbeits- und Hydraulikraum. Der Hydraulikraumdruck steigt.

Hydraulikraumdruck und Reibkraft bewegen den Kolbenring zur gegenüberliegenden Nutfläche. Hier kann nun ebenfalls Öl ungehindert fließen. Die Fließrichtung ist diesmal vom Hydraulikraum zum Reservoir. Diese Bewegungen des Kolbenrings können bereits von minimalen Änderungen, z.B. dem Umgebungsdruck oder der Hydrauliköltemperatur, beeinflusst werden, so dass diese Leckagen am Ende des Saughubs von Hub zu Hub variieren können. Problematisch ist hierbei, dass diese Ungenauigkeit nach der Leckergänzung stattfindet und somit nicht korrigiert werden kann.

2.2.8 Gasaustrag

Neben der reinen Leckage an der Kolbendichtung tritt am GAV eine gewollte weitere Leckage während der Leckergänzung auf. Sinn dieser Leckage ist ein gezielter Gasaustrag zur Erhaltung des volumetrischen Wirkungsgrads [ESSWo9, Abschnit 2.3.4]. Mechanisch betrachtet sollte das GAV stets das gleiche Volumen freigeben. Während der Messungen wurde in den durchsichtigen Messzylindern geprüft, dass es zu keinem Austrag von Gas gekommen ist. Somit ist das erfasste Volumen weitestgehend druckabhängig bezogen auf den Druckunterschied zwischen Umgebungsdruck und dem Hydraulikraumdruck während der Leckergänzung.

Abbildung 2.32 zeigt die mittleren ausgetragenen Volumina bezogen auf die 250 Messpunkte. Entgegen der Erwartungen ist eine starke Abhängigkeit gegenüber dem Förderdruck p_F festzustellen. Unterhalb eines Druck von $p_F \leq 25$ bar gab das Gasaustragsventil kaum Volumen frei. Oberhalb von $p_F > 25$ bar zeigt das GAV eine deutliche Streuung. Eine direkte Logik bezüglich Hubzahl n , Förderdruck p_F oder Saugdruck p_S konnte nicht gefunden werden. Für geringe Hubzahlen n ist sogar eine Zurückführung von Hydrauliköl in den Hydraulikraum zu beobachten. Aufgrund dessen ist die Funktionsweise des GAVs in Frage zu stellen.

Die Adhäsion zwischen Ventilkörper und Ventilgrund könnte die Ursache für dieses Verhalten sein. Bei steigendem Förderdruck p_F wird der Gradient in der Expansionsphase immer größer und damit auch die anliegenden Kräfte auf das GAV. Erst ab einer bestimmten Stärke reicht die Druckkraft, in der Leckergänzungphase im Zusammenspiel mit dem vorangegangenen Druckgradienten aus, um die Adhäsionskräfte zu überwinden. Die einwirkende Kraft auf das GAV in Folge des Gradienten während der Expansion ist stark vom Förderdruck p_F und der Hubzahl n abhängig. Entgegen der Anforderungen entfernt das GAV eventuell entstandene Gasblasen nicht sicher aus dem Hydraulikraum.

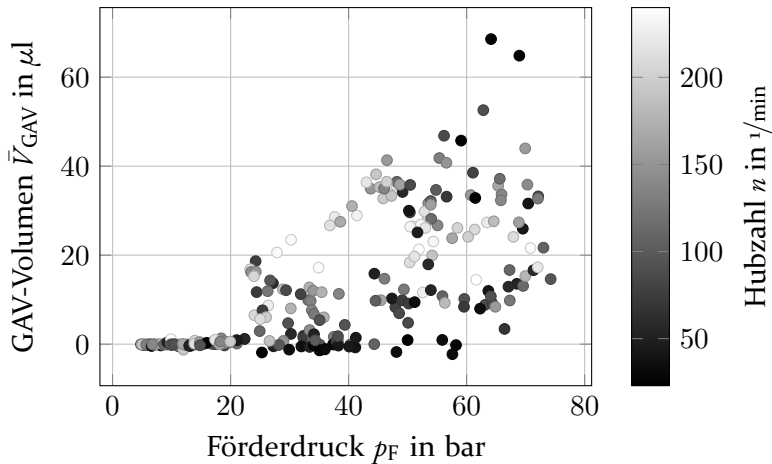


Abbildung 2.32: Gemessenes freigegebenes GAV-Volumen in Abhängigkeit des Förderdrucks und der Hubzahl des Datensatzes 250.

Darüber hinaus stellt dies eine weitere Ungewissheit für die Leckergänzung dar, da basierend auf der Unterstützung durch die Wirkung des Gradienten während der Expansion nicht sichergestellt ist, dass das GAV bei jedem Hub arbeitet.

2.3 Membran

Der Messstand wurde so konzipiert, dass das Membranverhalten detektiert werden kann. Das Membranverhalten wird aus zwei einfachen Parametern abgeleitet. Mit Hilfe der Stoßelposition \check{x}_M und dem Differenzdruck zwischen Produkt- und Hydraulikraum Δp_M , kann das Membranverhalten detektiert werden. Für eine genaue Erfassung der Membranbewegung müsste diese mit Hilfe eines Flächenmessverfahrens während des Hubes abgetastet werden. In Abschnitt 2.2.5 wurde jedoch ausführlich beschrieben, warum dies nicht möglich ist.

Abbildung 2.33 zeigt zwölf Messungen mit unterschiedlichen Hubfrequenzen. Die Hubfrequenzen gehen von $20\ 1/\text{min}$ bis $240\ 1/\text{min}$ in $20\ 1/\text{min}$ Schritten. Die restlichen Parameter entsprechen der Tabelle 2.5. Angetragen sind die Werte über den Kurbelwinkel φ . Jeweils ausgerichtet sind die gemessene Membran- bzw. Stoßelposition sowie der Hydraulikraumdruck.

2 Aufbau und Funktion der Membranverdrängerpumpe

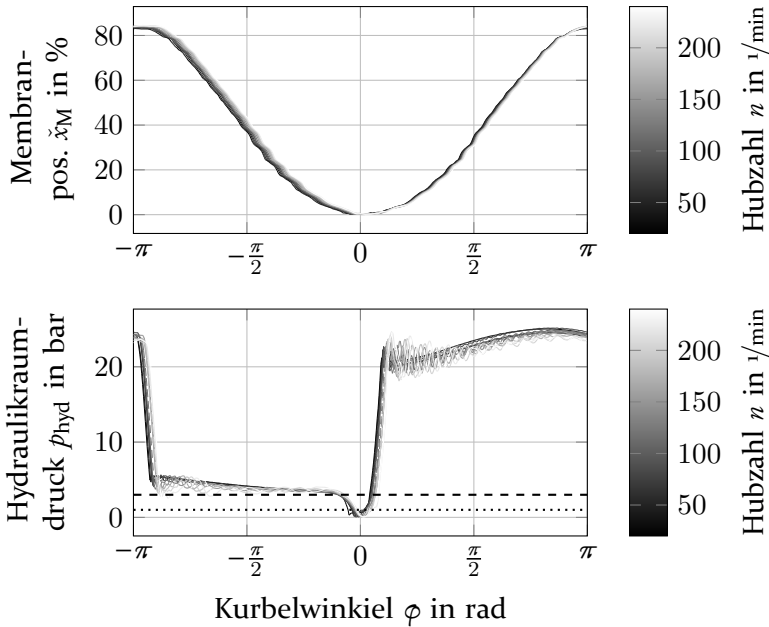


Abbildung 2.33: Membranposition, Membrandifferenzdruck und Hydraulikraumdruck der MVP für verschiedene Hubzahlen über die Zeit. Gestrichelt ist der Saugdruck p_S , gepunktet der Umgebungsdruck p_0 eingezeichnet.

Tabelle 2.5: Parameter der Hubfrequenzseriemessung aus Abbildung 2.33 und 2.34.

Parameter	Wert
p_S	3 bar
p_F	20 bar
\hat{h}	55 mm
ϑ	40 °C

Die Membranposition beschreibt in etwa einen sinusförmigen Verlauf. Da die Membran eine balgähnliche Form besitzt, ist es nachvollziehbar, dass die Membranposition stark mit der Kolbenposition korreliert. Die als Oberschwung auftretenden Fragmente könnten von der Regelung des Pumpenmotors, als auch von minimalen Fehlern im Sichtglas stammen. Ein strömungsbedingter Effekt ist auszuschließen, da der Effekt sehr stabil über mehrere Hübe und unterschiedliche Hubfrequenzen auftritt. Ein Strömungseffekt müsste zu variierenden Ergebnissen führen.

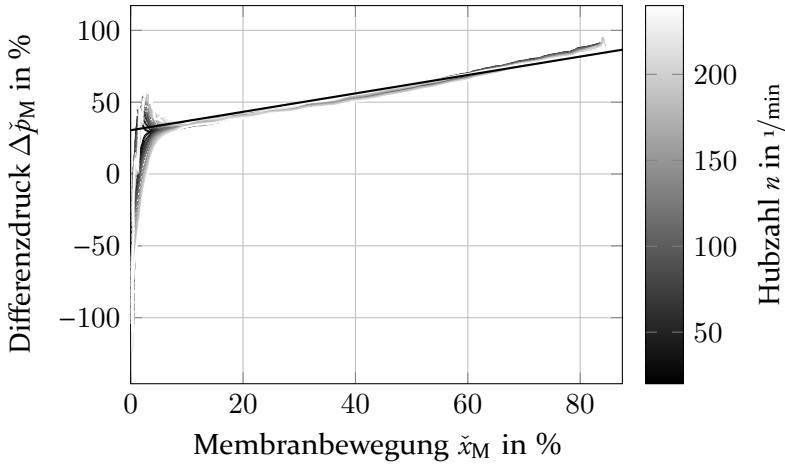


Abbildung 2.34: Indikatorgramm der Membran für verschiedene Hubzahlen mit eingezeichneter theoretischer Federkennlinie der Membranvorspannung (schwarz), mit dem Förderdruck $p_F = 20$ bar und dem Saugdruck $p_S = 3$ bar.

2.3.1 Membrankraft

Abbildung 2.34 zeigt, passend zur Abbildung 2.33, das Indikatorgramm der Membran. Dargestellt ist die Abhängigkeit vom Differenzdruck zwischen dem Produkt- und dem Hydraulikraum von der Stoßelposition. Gerade bei MVPs mit Membranvorspannung ist dieses Diagramm sehr aussagekräftig, da es von der Federsteifigkeit der Vorspannfeder dominiert wird. Die eingezeichnete schwarze Linie repräsentiert diese idealisierte Federsteifigkeit. Bei näherer Betrachtung fällt auf, dass diese ideale Linie nicht eingehalten wird. Hier ist unter anderem die leicht zunehmende Federsteifigkeit der Feder mit der Auslenkung und der Einfluss der Membran zu nennen.

Zudem ist die Leckergängung am Ende des Saughubes gut zu erkennen. Der Druck fällt kurzzeitig unter den Umgebungsdruck ab. Da sich in diesem Bereich die Membran nicht bis kaum bewegt, ist dieser Leckergängungsvorgang nur sehr schmal ausgeprägt und bildet so zusammen mit der Federsteifigkeit die charakteristische L-Form. Nach der Leckergängung ist ein Überschwingen des Differenzdruckes über die Federsteifigkeit zu erkennen. Dieser Überschwinger ist stark hubfrequenzabhängig und lässt sich durch die Beschleunigung beim Starten der Membran erklären. Beginnt der Förderhub, wird zunächst nur die Elastizität des Systems in der Komprimierungsphase überwunden. Während dieser Phase findet keine Förderung statt. Die Membran

2 Aufbau und Funktion der Membranverdrängerpumpe

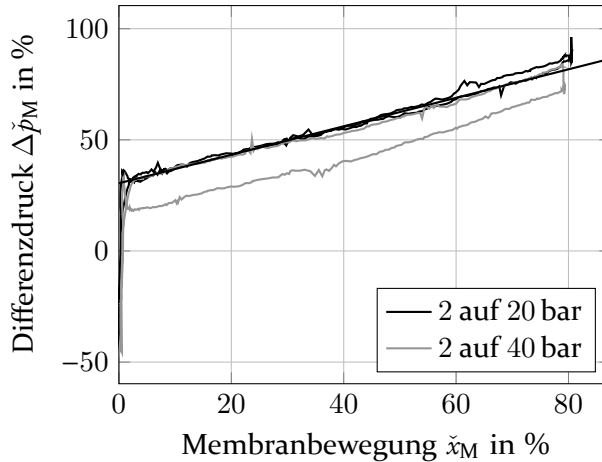


Abbildung 2.35: Indikatorgramm der Membran in Abhängigkeit vom Druck bei einer sehr niedrigen Hubzahl $n = 6,0 \text{ 1/min}$ zur Eliminierung der dynamischen Effekte. Schwarz ist die vereinfachte Federkennlinie eingezeichnet.

sollte sich kaum bewegen. Ist der Förderdruck erreicht, öffnet sich das Auslassventil und die eigentliche Förderung beginnt. Nun wird die Membran deutlich beschleunigt, da diese nun die Geschwindigkeitsdifferenz des Phasenschnitts überwinden muss. Diese Beschleunigung äußert sich durch einen leichten Druckanstieg zu Beginn der Förderphase, also der Bewegung der Membran. Je höher die Hubfrequenz desto stärker muss die Beschleunigung und somit die Druckerhöhung sein.

2.3.2 Membranhysterese

Die Membran wird bei einer verbauten Membranvorspannung durch eine Feder künstlich unter Last gesetzt. Dies hat zur Folge, dass sich der Druck im Produkt- vom Hydraulikraum um diesen Anteil unterscheidet. Betrachtet man den Differenzdruck zwischen Hydraulik- und Produktraum, so fällt auf, dass es zu einer Hysterese zwischen Förder- und Saughub kommt.

In Abbildung 2.35 wurde das System bewusst sehr langsam mit einer Hubzahl von $n = 6 \text{ 1/min}$ gefahren, um die geschwindigkeitsabhängigen Effekte weitestgehend zu minimieren. Es wurde ein Fördervorgang vom Saugdruck $p_S = 2 \text{ bar}$ auf den Förderdruck $p_F = 20 \text{ bar}$ und $p_F = 40 \text{ bar}$ aufgezeichnet. Die Saugphase verhält sich bei allen drei Versuchen identisch. Lediglich am Ende ist der unterschiedliche volumetrische Wirkungsgrad zu erkennen. Je

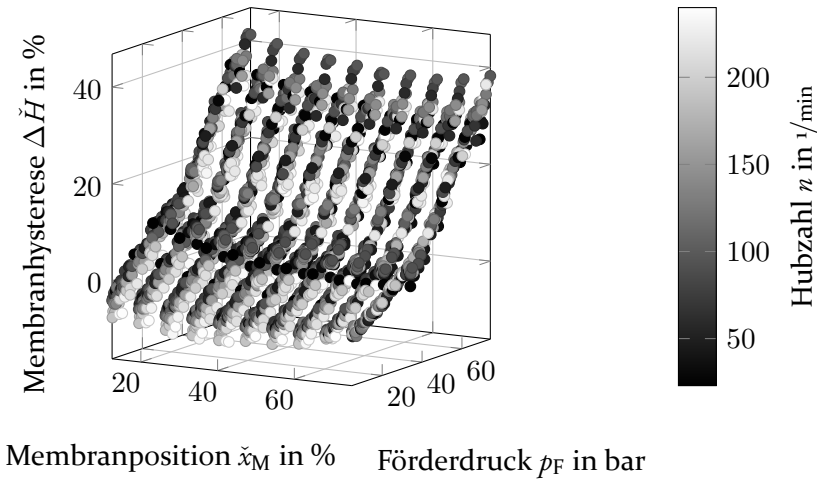


Abbildung 2.36: Gemessene Membranhysterese an verschiedenen Membranpositionen in Abhängigkeit vom Förderdruck und der Hubzahl des Datensatzes 250.

höher der Druck ist, desto geringer ist dieser. Es wird immer mehr Hub für die Überwindung der Elastizität benötigt um den entsprechenden Förderdruck zu erreichen. Dies bedeutet gleichzeitig, dass die effektive Bewegung der Membran auch immer kleiner wird.

Abbildung 2.36 zeigt die ausgewertete Druckdifferenz zwischen Förder- und Saughub $\Delta\check{H}$ an mehreren Punkten der Membranbewegung \check{x}_M . Als Datengrundlage dient die 250-Punkte Messung. Die Membranhysterese $\Delta\check{H}$ ist vor allem abhängig vom Förderdruck p_F . Zudem ist zu erkennen, dass die Membranhysterese nicht an allen Punkten \check{x}_M gleich stark ausgebildet ist. Die Hubzahl hat einen eher peripheren Einfluss auf die Membranhysterese. Es zeigte sich, dass folgendes Modell eine gute Abbildung der Membranhysterese erlaubt:

$$\Delta\check{H} \approx \Theta_0 + \Theta_1 \check{x}_M + \Theta_2 \check{x}_M^2 + \Theta_3 p_F + \Theta_4 p_F^2 + \Theta_5 n = \Delta\check{H} \quad (2.107)$$

Tabelle 2.6 zeigt die Parameter für das Modell (2.107). Eine signifikante Abhängigkeit vom Saugdruck p_S konnte nicht festgestellt werden. Dies bestätigt die Erwartungen aus Abbildung 2.35. Abbildung 2.37 zeigt den zugehörigen Korrelationsplot. Grundsätzlich scheint der Fehler gleichmäßig verteilt.

Das Modell (2.107) legt nahe, dass die Membranhysterese eine deutliche Abhängigkeit bezüglich der Membranposition zeigt. Abbildung 2.38 zeigt die

Tabelle 2.6: Ergebnis der $\Delta\check{H}$ -Regression bzgl. der Hypothese (2.107).

Parameter	Wert
Regressionsparameter Θ_0	$-812,3 \cdot 10^{-3} \%$
p -Wert für Θ_0	7,95 %
Standardfehler $\sigma(\Theta_0)$	$462,7 \cdot 10^{-3} \%$
Regressionsparameter Θ_1	$281,6 \cdot 10^{-3} \%/%$
p -Wert für Θ_1	0,0 %
Standardfehler $\sigma(\Theta_1)$	$18,44 \cdot 10^{-3} \%/%$
Regressionsparameter Θ_2	$-2,558 \cdot 10^{-3} 1/\%$
p -Wert für Θ_2	0,0 %
Standardfehler $\sigma(\Theta_2)$	$205,0 \cdot 10^{-6} 1/\%$
Regressionsparameter Θ_3	$-178,6 \cdot 10^{-3} \%/bar$
p -Wert für Θ_3	0,0 %
Standardfehler $\sigma(\Theta_3)$	$16,05 \cdot 10^{-3} \%/bar$
Regressionsparameter Θ_4	$-5,919 \cdot 10^{-3} \%/bar^2$
p -Wert für Θ_4	0,0 %
Standardfehler $\sigma(\Theta_4)$	$209,3 \cdot 10^{-6} \%/bar^2$
Regressionsparameter Θ_5	$12,53 \cdot 10^{-3} \% \text{ min}$
p -Wert für Θ_5	0,0 %
Standardfehler $\sigma(\Theta_5)$	$1,207 \cdot 10^{-3} \% \text{ min}$
angepasstes Bestimmtheitsmaß R_{adj}^2	98,31 %
RMS	1,607 %
Bias-Parameter λ	0

Abhängigkeit zwischen Membrandifferenzdruck Δp_M und der Membranposition \check{x}_M . Der Graph verdeutlicht das entstehende Problem, wenn man versuchen würde aus dem Membrandifferenzdruck die Membranposition \check{x}_M bestimmen zu wollen. Zunächst müsste der Anteil der Membranhysterese $\Delta\check{H}$ im Membrandifferenzdruck Δp_M ermittelt werden. Die Membranhysterese $\Delta\check{H}$ ist selbst jedoch von der Membranposition \check{x}_M abhängig. Davon ausgehend, dass sich die Membranhysterese aus zwei eindeutigen Modellen für die Saug- und Förderphase abbilden lässt, kann die Membranposition abhängig von der Bewegungsrichtung mit dem entsprechenden Modell approximiert werden.

Das Auftreten der Membranhysterese $\Delta\check{H}$ zeigt, dass aus der Sicht der Membran Vorwärts- und Rückwärtsbewegung nicht identisch sind. Eine erste Vermutung bezüglich des Grundes ist im Unterschied zwischen Saug- p_S und

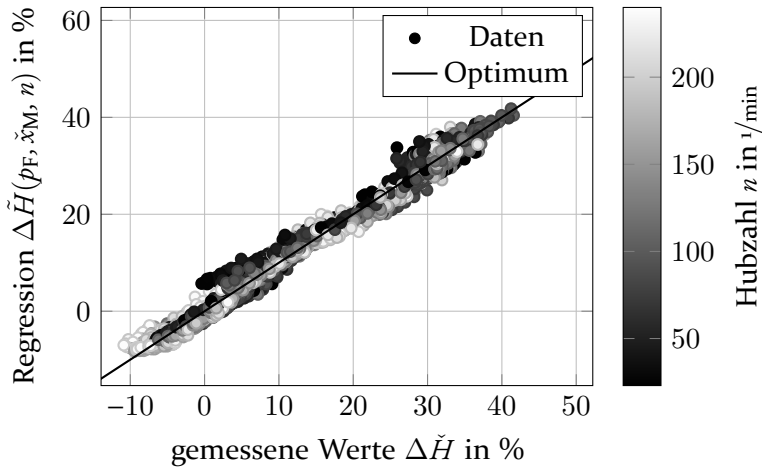


Abbildung 2.37: Korrelationsplot der Membranhysterese-Regression mit einem angepassten Bestimmtheitsmaß vom $R^2_{adj} = 98\%$.

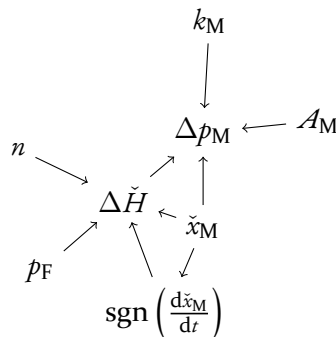


Abbildung 2.38: Abhängigkeitsgraph zwischen Membrandifferenzdruck Δp_M und der Membranposition \check{x}_M und den damit direkt verbundenen Parametern. Die Federsteifigkeit k_M und die Fläche A_M der Membran, wie auch die Hysterese $\Delta \check{H}$ und die Membranposition \check{x}_M einen Einfluss auf den Membrandifferenzdruck Δp_M . Die Hysterese $\Delta \check{H}$ wiederum ist von der Membranposition \check{x}_M , der Bewegungsrichtung der Membran $\text{sgn}\left(\frac{d\check{x}_M}{dt}\right)$, dem Förderdruck p_F und der Hubzahl n abhängig.

Förderdruck p_F zu vermuten. Eine differenzierte Betrachtung des Membrandifferenzdrucks Δp_M für Saug- und Förderphase zeigt die Unabhängigkeit beider Zusammenhänge.

2 Aufbau und Funktion der Membranverdrängerpumpe

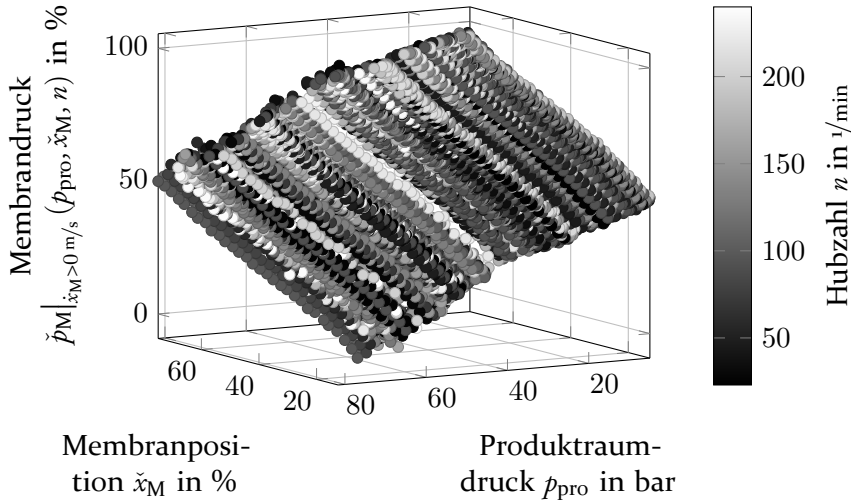


Abbildung 2.39: Membrandifferenzdruck während der Förderphase an verschiedenen Membranpositionen in Abhängigkeit vom Produktdruck und der Hubzahl des Datensatzes 250.

Förderphase

Abbildung 2.39 zeigt die Abhängigkeit des Membrandifferenzdrucks Δp_M während der Förderphase vom Produktraumdruck p_{pro} , der Membranposition \tilde{x}_M und der Hubzahl n . Zu beachten ist, dass der Anteil durch die Membranspannung nicht herausgerechnet wurde. Der Zusammenhang ähnelt einer Ebene im Raum, wobei kein näherer Zusammenhang zur Hubzahl n erkennbar ist. Es scheint eine Art „Knick“ im Bereich von $p_F \in \{p | 40 \text{ bar} < p < 50 \text{ bar}\}$ zu geben. Das Abflachen der Steigung hin zu niedrigeren Drücken wird quadratisch approximiert. Folgende Gleichung dient als Hypothese für die Regression:

$$\Delta p_M|_{\dot{x}_M > 0 \text{ m/s}} \approx \Theta_0 + \Theta_1 \tilde{x}_M + \Theta_2 \tilde{x}_M^2 + \Theta_3 p_{\text{pro}} + \Theta_4 p_{\text{pro}}^2 = \Delta \tilde{p}_M|_{\dot{x}_M > 0 \text{ m/s}} \quad (2.108)$$

Tabelle 2.7 zeigt die optimierten Regressionsparameter. Das angepasste Bestimmtheitsmaß $R_{\text{adj}}^2 = 98,85\%$ zeigt eine gute Adaption der Messwerte durch die Regression. Es zeigt sich, dass der Knick bezüglich der Druckabhängigkeit sich gut durch ein Polynom zweiten Grades abbilden lässt.

Abbildung 2.40 zeigt den zugehörigen Korrelationsplot zu Modell (2.108). Äquivalent zu Abbildung 2.39 ist hier keine Abhängigkeit zur Hubzahl n

Tabelle 2.7: Ergebnis der $\Delta\tilde{p}_M|_{\dot{x}_M>0\text{ m/s}}$ -Regression bezüglich der Hypothese (2.108).

Parameter	Wert
Regressionsparameter Θ_0	40,39 %
p -Wert für Θ_0	0,0 %
Standardfehler $\sigma(\Theta_0)$	$356,5 \cdot 10^{-3}$ %
Regressionsparameter Θ_1	$846,8 \cdot 10^{-3}$ %/%
p -Wert für Θ_1	0,0 %
Standardfehler $\sigma(\Theta_1)$	$15,45 \cdot 10^{-3}$ %/%
Regressionsparameter Θ_2	$-1,281 \cdot 10^{-3}$ 1/%
p -Wert für Θ_2	0,0 %
Standardfehler $\sigma(\Theta_2)$	$173,8 \cdot 10^{-6}$ 1/%
Regressionsparameter Θ_3	$-230,4 \cdot 10^{-3}$ %/bar
p -Wert für Θ_3	0,0 %
Standardfehler $\sigma(\Theta_3)$	$10,97 \cdot 10^{-3}$ %/bar
Regressionsparameter Θ_4	$-4,875 \cdot 10^{-3}$ %/bar ²
p -Wert für Θ_4	0,0 %
Standardfehler $\sigma(\Theta_4)$	$132,8 \cdot 10^{-6}$ %/bar ²
angepasstes Bestimmtheitsmaß R_{adj}^2	98,85 %
RMS	2,075 %
Bias-Parameter λ	0

festzustellen. Der Korrelationsplot entspricht der Erwartung bezüglich des angepassten Bestimmtheitsmaßes R_{adj}^2 . Die Hypothese (2.108) kann umgeformt werden, so dass aus den Werten des Membrandifferenzdrucks Δp_M und dem Produktraumdruck p_{pro} die Position der Membran im Förderhub $\tilde{x}_M|_{\dot{x}_M>0\text{ m/s}}$ bestimmt werden. Hierbei muss beachtet werden, dass das Lösen einer quadratischen Gleichung zu einem zweideutigen Ergebnis führen kann. Für die Messdaten des Datensatzes 250 lag immer eine Wert deutlich außerhalb des möglichen Bereichs.

$$\tilde{x}_M|_{\dot{x}_M>0\text{ m/s}} = \frac{-\underbrace{\Theta_1}_{\beta} \pm \sqrt{\underbrace{\Theta_1^2 - 4\Theta_2\gamma}_{\delta}}}{2 \underbrace{\Theta_2}_{\alpha}} \quad (2.109)$$

2 Aufbau und Funktion der Membranverdrängerpumpe

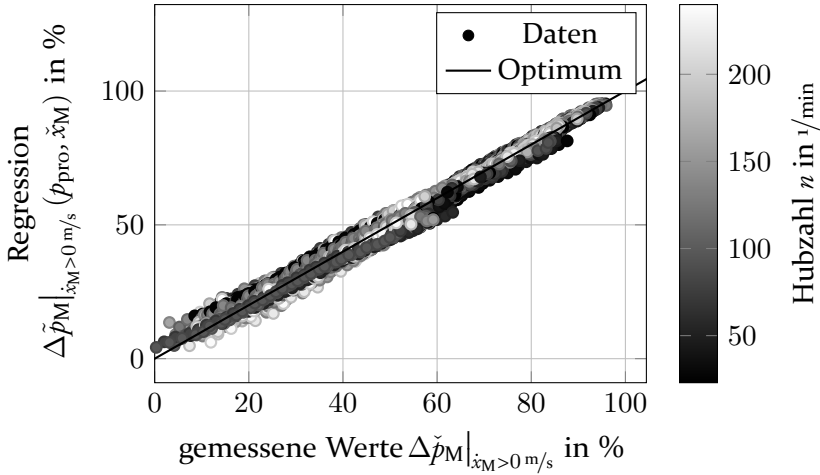


Abbildung 2.40: Korrelationsplot der $\Delta\tilde{p}_M|_{\dot{x}_M>0 \text{ m/s}}$ -Regression mit einem angepassten Bestimmtheitsmaß vom $R_{adj}^2 = 99\%$.

mit

$$\gamma = \Theta_0 + \Theta_3 p_{\text{pro}} + \Theta_4 p_{\text{pro}}^2 - \Delta\tilde{p}_M|_{\dot{x}_M>0 \text{ m/s}} \quad (2.110)$$

Von entscheidender Bedeutung ist die mögliche Genauigkeit $\Delta\tilde{x}_M|_{\text{Reg}}$ mit der die Membranposition \tilde{x}_M bestimmt werden kann. Es wird davon ausgegangen, dass die Abweichungen relativ gering sind im Verhältnis zu den eigentlichen Werten, so dass eine lineare Betrachtung durchgeführt werden kann [HS15, Abschnitt 3.4.3]. Für die Genauigkeit der Membranposition $\Delta\tilde{x}_M|_{\text{Reg}}$ gilt basierend auf der Gleichung (2.109):

$$\Delta\tilde{x}_M|_{\text{Reg}} \approx \sqrt{\left(\frac{\partial\tilde{x}_M}{\partial\Delta\tilde{p}_M|_{\text{Reg}}} \Delta\Delta\tilde{p}_M\right)^2 + \sum_{i=1}^{N(\Theta)} \left(\frac{\partial\tilde{x}_M}{\partial\Theta_i} \Delta\Theta_i\right)^2} \quad (2.111)$$

Bezogen auf die Gleichung (2.109) ergibt die Betrachtung (2.111) folgende Summanden:

$$\frac{\partial\tilde{x}_M|_{\dot{x}_M>0 \text{ m/s}}}{\partial\Theta_0} \Delta\Theta_0 = \mp \frac{1}{\sqrt{\delta}} \Delta\Theta_0 \quad (2.112)$$

$$\frac{\partial \tilde{x}_M|_{\dot{x}_M > 0 \text{ m/s}}}{\partial \Theta_1} \Delta \Theta_1 = \frac{\pm \frac{\Theta_1}{\sqrt{\delta}} - 1}{2\Theta_2} \Delta \Theta_1 \quad (2.113)$$

$$\frac{\partial \tilde{x}_M|_{\dot{x}_M > 0 \text{ m/s}}}{\partial \Theta_2} \Delta \Theta_2 = \left(\frac{\gamma}{\Theta_2 \sqrt{\delta}} \mp \frac{\sqrt{\delta} - \Theta_1}{2\Theta_2^2} \right) \Delta \Theta_2 \quad (2.114)$$

$$\frac{\partial \tilde{x}_M|_{\dot{x}_M > 0 \text{ m/s}}}{\partial \Theta_3} \Delta \Theta_3 = \mp \frac{p_{\text{pro}}}{\sqrt{\delta}} \Delta \Theta_3 \quad (2.115)$$

$$\frac{\partial \tilde{x}_M|_{\dot{x}_M > 0 \text{ m/s}}}{\partial \Theta_4} \Delta \Theta_4 = \mp \frac{p_{\text{pro}}^2}{\sqrt{\delta}} \Delta \Theta_4 \quad (2.116)$$

$$\frac{\partial \tilde{x}_M|_{\dot{x}_M > 0 \text{ m/s}}}{\partial \Delta \tilde{p}_M|_{\dot{x}_M > 0 \text{ m/s}}} \Delta \Delta \tilde{p}_M|_{\dot{x}_M > 0 \text{ m/s}} = \pm \frac{1}{\sqrt{\delta}} \Delta \Delta \tilde{p}_M|_{\dot{x}_M > 0 \text{ m/s}} \quad (2.117)$$

Die Gleichungen (2.112) bis (2.117) beschreiben die einzelnen Summanden der Fehlerabschätzung durch die Regression selbst. Dies ist ein statischer Fehler, da dieser sich nicht verändert, unter der Voraussetzung, dass sich das Membranverhalten nicht ändert. Zu beachten ist, dass die Angabe der Abweichungen in den Gleichungen (2.112) bis (2.117) aus der Tabelle 2.7 stammen und Standardabweichungen bzw. der RMS-Wert der Regression darstellen (ein RMS-Wert ist mit der Standardabweichung identisch, wenn es keinen Offsetfehler $E(\gamma - \tilde{\gamma}) \approx 0$ gibt). Diese Werte müssen demnach immer im Kontext eines Vertrauensintervalls $x_{\text{zul.}} \in [x_u, x_o]$ betrachtet werden, also der Wahrscheinlichkeit, dass es zu keinem Ausreißer aus dem Intervall kommt. Hierbei sind übliche Werte $P(x_u \leq x \leq x_o) \geq 1 - 0,1 \dots 5\%$. Diesem statischen Fehler steht die zufällige Abweichung durch die Messfehler der Sensoren gegenüber. Die Abweichungen der Regression gehen hier nicht mit ein. Für den statistischen Fehler in der Förderphase gilt:

$$\Delta_{\text{Mess.}} \tilde{x}_M|_{\dot{x}_M > 0 \text{ m/s}} \approx \left(\left(\frac{\partial \tilde{x}_M|_{\dot{x}_M > 0 \text{ m/s}}}{\partial \Delta \tilde{p}_M|_{\dot{x}_M > 0 \text{ m/s}}} \Delta_{\text{Mess.}} \Delta p_M \right)^2 + \left(\frac{\partial \tilde{x}_M|_{\dot{x}_M > 0 \text{ m/s}}}{\partial p_{\text{pro}}} \Delta p_{\text{pro}} \right)^2 \right)^{\frac{1}{2}} \quad (2.118)$$

Für die Summanden gilt im Detail:

$$\frac{\partial \tilde{x}_M|_{\dot{x}_M > 0 \text{ m/s}}}{\partial p_{\text{pro}}} \Delta p_{\text{pro}} = \mp \frac{2\Theta_4 p_{\text{pro}} + \Theta_3}{\sqrt{\delta}} \quad (2.119)$$

2 Aufbau und Funktion der Membranverdrängerpumpe

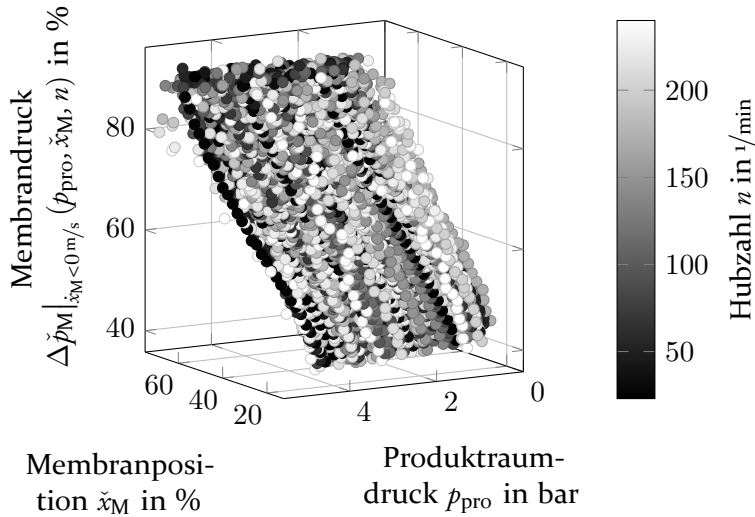


Abbildung 2.41: Membrandifferenzdruck während der Saugphase an verschiedenen Membranpositionen in Abhängigkeit vom Produktdruck und der Hubzahl des Datensatzes 250.

$$\frac{\partial \tilde{x}_M |_{\dot{x}_M > 0 \text{ m/s}}}{\partial \Delta \tilde{p}_M |_{\dot{x}_M > 0 \text{ m/s}}} \Delta \Delta p_M = \pm \frac{1}{\sqrt{\delta_{\text{Mess.}}}} \Delta \Delta p_M \quad (2.120)$$

Saugphase

Betrachtet man entsprechend zur Förderphase in Abbildung 2.39 den Membrandifferenzdruck Δp_M in der Saugphase in Abhängigkeit zum Produktraumdruck p_{pro} , der Membranposition \tilde{x}_M und der Hubzahl n , so zeigt sich in Abbildung 2.41 eine deutlich geringere Abhängigkeit vom Produktraumdruck p_{pro} gegenüber der Förderphase. Darüber hinaus ist die zu erwartende Abhängigkeit gegenüber der Membranposition \tilde{x}_M zu sehen. Entgegen zur Förderphase besitzt der Membrandifferenzdruck Δp_M in der Saugphase eine geringfügige Abhängigkeit gegenüber der Hubzahl n .

Die Hypothese für die Saugphase (2.121) ist an die Hypothese der Förderphase (2.108) angelehnt und um das abweichende Verhalten abgeändert. So kommt anstatt eines quadratischen Einflusses des Produktraumdruck p_{pro}^2 die Hubzahl n linear vor. Tabelle 2.8 zeigt das Ergebnis der Parameteroptimierung für die Hypothese (2.121). Das angepasste Bestimmtheitsmaß $R_{\text{adj}}^2 = 98,83\%$ zeigt eine gute Abbildung der Daten durch die Hypothese (2.121).

Tabelle 2.8: Ergebnis der $\Delta p_M|_{\dot{x}_M < 0 \text{ m/s}}$ -Regression bezüglich der Hypothese (2.121).

Parameter	Wert
Regressionsparameter Θ_0	40,95 %
p -Wert für Θ_0	0,0 %
Standardfehler $\sigma(\Theta_0)$	$228,1 \cdot 10^{-3} \%$
Regressionsparameter Θ_1	$536,5 \cdot 10^{-3} \%/%$
p -Wert für Θ_1	0,0 %
Standardfehler $\sigma(\Theta_1)$	$9,994 \cdot 10^{-3} \%/%$
Regressionsparameter Θ_2	$1,325 \cdot 10^{-3} 1/\%$
p -Wert für Θ_2	0,0 %
Standardfehler $\sigma(\Theta_2)$	$112,3 \cdot 10^{-6} 1/\%$
Regressionsparameter Θ_3	$-321,1 \cdot 10^{-3} \%/bar$
p -Wert für Θ_3	0,0 %
Standardfehler $\sigma(\Theta_3)$	$31,42 \cdot 10^{-3} \%/bar$
Regressionsparameter Θ_4	$-10,45 \cdot 10^{-3} \% \text{ min}$
p -Wert für Θ_4	0,0 %
Standardfehler $\sigma(\Theta_4)$	$565,1 \cdot 10^{-6} \% \text{ min}$
angepasstes Bestimmtheitsmaß R_{adj}^2	98,83 %
RMS	1,358 %
Bias-Parameter λ	0

$$\Delta p_M|_{\dot{x}_M < 0 \text{ m/s}} \approx \Theta_0 + \Theta_1 \check{x}_M + \Theta_2 \check{x}_M^2 + \Theta_3 p_{\text{pro}} + \Theta_4 n \quad (2.121)$$

Abbildung 2.42 zeigt den Korrelationsplot der Hypothese (2.121). Wie zu erwarten gibt es kaum eine Abweichung, lediglich ein Rauschen, welches die Hypothese nicht abbilden kann. Es ist keine Abhängigkeit der Abweichungen ersichtlich. Besonders interessant ist die Diskrepanz zwischen Saug- und Förderphase, auch gerade weil beide Verläufe scheinbar unterschiedliche Abhängigkeiten besitzen. So ist die Förderphase statistisch nicht signifikant von der Hubzahl n abhängig. Die Saugphase hingegen fittet spürbar besser mit berücksichtigter Hubzahl n . Dafür zeigt bei der Saugphase der quadratische Produktraumdruck p_{pro}^2 keine statistisch signifikante Verbesserung. Es gilt

2 Aufbau und Funktion der Membranverdrängerpumpe

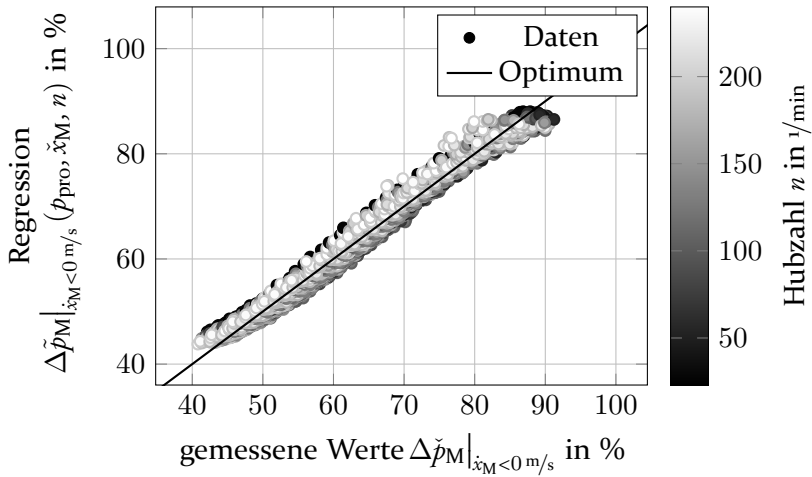


Abbildung 2.42: Korrelationsplot der $\Delta\tilde{p}_M|_{\dot{x}_M < 0 \text{ m/s}}$ -Regression mit einem angepassten Bestimmtheitsmaß von $R_{adj}^2 = 99\%$.

nach Gleichung (2.121):

$$\tilde{x}_M|_{\dot{x}_M < 0 \text{ m/s}} = \frac{-\underbrace{\Theta_1}_{\beta} \pm \sqrt{\underbrace{\Theta_1^2 - 4\Theta_2\gamma}_{\delta}}}{2 \underbrace{\Theta_2}_{\alpha}} \quad (2.122)$$

mit

$$\gamma = \Theta_0 + \Theta_3 p_{\text{pro}} + \Theta_4 n - \Delta\tilde{p}_M|_{\dot{x}_M < 0 \text{ m/s}} \quad (2.123)$$

Aus der Gleichung (2.122) ergibt sich zusammen mit (2.111):

$$\frac{\partial \tilde{x}_M|_{\dot{x}_M < 0 \text{ m/s}}}{\partial \Theta_0} \Delta\Theta_0 = \mp \frac{1}{\sqrt{\delta}} \Delta\Theta_0 \quad (2.124)$$

$$\frac{\partial \tilde{x}_M|_{\dot{x}_M < 0 \text{ m/s}}}{\partial \Theta_1} \Delta\Theta_1 = \frac{\pm \frac{\Theta_1}{\sqrt{\delta}} - 1}{2\Theta_2} \Delta\Theta_1 \quad (2.125)$$

$$\frac{\partial \tilde{x}_M|_{\dot{x}_M < 0 \text{ m/s}}}{\partial \Theta_2} \Delta \Theta_2 = \left(\frac{\gamma}{\Theta_2 \sqrt{\delta}} \mp \frac{\sqrt{\delta} - \Theta_1}{2\Theta_2^2} \right) \Delta \Theta_2 \quad (2.126)$$

$$\frac{\partial \tilde{x}_M|_{\dot{x}_M < 0 \text{ m/s}}}{\partial \Theta_3} \Delta \Theta_3 = \mp \frac{p_{\text{pro}}}{\sqrt{\delta}} \Delta \Theta_3 \quad (2.127)$$

$$\frac{\partial \tilde{x}_M|_{\dot{x}_M < 0 \text{ m/s}}}{\partial \Theta_4} \Delta \Theta_4 = \mp \frac{n}{\sqrt{\delta}} \Delta \Theta_4 \quad (2.128)$$

$$\frac{\partial \tilde{x}_M|_{\dot{x}_M < 0 \text{ m/s}}}{\partial \Delta p_M|_{\dot{x}_M < 0 \text{ m/s}}} \Delta \Delta \tilde{p}_M|_{\dot{x}_M < 0 \text{ m/s}}^{\text{Reg.}} = \pm \frac{1}{\sqrt{\delta}} \Delta \Delta \tilde{p}_M|_{\dot{x}_M < 0 \text{ m/s}}^{\text{Reg.}} \quad (2.129)$$

Wie auch bei der Förderphase repräsentieren die Summanden (2.124) bis (2.129) nur den statischen Teil der Abweichung durch die Regression. Für den statistischen Messfehler, welcher dynamisch auftritt, gilt:

$$\begin{aligned} \Delta_{\text{Mess.}} \tilde{x}_M|_{\dot{x}_M < 0 \text{ m/s}} &\approx \left(\left(\frac{\partial \tilde{x}_M|_{\dot{x}_M < 0 \text{ m/s}}}{\partial \Delta \tilde{p}_M|_{\dot{x}_M < 0 \text{ m/s}}} \Delta_{\text{Mess.}} \Delta p_M \right)^2 \right. \\ &\quad + \left(\frac{\partial \tilde{x}_M|_{\dot{x}_M < 0 \text{ m/s}}}{\partial p_{\text{pro}}} \Delta p_{\text{pro}} \right)^2 \\ &\quad \left. + \left(\frac{\partial \tilde{x}_M|_{\dot{x}_M < 0 \text{ m/s}}}{\partial n} \Delta n \right)^2 \right)^{\frac{1}{2}} \end{aligned} \quad (2.130)$$

Die Summanden der Gleichung (2.130) ergeben sich mit Gleichung (2.122) zu:

$$\frac{\partial \tilde{x}_M|_{\dot{x}_M < 0 \text{ m/s}}}{\partial p_{\text{pro}}} \Delta p_{\text{pro}} = \mp \frac{\Theta_3}{\sqrt{\delta}} \Delta p_{\text{pro}} \quad (2.131)$$

$$\frac{\partial \tilde{x}_M|_{\dot{x}_M < 0 \text{ m/s}}}{\partial n} \Delta n = \mp \frac{\Theta_4}{\sqrt{\delta}} \Delta n \quad (2.132)$$

$$\frac{\partial \tilde{x}_M|_{\dot{x}_M < 0 \text{ m/s}}}{\partial \Delta \tilde{p}_M|_{\dot{x}_M > 0 \text{ m/s}}} \Delta \Delta \tilde{p}_M = \pm \frac{1}{\sqrt{\delta}} \Delta \Delta \tilde{p}_M \quad (2.133)$$

Tabelle 2.9: Verteilung der untersuchten Parameter der Monte-Carlo-Simulation für die Fehlerabschätzung der Membranpositionsbestimmung.

Wert	Verteilung
Δp_M	$\mathcal{U}(0\%, 140\%)$
p_{pro}	$\mathcal{U}(0 \text{ bar}, 50 \text{ bar})$
n	$\mathcal{U}(20 \text{ 1/min}, 240 \text{ 1/min})$

Tabelle 2.10: Angenommene Messfehler für die Monte-Carlo-Simulation zur Fehlerabschätzung der Membranpositionsbestimmung.

Wert	Messabweichung
$\Delta_{\text{Mess.}} \Delta p_M$	$0,35\sqrt{2}\%$
Δp_{pro}	10 mbar
Δn	$1 \cdot 10^{-3} \text{ 1/min}$

Da Gleichung (2.122), im Vergleich zu Gleichung (2.109), zusätzlich von der Hubzahl n abhängig ist, kommt dieser Summand hier hinzu.

Fehlerabschätzung der Positionsdetektion mit Hilfe der Hysterese

Um eine quantitative Abschätzung der Größe der Abweichungen zu erhalten, wurde eine Monte-Carlo-Simulation bezüglich der Gleichungen (2.109) und (2.122) erstellt. Hierbei wurden die Verteilungen nach Tabelle 2.9 für die Parameter verwendet. Insgesamt wurden $N = 10^5$ Fälle betrachtet. Des Weiteren wurden für die Messfehler der Sensoren die Werte aus Tabelle 2.10 angenommen.

Abbildung 2.43 zeigt die Histogramme für die statische und dynamische Abweichung für jeweils Saug- und Förderphase. Tabelle 2.11 zeigt die zugehörigen Mittel- und Maximalwerte. Zunächst fällt auf, dass die statischen Abweichungen um ein Vielfaches größer sind. Dabei zeigt sich, dass die zu erwartende Abweichung (bezogen auf die Standardabweichung $P(x_u \leq x \leq x_o) \approx 68,3\%$) so groß ist, dass diese nicht geeignet ist, um die Membranlage sicher im Pumpenkopf zu bestimmen. Es ist zu erwarten, dass eine Abweichung von mehreren Millimetern auftritt. Eine Kalibrierung der Position zur Bestimmung der statischen Abweichung ist unabdingbar. Die dynamische Abweichung durch die Messfehler wird nach Tabelle 2.12 vorwiegend durch die Genauigkeit der Druckmessung $\Delta_{\text{Mess.}} \Delta p_M$ bestimmt.

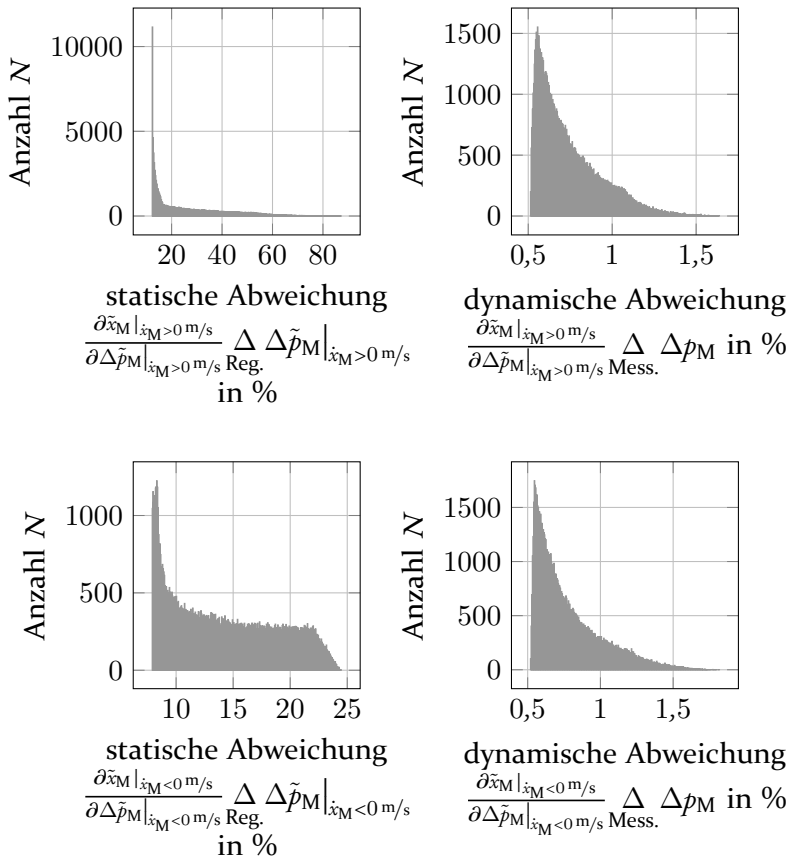


Abbildung 2.43: Verteilungen der dynamischen und statischen Fehlerabschätzung bezüglich der Membranposition bestimmt aus dem Membrandifferenzdruck.

Tabelle 2.11: Ergebnis der Monte-Carlo-Simulation zur Fehlerabschätzung der Membranpositionsbestimmung.

Abweichung	mittlerer Wert	max. Wert
$\frac{\partial \tilde{x}_M _{\dot{x}_M > 0 \text{ m/s}}}{\partial \Delta \tilde{p}_M _{\dot{x}_M > 0 \text{ m/s Reg.}} \Delta \Delta \tilde{p}_M _{\dot{x}_M > 0 \text{ m/s}}$	≈ 25,8 %	≈ 87,5 %
$\frac{\partial \tilde{x}_M _{\dot{x}_M > 0 \text{ m/s}}}{\partial \Delta \tilde{p}_M _{\dot{x}_M > 0 \text{ m/s Mess.}} \Delta \Delta p_M$	≈ 0,75 %	≈ 1,69 %
$\frac{\partial \tilde{x}_M _{\dot{x}_M < 0 \text{ m/s}}}{\partial \Delta \tilde{p}_M _{\dot{x}_M < 0 \text{ m/s Reg.}} \Delta \Delta \tilde{p}_M _{\dot{x}_M < 0 \text{ m/s}}$	≈ 14,1 %	≈ 24,5 %
$\frac{\partial \tilde{x}_M _{\dot{x}_M < 0 \text{ m/s}}}{\partial \Delta \tilde{p}_M _{\dot{x}_M < 0 \text{ m/s Mess.}} \Delta \Delta p_M$	≈ 0,75 %	≈ 1,81 %

2 Aufbau und Funktion der Membranverdrängerpumpe

Tabelle 2.12: Einfluss der Sensorwerte auf die Abweichung der Membranpositionsbestimmung basierend auf der Monte-Carlo-Simulation.

Abweichung	Parameter		
	$\frac{\partial \tilde{x}_M}{\partial \Delta \tilde{p}_M} \Delta \Delta p_M$	$\frac{\partial \tilde{x}_M}{\partial p_{\text{pro}}} \Delta p_{\text{pro}}$	$\frac{\partial \tilde{x}_M}{\partial n} \Delta n$
$\Delta \tilde{x}_M _{\dot{x}_M > 0 \text{ m/s}}$ Mess.	$\approx 0,75 \%$	$\approx 7,25 \cdot 10^{-3} \%$	$0,0 \%$
$\Delta \tilde{x}_M _{\dot{x}_M < 0 \text{ m/s}}$ Mess.	$\approx 0,75 \%$	$\approx 5,06 \cdot 10^{-3} \%$	$\approx 0,05 \%$

$$\Delta \tilde{H} \approx \Delta \tilde{p}_M |_{\dot{x}_M > 0 \text{ m/s}} - \Delta \tilde{p}_M |_{\dot{x}_M < 0 \text{ m/s}} \quad (2.134)$$

$$\begin{aligned} \Delta \tilde{H} \approx & -0,56 \% + 310,3 \cdot 10^{-3} \% / \% \tilde{x}_M \\ & - 2,606 \cdot 10^{-3} \% / \% \tilde{x}_M^2 + 90,70 \cdot 10^{-3} \% / \text{bar } p_{\text{pro}} \\ & - 4,875 \cdot 10^{-3} \% / \text{bar}^2 p_{\text{pro}}^2 - 10,45 \cdot 10^{-3} \% \min n \end{aligned} \quad (2.135)$$

Gleichung (2.135) zeigt im Vergleich zu den Werten aus Tabelle 2.6 geringe Unterschiede, die so zu erwarten sind, da die Differenz zweier Regressionen nicht die Genauigkeit einer Regression der Differenz der Werte ergeben kann. Lediglich die Parameter für den Produktraumdruck p_{pro} weichen ab. Dies ist auch nachvollziehbar, da der Produktraumdruck $p_{\text{pro}} \neq p_F$ ungleich dem Förderdruck ist. Somit ist die Parametrisierung auch unterschiedlich. Für die Abbildung der Membranhysterese $\Delta \tilde{H}$ sollte die Hypothese (2.107) verwendet werden. Zur Bestimmung der Membranposition \tilde{x}_M die Hypothese (2.108) für die Förderphase und die Hypothese (2.121) für die Saugphase.

Das Auftreten der Membranhysterese $\Delta \tilde{H}$ erscheint zunächst nicht nachvollziehbar. Jedoch muss berücksichtigt werden, dass als Antagonist zur Membranvorspannfeder die Membran selbst und die Kraft in Folge der Druckdifferenz über die Membran wirkt. Diese ist alternierend mit dem Saug- p_S und Förderdruck p_F belastet. Die Membran selbst ist keine einfache Scheibe sondern eine weitestgehend rotationssymmetrische gewellte Ebene. Es ist davon auszugehen, dass die alternierende Druckbelastung einen Einfluss auf die Form der Wölbung oder auf die Interaktion der Lagen der Sandwichmembran hat. Beide Veränderungen würden zu einem veränderten Kräftegleichgewicht zwischen Feder, Membran und dem Differenzdruck zwischen Hydraulik- und Produktraum führen. Dieses veränderte Kräftegleichgewicht äußert sich direkt in

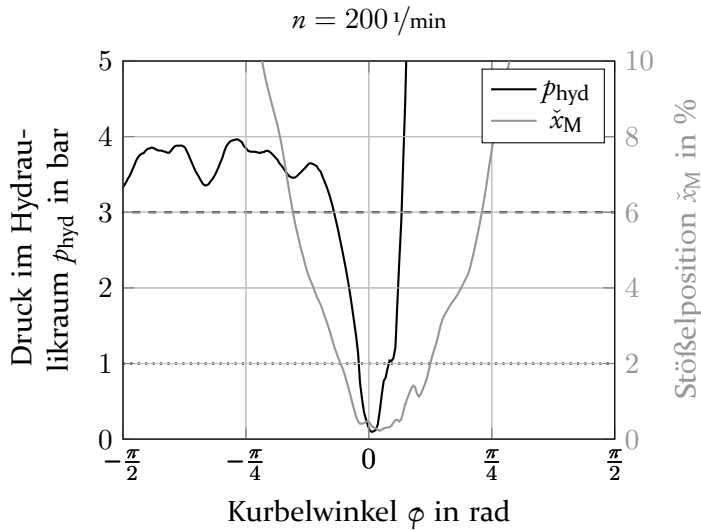


Abbildung 2.44: Detailverlauf des Hydraulikraumdrucks und Membranposition während der Leckergängung. Gepunktet ist der Umgebungsdruck p_0 , gestrichelt der Saugdruck p_s eingezeichnet.

dem gemessenen Differenzdruck über die Membran und führt somit zu einer Membranhysterese $\Delta\check{H}$.

2.3.3 Membranglitchen

Neben der Membranhysterese tritt noch ein weiterer Effekt an der Membran auf, das Membranglitchen. Während die Membranhysterese keinen Einfluss auf die Position der Membran hat, beeinflusst der Membranglitch die Position der Membran aktiv. Der Membranglitch ist eine verlangsamte Rückwärtsbewegung während des Saughubs, kurz bevor der Anlagepunkt erreicht wird. Die Membranbewegung weicht von der Vorgabe durch den Kolben ab und befindet sich scheinbar an einem falschen Ort. Das Wort „*glitch*“ aus dem Englischen, welches eine kurzfristige, vorübergehende Störung oder ein spontanes Zurücksetzen beschreibt [Onl17], soll als Benennung für diesen Effekt dienen.

Abbildung 2.44 zeigt die Membranposition \check{x}_M sowie den Hydraulikraumdruck p_{hyd} im Bereich der Leckergängung. Davon ausgehend, dass das Ölvolumen im Hydraulikraum bei Umgebungsdruck p_0 entspannt ist, kann durch die Kolbenposition das fehlende Ölvolumen abgeschätzt werden. Betrachtet man

2 Aufbau und Funktion der Membranverdrängerpumpe

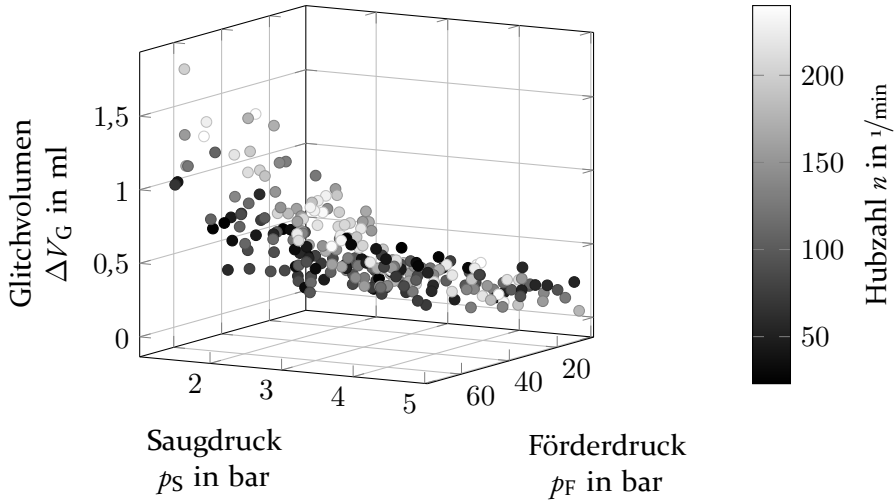


Abbildung 2.45: Gemessener Membranglitch in Abhängigkeit von Saug- und Förderdruck sowie der Hubzahl des Datensatzes 250.

den Verlauf nachdem der Hydraulikraumdruck $p_{\text{hyd}} \leq 1,0$ bar, so fällt auf, dass die Membran zu diesem Zeitpunkt ihren Anlagepunkt noch nicht erreicht hat. Dies lässt darauf schließen, dass sich die Membran noch nicht vollständig gesetzt hat, wenn das Ölvolumen entspannt ist.

Abbildung 2.45 zeigt die Volumendifferenz ΔV_G zwischen dem Restvolumen des Hubes am Zeitpunkt $t(p_{\text{hyd}})|_{p_{\text{hyd}}=1,0 \text{ bar}}$ zu dem tatsächlich auftretenden Leckerergänzungsvolumen V_{LEV} . Gut zu erkennen ist, dass der Membranglitch ΔV_G bei geringen Saugdrücken p_S und hohen Hubzahlen n höher ist. Als Modell erwies sich folgende Gleichung als praktikabel:

$$\Delta V_G \approx \Theta_0 + \Theta_1 p_F + \Theta_2 n + \Theta_3 \frac{n}{p_S} = \Delta \tilde{V}_G \quad (2.136)$$

Tabelle 2.13 zeigt die optimierten Modellparameter für das Modell (2.136). Abbildung 2.46 zeigt den zugehörigen Korrelationsplot. Das optimierte Modell zeigt deutlich einen normalverteilten Fehler, so dass in Zusammenhang mit einem Bestimmtheitsmaß $R_{\text{adj}}^2 = 98,79\%$ von einem gut abbildenden Modell gesprochen werden kann. Lediglich bezüglich der Hubzahl n ist eine leichte Abhängigkeit zu erkennen. Dieser Fehler ist jedoch bezogen auf den nötigen Aufwand tolerierbar.

Tabelle 2.13: Ergebnis der $\Delta\tilde{V}_G$ -Regression bezogen auf die Hypothese (2.136).

Parameter	Wert
Regressionsparameter Θ_0	49,59 μl
p -Wert für Θ_0	30,34 %
Standardfehler $\sigma(\Theta_0)$	48,01 μl
Regressionsparameter Θ_1	7,73 $\mu\text{l}/\text{bar}$
p -Wert für Θ_1	0,0 %
Standardfehler $\sigma(\Theta_1)$	0,75 $\mu\text{l}/\text{bar}$
Regressionsparameter Θ_2	-2,11 $\mu\text{l min}$
p -Wert für Θ_2	0,0 %
Standardfehler $\sigma(\Theta_2)$	0,34 $\mu\text{l min}$
Regressionsparameter Θ_3	8,59 $\mu\text{l min bar}$
p -Wert für Θ_3	0,0 %
Standardfehler $\sigma(\Theta_3)$	0,60 $\mu\text{l min bar}$
angepasstes Bestimmtheitsmaß R_{adj}^2	98,79 %
RMS	84,94 μl
Bias-Parameter λ	0

Diese Abweichung, zwischen dem scheinbaren Volumen des entspannten Hydrauliköls und des gemessenen fehlenden Volumens aus GAV und Leckage, weist eindeutig auf eine stark verlangsamte Bewegung der Membran am Ende des Saughubes hin. Durch diese langsamere Volumenrückströmung aus dem Membranbereich in den Hydraulikraum reduziert sich der Druck im Hydraulikraum, was zu einem scheinbar verringerten Ölvolumen führt. Dieser Effekt tritt auf, da bei der Annäherung der Membran an den Anlegepunkt der Querschnitt für das Fließen des Hydrauliköls immer weiter abnimmt. Die Membran schwimmt quasi auf einem Ölpolster auf, da dieses nicht schnell genug abfließen kann. Somit ist diese Ölmenge für den Hydraulikraum nicht verfügbar und es kommt zu einer scheinbaren Volumendifferenz.

Aufbauend auf der Gewissheit, dass ein Membranglitch ΔV_G zu einer Beeinflussung der Membranposition \check{x}_M führt, soll nun gezeigt werden, wie groß dieser Einfluss ist bzw. in welchem Bereich dieser Effekt auftritt. Eine direkte Messung der Membranverschiebung $\Delta\check{x}_G$ in Folge des Membranglitches ΔV_G ist nicht möglich. Die Membran ist ein flächiges Objekt. Die Membranposition \check{x}_M wird durch die Membranstößelposition definiert. Da jedoch nicht ausgeschlossen werden kann, dass sich die Form der Membran nahe dem Anlegepunkt durch das Aufschwimmen verändert, kann in diesem Bereich

2 Aufbau und Funktion der Membranverdrängerpumpe

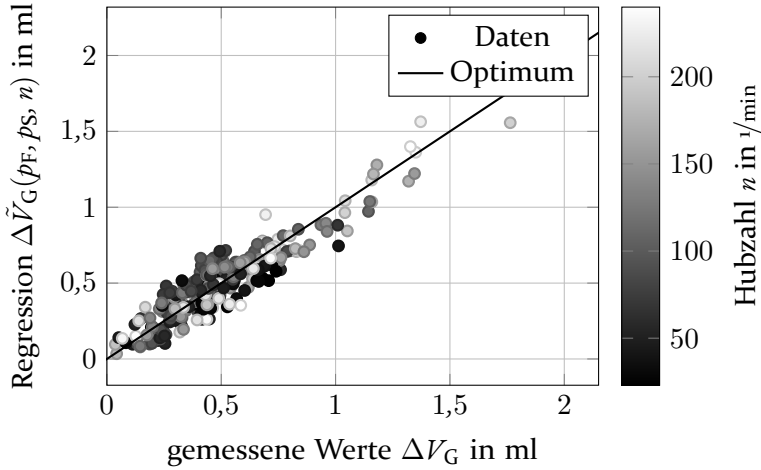


Abbildung 2.46: Korrelationsplot der Membranglitch-Regression mit einem angepassten Bestimmtheitsmaß vom $R^2_{adj} = 99\%$.

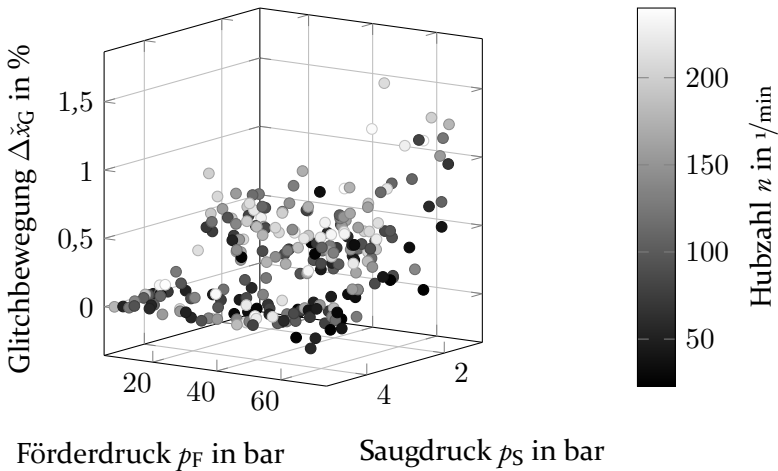


Abbildung 2.47: Gemessene Glitchbewegung in Abhängigkeit von Saug- und Förderdruck sowie der Hubzahl des Datensatzes 250.

kein direkter Zusammenhang zwischen der Stößelposition \check{x}_M und einer allgemeinen Membranposition hergestellt werden.

Wie bereits gezeigt wurde, gibt der Zeitpunkt $t(p_{hyd})|_{p_{hyd}=1,0 \text{ bar}}$ einen definierten Punkt bezüglich dem verlangsamt abfließenden Ölvolumens unter

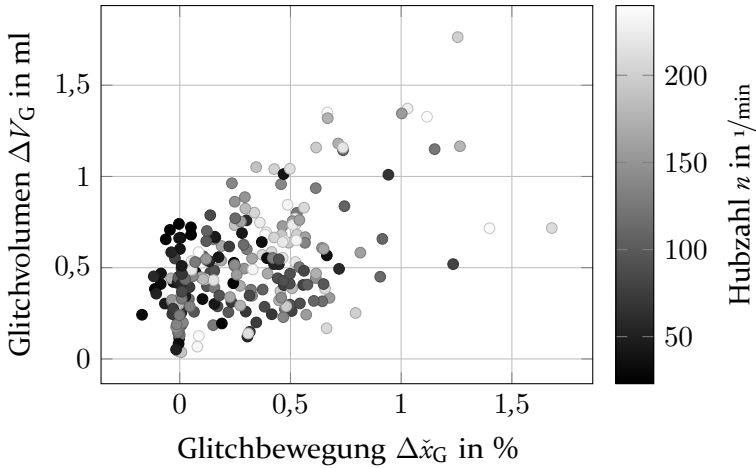


Abbildung 2.48: Korrelationsplot zwischen Membranglitch und Glitchbewegung in Abhängigkeit zur Hubzahl des Datensatzes 250.

der Membran an. Die Differenz aus der Stoßelposition zu diesem Zeitpunkt $\check{x}_M(t(p_{\text{hyd}})|_{p_{\text{hyd}}=1,0 \text{ bar}})$ und dem Anlagepunkt $\min_{t \in \mathbb{R}_{\geq 0}} \check{x}_M$ definiert die Glitchbewegung $\Delta\check{x}_G$:

$$\Delta\check{x}_G = \check{x}_M(t(p_{\text{hyd}})|_{p_{\text{hyd}}=1,0 \text{ bar}}) - \min_{t \in \mathbb{R}_{\geq 0}} \check{x}_M \quad (2.137)$$

Abbildung 2.47 zeigt die Glitchbewegung $\Delta\check{x}_G$ in Abhängigkeit bezüglich Saugdruck p_S , Förderdruck p_F und Hubzahl n . Vor allem der Saugdruck p_S hat einen Einfluss auf die Glitchbewegung $\Delta\check{x}_G$. Dies entspricht dem Verhalten des Membranglitches ΔV_G .

Abschließend soll noch der Zusammenhang zwischen Membranglitch ΔV_G und Glitchbewegung $\Delta\check{x}_G$ aufgezeigt werden. Abbildung 2.48 stellt diesen Zusammenhang in Abhängigkeit zur Hubzahl n dar. Grundsätzlich führt eine höhere Hubzahl n zu einer eher ausgeprägten Glitchbewegung $\Delta\check{x}_G$, während diese bei geringen Hubzahlen sogar negativ werden kann. Dies ist ein deutliches Indiz für eine Formveränderung der Membran nahe dem Anlagepunkt.

2.4 Simulationsmodell

Bisher wurde das Verhalten der Membranverdrängerpumpe im Detail vermessen und erklärt. Dies birgt die Möglichkeit ein Simulationsmodell zur

Tabelle 2.14: Parameter für die Membranverdrängerpumpensimulation bezogen auf die Schematik aus Abbildung 2.49.

Eigenschaft	Variable
Hub	b
verdrängtes Kolbenvolumen	V_b
Hydraulikraumvolumen	V_{hyd}
Hydraulikraumdruck	p_{hyd}
Kolbenleckage	V_L
Leckergänzung	V_{LEV}
vol. Membranauslenkung	V_M
Differenzdruck der Membran	Δp_M
Produktraumvolumen	V_{pro}
Produktraumdruck	p_{pro}

Aus dem Differential $\frac{dV}{d\chi}$ folgt:

$$dV = 3V_0 \chi^2 d\chi \quad (2.139)$$

Allgemein soll gelten, dass die Kompressibilität $k(T, p)$ das reziproke Kompressionsmodul K ist. Für isotherme Prozesse gilt [BGM85]:

$$k_T(p) = \frac{1}{K_T} = -\frac{1}{V} \left. \frac{\partial V}{\partial p} \right|_T \quad (2.140)$$

Konstantes Kompressionsmodul Die einfachste Modellierung für die Kompressibilität von Flüssigkeiten ist die Annahme, dass das Kompressionsmodul K unabhängig von der Dichte ϱ des Stoffes ist. Für niedrige Drücke kann dieses Verhalten angenommen werden, da es dem Hookeschen-Gesetz entspricht [Mur44]. Die Zustandsgleichung ergibt sich so zu [Duro7, Abschnitt 3.6]:

$$\Delta p(V)_T = K_0 \ln \chi^{-3} \quad (2.141)$$

$$\frac{dV}{dp_T} = -\frac{V}{K_0} \quad (2.142)$$

Die Änderung des Volumens über den Druck $\frac{dV}{dp_T}$ ergibt mit Gleichung (2.140) eine konstante Kompressibilität $k_T = \frac{1}{K_0}$, was der Modellierung entspricht.

Murnaghan-Modell Das Murnaghan-Modell basiert auf der Annahme, dass sich die Kompression nicht wie das Hookesche-Gesetz verhält, also dass die Kompressibilität konstant sei, sondern dass diese vom Druck p abhängig ist [Mur44, Holo1, BKYSD91]. Murnaghan ging von einem linearen Zusammenhang $\frac{d^2K_0}{dp_T^2} = 0 \text{ 1/Pa}$ aus. Aus dieser Annahme folgt:

$$\Delta p(V)_T = \frac{K_0}{\frac{dK_0}{dp}} \left(\chi^{-3 \frac{dK_0}{dp}} - 1 \right) \quad (2.143)$$

Die Berechnung der isothermen Kompressibilität $k_T(p)$ ist für dieses Modell komplexer als für den konstanten Fall. Zu beachten ist, dass die Werte $K_0 = 2,2207 \text{ GPa}$, $\frac{dK_0}{dp} = 6,75$ und $\frac{d^2K_0}{dp_T^2} = 0 \text{ 1/Pa}$ Materialparameter sind.

$$\frac{dV}{dp_T} = V_0 \underbrace{\left(\frac{\frac{dK_0}{dp_T}}{K_0} \Delta p + 1 \right)}_V \left(\frac{\frac{dK_0}{dp_T} \left(\frac{\Delta p \left(\frac{dK_0}{dp_T} \right)^2}{K_0^2} + \frac{\frac{dK_0}{dp_T}}{K_0} \right)}{\frac{\Delta p \frac{dK_0}{dp_T}}{K_0}} \right) \quad (2.144)$$

Ho2-Modell Das Ho2-Modell basiert auf dem Effective-Rydberg-Modell bzw. dem „universellen Zustandsmodell“ nach [VRFS89], welches näher auf die physikalischen Zusammenhänge im atomaren Bereich eingeht und erweitert dieses um ein korrektes Asymptotenverhalten bei $\chi \rightarrow 0$ [Holo1]:

$$\Delta p(V)_T = 3K_0 \left(\frac{1 - \chi}{\chi^5} \right) e^{\frac{3}{2} \left(\frac{dK_0}{dp} - 3 \right) (1 - \chi)} \quad (2.145)$$

Die Zustandsgleichung (2.145) lässt sich nicht algebraisch so umformen, dass das Volumen eine Funktion des Drucks $V = f(p)$ ist. Daher ist es nicht möglich analytisch die Kompressibilität $k_T(p)$ zu bestimmen. Jedoch ist es, basierend auf der Zustandsgleichung (2.145), möglich die Kompressibilität $k_T(p)$ numerisch zu approximieren.

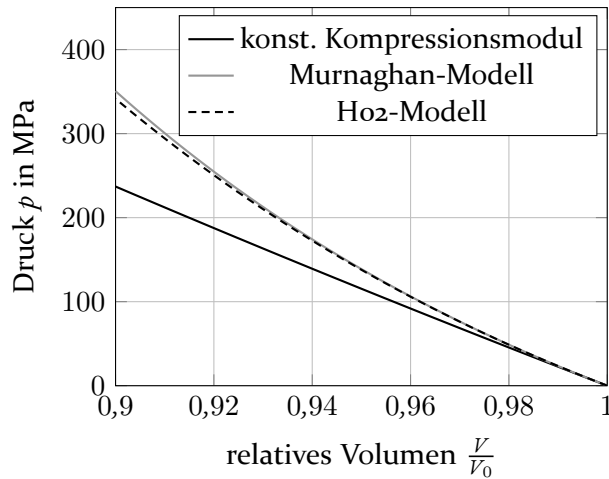


Abbildung 2.50: Vergleich der Zustandsmodelle für Wasser zur Modellierung des dichteabhängigen Drucks durch Kompression.

Vergleicht man die drei vorgestellten Modelle, so zeigt sich, dass abhängig von der Komplexität der mögliche abbildbare Bereich steigt. Abbildung 2.50 zeigt den Druck p in Abhängigkeit vom relativen Volumen $\frac{V}{V_0}$. Im Bereich kleiner Drücke $p \leq 100$ bar zeigen alle drei Modelle das gleiche Verhalten, so dass hier der rechnerische Mehraufwand für komplexere Modelle nicht lohnt. Mit steigendem Druck ist die Annahme einer konstanten Kompressibilität nicht haltbar.

Abbildung 2.51 zeigt die Kompressibilität $k_T(p)$ in Abhängigkeit vom Druck p für die drei Modelle. Zudem sind die Daten des Messsatzes von Brostow, Grindley und Macip [BGM85, Tabelle 2] eingetragen. Gut zu erkennen ist das Modell mit der konstanten Kompressibilität $k_T = \frac{1}{k_0}$. Es zeigt sich, dass die Werte für höhere Drücke stark abweichen, was sich mit den Abweichungen in Abbildung 2.50 deckt. Das Murnaghan-Modell stellt das Verhalten der Kompressibilitätsänderung gut nach. Das Ho2-Modell übertrifft das Murnaghan-Modell, bedarf jedoch mehr Stoffparameter und ist aufwendiger zu berechnen.

Da der verwendete Versuchsaufbau bedingt durch die Sichtgläser im Produktraum, wie in Abschnitt 2.2.5 beschrieben, nur Förderdrücke $p_F \leq 90$ bar betrieben werden darf, ist der Unterschied im Arbeitsbereich zwischen den Modellen marginal. Daher wird für die weiteren Betrachtungen des Modells in konstantes Kompressionsmodul angenommen.

2 Aufbau und Funktion der Membranverdrängerpumpe

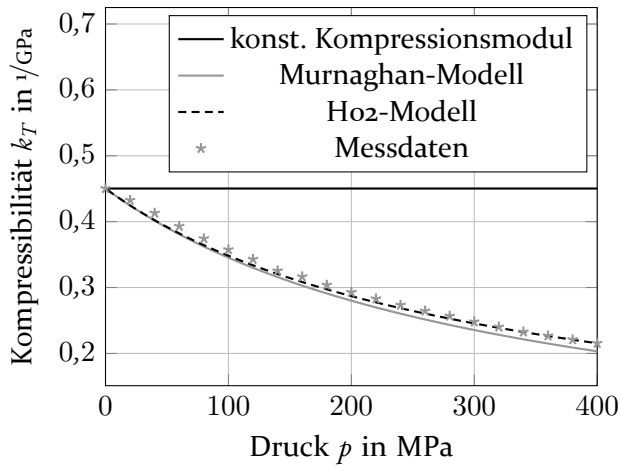


Abbildung 2.51: Vergleich der Kompressibilität für Wasser in Abhängigkeit des Druckes mit Messdaten aus [BGM85, Tabelle 2].

2.4.2 Membranverdrängerpumpenmodell

Das Verhalten von oszillierenden Verdrängerpumpen wird durch die oszillierende Bewegung des Kolbens hervorgerufen. Diese Bewegung führt zu einer proportionalen Veränderung des verdrängten Volumens [ESSW09, Abschnitt 1.3.1]:

$$\frac{dV_K}{dt} = -r\omega \frac{\sin(\varphi) - \frac{\lambda}{2\varphi}}{\sqrt{1 - \lambda^2 \sin^2(\varphi)}} \quad (2.146)$$

Diese Volumenverdrängung führt zu einer Auslenkung der Membran. Da sich das Hydraulikraumvolumen V_{hyd} durch Kompression $\frac{dV_{\text{hyd}}}{dt}$, Leckage $\frac{dV_L}{dt}$ und Leckergänzung $\frac{dV_{\text{LEV}}}{dt}$ verändert, ist eine direkte Verrechnung nicht möglich. Jedoch müssen die Kräfte, welche auf die Membran wirken ausgeglichen sein:

$$\Delta p_M = p_{\text{hyd}} - p_{\text{pro}} - \Delta p_M(V_M) \quad (2.147)$$

Die Membran versucht zwischen Vorspannung, Hydraulik- und Produktraum ein Kräftegleichgewicht herzustellen. Eine Bewegung der Membran $\frac{dV_M}{dt}$ wird

demnach durch eine Verschiebung des Druckgleichgewichts Δp_M hervorgerufen. Für den vorspannungsinduzierten Differenzdruck an der Membran gilt nach Abschnitt 2.3.1:

$$\Delta p_M(V_M) = 11,7 \text{ bar/l } V_M + 1 \text{ bar} \quad (2.148)$$

Da für dieses einfache Modell keine geometrischen Einflüsse auf die Strömung betrachtet werden sollen, wird als Modell für die druckinduzierte Strömung der energetische Ansatz nach Torricelli und Bernoulli [Duro7, Abschnitt 5.8] verwendet:

$$\text{torri}(\Delta p, \varrho) = \text{sgn}(\Delta p) \sqrt{2 \frac{|\Delta p|}{\varrho}} = u \quad (2.149)$$

Somit ergibt sich aus Gleichung (2.148) und (2.149) die zeitabhängige Volumenverdrängung der Membran $\frac{dV_M}{dt}$:

$$\frac{dV_M}{dt} = \text{torri}(\Delta p_M, \varrho_{\text{hyd}}(p_{\text{hyd}})) \mathcal{A}_M \quad (2.150)$$

Wie schon erwähnt, ist das Hydraulikvolumen nicht konstant. Nach Abschnitt 2.2.6 gilt für die Leckage $\frac{dV_L}{dt}$:

$$\frac{dV_L}{dt} = 55,4 \text{ ml/h bar } p_{\text{hyd}} - 255,6 \text{ ml/h} \quad (2.151)$$

Um die Leckage ausgleichen zu können wird ein Leckergänzungsvorgang benötigt. Dieser wiederum ist abhängig von der Druckdifferenz am LEV:

$$\Delta p_{\text{LEV}} = p_0 - p_{\text{hyd}} \quad (2.152)$$

Der Versorgungsdruck p_0 kann, z.B. wie bei einem klassischen LEV der Umgebungsdruck sein. Allerdings kann dies auch ein dazu alternativer Druck sein, wenn etwa zusätzliche Druckquellen verwendet werden. Für eine klassische Leckergänzung wird die Druckabhängigkeit des Volumenstroms $\frac{dV_{\text{LEV}}}{dt}$ durch Gleichung (2.149) genügend abgebildet, wobei zu beachten ist, dass stets gilt $\frac{dV_{\text{LEV}}}{dt} \in \mathbb{R}_{\geq 0}$. Jedoch kann für speziellere Regelungssysteme diese Abhängigkeit $f(\Delta p_{\text{LEV}}, \varrho_{\text{hyd}}(p_{\text{hyd}}))$ anders aussehen. So ist diese fallspezifisch zu bestimmen.

$$\frac{dV_{\text{LEV}}}{dt} = f(\Delta p_{\text{LEV}}, \xi_{\text{hyd}}(p_{\text{hyd}})) \mathcal{A}_{\text{M}} \quad (2.153)$$

Die Volumenänderung des Hydraulikraums $\frac{dV_{\text{hyd}}}{dt}$ kann trivial über die Änderungen des verdrängten Kolbenvolumens $\frac{dV_{\text{K}}}{dt}$ und der Membranbewegung $\frac{dV_{\text{M}}}{dt}$ berechnet werden:

$$\frac{dV_{\text{hyd}}}{dt} = \frac{dV_{\text{K}}}{dt} + \frac{dV_{\text{M}}}{dt} \quad (2.154)$$

Für die Volumenänderung des Produktraums $\frac{dV_{\text{pro}}}{dt}$ ist ausschließlich die Membranbewegung $\frac{dV_{\text{M}}}{dt}$ verantwortlich. Da weder hohe Drücke noch präzise volumetrische Wirkungsgrade berechnet werden sollen, wird der geometrieabhängige Einfluss der Pumpenkopfdehnung unter Druck nicht berücksichtigt.

$$\frac{dV_{\text{pro}}}{dt} = -\frac{dV_{\text{M}}}{dt} \quad (2.155)$$

$$\Delta p_{\text{S}} = p_{\text{S}} - p_{\text{pro}} \quad (2.156)$$

Der Differenzdruck Δp_{S} zwischen der Saugseite p_{S} und dem Produktraum p_{pro} führt zu einem entsprechendem Volumenstrom $\frac{dV_{\text{S}}}{dt}$ nach Gleichung (2.149):

$$\frac{dV_{\text{S}}}{dt} = \text{torri}(\Delta p_{\text{S}}, \xi_{\text{pro}}(p_{\text{pro}})) \mathcal{A}_{\text{S}} \quad \text{mit} \quad \frac{dV_{\text{S}}}{dt} \in \mathbb{R}_{\geq 0} \quad (2.157)$$

$$\Delta p_{\text{F}} = p_{\text{F}} - p_{\text{pro}} \quad (2.158)$$

Äquivalent zur Saugseite führt der Differenzdruck Δp_{F} nach Gleichung (2.149) zu einem Volumenstrom $\frac{dV_{\text{F}}}{dt}$ durch das förderseitige Ventil.

$$\frac{dV_{\text{F}}}{dt} = \text{torri}(\Delta p_{\text{F}}, \xi_{\text{pro}}(p_{\text{pro}})) \mathcal{A}_{\text{F}} \quad \text{mit} \quad \frac{dV_{\text{F}}}{dt} \in \mathbb{R}_{\leq 0} \quad (2.159)$$

Die bisher berechneten Volumina wurden stets unter Umgebungsdruck betrachtet, so dass diese mit den Messergebnissen leichter vergleichbar sind. Jedoch wird durch die druckabhängige Kompression das Volumen bei gleichbleibender Masse verändert. Da keine hohen Drücke berücksichtigt werden

sollen, ist eine Modellierung der Kompressibilität mit einem konstanten Kompressionsmodul K_0 nach Gleichung (2.141) ausreichend:

$$\Delta p(V) = K_0 \ln \left(\frac{\overbrace{V_0 + \delta V}^{V_2}}{V_0} \right) = K_0 \ln \left(\frac{V}{V_1} \right) \quad (2.160)$$

Es soll nun betrachtet werden, wie sich eine kleine Volumenänderung $\frac{V_0 + \delta V}{V_0}$ unter dem Druck p bei dem Druck $p + \Delta p$ verhält. Für das komprimierte Volumen V_1 gilt:

$$V_1(V) = \frac{V^2 e^{\frac{\Delta p}{K_0}}}{V_2} \quad (2.161)$$

Der Volumenstrom $\frac{dV_1}{dt}$ kann mit Hilfe der Ableitung $\frac{dV_1}{dV_2}$ aus dem Volumenstrom $\frac{dV_2}{dt}$ bestimmt werden:

$$\frac{dV_1}{dt} = \frac{dV_1}{dV_2} \frac{dV_2}{dt} \quad (2.162)$$

Hieraus ergibt sich mit Gleichung (2.161) für einen Volumenstrom $\frac{dV_1}{dt}$ folgender Zusammenhang:

$$\left. \frac{dV_1}{dt} \right|_V = - \underbrace{\frac{V^2 e^{\frac{\Delta p}{K_0}}}{V_2^2}}_{\rightarrow V^2 e^{2\frac{\Delta p}{K_0}}} \frac{dV_2}{dt} \quad (2.163)$$

Da die Änderung des komprimierten Volumens V in Abhängigkeit eines relativ kleinen aufgeprägten Volumens $\delta V \rightarrow 0$ betrachtet werden soll, kann vereinfacht angenommen werden, dass $V_0 \rightarrow V_2$:

$$\frac{dV_1}{dt} \rightarrow -e^{-\frac{\Delta p}{K_0}} \frac{dV_2}{dt} \quad (2.164)$$

2 Aufbau und Funktion der Membranverdrängerpumpe

Tabelle 2.15: Parametrisierung für den Vergleich von Simulation und Messung.

Parameter	Wert
Hubzahl n	59 1/min
Saugdruck p_S	4,42 bar
Förderdruck p_F	53,5 bar

Mit Gleichung (2.164) ist es nun möglich den Einfluss von der Leckage $\frac{dV_L}{dt}$ und der Leckergängung $\frac{dV_{LEV}}{dt}$ auf die Hydraulikraumvolumenänderung $\frac{dV_{hyd}^*}{dt}$ unter dem Druck Δp_{hyd} zu bestimmen.

$$\frac{dV_{hyd}^*}{dt} = -e^{-\frac{\Delta p_{hyd}}{K_{0hyd}}} \left(\frac{dV_L}{dt} + \frac{dV_{LEV}}{dt} \right) \quad (2.165)$$

Hieraus ergibt sich zusammen mit der Änderung des Hydraulikraumvolumens $\frac{dV_{hyd}}{dt}$ die Druckänderung im Hydraulikraum $\frac{dp_{hyd}}{dt}$ nach Gleichung (2.141).

$$\frac{dp_{hyd}}{dt} = -\frac{K_{0hyd}}{V_{hyd}} \left(\frac{dV_{hyd}}{dt} + \frac{dV_{hyd}^*}{dt} \right) \quad (2.166)$$

Für den Produktraum kann äquivalent zum Hydraulikraum die Volumenänderung $\frac{dV_{pro}^*}{dt}$ nach Gleichung (2.164) und die resultierende Druckänderung $\frac{dp_{pro}}{dt}$ nach Gleichung (2.141) bestimmt werden.

$$\frac{dV_{pro}^*}{dt} = -e^{-\frac{\Delta p_{pro}}{K_{0pro}}} \left(\frac{dV_S}{dt} + \frac{dV_F}{dt} \right) \quad (2.167)$$

$$\frac{dp_{pro}}{dt} = -\frac{K_{0pro}}{V_{pro}} \left(\frac{dV_{pro}}{dt} + \frac{dV_{pro}^*}{dt} \right) \quad (2.168)$$

An einem Beispieldatensatz soll die Funktionsfähigkeit des Modells gezeigt werden. Tabelle 2.15 zeigt die Parameter der Messung, welche für die Simulation verwendet wurden. Die Simulation berücksichtigt die Versorgungsanlage nicht. Es wird eine perfekt angekoppelte Anlage angenommen. Diese Annahme ist nicht realistisch. Jedoch soll hier die Modellierung der Membranverdrängerpumpe untersucht werden und nicht die Abbildung der restlichen Anlage.

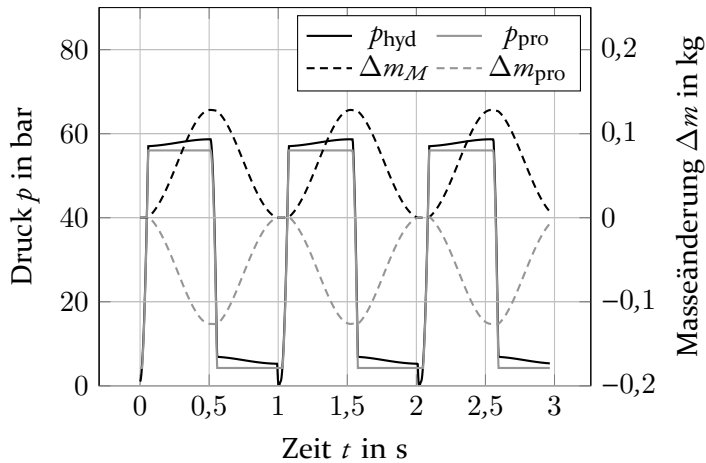


Abbildung 2.52: Beispiel der Simulation für die Parameter aus Tabelle 2.15.

Abbildung 2.52 zeigt den Hydraulik- und Produktraumdruck, sowie die Massenänderung des Hydrauliköls Δm_M , das durch die Membran verdrängt wird. Des Weiteren ist die Änderung der Masse des Produkts abgebildet, welche sich im Produktraum befindet. Betrachtet man den Produkt- und Hydraulikraumdruck, so zeigen diese die zu erwartende Abhängigkeit bezüglich der Membranvorspannung. Mit zunehmender Auslenkung nimmt die Differenz zu. Des Weiteren erkennt man die Leckergänzungsphase gegen Ende des Hubs. Der Hydraulikraumdruck fällt hier schlagartig unter den Umgebungsdruck und ermöglicht so den Leckageausgleich.

Der Produktraum besitzt ein klar definiertes Volumen. Bewegt sich die Membran, so muss das Produkt aus dem Produktraum verdrängt werden. Exakt dieses Verhalten ist in Abbildung 2.52 zu erkennen. Da das Volumen vom Druck abhängig ist, wurden die Massen aufgetragen.

Abbildung 2.53 zeigt, wie auch Abbildung 2.52, den Druckverlauf im Produkt- und Hydraulikraum. Zudem ist die Massenänderung im Hydraulikraum Δm_{hyd} aufgetragen. Hier sind drei Phasen zu erkennen. Zum Einen, die beiden unterschiedlichen Leckagen, durch Saug- bzw. Förderdruck hervorgerufen. Des Weiteren ist die Leckageergänzung zu sehen. Während der Leckageergänzung wird innerhalb kurzer Zeit die Leckage ausgeglichen und die Hydraulikölmasse wird wieder normalisiert.

Bisher wurden die Ergebnisse der Simulation betrachtet. Die Parameter wurden ebenfalls an der Anlage selbst eingestellt und gemessen. Am besten lässt

2 Aufbau und Funktion der Membranverdrängerpumpe

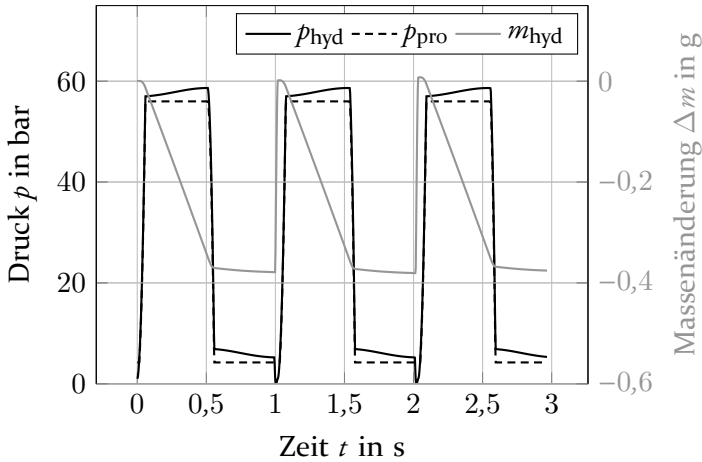


Abbildung 2.53: Beispielsimulation der klassischen Leckergängung für die Parameter aus Tabelle 2.15.

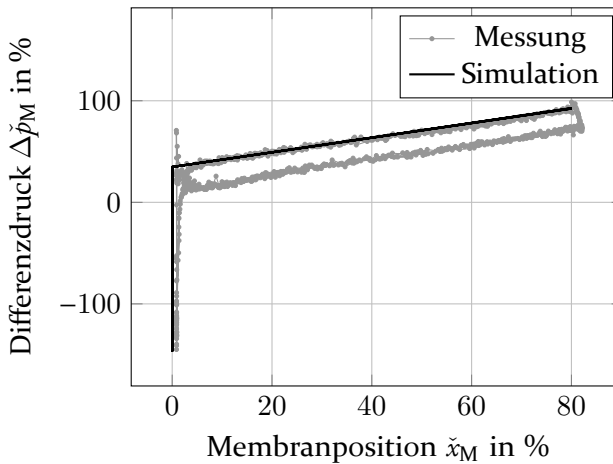


Abbildung 2.54: Vergleich des Membranindikordiagramms der Beispielsimulation mit einem zugehörigen Messdatensatz.

sich das Verhalten von reeller Anlage und Simulation anhand des Indikator-
diagramms und das eingeführten Membranindikordiagramms zeigen.

Abbildung 2.54 zeigt das Membranindikordiagramm der Simulation als auch
der Messung. Die Federsteifigkeit der Membranvorspannung stimmt in beiden
Fällen überein. Nicht modelliert wurden die Effekte der Membranhysterese

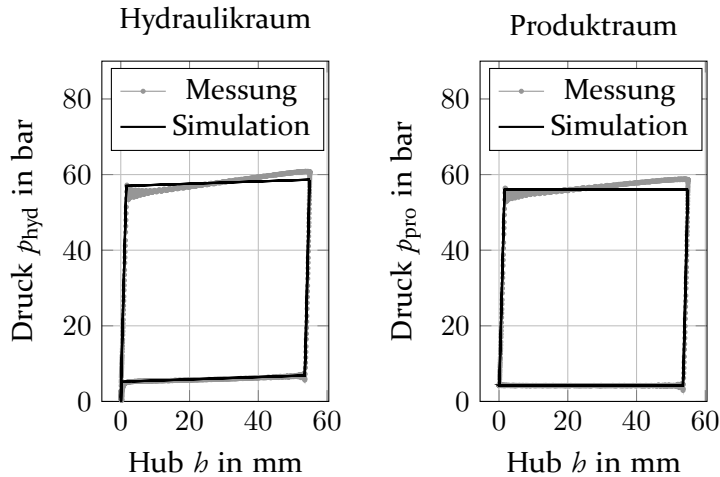


Abbildung 2.55: Vergleich der Indikatordiagramme für Produkt- und Hydraulikraum der Beispielsimulation mit einem zugehörigen Messdatensatz.

aus Abschnitt 2.3.2 und des Membranglitchs aus Abschnitt 2.3.3. Membranhysterese noch Membranglitch werden deshalb nicht abgebildet. So kommt es bei der Messung, im Gegensatz zur Simulation, zu der Differenzdruckabweichung im Druckhub und zum Schweben der Membran über dem Anlagepunkt. Zu erkennen ist auch, dass aus der Hysterese eine Membranbewegung während der Expansionsphase resultiert. Darüber hinaus resultiert hierdurch die verlangsamte Bewegung der Membran nahe dem Anlagepunkts. Diese verursacht die Differenzdruckerhöhung beim Start und Differenzdruckreduzierung kurz vor der Leckergänzungsphase.

Abbildung 2.55 zeigt das Indikatordiagramm des Hydraulik- und Produkt- raums für die Messung und Simulation. Systemsteifigkeit und der Schadraum werden exakt abgebildet (die Gehäusesteifigkeit wird im Kompressionsmodul des Fluides mit berücksichtigt), da Kompressions- und Expansionsphase exakt nachgebildet werden. Aufgrund der guten Dämpfung und Anbindung der Saugseite, kann diese als von der Anlage entkoppelt betrachtet werden, da Simulation ohne Anlagenmodellierung hier die Messdaten sauber abbilden kann. Für die Förderseite gilt dies leider nicht. Aufgrund der verbauten Drossel und des Blasenspeichers, kommt es zu Beginn der Förderung zu einer Druckreduzierung samt einem drosselbedingten Schwingen des Drucks. Gegen Ende des Förderhubs kommt es nun zu einer leichten Überhöhung des Förderdrucks p_F .

Es konnte somit an diesem Beispiel gezeigt werden, dass das vorgestellte Modell eine Membranverdrängerpumpe im Detail simulieren kann. Die zusätzliche Modellierung der sekundären Membraneffekte, sowie die Abbildung der Anlage würde die Genauigkeit des Modells weiter steigern. Jedoch ist hierdurch eine deutliche Erhöhung des Rechenaufwands zu erwarten, da nicht nur die Differentialgleichungen der Membranverdrängerpumpe, sondern auch die der Anlage berechnet werden müssten.

3 Aktorik

Das primäre Ziel dieser Arbeit ist die Regelung der Leckergänzung zur Stabilisierung der Membranbewegung. Neben der reinen Kenntnis der Dynamik der Pumpe bedarf dies entsprechender Ventile und das Verständnis über deren Dynamik um daraus ein Gesamtsystemverhalten ableiten zu können. Wie bereits in Kapitel 2 aufgeführt, besitzt der Hydraulikraum mehrere Ventile, welche bis heute üblicherweise differenzdruckgesteuert sind.

1. Leckergänzungsventil
2. Gasaustragsventil
3. Druckbegrenzungsventil

3.1 Anforderungen

Diese Ventile stellen unterschiedliche Anforderungen bezüglich Volumenstrom, Druckverlust und Schaltzeit. Folgende Tabelle fasst diese zusammen.

Das Druckbegrenzungsventil ist eine Sicherheitseinrichtung, die die Pumpe gegen zu hohe Drücke absichern soll. Im normalen Betrieb ist dieses Ventil inaktiv. Da es sich hierbei um eine Sicherheitseinrichtung handelt sollte dieses Ventil nicht zur aktiven Regelung der Leckergänzung genutzt werden.

Die Zeitfenster t_{Fenster} in denen die unterschiedlichen Ventile arbeiten richten sich nach ihren Aufgaben. So müssen die Ventile den nötigen Volumenstrom

Tabelle 3.1: Anforderungen der Ventile in einer MVP.

Parameter	LEV	GAV
t_{Fenster}	$\approx 5 \text{ ms}$	$\approx 5 \text{ ms}$
$\Delta p_{\text{Verlust}}$	$\leq 0,1 \text{ bar}$	$\leq 0,1 \text{ bar}$
\tilde{V}	$\approx 450 \text{ l/h}$	max. Gas bei min. Flüssig.

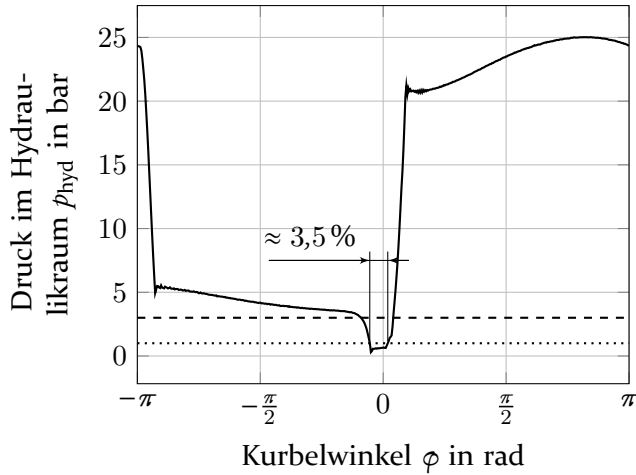


Abbildung 3.1: Zeitlicher Druckverlauf einer MVP mit den typischen Arbeitsphasen und eingezeichneter Länge der Leckergänzungsphase.

sicher innerhalb des Zeitfensters freigeben können. Hierbei darf der Druckverlust $\Delta p_{\text{Verlust}}$ über die Ventile nicht zu groß werden. Andernfalls kann z.B. durch einen zu großen Druckverlust am LEV Gas aus dem Hydrauliköl und evtl. Produkt gelöst werden. Die entstehenden Gasblasen reduzieren den volumetrischen Wirkungsgrad und können Pumpe und Ventile schädigen [Bleio, Scho9].

Abbildung 3.1 zeigt den typischen Druckverlauf im Hydraulikraum. Die Leckergänzungsphase tritt ca. 3,5 % des gesamten Hubs auf. Der Anteil variiert nichtlinear in Abhängigkeit zur auftretenden Leckage. Das Zeitfenster für LEV und GAV ergibt sich durch eine theoretisch maximal angenommene Hubzahl $\max n = 400 \text{ } 1/\text{min}$.

3.1.1 Leistungsproblematik

Um ein Objekt zu bewegen wird Energie benötigt. Je schneller dies geschehen soll, desto mehr Energie wird für die Beschleunigung benötigt. In Tabelle 3.1 sind die maximal möglichen Zeitfenster für die unterschiedlichen Ventile zu sehen. Basierend auf der kinetischen Energie $E_{\text{kin}} = \frac{1}{2} m \dot{x}^2$ lässt sich ein Zusammenhang aus Bewegung und Leistung herstellen:

$$\int P(t) dt = \frac{1}{2} m \dot{x}^2 \quad (3.1)$$

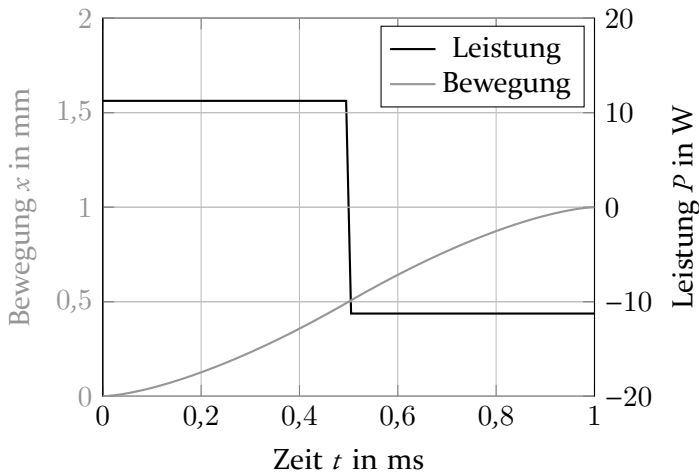


Abbildung 3.2: Beispielrechnung der Bewegung indiziert durch eine konstante Beschleunigungs- und Bremsleistung mit einer Masse $m = 5,0$ g.

Hieraus ergibt sich für den allgemeinen Fall:

$$P(t) = m x(t) \frac{dx(t)}{dt} \quad (3.2)$$

Für eine konstante Leistungszufuhr ergibt sich aus Formel (3.1):

$$P = \frac{9}{8} \frac{m}{t^3} x^2 \quad (3.3)$$

Gleichung (3.3) zeigt die Problematik bezüglich kurzen Schaltzeiten. Die benötigte Leistung um ein Objekt mit einer bestimmten Masse in einer bestimmten Zeit um eine bestimmte Distanz zu bewegen, hängt kubisch vom Umkehrwert der Dauer ab. Halbiert sich die geforderte Zeit, muss sich die Leistung verachtfachen.

Abbildung 3.2 zeigt eine Beispielrechnung der Bewegung für eine Masse von $m = 5,0$ g und einer alternierenden Leistung von $|P| = 11,25$ W. Die Werte sind so gewählt, dass eine Bewegung von $x(t)|_{t_{\text{Ende}}=2 \text{ ms}} = 1$ mm stattfindet. Führt man keine Verzögerung sondern ausschließlich Beschleunigung durch, so würde sich die benötigte Leistung halbieren. Bei größeren bzw. schwereren

Tabelle 3.2: Resultierende Schaltleistung der Ventile für eine MVP.

Parameter	LEV	GAV
t_{Fenster}	$\approx 5 \text{ ms}$	$\approx 5 \text{ ms}$
t_{Schalten}	1 ms	1 ms
$m_{\text{Ventilkörper}}$	5 g	10 g
$\hat{x}_{\text{Ventilkörper}}$	1 mm	1 mm
P_{mech}	5,625 W	11,25 W

Ventilen kann dies jedoch problematisch sein, da nun die Ventilkörper ungebremst in ihre Anlage einschlagen. Dies kann langfristig zu einer Schädigung des Ventils führen.

3.1.2 Querschnitte

Neben der mechanischen Betätigung ist der Druckverlust in Folge der Durchströmung eines Ventils entscheidend. Ist der Druckwiderstand zu groß, kann der Fluiddruck den Sollbereich verlassen. Der Druckverlust steigt quadratisch mit der Strömungsgeschwindigkeit an [Duro7, Seite 286]:

$$\Delta p = \frac{\rho}{2} \left(\sum \zeta \right) u^2 \quad (3.4)$$

Wobei u als Strömungsgeschwindigkeit, Δp als der resultierende Differenzdruck, ρ als die Dichte und ζ als Widerstandsparameter fungiert. Die Strömungsgeschwindigkeit hängt bei inkompressiblen Strömungen direkt mit dem Querschnitt A und dem Volumenstrom \dot{V} zusammen:

$$u = \frac{\dot{V}}{A} \quad (3.5)$$

Der Widerstandsparameter ζ soll nun geschätzt werden. Hierzu wird davon ausgegangen, dass sich der Querschnitt spontan verringert, wieder vergrößert und dass eventuell eine Richtungsänderung stattfindet. Nach [WMJV13, TB 18-7] lässt sich der Widerstandsparameter auf ca. $\zeta \approx 4$ abschätzen.

Wie bisher in Abschnitt 3.1 gezeigt wurde, haben LEV und GAV jeweils eigene Anforderungen. Die daraus resultierenden Strömungsgeschwindigkeiten und Querschnitte können mit Hilfe der Formeln (3.4) und (3.5) ermittelt werden und sind in Tabelle 3.3 dargestellt.

Tabelle 3.3: Anforderungen bezüglich der Querschnitte der Ventile einer MVP bezogen auf die geforderten Volumenströme.

Parameter	LEV	GAV
$\max \Delta p$	0,1 bar	0,1 bar
$\max u$	$\approx 2,2 \text{ m/s}$	$\approx 2,2 \text{ m/s}$
d_N	$\geq 2,1 \text{ mm}$	irrelevant für Gasmenge

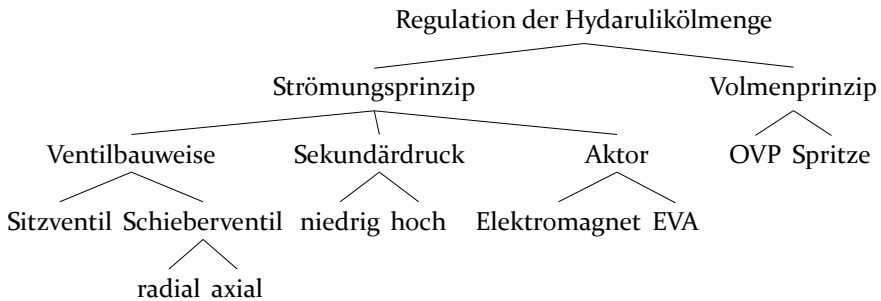


Abbildung 3.3: Baumstruktur der Möglichkeiten zur Umsetzung der Aktorik für eine extern geregelte Leckergänzung.

3.2 Technische Möglichkeiten

In Abschnitt 3.1 wurden bereits die Anforderungen für die mechatronischen Systeme zur Steuerung der Membranposition dargestellt. Zur Steuerung von Fluiden wurden verschiedene Ventilkonzepte entwickelt. Die Graphik 3.3 soll einen kurzen Überblick über die Möglichkeiten zur Manipulation der Hydraulikölmenge geben. Grundsätzlich kann die Problemstellung der Ventilaktorik in drei Bereiche aufgeteilt werden, Ventilbauweise, Aktor und Beeinflussung der Randbedingungen.

Basierend auf der Tatsache, dass die Membranposition von der Ölmenge im Hydraulikraum bestimmt wird, ist in Abbildung 3.3 eine Zusammenstellung der damit verbundenen Möglichkeiten dargestellt. Zunächst kann zwischen dem strömungstechnischen und dem volumetrischen Prinzip unterschieden werden. Das volumetrische Prinzip definiert die Ölmenge durch einen Raum, welcher durch Verdrängung entleert wird. Das volumetrische Prinzip kann durch eine kleine OVP oder durch eine Spritzenkonstruktion realisiert werden. Bei der Spritzenkonstruktion wird wie bei einem Perfusor durch die Bewegung eines Stempels ein gewisser Anteil an Volumen freigegeben. Nach mehreren Zyklen muss die Spritze wieder vollständig aufgefüllt werden.

Eine OVP zur Leckageergänzung könnte nur mit Hilfe eines Linearmotors flexibel genug von Hub zu Hub bezüglich des Ergänzungsvolumens geändert werden, oder es würden zusätzliche Steuerventile zur Steuerung benötigt. Ein Linearmotor hat jedoch den Nachteil, dass das ständige Beschleunigen und Verzögern zu einem zusätzlichen Energieaufwand führt, den andere Methoden nicht haben. Daher scheidet eine reine OVP zur Leckergänzung aus. Spritzenpumpen sind für präzise gleichbleibende Förderungen gedacht. Bei hochdynamischen Förderprozessen leidet die Präzision aufgrund der Trägheiten und der Dauer zur Einregelung der Bewegung, so dass diese Technik bezogen auf den Aufwand und den zu erwartenden Problemen nicht favorisiert wird.

Das strömungstechnische Prinzip basiert auf der Idee, dass die Kombination aus Volumenstrom und Zeit ein spezifisch ausgetauschtes Volumen ergibt. Im Vergleich zum volumetrischen Prinzip ergeben sich hier mehr Möglichkeiten der Realisierung. Diese Möglichkeiten entstehen aus der Kombinationsmöglichkeit verschiedener Teilaspekte. So können unterschiedliche Ventilbauweisen mit unterschiedlichen Aktoren kombiniert und unterschiedlich mit Druck versorgt werden.

3.2.1 Ventilbauweisen

Zur Realisierung der Kontrolle der Hydraulikölmenge wird ein Stromventil benötigt. Stromventile eignen sich zur Mengen- und Flusskontrolle. Stromventile können als Sitz- oder Wegeventil gebaut werden [Fino6, Kapitel 4]. Sitzventile besitzen einen dynamischen Dichtspalt. Dieser kann durch eine axiale Stellbewegung geschlossen werden. Die Kraft, mit der das Ventil in den Sitz drückt und somit auch die Dichtigkeit, steigen mit dem anliegenden Differenzdruck. Die Dichtigkeit solcher Ventile ist dadurch sehr gut. Nachteil ist jedoch, dass mit steigender Anpresskraft auch die benötigte Aktuierungskraft wächst. Ohne eine externe Aktuierung spricht man bei Sitzventilen auch von Sperrventilen, da diese ausschließlich durch die anliegende Druckdifferenz gesteuert werden. Abbildung 3.4 zeigt schematisch die Funktionsweise eines Sperrventils.

Schieberventile weisen eine axiale oder radiale Wirkbewegung auf. Ein axiales Schieberventil ist schematisch in Abbildung 3.5 dargestellt. Die Dichtfläche ist meistens zylindrisch. Im Gegensatz zum Sitzventil wird die Dichtwirkung jedoch über einen zylindrischen Dichtspalt erreicht. Dies erfordert eine hohe Fertigungsgenauigkeit und -qualität. Durch eine axiale oder radiale Bewegung

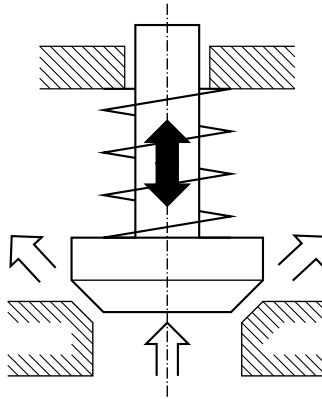


Abbildung 3.4: Schematik eines Sperrventils.

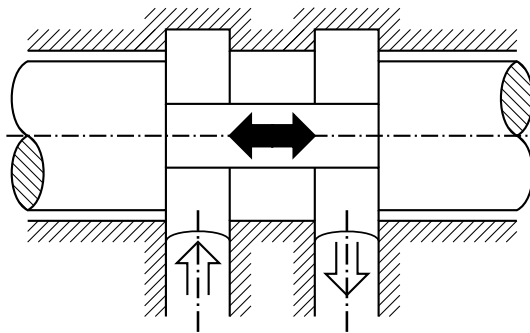


Abbildung 3.5: Schematik eines axialen Schieberventils.

werden Kanäle geometrisch im Gehäuse geöffnet oder verschlossen. Schieberventile, die drucksymmetrisch gebaut sind, gleichen die Druckkräfte aus, so dass die Aktuierkräfte nur sehr geringfügig vom Arbeitsdruck abhängen. Im Gegensatz zum Sitzventil verringert sich mit steigendem Druck die Dichtigkeit, da die Leckage am Dichtspalt mit zunehmendem Druck größer wird. Hierdurch verringert sich die Präzision. Zudem besteht, aufgrund der zu überwindenden Überdeckung, bautechnisch eine mechanische Schaltverzögerung. Aufgrund der höheren Masse des Schiebers, im Vergleich zu einem Ventilkörper bei einem Sitzventil, sind die dynamischen Kräfte größer.

Da Wegventile druckausgeglichen gebaut werden können ist die Aktuierkraft weitestgehend unabhängig vom anliegenden Druck, was diese Technik vor allem für hohe Drücke anbietet. Bei hohen Drücken werden die Aktuierkräfte für Sitzventile so groß, dass hier keine sinnvolle Auslegung der

Aktoren möglich ist. Andererseits ist die Ventilkörpermasse bei Wegventilen größer als bei Sitzventilen, so dass nach Abschnitt 3.1.1 eine höhere Leistung zur Beschleunigung der Masse benötigt wird. Bezogen auf die verwendete Pumpe aus Kapitel 2 können Sitzventile den Anforderungen bzgl. Aktuierungskraft und -leistung gerecht werden, so dass im Weiteren die Verwendung von Sitzventilen zur Kontrolle der Membranposition betrachtet werden soll.

3.2.2 Aktoren

Um ein Stellventil zu betätigen muss eine axiale oder radiale Bewegung durchgeführt werden. Es wird also ein Aktor benötigt, der eine Hilfsenergie in eine mechanische Bewegung umsetzt. Da später eine elektronische Signalverarbeitung eingesetzt werden soll, ist der Einsatz von elektromechanischen Aktoren am sinnvollsten. Für diese Aktoren gibt es verschiedene physikalische Mechanismen [Czio8, Seite 119]:

- elektromagnetisch
- elektrodynamisch
- piezoelektrisch
- magnetostruktiv

Wie in Abschnitt 3.1 beschrieben liegt der zu aktuierende Weg im Bereich ≈ 1 mm. Dies ist mit magnetostruktiven Aktoren kaum umsetzbar [Fino6, Seite 71 f]. Normale Anwendungen für magnetostruktive Materialien liegen bei $\leq 200 \mu\text{m}$ [Iseo7, Seite 508]. Piezoelektrische Aktoren werden bis $\leq 1000 \mu\text{m}$ [Iseo7, Seite 507] verwendet, benötigen jedoch hohe elektrische Spannungen.

Elektrodynamische Aktoren arbeiten mit der Lorentzkraft [Czio8, Seite 120 ff]. Dieses Prinzip liegt unter anderem dem Linearmotor zu Grunde. Linearmotoren wären prinzipiell zwar geeignet, sind jedoch sehr aufwendig und teuer. Ein Linearmotor kann bei einem Hubweg von ≈ 1 mm seine Stärken noch nicht ausspielen. Linearmotoren sind eigentlich für größere Bewegungen gedacht. Aus diesem Grund ist das elektromagnetische Prinzip das einzige, welches geeignet / sinnvoll ist ein elektrisches Signal in Bewegung zu wandeln, die den Anforderungen des Schiebeventils zu Kontrolle der Hydraulikölmenge entspricht.

Elektromagneten

Die technische Umsetzung des elektromagnetischen Prinzips sind Elektromagnete:

„Elektromagnete sind elektro-magneto-mechanische Energiewandler, welche elektrische Energie über die Zwischenform der magnetischen Energie in mechanische Bewegungsenergie umwandeln. Voraussetzung für die Wirkungsweise ist die Abhängigkeit des Energiezustandes des steuerbaren Magnetfeldes von mindestens einer Bewegungskordinate.“ [KEQ⁺12, Seite 6]

Das Erzeugen eines Magnetfeldes über eine Spule bedingt physikalisch eine Anzugszeit t_1 . Dies ist die Zeit, die benötigt wird, bis der Aktor seine Endposition erreicht hat. Die Anzugszeit $t_1 = t_{11} + t_{21}$ lässt sich in den Anzugsverzug t_{11} und die Hubzeit t_{21} aufteilen. Der Anzugsverzug beschreibt die Zeit in der das magnetische Feld aufgebaut wird. Es wird keine mechanische Energie erzeugt. Die Hubzeit beschreibt wiederum die Zeit, in der der Anker bis zu seinem Endpunkt bewegt wird. Hier wird elektrische in mechanische Energie gewandelt. Vereinfacht gilt für den Anzugsverzug t_{11} und die Hubzeit t_{12} nach [KEQ⁺12, Abschnitt 5.2.2]:

$$t_{11} = -\frac{G A_{\text{Leiter}} k_{\text{Cu}}}{\varrho l_{\text{Cu}}} \ln \left(1 - \frac{1}{\Theta_0} \sqrt{\frac{2F_{\text{geg}}}{\left. \frac{dG}{dx} \right|_{x=0}}} \right) \quad (3.6)$$

Mit G als magnetischer Leitwert, A_{Leiter} als Leiterquerschnitt, k_{Cu} als Kupferfüllfaktor, ϱ als spezifischer elektrischer Widerstand, l_{Cu} als mittlere Windungslänge, Θ_0 als die endgültig erwartete magnetische Durchflutung, F_{geg} als Gegenkraft infolge von Schwerkraft bzw. Feder und x als Ankerverschiebung.

$$t_{12} = \sqrt{\frac{m}{k}} \arccos \left(1 - \frac{k \max(x)}{F_M - F_{\text{geg}}} \right) \quad (3.7)$$

Mit m als Ankermasse, k als Federsteifigkeit, $\max x$ als maximale Ankerauslenkung und F_M als konstant angenommene Magnetkraft.

Die Kraft, die der Hubmagnet erzeugt, ist der elementare Wert. Die Kraft ist vom magnetischen Widerstand R_{mag} abhängig. Dieser wiederum ändert sich

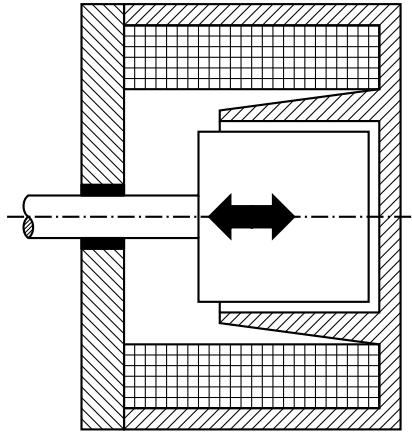


Abbildung 3.6: Skizze des Aufbaus eines Topfmagneten mit angepasster Hubcharakteristik.

mit dem Hub x_{Anker} . Es kann vereinfacht folgender Zusammenhang angenommen werden [KEQ⁺12, Seite 76]:

$$F_{\text{mag}} \propto \frac{1}{x_{\text{Anker}}^2} \quad (3.8)$$

Der Zusammenhang (3.8) gilt jedoch nur für einfache Hubmagnete mit ebenem Ankergegenstück. Spezielle Ankergegenstücke wie in Abbildung 3.6 verändern die Magnetkraft-Hub-Kennlinie mitunter enorm [KEQ⁺12, Abschnitt 3.5]. Für die Haltekraft eines Elektromagneten gilt:

$$F_{\text{mag}} = \frac{B^2 A_{\text{mag}}}{2\mu_0} \quad (3.9)$$

$$B = \frac{\Phi}{A_{\text{mag}}} \quad (3.10)$$

$$R_{\text{mag}} = \frac{\Theta}{\Phi} \quad (3.11)$$

$$\Theta = IN \quad (3.12)$$

Aus (3.9), (3.10), (3.11) und (3.12) folgt:

$$I = \frac{R_{\text{mag}}}{N} \sqrt{2FA_{\text{Kern}}\mu_0} \quad (3.13)$$

Tabelle 3.4: Beispieldaten Federoptimierung am Hubmagneten.

t_{12}	1 ms
m	≈ 5 g
x_{\max}	≈ 1 mm

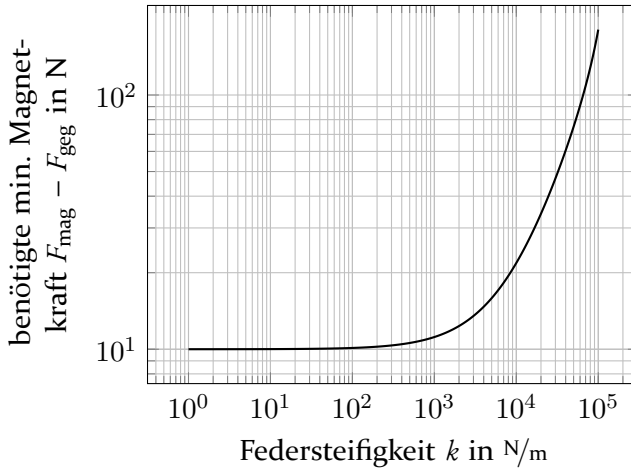


Abbildung 3.7: Optimierungskurve der Federsteifigkeit am Hubmagneten.

mit

$$A_{\text{Kern}} \approx A_{\text{mag}} \tag{3.14}$$

Für die Auslegung des Hubmagneten kann nun mit Hilfe der Formel (3.7) die erforderliche Kraft bestimmt werden. Folgende Parameter der Tabelle 3.4 sollen für eine beispielhafte Rechnung gegeben sein.

Abbildung 3.7 zeigt die Abhängigkeit der benötigte Magnetkraft F_{mag} von der Federsteifigkeit k . Wie zu erwarten führt eine geringere Federsteifigkeit zu einer geringeren Magnetkraft. Lässt man die Feder gänzlich weg, ergibt dies den Grenzwert der Optimierungsfunktion:

$$\begin{aligned}
 F_{\text{mag}}|_{k=0 \text{ N/m}} &= \lim_{k \rightarrow 0 \text{ N/m}} \frac{k \max(x) \left(2 - \cos \left(t_{12} \sqrt{\frac{k}{m_{\text{Anker}}}} \right) \right)}{1 - \cos \left(t_{12} \sqrt{\frac{k}{m_{\text{Anker}}}} \right)} + F_{\text{geg}} \\
 &= \frac{2 m_{\text{Anker}} \max(x)}{t_{12}^2} + F_{\text{geg}}
 \end{aligned} \tag{3.15}$$

Formel (3.15) ergibt für die Beispieldaten aus Tabelle 3.4 eine Magnetkraft von $F_{\text{mag}} = 10 \text{ N} + f_{\text{geg}}$. Hieraus resultiert nach Formel (3.13) der zu bestimmende magnetische Widerstand R_M und die benötigte Stromstärke I .

Abschließend zur Elektromagnet-Theorie soll noch kurz auf den zeitlichen Verlauf der Leistung eingegangen werden. Zur Berechnung der benötigten maximalen elektrischen Leistung muss neben der reinen mechanischen Leistung P_{mech} die Verlustleistung durch den Widerstand der Leitung P_{ele} , als auch für das Laden der Spule P_{ind} berücksichtigt werden [KEQ⁺12, Abschnitt 3.3.2]. Die Leistung eines Hubmagneten kann durch folgende Formel beschrieben werden:

$$P_{\text{mag}} = \sum_j P_j = \underbrace{I^2 R_{\text{Leiter}}}_{P_{\text{ele}}} + \underbrace{I \frac{\partial \psi(x_{\text{Anker}}, I)}{\partial x_{\text{Anker}}} \frac{dx}{dt}}_{P_{\text{mech}}} + \underbrace{I \frac{\partial \psi(x_{\text{Anker}}, I)}{\partial I} \frac{dI}{dt}}_{P_{\text{ind}}} \quad (3.16)$$

Formel (3.16) beschreibt das Verhalten bei konstanter Spannungsversorgung. $\psi(x, I) = N\Phi$ beschreibt hierbei den verketteten Fluss. Als Ersatzschaltbild für den Hubmagneten können die drei Leistungsbereiche als Reihenschaltung betrachtet werden. Die Stromstärke ist somit für alle drei Elemente gleich groß.

$$\frac{\partial}{\partial x_{\text{Anker}}} \int_0^I \psi(x_{\text{Anker}}, i) di = m\ddot{x}_{\text{Anker}} + d\dot{x}_{\text{Anker}} + k \quad (3.17)$$

Gleichung (3.17) beschreibt die Abhängigkeit des Spulenstroms von der Bewegung des Ankers [KEQ⁺12, Abschnitt 3.3.2]. Das Gleichungssystem (3.16) und (3.17) lässt sich nur aufwändig numerisch lösen. Da jedoch eine Maximalwertabschätzung durchgeführt werden soll und keine exakte zeitliche Betrachtung benötigt wird, wird vereinfacht davon ausgegangen, dass der Maximalwert für die Leistung P_{ind} näherungsweise auch mit dem zeitlichen Stromverlauf bei feststehenden Anker berechnet werden kann. Für einen Hubmagnet mit feststehenden Anker und der Zeitkonstante $\tau = \frac{L}{R_{\text{Leiter}}}$ gilt für den Strom [KEQ⁺12, Abschnitt 2.2.1]:

$$I(t) \approx \frac{U_{\text{ind}}}{R_{\text{Leiter}}} \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) \quad (3.18)$$

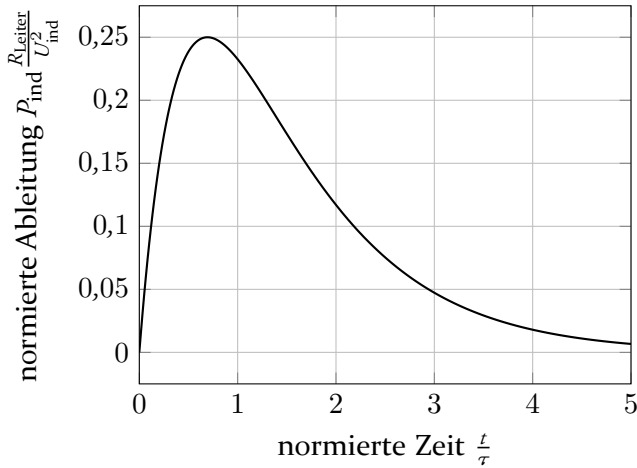


Abbildung 3.8: Theoretischer Leistungsverlauf beim Laden der Induktivität.

Somit gilt für die Induktionsleistung P_{ind} :

$$P_{\text{ind}}(t) = \frac{\partial \psi(x, I)}{\partial x} \left(\frac{U_{\text{ind}}}{R_{\text{Leiter}}} \right)^2 \frac{1}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}} \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right) \quad (3.19)$$

Abbildung 3.8 zeigt den normierten Verlauf der Induktionsleistung. Zu sehen ist, dass diese bei $P_{\text{ind}}(t)|_{t=0} = 0 \text{ W}$ startet, ein Maximum erreicht und danach asymptotisch gegen $\lim_{t \rightarrow \infty} P_{\text{ind}} = 0 \text{ W}$ abklingt. Es kann gezeigt werden, dass das Maximum der normierten Induktionsleistung $\max_{t \in \mathbb{R}} P_{\text{ind}} \frac{R_{\text{Leiter}}}{U_{\text{ind}}^2}$ aus Formel (3.16) bei $\frac{t}{\tau} = \ln 2$ existiert. Da nur der lineare Fall betrachtet werden soll, kann folgender Zusammenhang als gegeben betrachtet werden [KEQ⁺12, Seite 18]:

$$\frac{\partial \psi(x_{\text{Anker}}, I)}{\partial x_{\text{Anker}}} = \frac{\psi(x_{\text{Anker}}, I)}{I} \quad (3.20)$$

Somit ergibt sich die maximale Induktionsleistung zu:

$$P_{\text{ind}}(t)|_{t=\tau \ln(2)} = \frac{1}{4} \frac{\partial \psi(x_{\text{Anker}}, I)}{\partial x_{\text{Anker}}} \left(\frac{U_{\text{ind}}}{R_{\text{Leiter}}} \right)^2 \frac{1}{\tau} = \frac{1}{4} \frac{U_{\text{ind}}^2}{R_{\text{Leiter}}} \quad (3.21)$$

Somit folgt aus (3.16) und (3.21):

$$\max_{I \in \mathbb{R}_{\geq 0}} P_{\text{mag}} \approx I^2 R_{\text{Leiter}} + P_{\text{mech}} + \underbrace{\frac{1}{4} \frac{U_{\text{ind}}^2}{R_{\text{Leiter}}}}_{I^2 R_{\text{Leiter}}} \quad (3.22)$$

Aus Formel (3.22) lässt sich nun die benötigte Spannung berechnen:

$$\max U_{\text{ind}} \approx \frac{5}{4} I R_{\text{Leiter}} + \frac{P_{\text{mech}}}{I} \quad (3.23)$$

Die benötigte Leistung ergibt sich zu:

$$\max_{I \in \mathbb{R}_{\geq 0}} P_{\text{mag}} \approx \underbrace{\frac{5}{4} I^2 R_{\text{Leiter}}}_{P_{\text{Verlust}}} + P_{\text{mech}} = \frac{5}{4} I U_0 + P_{\text{mech}} \quad (3.24)$$

Aus Gleichung (3.24) folgt, dass die Verlustleistung durch die Leitung selbst bestimmt wird. Übliche Elektromagneten besitzen eine hohe Windungszahl, welche den Widerstand der Leitung zwar erhöht $R_{\text{Leiter}} \propto l_{\text{Leiter}}$, jedoch reduziert sich nach Gleichung (3.13) die benötigte Stromstärke $I \propto \frac{1}{l_{\text{Leiter}}}$. Für die Verlustleistung ergibt sich somit:

$$P_{\text{Verlust}} \propto \frac{1}{l_{\text{Leiter}}} \quad (3.25)$$

Elektromagnetischer Ventilaktor

Neben dem einfachen Hubmagneten ist es möglich andere Konstruktionen einzusetzen. Der elektromagnetische Ventilaktor (EVA) wurde in der Automobilindustrie als Ersatz für die mechanische Ansteuerung der Ventile im Motor angedacht [SKvdSEoo]. Dieses System speichert die Energie für die Bewegung in zwei gegeneinander verspannten Federn vor. Zwei Elektromagnete halten einen Stößel jeweils auf der einen oder anderen Seite fest. Abbildung 3.9 zeigt schematisch einen solchen Aufbau. Da der Luftspalt zu diesen Positionen sehr klein ist, wird nur wenig Energie benötigt um die nötige Kraft mit den Magneten zu erzeugen. Wird die Halteenergie abgeschaltet, so entlädt sich die Energie der Federn und der Stößel wird beschleunigt. Erreicht der Stößel die Mitte, ist die Kraft beider Federn gleich. Es findet keine Beschleunigung

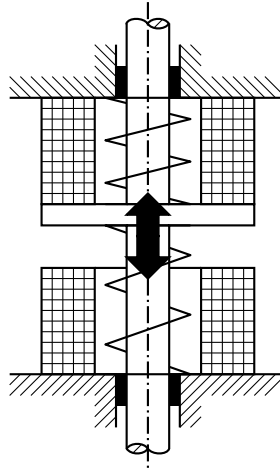


Abbildung 3.9: Skizze des Aufbaus eines elektromagnetischen Ventilaktors nach Vorbild der Automobilindustrie.

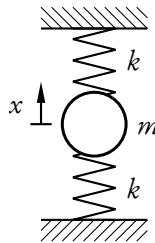


Abbildung 3.10: Feder-Masse-Schwingmodell zur Berechnung der Dynamik des EVA.

mehr statt. Der Stößel bewegt sich weiter und staucht nun die zweite Feder. Er wird verzögert. Kurz bevor der Stößel seine Endposition erreicht, ist die potentielle Energie der einen Feder an die andere übergeben worden. Der zweite Magnet zieht nun den Stößel in die Halteposition. Hierbei wird die verlorene Energie in Folge von Reibung ergänzt. Die Bewegung des Stößels hängt maßgeblich nur von der Federsteifigkeit der Federn und der Masse des Stößels ab. Die Magnete können nur bedingt in die Bewegung eingreifen.

Abbildung 3.10 zeigt das Feder-Masse-Modell für einen EVA. Die Gesamtfederkraft, die auf die Masse m wirkt ist die Summe der beiden Federn:

$$F_k = (x_{\text{Anker}} + x_{\text{Anker}}|_{t=0}) k + (x_{\text{Anker}} - x_{\text{Anker}}|_{t=0}) k = 2x_{\text{Anker}} k \quad (3.26)$$

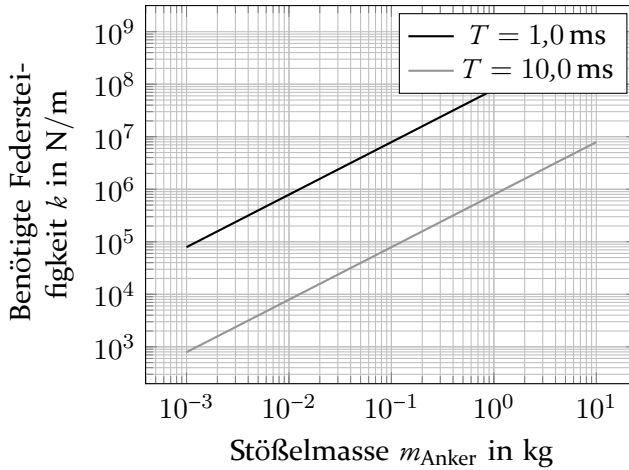


Abbildung 3.11: Benötigte Federsteifigkeit bezogen auf die Stößelmasse des EVAs.

Aus der Formel (3.26) folgt somit die Federkraft $k_{\text{ges}} = 2k$ für die vereinfachte Bewegungsgleichung:

$$m_{\text{Anker}} \frac{d^2 x_{\text{Anker}}}{dt^2} + k_{\text{ges}} x_{\text{Anker}} = 0 \quad (3.27)$$

Für die Eigenfrequenz ω_0 gilt:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{2k}{m_{\text{Anker}}}} = \sqrt{\frac{k_{\text{ges}}}{m_{\text{Anker}}}} \quad (3.28)$$

Soll die Stößelbewegung in $T = 1,0$ ms stattfinden, so ist die Eigenfrequenz festgelegt auf $\omega_0 = 4\pi \frac{1}{T}$.

Abbildung 3.11 zeigt den Zusammenhang zwischen der Stößelmasse und der benötigten Federsteifigkeit der Federn des EVA. Auch hier zeigt sich äquivalent zu Abschnitt 3.1.1, dass eine längere Schaltdauer die Anforderungen an das System reduziert. Zudem ist zu sehen, dass die geforderten Federsteifigkeiten von Spiralfedern (für Drahtdurchmesser 10 mm folgt anwendungsbezogen eine maximale Federsteifigkeit von $\approx 210 \text{ N/m}$ [Gut15]) nur eingeschränkt zu leisten sind. Eine Konstruktion aus Tellerfedern kann hier ausreichend hohe Federsteifigkeiten erzeugen. Jedoch ist zu berücksichtigen, dass ein Tellerfederpaket

in der Regel durch Reibung eine höhere Dämpfung als eine Spiralfeder besitzt. Dadurch erhöht sich der Energieverbrauch.

Ein Grundproblem des EVAs ist das Aktivieren und Deaktivieren. Zu Beginn befindet sich der Stößel genau in der Mitte, da in dieser Position die Federn die gleiche Kraft auf den Körper ausüben. Dadurch befindet sich aber der Stößel auch $x(t)|_{t=0s} = \frac{b}{2}$ von den Magneten entfernt. Hierdurch ist der magnetische Widerstand groß und die Kraft bezogen auf die Stromstärke klein. Ein direktes Anziehen auf eine Seite wird aufgrund der hohen benötigten Federsteifigkeiten nicht möglich sein. Eine mögliche Lösung stellt das Anregen des Stößels in seiner Eigenfrequenz dar. Hierzu werden die Magneten alternierend mit Strom versorgt, so dass der Stößel sich immer weiter aufschwingt. Vorausgesetzt, die Dämpfung ist nicht zu groß, kann auf diese Art und Weise der Stößel soweit ausgelegt werden, bis er die Magneten erreicht. Mit jeder Schwingung nimmt so die Energie im System zu. Kommt der Stößel den Magneten nahe genug, können sie ihn zu sich heranziehen und fixieren. Beim Abschalten muss natürlich dieser Vorgang umgekehrt durchgeführt werden, um ein unnötiges Schwingen des Stößels und damit einen erhöhten Verschleiß der Lager zu vermeiden. Für eine sinnvolle Implementierung eines solchen Start- und Endvorganges benötigt jedoch der Aktor einen Sensor, der die Position des Stößels erfassen kann. Zudem sollte ein System für den Notfall, z.B. einen Stromausfall, vorhanden sein. Hier würde sich z.B. eine Wirbelstrombremse anbieten, um ohne ein Eingreifen den Stößel zum Stehen zu bringen.

3.2.3 Sekundärdruck

Zur Durchführung der Leckergänzung muss das Leckergänzungsventil eine positive Druckdifferenz in Richtung Hydraulikraum aufweisen. Würde das Leckergänzungsventil lediglich mit Umgebungsdruck versorgt, so müsste der Hydraulikraumdruck unter Umgebungsdruck abfallen. Ein solches System wäre zeitlich extrem eingeschränkt bezüglich der Leckergänzungszeitpunkte. Letztlich würde ein solches System mechatronisch die Funktionsweise eines klassischen LEVs nachbilden. Wie in den vorangegangenen Abschnitten gezeigt wurde, ist eine derart schnelle und präzise mechatronische Umsetzung der Leckergänzung fragwürdig. Liegt am Leckergänzungsventil jedoch ein Versorgungsdruck an, welcher höher ist, als der Saugdruck, so kann der Leckergänzungsvorgang innerhalb der Saugphase stattfinden. Bezogen auf die Tabelle 3.1 verlängert sich der mögliche Arbeitsbereich der Leckergänzung

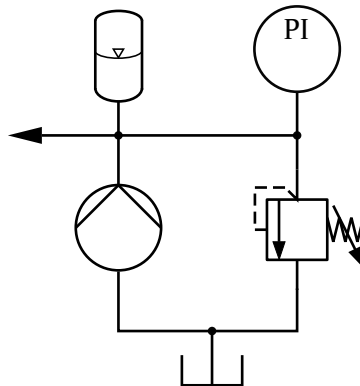


Abbildung 3.12: Fließbild einer geregelten Druckquelle als Sekundärdruckerzeuger (Kennbuchstaben nach DIN EN 62424:2017).

auf das achtfache. Dies stellt eine erhebliche Vereinfachung bezüglich den Anforderungen für die Leckergänzung.

Die Versorgung des Leckergänzungsventils mit einem Versorgungsdruck bedarf an der Pumpe eines zusätzlichen Druckerzeugers. Dieser Druckerzeuger muss getrennt von der eigentlichen Pumpe einen Volumenstrom aufbauen. Eine direkte Kopplung mit der MVP ist möglich, ein separater Antrieb bietet jedoch gerade für variable Betriebsparameter den Vorteil, dass die Druckversorgung unabhängig von diesen Änderungen ist.

Mit Hilfe eines Druckhalteventils wird der Druck in der Versorgungsleitung geregelt. Über das Druckhalteventil fließt der überschüssige Volumenstrom ab, welcher nicht für die Leckergänzung benötigt wird. Da die Entnahme der Hydraulikflüssigkeit gepulst stattfindet, muss die Druckversorgungsleitung mit einem Dämpfer versehen werden. Es ist nicht sichergestellt, dass das Druckhalteventil die durch die gepulste Entnahme möglichen Volumenstromschwankungen schnell genug ausgleichen kann. Abbildung 3.12 zeigt den Aufbau der sekundären Druckversorgung als Fließbild.

Die Druckquelle muss sich das Hydraulikölreservoir mit der Kolbendichtung teilen, da die Leckage an der Kolbendichtung über die Druckquelle und dem Leckergänzungsventil wieder zurück in den Hydraulikraum gelangen muss. So muss die Druckquelle entweder direkt aus dem Reservoir hinter dem Kolben die Hydraulikflüssigkeit entnehmen oder ein separates Versorgungsreservoir der Druckquelle muss vom Kolbenreservoir gespeist werden. Des Weiteren sollte die Versorgungsleitung mit einer Druckmessung ausgestattet sein, da bei

einer unzureichenden Druckversorgung eine Leckergänzung nicht möglich ist. Grundsätzlich lässt sich eine fehlerhafte Leckergänzung auch über andere Messwerte bestimmen, jedoch sind diese zeitverzögert. Die Messung der Versorgungsleitung ermöglicht direktes Monitoring der Versorgung für die Leckergänzung, so dass auch schleichende Fehler detektiert werden können. Ein positiver Nebeneffekt der Versorgungsdruckmessung ist die Möglichkeit der adaptiven Anpassung an den Saugdruck. So ist die Druckdifferenz über das Ventil und somit auch die Durchströmung identisch bei sich verändernden Saugdrücken. Dies kommt einer Regelung entgegen, da die Charakteristik des Stellglieds konstant bleibt.

Das freie Einspritzen in den Hydraulikraum während der Saugphase verändert jedoch den typischen Druckverlauf im Hydraulikraum. Bei einer klassischen Leckergänzung fällt der Druck am Ende von der Saugphase unter den Druck des Reservoirs, so dass die Leckergänzung stattfinden kann. Dies geschieht, da die Membran sich an ihren Anlagepunkt legt und somit Produkt- und Hydraulikraum drucktechnisch entkoppelt. Wird nun durch die Einspritzung das Anlegen der Membran künstlich verhindert, werden Produkt- und Hydraulikraum nicht mehr entkoppelt und es kann zu keinem Druckabfall am Ende der Saugphase kommen. Dies verbessert auf der einen Seite das Leckeverhalten, da z.B. die Kolbenringbewegung aus Abschnitt 2.2.7 verhindert wird, andererseits benötigt das Gasaustragsventil diesen Druckabfall zur Aufnahme von Gas aus dem Hydraulikraum. Fällt der Druck nicht unter den Reservoirdruck, so bleibt das Gasaustragsventil durchgängig geschlossen. Somit muss der Gasaustrag anderweitig realisiert werden.

3.3 Sitzventil

Sitzventile mit einem klassischen Hubmagneten besitzen die nötigen Fähigkeiten um eine Regelung des Hydraulikölvolumens durchführen zu können. Abbildung 3.13 zeigt eine schematische Darstellung eines Sitzventils, wie es für die Aufgabe der Ölregulierung in Frage kommen würde. Das Ventil wird elektromagnetisch angesteuert. Wird eine Spannung U an die Spule angelegt, erzeugt der Stromfluss ein magnetisches Feld, welches auf den Ventilkörper wirkt. Dieser wird durch das Magnetfeld gegen die Federkraft und den Druck angehoben. Hierdurch öffnet sich das Ventil.

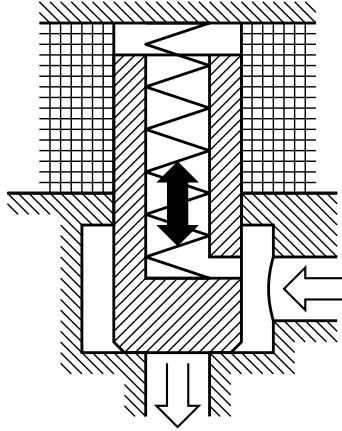


Abbildung 3.13: Schematischer Querschnitt eines direkt magnetisch angesteuerten Sitzventils.

Für die Betrachtung einer möglichen Regelung ist der Einfluss des Stellglieds von entscheidender Bedeutung. Daher soll nun theoretisch und messtechnisch das Verhalten von Sitzventilen betrachtet werden.

3.3.1 Ventilkinematik

Die Ventilaktorik ist gekennzeichnet durch die Interaktion von der Magnetkraft und der Bewegungsdynamik des Ventilkörpers. Das Magnetfeld des Elektromagneten übt eine Kraft F_{mag} auf den Ventilkörper aus, welcher hierdurch zu einer Bewegung angeregt wird. Eine direkte Berechnung benötigt diverse geometrische Daten, welche bei Zukaufteilen normalerweise nicht bekannt sind. Die Magnetkraft wird daher mit Hilfe zweier Bedingungen approximiert. Laut Hersteller kann die maximale Kraft $\max_{t \in \mathbb{R}_{\geq 0}} (F_{\text{mag}}(t)) \Big|_{x_V(t)}$ des Magneten des verwendeten Ventils wie folgt geschätzt werden:

$$\max_{t \in \mathbb{R}_{\geq 0}} (F_{\text{mag}}(t)) \Big|_{x_V(t)} \approx \frac{19,21 \text{ N/mm}}{\max(x_V(t)) - x_V(t) + 0,4756 \text{ mm}} \quad (3.29)$$

Gleichung (3.29) bildet die statische Kraft des Magneten bei einer bestimmten Ventilkörperposition $x_V(t)$ ab. Die in der dynamischen Bewegung auftretende Kraft ist kleiner anzunehmen [KEQ⁺12, Abschnitt 3.3]. Daneben kann der

Magnet keine größere Leistung als die Versorgungsleistung $P_{\text{mag}} \approx 13,6 \text{ W}$ an den Ventilkörper weitergeben. Für das Magnetventilmodell gilt somit:

$$F_{\text{mag}}(x_V(t)) = \begin{cases} \frac{P_{\text{mag}}}{\frac{dx_V(t)}{dt}} & \text{für } \frac{P_{\text{mag}}}{\frac{dx_V(t)}{dt}} < \max_{t \in \mathbb{R}_{\geq 0}} (F_{\text{mag}}(t)) \Big|_{x_V(t)} \\ \max (F_{\text{mag}}) \Big|_{x_V(t)} & \text{für } \frac{P_{\text{mag}}}{\frac{dx_V(t)}{dt}} \geq \max_{t \in \mathbb{R}_{\geq 0}} (F_{\text{mag}}(t)) \Big|_{x_V(t)} \end{cases} \quad (3.30)$$

Gleichung (3.30) stellt keine physikalisch sinnvolle Berechnung der Magnetkraft dar. Es handelt sich lediglich um eine einfache Schätzung um ein näherungsweise realistische Magnetkraft simulieren zu können.

$$\frac{d^2 x_V(t)}{dt^2} = \begin{cases} \overbrace{F_{\text{mag}} - F_{\text{Feder}} - F_{\text{Fluid}}}^{\approx \text{konst.}} & \text{für } x_V(t) < b_V \\ -10^{-5} \text{ 1/s} \frac{dx_V(t)}{dt} & \text{für } x_V(t) \geq b_V \end{cases} \quad (3.31)$$

Aus dem Kräftegleichgewicht $\sum F = 0$ am Ventilkörper folgt die Beschleunigung des Ventilkörpers $\frac{d^2 x_V(t)}{dt^2}$. Erreicht der Ventilkörper den oberen Anschlag, so wird der Ventilkörper kontrolliert abgebremst. Eine derartige Verzögerung bildet keinen physikalischen Kontakt nach, sondern stellt eine sichere, kontrollierte Abbremsung dar. An dieser Ventilkörperposition hat die Bewegung bereits keinen Einfluss mehr auf die Strömung, daher hat eine nicht korrekte Verzögerung keinen negativen Einfluss auf das Ergebnis.

Die Fluidkraft F_{Fluid} besitzt zwei Anteile. Ein Anteil bildet die Druckdifferenz für die Ölverdrängung während der Ventilkörperbewegung $\frac{dx_V(t)}{dt}$. Hierzu wird die inverse Funktion der Gleichung (2.149) verwendet.

$$\text{torri}^{-1}(u, \varrho) = \text{sgn}(u) \frac{\varrho}{2} u^2 = \Delta p \quad (3.32)$$

Der zweite Anteil bildet die Reibung zwischen Ventilkörper und Gehäuse ab. Diese Reibung bzw. Dämpfung wird durch den Parameter $d = 50 \text{ Ns/m}$ eingestellt. Für die fluidbedingte Kraft F_{Fluid} gilt:

$$F_{\text{Fluid}} = d \frac{dx_V(t)}{dt} + \zeta_V \text{torri}^{-1} \left(\frac{dx_V(t)}{dt}, \varrho \right) \mathcal{A}_{\text{eff.}}(t, \max(x_V(t)) - x_V(t), d_V, A_V) \quad (3.33)$$

Sowohl an dem Ventilkörperende am Ventilgrund, als auch an der gegenüberliegenden Seite, muss der variable Strömungsquerschnitt A_{eff} in Folge der Bewegung berücksichtigt werden. Der Querschnitt kann, bedingt durch die Bauteilgeometrien, ein bestimmtes Maximum A nicht überschreiten. Für den Strömungsquerschnitt A_{eff} gilt somit:

$$A_{\text{eff.}}(t, x(t), d, A) = \begin{cases} 0 \text{ m}^2 & \text{für } x(t) \leq 0 \text{ m} \\ \frac{\pi}{4} d^2 x(t) & \text{für } x(t) > 0 \text{ m} \wedge \frac{\pi}{4} d^2 x(t) < A \\ \underbrace{\max(A_{\text{eff.}})}_A & \text{für } \frac{\pi}{4} d^2 x(t) \geq A \end{cases} \quad (3.34)$$

Aus der Druckdifferenz Δp_V am Ventil und dem ventilkörperpositionsabhängigen Strömungsquerschnitt $A_{\text{eff.}}(t, x_V(t), d_V, A_V)$ ergibt sich die resultierende Volumenbeschleunigung $\ddot{V}_{\Delta p}$:

$$\ddot{V}_{\Delta p}(t) = \frac{A_{\text{Leitung}}}{l_{\text{Leitung}} \xi} \left(\Delta p_V - \zeta \text{torri}^{-1} \left(\frac{1}{A_{\text{eff.}}(t, x_V(t), d_V, A_V)} \frac{dV_V(t)}{dt} \right)^2 \right) \quad (3.35)$$

Abbildung 3.14 zeigt den zeitlichen Verlauf der Geschwindigkeit und der Beschleunigung des Ventilkörpers. Bei ca. $t \approx 6,75$ ms fällt die Beschleunigung schlagartig ab. Hier trifft der Ventilkörper an seinen Anschlag und wird in seiner Bewegung gestoppt. Da zu diesem Zeitpunkt die Bewegung des Ventilkörpers keinen Einfluss mehr auf den Durchfluss \dot{V} hat, wird der Verzögerungsvorgang nicht realitätsnah abgebildet, sondern als Regelung modelliert um ein sauberes Abbremsen zu erlangen und die Simulation nicht unnötig zu verlangsamen.

Abbildung 3.15 zeigt die resultierende Entwicklung der Strömung. Dargestellt ist die Lösung der Differentialgleichung, als auch eine idealisierte Betrachtung als Totzeitglied für den Volumenstrom \dot{V} und die Volumenmessdaten eines entsprechenden Versuchs. Ab ca. $t \approx 2,5$ ms entspricht die idealisierte Abbildung mit Totzeitglied der Lösung der Differentialgleichung nach (3.35). Die Volumenmessdaten bestätigen die Modellierung (3.35). Lediglich eine minimale abweichende Schwingung infolge der Anregung durch den hydraulischen Druckschlag beim Öffnen des Ventils ist zu erkennen. Dieses Verhalten

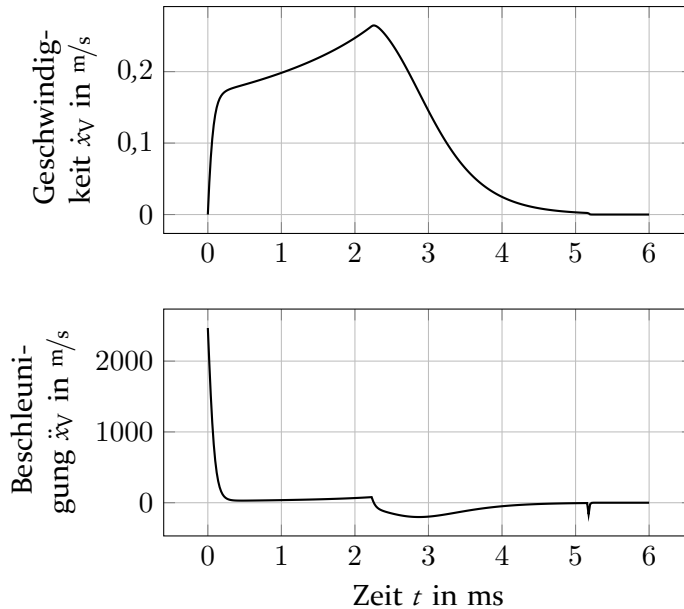


Abbildung 3.14: Simulierte Kinematik des Ventilkörper beim Öffnen.

wurde nicht im Modell abgebildet. Somit wurde gezeigt, dass die Modellierung (3.35) das Ventilverhalten abbilden kann und dass eine vereinfachte Betrachtung als Totzeitglied für den Volumenstrom \dot{V} zulässig ist.

3.3.2 Validierung von Ventilschaltzeiten

Zur Realisierung einer Regelung bedarf es einer genauen Kenntnis der Ventilcharakteristik. Bisher wurden theoretische Überlegungen bezüglich dem Ventilaufbau und -verhalten angestellt. Eine reine theoretische Betrachtung ist jedoch aufgrund von vielen unbekanntenen Größen nicht möglich, so dass das konkrete Verhalten gemessen werden muss. Für pneumatische Systeme existiert eine Norm zur Messung der Schaltzeit von Ventilen, welche sowohl eine Definition des Begriffs „Schaltzeit“, sowie entsprechende Messaufbauten für elektrisch oder pneumatisch angesteuerte Ventile [ISO05] beinhaltet. Nach DIN ISO 12238:2005 werden die zu testenden Ventile mit Druck am Eingang versorgt. Der Ausgang ist verschlossen und mit einem Drucksensor ausgestattet. Die Schaltzeit ist die Zeit zwischen Anlegen des Signals und einem Druckanstieg von 10% bezogen auf die Versorgung. Dieser Aufbau

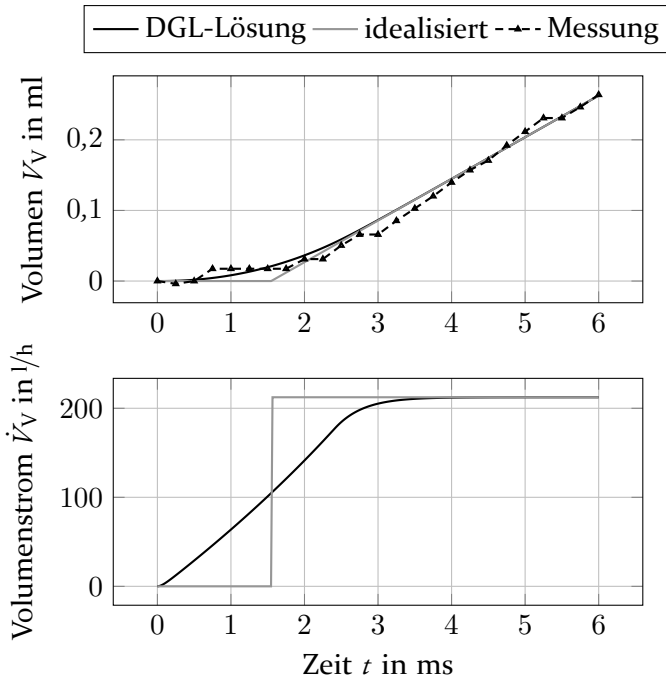


Abbildung 3.15: Simulierte, idealisierte und gemessene Freigabe des Volumens induziert durch die Kinematik des Ventilkörper.

lässt keinen Rückschluss auf die Volumenstromentwicklung bzw. auf die freigegebenen Volumina $V_V(t_{\text{Signal}})$ bei unterschiedlichen Signaldauern t_{Signal} zu.

Basierend auf dem Volumenmesssystem aus Abschnitt 2.2.4 ist es möglich die Ventilcharakteristik auch bezogen auf die Volumina zu bestimmen. Hierbei ist nicht nur der zeitliche Verlauf der Volumenstromentwicklung von Interesse sondern auch konkret die Dosierfähigkeit der Ventile. Zur präzisen Kontrolle des Hydraulikvolumens muss ein potentiell Ventil präzise und wiederholgenau unterschiedliche Volumina freigeben können. Hierzu muss untersucht werden, wie sich unterschiedliche Signaldauern t_{Signal} auswirken.

Abbildung 3.16 zeigt den Aufbau des Ventilmesssystems. Es arbeitet nach dem gleichen Prinzip, wie in Norm DIN ISO 12238 vorgegeben. Jedoch wurde das System um ein Volumenmesssystem erweitert, in dem das freigegebene Volumen mündet. Ohne eine Möglichkeit, dass Flüssigkeit tatsächlich fließen kann, ist bei quasi inkompressiblen Medien keine Aussage über die zeitliche Entwicklung der Strömung möglich.

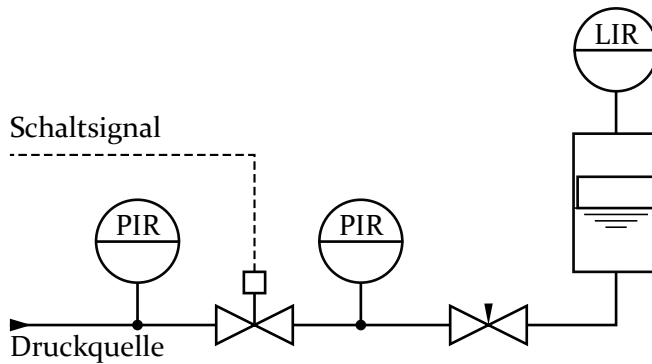


Abbildung 3.16: Fließbild des Versuchsaufbaus zur präzisen Vermessung der Ventilcharakteristik eines elektrisch angesteuerten Sitzventils (Kennbuchstaben nach DIN EN 62424:2017).

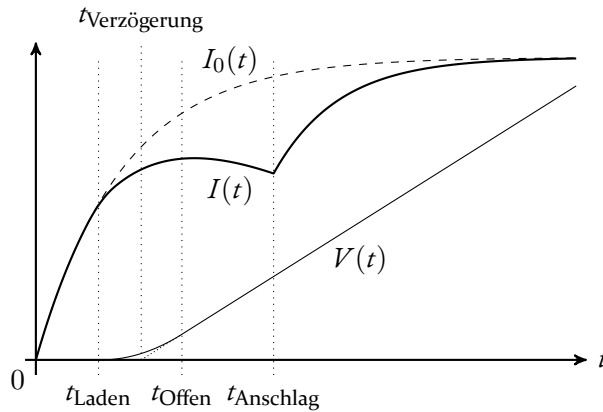


Abbildung 3.17: Zusammenhang zwischen der Spulenladekurve ohne Ventilkörperbewegung $I_0(t)$, der Ladekurve mit Ventilkörperbewegung $I(t)$ und dem freigegebenen Volumen $V(t)$ sowie den Zeiten für das Aufladen ohne Bewegung t_{Laden} , der scheinbaren Ventilverzögerung $t_{\text{Verzög.}}$, der vollständigen Öffnung des Ventils t_{Offen} und dem Ende der Bewegung des Ventilkörpers t_{Anschlag} .

Abbildung 3.17 zeigt eine typische Spulenladekurve mit Ventilkörperbewegung $I(t)$ im Vergleich zu der Ladekurve ohne Ventilkörperbewegung $I_0(t)$ [KEQ⁺12, Abschnitt 3.32]. Zudem ist das zu erwartende freigegebene Volumen $V(t)$ mit angetragen. Hierdurch ist es möglich die verschiedenen Zeitpunkte des Prozesses und deren Zusammenhang zu zeigen. Nachdem die konstante Spannung U an die Spule des Elektromagneten angelegt wurde, wird das System geladen. Die Stromstärke $I(t)$ steigt. Es findet keine Ventilkörperbewegung statt. Zum Zeitpunkt t_{Laden} ist das System soweit geladen, dass der

entstandene Magnetfluss ausreicht um den Ventilkörper zu bewegen. Somit beginnt die Ventilkörperbewegung ab dem Zeitpunkt t_{Laden} . Vorher kann kein Volumenstrom durch das Ventil vorhanden sein. Die beginnende Ventilkörperbewegung vergrößert den minimalen Strömungsquerschnitt, so dass sich der endgültige Volumenstrom, wie in Abschnitt 3.3.1 beschrieben, entwickelt und nicht sprunghaft anliegt. Linearisiert man die Betrachtung, so ergibt sich der Zeitpunkt $t_{\text{Verzög}}$, welcher den scheinbaren Zeitpunkt des Starts des Volumenstroms angibt. Dieser Zeitpunkt ergibt sich aus der Verlängerung der Volumenänderung bei konstanten Differenzdruck Δp zum Startvolumen. Somit wird vereinfacht ein sprunghafter Anstieg des Volumenstroms angenommen. Diese Herangehensweise ermöglicht eine einfachere Betrachtung der Ventilcharakteristik. Der tatsächliche Start des Volumenstroms ist tatsächlich nicht sehr aussagekräftig, ebenso wie der Zeitpunkt an dem das Ventil voll geöffnet ist und der Volumenstrom sein Maximum erreicht t_{Offen} . Bezogen auf diese tatsächlich existierenden Zeitpunkte ist es nur schwer möglich das freigegebene Volumen $V(t)$ direkt zu berechnen. Hierzu wird der konkrete zeitliche Verlauf benötigt. Der hypothetische Wert $t_{\text{Verzög}}$ gibt zwar keine Auskunft, wie sich der Volumenstrom $\dot{V}(t)$ zeitlich entwickelt, jedoch kann aus diesem Wert direkt die freigegebene Volumenmenge $V(t)$ berechnet werden. Es muss berücksichtigt werden, dass für Zeiten $t < t_{\text{Offen}}$ diese Betrachtung einen zunehmenden Fehler für kleinere Zeiten t ergibt. In Abschnitt 3.3.1 wurde gezeigt, dass dieser Fehler normalerweise vernachlässigbar ist. Trifft der Ventilkörper auf seinen Anschlag, stoppt die Bewegung. Der Spule wird ab dem Zeitpunkt t_{Anschlag} keine Energie für die Ventilkörperbewegung entzogen, so dass das System sich nun vollständig aufladen kann.

Die bisherige Betrachtung ging lediglich von dem Einschalten des Anregungssignals aus. Für die Regelung des Hydraulikraumvolumens muss jedoch nicht in erster Linie ein Volumenstrom aufgebaut, sondern eine Dosierung durchgeführt werden. Somit ist das Verhalten bezogen auf eine bestimmte Signaldauer t_{Signal} von primärem Interesse. Wird die Versorgungsspannung $U(t)$ der Spule abgeschaltet, fällt die Kraft weg, welche den Ventilkörper gehoben hat.

Druck, Schwerkraft und Federkraft bestimmen nun die Bewegung des Ventilkörpers. Je nach Auslegung des Ventils, kann dieses schnell öffnend, neutral oder schnell schließend sein. Ist die Kraft des Elektromagneten deutlich größer als zwei mal die Gewichtskraft und der Federkraft, also die Rückstellkraft, so öffnet das Ventil schneller als es schließt, da die resultierende Kraft auf den Ventilkörper beim Öffnen größer ist, als beim Schließen. Sind beide Kräfte

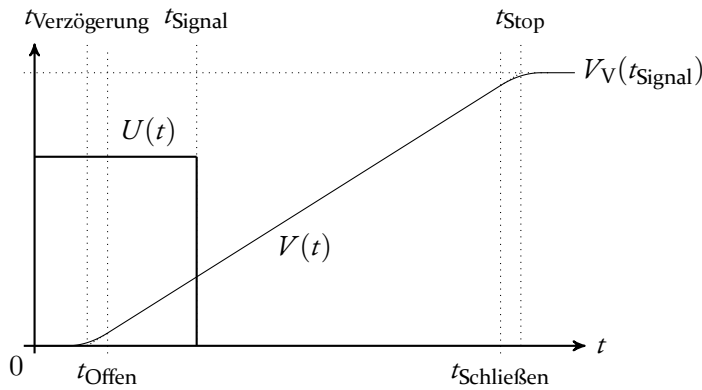


Abbildung 3.18: Zusammenhang zwischen dem Anregungssignal $U(t)$ dem gesamten freigegebenen Volumen $V_V(t)$ sowie den Zeiten der scheinbaren Ventilverzögerung $t_{\text{Verzög.}}$, des vollständig geöffneten Ventils t_{Offen} , dem Beginn des Schließens des Ventils $t_{\text{Schließen}}$ und dem scheinbaren Ende des Volumenflusses t_{Stop} .

ausgewogen, ist das Verhalten neutral. Ist die resultierende Kraft beim Schließvorgang größer als beim Öffnen, schließt demnach das Ventil schneller als es öffnet.

$$F_p < \begin{cases} F_M - (F_{\text{Feder}} + F_g) < F_{\text{Feder}} + F_g & \text{für schnellschließende} \\ F_M - (F_{\text{Feder}} + F_g) \approx F_{\text{Feder}} + F_g & \text{für neutrale} \\ F_M - (F_{\text{Feder}} + F_g) > F_{\text{Feder}} + F_g & \text{für schnellöffnende} \end{cases} \quad (3.36)$$

Äquivalent zum Öffnen kann beim Schließen neben dem Startzeitpunkt des Schließens $t_{\text{Schließen}}$ wiederum ein virtueller Zeitpunkt t_{Stop} angeben werden, welcher das abrupte Stoppen des vollständigen Volumenstroms ohne Abschwelen abbildet. Wie auch für den Zeitpunkt $t_{\text{Verzög.}}$ gilt auch für den Zeitpunkt t_{Stop} , dass dieser zwar keinen reell existierenden Zeitpunkt angibt, jedoch die Möglichkeit der direkten Berechnung der Volumina ermöglicht. So ist das freigegebene Volumen eines Dosiervorgangs:

$$V_V = \hat{V} \left(\underbrace{t_{\text{Stop}} - t_{\text{Verzög.}}}_{t_{\text{Aktiv}}} \right) = \hat{V} (t_{\text{Signal}} + t_{\text{Schließver.}}) \quad (3.37)$$

Gleichung (3.37) gilt nur für den linearen Fall, dass der Differenzdruck Δp über das Ventil konstant bleibt. Denn nur in dem Fall, kann ein zeitunabhängiger maximaler Volumenstrom \hat{V} definiert werden. Im nicht linearen Fall muss eine Integration des zeitabhängige Volumenstroms über die Zeit durchgeführt werden, oder das Volumen muss direkt gemessen werden. Für übliche Anwendungen, in denen der Differenzdruck $\Delta p \approx \text{konst.}$ angenommen werden kann, kann die linearisierte Betrachtung (3.37) als Näherung verwendet werden. Wird die Dosierung geregelt, ist die Diskussion des Ventilverhaltens anhand der Werte für die Verzögerung $t_{\text{Verzög.}}$ und der Zeit t_{Aktiv} , in dem das Ventil aktiv ist, zulässig, da die Regelung die Abweichung zwischen linearer Betrachtung und reellem Durchfluss kompensiert. Eine Diskussion eines solchen Falls mit Hilfe der linearisierten Betrachtung vereinfacht jedoch die Vorstellbarkeit, ohne das Verhalten zu abstrakt zu betrachten.

Eine Diskussion auf Grundlage einer Druckdefinition, wie es die Norm DIN ISO 12238:2005 und ähnliche Methoden empfehlen oder vorgeben [ISO05], ist nicht geeignet, da diese unter anderem von Parametern wie Kompressibilität, Geometrie der Leitung und Räume abhängig sind. Bei der linearisierten Betrachtung mit den Werten, wie sie in Gleichung (3.37) verwendet werden, ist lediglich der maximale Volumenstrom \hat{V} vom Medium und nicht ausschließlich vom Ventil abhängig.

3.3.3 Gemessene Ventilcharakteristik

Nachdem im vorhergegangenen Abschnitt das Prinzip der Vermessung der Sitzventile erläutert wurde, soll nun ein Satz Prototypen der Fa. Bürkert GmbH & Co. KG untersucht werden, welche speziell für diese Anwendung angefertigt wurden. Diese Prototypen basieren auf der TwinPower-Technologie der Fa. Bürkert GmbH & Co. KG. Die Ventile besitzen einen Nenndurchmesser von $d_n = 2,0 \text{ mm}$ und können mit einem maximalen Druck $p \leq 100 \text{ bar}$ beaufschlagt werden. Zur Optimierung der Funktion wurden verschiedene Federkräfte F_{Feder} untersucht. Tabelle 3.5 zeigt die getesteten Federkräfte und die maximal untersuchte Signaldauer t_{Signal} .

Abbildung 3.19 zeigt beispielhaft die aufgezeichneten Daten eines Versuches. Zum Zeitpunkt $t = 0,0 \text{ ms}$ wird eine Spannung an die Spule angelegt, welche exakt $t_{\text{Signal}} = 17,0 \cdot 10^3 \mu\text{s}$ gehalten wird. Danach öffnet das Relais wieder. Da die Spule nicht mit einem Pull-Down-Widerstand versehen ist, kann das Entladen der Spule in Verbindung mit der Ventilkörperbewegung als Spannungssignal aufgezeichnet werden. Die Änderung des Volumens tritt deutlich

Tabelle 3.5: Vermessene Ventilvarianten und deren Parameter.

Ventil	Federkraft	max. untersuchte Signaldauer
a	$F_{\text{Feder}} = 2,5 \text{ N}$	$\max t_{\text{Signal}} = 25 \text{ ms}$
b	$F_{\text{Feder}} = 3,6 \text{ N}$	$\max t_{\text{Signal}} = 35 \text{ ms}$
c	$F_{\text{Feder}} = 4,0 \text{ N}$	$\max t_{\text{Signal}} = 35 \text{ ms}$
d	$F_{\text{Feder}} = 1,75 \text{ N}$	$\max t_{\text{Signal}} = 25 \text{ ms}$

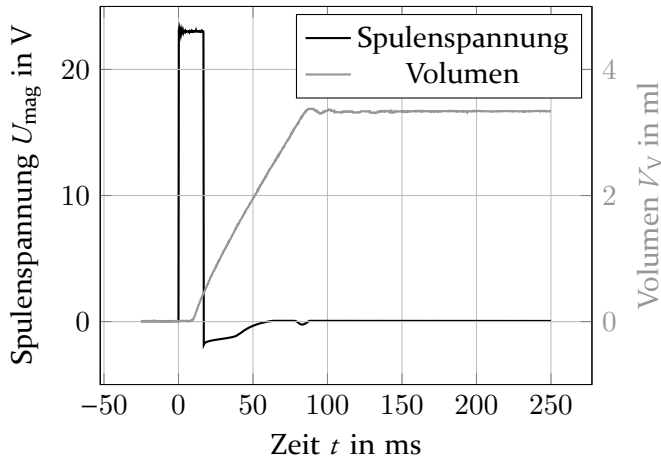


Abbildung 3.19: Beispieldaten der Ventilcharakteristikvermessung.

zeitverzögert zum Anregungssignal auf. Diese Verzögerungszeit $t_{\text{Verzög.}} \approx 7 \text{ ms}$ ist bedingt durch das Aufladen der Spule und dem mechanischen Anheben des Ventilkörpers, so dass ein Fluss möglich ist. Nach dem Abschalten des Anregungssignals vergeht eine gewisse Zeit, bis das Ventil wieder schließt. Diese Schließverzögerung $t_{\text{Schließver.}} \approx 60 \text{ ms}$ ist bedingt in der verringerten Kraft für die Rückbewegung des Ventilkörpers. Beim Öffnen arbeitet die Magnetkraft gegen die Federkraft des Ventils. Die Magnetkraft ist wesentlich größer. Deshalb wird der Ventilkörper deutlich stärker beim Öffnen beschleunigt als beim Schließen. Zusätzlich kommt hinzu, dass durch die Viskosität der Flüssigkeit (Hydrauliköl mit $\nu \approx 25 \text{ mPas}$) der Ventilkörper am oberen Anlagpunkt durch Adhäsion gebremst wird.

Abbildung 3.20 zeigt die resultierenden Volumina V_V der Ventilvarianten für verschiedene Drücke. Zu erkennen ist, dass - ausgenommen Ventilvariante c bei $p_0 = 30 \text{ bar}$ - die Ventile sehr wiederholgenau arbeiten. Es ist kaum ein Schlieren der Daten zu erkennen. Die Ventilvariante c hat die stärkste

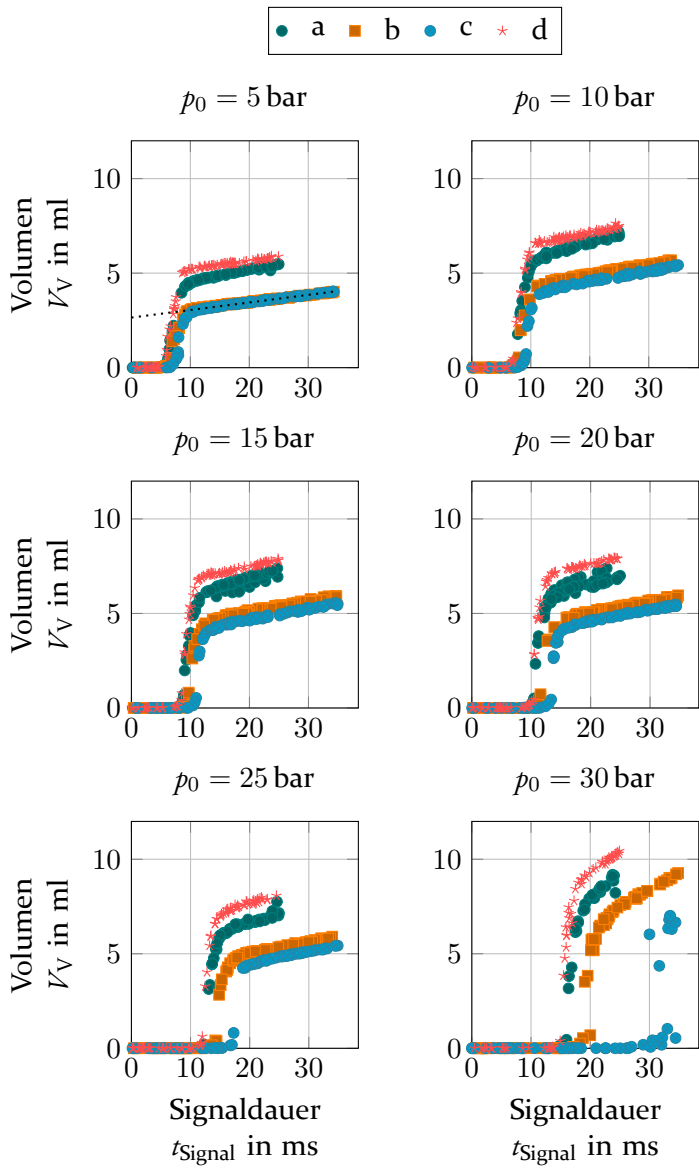


Abbildung 3.20: Gemessener Zusammenhang zwischen Signaldauer und freigegebenem Volumen für die vier verschiedenen Ventilvarianten und unterschiedliche Versorgungsdrücke.

Feder verbaut. Im Zusammenspiel mit dem Druck von $p_0 = 30$ bar kommt der Elektromagnet an seine Grenzen. Der Magnet kann gelegentlich den Ventilkörper noch heben, aber nicht mehr kontrolliert. Eine weitere Steigerung des Druckes würde zu einem vollständig inaktiven Ventil führen.

Grundsätzlich besitzen diese Ventile alle das gleiche Verhalten. Im Bereich bis ca. $t_{\text{Signal}} \in [7 \text{ ms}, 20 \text{ ms}]$ sind die Ventile inaktiv. In diesem Bereich reicht die Energie nicht aus um den Ventilkörper zu heben. Ein erhöhter Differenzdruck führt zu einem größeren inaktiven Bereich. Wird die Signaldauer soweit erhöht, so dass das Ventil geschaltet werden kann, ist zunächst der Zusammenhang zwischen Signaldauer t_{Signal} und dem resultierenden Volumen V_V stark nichtlinear. In diesem Bereich beschreibt der Zusammenhang eine stufenartige S-Kurve. Diese endet mit dem Übergang in einen linearen Bereich. Im linearen Bereich führt eine bestimmte Änderung der Signaldauer t_{Signal} zu einer immer gleichen Änderung der freigegebenen Volumina V_V . In diesem Bereich ist der Ventilkörper vollständig angehoben und die Änderung des Volumens hängt direkt von der Fließzeit ab $V = \dot{V}t$.

Im nichtlinearen Bereich befindet sich beim Abschalten der Erregerspannung der Ventilkörper noch in Bewegung. Die Dynamik des Körpers in Folge der anliegenden Kräfte bestimmt nun die Öffnungszeit. Es kommt zunächst durch die Aufwärtsbewegung des Ventilkörpers zu einem stetig sich vergrößernden Querschnitt, welcher zu einem sich reduzierenden Strömungswiderstand führt. Dieser lineare Zuwachseffekt bezüglich der Öffnung wird durch die nichtlineare Beschleunigung durch das Magnetfeld überlagert, welches mit zunehmender Anhebung des Ventilkörpers stärker wird. Die Vergrößerung der Querschnittfläche wird durch den bauteildefinierten minimalen Querschnitt begrenzt. Erreicht der Ventilkörper diesen Punkt, reduziert eine weitere Anhebung des Körpers den Strömungswiderstand nur noch durch eine verbesserte Anströmung des Ventilbodens. Dieser Effekt nimmt mit zunehmender Öffnung immer weiter ab, bis die Strömung frei durch das Ventil fließen kann und der Ventilkörper an seinem oberen Anlagepunkt gelangt. Dieser Punkt definiert den Übergang zum linearen Bereich.

Abbildung 3.21 zeigt die Abhängigkeit der Verzögerung $t_{\text{Verzög}}$ für die verschiedenen Ventilvarianten bei unterschiedlichen Drücken. Ausgehend von der mechanischen Vorstellung, sollte eine Änderung der Signaldauer t_{Signal} keinen Einfluss auf die Ventilverzögerung $t_{\text{Verzög}}$ haben. Jedoch ist bei allen Drücken, außer $p_0 = 30$ bar ein Anstieg der Verzögerung hin zu kleinen Signaldauern zu erkennen. Dieser Anstieg lässt sich durch die Auswertung bzw. die Modellierung des Ventils als lineares zeitinvariantes Proportionalglied mit Totzeit

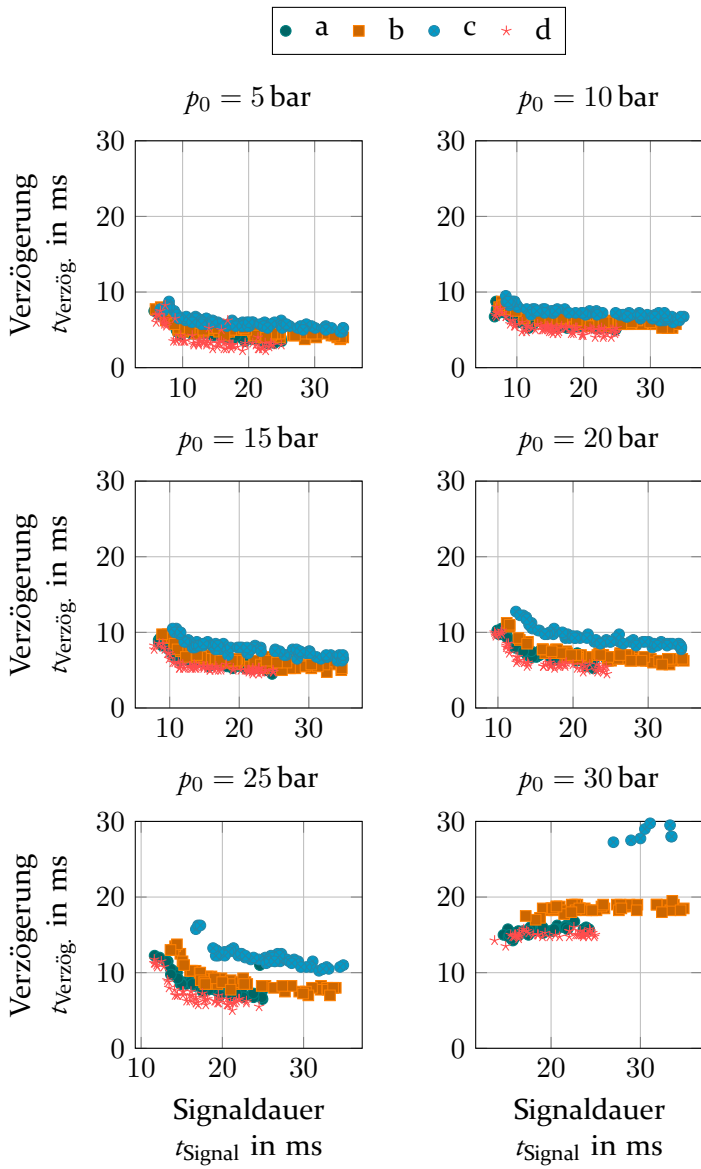


Abbildung 3.21: Gemessene Ventilverzögerung in Abhängigkeit von der Signaldauer für die vier verschiedenen Ventilvarianten und unterschiedliche Versorgungsdrücke.

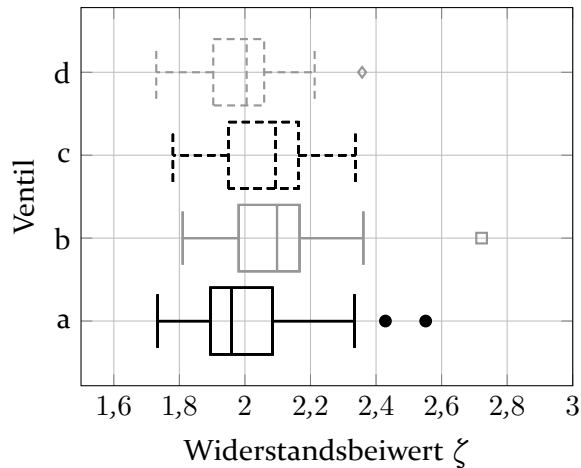


Abbildung 3.22: Ermittelter Widerstandsbeiwert der vier vermessenen Ventilvarianten.

und zeitlicher Hysterese erklären. Dieses Modell schätzt die Verzögerung im nichtlinearen Bereich zu hoch, da es von einem linearen Verlauf ausgeht. Das Fehlen dieser Fehleinschätzung bei $p_0 = 30$ bar zeigt, dass hier die Ventile im Grenzbereich des Elektromagneten agieren. Ein nichtlinearer Bereich tritt kaum noch auf, wie auch in Abbildung 3.20 zu sehen ist.

Steigt der Differenzdruck über das Ventil, so nimmt die Verzögerung zu. Dies wird durch die steigende Kraft in Folge des Drucks auf den Ventilkörper verursacht. Betrachtet man den geringen Einfluss der Federkraftänderung auf die Verzögerung, zeigt sich die geringe Kraft der Feder im Verhältnis zum Elektromagneten. Erst bei relativ hohen Drücken, bei denen der Großteil der Magnetkraft gegen den Differenzdruck arbeiten muss, unterscheiden sich die Ventilvarianten merklich.

Abbildung 3.22 zeigt den Widerstandsbeiwert ζ der vier Ventilvarianten im linearen Bereich. Die Streuung der Daten entsteht durch die statistische Messabweichung und der Abweichung bezüglich der Auswertung der Ventilöffnungszeit $t_{\text{Aktiv}} = t_{\text{Signal}} - t_{\text{Verzög.}} + t_{\text{Schließver.}}$, wobei der deutlich größere Anteil der Abweichung durch die Auswertung bedingt ist. Die Messunsicherheit der Volumenmessung ist bei diesem Aufbau $\Delta V_{\text{Mess}} \leq 5 \mu\text{l}$. Die Arbeitszeiten des Ventils werden über das lineare zeitinvariante Proportionalglied-Modell mit Totzeit und zeitlicher Hysterese basierend auf dem Volumen- und Druckdaten approximiert. Entscheidend ist, dass sich das Verhalten der Ventile nicht statistisch relevant unterscheidet.

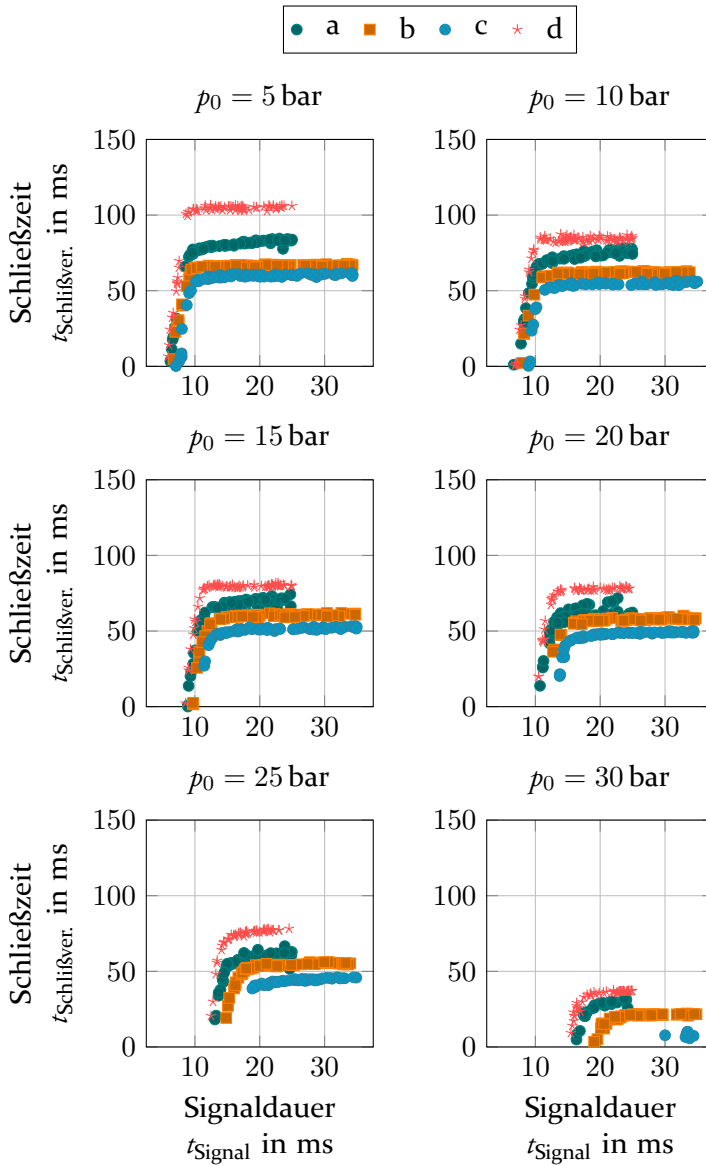


Abbildung 3.23: Gemessene Schließzeit in Abhängigkeit von der Signaldauer für die vier verschiedenen Ventilvarianten und unterschiedliche Versorgungsdrücke.

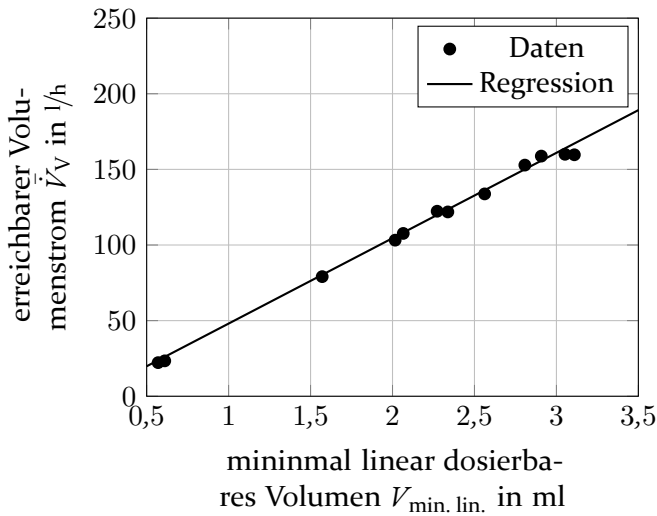


Abbildung 3.24: Reduktion des Volumenstroms durch Erhöhung des Strömungswiderstands.

Abbildung 3.23 zeigt den Verlauf der Schließzeit $t_{\text{Schließver.}}$ für die Ventilvarianten für verschiedene Drücke. Die Schließzeit kann durch das Volumensignal, wie auf die Verzögerung durch das Ventilmodell berechnet werden. Im linearen Bereich kann aufgrund des linearen Verhaltens die Schließzeit zusätzlich über die Geradenfunktion gemittelt bestimmt werden. In Abbildung 3.20 ist zu erkennen, dass die Verlängerung des linearen Bereichs die Ordinatenachse nicht im Ursprung schneidet (gestrichelte Linie oben links). Dieser Offset ist in der Schließzeit begründet und ist im linearen Bereich konstant. Dies zeigt auch die Auswertung mittels Ventilmodell.

Bisher wurden die Ventile voll durchströmt betrachtet. Es gab neben dem Magnetventil keinen zusätzlichen Strömungswiderstand im System. Durch ein Nadelventil, welches als Drossel fungiert, kann nach dem Magnetventil ein zusätzlicher Strömungswiderstand erzeugt werden, um künstlich den Durchfluss zu reduzieren. Abbildung 3.24 zeigt den Zusammenhang zwischen maximalem Volumenstrom durch das Ventil und dem minimal linear dosierbaren Volumen. Das minimal linear dosierbare Volumen ist das Volumen, welches das Ventil am Beginn des linearen Bereichs frei gibt. Der lineare Zusammenhang zwischen dem minimal linear dosierbaren Volumen $V_{\min. \text{lin.}}$ und dem maximalen Volumenstrom \dot{V}_V zeigt die Unabhängigkeit der Schließzeit $t_{\text{Schließver.}}$ vom Volumenstrom. Somit ist nachgewiesen, dass

die Schließzeit $t_{\text{Schließver.}}$ eine Systemeigenschaft ist, die nur vom Aufbau des Ventils und von der Viskosität des Fluides abhängig ist.

Die Ventilcharakteristik soll nun mit einfachen mathematischen Modellen nachgebildet werden, so dass eine Simulation des Systems mit Stellglied möglich ist. Hierzu sollen drei verschiedene Modellierungsmöglichkeiten aufgezeigt werden. Die einfachste Variante ist die Abbildung der Stufenfunktion als Kombination aus drei Geraden, welche zusammen eine stetige aber unstetig differenzierbare Funktion $\tilde{V}_{\text{lin.}}(t_{\text{Signal}})$ abbilden [AHK⁺15, Abschnitt 7]. Zunächst soll davon ausgegangen werden, dass im nichtlinearen Bereich die Schließzeit verändert wird. Diese hat direkten Einfluss auf die Zeit, in der das Fluid fließen kann:

$$t_{\text{Aktiv}} = t_{\text{Signal}} + t_{\text{Schließver.}} \quad (3.38)$$

$$\tilde{V}_V(t_{\text{Signal}}) = \bar{V}_V(t_{\text{Signal}} + \tilde{t}_{\text{Schließver.}}) \quad (3.39)$$

Da das Volumen \tilde{V}_V eine Funktion der Signaldauer t_{Signal} sein soll und der Volumenstrom \bar{V}_V als konstant angenommen werden soll, kann die Schließzeit $\tilde{t}_{\text{Schließver.}}$ als Kombination von linearen Elementen definiert werden:

$$\tilde{t}_{\text{lin.}}(t_{\text{Signal}}) = \begin{cases} -t_{\text{Signal}} & \text{für } t_{\text{Signal}} \leq t_{\text{Verzög.}} \\ \gamma - t_{\text{Signal}} & \text{für } t_{\text{Verzög.}} < t_{\text{Signal}} \leq t_{\text{lin.}} \\ t_{\text{Schließver.}} & \text{für } t_{\text{lin.}} < t_{\text{Signal}} \end{cases} \quad (3.40)$$

mit

$$\gamma = \frac{t_{\text{Schließver.}} + t_{\text{lin.}}}{t_{\text{lin.}} - t_{\text{Verzög.}}} (t_{\text{Signal}} - t_{\text{Verzög.}}) \quad (3.41)$$

Im nichtlinearen Signaldauerbereich $t_{\text{Signal}} \in \{t \in \mathbb{R}_{\geq 0} \mid t_{\text{Verzög.}} < t \leq t_{\text{lin.}}\}$ wird die Schließzeit $\tilde{t}_{\text{lin.}}(t_{\text{Signal}})$ vom Minimum bis zum konstanten Maximum linear gesteigert. Abbildung 3.23 zeigt die resultierende Funktion. Zur Abbildung des inaktiven Bereichs muss die Schließzeit negativ werden, damit die aktive Ventilzeit $t_{\text{Aktiv}} = 0$ wird. Dies ist keine physikalisch sinnvolle Modellierung, jedoch bildet diese das Verhalten erstaunlich gut ab. Dies zeigt der Korrelationsplot 3.28.

Alternativ zu der Variation der Schließzeit $t_{\text{Schließver.}}$ kann auch von einem variierenden Volumenstrom $\tilde{V}_{\text{lin.}}$ ausgegangen werden. Hierbei soll nun wieder eine Kombination aus Geraden die Stufenfunktion der Ventilcharakteristik nachbilden. Die Abbildung der Volumenstromabhängigkeit zur Signaldauer $\tilde{V}_{\text{lin.}}(t_{\text{Signal}})$ im nichtlinearen Bereich $t_{\text{Signal}} \in \{t \in \mathbb{R}_{\geq 0} \mid t_{\text{Verzög.}} < t \leq t_{\text{lin.}}\}$ führt jedoch zu einer quadratischen Abhängigkeit des resultierenden Volumens $\tilde{V}_{\text{V}}(t_{\text{Signal}})$ von der Signaldauer t_{Signal} . Dies ist in Gleichung (3.39) begründet. Aufgrund des engen Zeitfensters $t_{\text{Signal}} \in \{t \in \mathbb{R}_{\geq 0} \mid t_{\text{Verzög.}} < t \leq t_{\text{lin.}}\}$ ist eine Unterscheidung der beiden linearen Modelle in Abbildung 3.25 kaum möglich.

$$\tilde{V}_{\text{lin.}}(t_{\text{Signal}}) = \begin{cases} 0 & \text{für } t_{\text{Signal}} \leq t_{\text{Verzög.}} \\ \frac{t_{\text{Signal}} - t_{\text{Verzög.}}}{t_{\text{lin.}} - t_{\text{Verzög.}}} \cdot \tilde{V}_{\text{V}} & \text{für } t_{\text{Verzög.}} < t_{\text{Signal}} \leq t_{\text{lin.}} \\ \tilde{V}_{\text{V}} & \text{für } t_{\text{lin.}} < t_{\text{Signal}} \end{cases} \quad (3.42)$$

Als dritte Modellvariante wird davon ausgegangen, dass sich keine Parameter der Funktion (3.39) ändern, sondern dass das lineare Verhalten um eine stufenartige Abschaltung am Anfang ergänzt wird, um den inaktiven Bereich abzubilden. Die Funktion (3.39) bildet den linearen Bereich vollständig ab. Durch die Multiplikation der Funktion (3.39) mit einer beschränkten Funktion $f: \mathbb{R} \rightarrow \{x \in \mathbb{R} \mid 0 \leq x \leq 1\}$ kann der inaktive und nichtlineare Bereich ergänzt werden.

$$\text{sig} : \begin{cases} \mathbb{R} \rightarrow \{x \in \mathbb{R} \mid 0 \leq x \leq 1\} \\ x \mapsto \frac{1}{1 + e^{-x}} \end{cases} \quad (3.43)$$

Die Sigmoid-Funktion (3.43) erfüllt die geforderte Bedingung der Wertebereichsbeschränkung $\text{sig}(t) \in \{x \mid 0 \leq x \leq 1\}$ [Kub15, Gleichung 5.1]. Diese S-förmige Stufenfunktion eignet sich besonders gut für Modelle, welche differenzierbar werden müssen, da die Ableitung der Sigmoid-Funktion eine Funktion von sich selbst ist:

$$\frac{d \text{sig}(x)}{dx} = \text{sig}(x) (1 - \text{sig}(x)) \quad (3.44)$$

Die Verbindung aus der Abbildung des linearen Bereichs (3.39) mit der Sigmoid-Funktion (3.43) führt zu der folgenden Funktion für das resultierende Volumen $V_{\text{sig}}(t_{\text{Signal}})$:

$$V_{\text{sig}}(t_{\text{Signal}}) = \bar{V}_V(t_{\text{Signal}} + t_{\text{Schließver.}}) \text{sig}(\beta) \quad (3.45)$$

mit

$$\beta = \frac{8 \left(t_{\text{Signal}} - \frac{t_{\text{Verzög.}} + t_{\text{lin.}}}{2} \right)}{t_{\text{lin.}} - t_{\text{Verzög.}}} \quad (3.46)$$

Die Gleichung (3.45) kann so umgeschrieben werden, dass nicht die Abbildung des linearen Bereichs (3.39) mit der Sigmoid-Funktion interagiert, sondern nur die Schließzeit $t_{\text{Schließver.}}$:

$$\tilde{t}_{\text{sig}}(t_{\text{Signal}}) = (t_{\text{Signal}} + t_{\text{Schließver.}}) \text{sig}(\beta) - t_{\text{Signal}} \quad (3.47)$$

Gleichung (3.47) basiert auf der gleichen Modellvorstellung wie (3.45), jedoch ist diese Form weniger abstrakt, da nun von einer S-förmigen Schließzeit $\tilde{t}_{\text{sig}}(t_{\text{Signal}})$ ausgegangen wird. Der Term innerhalb der Sigmoid-Funktion dient zur Skalierung dieser bezüglich Position und Steigung im Wendepunkt. Als Position für den Wendepunkt wird das arithmetischen Mittel aus Verzögerung $t_{\text{Verzög.}}$ und dem Beginn des linearen Bereichs $t_{\text{lin.}}$ herangezogen. Die Steigung im Wendepunkt wurde auf den relativen Wert

$$\left. \frac{d \text{sig}(t_{\text{Signal}})}{d t_{\text{Signal}}} \right|_{t_{\text{Signal}} = \frac{t_{\text{Verzög.}} + t_{\text{lin.}}}{2}} = \frac{2}{t_{\text{lin.}} - t_{\text{Verzög.}}} \text{ festgelegt.}$$

Abbildung 3.25 zeigt eine detaillierte Messung des Ventils c für den Druck $p_0 = 5,0$ bar. Es wurden 600 zufällige Messpunkte — angepasst an den Gradienten — vermessen, um eine möglichst aussagekräftige Punktwolke zu generieren. Zudem sind die drei verschiedenen Modelle abgebildet. Bei näherer Betrachtung des Verlaufes der 600 Messpunkte lässt sich eine Abknickung im nichtlinearen Bereich feststellen. Diese tritt in etwa in der Mitte zwischen den Zeitpunkten $t_{\text{Verzög.}}$ und $t_{\text{lin.}}$ auf. Physikalisch lässt sich diesem Verhalten nur der Punkt des Übergangs zwischen Querschnittsvergrößerung und Anströmverbesserung zuordnen. Leider lässt sich die Ventilkörperposition

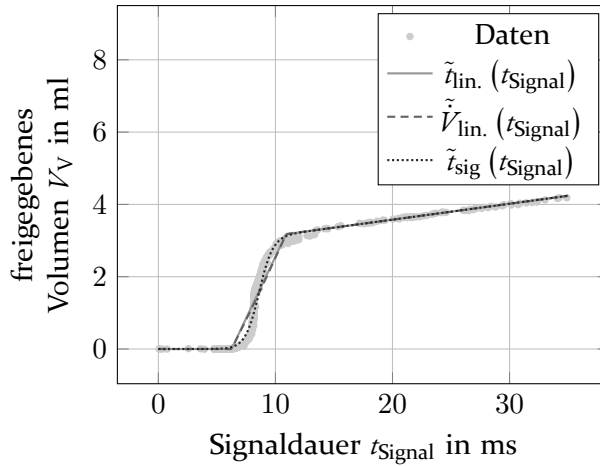


Abbildung 3.25: Volumendaten der hoch aufgelösten Messung des Ventils c nach Tabelle 3.5 und die zugehörigen einfachen Ventilmodelle.

im Ventil nicht messen. Jedoch passt das Verhalten exakt auf diesen Punkt. Die Vergrößerung des freigegeben Volumens nimmt beim Erreichen des maximalen Querschnitts schlagartig ab, da die Anströmverbesserung nicht im gleichen Maße den Strömungswiderstand verringert. Dennoch ist eine Verbesserung möglich, so dass kein linearer Bereich vorliegt.

Die drei Modelle der Ventilcharakteristik bilden den Verlauf ab. Wobei gerade das Abknicken am Übergangspunkt von Querschnittsvergrößerung und Anströmverbesserung von keinem Modell berücksichtigt wird. Die linearen Modelle (3.40) und (3.42) bilden die weichen Übergänge zwischen Inaktivität und linearem Verhalten nicht ab. Hier leistet das Sigmoid-Modell (3.47) deutlich bessere Arbeit.

Abbildung 3.26 zeigt die berechneten Schließzeiten für die 600 Messpunkte und zusätzlich die der Schließzeitmodelle (3.40) und (3.47). Mechanisch ist eine negative Schließzeit $t_{\text{Schließver}}$ unsinnig. Jedoch analysiert die Software die Schließzeit anhand eines linearen Modells. Hierdurch kommt es zu Abweichungen im nichtlinearen Bereich. Die Modelle (3.40) und (3.47) arbeiten jedoch ebenfalls mit der gleichen Vereinfachung, so dass sich die Daten stark ähneln. Nicht abgebildet werden können der Knick am Übergang von Querschnittsvergrößerung und Anströmverbesserung, sowie eine stärkere Abflachung hin zum linearen Bereich.

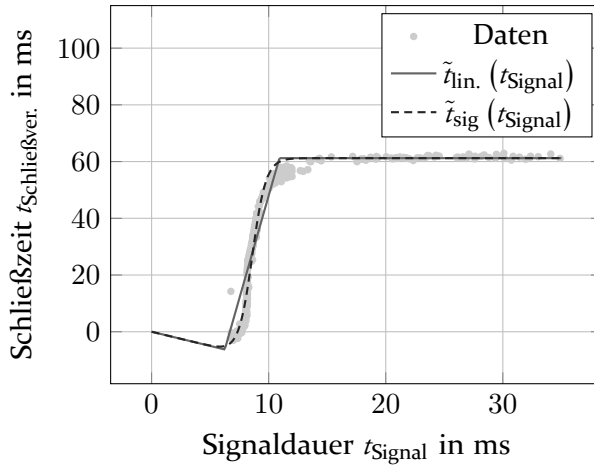


Abbildung 3.26: Schließzeiten der hoch aufgelösten Messung des Ventils c nach Tabelle 3.5 mit den zugehörigen einfachen Ventilmodellen $\tilde{t}_{lin.}(t_{Signal})$ und $\tilde{t}_{sig}(t_{Signal})$.

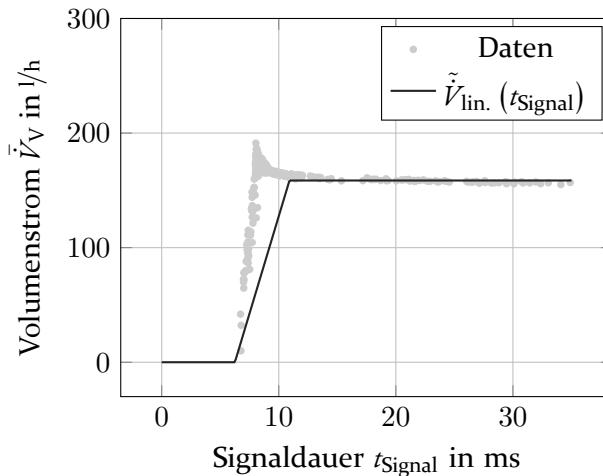


Abbildung 3.27: Gemessener Volumenstrom in Abhängigkeit zur Signaldauer der hoch aufgelösten Messung des Ventils c nach Tabelle 3.5 und das zugehörige einfache Ventilmodell.

Abbildung 3.27 zeigt den berechneten maximalen Volumenstrom \bar{V}_V der 600 Messpunkte. Zudem ist der Volumenstrom $\tilde{V}_{lin.}(t_{Signal})$ basierend auf Gleichung (3.42) eingezeichnet. Die Abweichung im nichtlinearen Bereich besitzt zwei Ursachen. Zum einen gibt es keinen Anlass anzunehmen, dass der

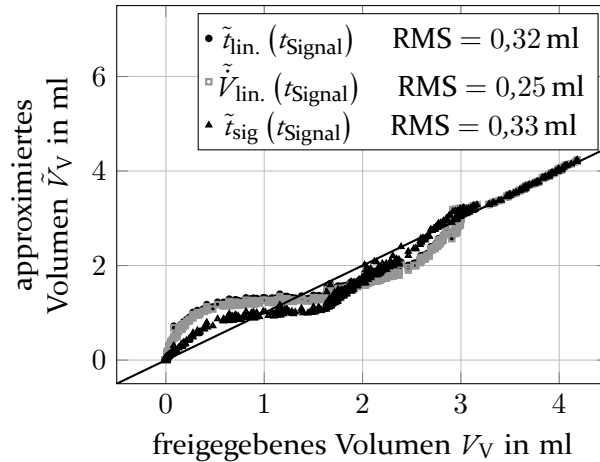


Abbildung 3.28: Korrelationsplot der einfachen Ventilmodelle.

Volumenstrom linear mit der Signaldauer zusammenhängt. Zum anderen wird der Volumenstrom aus den Messdaten als Quotient $\tilde{V}_V = \frac{\Delta V}{t_{\text{Aktiv}}}$ berechnet. Wie bereits in Abbildung 3.23 zu sehen ist, ist die Approximation der Schließzeit $t_{\text{Schließver.}}$ durch die Annahme eines linearen Ventils fehlerhaft. Dieser Fehler führt zu einem überhöht approximierten Volumenstrom im nichtlinearen Bereich. Grundsätzlich wäre ein nichtlinearer S-förmiger Anstieg realistisch.

Abbildung 3.28 zeigt den Korrelationsplot der drei Modelle im Bezug auf die 600 Messpunkte. Die Abweichungen der Modelle sind nur im nichtlinearen Bereich $V_V \in (0 \text{ ml}, 3 \text{ ml}]$ von Relevanz. Hier zeigt das Sigmoid-Modell (3.47) die geringsten Abweichungen. Die beiden anderen Modelle sind nahezu identisch. Durch den quadratischen Charakter des Volumenstrom-Modells (3.42) werden geringe Volumina minimal besser abgebildet als höhere, im Vergleich zum Modell (3.40).

Das Sigmoid-Modell kann nicht analytisch als lineares zeitinvariantes System abgebildet werden. Hierzu müsste das Sigmoid-Modell an den auszuwertenden Stellen linearisiert werden. Hier wären die linearen Modelle im Vorteil. Eine LTI-Modellierung wäre zwar immer nur innerhalb der definierten Bereiche möglich, so dass an den Übergängen keine Aussagen getroffen werden können. Jedoch ist eine höhere Genauigkeit von LTI-Systemen mit den linearen Modellen zu erwarten als beim linearisierten Sigmoid-Modell. So kann keinem Modell der Vorzug gegeben werden, da die Anwendungsgebiete jeweils unterschiedliche Anforderungen an die Modelle stellen.

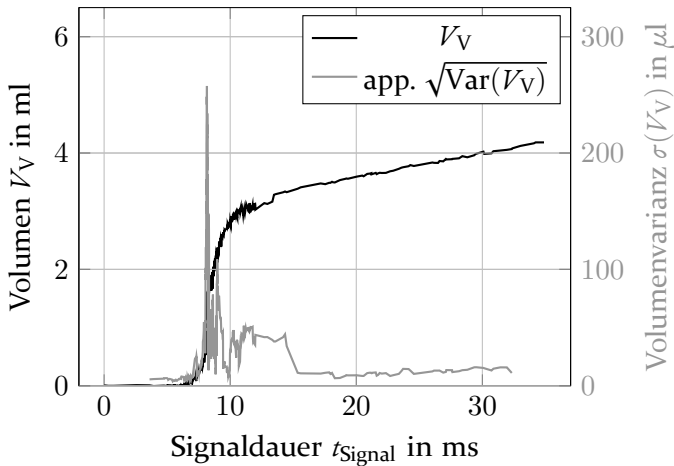


Abbildung 3.29: Ermittelte Wiederholgenauigkeit des Sitzventils Typs c nach Tabelle 3.5 und zugehöriges freigegebenes Volumen in Abhängigkeit von der Signaldauer.

Abschließend soll noch die Wiederholgenauigkeit des Ventils für verschiedene Signaldauern t_{Signal} geschätzt werden. Aufbauend auf der soliden Datenbasis von 600 Messpunkten, kann mithilfe einer gleitenden partiellen linearen Regression eine Abschätzung der Varianz in Form des resultierenden RMS-Wertes durchgeführt werden. Die gleitende partielle lineare Regression ist symmetrisch um den zu analysierenden Punkt mit einer Breite von elf Datenpunkten definiert. Die Wahl der Breite hat einen entscheidenden Einfluss auf das Ergebnis. Es ist zu berücksichtigen, dass mit mehr Punkten grundsätzlich eine bessere statistische Signifikanz für den RMS-Wert erreicht wird. Andererseits steigt der Fehler bezüglich der linearen Annahme der Regression. Grundsätzlich ist der Zusammenhang im nichtlinearen Bereich nur bedingt durch eine lineare Regression abbildbar. Darüber hinaus werden Spitzen mit steigender Breite zunehmend gedämpft und als allgemeine Varianz dargestellt. Eine Breite von 11 Messpunkten hat sich als guter Kompromiss für diesen Datensatz herauskristallisiert.

Abbildung 3.29 zeigt das freigegebene Volumen V_V , sowie die approximierte Varianz $\sigma(V_V)$ in Abhängigkeit der Signaldauer t_{Signal} . Die maximale Varianz tritt exakt im Umschlagpunkt von Querschnittsvergrößerung und Anströmverbesserung auf. In diesem Punkt besitzt die Charakteristik ihren größten Gradienten. Andererseits springt hier die Stelle des kleinsten Querschnittes vom Spalt zwischen Ventilkörper und Ventilboden in die Öffnung des Ventilbodens. Dieser Prozess geschieht sehr schnell und plötzlich und ist somit

sehr empfindlich gegenüber äußeren Effekten. Dies führt zu einer punktuell hohen Standardabweichung von ca. $\sigma(V_V) \approx 260 \mu\text{l}$. Unterhalb des Umschlagpunktes bleibt die Standardabweichung deutlich unter $50 \mu\text{l}$. Oberhalb des Umschlagpunktes fällt die Standardabweichung auf ca. $50 \mu\text{l}$ bis diese dann im linearen Bereich auf ca. $15 \mu\text{l}$ abfällt.

Im inaktiven Bereich kann die Messgenauigkeit des Messsystems abgeschätzt werden. Hier ist die Standardabweichung unter $5 \mu\text{l}$. Es zeigt sich, dass dieses Ventil überaus präzise Volumina dosieren kann. Lediglich der Bereich um den Umschlagpunkt von Querschnittsvergrößerung und Anströmverbesserung weist eine Varianz auf, welche im Betrieb deutlich spürbar sein sollte.

3.3.4 Timing

Als abschließende Betrachtung vor der Darstellung der Regelung soll die Timings-Problematik der Leckergänzung untersucht werden. Abhängig von einem bestimmten Startpunkt χ_a und einem Endpunkt χ_e kann nur eine bestimmte Leckage ergänzt werden, bevor es zu einer Unterschreitung der Membranposition bezogen auf die Position am Ende des Hubs kommt. Ein derartiges Unterschreiten sollte unbedingt verhindert werden. Klassische Regelungsalgorithmen könnten hierdurch gestört werden, da eine derartige Unterschreitung sowohl ein nichtlineares Verhalten zeigt, als auch vom Zeitpunkt her abweichend wäre. Eine Berücksichtigung eines solchen Verhaltens sollte erwartungsgemäß zu einem schlechteren Systemverhalten führen, da die Regelung die Charakteristikänderung mit einbeziehen müsste und somit konservativer agieren sollte. Die Vermeidung dieses Verhaltens stellt eine einfachere Methode dar.

$$\frac{V_b(\chi)}{V_{\hat{b}}} = \underbrace{\frac{1 - \cos(2\pi\chi)}{2}}_{\text{Kolbenbewegung}} + \underbrace{\frac{\dot{V}_{\text{LEV}}}{V_{\hat{b}}}}_{\text{Leckergänzung}} (\chi_e - \chi_a) - \underbrace{\frac{V_L}{V_{\hat{b}}}}_{\text{Leckage}} \quad (3.48)$$

Gleichung (3.48) beschreibt vereinfacht für eine harmonische Kolbenbewegung das relative Hydraulikraumvolumen. Hierbei wird davon ausgegangen, dass die Leckage eines ganzen Hubs bereits während des Druckhubs stattfindet. Zudem ist Gleichung (3.48) auf das Hubvolumen $V_{\hat{b}}$ bezogen, um eine allgemeine Aussage treffen zu können.

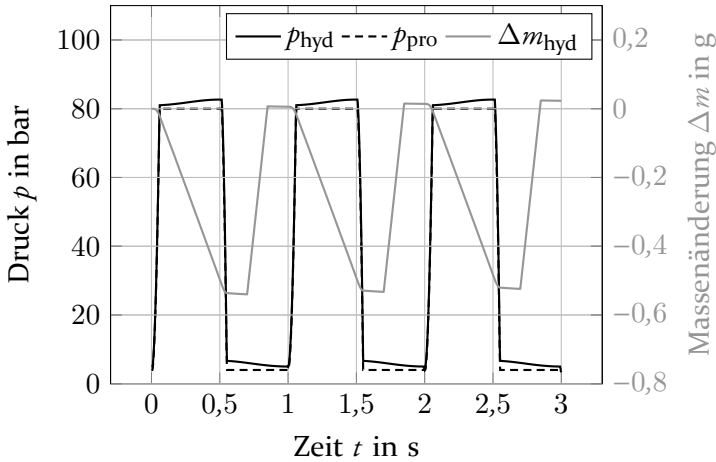


Abbildung 3.30: Simulierte Masse des Hydraulikraums bei aktiver Leckergänzung.

Abbildung 3.30 zeigt beispielhaft den Verlauf von Hydraulikmassendifferenz Δm_{hyd} sowie Hydraulikraum- p_{hyd} und Produktraumdruck p_{pro} für eine eingespritzte Leckergänzung, basierend auf dem Simulationsmodell aus Abschnitt 2.4. Hierbei wird davon ausgegangen, dass der Leckergänzungsvolumenstrom $\dot{V}_{\text{LEV}} \approx \text{konst.}$ annähernd konstant bleibt. Während der Saugphase wird das fehlende Hydraulikölvolume mit einem konstanten Volumenstrom ergänzt. Hierdurch entsteht ein sägezahnartiger Verlauf. Die Berechnung mit Hilfe des Differentialmodells ist aufwendig und bringt aufgrund des quasi inkompressiblen Verhaltens und der relativ geringen Leckage im Saughub keine relevanten Vorteile.

Abbildung 3.31 zeigt basierend auf der Gleichung (3.48) eine vereinfachte Modellvariante von Abbildung 3.30. Es wird kein Druck simuliert und das Hydraulikvolumen ist abzüglich des verdrängenden Volumens V_m modelliert. So ist es möglich direkt zu beobachten, ob ein Unterschreiten der Endposition auftritt. Ist das relative Volumen $\frac{V_b(\chi)}{V_b} < 0$, so findet eine Unterschreitung während des Hubs statt. In Abbildung 3.31 sind fünf unterschiedliche Leckagen dargestellt. Ausgleichsstartzeitpunkt χ_a und der Leckergänzungstrom \dot{V}_{LEV} bleiben unverändert. Um am Ende des Hubes die Leckage vollständig zu ergänzen muss die zeitliche Länge der Leckergänzung variiert werden. χ_e ist so gewählt, dass am Ende des Hubes die Leckage vollkommen ausgeglichen ist. Jedoch ist zu beobachten, dass bei einer Leckage von ca. $\frac{V_L}{V_b} = 0,60$ im Bereich von $\chi \approx 0,87 \dots 0,91$ ein Unterschreiten entsteht.

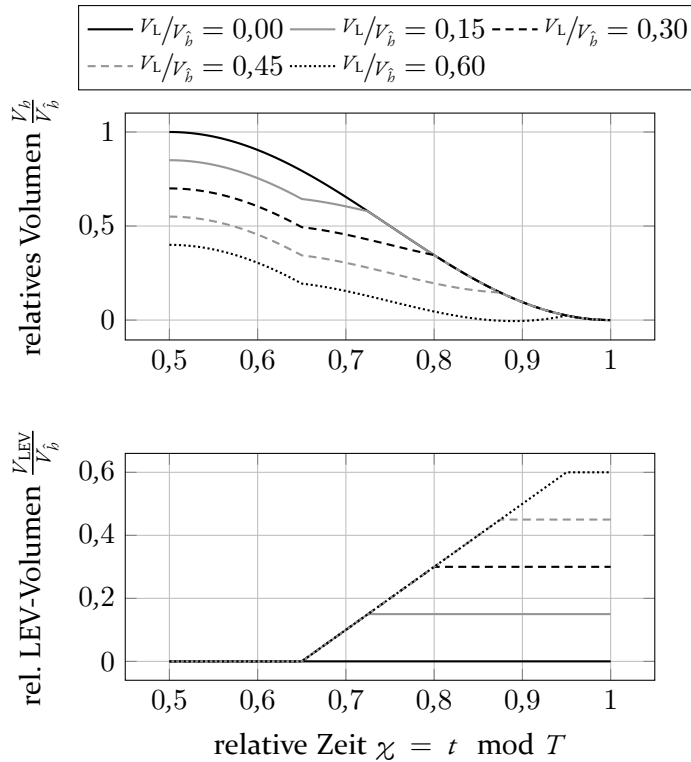


Abbildung 3.31: Idealisierte Hydraulikvolumen während der Leckergängung für verschiedene Leckagen.

Abbildung 3.32 zeigt abhängig vom relativen Leckergängungsstrom $\frac{V_{LEV}}{V_b}$ den spätest möglichen Abschaltzeitpunkt $\hat{\chi}_e$ und die zugehörige maximal mögliche Leckage $\frac{V_L}{V_b}$ für unterschiedliche Startzeitpunkte χ_a . Zunächst ist zu erwarten, dass mit späterem Startzeitpunkt χ_a die maximal mögliche, ergänzbare Leckage $\frac{V_L}{V_b}$ aufgrund des geringeren Volumens am Startzeitpunkt $\frac{V_b(\chi_a)}{V_b}$ zunehmend abnimmt. Dies ist so auch in Abbildung 3.32 zu sehen. Zudem ist zu erkennen, dass bei geringen Leckergängungsströmen $\frac{V_{LEV}}{V_b}$ die Kinematik und die fehlende Zeit der maximal möglichen Leckage weiter reduziert wird. Der Einfluss der Kinematik ist im Verlauf des spätest möglichen Abschaltzeitpunktes $\hat{\chi}_e$ zu erkennen. Im Bereich kleiner Leckergängungsströme $\frac{V_{LEV}}{V_b}$ rückt aufgrund der Kinematik der Zeitpunkt vom hinteren Totpunkt weg. Sobald der Leckergängungsstrom $\frac{V_{LEV}}{V_b}$ ausreichend groß ist, ist der begrenzende Faktor

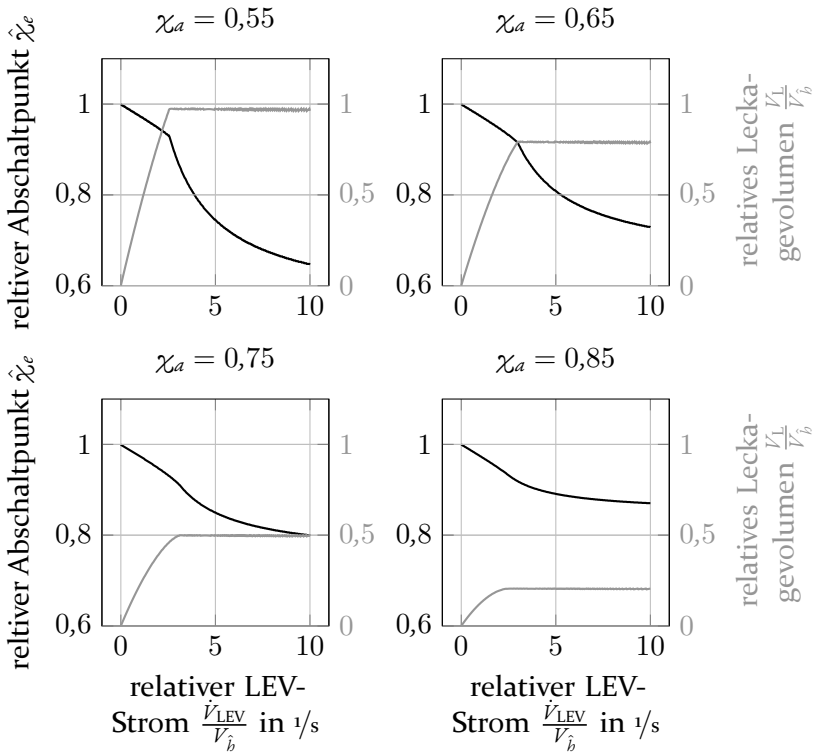


Abbildung 3.32: Abhängigkeit der Volumenstromabschaltung χ_a und dem daraus resultierenden maximalen relativen Leckagevolumen $\frac{V_L}{V_b}$ in Abhängigkeit zum relativen Leckergänzungsstrom $\frac{\dot{V}_{LEV}}{\dot{V}_b}$.

nicht mehr die Kinematik, sondern das Volumen am Startpunkt $\frac{V_b(\chi_a)}{V_b}$. Dieser Umschlagpunkt ist als Knick in beiden Kurven zu erkennen. Grundsätzlich lässt sich festhalten, dass ein möglichst früher Beginn der Einspritzung vorteilhaft ist. Allerdings wird der Zeitpunkt durch die Expansionsphase begrenzt. Erst wenn diese abgeschlossen ist, befindet sich die Membran auf dem Rückweg zum Sollpunkt und es kann ohne eine Überdehnungsgefährdung die Leckage ergänzt werden.

Abbildung 3.33 zeigt den gleichen Zusammenhang wie Abbildung 3.32, jedoch ist hier der spätest mögliche Abschaltzeitpunkt $\hat{\chi}_e$ in Abhängigkeit der maximal ergänzbaren Leckage $\frac{V_L}{V_b}$ aufgetragen. Der Leckergänzungsstrom $\frac{\dot{V}_{LEV}}{\dot{V}_b}$ tritt in dieser Darstellungsform reziprok als Steigung einer Geraden durch den

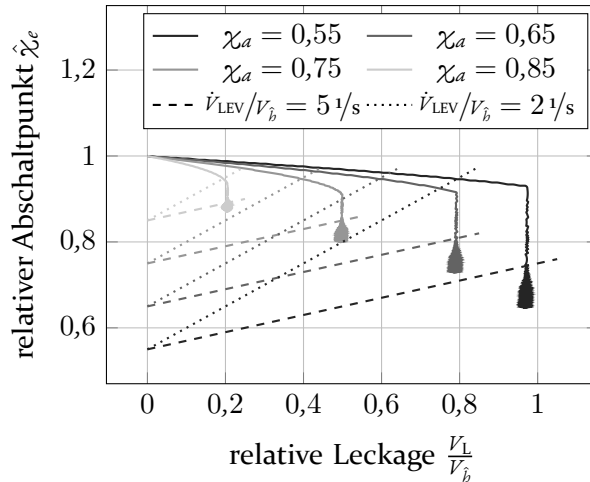


Abbildung 3.33: Zusammenhang zwischen der relativen Leckage und dem spätest möglichen Abschaltpunktes für die Leckageergänzung.

Startpunkt χ_a auf. Die Verläufe stellen somit Grenzen dar. Wird der Lecker­gänzungsstrom $\frac{V_{LEV}}{V_b}$ im Betrieb konstant gehalten, muss der Abschalt­punkt χ_e je nach anfallender Leckage gewählt werden. Solange $\chi_e \leq \hat{\chi}_e$ ist, ist kein Unterschreiten zu erwarten. Das Variieren des Abschaltzeitpunktes χ_e stellt sich somit als ein Wandern auf der Geraden mit dem reziproken Lecker­gänzungsstrom $\frac{V_{LEV}}{V_b}$ als Steigung dar, welches sich links unterhalb der Begrenzung in Abbildung 3.33 abspielt. Das Zittern der Werte am Ende des stagnierenden Bereichs ist auf die Berechnung zurückzuführen, die auf einer diskreten Betrachtung basiert und in diesem Bereich an die Grenzen der Auflösung stößt.

4 Regelung

Das Prinzip einer oszillierenden Verdrängerpumpe bedarf einer dynamischen Dichtung am Kolben. Diese dynamische Dichtung erzeugt stets eine Leckage. Diese Leckage ist von verschiedenen Parametern abhängig, welche zum Teil nicht bekannt sind. Um dennoch ein konstantes Ölvolumen im Hydraulikraum einer Membranverdrängerpumpe gewährleisten zu können, muss der Leckagestrom ergänzt werden. Dies bedarf einer Regelung. Bisher wurden Regelstrecke und Stellglied betrachtet. Die Regelgröße wurde angesprochen, jedoch noch nicht festgelegt.

Die Festlegung der Regelgröße hat einen weitreichenden Einfluss auf die Regelung. Die primäre Größe ist die Membranposition x_M . Jedoch ist die Messung der Position im Pumpenkopf nicht trivial, da entweder der Sensor im Pumpenkopf integriert oder die Membranposition mechanisch aus dem Pumpenkopf herausgeführt werden muss. Soll die Position im Pumpenkopf gemessen werden, so muss der Sensor für die vorliegenden Drücken spezifiziert sein. Darüber hinaus müssen die Sensorkabel aus dem Pumpenkopf herausgeführt werden. Bei steigenden Drücken kann dies zunehmend zum Problem werden. Wird die Membranposition außerhalb des Pumpenkopfes zugänglich gemacht, so entsteht hierdurch eine neue Dichtstelle, welche wiederum Leckage erzeugt.

Abbildung 4.1 zeigt vereinfacht die Zusammenhänge der verschiedenen Größen und Effekte bezüglich der Membranposition. Vom Zentrum, der Membranposition ausgehend, ist die Messung der Membranfederkraft, die direkteste Möglichkeit um auf die Membranposition zu schließen. Jedoch ist dies nur bei Pumpen mit Membranvorspannung möglich. Zudem besteht hier das Problem, dass der Sensor, z.B. ein Dehnmessstreifen, dauerhaft unter den Bedingungen im Hydraulikraum arbeiten kann und es müssen auch hier Kabel aus dem Pumpenkopf herausgeführt werden, so dass bezogen auf die direkte Messung der Position kein Vorteil entsteht.

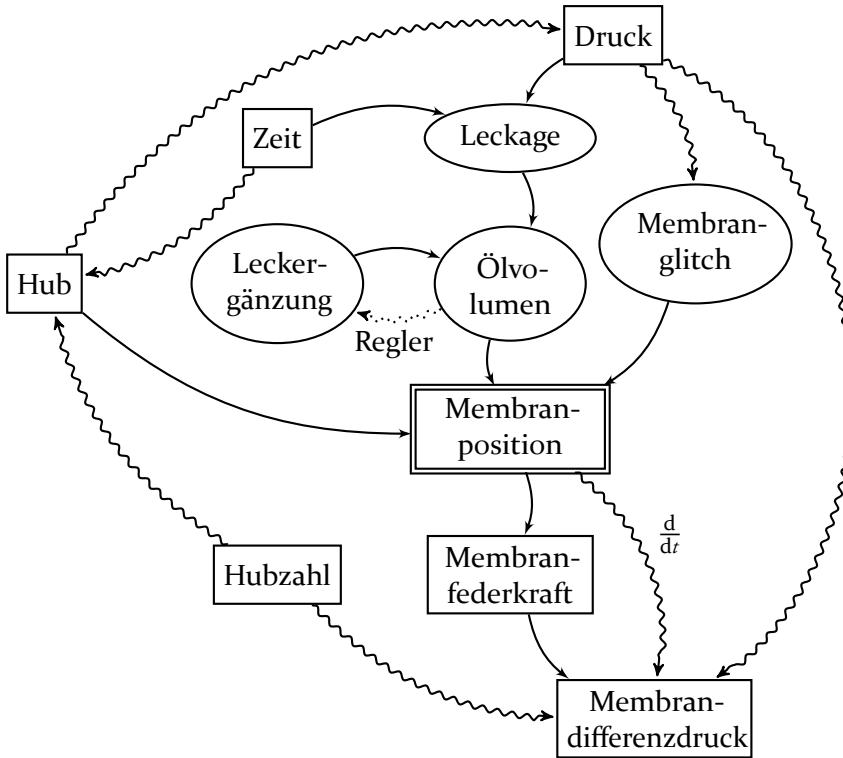


Abbildung 4.1: Abhängigkeiten bezüglich der Membranposition, wobei einfache Linien lineare und gewellte Linien nichtlineare Zusammenhänge darstellen. Ellipsen markieren Größen die nicht direkt messbar sind, Rechtecke messbare Größen. Die eigentliche Zielgröße ist mit einem doppelten Rechteck hervorgehoben. Der Regler stellt eine variable Größe dar und ist deshalb gepunktet eingezeichnet.

Der Membrandifferenzdruck Δp_M ist, wie in Abschnitt 2.3.2 gezeigt, aufgrund der Abhängigkeiten bezüglich der Membranhysterese, nicht geeignet um die Membranposition zu bestimmen. Es wäre lediglich eine Abschätzung der wahrscheinlichsten Position möglich. Die hierfür benötigten Modelle müssten sich jedoch an eine eventuell veränderliche Charakteristik anpassen können. Da die tatsächliche Position nicht bestimmbar ist, addieren sich die Fehler mit der Zeit, was zu einer zunehmend schlechteren Abschätzung der Position führen würde.

Neben der Messung von Größen, die von der Membranposition \ddot{x}_M abhängen, könnte man die Größen bestimmen, die die Membranposition definieren. Jedoch ist dies aufgrund der Nichtlinearitäten und sich überlagernden Effekten, wie dem Membranglitch aus Abschnitt 2.3.3, nicht möglich. Wie auch bei dem

Membrandifferenzdruck Δp_M könnte die Position lediglich geschätzt werden, wobei auch hier der Fehler mit der Zeit zunimmt.

Es zeigt sich, dass eine Regelung der Membranposition \check{x}_M nur sinnvoll umgesetzt werden kann, wenn als Regelgröße die Position direkt gemessen wird. Hierdurch ist sicher gestellt, dass es zu keiner Kumulation von Fehlern oder der Überlagerung mit Nebeneffekten kommt, die zu einer scheinbaren Verschiebung der Membran führen.

In Kapitel 3 wurden ausführlich die Möglichkeiten und die Funktionsweise von Stellgliedern aufgezeigt. Eine Einflussnahme auf die Membranposition nur durch die Regulation der Hydraulikölmenge ist möglich. Somit ist die Stellgröße das Leckergänzungsvolumen V_{LEV} , da normalerweise die Leckage zu einer Reduktion der Hydraulikölmenge im Hydraulikraum führt.

Um die Stellgröße V_{LEV} erzeugen zu können, muss das Stellglied mit einer Reglerausgangsgröße versorgt werden. Im Fall des favorisierten Magnetventils mit Sekundärdruckversorgung aus Abschnitt 3.3 ist dies die Zeit in der das Ventil aktiv ist t_{Aktiv} . Somit muss der Regler aus einer Positionsabweichung der Membran $\Delta \check{x}_M$ eine Signaldauer t_{Signal} bestimmen.

4.1 Notfallmaßnahmen

Als Notfall kann jedes Ereignis bezeichnet werden, das eine akute Gefährdung der Pumpe, des Systems oder von Menschen darstellt. Eine solche Situation ist ein extremes Ereignis und sollte im Laufe des Lebens einer Pumpe im Idealfall nie eintreten. Tritt dennoch ein solches Ereignis ein, gilt es so weit wie möglich Schadensbegrenzung zu betreiben. Hierbei ist es nicht zu erwarten, dass ein regulärer Betrieb beibehalten werden kann. Die Maßnahmen, die eingeleitet werden, müssen schnell und möglichst autonom stattfinden. Dies liegt daran, dass es kaum vorhersehbar ist, wie sich ein System im Notfall verhält. Kein System ist für so einen Fall ernsthaft ausgelegt. Wäre das System für einen solchen Fall ausgelegt, würde es sich nicht um einen Notfall handeln. Eine Steuerung sollte nach Möglichkeiten stets alle möglichen Fälle abdecken. So ist die Regelung des normalen Betriebs von der Absicherung im Notfall zu differenzieren.

Grundsätzlich können zwei Fälle von Notfallmaßnahmen unterschieden werden. Zum einen gibt es die Möglichkeit die Anlage so schnell wie möglich abzuschalten und in einen stabilen Zustand zu bringen. Dieser stabile Zustand kann nun, abhängig vom Schaden, ein unter Druck stehender oder druckloser

Zustand sein. Das abrupt vollständige Ausschalten der Pumpe kann für das Gesamtsystem weitreichende Folgen haben. So kann es sinnvoll sein, trotz eines Notfalls ein Minimum an Förderung aufrecht zu erhalten. Dies kann nun entweder kurzfristig, bis die Anlage selbst sicher heruntergefahren ist, oder dauerhaft sein, bis von Betreiberseite der Fehler behoben oder umgangen werden konnte. Eine solche Notfallförderung kann nicht mit einer normalen Förderung verglichen werden und stellt an die Steuerung gänzlich andere Anforderungen.

Während eines Notfalls ist nicht sichergestellt, dass die Sensoren richtige Werte liefern, die Steuerung die richtigen Entscheidungen trifft oder die Aktoren die Befehle richtig umsetzen. Der Notfall kann durch das Versagen einer pumpeneigenen Funktion entstanden sein. Eine entsprechende Selbstüberwachung kann der Steuerung einen Eindruck über die defekten Systeme liefern oder ein Versagen der Steuerung erkennen und entsprechend handeln. Ist die Steuerung defekt, muss entschieden werden, ob die Pumpe ohne diese noch sicher arbeiten kann. Ist dem nicht so, muss eine Abschaltung erfolgen. Ist die Steuerung noch funktionsfähig, so kann diese in Zusammenarbeit mit der Systemüberwachung den Fehler registrieren, analysieren und schnell geeignete Gegenmaßnahmen einleiten. Gelingt dies der Steuerung, so ist es möglich einen gewissen minimalen Betrieb aufrecht zu erhalten.

Dies gilt bis weitere Probleme entstehen, die ein Weiterarbeiten unmöglich machen, die Anlage sicher heruntergefahren oder der Schaden behoben ist. Die Bewältigung eines Notfalls lässt sich nicht durch die normalen Regelungs-Algorithmen abwickeln, da hier in Echtzeit die Informationen verarbeitet werden müssen. Dies schließt komplexe Algorithmen aus, wie sie für den Normalbetrieb in Betracht kommen. Diese Notfallmaßnahmen können nicht ohne die Charakteristik des angeschlossenen Systems betrachtet werden, so dass die Definition der Notfallmaßnahmen nur fallspezifisch durchgeführt werden können. Es ist zwar möglich im Vorfeld eine Pumpe auf verschiedene Szenarien vorzubereiten. Im konkreten Fall muss von System zu System über die richtigen Merkmale eines Notfalls und die entsprechenden Maßnahmen entschieden werden.

4.2 Leckergänzung als diskrete Regelung

Die Leckergänzung ist die zentrale Funktion zur Regulierung einer MVP. Kapitel 2.2 zeigte, dass die Leckage und die Leckergänzung in der Pumpe bestimmten Gesetzmäßigkeiten folgen. Im Weiteren soll betrachtet werden,

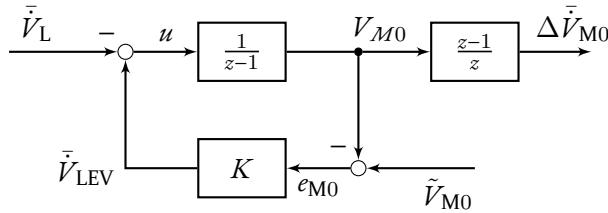


Abbildung 4.2: Allgemeines Blockdiagramm für die MVP mit einem Integralteil als Regelstrecke und einem zusätzlichem differenziellem Ausgang zur Untersuchung der Abweichung des resultierenden Volumenstroms.

wie eine aktive Manipulation der Leckergänzung das Systemverhalten beeinflussen kann und welche Maßnahmen einen positiven Einfluss auf die Funktion der MVP haben.

Für die Betrachtung der Funktion der Leckergänzung wird das allgemeine Schema aus Abbildung 1.1 an die Anforderungen der Anwendung angepasst. Um eine möglichst präzise Förderung zu gewährleisten soll die Membran nach Möglichkeit immer an einen fixen Punkt zurückkehren. Somit ist eine Betrachtung bezüglich des Führungsverhaltens des Systems eher peripher. In Abschnitt 2.2.6 wurde gezeigt, dass die Leckergänzung eine Varianz aufweist. Diese Varianz kann als Störung im System interpretiert werden. Somit ist eine Betrachtung gegenüber dem Storungsverhalten essenziell für die Beurteilung einer Leckerganzungsregelung.

Neben der hinteren Membranposition, welche als das Membranvolumen $V_{M0} = 0$ definiert wird, ist in letzter Konsequenz der resultierende fehlerhafte Volumenstrom $\Delta \bar{V}_{M0}$ von Interesse. Abbildung 4.2 zeigt das angepasste Schemata bezüglich des Störeinflusses und der Ergänzung um den resultierenden Volumenstromfehler.

Angenommen, dass die Membranabweichung V_{M0} durch die Regelung einen normalverteilten statistischen Fehler besitzt, bedingt dies ein Schwanken des Förderstroms. Die Auswirkung dieser Varianz der Membranabweichung auf den Volumenstromfehler $\Delta \bar{V}_{M0}$ soll zunächst betrachtet werden.

Abbildung 4.3 zeigt exemplarisch eine diskrete Ableitung. Entgegen eines kontinuierlichen Zeitsignals besitzt ein diskretes Zeitsignal gequantelte Zeitpunkte, welche eine Grenzwertbetrachtung im Differential unnötig machen. Somit gilt für das Differential im diskreten Zeitraum:

$$\frac{\Delta x_t}{\Delta t} = \frac{x_{t+T_s} - x_t}{\Delta t} = \frac{y_t}{\Delta t} \quad (4.1)$$

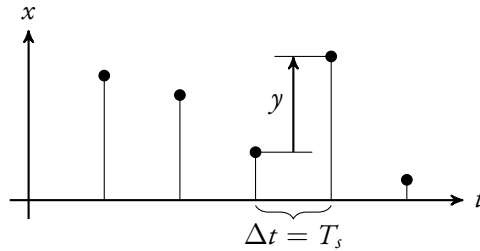


Abbildung 4.3: Differential einer diskreten Folge.

Nun soll das zu differenzierende Signal $X(t) = x_t$ als normalverteilt angenommen werden:

$$X \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma^2) \quad (4.2)$$

Für die Gesamtheit der Differenz $Y(t) = y_t$ gilt zum Zeitpunkt t :

$$y_t = x_{t+T_s} - x_t \quad (4.3)$$

Nach Gleichung (4.3) ist die allgemeine Gesamtheit der Differenz Y eine Kombination aus zweimal der Zufallsvariable X . Für den Erwartungswert und die Varianz gilt für die Addition von Normalverteilungen nach [AHK⁺15, Abschnitt 38.2]:

$$E\left(\sum_{i=1}^n X_i\right) = \sum_{i=1}^n E(X_i) \quad (4.4)$$

$$\text{Var}\left(\sum_{i=1}^n X_i\right) = \sum_{i=1}^n \text{Var}(X_i) \quad (4.5)$$

Angewendet auf die Gleichung (4.1) gilt für die Differenz Y :

$$\frac{\Delta x_t}{\Delta t} \sim \mathcal{N}\left(0, \check{\sigma}_{\text{diskr.}} = \frac{2\sigma^2}{T_s}\right) \quad (4.6)$$

$$\sigma\left(\frac{Y}{T_s}\right) = \frac{\sqrt{2}}{T_s} \sigma(X) \quad (4.7)$$

Gleichung (4.7) zeigt, dass die Standardabweichung des diskret betrachteten Förderstroms $\sigma(\frac{\Delta V_L}{T_s})$ das $\frac{\sqrt{2}}{T_s}$ -fache der Standardabweichung des diskreten Leckerganzungsfehlers $\sigma(V_L)$ ist. Betrachtet man dies für eine stetige Verteilung, so gilt für das Differential [AHK⁺15, Abschnitt 10.1]:

$$\frac{df}{dt} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{f(t + \Delta t) - f(t)}{\Delta t} \quad (4.8)$$

Da $f \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$ zu jedem Zeitpunkt t normal verteilt angenommen wird, gilt für die Ableitung:

$$\frac{df}{dt} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{f_2 - f_1}{\Delta t} \quad (4.9)$$

nach Gleichung (4.4) und Gleichung (4.5) folgt:

$$\frac{df}{dt} \sim \mathcal{N}\left(\mu, \underbrace{\check{\sigma}_{\text{konti.}} = \frac{2\sigma^2}{\Delta t}}_{\rightarrow \infty}\right) \quad (4.10)$$

Die Dichtefunktion der Verteilung (4.10) ergibt sich zu:

$$\varphi(x) = \underbrace{\left(\frac{1}{\check{\sigma}_{\text{konti.}} \sqrt{2\pi}}\right)}_{\rightarrow 0} \underbrace{e^{\frac{1}{2} \left(\frac{x-\mu}{\check{\sigma}_{\text{konti.}}}\right)^2}}_{\rightarrow 1} \rightarrow 0 \quad (4.11)$$

Somit ergibt sich die Verteilung der Ableitung des zeitlich stetigen normalverteilten Signals $f(t)$ zu:

$$\frac{df}{dt} \sim \mathcal{U}(-\infty, \infty) \quad (4.12)$$

Der Vergleich von Verteilung (4.6) und (4.10) zeigt, dass die stetige Betrachtung der Extremfall der diskreten ist. Jedoch zeigt die Verteilung (4.12), dass sich dieser Extremfall anders verhält, als die allgemeine diskrete Betrachtung. Je größer die Zeitintervalle T_s sind, desto mehr weicht das Verhalten vom stetigen Fall ab.

Für Betrachtungen im Laplace-Raum muss berücksichtigt werden, dass sich zeitlich stetige und diskrete Systeme unterschiedlich verhalten. Die Laplace-Transformation ist definiert als [AHK⁺15, Abschnitt 33.2]:

$$\mathcal{L}f(s) = \int_0^{\infty} f(t)e^{-st} dt \quad (4.13)$$

Für ein zeitdiskretes Signal wird der komplexe Parameter $s \in \mathbb{C}$ mit Hilfe des Zeitintervalls T_s diskretisiert [ZR14, Gleichung 11.22].

$$z = e^{sT_s} \quad (4.14)$$

Hieraus ergibt sich die diskrete Laplace-Transformation, welche auch z -Transformation genannt wird [ZR14, Abschnitt 11.5.1].

$$\mathcal{Z}f(z) = \sum_{k=0}^{\infty} f(k)z^{-k} \quad (4.15)$$

So gilt für den Einheitssprung $\Theta(t)$ [ZR14, Seite 344] [AHK⁺15, Seite 1243]:

$$\mathcal{L}\Theta(s) = \frac{1}{s} \quad (4.16)$$

und

$$\mathcal{Z}\Theta(z) = \frac{z}{z-1} \quad (4.17)$$

Abbildung 4.4 zeigt die Auswirkung der diskreten Zeit für das Beispiel Einheitssprung $\Theta(t)$ für verschiedene Taktzeiten $T_s \in [0,1 \text{ s}; 1,0 \text{ s}; 10 \text{ s}]$. Neben der Maskierung von Eingangssignalen, welche eine höhere Frequenz als die Abtastrate $f_s = \frac{1}{T_s}$ besitzen, entsteht durch die unterschiedlichen Abtastraten eine Skalierung bezüglich der Übertragung. Höhere Abtastraten führen zu stärkeren Antworten der gleichen Anregung. Es gilt zu beachten, dass dies so nur für den Einheitssprung gilt. Andere Funktionen können sich deutlich anders verhalten.

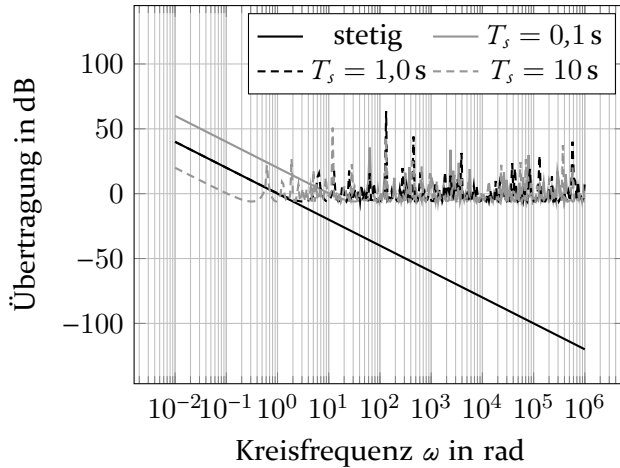


Abbildung 4.4: Vergleich der Übertragungsfunktion am Beispiel des Einheitssprungs zwischen diskreter und stetiger Zeit.

Es wurde gezeigt, dass der Aufwand der diskreten Modellierung zwingend notwendig ist, um eine zutreffende Aussage bezüglich der Reaktion des Systems auf eine Regelung treffen zu können.

4.3 Klassische Leckergänzung

Die klassische Leckergänzung, wie sie durch ein Leckergänzungsventil realisiert wird, kann als einfache P-Glied-Regelung mit vorgeschalteter Leckageeliminierung für einen positiven Leckagestrom \bar{V}_L modelliert werden. Die selektive Ausgleichung der Leckage wird als Sättigungsglied abgebildet, das dazu führt, dass ein negativer Leckergänzungsstrom \bar{V}_{LEV} nicht stattfinden kann.

Aufgrund des Begrenzungsglieds (Sat) ist eine lineare Betrachtung nicht direkt möglich [ZR14, Kapitel 9]. Da die Leckage bzw. der Leckergänzungsfehler als zufällige Variable betrachtet werden soll, ist es naheliegend das Verhalten durch eine Monte-Carlo-Simulation zu untersuchen [AHK⁺15, Seite 1329]. In Tabelle 4.1 sind die Parameter der Monte-Carlo-Simulation dargestellt.

Die Simulation basiert auf dem Blockdiagramm 4.5. Allerdings wurde das Modell als iterative Bedingung (4.18) abgebildet. Die Simulation soll klären,

4 Regelung

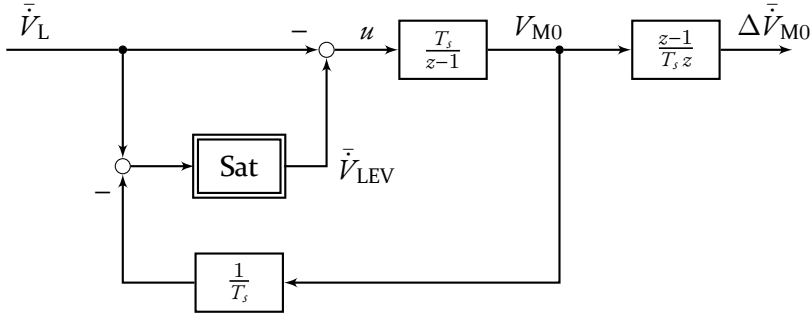


Abbildung 4.5: Blockdiagramm zur Abbildung der klassischen Leckergänzung.

Tabelle 4.1: Verwendete Parameter für die Monte-Carlo-Simulation zur Untersuchung der klassischen Leckergänzung.

Parameter	Wert
Hübe	10^4
Durchläufe	10^4

ob das System mit einer bestimmten Leckage \bar{V}_L langfristig stabil ist bzw. ob es zu einer temporären Anhebung der Membran kommt.

$$V_{M0}(t) = V_{M0}(t - T_s) - T_s \bar{V}_L \quad (4.18)$$

mit

$$V_{M0}(t) \in \mathbb{R}_{\geq 0} \quad \text{und} \quad \bar{V}_L \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma^2) \quad (4.19)$$

Abbildung 4.6 zeigt die Abhängigkeit der Verteilung des Membranvolumens V_{M0} ($i = 10^4$) nach 10^4 Hüben vom Verhältnis von Erwartungswert und Standardabweichung der Leckage $\frac{T_s E(\bar{V}_L)}{\sigma(\bar{V}_L)}$. Die Verteilungen der vier Szenarien ähneln abgeschnittenen Normalverteilungen. Da nach (4.18) keine negativen Membranvolumina möglich sind befindet sich die vollständige Quantile, die sich im negativen Bereich befinden würde, im Wert $V_{M0}(i = 10^4) = 0$. Ein negativer $\frac{T_s E(\bar{V}_L)}{\sigma(\bar{V}_L)}$ -Wert gibt an, dass das Volumen im Hydraulikraum im Mittel ansteigt. Dies spiegelt sich auch in der Verteilung der Variante mit $\frac{T_s E(\bar{V}_L)}{\sigma(\bar{V}_L)} = -0,1$ in Abbildung 4.6 wieder. Der Grosteil der Fälle der Monte-Carlo-Simulation

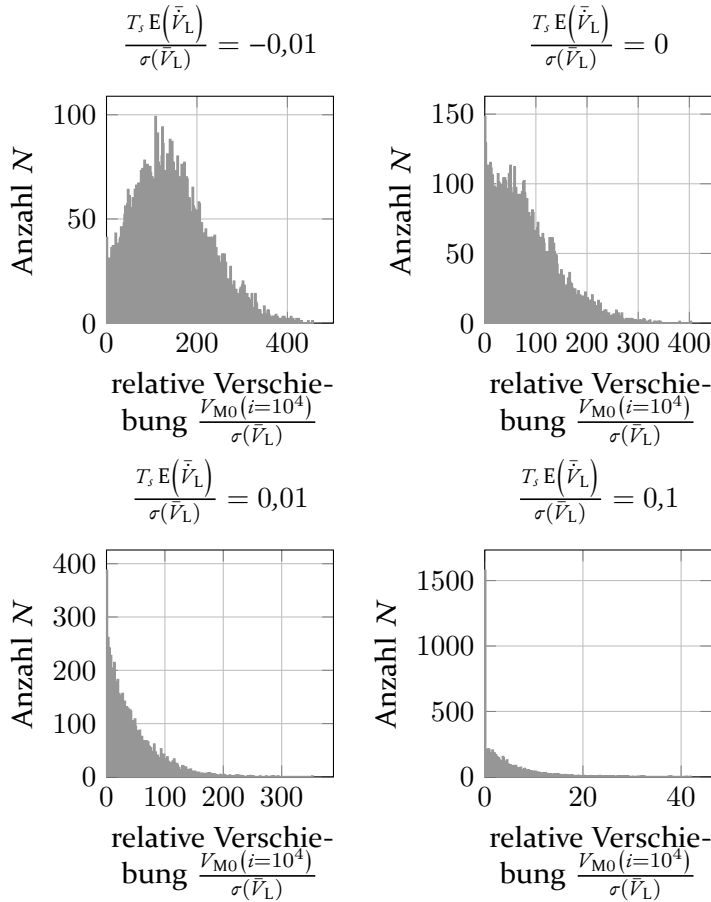


Abbildung 4.6: Verteilungen der Monte-Carlo-Simulation bezüglich der Stabilität einer klassischen Leckergänzung nach 10^4 Hüben.

ergab ein deutlich von Null unterschiedliches Membranvolumen. Das bedeutet, dass in den meisten Fällen die Membran auf Dauer überdehnt werden würde. Erhöht man die mittlere Leckage, so dass gilt $\frac{T_s E(\bar{V}_L)}{\sigma(\bar{V}_L)} = 0$, ergibt sich ebenfalls kein zufriedenstellendes Ergebnis. Tritt im Mittel keine Leckage auf $E(\bar{V}_L) = 0$ ist das System in den meisten Fällen nicht in der Lage die Membran an ihrem Anlagepunkt zu halten. Die mittlere Leckage muss deutlich größer

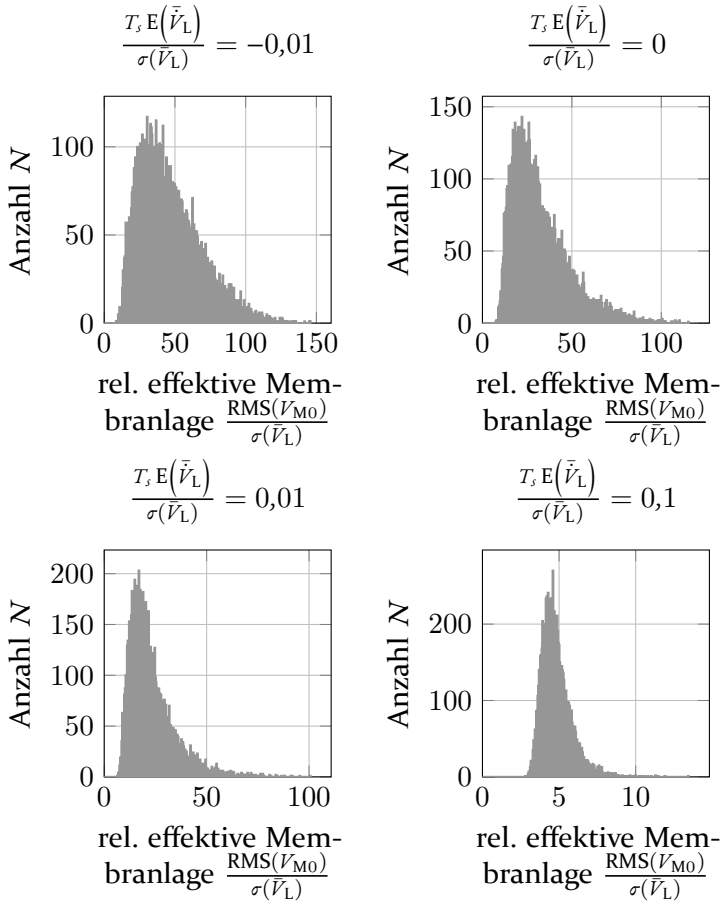


Abbildung 4.7: Ergebnis der Monte-Carlo-Simulation bezüglich dem Restrauschen einer klassischen Leckergängung.

sein als die Varianz. So verbessert sich das Verhalten bei $\frac{T_s E(\bar{V}_L)}{\sigma(\bar{V}_L)} = 0,01$ und $\frac{T_s E(\bar{V}_L)}{\sigma(\bar{V}_L)} = 0,1$, jedoch ist dies nicht ausreichend.

Zur Bestimmung der temporären Membranwanderung wird das relativierte quadratische Mittel des Membranvolumens $\frac{\text{RMS}(V_{M0})}{\sigma(\bar{V}_L)}$ betrachtet. Dieser Wert gibt Auskunft, wie groß die Auslenkung bezogen auf die Gesamtanzahl der Hübe wäre, würde diese durchgängig und nicht sporadisch auftreten. So ist es möglich unterschiedliche Auslenkungen effektiv miteinander zu vergleichen.

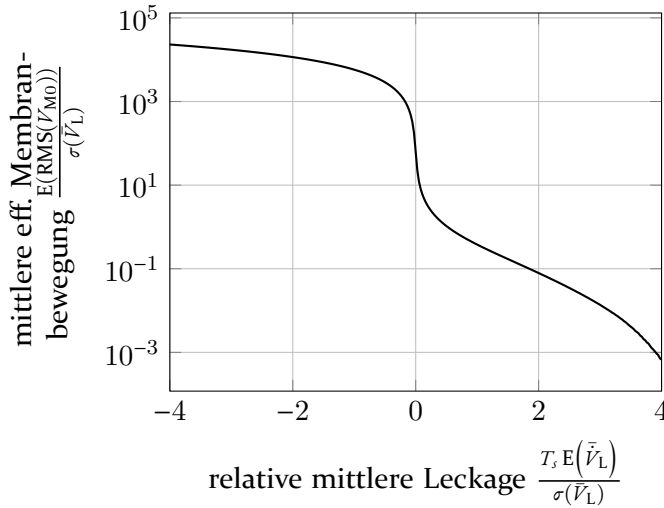


Abbildung 4.8: Restrauschen der klassischen Leckergänzung in Abhängigkeit zur relativen Leckage.

Wie in Abbildung 4.6 werden in Abbildung 4.7 vier verschiedene Szenarien betrachtet. Zunächst fällt auf, dass, entgegen der relativen Verschiebung $\frac{V_{M0}(i=10^4)}{\sigma(\tilde{V}_L)}$, die relativierte effektive Membranlage $\frac{\text{RMS}(V_{M0})}{\sigma(\tilde{V}_L)}$ einer logarithmischen Normalverteilung ähneln, wobei alle vier Szenarien über 10^4 -Hübe eine merkliche Membranbewegung aufweisen. Mit steigender mittlerer Leckage $E(\tilde{V}_L)$ schmiegt sich diese Verteilung zunehmend an die Ordinatenachse. Dies ist so zu erwarten, da die Wahrscheinlichkeit, dass ein negativer Ausreißer auftritt, stetig abnimmt.

Abbildung 4.8 zeigt die nicht lineare Abhängigkeit des mittleren quadratischen Mittels $E(\text{RMS}(V_{M0}))$ gegenüber dem Verhältnis $\frac{T_s E(\tilde{V}_L)}{\sigma(\tilde{V}_L)}$. Es können grundsätzlich zwei Bereiche unterschieden werden. Da im Bereich $\frac{T_s E(\tilde{V}_L)}{\sigma(\tilde{V}_L)} < 0$ eine Instabilität zu erwarten ist, ist die Membranwanderung hier sehr ausgeprägt und es ergeben sich sehr große Auslenkungen. Im Bereich $\frac{T_s E(\tilde{V}_L)}{\sigma(\tilde{V}_L)} \approx 0$ findet ein Umschlagen zwischen dem instabilen und stabilen Bereich statt. Demnach ist hier ein starker Abfall der zu erwartenden effektiven Auslenkung zu beobachten. Im Bereich $\frac{T_s E(\tilde{V}_L)}{\sigma(\tilde{V}_L)} > 0$ ist das System stabil. Mit zunehmenden

dem Verhältnis wird eine Auslenkung der Membran immer unwahrscheinlicher. Die zu erwartende effektive Auslenkung nimmt immer weiter ab, bis diese ab einer Wahrscheinlichkeit von $P(V_{M0} \neq 0) \leq \frac{1}{10^4}$ durch die Simulation nicht mehr abgebildet werden kann.

Die Monte-Carlo-Simulation des klassischen Systems zeigt in Abbildung 4.8, dass eine kontrolliert erhöhte Leckage das System stabilisiert. Hier wäre das Ergänzen oder Ersetzen des GAVs durch ein einstellbares Drosselventil denkbar. Durch den konstanten Querschnitt ist der entstehende Volumenstrom weitestgehend konstant. Die Vergrößerung des Verhältnisses $\frac{T_s E(\tilde{V}_L)}{\sigma(\tilde{V}_L)}$ ergibt eine Steigerung der Stabilität. Diese Verbesserung wird jedoch durch eine bewusste Verschlechterung des energetischen Wirkungsgrades erkauft. Durch das andauernde Entspannen von unter Druck stehender Flüssigkeit wird eine kleine Menge an Energie in Wärme dissipiert. Das Drosselventil sollte nur so viel zusätzlichen Leckagestrom erzeugen, dass das System stabil arbeitet.

4.4 Linearer Regler

Zur Regelung der hinteren Membranlage kann grundsätzlich ein klassischer Regelungsansatz gewählt werden. Hierbei wird zunächst das System als lineares zeitinvariantes System (LTI-System) betrachtet. Die Modellierung findet als Übertragungsfunktion im z -Bereich statt. Hierbei handelt es sich um eine zeitdiskrete Abbildung im Frequenzbereich [ZR14, Abschnitt 11.5]. Die Regelstrecke $G(z)$ ist ein Integrierglied:

$$G(z) = \frac{T_s}{z - 1} \quad (4.20)$$

Als Regler $K(z)$ soll zunächst ein Proportionalglied betrachtet werden, welches lediglich einen Verstärkeranteil mit dem Faktor P besitzt [ZR14, Seite 349], [ZR14, Abschnitt 4.3.1]:

$$K_p(z) = P \quad (4.21)$$

Wie in Abbildung 4.2 gezeigt, wird der Regler als Feedback eingesetzt, um den resultierenden Fehler des vorherigen Zeitschritts in der Stellgröße zu berücksichtigen. Für die Kombination von Regelstrecke und Regler ergibt sich

nach [ZR14, Abschnitt 2.5.1] eine allgemeine Störgrößenübertragungsfunktionsdefinition:

$$S(z) = \frac{-G(z)}{1 + G(z)K(z)} \quad (4.22)$$

Angewendet auf die Regelstrecke $G(z)$ mit dem Proportionalglied $K_P(z)$ ergibt die Übertragungsfunktion des Störverhaltens $S_P(z)$:

$$S_P(z) = \frac{-T_s}{z + T_s P - 1} \quad (4.23)$$

Für eine zeitkontinuierliche Übertragungsfunktion lässt sich anhand dieser direkt das Bode-Diagramm berechnen [ZR14, Kapitel 5]. Bei einer zeitdiskreten Übertragungsfunktion ist dies direkt nicht möglich. Der Parameter z besteht nicht wie bei der zeitkontinuierlichen Betrachtung aus einem Dämpfungs- und einem Kreiszahlparameter. Der Parameter z kann nach [GS75] in Abhängigkeit von der Kreiszahl ω gesetzt werden:

$$S(z) = S \left(\frac{1 + i \tan \left(\omega \frac{T_s}{2} \right)}{1 - i \tan \left(\omega \frac{T_s}{2} \right)} \right) \quad (4.24)$$

Abbildung 4.9 zeigt das Bode-Diagramm des Regelkreises mit P-Glied für das Störverhalten, wobei als Parameter $P = 1$ gewählt wurde. Hierbei ist zu bemerken, dass ein Variieren der Leckage direkt zu einer entsprechenden Verlagerung der Membran führt. Diese Verlagerung führt zu einem Volumenstromfehler, welcher aber mit steigender Periodendauer vernachlässigbar wird.

Abbildung 4.10 zeigt die Impulsantwort der Regelung. Zum Zeitpunkt $i = 0$ tritt eine einmalige Leckage auf. Dies führt zum Zeitpunkt $i = 1$ zu einer Membranverlagerung und einer Reduktion des Volumenstroms. Der Regler gleicht das fehlende Volumen im Zeitschritt $i = 2$ aus, was zu einem entsprechend erhöhten Volumenstrom führt.

Tabelle 4.2 zeigt die verwendeten Parameter für die Monte-Carlo-Simulation zur Untersuchung des Restrauschens der linearen Regler. Abbildung 4.11 zeigt das relative Restrauschen $\frac{E(\text{RMS}(V_{M0}))}{T_s \sigma(V_L)}$ in Abhängigkeit vom Verhältnis von

4 Regelung

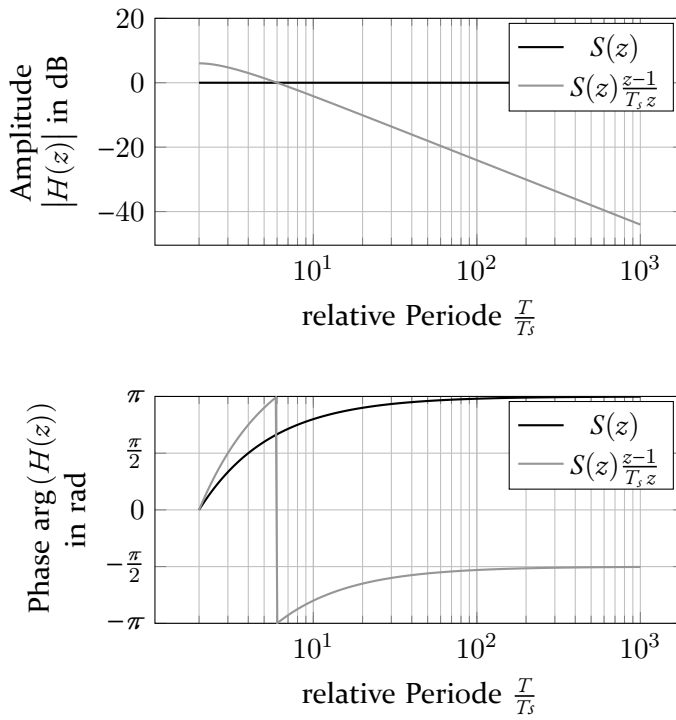


Abbildung 4.9: Bode-Diagramm einer P-Glied-Regelung.

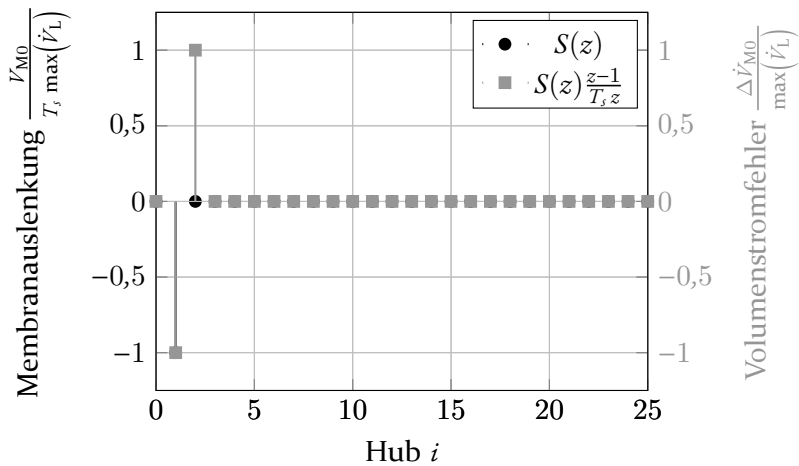
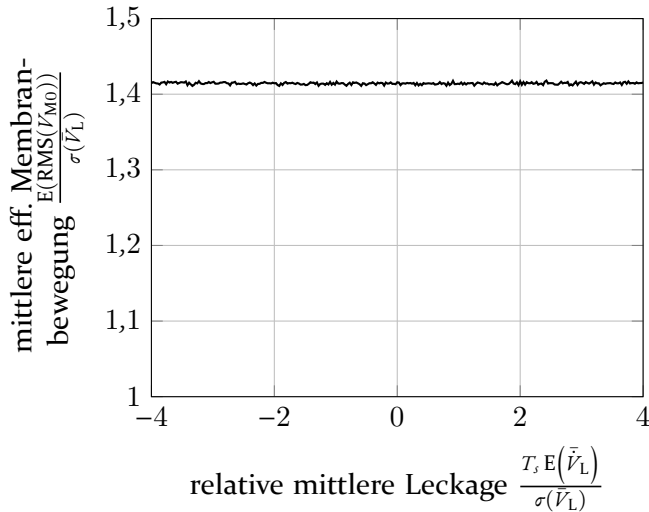


Abbildung 4.10: Impulsantwort der P-Glied-Regelung.

Tabelle 4.2: Parameter für die Monte-Carlo-Simulation bezüglich der linearen Regler.

Parameter	Wert
Hübe	10000
Durchläufe	100

**Abbildung 4.11:** Restrauschen einer P-Glied-Regelung in Abhängigkeit zur relativen Leckage.

mittlerer Leckage und der Standardabweichung der Leckage $\frac{T_s E(\bar{V}_L)}{\sigma(\bar{V}_L)}$. Da es sich um ein lineares System handelt, ist das Restrauschen konstant. Hierzu muss erwähnt werden, dass zur Berechnung des Verhältnisses, die Standardabweichung der Leckage konstant gehalten wurde, da dies einem normalen Pumpenverhalten entsprechen würde. Das Restrauschen ist von der Standardabweichung der Leckage und nicht vom Mittelwert abhängig. Daher entspricht der Verlauf der Erwartung.

Äquivalent zu einem Proportionalglied kann die Regelung für ein PI-Glied, also einem Regler mit proportionalem und integralem Anteil, betrachtet werden. Für den Regler gilt nun:

$$K_{PI}(z) = P + \underbrace{I \frac{T_s}{z-1}}_{\text{Integrator}} = \frac{Pz + I - P}{z-1} \quad (4.25)$$

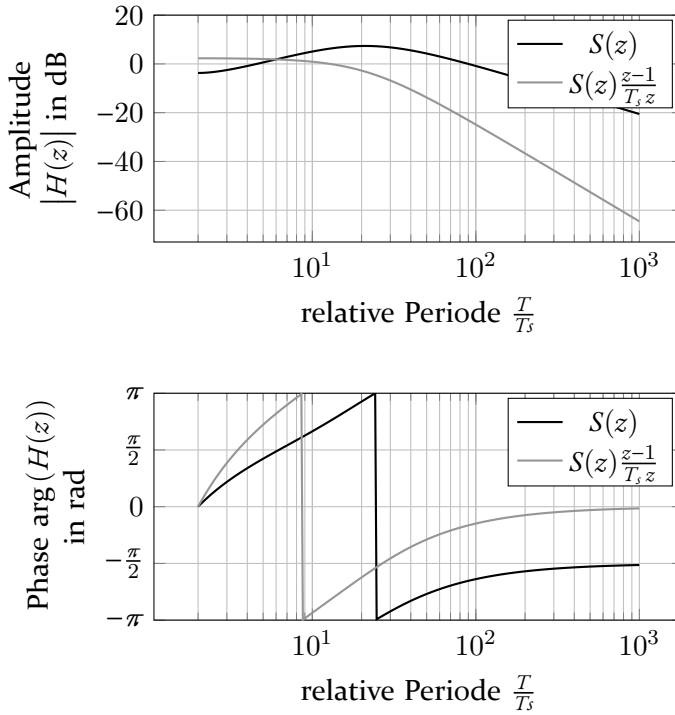


Abbildung 4.12: Bode-Diagramm einer PI-Glied-Regelung.

Tabelle 4.3: Verwendete Reglerparameter des PI-Reglers.

Parameter	Wert
Proportionalanteil	$P = 0,5$
Integralanteil	$I = 0,0668$

Hieraus ergibt sich die Übertragungsfunktion des Störverhaltens:

$$S_{PI}(z) = \frac{-T_s(z-1)}{z^2 + (T_s P - 2)z + T_s^2 I - T_s P + 1} \quad (4.26)$$

Abbildung 4.12 zeigt das Bode-Diagramm der Regelung mit PI-Glied als Regler. Im Vergleich zum Bode-Diagramm 4.9 der Regelung, welche nur über ein P-Glied verfügt, tritt eine stärkere Interaktion mit der Störung auf. Hochfrequente Störungen werden zunächst gedämpft. Mit fallender Frequenz findet im Bereich von ca. $\frac{T}{T_s} \in [5,5; 95]$ eine Verstärkung statt. Mit weiter abnehmender Frequenz nimmt der Einfluss der Störung wieder zunehmend ab. Dies

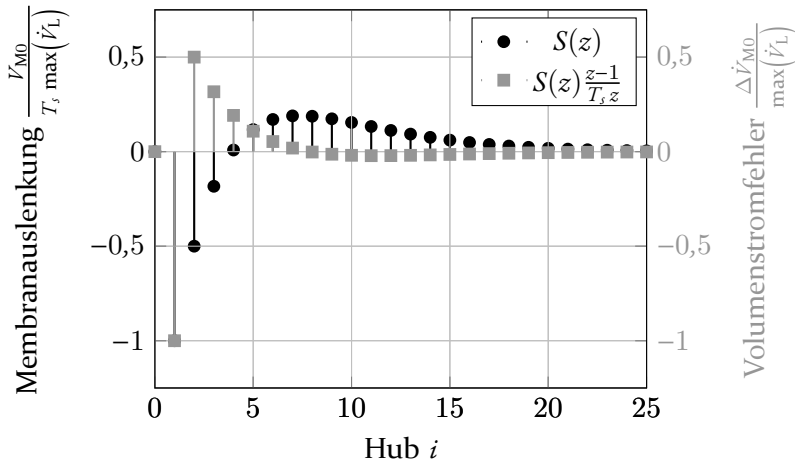


Abbildung 4.13: Impulsantwort der PI-Glied-Regelung.

führt im Vergleich zur Regelung mit P-Glied zu einem reduzierten Volumenstromfehler, welcher ebenfalls mit abnehmender Frequenz verschwindet.

Abbildung 4.13 zeigt die Impulsantwort der Regelung mit PI-Glied. Die einmalig auftretende Leckage im Zeitschritt $i = 0$ löst eine abnehmende dynamische Antwort des Regelkreises aus. Der integrale Anteil führt dazu, dass der Ausgleich der fehlenden Ölmenge gedämpft stattfindet. Hierdurch verlängert sich das Ausregeln dieser Störung deutlich im Verhältnis zum Regelkreis mit P-Glied. Vergleicht man den resultierenden Volumenstromfehler, so erkennt man, dass zunächst der Fehler, der durch die Leckage hervorgerufen wird gleich bleibt. Jedoch findet der Ausgleich sanfter statt, so dass der Volumenstrom insgesamt gleichmäßiger bleibt.

Die Parameter wurden automatisiert mit Hilfe von MATLAB R2016a berechnet. Tabelle 4.3 zeigt die optimierten Parameter des Regelkreises (4.26). Der Volumenverlauf V_{M0} in Abbildung 4.13 zeigt den typischen Verlauf bei einem optimierten Regler. Damit eine möglichst kurze Einschwingzeit umgesetzt werden kann, wird ein Überschwingen provoziert. Das Überschwingen wird so gedämpft, dass keine weiteres Schwingen auftritt. Dieses Verhalten zeigt den schnellst möglichen Ausgleich einer Störung in diesem System.

Abbildung 4.14 zeigt äquivalent zu Abbildung 4.11 das Ergebnis einer Monte-Carlo-Simulation, welche mit den Parametern aus Tabelle 4.2 berechnet wurde. Wie auch in Abbildung 4.11 ist das Restrauschen unabhängig von der mittleren

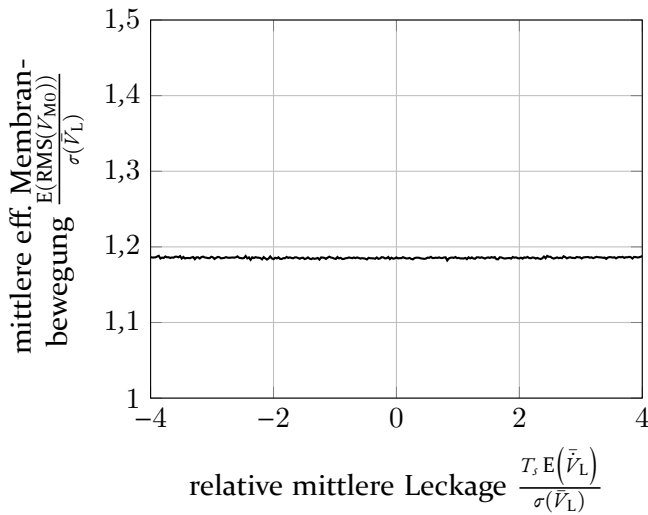


Abbildung 4.14: Restrauschen einer PI-Glied-Regelung in Abhängigkeit zur relativen Leckage.

Leckage. Da auch hier die Standardabweichung der Leckage konstant gehalten wurde, zeigt das Restrauschen ein konstantes Verhalten.

4.5 Ventileinfluss

Nachdem die Charakteristik des Ventils erfasst und modelliert ist, kann die Regelung um das Stellglied ergänzt werden. Schema 4.2 ist nun um die nicht-lineare Charakteristik in Abbildung 4.15 erweitert worden. Der PID-Regler erzeugt nun nicht mehr direkt das zu ergänzende Volumen V_{LEV} , sondern gibt dem Stellglied eine Signalzeit t_{Signal} vor, welches vom Stellglied als Volumen V_{LEV} interpretiert wird. Als Ventil-Modell wurde das Sigmoid-Modell (3.47) gewählt.

Der PID-Regler ist für die Rechtecknäherung mit der rechten Intervallgrenze definiert als [ZR14, Abschnitt 11]:

$$K_{PID}(z) = P + I \frac{T_s}{z-1} + \underbrace{D \frac{z-1}{T_s z}}_{\text{Differentialanteil}} \quad (4.27)$$

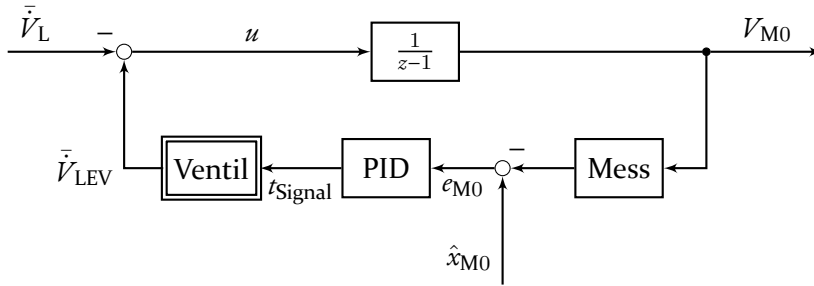


Abbildung 4.15: Blockdiagramm für eine Leckergänzungsregelung durch einen PID-Regler mit eingezeichnetem Mess- und Stellglied.

Tabelle 4.4: Verwendete Reglerparameter für den PID-Regler.

Parameter	Wert
Proportionalanteil	$P = 16,0 \text{ s/m}$
Integralanteil	$I = 2,4 \text{ 1/m}$
Differentialanteil	$D = 4,0 \text{ s}^2/\text{m}$

Die korrespondierende Iterationsanweisung des PID-Reglers ist wie folgt definiert:

$$u_k = u_{k-1} + \left(P + \frac{D}{T_s} \right) e_k + \left(-P + IT_s - 2\frac{D}{T_s} \right) e_{k-1} + \frac{D}{T_s} e_{k-2} \quad (4.28)$$

Die Gleichung (4.28) kann zur Berechnung im Zeitbereich genutzt werden. Die Berechnung im Zeitbereich erfolgt iterativ für die einzelnen diskreten Zeitpunkte. Die Taktung der diskreten Zeit entspricht den einzelnen Hübten der Pumpe, so dass ein Takt einem Hub entspricht. Der PID-Regler wurde manuell eingestellt, so dass ein möglichst stabiles Ergebnis erzielt wird. Tabelle 4.4 zeigt die gefundenen Parameter. Die Parameter wurden für den Hubzahlbereich von $n \in [20 \text{ 1/min}; 240 \text{ 1/min}]$ untersucht. Bei einer deutlichen Reduktion der Hubzahl kann es zu einer Instabilität des Regelkreises kommen.

Abbildung 4.16 zeigt beispielhaft die Zeitsignale für die Hubzahlen 20 1/min und 240 1/min . Als Startbedingung wurde eine stehende Pumpe ohne Leckage gewählt. Ab dem Zeitpunkt $nt = 0$ wird eine konstante Leckage von $\bar{V}_L = 0,3 \text{ 1/h}$ simuliert. Diese wird durch den Regler in Zusammenarbeit mit dem Ventil ergänzt. Hierbei wird ein normal verteilter Leckergänzungsfehler $V_{\text{Fehler LEV}} \sim \mathcal{N}(0, (\bar{\sigma}(V_L) \approx 20 \mu\text{l})^2)$ berücksichtigt. Neben den Zeitsignalen sind sowohl die Grenzen des Regelrauschens im eingeschwungenen Zustand,

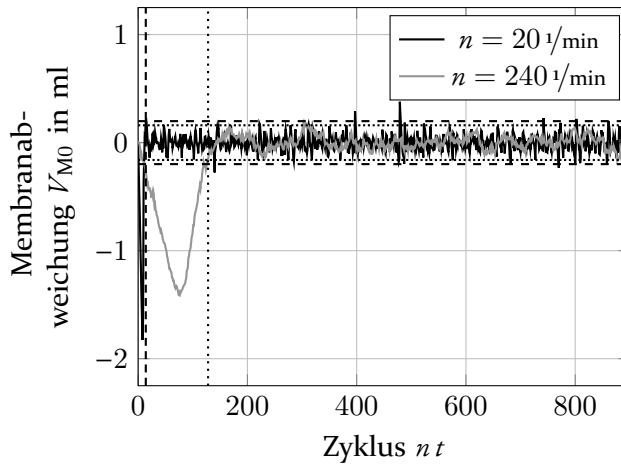


Abbildung 4.16: Beispieldaten der Zeitbereichssimulation des PID-Reglers mit Ventileinfluss für unterschiedliche Hubzahlen. Vertikal sind die Zeitpunkte der Einschwingzeit und horizontal die Grenzen des Restrauschens eingezeichnet.

als auch die Einschwingzeit dargestellt. Die Einschwingzeit ist die Zeit, die benötigt wird, bis der Regler die Störung ausgeglichen hat. Das Restrauschen c des Reglers ist als das symmetrische $P(|E(X) - c, E(X) + c|) = 99\%$ Quantil des eingeschwungenen Zeitsignals $X = \{x(t) \mid t \geq t_{\text{einschw.}}\}$ definiert worden.

Beide Verläufe zeigen nach dem Eintreten der Leckage eine Bewegung der Membran in Richtung des hinteren Anlagepunkts. Dies ist so zu erwarten, da der Regler erst beginnen muss die Leckage zu kompensieren. Aufgrund der unterschiedlichen Taktung wird bei 20 1/min aggressiver geregelt als bei 240 1/min . Dies äußert sich durch ein mehrmaliges abnehmendes Überschwingen und einer sehr kurzen Einschwingphase von $nt = 17$ Hübem. Dabei tritt ein maximaler Überschwinger von $|V_{\text{über}}| \approx 1,2 \text{ ml}$ auf. Das Restrauschen ist relativ hochfrequent. Bei 240 1/min ist nur ein Überschwinger zu sehen, welcher eine Höhe von $|V_{\text{über}}| \approx 7,5 \text{ ml}$ aufweist. Es dauert $nt = 115$ Hübe bis der Regler die Störung ausgleichen kann. Das Restrauschen ist relativ betrachtet deutlich niederfrequenter als bei 20 1/min . bezüglich der Höhe des Restrauschens unterscheiden sich beide Varianten kaum.

Abbildung 4.17 zeigt die simulierten Werte der Einschwingzeit, des Überschwingens, des Restrauschens und des Regelfehlers für die diskrete Hubzahlenmenge $n \in \{x \in \mathbb{N} \mid 20 \text{ 1/min} \leq x \leq 240 \text{ 1/min}\}$. Die Einschwingzeit ist bezüglich der Taktzeit auf die reelle Zeit und nicht als Hub skaliert. Im Vergleich zu Abbildung 4.16 zeigt sich, dass die Einschwingzeit bei geringen

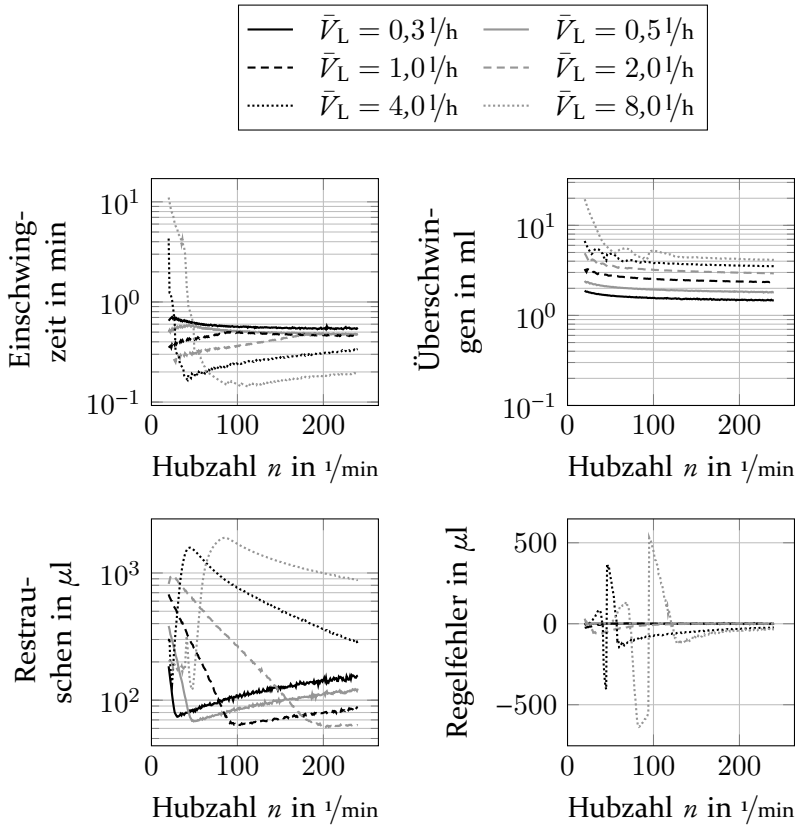


Abbildung 4.17: Zeitbereichssimulation der Einschwingzeit, des Überschwingens, des Restrauschens und dem Restfehler durch den PID-Reglers mit Ventileinfluss in Abhängigkeit der Hubzahl und für verschiedene Leckagen.

Hubzahlen wenige Hübe andauert. Da jedoch die Hübe an sich lange dauern, ist die effektive Einschwingzeit geringfügig höher als bei hohen Hubzahlen. Grundsätzlich beträgt die Einschwingzeit ≈ 25 s.

Das Überschwingverhalten zeigt ein ähnlich konstantes Verhalten bezüglich verschiedenen Hubzahlen, wobei bei geringen Hubzahlen das Überschwingen zunehmend stärker wird. Im untersuchten Bereich ist das Maximum $\max(|V_{\text{über}}(\{n \in \mathbb{N} \mid 20 \text{ 1/min} \leq n \leq 240 \text{ 1/min}\})|) \approx 1,1$ ml. Aus vorhergehenden Messungen ist bekannt, dass ein Hub $\hat{h} = 55$ mm zu einer Membranbewegung von $\Delta m \leq 14$ mm führt. Somit ist eine maximale Abweichung der Membran aus der vorgegeben Nulllage von $\Delta m_0 \approx 1,0$ mm zu erwarten.

Diese Auslenkung wird in Richtung des hinteren Membrananlagepunkts stattfinden, so dass die Membran ihre regelungsseitige Nulllage nicht im hinteren Anlagepunkt haben sollte.

Im Bereich $n \in \{x \in \mathbb{N} \mid 40 \text{ 1/min} \leq x \leq 50 \text{ 1/min}\}$ besitzt das Restrauschen ein Minimum. Gegen kleinere Hubzahlen wächst das Rauschen zügig an. Gegen höhere Hubzahlen steigt das Restrauschen in etwa linear an. Im untersuchten Bereich wurde ein Restrauschen von $V_{\text{Rauschen}} \in \{x \in \mathbb{N} \mid 54 \mu\text{l} \leq x \leq 93 \mu\text{l}\}$ ermittelt. Hierbei muss jedoch erwähnt werden, dass dies auf einem ventilunabhängigen Leckergänzungsfehler von $V_{\text{Fehler LEV}} \sim \mathcal{N}(0, (\tilde{\sigma}(V_L) \approx 20 \mu\text{l})^2)$ basiert. Wird dieser Fehler vergrößert oder in seinem Verhalten verändert, kann dies enormen Einfluss auf das Restrauschen haben.

Aufgrund des Leckergänzungsfehlers und der integrativ wirkenden Regelstrecke ist es trotz des PID-Reglers möglich, dass ein dauerhafter Regelfehler auftritt. Abbildung 4.17 zeigt, dass ähnlich wie beim Restrauschen, bei ca. $n \in \{x \in \mathbb{N} \mid 40 \text{ 1/min} \leq x \leq 50 \text{ 1/min}\}$ der Regelfehler minimal wird. Betrachtet man die Größenordnung des Regelfehlers, so kann dieser, bezogen auf den Leckergänzungsfehler, vernachlässigt werden.

4.6 Reglerstabilität

Die Dynamik eines Regelkreises kann zu instabilen Bereichen führen. Um einen sicheren Betrieb gewährleisten zu können, ist es daher unerlässlich Kenntnis über die Grenzen der Stabilität des Regelkreises zu besitzen. Hierzu wird zunächst das LTI-Modell des Regelkreises aus Abbildung 4.15 als Grundlage benötigt. Basierend auf der Gleichung (4.22) zur Beschreibung eines Regelkreises kann das LTI-Modell wie folgt geschrieben werden:

$$S(z) = \frac{T_s(-z^2 + z)}{z^3 + a_2 z^2 + a_1 z + a_0} \quad (4.29)$$

wobei für die die Parameter a_0 , a_1 und a_2 gilt:

$$a_0 = D \frac{d\tilde{V}_V(\tau_{\text{Signal}})}{d\tau_{\text{Signal}}} \quad (4.30)$$

$$a_1 = \frac{d\tilde{V}_V(\tau_{\text{Signal}})}{d\tau_{\text{Signal}}} \left(-2D - PT_s + IT_s^2 \right) + 1 \quad (4.31)$$

$$a_2 = \frac{d\tilde{V}(\tau_{\text{Signal}})}{d\tau_{\text{Signal}}}(PT_s + D) - 2 \quad (4.32)$$

Basierend auf dem LTI-Modell (4.29) muss folgende Stabilitätsbedingung erfüllt sein [ZR14, Abschnitt 11.5.5]:

$$r_{\text{Pol}_i} = |z_{\text{Pol}_i}| < 1 \quad \forall i \in \{x \in \mathbb{N}_{>0} \mid x \leq \deg(G(z))\} \quad (4.33)$$

Die Polstellen z_{Pol_i} sind die Nullstellen des Teilerterms des LTI-Modells (4.29) [Lun14, Abschnitt 6.5.4]. Der Teilerterm $G(z)$ ist ein Polynom dritten Grades $\deg(G(z)) = 3$. Somit besitzt diese Funktion drei Nullstellen [AHK⁺15, Abschnitt 4.2] und kann als Produkt dreier Linearfaktoren p_1 , p_2 und p_3 geschrieben werden:

$$G(z) = (z - p_1)(z - p_2)(z - p_3) \quad (4.34)$$

Diese Linearfaktoren ergeben sich aus dem LTI-Modell (4.29) zu:

$$p_1 = \frac{1}{6} \left(-2a_2 - \frac{2\sqrt[3]{2}(3a_1 - a_2^2)}{b} + b\sqrt[3]{2^2} \right) \quad (4.35)$$

$$p_2 = \frac{1}{12} \left(-4a_2 + \frac{2\sqrt[3]{2}(1 + i\sqrt{3})(3a_1 - a_2^2)}{b} - b\sqrt[3]{2^2}(1 - i\sqrt{3}) \right) \quad (4.36)$$

$$p_3 = \frac{1}{12} \left(-4a_2 + \frac{2\sqrt[3]{2}(1 - i\sqrt{3})(3a_1 - a_2^2)}{b} - b\sqrt[3]{2^2}(1 + i\sqrt{3}) \right) \quad (4.37)$$

mit

$$b = \sqrt[3]{9a_1a_2 - 2a_2^3 - 27a_0 + 3\sqrt{3}c} \quad (4.38)$$

und

$$c = \sqrt{4a_1^3 - a_1^2a_2^2 - 18a_0a_1a_2 + a_0(4a_2^3 + 27a_0)} \quad (4.39)$$

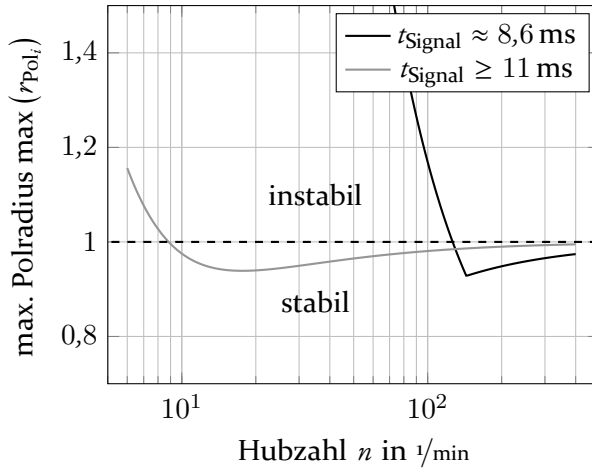


Abbildung 4.18: Abhängigkeit des maximalen Polradius der PID-Regelung in Abhängigkeit von der Hubzahl für unterschiedliche Signaldauern.

Werden die einzelnen Linearfaktoren ausmultipliziert, so ergibt sich der ursprüngliche Teilerterm:

$$G(z) = (z - p_1)(z - p_2)(z - p_3) \quad (4.40)$$

$$G(z) = (z - p_1)(z^2 - (p_2 + p_3)z + p_2p_3) \quad (4.41)$$

$$G(z) = z^3 - \underbrace{(p_1 + p_2 + p_3)}_{-a_2} z^2 + \underbrace{(p_1p_2 + p_1p_3 + p_2p_3)}_{a_1} z - \underbrace{p_1p_2p_3}_{-a_0} \quad (4.42)$$

Die Polstellen (4.35), (4.36) und (4.37) bilden die Grundlage für eine Aussage zur Stabilität. So zeigt Abbildung 4.18 die maximalen Radien $\max(r_{\text{Pol}_i})$ für unterschiedliche Hubzahlen n und zwei unterschiedliche Ventilschaltzeiten t_{Signal} . Lediglich der Bereich $\max(r_{\text{Pol}_i}) < 1$ ist stabil. Beide Kurven zeigen, dass eine Instabilität bei zu geringen Hubzahlen n auftreten kann. Zu höheren Hubzahlen n nähern sich die Polradien der Stabilitätsgrenze $\lim_{n \rightarrow \infty} \max(r_{\text{Pol}_i}(n)) = 1$ an.

Da die Stabilität neben der Hubzahl n auch von der Ableitung des freigegebenen Volumen $\frac{d\tilde{V}_V(t_{\text{Signal}})}{dt_{\text{Signal}}}$ abhängig ist, kann der Regelkreis für Hubzahlen

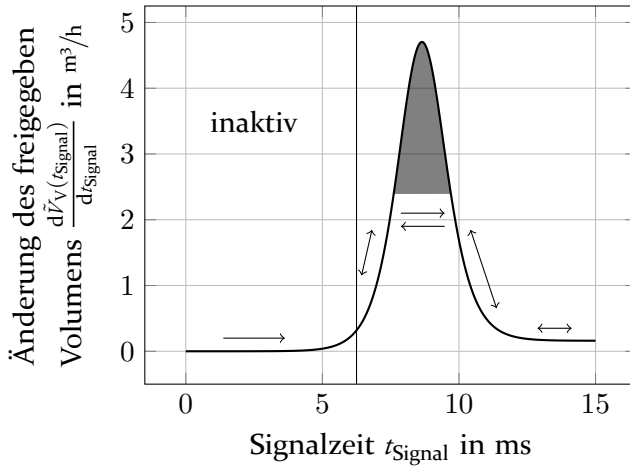


Abbildung 4.19: Ableitung des Sigmoidmodells mit Markierung des instabilen Bereichs $\frac{d\tilde{V}_V(t_{\text{Signal}})}{dt_{\text{Signal}}} \geq 2457 \text{ l/h}$ für $n = 40 \text{ 1/min}$.

$n \leq 126,4 \text{ 1/min}$ einen metastabilen Zustand einnehmen. Dies geschieht, wenn die auftretende Leckage Ventilschaltzeiten $t_{\text{Signal}} \approx 8,6 \text{ s}$ zur Regulierung benötigt. In diesem Bereich wird das System instabil, wie in Abbildung 4.19 dargestellt. Es kann nun entweder zu viel oder zu wenig Leckage ergänzt werden. Wird zu wenig ergänzt, wandert die Membran in Richtung Anlagepunkt und die Ventilschaltzeit t_{Signal} steigt, bis diese in den stabilen Bereich zurückkehrt. Wird zu viel Leckage durch die Instabilität ergänzt, so wandert die Membran vom Anlagepunkt weg und die Ventilschaltzeit t_{Signal} wird kleiner, bis diese wiederum einen stabilen Bereich erreicht. Grundsätzlich ist dieses Regelverhalten nicht optimal, aber stabil, da das System zwischen stabilen Bereichen wechselt ohne vollkommen instabil werden zu können.

Betrachtet man die Stabilitätsgrenze $\max(r_{\text{Pol}_i}) = 1$ der Bedingung (4.33) für die Polstellen (4.35), (4.36) und (4.37), so erhält man einen Zusammenhang zwischen der Hubzahl n und der Änderung des freigegebenen Volumen $\frac{d\tilde{V}_V(t_{\text{Signal}})}{dt_{\text{Signal}}}$. Abbildung 4.20 zeigt diesen Zusammenhang. Davon ausgehend, dass eine zu hohe Änderung des freigegebenen Volumen $\frac{d\tilde{V}_V(t_{\text{Signal}})}{dt_{\text{Signal}}}$ zu einem metastabilen Zustand führt, ist die allgemeine Stabilität ab $n \geq 8,98 \text{ 1/min}$ gegeben.

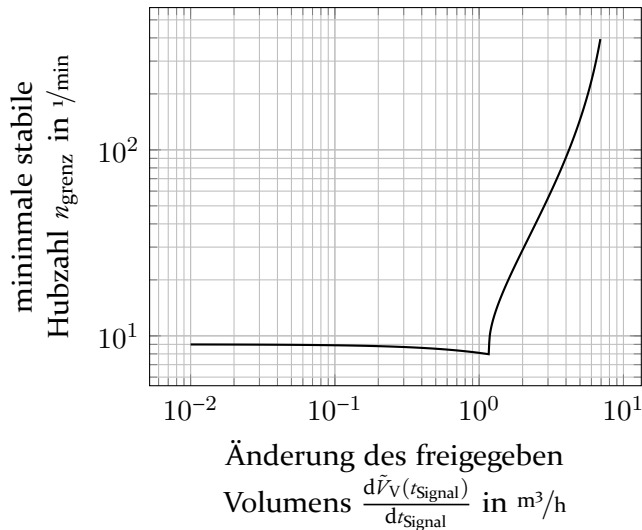


Abbildung 4.20: Theoretische minimal stabile Hubzahl in Abhängigkeit von der Änderung des freigegeben Volumens nach der Zeit für den PID-Regelkreis.

Die Erhöhung der Änderung des freigegeben Volumens $\frac{d\tilde{V}_V(t_{\text{Signal}})}{dt_{\text{Signal}}}$ reduziert bis zu einem gewissen Punkt $\frac{d\tilde{V}_V(t_{\text{Signal}})}{dt_{\text{Signal}}} \approx 1.17 \text{ m}^3/\text{h}$ die minimale stabile Hubzahl n . Erhöht man weiter die Änderung des freigegeben Volumens $\frac{d\tilde{V}_V(t_{\text{Signal}})}{dt_{\text{Signal}}} > 1.17 \text{ m}^3/\text{h}$ entsteht ein abgetrennter stabiler Bereich bis ca. $\frac{d\tilde{V}_V(t_{\text{Signal}})}{dt_{\text{Signal}}} \approx 1.19 \text{ m}^3/\text{h}$. Eine minimale Erhöhung der Hubzahl kann hier zu einer Instabilität führen, wie es in Abbildung 4.21 zu sehen ist. Die Grenze, ab der das System stabil ist, steigt nun rasant an, wobei der partiell stabile Bereich verschwindet (hellgrauer Bereich in Abbildung 4.21). Höhere Hubzahlen als $n \leq 400 \text{ 1/min}$ wurden nicht untersucht, da diese in der Praxis für Prozessmaschinen keine Relevanz haben.

Abbildung 4.22 zeigt die resultierende Stabilitätsgrenzenabhängigkeit der Hubzahl n von der Ventilschaltzeit t_{Signal} . Im inaktiven und linearen Bereich ist die stabile Grenzhubzahl $n_{\text{grenz}} \approx 9 \text{ 1/min}$ nahe der allgemeinen Stabilitätsgrenze. Es zeigt sich, dass der nichtlineare Anteil des Ventilarbeitsbereichs zu einer Instabilität aufgrund der Nichtlinearität führt. Wäre dieser Bereich ausgedehnter, würde die Änderung des freigegeben Volumens $\frac{d\tilde{V}_V(t_{\text{Signal}})}{dt_{\text{Signal}}}$ gerin-

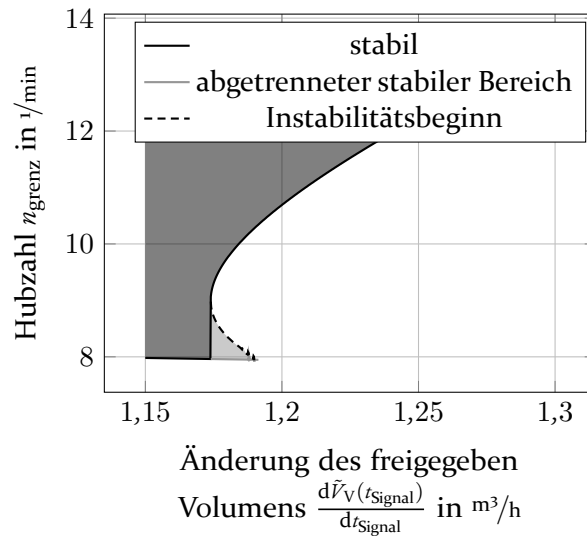


Abbildung 4.21: Detailansicht der theoretischen minimalen stabilen Hubzahl in Abhängigkeit von der Änderung des freigegeben Volumens nach der Zeit für den PID-Regelkreis mit eingezeichnetem stabilem Bereich (türkis), sowie einem stabilen Bereich (orange), welcher eine Stabilitätsgrenze (grün) nach oben besitzt.

ger ausfallen und die Stabilitätsgrenze n_{grenz} wäre niedriger. Dies würde zu einem verbesserten Verhalten des Reglers führen.

Bisher wurde von der Änderung des freigegeben Volumens $\frac{d\tilde{V}_V(t_{\text{Signal}})}{dt_{\text{Signal}}}$ gesprochen. Diese darf nicht mit dem mittleren Leckergänzungsvolumenstrom \bar{V}_V verwechselt werden. Die Änderung des freigegeben Volumens $\frac{d\tilde{V}_V(t_{\text{Signal}})}{dt_{\text{Signal}}}$ stellt die Ableitung des Ventilarbeitsverhaltens dar. Der mittlere Leckergänzungsvolumenstrom \bar{V}_V ist der effektive über die Zeit gemittelte Volumenstrom, welcher von der Hubzahl n abhängig ist, da pro Hub ein bestimmtes Volumen V_V ergänzt wird. Abbildung 4.23 zeigt den instabilen Bereich in Abhängigkeit von Hubzahl n und dem Leckergänzungsvolumenstrom \bar{V}_V . Aufgrund des nichtlinearen Bereichs des Ventilarbeitsbereiches bildet die Instabilität eine Blase, in welcher ein metastabiler Zustand eintritt.

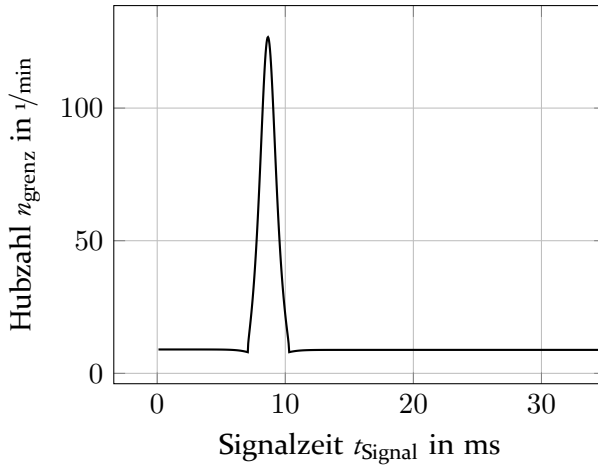


Abbildung 4.22: Theoretische minimal stabile Hubzahl in Abhängigkeit von der Signaldauer für den PID-Regelkreis.

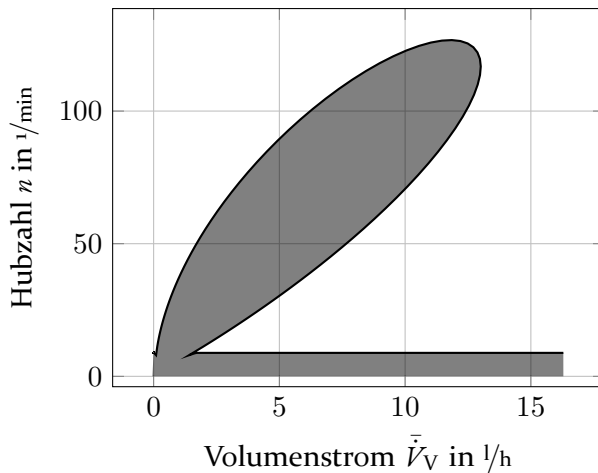


Abbildung 4.23: Theoretischer instabiler Bereich in Abhängigkeit von der Hubzahl und dem Leckage- bzw. Leckergänzungsstrom für den PID-Regelkreis.

4.7 Maximal mögliche Leckage

Wie bisher gezeigt wurde erzeugt die Leckage als Störgröße eine Regelabweichung. Beim Start des Systems muss der PID-Regler zunächst seinen Arbeitspunkt finden. Die auftretende Leckage in Verbindung mit der noch nicht

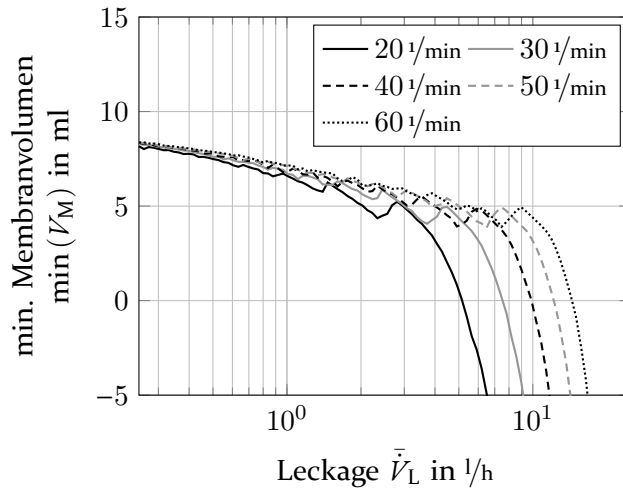


Abbildung 4.24: Ergebnis der Monte-Carlo-Untersuchung bezüglich des minimal auftretenden Membranvolumens in Abhängigkeit von der Leckage für unterschiedliche Hubzahlen.

eingeschwungenen Regelung führt zu einer Wanderung der Membran aus dem Startpunkt m_0 hin zum Anlagepunkt. Diese Wanderung ist von der Höhe der Leckage \bar{V}_L und der Hubzahl n abhängig. Dieses Verhalten wurde mit Hilfe des Modells und einer Monte-Carlo-Simulation untersucht.

Abbildung 4.24 zeigt für alle Hübe die minimal aufgetretene Membranposition $\min(\check{x}_M)$. Als Startposition für die Membran wurde von einer Auslenkung von $\hat{V}_{M0} = 1,0$ mm ausgegangen. Würde das System versuchen eine Membranposition $V_M < 0,0$ ml einzunehmen, würde es zu einem Druckabfall im Hydraulikraum kommen, welcher unter Umständen Gasblasen aus dem Hydrauliköl lösen kann. Dieser Zustand soll vermieden werden, da das geregelte Leckergänzungsventil mit der zugehörigen Regelung nicht auf diesen Zustand eingestellt ist. Somit ergeben sich für unterschiedliche Hubzahlen n maximal zulässige Leckagen \bar{V}_L .

Abbildung 4.25 zeigt die zulässige Leckage $\bar{V}_L(n) \Big|_{\min(V_M)=0,0 \text{ ml}}$, so das kein Anlegen der Membran stattfindet. Gleichung (4.43) zeigt dass zur Approximation hergenommene Modell. Dieses wurde von der gefundenen Regression abgeleitet und lediglich um den Offset bereinigt.

$$\tilde{V}_{L \max} = 14,01691 n \quad (4.43)$$

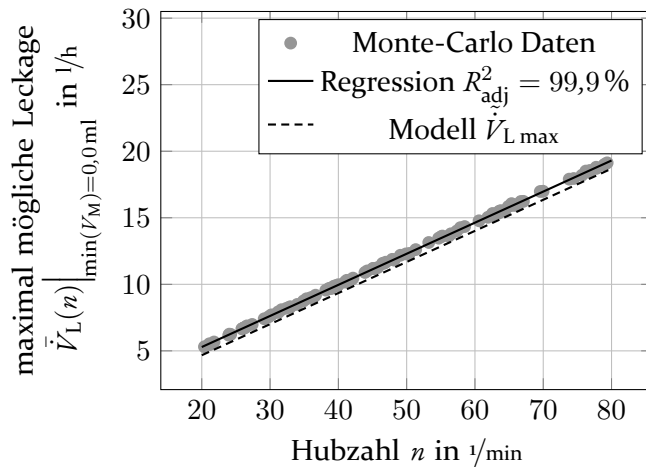


Abbildung 4.25: Resultierende maximal möglich ergänzbare Leckage ohne Aufsetzen der Membran bei einer Initialisierung von $V_M(t = 0\text{ s}) = 10,0\text{ ml}$ in Abhängigkeit von der Hubzahl.

Das Modell soll möglichst sicher die maximal zulässige Leckage schätzen. Der Nullhypothesentest soll testen ob das Modell die maximal zulässige Leckage sicher approximiert. Für die Nullhypothese (4.44) gilt somit:

$$H_0 : \min(V_M) \Big|_{\max(\bar{V}_L(n)) \leq \tilde{V}_{L\max}} \leq 0,0\text{ ml} \quad (4.44)$$

Der Nullhypothesentest (4.45) ergibt:

$$P(H_0 \text{ abgelehnt} \mid H_0 \text{ ist richtig}) \approx 0,0758\% \quad (4.45)$$

Somit wird die Nullhypothese (4.44) abgelehnt und das Modell zeigt ein statistisch signifikantes, also sicheres, Verhalten bezüglich der Approximation der maximal zulässigen Leckage $\tilde{V}_{L\max} \leq \bar{V}_L(n) \Big|_{\min V_M=0,0\text{ ml}}$.

Abschließend soll noch die Wahrscheinlichkeit betrachtet werden, mit der das Modell (4.43) die maximal zulässige Leckage falsch angibt.

$$P\left(\max \bar{V}_L(n) \Big|_{\min V_M=0,0\text{ ml}} \leq \tilde{V}_{L\max}\right) \approx 5,55 \cdot 10^{-15}\% \quad (4.46)$$

Basierend auf der Monte-Carlo-Simulation lässt sich sagen, dass das Modell (4.43) mit einer Wahrscheinlichkeit von $\approx 5,55 \cdot 10^{-15} \%$ nicht richtig abschätzen würde. Somit sollte es bei einem voll funktionsfähigen System (dass dem Simulierten entspricht), bei Einhaltung der maximal zulässigen Leckage nach dem Modell (4.43), nie zu einem Anlegen der Membran in Folge eines Startvorgangs kommen.

4.8 Reglerversuchslauf

Ein Regelkreis ist ein dynamisches System. Um einen Vergleich zwischen Realität und Theorie herstellen zu können, müssen die Testbedingungen identisch sein. Im laufenden Betrieb ist ein Vergleich kaum möglich, da verschiedene Parameter im Reellen nicht ausreichend exakt bestimmt werden können. Hierzu gehören unter anderem die zeitlich aufgelöste Gesamtleckage. Am einfachsten ist ein Vergleich für einen standardisierten Störeinfluss. Ein in der Regelungstechnik üblicher Testfall ist eine Stufenfunktion. Hierbei wird zu einem bestimmte Zeitpunkt sprunghaft eine Größe verändert [ZR14, Abschnitt 2.3.1].

Eine Sprungfunktion kann im reellen System z.B. durch das schnelle Schalten eines Ventils erzeugt werden. Alternativ stellt das Einschalten der Pumpe ebenfalls eine Sprungfunktion dar. Der Vorteil dieser Methode besteht darin, dass das System exakt vorbereitet werden kann. Basierend auf dem existierenden Aufbau, welcher ein pneumatisch gesteuertes Drosselventil verwendet um den Förderdruck p_F zu erzeugen, ist es nicht möglich gegen Druck anzufahren. Generell ist dies auch in der Praxis der Fall, dass MVPs aus Sicherheitsgründen nicht gegen Druck angefahren werden. Für die folgenden Versuche wurde das System ohne Druck betrieben. Die Membran wurde mit Hilfe des Leckergänzungssystems auf die Grundposition $\hat{V}_{M0} = 10,0 \text{ ml}$ ausgelenkt. Diese Position wurde gewählt, da hierdurch der Sicherheitsabstand zu den maximal möglichen Auslenkungen der Membran gleich groß wird. So besteht für den Fall, dass zu wenig oder zu viel Leckage ergänzt wird, gleich viel Spielraum bevor die Membran ein Objekt berührt. Nach dem Erreichen der Startposition wurde die Pumpe eingeschaltet. Das Einschalten stellt einen sauberen Sprung der Hubzahl n dar. Die Leckergänzungssteuerung wurde so aufgebaut, dass diese aus der Membranbewegung die Hubzahl und die entstehenden Leckergänzungszeitfenster ermitteln kann. Diese Detektion benötigt jedoch zwei bis drei Hübe.

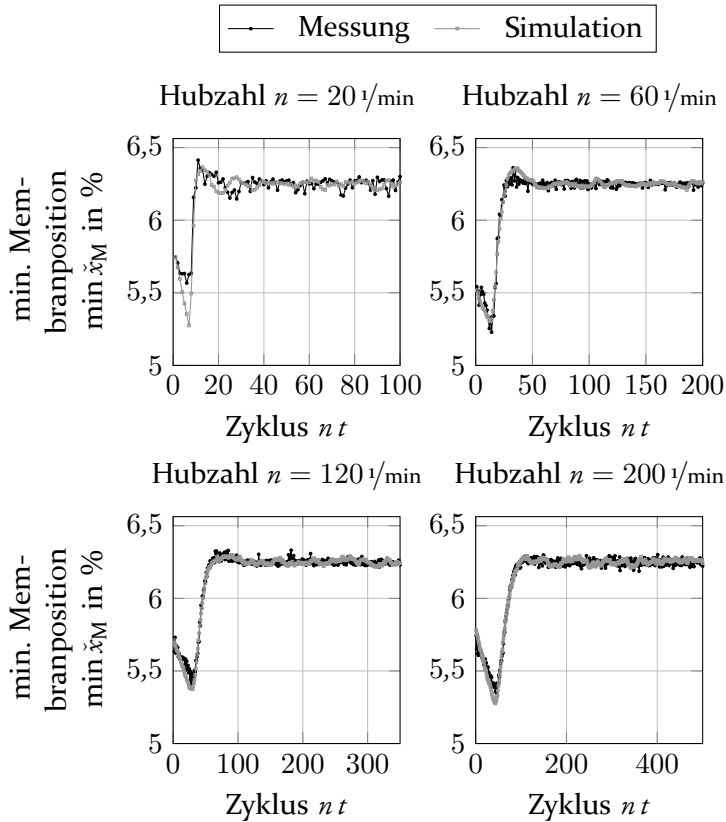


Abbildung 4.26: Verlauf der Membranposition der Simulation und des Versuchslaufs mit externer PID geregelter Leckergänzung für unterschiedliche Hubzahlen.

Abbildung 4.26 zeigt den Verlauf der minimalen Membranposition $\min \check{x}_M$ als auch das zugehörige Simulationsergebnis. Alle vier Hubzahlen n zeigen zwischen Messung und Simulation eine starke Ähnlichkeit. Lediglich bei $n = 20 \text{ 1/min}$ ist die initiale Regelabweichung in der Simulation merklich größer als bei der Messung. Hierbei muss beachtet werden, dass die Leckergänzung einer nicht näher bestimmaren Ungenauigkeit unterliegt. Diese wird durch Wiederholgenauigkeiten von mechanischen Abläufen ebenso bestimmt wie von der Messgenauigkeit der Membran. Diese Ungenauigkeit kann mangels näherer Information nur als eine gausche Normalverteilung geschätzt werden.

Abbildung 4.27 zeigt die zugehörige Stellgröße t_{Signal} für die vier verschiedenen Testläufe. Wie schon bei Abbildung 4.26 ist auch hier eine sehr starke

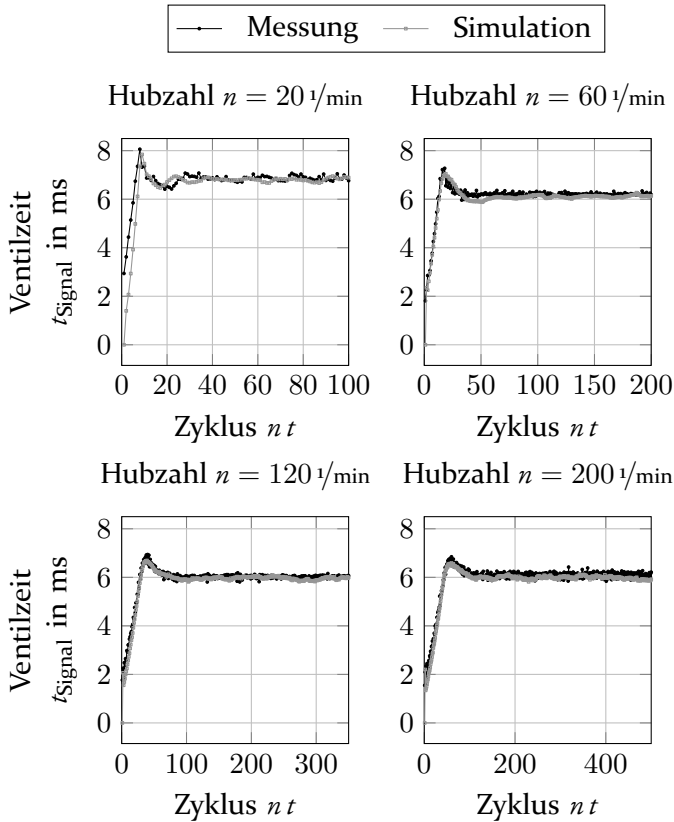


Abbildung 4.27: Verlauf der Stellgröße der Simulation und des Versuchslaufs mit externer PID geregelter Leckergängung für unterschiedliche Hubzahlen.

Ähnlichkeit zwischen Messung und Simulation zu sehen. Betrachtet man die Hubzahl $n = 20 \text{ 1/min}$ näher, erklärt sich die Abweichung zwischen Messung und Simulation in Abbildung 4.26. Aufgrund der Detektion der Hubzahl wird die Stellgröße t_{Signal} initialisiert und beginnt nicht wie in der Simulation bei $t_{\text{Signal}}(n t = 0) = 0$. Hierdurch hat das reelle System gegenüber der Simulation einen Vorteil, der sich als geringere Regelabweichung darstellt.

Die kombinierte Betrachtung von minimaler Membranposition $\min \ddot{x}_M$ und Stellgröße t_{Signal} ermöglicht eine Aussage über die Übereinstimmung von Messung und Simulation. Würde nur einer von beiden Parametern betrachtet werden, könnte es sein, dass die Kombination aus einer Abweichung der Regelstrecke mit einem entsprechen parametrisierten Regler das selbe Ergebnis liefern würde. Da jedoch die Stellgröße durch die Regelgröße $u_R = K(\gamma)$

festgelegt wird und die Regelgröße von der Stellgröße $y = G(u_R)$ abhängt, ist sichergestellt, dass bei der Übereinstimmung von Stell- und Regelgröße sowohl Regelstrecke als auch Regler samt Stell- und Messglied richtig abgebildet sind. Somit zeigen die Abbildungen 4.26 und 4.27, dass die aufgezeigten theoretischen Überlegungen zur Regelung korrekt sind und Modelle des Aktors und der Regelstrecke das System realitätsnah abbilden.

Es konnte somit gezeigt werden, dass die getroffenen Überlegungen korrekt waren. Basierend auf der Untersuchung der Leckage konnte die Regelstrecke modelliert als auch der Aktor bzw. das Stellglied dimensioniert und mathematisch abgebildet werden. Dies ermöglichte die Auslegung des Reglers und dessen Stabilitätsuntersuchung. Die Übereinstimmung von Simulation und Messung demonstriert die Richtigkeit dieser Überlegungen und Berechnungen über den gesamten Prozess.

4.9 Vorhersage basierte Regelung

Bisher wurde als Regelung stets eine übliche PID-Regelung zu Grunde gelegt. Allerdings ist dies nicht die einzige Möglichkeit einen funktionierenden Regelkreis aufzubauen. Aus der Regelstrecke $G(z)$ kann zusammen mit der Regelgröße V_{M0} auf die Stellgröße u geschlossen werden. Im Frequenzbereich betrachtet stellt sich diese Umformung wie folgt dar:

$$u G(z) = V_{M0} \quad (4.47)$$

$$u = \frac{V_{M0}}{G(z)} = \dot{V}_{LEV} - \dot{V}_L \quad (4.48)$$

Somit ist es möglich die auftretende Leckage \dot{V}_L durch die Regelstrecke $G(z)$ und die Regelgröße V_{M0} zu berechnen. Jedoch tritt hier ein Problem auf. Der Term $\frac{z-1}{1}$ ergibt physikalisch keinen Sinn. Im Frequenz- bzw. Bildbereich müssen die Nennergrade immer größer gleich dem Zählergrad sein [ZR14, Seite 126]. Er würde sich dabei um die Antwort auf eine Frage handeln, die noch nicht gestellt wurde.

$$\dot{V}_L = \dot{V}_{LEV} - \underbrace{\frac{V_{M0}}{G(z)}}_{V_{M0} \frac{z-1}{1}} \quad (4.49)$$

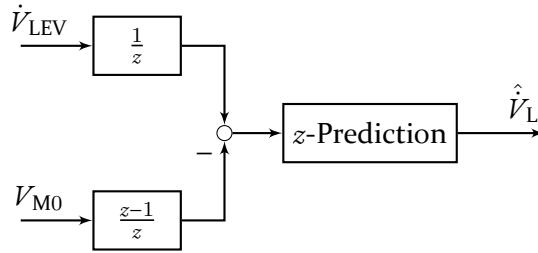


Abbildung 4.28: Blockdiagramm für die Vorhersage der aktuell stattfindenden Leckage.

Durch die Multiplikation der Gleichung (4.49) mit dem Term $\frac{1}{z}$ wird diese physikalisch interpretierbar. Jedoch zeigt die entstehende Gleichung (4.50) ein grundsätzliches Problem dieser Regelstrecke. Mit den vorhandenen Informationen aus einem bestimmten Hub kann nur auf den Zustand des vorherigen Hubs zurückgeschlossen werden. Der Term $\frac{1}{z}$ führt die Betrachtung der Werte um einen Zeitschritt versetzt aus [ZR14, Abschnitt 11.5.1].

$$\frac{1}{z}\dot{V}_L = \frac{1}{z}\dot{V}_{LEV} - \underbrace{\frac{z-1}{z}V_{M0}}_{=\Delta\dot{V}_{M0}} \quad (4.50)$$

Technisch betrachtet ist die Leckage des aktuellen Hubs nicht messbar, daher kann aus der Differenz zwischen der Soll- und Istposition der Membran zusammen mit den Daten für die Leckergängung auf die Leckage des vorangegangenen Hubs geschlossen werden. Somit ist die Gleichung (4.50) zum Aufbau eines Regelungskonzeptes nicht geeignet. Der Term $V_{M0}\frac{z-1}{1}$ aus Gleichung (4.49) ist jedoch physikalisch nicht interpretierbar. Zur Lösung dieses Problems wird eine Funktion \tilde{z} gesucht, welche die auftretende Leckage approximieren kann:

$$\dot{V}_{LEV} - V_{M0}\frac{z-1}{1} \approx \tilde{V}_L = \tilde{z}\left(\frac{1}{z}\dot{V}_L\right) \quad (4.51)$$

Die Funktion \tilde{z} soll die Leckage, basierend auf den zur Verfügung stehenden Informationen, schätzen. Während des aktuellen Hubs kann die Leckage nicht exakt berechnet werden. Basierend auf der Annahme, dass bei einer MVP die Leckage bei konstanten Betriebsparametern sich nur geringfügig von Hub zu Hub ändert, kann die Leckage mit Hilfe einer Regression approximiert werden.

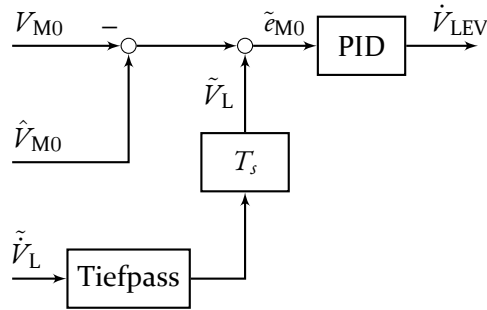


Abbildung 4.29: Aufbereitung der approximateden Leckage für den aktuellen Hub zur Verwendung in einem klassischen Regelkreis.

Abbildung 4.28 zeigt das Blockschaltbild für die Abschätzung der aktuell zu erwartenden Leckage \tilde{V}_L , basierend auf der Information der vorangegangenen Leckergängung $\frac{1}{z}\tilde{V}_{LEV}$ und der aktuellen Ableitung der Membranposition $V_{M0} \frac{z-1}{z}$. Die erwartete Regelgrößenabweichung \tilde{e}_{M0} für den nächsten Hub ist somit definiert als:

$$\tilde{e}_{M0} = \underbrace{\hat{V}_{M0}}_{\text{Soll}} + \underbrace{K_{\text{Filter}}(z) \tilde{V}_L T_s}_{\text{erwartete Leckage}} - \underbrace{V_{M0}}_{\text{aktueller UT}} \quad (4.52)$$

Davon ausgehend, dass sich die Leckage im System nicht schlagartig ändert, sollte dies die zu erwartende Leckage \tilde{V}_L auch nicht tun. Daher kann ein zusätzlicher Tiefpassfilter K_{Filter} eingesetzt werden. Dieser verhindert ein Aufschwingen durch eine mögliche Dynamik der Regression \tilde{z} . Abbildung 4.29 stellt das Blockdiagramm bezüglich der Berechnung der prognostizierten Leckergängung \dot{V}_{LEV} im aktuellen Hub dar. Mit Hilfe eines PID-Regler kann vergleichbar mit einem klassischen Regelkreis die Umsetzung von der detektierten Abweichung hin zur Stellgröße noch optimiert werden. Hierbei kann der PID-Regler Fehleinschätzungen der Regression abfangen. Ein solcher Regler müsste sehr robust ausgelegt werden, da sich das System durch die Regression im Verhalten ändern kann.

Für den gesamten geschlossenen Regelkreis ergibt sich dann das Blockdiagramm in Abbildung 4.30. Im Vergleich zu einem klassischen Regelkreis, wie in Abbildung 4.2, ist der Signalverlauf nun deutlich komplexer geworden. Im Idealfall ist die Vorhersage der auftretenden Leckage \tilde{V}_L so exakt und stabil, dass der Tiefpassfilter K_{Filter} und der PID-Regler entfallen können.

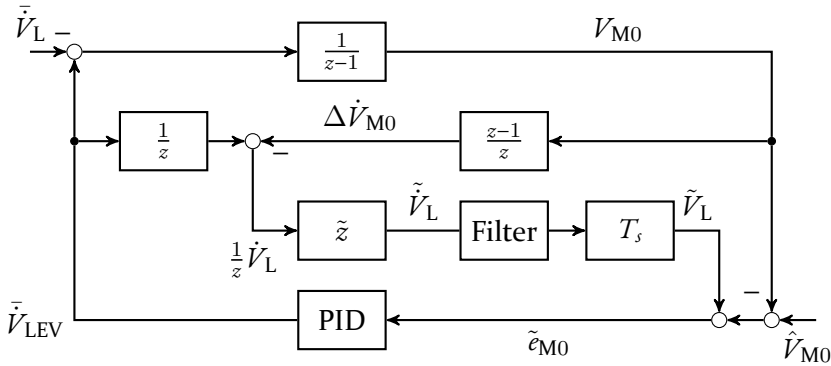


Abbildung 4.30: Gesamtes Blockdiagramm für ein Konzept mit approximierter Leckage für den aktuellen Hub.

In einem solchen System ist die Stabilität nicht mehr direkt berechenbar, wie es z.B. bei einem klassischen Regelkreis der Fall ist. Durch die Optimierung der Regression handelt es bei dem System nicht mehr um ein zeitinvariantes lineares System. Die Regression optimiert nicht nur die Vorhersage der Leckage, sondern auch das Verhalten des Regelkreises. Auch wenn es sich nicht explizit um eine „Model Predictiv Control“ (MPC) handelt [ML99], so ähnelt sich die Problemstellung bezüglich der Definition der Stabilitätsbereiche. Für die Untersuchung der Stabilität gibt es bei MPCs verschiedene Ansätze [YGDWS13], wie auch für Modelle mit neuronalen Netzwerken [NW98]. Üblich sind unter anderem die Festlegung spezieller Randbedingungen für die Optimierung oder die Betrachtung der Regelung mit Hilfe von Lyapunov-Funktionen [WGQ16] [YGDWS13]. Grundsätzlich zeigt sich jedoch, dass aufgrund der Systematik des Problems der Leckergänzung weiterführende Regelkonzepte einen interessanten Ansatz darstellen, der zu einer weiterführenden und besseren Regelung der Leckergänzung führen kann.

5 Zusammenfassung

Die klassische Membranverdrängerpumpe kann trotz ausgefeilter mechanischer Konzepte nicht vollständig sicherzustellen, dass es zu keiner Überdehnung der Membran im Betrieb kommen kann. Zudem erfüllen diese klassischen Konzepte immer weniger die Anforderungen von modernen Ansätzen in der Industrie, wie z.B. Industrie 4.0 und Big Data.

Das Kernproblem jeder oszillierenden Verdrängerpumpe ist die auftretende Leckage am Dichtspalt des Verdrängers. Diese Leckage lässt sich nicht verhindern, da es physikalisch nicht möglich ist eine leckagefreie, dynamische Dichtung zu bauen. Auch wenn die Problematik der Leckage schon lange bekannt ist, so wurde bis heute keine nähere Untersuchung deren Verhaltens durchgeführt. Begründet ist dies in den geringen Volumina der Leckage, die zyklisch und impulsartig in klassischen Konzepten im Hydraulikraum ergänzt werden.

Um die Leckage detektieren zu können wurde ein altes Messkonzept - das Auslitern - umfunktioniert. Durch das Definieren eines fest vorgegeben Raums, mit Hilfe von Zylinder und Kolben, ist es möglich auch höherfrequente Vorgänge im Volumenstrom zu detektieren. Im Verhältnis zur Masse oder der Flüssigkeitsoberfläche lässt sich die Position des Kolbens präzise und sicher messen.

Dieses für die Leckage angepasste Messverfahren ermöglichte erstmals einen detaillierten Einblick in die Vorgänge der Leckage. Auch wenn durch Auslitern schon eine Vorstellung bezüglich der Größenordnung der Leckage bestand, so war es schlicht nicht möglich in ausreichender Präzision die benötigte Anzahl an Messpunkten im Parameterfeld zu untersuchen. Durch die Dynamik, der Genauigkeit und der automatisierten Handhabung war es nun möglich die auftretende Leckage bezüglich der Änderung verschiedenster Parameter exakt zu detektieren. So war es möglich exakt zu zeigen, wie und wo die Leckage entsteht. Neben der Leckage wurde auch die Membranstößelposition erfasst. Die so entstandene Datenbasis ergab einige neue Erkenntnisse

über die Abläufe in der Pumpe während des Pumpvorgangs. Es ist keine neue Erkenntnis, dass die Membran einen Einfluss auf den Druck im Hydraulikraum hat. Jedoch konnte nun zum ersten Mal das Verhalten während des Pumpvorgangs detektiert werden. Somit ist es nun möglich mit Regressionen das Verhalten und den Einfluss der Membran und der Leckage abzubilden und diese Erkenntnisse zur Optimierung des Systems zu nutzen. Hierbei ist zu erwähnen, dass die bisherigen Untersuchungen lediglich eine Pumpe in einem bestimmten Entwicklungszustand erfassen. Eine Generalisierung der Erkenntnisse und Modelle ist nur auf Basis von logischen und physikalischen Überlegungen möglich und sollte in weiteren Untersuchungen ausgebaut und bestätigt werden.

Die Leckergängung ist ein Regelvorgang, welcher bisher rein mechanisch bzw. hydraulisch funktioniert. Nachdem ein detailliertes Bild über das Verhalten der Leckage und den Ablauf der klassischen Leckergängung existiert, war es nötig bessere Methoden zur Durchführung der Leckergängung zu finden. Hierbei wurden zunächst theoretisch verschiedene Aktorkonzepte auf ihre Tauglichkeit untersucht. Aufgrund der Randparameter, welche die Aufgabe vorgibt, konnten viele Systeme ausgeschlossen werden, so dass letztlich die Wahl auf eine Einspritzung mit Magnetventil fiel. Da eine Einspritzung nach einem Strömungs- und nicht nach einem Verdrängungsprinzip arbeitet, musste geklärt werden wie präzise eine Einspritzung für die Leckergängung sein kann. Aus dem Verbrennungsmotorenbau ist bekannt, dass ein Einspritzsystem extrem präzise arbeiten kann. Jedoch sind die Anforderungen zwischen Motorentchnik und Leckergängung nur schwer vergleichbar.

Es zeigte sich, dass die Norm zumindest für pneumatische Ventile eine Lösung zur Charakterisierung von Magnetventilen vorschlägt. Allerdings ist dieses Verfahren für hydraulische Systeme ungeeignet. Darüber hinaus bietet die Methode keine Möglichkeit eine Aussage über das Dosierverhalten des Ventils zu treffen. Aus diesem Grund wurde basierend auf theoretischen Überlegungen eine eigene Definition zur Charakterisierung des Schalt- und Dosierverhaltens von Magnetventilen entwickelt. Hierbei hilft das entwickelte Volumenmessverfahren, da dieses gestattet zeitlich hoch aufgelöst das vom Ventil freigegebene Volumen präzise zu detektieren.

Die Vermessung der Ventilcharakteristik bezüglich mehrerer Ventilprototypen bestätigte die theoretischen Überlegungen und ermöglichte eine mathematische Modellierung der Charakteristik mit Hilfe von Regressionen. Es wurden verschiedene Modelle mit unterschiedlichen Eigenschaften entworfen und validiert. Zudem konnte aus der detaillierten Vermessung der Charakteristik

nicht nur der Zusammenhang zwischen Signaldauer und freigegebenem Volumen, sondern auch die Wiederholgenauigkeit dieses Vorgangs bestimmt werden.

Für den Vergleich bezüglich der klassischen Leckergänzung und einer möglichen externen Regelung durchführen zu können, wurde zunächst die Funktionsweise der klassischen Leckergänzung untersucht. Hierbei konnte gezeigt werden, dass die anfangs erwähnten Membranüberdehnungen im System durch einen statistischen Effekt auftreten können. Hierbei summieren sich die Leckergänzungsfehler auf. Durch die theoretische Untersuchung konnte bestätigt werden, dass der Ansatz der gezielten Leckageerhöhung ein wirkungsvolles Mittel gegen dieses Verhalten darstellt. Zudem konnte gezeigt werden, dass mit steigender Leckage die Genauigkeit der einzelnen Hübe zueinander zunimmt.

Mit diesen Erkenntnissen wurde ein einfacher PID-Regler mit Einspritzsystem auf seine Tauglichkeit untersucht. Hierbei wurde sowohl mit linearisierten Modellen als auch mit Monte-Carlo-Simulationen das Verhalten untersucht. Es konnten in Abhängigkeit von den zuvor bestimmten Charakteristiken der Membran, Leckage und Aktorsystem die Stabilitätsgrenzen und das Regelverhalten für verschiedene Fälle aufgezeigt werden. Gerade bei der Stabilitätsuntersuchung zeigte sich, dass aufgrund der Aktorik metastabile Zustände entstehen, welche zu einer Erhöhung des Restauschlags führen. So würde ein weniger schnell schaltendes Ventil, also mit einem flacheren Übergang von der Inaktivität hin zum linearen Bereich zu einer verbesserten Stabilität führen.

Betrachtet man nun die klassische Leckergänzung im Vergleich zur externen Regelung, so ist das externe Konzept keineswegs ein Ersatz für die klassische Leckergänzung. Die direkte Regelung basierend auf der Volumendifferenz ist ein extrem einfaches und präzises System. Jedoch hat es keinerlei Möglichkeit eine scheinbar negative Leckage zu detektieren oder dem entgegen zu wirken. Andererseits ist eine externe Regelung auf Sensoren, Aktoren und Elektronik bzw. Steuerungen angewiesen. Diese Komponenten bringen neue Fehlerquellen in das System ein. Der Vorteil der externen Regelung liegt in der Kombination aus Monitoring und gezielter Eingriffsmöglichkeit. Darüber hinaus benötigen beide Systeme bei Auslegungen mit extrem geringer Leckage ein zusätzliches Ventil um notfalls Hydraulikflüssigkeit abzulassen. Entgegen der klassischen Leckergänzung kann jedoch ein Wandern in Folge einer negativen Leckage beim PID-System detektiert werden.

Die externe Regelung erweitert das Aufgabenspektrum, da nun eine Kommunikation mit der restlichen Anlage erst möglich wird. Hierbei muss die bilaterale Beeinflussung berücksichtigt werden. Durch das Monitoring kann die Pumpe ihren Zustand der Anlage mitteilen, während die Anlage kurzfristig eine alternative Leckergänzungscharakteristik einfordern könnte. Hierbei benötigt es jedoch weitergehende Untersuchungen bezüglich der langfristigen Entwicklung der Leckage und des Membranverhaltens. Es kann derzeit nur darüber spekuliert werden, wie sich diese Eigenschaften über die Zeit durch veränderte Randbedingungen oder durch Alterungsprozesse verändern.

Des Weiteren konnten für die Regelung weiterführende Methoden angedeutet werden. Hierbei liegt das Augenmerk auf dem Gebiet des Machine Learnings. Das maschinelle Lernen ermöglicht neue Ansätze, welche auf unterschiedliche Einflüsse Rücksicht nehmen können. Es existieren zwar Ansätze für intelligente Regelungen, jedoch mangelt es noch an der theoretischen Aufarbeitung seitens der Untersuchung der Stabilität solcher Systeme. Gerade bei einem solch dynamischen Regelsystem, wie es die Membranverdrängerpumpe mit ihrer Leckergänzung ist, kann dies schnell fatale Folgen haben. Es sollten daher konkrete Bestrebungen zur tieferen Erforschung von entsprechenden Stabilitätskriterien für intelligente Regelkonzepte unternommen werden. Darüber hinaus sollten auch praktische Grundlagenuntersuchungen zu Einflüssen wie zum Beispiel fehlerhafte Sensorinformationen, verzögert eintreffende Informationen, Fehlinterpretation der Daten durch über- oder unterfitten, etc. durchgeführt werden.

Es konnte gezeigt werden, dass durch eine geeignete Regelung, die Prozesssicherheit des hydraulischen Systems Membranverdrängerpumpe verbessert werden kann. Die Erhöhung der Prozesssicherheit geht jedoch auf Kosten von Förderpräzision, da das Restrauschen des Förderstroms durch die externe Regelung größer wird. Des Weiteren steigt die Komplexität des Gesamtsystems. Die Pumpe muss um die Steuereinheit, die Leistungselektronik, die Sekundärdruckversorgung und die mechatronischen Ventile erweitert werden. Diese Arbeit zeigt die Systematik die zu einer breiten Machbarkeitsüberprüfung nötig ist. Basierend auf der eingeführten Vermessung der Leckage kann eine entsprechende Aktorik ausgesucht und beschrieben werden. Somit kann eine externe Regelung für eine beliebige Membranpumpe entwickelt und auf die Stabilität untersucht werden. Die Entwicklung von hydraulischen Systemen ist noch nicht abgeschlossen und aktuelle Ansätze aus anderen Bereichen können auf die Bedürfnisse von hydraulischen Systemen angepasst werden. Es ist davon auszugehen, dass langfristig die Mechatronisierung auch die hydraulischen Systeme erreichen und neue Möglichkeiten eröffnen wird.

Literaturverzeichnis

- [AHK⁺15] Tilo Arens, Frank Hettlich, Christian Karpfinger, Ulrich Kockelkorn, Klaus Lichtenegger, and Hellmuth Stachel. *Mathematik*. Springer-Verlag, Berlin Heidelberg New York, 3. aufl. edition, 2015.
- [BGM85] Witold Brostow, Thomas Grindley, and M Antonieta Macip. Volumetric properties of organic liquids as a function of temperature and pressure: experimental data and prediction of compressibility. *Materials chemistry and physics*, 12(1):37–97, 1985.
- [BKYS09] Cho Bongkee, Choi Kyu-Yong, and Choi Soon-Don. Thermodynamic properties of liquid water up to 8000 bar and between 25 and 150°c. *Physics and Chemistry of Liquids*, 23(3):151–161, 1991.
- [Ble10] Stefan Blendinger. *Strömungsinteraktionen, Kinematik und Verschleiß fluidgesteuerter Pumpenventile* -. Shaker, Aachen, 1. aufl. edition, 2010.
- [Czio8] Horst Czichos. *Mechatronik - Grundlagen und Anwendungen technischer Systeme*. Springer-Verlag, Berlin Heidelberg New York, 2. aufl. edition, 2008.
- [DIN14] Internationales Elektronisches Wörterbuch - Teil 351: Leittechnik. Standard, DIN Deutsches Institut für Normung e.V., Berlin, DE, September 2014.
- [Duro7] Franz Durst. *Grundlagen der Strömungsmechanik - Eine Einführung in die Theorie der Strömung von Fluiden*. Springer-Verlag, Berlin Heidelberg New York, 1. aufl. edition, 2007.
- [ESSW09] Wolfgang Eifler, Eberhard Schlücker, Ulrich Spicher, and Gotthard Will. *Küttner Kolbenmaschinen - Kolbenpumpen, Kolbenver-*

- dichter, Brennkraftmaschinen*. Springer-Verlag, Berlin Heidelberg New York, 2009.
- [Fino6] Dietmar Findeisen. *Ölhydraulik*. Springer-Verlag, Berlin Heidelberg New York, 5. aufl. edition, 2006.
- [Fre11] Raymond Freymann. *Strukturdynamik - Ein anwendungsorientiertes Lehrbuch*. Springer-Verlag, Berlin Heidelberg New York, 1. aufl. edition, 2011.
- [GK13] Robert Gasch and Klaus Knothe. *Strukturdynamik - Band 1: Diskrete Systeme*. Springer-Verlag, Berlin Heidelberg New York, 2013.
- [GS75] R. Gabel and B. Smith. Bode plot analysis of linear discrete-time systems. *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, 23(6):525-529, 1975.
- [Gut15] Fa. Gutekunst. Online-katalog. <https://www.federnshop.com/>, Mai 2015.
- [Holo1] W. B. Holzapfel. Equations of state for solids under strong compression. *Zeitschrift für Kristallographie - New Crystal Structures*, 216:473-488, 2001.
- [HS15] Jürgen Hedderich and Lothar Sachs. *Angewandte statistik: methodensammlung mit r*. Springer-Verlag, 2015.
- [Iseo7] Rolf Isermann. *Mechatronische Systeme - Grundlagen*. Springer-Verlag, Berlin Heidelberg New York, 2. aufl. edition, 2007.
- [ISO03] Internal combustion engines – Piston rings – Part 1: Rectangular rings made of cast iron. Standard, International Organization for Standardization, Geneva, CH, Dezember 2003.
- [ISO05] Fluidtechnik- Pneumatikwegeventile- Schaltzeitmessung. Standard, DIN Deutsches Institut für Normung e.V., Berlin, DE, Dezember 2005.
- [KEQ⁺12] Eberhard Kallenbach, Rüdiger Eick, Peer Quendt, Tom Ströhla, Karsten Feindt, Matthias Kallenbach, and Oliver Radler. *Elektro-*

- magnete*. Springer-Verlag, Berlin Heidelberg New York, 4. aufl. edition, 2012.
- [Kub15] Miroslav Kubat. *An Introduction to Machine Learning* -. Springer, Berlin, Heidelberg, 1st ed. 2015 edition, 2015.
- [Lun14] Jan Lunze. *Regelungstechnik 1 - Systemtheoretische Grundlagen, Analyse und Entwurf einschleifiger Regelungen*. Springer-Verlag, Berlin Heidelberg New York, 10. aufl. edition, 2014.
- [ML99] Manfred Morari and Jay H Lee. Model predictive control: past, present and future. *Computers & Chemical Engineering*, 23(4):667–682, 1999.
- [MR14] Hans Jürgen Matthies and Karl Theodor Renius. *Einführung in die Ölhydraulik - Für Studium und Praxis*. Springer-Verlag, Berlin Heidelberg New York, 8. aufl. edition, 2014.
- [Mur44] F. D. Murnaghan. The compressibility of media under extreme pressures. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 30(9):244–247, 1944.
- [NW98] Jose R. Noriega and Hong Wang. A direct adaptive neural-network control for unknown nonlinear systems and its application. *IEEE Transactions on Neural Networks*, 9(1):27–34, 1998.
- [Onl17] OED Online. glitch, n. <http://www.oed.com/viewdictionaryentry/Entry/78999>, Juni 2017.
- [PDT00] M. Priest, D. Dowson, and C. M. Taylor. Theoretical modelling of cavitation in piston ring lubrication. *Proceedings of The Institution of Mechanical Engineers Part C-journal of Mechanical Engineering Science*, 214:435–447, 2000.
- [PPBS07] F. Pedrotti, L. Pedrotti, W. Bausch, and Hartmut Schmidt. *Optik für Ingenieure - Grundlagen*. Springer Berlin Heidelberg, Wiesbaden, 4. aufl. edition, 2007.
- [Rey86] Osborne Reynolds. *On the Theory of Lubrication and Its Application to Mr. Beauchamp Lower's Experiments - Including an*

- Experimental Determination of the Viscosity of Olive Oil*. Trubner and Company, 1886.
- [Scho9] Oliver Schade. *Kavitation in oszillierenden Verdrängerpumpen* -. Shaker, Aachen, 1. aufl. edition, 2009.
- [SKvdSE00] Wolfgang Salber, Hans Kemper, Frank van der Staay, and Thomas Esch. Der elektromechanische ventiltrieb — systembaustein für zukünftige antriebskonzepte teil 1. *MTZ - Motortechnische Zeitschrift*, 61(12):826–836, 2000.
- [SRR⁺13] H. Shahmohamadi, R. Rahmani, H. Rahnejat, C. P. Garner, and P. D. King. Thermo-mixed hydrodynamics of piston compression ring conjunction. *Tribology Letters*, 51(3):323–340, 2013.
- [SY00] Jerzy T. Sawicki and Biao Yu. Analytical solution of piston ring lubrication using mass conserving cavitation algorithm. *Tribology Transactions*, 43(4):587–594, 2000.
- [VRFS89] Pascal Vinet, James H Rose, John Ferrante, and John R Smith. Universal features of the equation of state of solids. *Journal of Physics: Condensed Matter*, 1(11):1941, 1989.
- [WGQ16] Tong Wang, Huijun Gao, and Jianbin Qiu. A combined adaptive neural network and nonlinear model predictive control for multirate networked industrial process control. *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*, 27(2):416–425, 2016.
- [WMJV13] Herbert Wittel, Dieter Muhs, Dieter Jannasch, and Joachim Voßiek. *Roloff/Matek Maschinenelemente - Normung, Berechnung, Gestaltung*. Springer-Verlag, Berlin Heidelberg New York, 21. aufl. edition, 2013.
- [YGDWS13] XI Yu-Geng, LI De-Wei, and Lin Shu. Model predictive control—status and challenges. *Acta Automatica Sinica*, 39(3):222–236, 2013.
- [YK15] Shen Yin and Okyay Kaynak. Big data for modern industry: challenges and trends [point of view]. *Proceedings of the IEEE*, 103(2):143–146, 2015.
- [ZR14] Serge Zacher and Manfred Reuter. *Regelungstechnik für Ingenieure*. Springer-Verlag, Berlin Heidelberg New York, 14 edition, 2014.

A Beweis der Differentialgleichung für die Dichtspaltströmung

Für den Beweis dieser Lösung wird zunächst eine Substitution durchgeführt:

$$\check{\gamma}_j(t, \check{x}_3) = \pm \gamma_j^2 i \frac{\nu}{\hat{s}^2} t \pm \gamma_j \sqrt{\pm i \check{x}_3} \quad (\text{A.1})$$

Somit gilt für (2.38):

$$u_1(t, \check{x}_3) = \frac{1}{2} \frac{\hat{s}^2}{\nu} \frac{\partial \check{p}_g}{\partial x_1} (\check{x}_3^2 - \check{x}_3) + \sum_{j=1}^2 \sum_{k=1}^4 \check{c}_{j,k} \bullet e^{\check{\gamma}_j(t, \check{x}_3)} \quad (\text{A.2})$$

Beweis. Die Lösung (A.2) ist eine Lösung der Problemstellung (2.12).

$$\frac{\partial u_1(t, \check{x}_3)}{\partial t} = -\frac{\partial \check{p}_g}{\partial x_1} + \frac{\nu}{\hat{s}^2} \frac{\partial^2 u_1(t, \check{x}_3)}{\partial \check{x}_3^2} \quad (\text{A.3})$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \sum_{j=1}^2 \sum_{k=1}^4 \check{c}_{j,k} \bullet e^{\check{\gamma}_j(t, \check{x}_3)} = \frac{\nu}{\hat{s}^2} \frac{\partial^2}{\partial \check{x}_3^2} \sum_{j=1}^2 \sum_{k=1}^4 \check{c}_{j,k} \bullet e^{\check{\gamma}_j(t, \check{x}_3)} \quad (\text{A.4})$$

$$\frac{\partial \check{\gamma}}{\partial t} \sum_{j=1}^2 \sum_{k=1}^4 \check{c}_{j,k} \bullet e^{\check{\gamma}_j(t, \check{x}_3)} = \frac{\partial \check{\gamma}}{\partial \check{x}_3} \frac{\nu}{\hat{s}^2} \frac{\partial}{\partial \check{x}_3} \sum_{j=1}^2 \sum_{k=1}^4 \check{c}_{j,k} \bullet e^{\check{\gamma}_j(t, \check{x}_3)} \quad (\text{A.5})$$

$$\frac{\partial \check{\gamma}}{\partial t} \sum_{j=1}^2 \sum_{k=1}^4 \check{c}_{j,k} \bullet e^{\check{\gamma}_j(t, \check{x}_3)} = \left(\frac{\partial \check{\gamma}}{\partial \check{x}_3} \right)^2 \frac{\nu}{\hat{s}^2} \sum_{j=1}^2 \sum_{k=1}^4 \check{c}_{j,k} \bullet e^{\check{\gamma}_j(t, \check{x}_3)} \quad (\text{A.6})$$

$$\frac{\partial \check{\gamma}}{\partial t} = \frac{\nu}{\hat{s}^2} \left(\frac{\partial \check{\gamma}}{\partial \check{x}_3} \right)^2 \quad (\text{A.7})$$

$$\pm \gamma_j^2 i \frac{\nu}{\hat{s}^2} = \frac{\nu}{\hat{s}^2} \left(\pm \gamma_j \sqrt{\pm i} \right)^2 \quad (\text{A.8})$$

$$\pm \gamma_j^2 i = \pm \gamma_j^2 i \quad (\text{A.9})$$

□

B Verwendete Integrale für die Strömung am Kolbenring

Kolbenringform:

$$s(x, t) = a_1 x^2 + a_2 x + a_3 \quad (\text{B.1})$$

Parametrisierung nach [SYoo]:

$$a_1 = \frac{c}{\left(\frac{b}{2} - o\right)^2} \quad (\text{B.2})$$

$$a_2 = -\frac{2o c}{\left(\frac{b}{2} - o\right)^2} \quad (\text{B.3})$$

$$a_3 = -\frac{o^2 c}{\left(\frac{b}{2} - o\right)^2} + s_t(t) \quad (\text{B.4})$$

$$\alpha = a_2^2 - 4a_1 a_3 \quad (\text{B.5})$$

$$\beta = \sqrt{|\alpha|} \quad (\text{B.6})$$

$$\gamma = 2a_1 x + a_3 \quad (\text{B.7})$$

Kolbenringintegrale für $\alpha > 0$:

$$\int \frac{d\chi}{s^2} = \frac{4a_1}{(-\alpha)^{\frac{3}{2}}} \arctan\left(\frac{\gamma}{\beta}\right) - \frac{\gamma}{\alpha s} \quad (\text{B.8})$$

B Verwendete Integrale für die Strömung am Kolbenring

$$\int \frac{\chi d\chi}{s^3} = -\frac{6a_1a_2}{(-\alpha)^{\frac{5}{2}}} \arctan\left(\frac{\gamma}{\beta}\right) + \frac{a_2x + 2a_3}{2\alpha s^2} - \frac{3a_2\gamma}{2\alpha^2 s} \quad (\text{B.9})$$

$$\int \frac{d\chi}{s^3} = \frac{12a_1^2}{(-\alpha)^{\frac{5}{2}}} \arctan\left(\frac{\gamma}{\beta}\right) - \frac{\gamma}{2\alpha s^2} + \frac{3a_1\gamma}{\alpha^2 s} \quad (\text{B.10})$$

$$\iint \frac{d\chi}{s^2} = \frac{2\gamma}{(-\alpha)^{\frac{3}{2}}} \arctan\left(\frac{\gamma}{\beta}\right) \quad (\text{B.11})$$

$$\iint \frac{\chi d\chi}{s^3} = -\frac{3a_2\gamma}{(-\alpha)^{\frac{5}{2}}} \arctan\left(\frac{\gamma}{\beta}\right) - \frac{1}{(-\alpha)^{\frac{3}{2}}} \arctan\left(\frac{\gamma}{\beta}\right) + \frac{x}{2\alpha s} \quad (\text{B.12})$$

$$\iint \frac{d\chi}{s^3} = \frac{6a_1\gamma}{(-\alpha)^{\frac{5}{2}}} \arctan\left(\frac{\gamma}{\beta}\right) + \frac{1}{2\alpha s} \quad (\text{B.13})$$

Kolbenringintegrale für $\alpha < 0$:

$$\int \frac{d\chi}{s^2} = -\frac{2a_1}{\alpha^{\frac{3}{2}}} \ln\left(\frac{\gamma - \beta}{\gamma + \beta}\right) - \frac{\gamma}{\alpha s} \quad (\text{B.14})$$

$$\int \frac{\chi d\chi}{s^3} = -\frac{3a_1a_2}{\alpha^{\frac{5}{2}}} \ln\left(\frac{\gamma - \beta}{\gamma + \beta}\right) + \frac{a_2x + 2a_3}{2\alpha s^2} - \frac{3a_2\gamma}{2\alpha^2 s} \quad (\text{B.15})$$

$$\int \frac{d\chi}{s^3} = \frac{6a_1^2}{\alpha^{\frac{5}{2}}} \ln\left(\frac{\gamma - \beta}{\gamma + \beta}\right) - \frac{\gamma}{2\alpha s^2} + \frac{3a_1\gamma}{\alpha^2 s} \quad (\text{B.16})$$

$$\iint \frac{d\chi}{s^2} = -\frac{\gamma}{\alpha^{\frac{3}{2}}} \ln\left(\frac{\gamma - \beta}{\gamma + \beta}\right) \quad (\text{B.17})$$

$$\iint \frac{\chi d\chi}{s^3} = -\frac{3a_2\gamma}{2\alpha^{\frac{5}{2}}} \ln\left(\frac{\gamma - \beta}{\gamma + \beta}\right) - \frac{1}{\alpha^{\frac{3}{2}}} \ln\left(\frac{\gamma - \beta}{\gamma + \beta}\right) + \frac{x}{2\alpha s} \quad (\text{B.18})$$

$$\iint \frac{d\chi}{s^3} = \frac{3a_1\gamma}{\alpha^{\frac{5}{2}}} \ln\left(\frac{\gamma - \beta}{\gamma + \beta}\right) + \frac{1}{2\alpha s} \quad (\text{B.19})$$

$$\int f(x) dx = g(x) + c \quad (\text{B.20})$$

$$\int_a^b \int_a^x f(\chi) d\chi dx = \int_a^b g(x) - g(a) dx \quad (\text{B.21})$$

$$= -g(a)(b - a) + s(b) - s(a) \quad (\text{B.22})$$

C Beweis der Differentialgleichung für die Bewegung des Volumenmesssystem

Beweis. Die Lösung (2.87) ist die Lösung für das Problem (2.75) für den Zeitbereich $t > 0$ s.

$$\begin{aligned}
 \dot{x}_{\text{Schw.}}(t) &= c_1 \gamma_1 e^{\gamma_1 t} + c_2 \gamma_2 e^{\gamma_2 t} \\
 \ddot{x}_{\text{Schw.}}(t) &= c_1 \gamma_1^2 e^{\gamma_1 t} + c_2 \gamma_2^2 e^{\gamma_2 t} \\
 \underbrace{g g A_{\text{Schw.}} \frac{\Delta \hat{V} \Theta(t)}{A}}_{=S \text{ für } t > 0 \text{ s}} &= m_{\text{Schw.}} \left(c_1 \gamma_1^2 e^{\gamma_1 t} + c_2 \gamma_2^2 e^{\gamma_2 t} \right) \\
 &\quad + d (c_1 \gamma_1 e^{\gamma_1 t} + c_2 \gamma_2 e^{\gamma_2 t}) \\
 &\quad + k \left(c_1 e^{\gamma_1 t} + c_2 e^{\gamma_2 t} + \frac{S}{k} \right) \\
 c_1 e^{\gamma_1 t} \underbrace{\left(m_{\text{Schw.}} \gamma_1^2 + d \gamma_1 + k \right)}_{\stackrel{!}{=} 0} &= c_2 e^{\gamma_2 t} \underbrace{\left(m_{\text{Schw.}} \gamma_2^2 + d \gamma_2 + k \right)}_{\stackrel{!}{=} 0} \\
 \text{mit } c_1 e^{\gamma_1 t} &\neq c_2 e^{\gamma_2 t} \\
 0 &= m_{\text{Schw.}} \gamma_{1/2}^2 + d \gamma_{1/2} + k \\
 -4m_{\text{Schw.}} k + d^2 &= \underbrace{\left(2m_{\text{Schw.}} \gamma_{1/2} \right)^2 + 4d m_{\text{Schw.}} \gamma_{1/2} + d^2}_{\left(2m_{\text{Schw.}} \gamma_{1/2} + d \right)^2} \\
 \pm \sqrt{d^2 - 4m_{\text{Schw.}} k} &= 2m_{\text{Schw.}} \gamma_{1/2} + d \\
 \gamma_{1/2} &= \frac{-d \pm \sqrt{d^2 - 4m_{\text{Schw.}} k}}{2m_{\text{Schw.}}}
 \end{aligned}$$

$\gamma_{1/2}$ ist identisch mit (2.77)

□

Hydraulische Systeme, wie sie heute in den meisten Maschinen üblich sind, weisen immer Leckagen auf. Ein in der Industrie weit verbreitetes Beispiel ist die Membranverdrängerpumpe. Dieser Pumpentyp ist ein besonders kritischer Fall, da die Aktoren schnell arbeiten müssen und aus der Verarbeitung kleiner Volumina eine hohe technische Komplexität folgt. Fehler bei der Leckageergänzung können zu einem Totalausfall des Systems führen. Aktuelle Lösungen können keine absolute Zuverlässigkeit garantieren. Um diese Fehlerquelle zu beseitigen, wurde ein Condition Monitoring System entwickelt, gefolgt von einer entsprechenden Regelung für die Membrananlage.

Eine detaillierte Untersuchung der auftretenden Leckagen wurde durchgeführt, gefolgt von einer Auswahl möglicher Aktoren, die entsprechend schnell agieren können. Die Untersuchungen mündeten in umfangreiche theoretische Modelle für die Leckage, den Aktor und den Regelkreis, welche durch empirische Untersuchungen nachgewiesen wurden. Darüber hinaus wird gezeigt, dass für die Membranpumpe eine spezielle vorhersagebasierte Regelung möglich wäre. Dies eröffnet neue Möglichkeiten in der Nutzung der Membranverdrängerpumpe.

Diese Untersuchungen lieferten wertvolle Informationen über die Regelung eines leckagebehafteten Hydrauliksystems, die auch in anderen Fällen zur Erhöhung der Prozesssicherheit eingesetzt werden können.

