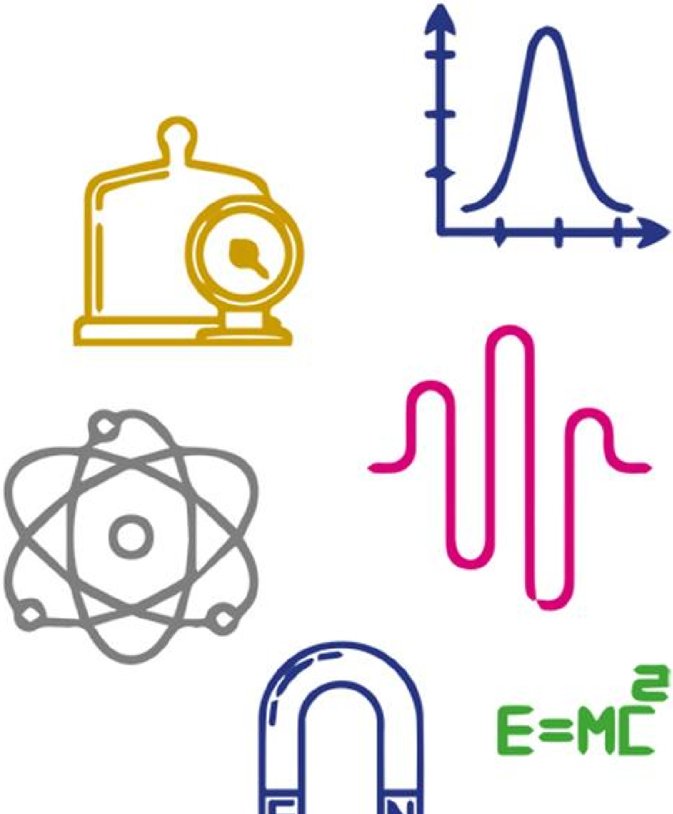
Manuela Lima

Dialogare

compendio di fisica



FIRENZE UNIVERSITY PRESS

Titoli pubblicati
Bruni R., *Dialogare*: compendio di Logica
Buratta D., *Dialogare*: compendio di Matematica
Frizzi F., *Dialogare*: compendio di Biologia
Lima M., *Dialogare*: compendio di Fisica
Peruzzini R., *Dialogare*: compendio di Chimica

Manuela Lima

Dialogare: compendio di fisica

Firenze University Press
2017

Dialogare: compendio di fisica / Manuela Lima. – Firenze : Firenze University Press, 2017.
(Strumenti per la didattica e la ricerca ; 187)

http://digital.casalini.it/9788864534848

ISBN 978-88-6453-484-8 (online)

Progetto grafico di copertina: Alberto Pizarro Fernández, PaginaMaestra snc

Università degli Studi di Firenze
Firenze University Press
via Cittadella, 7, 50144 Firenze, Italy
www.fupress.com

Indice

Manuela Lima, Dialogare: *compendio di fisica*, ISBN 978-88-6453-484-8 (online), CC BY-NC-ND 4.0 IT, 2017 Firenze University Press

Introduzione

Sandra Furlanetto
Delegata all'Orientamento dell'Università di Firenze

I compendi di *Dialogare* nascono come parte del progetto di Orientamento alla scelta universitaria denominato *Scuola Università di Firenze in continuità*. Il progetto è stato sviluppato dall'Università di Firenze in collaborazione con l'Ufficio Scolastico Regionale per la Toscana allo scopo di facilitare la transizione Scuola-Università.

Questi compendi disciplinari traggono origine dal confronto tra docenti della scuola secondaria di secondo grado e docenti universitari e sono stati realizzati da assegnisti di ricerca dell'Università di Firenze che hanno svolto un progetto dal titolo: *DIALOGARE: promozione di forme di raccordo Scuola-Università per l'integrazione ed il potenziamento dello studio delle discipline scientifiche e della logica* finanziato dal Ministero dell'Istruzione, dell'Università e della Ricerca.

I compendi sono uno strumento ideato per integrare e potenziare le aree disciplinari di base, che sono presenti in numerosi test per la valutazione delle competenze in ingresso o nei test per l'accesso a corsi a numero programmato locale o nazionale: la logica, fondamentale per il ragionamento e l'argomentazione, e le discipline scientifiche di matematica, fisica, chimica e biologia.

Ogni compendio presenta una sua struttura specifica, legata al contenuto disciplinare. Tuttavia, in quanto parti di un progetto complessivo volto a favorire l'accesso all'Università, tutti condividono alcuni aspetti generali che gli assegnisti di ricerca, confrontandosi con gli studenti dei primi anni dell'Università, hanno desiderato segnalare ai futuri studenti affinché vivano al meglio il proprio periodo universitario.

Valutare le proprie competenze
In quasi tutti i corsi universitari argomenti noti possono essere trattati nuovamente per le loro diverse future applicazioni. È quindi importante saper applicare la teoria alla pratica: gli esercizi possono aiutare a raggiungere questo scopo. È importante inoltre saper valutare le proprie reali competenze e, se necessario, potenziarle.

Frequentare le lezioni
È importante partecipare attivamente alle lezioni, cercando di capire gli argomenti trattati, studiando con regolarità.

Curare il linguaggio
Ogni materia ha il proprio linguaggio specifico: conoscerlo e usarlo è essenziale.

Studiare confrontandosi
Il confronto con gli altri studenti e il colloquio con i professori nell'orario di ricevimento e con i tutor che sono presenti presso tutte le scuole di Ateneo è utile per studiare in modo proficuo.

Manuela Lima, Dialogare: *compendio di fisica*, ISBN 978-88-6453-484-8 (online), CC BY-NC-ND 4.0 IT,
2017 Firenze University Press

Organizzazione e sostenibilità
L'Università richiede organizzazione nello studio e quindi nella scelta degli esami da sostenere e nell'impegno quotidiano. Non devono essere sottovalutati anche gli aspetti burocratici (tasse, borse di studio, scadenze). Imparare a organizzarsi significa valutare in modo sereno le reali possibilità e progettare azioni sostenibili.

Passione e Determinazione
L'alleato più forte, oltre alla determinazione, dovrà sempre essere l'entusiasmo per il percorso di studi scelto.

Vivere l'Università
L'Università non è solo lezioni ed esami: è una comunità che offre anche eventi culturali, sportivi e di divulgazione. Queste esperienze, se vissute con entusiasmo, facilitano la maturazione di competenze trasversali utili per una serena progressione di carriera.

Un ringraziamento a tutte le Scuole secondarie di secondo grado toscane che dal 2012 collaborano con l'Università di Firenze.

Particolare riconoscenza va anche ai Delegati all'Orientamento dell'Università di Firenze per il loro straordinario impegno:

Marco Benvenuti, Giorgia Bulli, Mauro Campus, Carlo Carcasci, Daniela Catarzi, Alessandra De Luca, Annamaria Di Fabio, Chiara Fort, Emiliano Macinai, Daniela Manetti, Alessandro Merlo, Pietro Amedeo Modesti, Francesca Mugnai, Silvia Ranfagni, Stefano Rapaccini, Anna Rodolfi.

Guida all'utilizzo del compendio

Il materiale del presente volume è stato suddiviso in 8 parti e viene presentato mediante delle unità didattiche che contengono lo svolgimento di un dato argomento. Al termine di ciascuna unità è possibile trovare degli esercizi di verifica dell'apprendimento. Al termine delle unità è posta una sezione dedicata alle soluzioni degli esercizi, alcune delle quali sono commentate.

Le parti raggruppano le unità per temi. Nel caso di questo volume, le parti replicano la suddivisione classica degli argomenti di fisica presentati nella maggior parte dei corsi liceali: la cinematica, la dinamica, i fluidi, i gas, la termodinamica, l'elettrostatica, l'ottica geometrica e le onde. Manca la parte di elettromagnetismo in quanto non rientra gli argomenti propedeutici ai test universitari. Per ciascuna di queste parti si è operato una selezione di temi, di ognuno dei quali si offre una presentazione teorica ed esercizi di verifica.

Le parti e le unità sono organizzate in modo tale che, seguendone il filo nell'ordine nel quale sono proposte, si passi da un argomento al successivo acquisendo di volta in volta i prerequisiti necessari per il prosieguo dello studio. Nulla vieta, tuttavia, di fare un uso diverso del materiale, adattandolo alle proprie esigenze personali e scegliendo solo quegli argomenti che si ritiene siano davvero utili a colmare le proprie carenze.

Gli esercizi posti al termine delle unità sono numerati in modo crescente e prevedono una consegna (riconoscibile dall'uso del grassetto), che è seguita dall'indicazione di 4 o 5 risposte, elencate mediante le corrispondenti lettere dell'alfabeto, tra le quali occorre indicare la sola risposta giusta. Le soluzioni degli esercizi sono raccolte in fondo al volume, nella sezione omonima, suddivise per parti e unità. La soluzione di ciascun esercizio è indicata mediante il numero di quest'ultimo seguito dalla lettera corrispondente alla risposta corretta e può essere corredata da una nota esplicativa che spiega la soluzione. Al di là del ricorso a esso per indicare la consegna degli esercizi, il grassetto nel testo viene utilizzato per indicare i termini che fanno parte del linguaggio specialistico della disciplina.

L'approccio didattico parte dal presupposto che la fisica è una disciplina sperimentale, per cui la presentazione degli argomenti viene spesso preceduta da una sezione dedicata alla riflessione su fenomeni fisici attinti dalla realtà quotidiana. L'obiettivo è quello di stimolare il lettore ad uno studio critico della disciplina: farsi delle domande è il modo migliore per accendere la curiosità. Successivamente vengono fornite definizioni rigorose delle grandezze fisiche, esposti i principi fondamentali e in alcuni casi sono presenti trattazioni matematiche più o meno rigorose. Il livello espositivo è ponderato sulle conoscenze che uno studente in uscita dalla scuola secondaria di secondo grado dovrebbe avere per poter affrontare con serenità e successo i test d'ingresso alle facoltà della Scuola di Scienze.

Il presente volume non vuole sostituire un libro di Fisica, ma piuttosto deve servire per un ripasso dei principali argomenti ritenuti di base e propedeutici per affrontare i primi corsi universitari. Gli esercizi proposti non esauriscono la varietà di possibili domande che lo studente si troverà a dover rispondere, sicuramente rappresentano un allenamento utile per un ripasso.

Manuela Lima, Dialogare: *compendio di fisica*, ISBN 978-88-6453-484-8 (online), CC BY-NC-ND 4.0 IT, 2017 Firenze University Press

Parte A - Cinematica

Manuela Lima, Dialogare: *compendio di fisica*, ISBN 978-88-6453-484-8 (online), CC BY-NC-ND 4.0 IT,
2017 Firenze University Press

Unitá 1

Grandezze cinematiche

1. Partiamo dalla realtà

Il modo migliore per avvicinarsi allo studio della Fisica è quello di osservare la realtà e provare farsi della domande su come funziona la Natura, ma anche su come funzionano le cose create dall'uomo, trovare il modo migliore per descrivere i fenomeni ed essere in grado di prevedere cosa sta per succedere. Tutto questo è alimentato dalla vostra curiosità: più sarete curiosi più cose imparerete! Ricordate però che per non limitarsi ad una descrizione qualitativa di un fenomeno, è importante avere un buon rapporto con la matematica per far si che la vostra analisi diventi quantitativa.
Questa sezione è un'introduzione alle grandezze cinematiche cioè a quelle grandezze che i fisici utilizzano per descrivere il movimento di uno o più corpi. Per convincervi della necessità di una formalizzazione matematica vi propongo alcune domande.

1. Come mai nel gioco della battaglia navale usi una lettera e un numero per individuare la posizione delle navi? Potresti farlo con un solo numero? e se ci fossero degli aeroplani oltre alle navi ce la faresti a trovarli con un numero e una lettera o ti servirebbe anche un altro numero? Perché?
2. Per trovare la tua posizione su una mappa ti servono due numeri (o un numero e una lettera). Però se ti muovi su una strada ti basta sapere la distanza che hai percorso dalla partenza per sapere dove sei. Perché?
3. Per passare una palla a un amico devi indirizzarla verso di lui. Ma se il tuo amico scatta in avanti dove devi indirizzare la palla?
4. Sei fermo. Poi cominci a muoverti in avanti. Hai solo cambiato posizione o è cambiato qualcos'altro?
5. Se fai una curva stretta o larga (a proposito che vuol dire?) alla stessa velocità cosa cambia?

2. Che cos'è la cinematica?

La parte della Fisica che si occupa della descrizione del moto, senza preoccuparsi della cause, è la **cinematica**. Come vedremo in seguito, alla **dinamica** è affidato il compito di studiare anche le cause del movimento.

Le due grandezze fisiche basilari della cinematica sono la **posizione** ed il **tempo**. Con queste due grandezze è possibile costruire un certo numero di altre grandezze, dette grandezze derivate, come ad esempio la **velocità**, l'**accelerazione**.

Per descrivere il moto di un oggetto devo rispondere prima di tutto a due domande basilari:

1. **Dov'è?**
   Come si può definire la posizione di un oggetto?
   La domanda messa così è incompleta perché devo necessariamente definire rispetto a cosa misuro la posizione.

2. **Quando succede?**
   Come si può definire l'istante di tempo in cui avviene qualcosa?
   Anche qui la domanda è incompleta perché devo necessariamente definire l'istante da cui inizio a misurare il tempo. Devo quindi anche definire quale è l'istante che considero iniziale. Per esempio accendiamo il televisore quasi a metà della gara dei 100 m. Dopo appena 5 s Usain Bolt taglia il traguardo e sullo schermo vediamo il suo tempo sui 100 m (9.58 s). Scopriamo così che al tempo -4.58 s Bolt si trovava ai blocchi di partenza. Un intervallo di tempo può infatti essere positivo o negativo. Se è positivo siamo nel futuro dell'istante iniziale, se è negativo siamo nel passato dell'istante iniziale.

3. Il sistema di riferimento

Per descrivere e analizzare il movimento degli oggetti bisogna sempre riferirlo a un sistema di riferimento, a una o più dimensioni. Un esempio può essere la stanza in cui ti trovi, che presumibilmente ha la forma di parallelepipedo, scegli un vertice, i tre spigoli sono gli assi del tuo sistema di riferimento. Normalmente per studiare il moto di un corpo si schematizza in un disegno più o meno bello e si sceglie un'unità di misura in scala.
Ma come faccio a valutare se un corpo è fermo o in movimento?
Ti sarà sicuramente capitato di stare seduto su un treno, pronto alla partenza; guardi dal finestrino e, osservando sul binario a fianco un treno fermo, ti sembra essere partito. Dopo qualche istante ti accorgi di essere ancora fermo. Questo esempio dimostra che la valutazione dello **stato di quiete** o **di moto** di un corpo è **relativa**, cioè dipende da quale punto si effettua l'osservazione.
Un corpo è in moto quando la sua posizione cambia nel tempo rispetto ad un altro corpo scelto come riferimento.

A seconda del tipo di moto che devo studiare, utilizzerò la retta, sistema unidimensionale, il piano, sistema bidimensionale, o lo spazio, sistema tridimensionale e chiederò in prestito alla matematica un opportuno **sistema di coordinate**.

4. Lo spazio e il tempo

Spazio e tempo sono due grandezze fisiche di natura diversa: la posizione è individuata da un vettore, il tempo invece è da uno scalare. Infatti per determinare completamente la posizione di un punto nello spazio sono necessarie tre misure (ad esempio tre lunghezze cioè le tre coordinate cartesiane, misurate in metri o qualche loro parente), mentre per determinare completamente l'istante di tempo in cui si verifica un fenomeno è necessaria una sola misura, ad esempio quella fornita da un cronometro. In generale quasi tutte le grandezze fisiche, che incontrerai fino al terzo anno di Fisica, possono essere rappresentate da un ente matematico del tipo seguente:

- uno scalare cioè un numero
- un vettore cioè n componenti che indicano la punta di una freccia che parte dall'origine e arriva proprio nel punto con quelle coordinate.

5. Traiettoria e legge oraria

A questo punto bisogna fare un piccolo sforzo e ricorrere ad un' astrazione, il nostro oggetto, qualunque esso sia, si assimila ad un puntino astratto come se tutta la sua massa fosse concentrata in un unico punto chiamato **punto materiale**. Questa approssimazione funziona bene se le dimensioni del corpo sono molto piccole rispetto alle distanze che esso percorre. Sulla base di questa idealizzazione, proviamo a definire la **traiettoria** di un punto.

- La **traiettoria** è una curva costituita da tutte le posizioni occupate nel tempo dal punto materiale. Si tratta quindi di una funzione (a volte implicita) della posizione.
- Si chiama invece legge oraria del moto la relazione matematica che permette di individuare la posizione del corpo in ogni istante.

Si tratta quindi di una **funzione del tempo**. Sì! proprio una funzione, di quelle che si studiano in matematica. Ma non ti preoccupate, di solito le funzioni da maneggiare sono molto semplici, si pensi ad esempio ad un sasso lasciato cadere oppure lanciato con una fionda, che, come vedrai, è descritto da una funzione quadratica. Forse le funzioni più complicate sono quelle che descrivono moti oscillatori ma se hai un buon rapporto con la trigonometria non avrai difficoltà a maneggiarle.

6. La misura della velocità

Il concetto di velocità nasce dal rapporto tra due grandezze del moto: la distanza tra due posizioni successive, cioè lo spazio percorso, che indicheremo con Δs e l'intervallo di tempo impiegato a percorrerlo, che indichiamo con Δt:

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} \tag{1.1}$$

- La velocità è la grandezza che esprime la distanza percorsa da un corpo nell'unità di tempo e la sua **unità di misura** è il metro al secondo (m/s)

Se sei arrivato alla fine della scuola superiore saprai sicuramente convertire m/s ad esempio in km/h!

Attenzione ora... La definizione appena data è piuttosto riduttiva, mi dice solo quanto vale la velocità lungo un percorso, e manca di una serie di informazioni:

- Verso dove si sta muovendo il punto?
- Che tipo di traiettoria sta percorrendo?
- Questo valore di velocità è lo stesso su tutto il tragitto?
- è possibile sapere a metà del percorso qual era la velocità?

Per rispondere a queste domande bisogna:

1. tener conto che la velocità è una **grandezza vettoriale**
2. definire **velocità media** e **velocità istantanea**

7. Il vettore velocità

La velocità si può trattare come scalare solo nel moto rettilineo uniforme. Nei moti a due o tre dimensioni, lo **spostamento** è individuato da un vettore $\Delta\vec{s}$ ottenuto dalla differenza tra i due vettori che indicano la posizione finale $\vec{s}_2$ e la posizione iniziale del punto $\vec{s}_1$, cioè $\Delta\vec{s} = \vec{s}_2 - \vec{s}_1$.
Per cui anche la velocità è una grandezza vettoriale definita come:

$$\vec{v} = \frac{\Delta\vec{s}}{\Delta t} \tag{1.2}$$

Come si può notare, il vettore $\vec{v}$ è ottenuto moltiplicando un vettore $\Delta\vec{s}$ per uno scalare $\frac{1}{\Delta t}$. Quindi ha:

- la stessa direzione di $\Delta\vec{s}$
- lo stesso verso di $\Delta\vec{s}$
- come valore quello di $\Delta\vec{s}$ diviso il valore di Δt

8. Velocità media e velocità istantanea

La definizione di velocità che abbiamo dato prima in effetti è proprio quella di **velocità media**. Solo nel caso del moto rettilineo uniforme questa coincide con quella istantanea. La velocità media dipende dalle posizioni occupate al termine e all'inizio dello spostamento, e non rende conto del tragitto complessivo. Questo deriva dal fatto che la velocità media è una stima, grossolana, di quel che avviene in uno spostamento. Cercando di migliorare questa stima, consideriamo intervalli di tempo sempre più brevi, al termine dei quali il punto materiale occupa posizioni tra loro sempre più vicine. Questo processo di raffinamento, al limite, produce una nuova grandezza, anch'essa vettoriale, detta **velocità istantanea**, definita in linguaggio matematico come:

$$v_i = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{s}}{\Delta t} \tag{1.3}$$

che significa calcolare la velocità media quando l'intervallo di tempo Δt è infinitesimo.

9. Esempio nella vita quotidiana: Autovelox e Tutor

Per controllare la velocità dei veicoli vengono utilizzate metodi diversi.
Un tipo di sistema si basa sulla determinazione della velocità istantanea. Il più diffuso è l'Autovelox, costituito da un apparato su cui sono fissate due fotocellule molto vicine tra loro: dall'intervallo di tempo impiegato a percorrere lo spazio compreso tra le due fotocellule, si calcola la velocità del veicolo, espressa in km/h. Se il veicolo supera la velocità limite impostata nell'Autovelox, viene scattata la fotografia sulla targa posteriore.
Un sistema diverso, il Tutor, permette di rilevare l'eccesso di velocità come comportamento abituale di

guida. Esso consente, tramite l'istallazione di sensori, il rilevamento della velocità media lungo tratti autostradali di lunghezza variabile tra 10 e 25 km. La velocità media è calcolata in base al tempo di percorrenza: il sistema monitora tutto il traffico e registra gli orari di passaggio dei veicoli sotto i sensori posti all'inizio e alla fine del tratto controllato.

10. Cosa succede quando cambia la velocità?

La velocità di un corpo a volte aumenta, a volte diminuisce e a volte cambia direzione; per analizzare questi cambiamenti si usa la grandezza fisica **accelerazione**, che descrive come la velocità cambia, in modulo e/o direzione, nel tempo.
In generale, quando un corpo varia la sua velocità aumentandola diciamo che accelera, viceversa se varia la sua velocità diminuendola diciamo che decelera.
L'accelerazione misura la rapidità con cui varia la velocità.
L'**accelerazione media** di un punto materiale è il rapporto tra la variazione di velocità Δv e l'intervallo di tempo Δt in cui avviene tale variazione:

$$a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} \tag{1.4}$$

dove v_2 e v_1 sono i valori delle velocità agli istanti t_2 e t_1.
Attenzione: questa definizione va bene solo se stiamo considerando un moto rettilineo, altrimenti, come nel caso della velocità, bisogna tener conto che l'accelerazione è un vettore e quindi calcolare le componenti. La natura vettoriale dell'accelerazione fa si che si abbia un'accelerazione anche quando la variazione di velocità è zero in modulo ma varia in **direzione**.

11. Il vettore accelerazione media e istantanea

L'accelerazione vettoriale **media** è definita come:

$$\vec{a}_m = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{t_2 - t_1} \tag{1.5}$$

L'unità di misura dell'accelerazione è m/s^2.
Quando l'intervallo di tempo Δt diventa sempre più piccolo, cioè al limite per $\Delta t \to 0$, il rapporto precedente ci darà il valore istantaneo dell'accelerazione:

$$\vec{a}_i = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} \tag{1.6}$$

Notiamo che accelerazione e velocità non sono sempre parallele. Lo sono se si aumenta la velocità senza cambiare direzione. Se invece si cambia la direzione, ma senza cambiare il modulo della velocità, ad esempio mentre si percorre una curva, l'accelerazione è perpendicolare alla velocità istantanea e punta verso l'interno della curva. Ovviamente se si fanno entrambe le cose (si frena e si curva) la direzione dell'accelerazione è data dalla somma vettoriale di due componenti. Nelle prossime sezioni utilizzeremo le grandezze cinematiche appena definite per studiare alcuni tipi di moto.

Unitá 2

Moto in una dimensione

1. Partiamo dalla realtà

Quanti moti reali potresti considerare rettilinei?
Non molti diresti... ma nemmeno pochi. Per esempio se lasci cadere un oggetto questo cade lungo una retta. Se mandi un pallone rasoterra senza dargli il giro si muove lungo una retta. Inoltre sicuramente ci saranno dei moti che percorrono traiettorie rettilinee solo in alcuni tratti. Pensa ad esempio ad una macchina in autostrada o ad un treno in corsa sui binari, ad un certo punto ci sarà probabilmente una curva. Il centometrista invece percorre 100 m tutti a dritto.
Il **moto rettilineo** è un modello che viene utilizzato tutte le volte che un corpo (approssimato da un punto materiale) può muoversi esclusivamente su una retta.
Si sta parlando, quindi, di moti che avvengono in un'unica dimensione.

Il termine **rettilineo** ci dice solo che il moto avviene su una retta, ma non ci dice nulla sulla velocità. è necessario quindi un secondo aggettivo che mi faccia capire che tipo di moto sto descrivendo.
In generale si parla di:

- **moto uniforme** se la velocità rimane costante e l'accelerazione è nulla,
- **moto uniformemente accelerato** se la velocità cresce linearmente col tempo e l'accelerazione è costante,
- **moto vario** se velocità e accelerazione sono funzioni variabili del tempo.

2. Moto rettilineo uniforme

Spesso la velocità di un corpo in movimento cambia, ma il moto è quasi uniforme. Per esempio la velocità di un treno rimane per lunghi tratti quasi costante. Per semplificare possiamo descrivere il moto di un treno come se si muovesse sempre alla stessa velocità. In questo modo descriviamo il moto del treno usando il **modello del moto rettilineo uniforme**. Il moto uniforme è un modello con il quale esaminiamo il moto del treno, nonostante la sua velocità vari di tanto in tanto.
Per descrivere in modo completo il movimento del punto materiale, è importante conoscere la sua posizione al passare del tempo.

- Il **grafico spazio-tempo** sarà una semiretta uscente dall'origine.
- La pendenza della semiretta mi da il valore della velocità costante.
- Nel moto rettilineo uniforme le distanze percorse sono direttamente proporzionali agli intervalli di tempo impiegati a percorrerle; la costante di proporzionalità rappresenta la velocità.

3. Le leggi del moto rettilineo uniforme

Possiamo riassumere il moto rettilineo uniforme in tre formule

- per descrivere lo spazio in funzione del tempo

$$s(t) = s_0 + v(t - t_0) \tag{2.1}$$

  dove s_0 è la posizione iniziale nel sistema di riferimento fissato, t_0 è l'istante iniziale e v è la velocità.

- per descrivere la velocità

$$v(t) = v \tag{2.2}$$

  dove emerge il fatto che la velocità non cambia al passare del tempo.
  Di solito si fissa a zero l'istante iniziale, $t_0 = 0$, ma è utile tenere presente, soprattutto per gli esercizi più complicati che l'istante iniziale può anche essere diverso da zero.

- per descrivere l'accelerazione

$$a(t) = 0 \tag{2.3}$$

  perché il moto è uniforme.

4. Moto rettilineo uniformemente accelerato

Nella realtà è molto difficile trovare un corpo che si muova di moto rettilineo uniforme, come vedremo in seguito, questo accade solo in condizioni molto particolari: la risultante delle forze agenti sul corpo deve essere nulla, in virtù del **principio di inerzia**. Un moto che si verifica di frequente è quello di un corpo la cui velocità aumenta o diminuisce con regolarità nel tempo. Un esempio è dato dal moto di un corpo in caduta libera, in assenza di attrito.
Consideriamo sempre un moto rettilineo, che avviene, cioè, su un'unica retta; fissiamo un sistema di riferimento.
La grandezza fisica che rende conto della variazione di velocità è l'accelerazione.

- Quando le variazioni di velocità sono direttamente proporzionali agli intervalli di tempo in cui hanno luogo l'**accelerazione è costante**.
- Il moto è detto **uniformemente accelerato**.
- La traiettoria è sempre una retta mentre la legge oraria è rappresentata da un parabola nel piano $s - t$.

5. Le leggi del moto rettilineo uniformemente accelerato

Possiamo riassumere il moto rettilineo uniformemente accelerato con le seguenti formule

- legge oraria dello spazio $s(t)$
$$s(t) = s_0 + v_0(t - t_0) + \frac{1}{2}a(t - t_0)^2 \tag{2.4}$$
dove s_0 è la posizione iniziale nel sistema di riferimento fissato, t_0 è l'istante iniziale del moto, v_0 è la velocità iniziale (ci aspettiamo che cambi linearmente al passare del tempo) e a è l'accelerazione costante. Come si può notare la legge oraria è una funzione quadratica del tempo, ovvero una parabola. Attenzione! Questo non significa che la traiettoria è una parabola! ma solo che lo spazio in funzione del tempo è descritto da una funzione di secondo grado.

- legge oraria velocità $v(t)$
$$v(t) = v_0 + a(t - t_0) \tag{2.5}$$
dove i simboli sono gli stessi di prima, ma il significato è che la velocità è una funzione lineare del tempo.

Anche in questo caso l'istante iniziale può essere scelto uguale a zero.

6. Esempio: lancio di un corpo verso l'alto e caduta libera

Quando lasciamo cadere un corpo, nell'ipotesi in cui sia possibile trascurare l'attrito dell'aria, il moto del corpo è rettilineo uniformemente accelerato. L'accelerazione, come tutti dovrebbero sapere, è l'accelerazione di gravità che, in buona approssimazione, possiamo considerare costante per tutta la durata del moto, a meno che il corpo non stia cadendo dallo spazio!
Se il corpo viene lanciato con una certa velocità verso l'alto, esso salirà fino ad una quota massima e poi cadrà verso il basso. Proviamo a risolvere un problema classico, senza numeri, almeno ricaviamo formule utili da poter riutilizzare in problemi analoghi:
Un oggetto puntiforme viene lanciato verso l'alto con velocità iniziale v_0 parallela e concorde con l'asse delle y. Il lancio avviene da terra. L'accelerazione di gravità g è antiparallela all'asse delle y. Determinare:

1. il tempo t_{max} necessario a raggiungere il punto piú alto della traiettoria,
2. la quota massima y_{max},
3. il tempo t_f necessario a percorrere l'intera traiettoria,
4. e la velocità v_f con cui l'oggetto tocca terra

La prima cosa da fare per risolvere un problema di fisica è disegnare un sistema di riferimento e fare un diagramma con le grandezze fisiche in gioco. In questo caso disegneremo l'asse y, orientato verso l'alto e il punto di coordinata $y = y_{max}$ che corrisponde alla quota massima, inoltre posso rappresentare l'accelerazione con una freccia che punta verso il basso. Un'altra considerazione da fare è che possiamo porre l'istante iniziale del moto $t_0 = 0$.

- Per calcolare il tempo t_{max} necessario a raggiungere il punto più alto della traiettoria, si sfrutta la condizione che nel punto più alto, dove si inverte il moto, **la velocità del corpo è nulla**.
  scriviamo la velocità per il moto uniformemente accelerato e visto che il moto è unidimensionale, possiamo scriverla in forma scalare:

$$v(t) = v_0 + a(t - t_0) \tag{2.6}$$

  Nel nostro caso $a = -g$, $t_0 = 0$. Indichiamo con t_{max} il tempo cercato, allora:

$$v(t_{max}) = v_0 - g(t_{max}) = 0 \tag{2.7}$$

$$t_{max} = \frac{v_0}{g} \tag{2.8}$$

- la quota massima y_{max} sarà la quota raggiunta durante il tempo t_{max}, quindi basta sostituire nella legge oraria:

$$y(t) = y_0 + v_0(t - t_0) + \frac{1}{2}a(t - t_0)^2 \tag{2.9}$$

  Nel nostro caso $y_0 = 0$ perché il corpo parte da terra, $t_0 = 0$ e $a = -g$. Calcoliamo $y(t_{max})$

$$y(t_{max}) = v_0 t_{max} - \frac{1}{2}g(t_{max})^2 \tag{2.10}$$

  Sostituendo per t_{max} l'espressione trovata prima, abbiamo:

$$y(t_{max}) = v_0\frac{v_0}{g} - \frac{1}{2}g\left(\frac{v_0}{g}\right)^2 \tag{2.11}$$

- il tempo t_f necessario a percorrere l'intera traiettoria, è il tempo necessario al corpo per raggiungere di nuovo la quota $y = 0$, di nuovo perché la prima volta che la sua posizione è nel punto $y = 0$ è all'istante iniziale $t = 0$. Basta impostare l'equazione:

$$y(t_f) = y_0 + v_0 t_f - \frac{1}{2}g(t_f)^2 = 0 \tag{2.12}$$

  dove abbiamo indicato con t_f l'istante finale del moto. L'equazione da risolvere è:

$$v_0 t_f - \frac{1}{2}g(t_f)^2 = 0 \tag{2.13}$$

  le cui soluzioni sono $t_f = 0$ e $t_f = \sqrt{2v_0 g}$

- la velocità v_f con cui l'oggetto tocca terra si ottiene calcolando la velocità all'istante t_f:

$$v(t_f) = v_0 - gt_f = v_0 - g\sqrt{2v_0 g} \tag{2.14}$$

  Si osserva che il tempo necessario per andare da $y = 0$ a y_{max} è lo stesso necessario per andare da y_{max} a $y = 0$ le due parti del moto sono quindi simmetriche.

ATTENZIONE! Non è importante ricordare a memoria queste formule, ma piuttosto è importante capire come le abbiamo ricavate e rifare, se necessario, tutte le volte il ragionamento che porta alla soluzione. Vedrete che se l'avete davvero capito, dopo la seconda volta vi ricorderete anche le soluzioni.

7. Moto vario

Si parla di moto rettilineo vario, quando il punto si muove su una retta ma l'accelerazione non è costante, quindi avrò una legge oraria, cioè una funzione del tempo, anche per l'accelerazione:

$$a = a(t) \tag{2.15}$$

Il legame tra le leggi orarie dello spostamento, della velocità e dell'accelerazione è fornito dalle **derivate**:

- $v(t) = s'(t)$, la velocità è la derivata prima dello spazio
- $a(t) = v'(t) = s''(t)$, l'accelerazione è la derivata prima della velocità e quindi la derivata seconda dello spazio.

Si rimanda ai corsi universitari per approfondimenti.

Esercizi Unità 2

1. In base alla definizione di velocità media, v e Δs:

A. sono entrambe negative quando il moto avviene nel verso opposto a quello scelto come positivo sulla retta.

B. sono sempre discordi.

C. sono entrambe positive quando il moto avviene nel verso opposto a quello scelto come positivo sulla retta.

D. sono entrambe negative quando il moto avviene nel verso scelto come positivo sulla retta.

E. sono sempre positive.

2. Il grafico velocità-tempo del moto rettilineo uniformemente accelerato è:

A. una parabola con concavità rivolta verso l'alto se l'accelerazione è positiva.

B. una parabola con concavità rivolta verso il basso se l'accelerazione è negativa.

C. una retta che passa per l'origine se $v_0 = 0$.

D. una retta con pendenza positiva se l'accelerazione è negativa.

E. una retta parallela all'asse dei tempi.

3. Un'automobile parte da Roma e viaggia per 50 km in linea retta. Da qui riparte immediatamente e ritorna al punto di partenza, sempre muovendosi in linea retta. L'intero viaggio dura due ore. Qual è la velocità vettoriale media per l'auto nel viaggio di andata e ritorno?

A. 0

B. 50 $\frac{km}{h}$

C. 100 $\frac{km}{h}$

D. Non può essere calcolata se non conosco l'accelerazione.

E. 200 $\frac{km}{h}$

4. Un'auto sale una collina alla velocità costante di 40 km/h e ridiscende per la stessa strada a 60 km/h. Qual è la velocità scalare media complessiva per andata e ritorno?

A. 40 m/s

B. 0

C. 10 km/h

D. 48 km/h

E. 60 km/h

5. Una pallina è lanciata verticalmente verso l'alto. L'accelerazione della pallina quando si trova alla quota massima è:

A. 9.8 m/s^2 verso il basso.

B. 9.8 m/s^2 verso l'alto.

C. cambia improvvisamente da 9.8 m/s^2 verso l'alto a 9.8 m/s^2 verso il basso.

D. $0 m/s^2$

E. Non può essere calcolata senza conoscere la velocità iniziale.

6. Due sfere identiche A e B vengono lasciate cadere contemporaneamente dalla stessa altezza, la sferetta A con velocità iniziale nulla, la B con velocità orizzontale v. Trascurando l'attrito dell'aria, quando arrivano le sferette al suolo?

A. Le sferette raggiungono il suolo insieme.

B. La sferetta A per prima.

C. La sferetta B per prima.

D. La sferetta B per prima, se la velocità orizzontale v è maggiore di 9.8 m/s.

E. I dati non sono sufficienti.

7. Un'auto può arrestarsi viaggiando alla velocità di 100 km/h in 43 m. Qual è il tempo di frenata?

A. 10 s

B. 3.1 s

C. Non ci sono dati sufficienti per rispondere.

D. 8 s

E. 5 s

8. Si lascia cadere una pietra da un dirupo alto 100 m. Quanto tempo impiega per cadere?

A. 7 s

B. 4.5 s

C. 9.8 s

D. 100 s

E. 5 s

Unitá 3

Moto nel piano

1. Partiamo dalla realtà

Diamo uno sguardo alla realtà:

- Immagina di osservare da un elicottero un rally nel deserto: il veicolo può spostarsi da un punto all'altro sulla superficie sabbiosa in ogni direzione. Come descriveresti questo moto?
- Come fa un lanciatore di giavellotto a prepararsi al lancio perfetto? Ammesso che lanci sempre con la stessa forza, di quanto dovrà inclinare il suo braccio per lanciare il più lontano possibile?
- In un'immersione subacquea, il sub può spostarsi senza vincoli in tutte le tre dimensioni.
- Stai girando in cerchio, per ogni giro impieghi sempre lo stesso tempo. Ad istante di tempo fissato, come è diretta la tua velocità? E la tua accelerazione?
- Se lanci una pallina che traiettoria segue? Quale è la sua velocità in ogni istante? e la sua accelerazione?
- Quando sei su una ruota panoramica il tuo moto è limitato ad una traiettoria circolare che può essere descritta in modo più o meno semplice nel piano individuato dalla ruota. Ma quale sarà la tua velocità appena parte la ruota? e dopo un giro?
- Anche quando vai sull'altalena il tuo movimento è limitato nel piano di oscillazione, qual è la tua velocità nel punto più alto della traiettoria? e nel punto più basso?
- Un pupazzetto è attaccato ad una molla, cosa succede se tiri il pupazzetto verso il basso?

Gli esempi proposti si riferiscono tutti a moti che avvengono nel piano o nello spazio.

2. Come rappresento la posizione di un punto nel piano e nello spazio?

Il moto rettilineo è un moto unidimensionale, quindi per identificare la posizione è sufficiente assegnare il valore di una singola coordinata. In molti casi i punti accessibili all'oggetto in moto sono quelli di un piano o di una regione dello spazio tridimensionale.

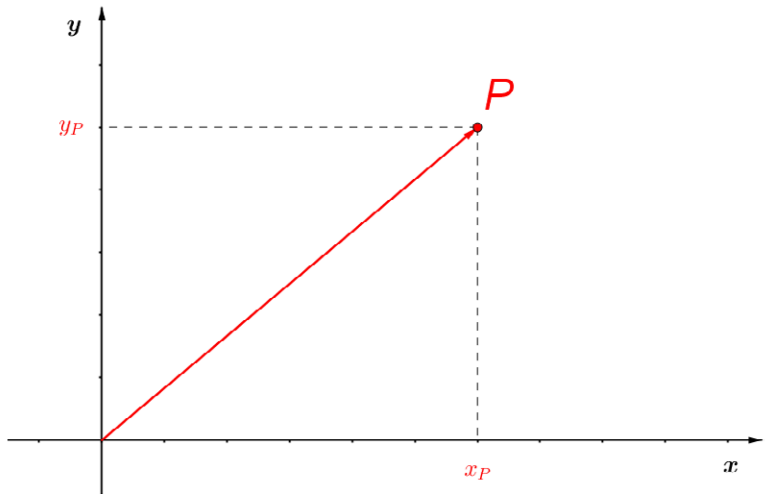


Figura 3.1: Coordinate cartesiane di un punto nel piano.

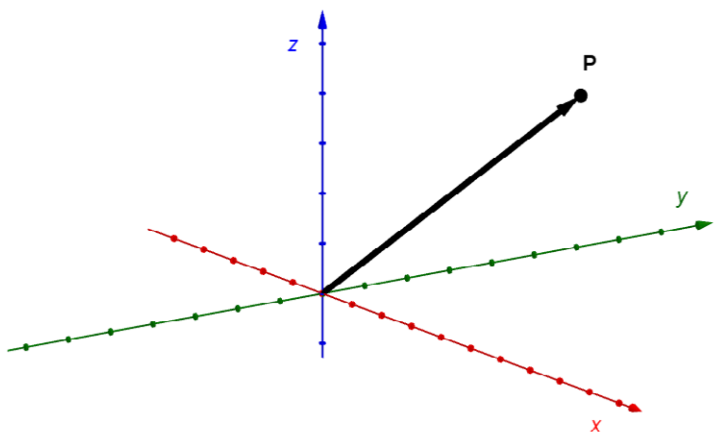


Figura 3.2: Coordinate cartesiane di un punto nello spazio.

Per studiare qualunque tipo di moto, per prima cosa, ho bisogno di fissare un sistema di riferimento. Nel caso in cui il moto avvenga su un piano, bastano due coordinate cartesiane (Fig.3.1). La posizione del punto materiale P è individuata dai valori che assumono al variare del tempo le coordinate x e y oppure , in modo equivalente, dal vettore posizione $\vec{s} = \vec{OP}$.

3. Scomposizione del moto tri o bidimensionale

Se la traiettoria descritta dal punto P si sviluppa nello spazio tridimensionale, ho bisogno di tre dimensioni spaziali e quindi di un sistema $Oxyz$ (Fig.3.2). Per un punto materiale in moto le coordinate x, y e z, così come il vettore posizione $\vec{s}$ sono funzioni del tempo.

Lo studio del moto curvilineo di un punto materiale, sia che esso avvenga in un piano o nello spazio, è riconducibile allo studio di moti rettilinei. Infatti, le grandezze fondamentali che descrivono il moto, sono grandezze vettoriali, e ogni vettore può essere scomposto nelle sue componenti rispetto al sistema di riferimento considerato. Ciò che bisogna fare è proiettare le posizioni di P lungo gli assi del sistema di riferimento.
Nota bene: non è specificato il tipo di sistema di riferimento, perché come vedremo in seguito, a volte conviene usare il **sistema cartesiano**, a volte la descrizione del moto risulta più semplice in un **sistema di coordinate polari**. Con un po' di matematica è sempre possibile passare da una rappresentazione all'altra. Nelle prossime sezione verranno aggiunte informazioni a quanto detto nel capitolo sulle grandezze cinematiche, in modo da poter definire in maniera completa i vettori velocità e accelerazione. Per semplicità, ci limiteremo ad una descrizione nel piano, per estendere i concetti allo spazio, basta aggiungere un coordinata, ma avrete tempo all'università per approfondire questo argomento.

4. Come rappresento la velocità nel piano?

La velocità media è stata già definita come il rapporto tra lo spazio percorso da un punto in un certo intervallo di tempo. Se sono in un piano devo tener conto del fatto che il vettore spostamento avrà due coordinate. Per dare un definizione completa vi sarà richiesto un piccolo sforzo matematico.
Consideriamo un punto materiale P che si sta muovendo lungo una curva qualsiasi: all'istante t il punto si trova nella posizione individuata dal vettore posizione $\vec{r}(t)$, dopo un certo intervallo di tempo Δt, il punto si troverà nella posizione individuata dal vettore posizione $\vec{r}(t+\Delta t)$. Lo spostamento è dato dalla differenza tra i due vettori posizione:

$$\Delta\vec{r} = \vec{r}(t+\Delta t) - \vec{r}(t) \tag{3.1}$$

Quindi la velocità media è data dal rapporto:

$$\vec{v}_{media} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} \tag{3.2}$$

Quando l'intervallo di tempo Δt diventa sempre più piccolo, cioè nel limite per $\Delta t \to 0$, ottengo il valore istantaneo della velocità, che, per chi si ricorda un pó di matematica, non è altro che la derivata prima, fatta rispetto al tempo, della funzione che descrive lo spostamento del punto:

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} \tag{3.3}$$

La velocità vettoriale è la derivata del raggio vettore rispetto al tempo.

La costruzione grafica del vettore velocità è riportata in Fig.3.3.

Partendo dalla definizione di velocità, notiamo che al limite per $\Delta t \to 0$, il vettore velocità $\vec{v}$ risulta sempre in direzione tangente alla traiettoria nel punto P. Introduciamo il **versore** $\vec{u}_T$, ovvero un vettore di modulo unitario variabile nel tempo in direzione ma sempre tangente alla traiettoria in ogni suo punto. Il vantaggio di introdurre questo versore è che posso dare una definizione intrinseca del vettore velocità indipendente dal sistema di riferimento. Infatti:

$$\vec{v} = \frac{ds}{dt}\vec{u}_T = v\vec{u}_T \tag{3.4}$$

dove $\frac{ds}{dt} = v$ è la velocità scalare istantanea.

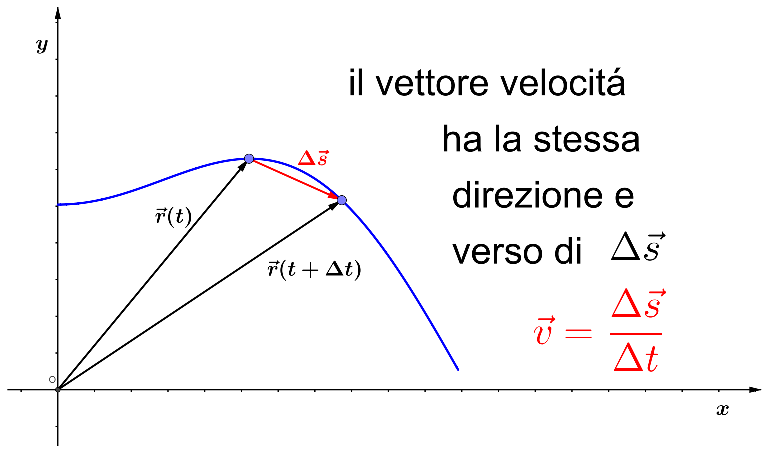


Figura 3.3: Rappresentazione grafica del vettore velocitá.

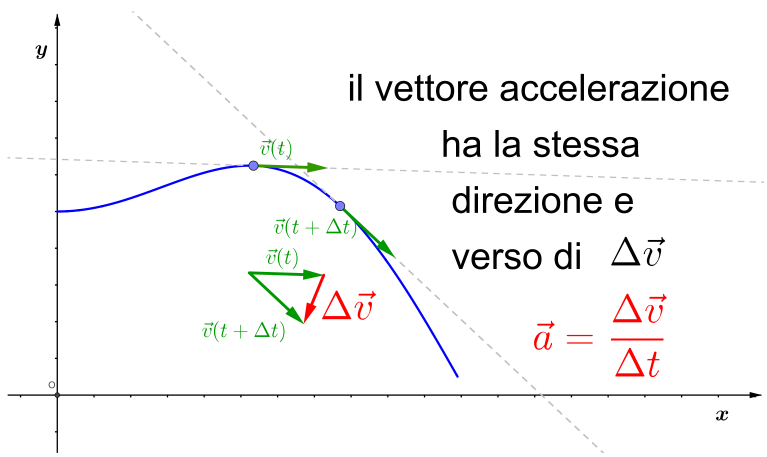


Figura 3.4: Rappresentazione grafica del vettore accelerazione.

5. Come rappresento l'accelerazione nel piano?

L'accelerazione nel moto piano deve esprimere le variazioni della velocità sia come modulo che direzione e quindi ci aspettiamo che abbia 2 componenti, una legata alla variazione del modulo della velocità e la seconda al cambiamento di direzione del moto. In Fig.3.4 è mostrata la situazione in modo qualitativo, ma già si capisce che l'accelerazione non è parallela alla velocità ed è diretta verso l' interno della della curva che rappresenta la traiettoria.

Per definire l'accelerazione ripercorriamo lo stesso ragionamento fatto per la velocità e consideriamo 2 posizioni occupate dal punto P al tempo t con velocità $\vec{v}(t)$ e al tempo $t + \Delta t$ con velocità $\vec{v}(t + \Delta)$. L'accelerazione media è data dal rapporto:

$$\vec{a}_{media} = \frac{\vec{v}(t+\Delta) - \vec{v}(t)}{\Delta t} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} \tag{3.5}$$

Quando l'intervallo di tempo Δt diventa sempre più piccolo, cioè nel limite per $\Delta t \rightarrow 0$, ottengo il valore istantaneo dell'accelerazione, che, dal punto di vista matematico, non è altro che la derivata prima del vettore velocità e la derivata seconda del vettore spostamento fatte rispetto al tempo:

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2\vec{s}}{dt^2} \tag{3.6}$$

Osserviamo che al limite per $\Delta t \rightarrow 0$, quindi quando calcoliamo l'accelerazione nel punto, il vettore $\vec{a}$ può essere scomposto in 2 componenti: una in direzione tangente, l'altra in direzione normale (o perpendicolare) alla traiettoria nel punto P , in verso orientato verso il centro di curvatura. Introduciamo il **versore** $\vec{u}_T$, ovvero un vettore di modulo unitario variabile nel tempo in direzione ma sempre tangente alla traiettoria in ogni suo punto e il versore $\vec{u}_N$, ovvero un vettore di modulo unitario variabile nel tempo in direzione ma sempre perpendicolare alla traiettoria in ogni suo punto (il che equivale a dire perpendicolare alla tangente alla traiettoria) (Fig.3.5).

Come per la velocità, introducendo i due versori, otteniamo per l'accelerazione la seguente definizione intrinseca cioè che non dipende dal sistema di riferimento usato:

$$\vec{a} = \vec{a}_T + \vec{a}_N = \frac{dv}{dt}\vec{u}_T + \frac{v^2}{R}\vec{u}_N \tag{3.7}$$

dove:

- R è il raggio di curvatura che rappresenta il raggio della circonferenza che meglio approssima la curva che descrive la traiettoria nel punto considerato.
- $\vec{a}_T = \frac{dv}{dt}\vec{u}_T$ è l'**accelerazione tangenziale**,
- $\vec{a}_N = \frac{v^2}{R}\vec{u}_N$ è l'**accelerazione centripeta** e
- $a = \sqrt{a_T^2 + a_N^2} = \sqrt{\left(\frac{d^2s}{dt^2}\right)^2 + \left(\frac{v^2}{R}\right)^2}$ è il modulo dell'accelerazione .

Qual è il vantaggio della scomposizione vettoriale di $\vec{a}$?
Il vantaggio di aver scomposto l'accelerazione nelle componenti normale e centripeta sta nel fatto che posso individuare delle condizioni generali per l'accelerazione tangenziale e normale in vari tipi di moto:

- **moto rettilineo**
  - uniforme: $a_t = 0$, $a_N = 0$
  - uniformemente accelerato: $a_t = costante$, $a_N = 0$
  - vario: $a_t \neq 0$, $a_N = 0$
- **moto circolare**:
  - uniforme: $a_t = 0$, $a_N = costante$
  - uniformemente accelerato: $a_t = costante$, $a_N \neq 0$
  - vario: $a_t \neq 0$, $a_N \neq 0$
- **moto curvilineo**
  - uniforme: $a_t = 0$, $a_N \neq 0$
  - uniformemente accelerato: $a_t = costante$, $a_N \neq 0$
  - vario: $a_t \neq 0$, $a_N \neq 0$

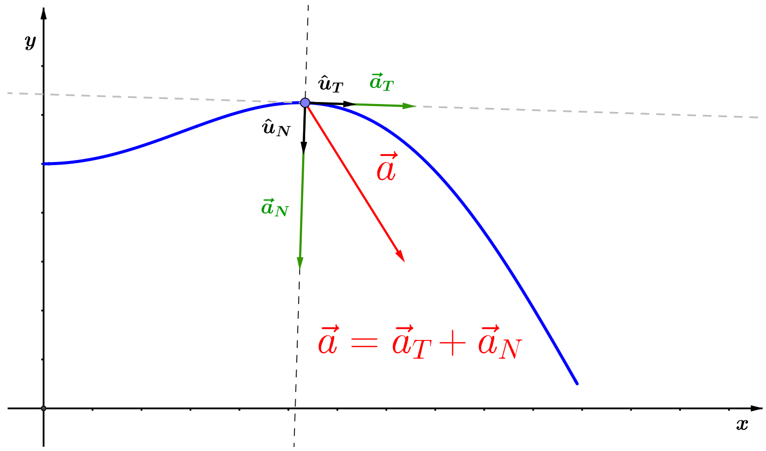


Figura 3.5: Rappresentazione grafica dell'accelerazione.

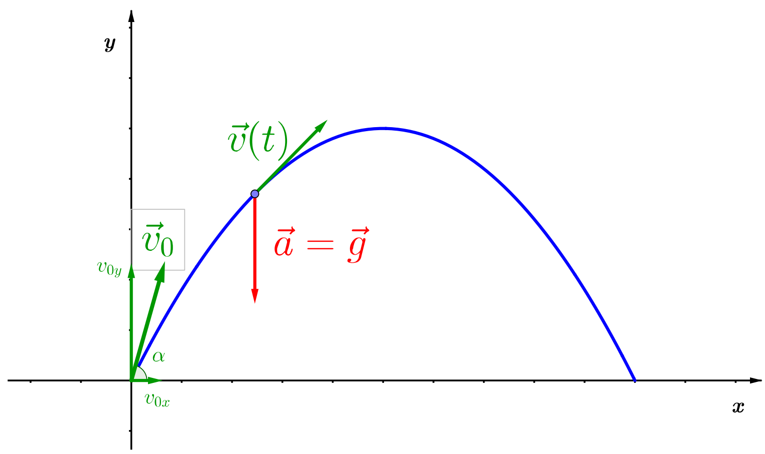


Figura 3.6: Rappresentazione grafica del lancio di un proiettile

6. Esempio: moto parabolico con lancio obliquo

A questo punto siamo in grado di studiare un classico esempio che viene proposto in cinematica, ovvero lo studio del moto di un corpo (per esempio un proiettile) lanciato sulla superficie terrestre con velocità iniziale $\vec{v}_0$ e in direzione obliqua rispetto al piano orizzontale. Indichiamo con α l'angolo formato tra la direzione di $\vec{v}_0$ e il piano orizzontale.
Per studiare il moto nel piano, dobbiamo fissare un sistema di riferimento e per comodità lo scegliamo in modo che l'origine coincida con il punto di lancio. Oltre a scrivere le leggi orarie lungo i due assi, che chiamiamo x e y, dimostreremo che la traiettoria descritta dal proiettile è una parabola (Fig.3.6).

Il moto del proiettile è, in ogni istante, il risultato della composizione di due differenti moti indipendenti che si svolgono uno lungo l'asse x e l'altro lungo l'asse y. Il proiettile è soggetto a ogni istante ad un'accelerazione costante diretta verticalmente verso il basso di intensità pari all'accelerazione di gravità e che indichiamo con il vettore $\vec{g}$. Rispetto al sistema di riferimento fissato, la componente dell'accelerazione lungo l'asse y vale $-g$.

- Lungo l'asse delle x il moto è rettilineo uniforme con velocità costante pari a v_{0x}, la componente orizzontale della velocità. La legge oraria è:

$$x = v_{0x}t \tag{3.8}$$

- Lungo l'asse delle y il moto è rettilineo uniformemente decelerato durante la salita e rettilineo uniformemente accelerato durante la discesa. La legge oraria è:

$$y = v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2 \tag{3.9}$$

  dove v_{0y} è la componente della velocità iniziale lungo l'asse y.

Traiettoria parabolica Per ottenere l'equazione della traiettoria, ricaviamo il tempo dalla prima legge oraria Eq.3.8 e sostituiamolo nella seconda Eq.3.9. Esplicitando rispetto a y si ottiene la seguente equazione:

$$y = \frac{v_{0y}}{v_{0x}}x - \frac{1}{2}\frac{g}{v_{0x}^2}x^2 \tag{3.10}$$

Si tratta proprio dell'equazione di una parabola che volge la concavità verso il basso.

Il tempo di volo Il **tempo di volo** è il tempo impiegato dal proiettile per andare dal punto di partenza, fissato nell'origine, al punto di impatto col suolo. Per calcolarlo basta imporre che al tempo t_{volo} la quota, cioè la y, del proiettile sia zero:

$$y(t_{volo}) = v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2 = 0 \tag{3.11}$$

Si tratta proprio dell'equazione di secondo grado le cui soluzioni sono

- $t = 0$ che però va scartata perché si tratta dell'istante iniziale
- $t = \frac{2v_{0y}}{g}$

Da questo risultato inoltre si ricava facilmente il tempo impiegato dal proiettile per raggiungere la massima altezza, che data la simmetria della traiettoria, sarà la metà del tempo di volo:

- $t_{massima-altezza} = \frac{v_{0y}}{g}$

La gittata Si definisce **gittata** di un corpo la distanza tra il punto di lancio e il punto di impatto. La gittata allora non è altro che lo spazio percorso dal corpo nel suo moto di traslazione orizzontale. Quindi, se si conosce il tempo di volo basta calcolare la posizione orizzontale cui si trova il proiettile al tempo $t = t_{volo}$. La gittata L è data dalla formula:

$$x(t_{volo}) = v_{0x}t_{volo} = v_{0x}\frac{2v_{0y}}{g} = \frac{2v_{0x}v_{0y}}{g} \tag{3.12}$$

Ci tengo a precisare che non importa imparare a memoria queste formule, basta ricordarsi le leggi orarie e le condizioni iniziali.

7. Moto circolare

Prima di introdurre i concetti fondamentali del **moto circolare**, ragioniamo su alcune situazioni reali in cui è possibile individuare questo tipo di modo. Immaginate le seguenti situazioni più o meno frequenti che la vita quotidiana ci propone.

- Le estremità delle pale di un elicottero in volo, osservate dal pilota, compiono un moto circolare che si ripete sempre allo stesso modo.
- La stazione orbitale ISS (International Space Station) percorre un'orbita praticamente circolare a 350 km dalla superficie terrestre.
- Se leghiamo un sasso ad una fune e lo facciamo ruotare, esso descrive una traiettoria circolare, la distanza del sasso dalla mano è sempre la stessa, sempre che la fune sia inestensibile.

Questi sono solo alcuni esempi di moti che si ripetono nel tempo con le stesse proprietà mantenendo traiettorie circolari. Se, inoltre, la velocità di movimento rimane sempre la stessa, allora si parla di **moto circolare uniforme**.

Nel moto circolare, quindi, il punto materiale non si muove più su una retta ma su una circonferenza. In questo caso la velocità istantanea cambia sempre in direzione ed ha una direzione sempre tangente alla circonferenza. Conviene descrivere la posizione del punto introducendo un nuovo vettore chiamato **vettore posizione angolare** $\vec{\theta}$. Questo vettore avrà:

- modulo pari all'ampiezza dell'angolo che il vettore posizione $\vec{r}$ forma con l'asse x,
- direzione dell'asse di rotazione perpendicolare al piano in cui avviene il moto,
- verso entrante nel piano se la rotazione avviene in verso orario e uscente se avviene in verso antiorario.

8. Velocità angolare media e istantanea

La **velocità angolare media** nel moto circolare rappresenta lo spostamento angolare del punto in un intervallo di tempo e in forma vettoriale si scrive:

$$\vec{\omega}_m = \frac{\vec{\theta}_2 - \vec{\theta}_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta\vec{\theta}}{\Delta t} \tag{3.13}$$

Al limite per $\Delta t \to 0$ si ottiene la velocità angolare istantanea:

$$\vec{\omega}_i = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{\theta}}{\Delta t} \tag{3.14}$$

L'unità di misura è il radiante al secondo, rad/s.

9. Che cos'è il radiante?

Normalmente gli angoli si misurano in **gradi** (°), ma quando si descrive il moto circolare è conveniente esprimerli in **radianti** (rad). Per definire il radiante, consideriamo una circonferenza di centro O e raggio

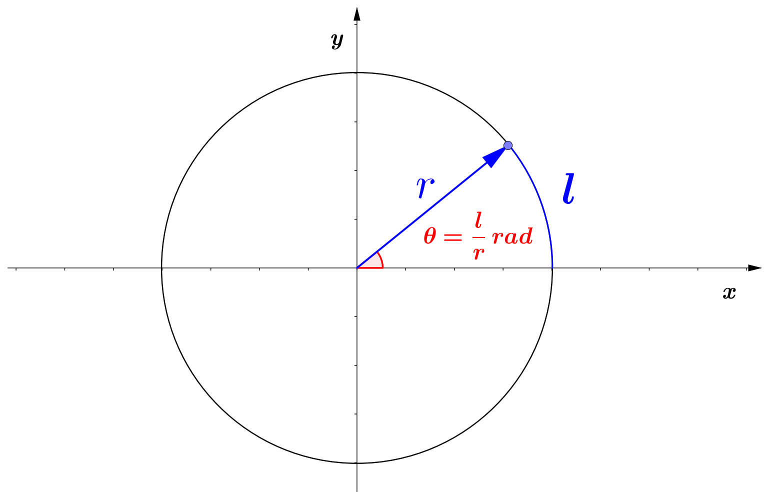


Figura 3.7: Rappresentazione grafica del radiante.

r, l'angolo θ con vertice in O, taglia sulla circonferenza un arco l. La misura di θ in **rad** è la quantità adimensionale:

$$\theta = \frac{l}{r} rad \tag{3.15}$$

Un angolo di 1 rad è la misura di un angolo che taglia sulla circonferenza un arco di lunghezza pari al raggio r della stessa circonferenza (Fig.3.7).

10. Moto circolare uniforme

Nel caso particolare in cui il punto percorre archi uguali in tempi uguali, si parlerà di **moto circolare uniforme**. Come già accennato prima, la velocità, in quanto grandezza vettoriale, non può rimanere costante lungo una traiettoria curva: infatti la velocità ha direzione sempre tangente alla traiettoria; se quest'ultima è curva, la direzione tangente continua a cambiare e di conseguenza la velocità, come vettore, non rimane costante. Quel che può rimanere costante, invece, è il **modulo** della velocità.
Consideriamo ora un punto che percorre una circonferenza in modo uniforme, quindi con velocità costante in modulo. Partendo dalla definizione di velocità angolare è possibile ricavare la legge oraria espressa in termini di vettore posizione angolare:

$$\vec{\theta}(t) = \vec{\theta}_0 + \vec{\omega} t \tag{3.16}$$

10.1 Periodo e frequenza

Durante questo moto, a causa della condizione modulo della velocità costante, il punto descrive uguali archi di circonferenza in intervalli di tempo uguali. In particolare, un giro intero della circonferenza verrà percorso sempre nello stesso tempo. Questo tempo prende il nome di **periodo T** e si misura, ovviamente, in secondi. Sulla ruota panoramica di un Luna Park per esempio, il periodo è la durata della corsa, da quando saliamo a quando scendiamo. Tenendo conto che lo spostamento angolare compiuto in un periodo T è uguale, in rad, a 2π, si ha:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \tag{3.17}$$

Un'altra grandezza caratteristica del moto circolare è la **frequenza**, ovvero il numero di giri completi percorsi in un secondo. La frequenza si ottiene, per la sua definizione, calcolando il reciproco del periodo e si misura, nel Sistema Internazionale in s^{-1}, unità nota come Hz (Hertz)

$$f = \frac{1}{T} \tag{3.18}$$

10.2 Velocità tangenziale e velocità angolare

Dal momento che la velocità (come vettore) assume la direzione tangente alla traiettoria, spesso si parla di **velocità tangenziale**. Il modulo della velocità tangenziale è sempre dato dalla sua definizione, $v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$; la distanza percorsa in un giro completo è data da $2\pi r$, dove r è il raggio della circonferenza, mentre il tempo impiegato a percorrere un intero giro è, per definizione, il periodo T. Otteniamo, quindi

$$v = \frac{2\pi r}{T} = 2\pi f \tag{3.19}$$

Ma visto che $\omega = \frac{2\pi}{T}$, è possibile mettere in relazione, con una semplice formula, la velocità tangenziale con la velocità angolare:

$$v = \omega r \tag{3.20}$$

10.3 L'accelerazione centripeta

La velocità tangenziale, durante il moto circolare uniforme, rimane costante in modulo, ma continua a cambiare in direzione. Responsabile di questo cambiamento è l'**accelerazione**: per la definizione di accelerazione, essa è il rapporto tra una variazione di velocità ed tempo impiegato a effettuare tale variazione. Si può dimostrare che l'accelerazione presente nel moto circolare uniforme ha direzione sempre perpendicolare alla tangente alla circonferenza, punta cioè verso il centro di quest'ultima: per questo viene definita **accelerazione centripeta**. Il suo modulo vale:

$$a_c = \omega^2 r = \frac{v^2}{r} \tag{3.21}$$

11. Il moto armonico

Per definire il moto armonico consideriamo, ad esempio, il moti oscillatorio compiuto da un pendolo o da un'altalena, si tratta di moti in cui la traiettoria è ripetuta diverse volte in versi opposti. Il modello più semplice di moto oscillatorio, in cui si trascurano gli effetti degli attriti che smorzano l'oscillazione, è quello del **moto armonico semplice**. Un altro esempio può essere la vibrazione di una corda di una chitarra. Anche le molecole d'aria investite dall'onda sonora prodotta dalla corda vibrante oscillano di moto armonico. Ed è armonico il movimento della membrana del timpano dell'orecchio quando riceve un suono. Per definizione, si chiama moto armonico il movimento che si ottiene proiettando su un diametro le posizioni di un punto materiale che si muove di moto circolare uniforme.
Di conseguenza, la traiettoria del moto armonico è un diametro del moto circolare uniforme che lo genera. Mentre il punto si muove con velocità costante in modulo lungo la circonferenza, la sua proiezione si muove sul diametro, avvicinandosi e allontanandosi dal centro della circonferenza, che, in questo caso, prende il nome di **centro di oscillazione**.
Il moto armonico non è uniforme infatti nelle zone centrali il movimento è più rapido e il punto percorre distanze maggiori in tempi uguali; agli estremi il movimento è più lento e il punto percorre distanze minori negli stessi tempi. Nei punti di inversione del moto la velocità istantanea del punto è nulla. Per immaginarci

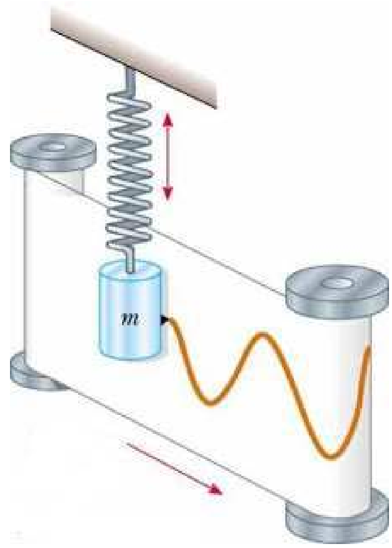


Figura 3.8: Traccia del moto armonico.

come si genera il moto armonico si può fare riferimento ad un modello molto semplice costituito da una pallina attaccata al bordo di un disco che ruota a velocità di modulo costante. Mentre la pallina ruota di moto circolare uniforme, una lampada proietta la sua ombra su una pellicola che si muove con velocità costante verso l'alto e su cui rimane registrato il cammino percorso dall'ombra: che tipo di grafico verrà registrato sulla pellicola?

La curva tracciata ha una forma caratteristica del moto armonico: si tratta di una cosinusoide.

Come descrivo lo spostamento dell'ombra?

Lo spostamento o **elongazione** x dell'ombra della pallina dipende dall'angolo θ descritto dalla pallina sulla circonferenza di riferimento. Se conosco la velocità angolare del disco, l'angolo θ si può scrivere in funzione del tempo $\theta(t) = \omega t$. Se fissiamo un sistema di riferimento come in Fig.3.9, la proiezione del raggio A sull'asse x sarà:

$$x(t) = A\cos\theta = A\cos\omega t \tag{3.22}$$

Il grafico spazio-tempo del moto armonico è rappresentato da una funzione coseno con ampiezza massima pari ad A (Fig.3.10) la posizione dell'ombra al passare del tempo, oscilla tra il valore massimo $+A$ e il valore minimo $-A$.

11.1 Grandezze caratteristiche del moto armonico

- **Ampiezza A**: è il raggio della circonferenza di riferimento ed è la massima distanza dal centro di oscillazione.

- **Periodo T**: è il periodo del moto circolare uniforme sulla circonferenza e indica quanto dura un ciclo.

- **Frequenza** $f = \frac{1}{T}$: è uguale alla frequenza del moto circolare ed è il numero di cicli compiuti in un secondo.

- **Pulsazione** $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$: è la velocitá angolare del moto circolare uniforme sulla circonferenza.

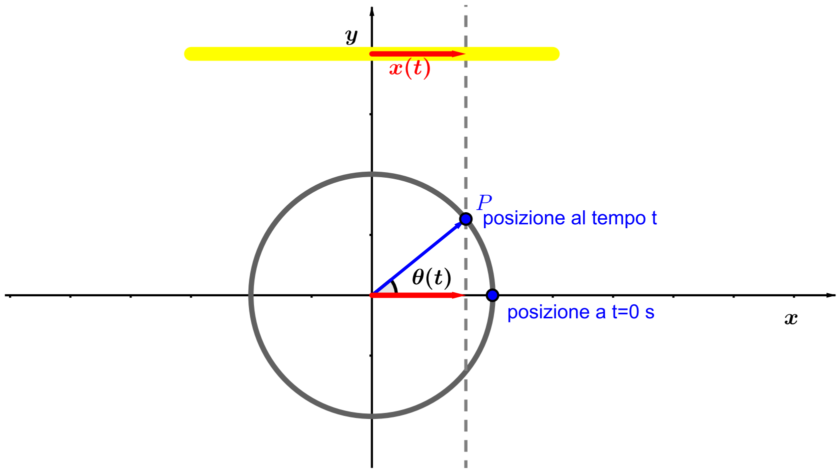


Figura 3.9: Proiezione sul diametro.

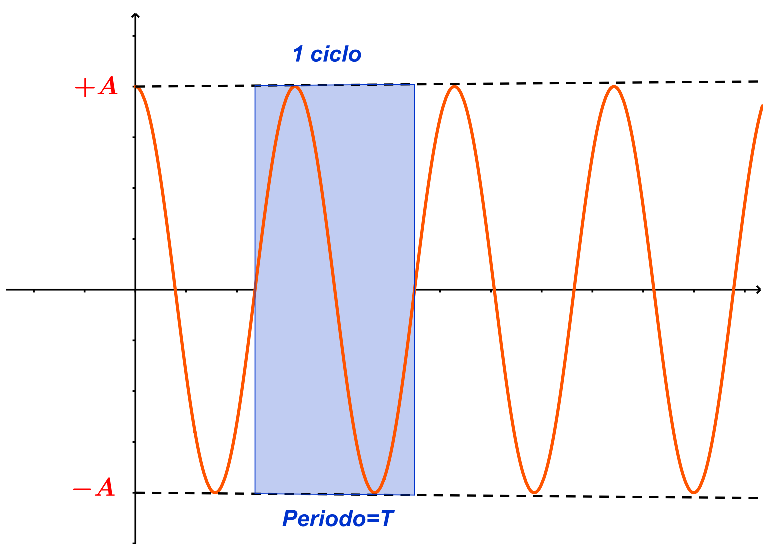


Figura 3.10: Legge oraria del moto armonico.

11.2 Velocità nel moto armonico

La velocità $\vec{v}$ dell'ombra della pallina è uguale alla componente x della velocità tangenziale $\vec{v}_T$ della pallina sulla circonferenza. Il modulo di $\vec{v}$ **non** è costante, ma varia al variare del tempo, passando da un valore massimo ad un valore minimo e annullandosi negli istanti in cui l'ombra inverte il verso di oscillazione.
Il valore massimo del modulo della velocità si ha in corrispondenza della posizione $x = 0$ ed è:

$$v_{max} = A\omega \tag{3.23}$$

In funzione del tempo la velocità si scrive:

$$v(t) = -A\omega \sin \omega t \tag{3.24}$$

11.3 Accelerazione nel moto armonico

L'accelerazione nel moto armonico è sempre proporzionale allo spostamento, diretta in verso opposto ad esso. è data dalla componente x dell'accelerazione centripeta $\vec{a}_c$ della pallina sulla circonferenza. Il suo modulo in funzione del tempo è:

$$a(t) = -\omega^2 x(t) = -A\omega^2 \cos \omega t \tag{3.25}$$

Indicando con $\vec{s}$ il vettore spostamento, è possibile scrivere l'accelerazione in termini vettoriali:

$$\vec{a} = -\omega^2 \vec{s} \tag{3.26}$$

Esercizi Unità 3

1. Qual è la velocità angolare delle lancette dei minuti di un orologio?

A. $1.75 \cdot 10^{-2} rad/s$

B. $1.75 \cdot 10^{-3} rad/s$

C. $2.26 \cdot 10^{4} rad/s$

D. $226 rad/s$

E. Non si può rispondere perché dipende dalla lunghezza della lancetta.

2. Qual è il modulo dell'accelerazione centripeta di un corpo che si muove con velocità angolare ω costante su una circonferenza di raggio r?

A. $a_c = \frac{v^2}{r}$

B. $a_c = \frac{\omega^2}{r}$

C. $a_c = \omega^2 r$

D. $a_c = \omega r$

E. $a_c = \frac{\omega^2}{r^2}$

3. Tre bambini si trovano su una giostra che compie 6.0 giri al minuto. Il primo è al centro, il secondo è ad una distanza dal centro pari a 1.8 m e il terzo ad una distanza dal centro pari a 1.5 m. Quale dei tre ha una velocità angolare maggiore?

A. Il primo bambino.

B. Il secondo e il terzo.

C. Hanno tutti la stessa velocità angolare.

D. Il terzo.

E. Il secondo.

4. Una giostra compie tre giri al minuto, qual è la velocità di un bambino che si trova a 3.2 m dal centro?

A. 1 m/s

B. 2 rad/s

C. 2 m/s

D. Non si può determinare perché non conosciamo la velocità angolare.

E. 3 m/s

5. Il punto materiale P si muove di moto circolare uniforme su una circonferenza di raggio $r = 23cm$ con velocità $v = 3.5m/s$; la sua ombra Q proiettata su uno schermo si muove di moto armonico; quanto vale la velocità massima del punto Q?

A. 7 m/s

B. 3.5 rad/s

C. 2 m/s

D. Non si può determinare perché non conosciamo la massima ampiezza.

E. 3.5 m/s

Parte B - Dinamica

Manuela Lima, Dialogare: *compendio di fisica*, ISBN 978-88-6453-484-8 (online), CC BY-NC-ND 4.0 IT,
2017 Firenze University Press

Unitá 1

Le Forze

1. Partiamo dalla realtà

Più che dalla realtà, questa volta vorrei partire dal linguaggio comune e dall'osservazione, per arrivare a comprendere davvero il significato fisico di forza. Di seguito viene proposta una riflessione e un'osservazione.
La parola forza viene utilizzata nel linguaggio comune in contesti diversi e con diversi significati.
Escludi le frasi che non si riferiscono a situazioni fisiche:

- La forza del vento fa girare le pale di un mulino a vento.
- La forza di volontà è racchiusa dentro di noi.
- Non ci vuole molta forza per fare le cose, ma viene richiesta molta forza per decidere cosa fare.
- La forza muscolare ci permette di tenere in braccio un bambino di 20 Kg.
- Se lanci una pallina con forza, questa andrà più lontano.
- Per poter avanzare un nuotatore deve spingere con forza l'acqua.
- Chi non ha affrontato le avversità non conosce la propria forza.
- Se stringi con forza una pallina da ping-pong tra le mani, alla fine la rompi.
- Forza ragazzi, è ora di consegnare il compito!

è evidente da questi esempi che nel linguaggio comune il concetto di forza, in senso fisico, è associato all'idea di qualcosa che interagisce con qualcos'altro, di qualcosa che tira o spinge, di qualcosa che deforma, di qualcosa che tiene fermo qualcos'altro. Forze come quella che spinge una pallina o tira una corda sono chiamate **forze di contatto**, perché agiscono attraverso il contatto fisico tra due oggetti.

Ci sono però situazioni in cui due o più oggetti esercitano forze uno sull'altro senza essere in contatto. Provate a fare questo semplice esperimento: hai bisogno di una bilancia digitale e dei magneti tipo Geomag.

- Colloca uno o più magneti sul piatto della bilancia e prova ad avvicinare un altro magnete in modo che si respingano.

- Leggi il valore segnato sulla bilancia.
- Prova ora a spingere con un dito sul piatto vuoto della bilancia per renderti conto dell'entità della forza che leggevi prima.

Avrai sicuramente notato che i due magneti non entrano mai in contatto, eppure la bilancia segna comunque un valore, questo perchè la **forza magnetica** è una forza che agisce a distanza; nel caso del dito devi toccare il piatto altrimenti non c'è interazione tra te e la bilancia.
Non ci sono forze senza interazioni: la forza è la grandezza fisica che descrive un'interazione tra due o più corpi.

2. Che cos'è la Dinamica?

La Dinamica è quella parte della fisica che studia il moto dei corpi spiegando perché e come gli oggetti si muovono.
La Dinamica si fonda su tre principi formulati da Isaac Newton nella sua opera *Philosophiae naturalis principia mathematica*. Ai principi della dinamica sarà dedicata una sezione a parte. In questa sezione si cercherà di approfondire il concetto di forza e verranno analizzate le leggi che descrivono il comportamento di alcune delle forze più comuni.
Il concetto di forza è piuttosto intuitivo: è quell'*entità* che, se applicata ad un corpo fermo e non vincolato, lo fa muovere. Un vincolo può essere, per esempio, un chiodo che tiene fisso il corpo in una data posizione, come un quadro fissato al muro o un piano che gli impedisce di muoversi verso il basso, come una foto appoggiata su una mensola. Altrettanto intuitivo è il fatto che se applichiamo ad un corpo fermo non vincolato una forza in una data direzione, esso si muoverà in quella stessa direzione; e se applichiamo una forza con verso opposto, il corpo si muoverà nel verso opposto. Da questo si può dedurre che la forza è una **grandezza vettoriale**, cioè è definita da modulo, che indica quanto forte è la spinta, direzione, che indica la retta lungo cui agisce, e verso. In quanto grandezza vettoriale si può sommare e sottrarre ad altre forze. L'unità di misura è il Newton (N). Daremo in seguito la definizione.
Prima di introdurre un altro concetto importante che entra in gioco nello studio della dinamica, vorrei fare due domande:

- Se un corpo è in moto, su di esso agisce una forza?
- Se un corpo è fermo, su di esso non agiscono forze?

La risposta ad entrambe le domande è non necessariamente, infatti un corpo può essere in movimento senza che su di esso agiscano forze. C'è necessariamente una forza solo se il corpo ha un'accelerazione. Inoltre, se un corpo è fermo si possono verificare due casi: o non è soggetto a forze, oppure è soggetto a delle forze la cui somma vettoriale è nulla.

3. Che cos'è la massa?

Anche il concetto di **massa** è usato nel linguaggio comune: la massa descrive quanto è lento e pesante un corpo. Ad esempio, la velocità di un pallone da calcio è facile da variare, mentre cambiare il moto di una palla da bowling è decisamente più difficile. Maggiore è la massa di un corpo, più è difficile metterlo in moto o fermarlo se è già in movimento. Questa proprietà dei corpi, che si oppone alla variazione del moto, si chiama **inerzia**, ed è descritta dalla grandezza fisica **massa**. L'inerzia è una cosa seria, non a caso il **primo** dei Principi della Dinamica si chiama proprio **Principio d'inerzia**.

Tornando alla massa, essa è completamente descritta dalla sua misura, quindi si tratta di una grandezza scalare. L'unità di misura della massa nel Sistema Internazionale è il chilogrammo (kg).

4. Come si misurano le forze?

Per misurare l'intensità di una forza F si utilizza uno strumento chiamato **dinamometro**. Il dinamometro è costituito da una molla racchiusa in un cilindro, sul quale è tracciata una scala graduata. Un gancio permette di fissare lo strumento in modo rigido (per esempio, a un soffitto), mentre all'estremità libera vengono applicate le forze da misurare. La scala graduata viene costruita tramite un'operazione di taratura, che può essere eseguita appendendo una serie di masse campione e riportandone il corrispondente allungamento. Questo tipo di strumento presenta il difetto intrinseco di non poter immediatamente fornire una misura assoluta, a meno che questa non venga eseguita nella stessa località in cui lo strumento è stato tarato. Infatti, poichè l'accelerazione di gravità g varia con la posizione geografica, varieranno anche gli allungamenti prodotti dalle masse campione sulla molla del dinamometro. Di ciò si deve tener conto, applicando alla scala graduata un fattore di correzione che rappresenti di quanto sono variate latitudine e altezza sul livello del mare rispetto alle originali condizioni di taratura.

5. Quante forze ci sono?

- **Le quattro forze fondamentali**
  La storia della fisica fino ad oggi ci ha convinto del fatto che nell'universo agiscono quattro tipi di forze fondamentali:
  - la **forza gravitazionale**: è la forza comune a tutta la materia, tutti i corpi materiali si attirano reciprocamente,
  - la **forza elettromagnetica** è la forza prodotta dalle cariche elettriche, essa è sia attrattiva che repulsiva,
  - la **forza nucleare debole** è la forza che agisce all'interno dei nuclei atomici, essa è responsabile della radioattività,
  - la **forza nucleare forte** è la forza che agisce all'interno dei nuclei atomici, essa tiene assieme protoni e neutroni.

Sicuramente a scuola avrai sentito parlare della prime due e forse qualche cenno sulle ultime. In questa lista mancano le forze chiamate *per nome*.

- Le forze con il nome
  Per forze con il nome, intendo tutte quelle forze, che sicuramente avrai studiato a scuola, che presentano una legge precisa per poter essere calcolate, o comunque esiste un procedimento che ti permette di individuare completamente il vettore ad esse associato. Queste sono:
  - la **forza peso**: non è altro che la forza gravitazionale tra la Terra e tutti i corpi che si trovano sulla sua superficie e nell'atmosfera,
  - la **forza elastica** è la forza esercitata tra una molla e un corpo vincolato ad essa,
  - la **forza normale** è la forza di risposta di un piano all'azione di un corpo, è sempre diretta in direzione normale al piano,

– la **forza di attrito** è la forza che si origina dall'interazione tra due superfici che strofinano tra loro,
– la **forza viscosa** è la forza che risente un corpo in moto in un mezzo viscoso,
– la **tensione** è la forza esercitata da una fune che tiene sospeso un corpo,
– la **forza centripeta** è la forza necessaria per mantenere un corpo in moto circolare uniforme,
– la **forza di Archimede** è la spinta verso l'alto che riceve in corpo immerso in un liquido.

Vediamole brevemente in dettaglio.

6. Forza Gravitazionale

La **Forza Gravitazionale** è descritta dalla **Legge di Gravitazione Universale**. Questa importantissima legge fisica fu introdotta da Isaac Newton nel testo fondamentale *Principia Mathematica* nel 1867 e dice che:
Qualsiasi oggetto dell'Universo attrae ogni altro oggetto con una forza diretta lungo la linea che congiunge i baricentri dei due oggetti, di intensità direttamente proporzionale al prodotto delle loro masse ed inversamente proporzionale al quadrato della loro distanza.
Ciò equivale alla seguente formulazione algebrica:

$$F = G\frac{m_1 m_2}{r^2} \tag{1.1}$$

dove:

- F è il modulo della forza gravitazionale che regola l'interazione tra i due corpi
- G è la costante di gravitazione universale che vale $6,67 \cdot 10^{-11}\,\frac{Nm^2}{kg^2}$
- m_1 è la massa del primo corpo,
- m_2 è la massa del secondo corpo,
- r è la distanza fra i due corpi.

La direzione della forza risulta essere la retta che congiunge i due punti materiali o i centri di massa se abbiamo due corpi estesi; il verso quello che da un corpo punta verso l'altro: si tratta quindi di una forza attrattiva.
Si chiama **universale** in quanto il suo valore non cambia al cambiare dell'osservatore e del sistema di riferimento, e sembra essere una delle costanti che definisce intrinsecamente il nostro universo.

7. Forza Elettromagnetica

L'**elettromagnetismo** è la branca della fisica che studia i fenomeni di natura elettrica e magnetica, tra cui i campi magnetici prodotti dalle correnti elettriche, e le correnti elettriche prodotte dai campi magnetici variabili nel tempo. Il comportamento classico di questi campi è descritto dalle **equazioni di Maxwell**, e quantisticamente dall'**elettrodinamica quantistica**. Tra la forza elettrica e magnetica esiste una forte analogia, infatti entrambe sono sia attrattive che repulsive e diminuiscono con il crescere del quadrato della distanza. Tuttavia, esiste una grande differenza: mentre esistono cariche elettriche positive o negative

isolate, sia a livello microscopico che a livello macroscopico, non esistono monopoli magnetici separati ma solo dipoli. La teoria dell'elettromagnetismo permette di dare un'interpretazione generale del magnetismo riconducendolo sempre al moto di cariche elettriche.
Nella sezione sull'elettrostatica vedremo in dettaglio l'espressione della **forza elettrostatica** descritta dalla **legge di Coulomb**.

8. Forza Peso

Quando lasci cadere una penna, questa va sempre verso il basso, e, se si trascura la resistenza dell'aria, la penna, come qualunque altro corpo, cadrà con accelerazione costante $\vec{g}$, chiamata **accelerazione di gravità**. Si tratta di un vettore sempre diretto verso il centro della Terra, di modulo approssimativamente uguale a 9,81 m/s^2.
Un corpo di massa m cade con accelerazione $\vec{g}$ perchè su di esso agisce la **forza di gravità** o **forza peso** $\vec{P}$, con cui la Terra lo attrae. Il modulo della forza peso è:

$$P = mg \tag{1.2}$$

9. Massa e peso sono due cose differenti

Nel linguaggio comune confondiamo spesso le parole **massa** e **peso**. È molto importante ricordarsi che si tratta di due grandezze fisiche diverse.

- La massa è una proprietà fondamentale della materia. Il termine massa è spesso assimilato alla quantità di materia contenuta in un corpo. In realtà, la massa è definita come la misura dell'inerzia di un corpo, cioè la misura della resistenza che il corpo oppone alla variazione del suo stato di quiete o di moto. L'unità di massa prescelta dal SI è il chilogrammo, kg. La massa campione è un cilindro di platino-iridio, Anch'esso conservato a Sèvres. **è una grandezza scalare.**
- Il peso è una forza, ha la stessa unità di misura della forza che, nel SI, corrisponde al newton, N. Quindi **è una grandezza vettoriale**. Mentre la massa è una proprietà caratteristica di ciascun corpo, il peso cambia da un luogo all'altro della superficie terrestre, e da un pianeta all'altro, poiché varia l'accelerazione di gravità.

10. Forza elastica

Avrai sicuramente visto una molla, che è un oggetto di uso comune. L'utilità delle molle è dovuta al fatto che possono essere allungate o compresse, e, a meno che non si deformino o si rompano, ritornano sempre nella posizione iniziale. Per modificare la **lunghezza a riposo** di una molla fissata ad un estremo, bisogna applicare una forza all'estremo libero. La legge empirica che descrive il comportamento della molla, si chiama **Legge di Hooke** e dice che, quando una molla è sottoposta ad una **elongazione** x, cioè ad una variazione della sua lunghezza rispetto alla lunghezza a riposo, essa risponde con una forza di richiamo direttamente proporzionale all'elongazione. La costante di proporzionalità k prende il nome di **costante elastica** della molla:

$$\vec{F} = -k\vec{x} \tag{1.3}$$

La costante elastica si misura in N/m ed è una proprietà intrinseca della molla. Più avanti analizzeremo il moto di un corpo collegato ad una molla.

11. Forza normale

Osserva il tuo libro appoggiato sul tavolo, perché non cade? Ovviamente dirai perché c'è il tavolo. In termini fisici il motivo per cui non cade è che il tavolo esercita sul libro una forza uguale e contraria al peso del libro a causa del contatto. La componente di questa forza che agisce in direzione perpendicolare al tavolo è chiamata **forza normale** $\vec{F}_N$. Quando un oggetto è fermo su una superficie orizzontale, su di esso agiscono solo la forza peso e la forza normale: i moduli di queste due forze sono uguali

$$F_N = mg. \tag{1.4}$$

Quando sull'oggetto agiscono altre forze dirette, oltre $\vec{P}$ e $\vec{F_N}$, la forza normale sarà maggiore o minore del peso e dipenderà dalla componente perpendicolare al piano della risultante di tutte le forze agenti sul corpo.

12. Forza di attrito

La presenza delle forze di attrito fa parte dell'esperienza quotidiana.
Se si tenta di far scorrere un corpo su una superficie, si sviluppa una resistenza allo scorrimento detta forza di attrito. Questa resistenza può essere schematizzata come una forza tangente alla superficie. Una forza di attrito è, per esempio, quella che l'asfalto esercita su un automobile durante una frenata e che consente all'auto di fermarsi. Se invece pattini sul ghiaccio la forza di attrito è praticamente inesistente. Dal punto di vista microscopico l'origine della forza d'attrito dipende dal fatto che anche le superfici più lisce e levigate presentano dei rilievi irregolari: le forze di contatto tra questi rilievi danno origine agli attriti che sperimentiamo quotidianamente.

- Domanda:
  È più facile spingere un motorino da fermo o quando è già in movimento?

Per rispondere a questa domanda è necessario fare una distinzione tra **attrito statico** e **attrito dinamico**.

12.1 Attrito statico e attrito dinamico

- **Attrito statico**
  L'attrito statico è quella forza che impedisce ad un corpo posto su di una superficie scabra e inizialmente in quiete, di iniziare a muoversi se sottoposto ad una forza. Se la forza agente sul corpo, per esempio in direzione parallela alla superficie, non supera una certa soglia, il corpo rimarrà fermo. Superata questa soglia, il corpo inizia a muoversi perché abbiamo vinto la forza di attrito statico. Da questo punto in poi l'attrito statico smette di opporsi (cessa del tutto) e entra in gioco l'**attrito dinamico**. Il modulo della forza di attrito statico può variare, a seconda della forza applicata, da zero fino ad un valore massimo pari a:

  $$F_s^{max} = \mu_s F_N \tag{1.5}$$

  dove il numero μ_s prende il nome di **coefficiente di attrito statico** che dipende dalla natura delle superfici a contatto, e F_N è la forza normale, esattamente quella che abbiamo visto prima.

- **Attrito dinamico**
  L'attrito dinamico si manifesta quando un corpo scivola su una superficie (cioè è già in movimento), si tratta di una forza che si oppone al movimento. Il modulo della forza di attrito dinamico è dato da:

  $$F_d = \mu_d F_N \tag{1.6}$$

dove il numero μ_d prende il nome di **coefficiente di attrito dinamico** che dipende dalla natura delle superfici a contatto, e F_N è sempre la forza normale.

In molte situazioni della vita quotidiana si cerca di ridurre l'attrito. Per esempio, nei motori si usa olio lubrificante per diminuire l'attrito tra i cilindri e i pistoni. Ma spesso l'attrito è indispensabile. Infatti, quando camminiamo, il piede di una persona esercita una forza sul terreno e per reazione il terreno esercita una forza sul piede. Questa forza di reazione è una forza di attrito statico e si oppone al moto all'indietro del piede permettendo così alla persona di muoversi in avanti. Un altro esempio spettacolare di applicazione dell'attrito statico è quello di un arrampicatore: l'arrampicatore spinge con le mani e i piedi contro la roccia e dà origine a forze normali abbastanza intense perché le corrispondenti forze di attrito statico riescano ad equilibrare il peso durante la scalata.

12.2 Attrito viscoso

Finora abbiamo considerato le forze di attrito che si generano quando due superfici sono in contatto. Esiste un'altra forma di resistenza al moto che si verifica quando, ad esempio, un corpo si muove in un mezzo viscoso, per intenderci anche l'aria è un mezzo viscoso. La **forza di attrito viscoso** è la forza di resistenza opposta da un fluido o un gas al moto di un corpo e dipende dalla velocità, dalla natura del fluido in cui l'oggetto si muove, dalla forma e dalle dimensioni dell'oggetto in movimento. L'espressione della forza d'attrito viscoso è:

$$\vec{F}_{visc} = -k\eta l\vec{v} \tag{1.7}$$

dove k è un coefficiente numerico che dipende dalla forma del corpo, η è il coefficiente di viscosità del fluido, l è la dimensione trasversale del corpo e $\vec{v}$ è la sua velocità.

- Un caso particolare: la **legge di Stokes**.
  Nel caso in cui il corpo sia una sfera di raggio R, la forza di attrito viscoso può essere scritta nella forma:
  $$\vec{F}_{visc} = -6\pi\eta R\vec{v} \tag{1.8}$$
  Questa espressione prende il nome di legge di Stokes.

13. Moto in un mezzo viscoso

- Che tipo di moto ha un paracadutista in fase di atterraggio?

Un paracadutista che si lancia da un aereo (con il paracadute aperto) non si muove di moto uniformemente accelerato. Infatti, su di esso non agisce soltanto la forza peso rivolta verso il basso, ma anche la forza di attrito viscoso che agisce in direzione opposta alla velocità del paracadutista, quindi verso l'alto. Il moto del paracadutista è determinato dalla risultante di queste due forze. La forza di attrito con l'aria aumenta man mano che la velocità del paracadutista cresce, fino a che raggiunge la stessa intensità della forza peso. Da questo istante in poi le due forze sono uguali e opposte, e quindi la loro risultante è uguale a zero:

$$\vec{F}_{ris} = \vec{P} + \vec{F}_{visc} = 0 \tag{1.9}$$

Per il **Principio di inerzia**, il paracadutista scende a velocità costante, chiamata **velocità limite**.
Un corpo che cade in un mezzo viscoso, e quindi anche nell'atmosfera, accelera fino a giungere alla velocità limite, che rimane poi costante fino alla fine del moto.

14. Calcolo della velocità limite

- è possibile calcolare molto facilmente la velocità limite di un corpo di massa m e di forma sferica con raggio r che cade in un fluido con coefficiente di viscosità η.

Abbiamo detto che quando viene raggiunta la velocità limite, la forza risultante è nulla. Visto che forza peso e forza d'attrito agiscono in direzione opposta si può scrivere:

$$P = F_{visc} \tag{1.10}$$

esplicitando si ha

$$mg = 6\pi\eta r v_l \tag{1.11}$$

da cui si ricava la velocità limite v_l:

$$v_l = \frac{mg}{6\pi\eta r} \tag{1.12}$$

15. Forza di tensione

Qualunque oggetto appeso, tirato, sorretto o fatto oscillare per mezzo di una corda è soggetto alla **forza di tensione**. In fisica bisogna ipotizzare che il materiale di cui è fatta la corda o la fune o il cavo sia inestensibile e indeformabile, per rendere il modello ancora più semplice supponiamo che la sua massa sia così piccola da poter essere trascurabile.
Il calcolo della tensione mette sempre in crisi lo studente perché non sempre si riesce a vedere questa forza e per poterla calcolare bisogna considerare tutte le forze agenti sul corpo e costruire opportunamente il **diagramma delle forze**.
Per prima cosa bisogna definire le forze ad entrambe le estremità della fune. Ricordiamo che quando un corpo è sottoposto ad una forza, esso subirà un'accelerazione direttamente proporzionale alla forza applicata e inversamente proporzionale alla sua massa: **forza = massa x accelerazione**. Supponendo che la corda sia ben tirata, ogni cambiamento di accelerazione o massa degli oggetti sorretti dalla corda causerà un cambiamento nella tensione della corda. I nostri fili sono ideali, in altre parole, la nostra corda è sottile, senza massa, e non può essere né allungata né spezzata.
Consideriamo ad esempio un sistema in cui una data massa sia attaccata a una trave di legno attraverso un'unica fune. La massa e la fune sono immobili, cioè l'intero sistema è **all'equilibrio**.

15.1 Condizione di equilibrio

- **Domanda:** cosa significa che un sistema è all'equilibrio?

Semplicemente che la somma vettoriale di tutte le forze agenti sul sistema è uguale a zero.

$$\sum_k \vec{F}_k = 0 \tag{1.13}$$

Con questo presupposto sappiamo che, affinché la massa si mantenga in equilibrio, la forza di tensione T deve essere equivalente alla forza peso esercitata sulla massa:

$$T = mg \tag{1.14}$$

Conoscendo la massa del corpo è possibile calcolare la tensione. Lo studente attento si sarà accordo che nell'ultima equazione sono sparite le frecce, questo perché ho implicitamente scomposto le forze agenti lungo la direzione verticale, per cui l'equazione è scritta in forma scalare. Le uniche forze presenti nel sistema agiscono lungo la direzione verticale.

15.2 E se il sistema non è all'equilibrio?

- **Domanda:** come calcolo la tensione se i corpo si sta muovendo con una certa accelerazione?

La gravità non è l'unica forza che influisce sulla tensione in una fune. Se, ad esempio, un oggetto sospeso viene accelerato da una forza sulla fune o sul cavo, la forza responsabile dell'accelerazione si deve aggiungere alla tensione causata dal peso dell'oggetto. Facciamo conto che la fune di prima, invece di essere fissata a una trave di legno, venga usata per tirare verso l'alto il corpo sospeso con un'accelerazione a nota. In questo caso l' equazione scalare per determinare la tensione è:

$$T = ma + P \tag{1.15}$$

Quanto detto intuitivamente è piuttosto comprensibile perché la tensione del filo deve sostenere sia il peso del corpo sia la trazione verso l'alto.

16. Forza centripeta

Il termine **forza centripeta** non indica una nuova forza naturale diversa da quelle analizzate finora, ma è semplicemente il nome che viene dato alla risultante di tutte le forze che agiscono su un oggetto che si muove di moto circolare e che in ogni istante è diretta lungo il raggio della circonferenza descritta. Nella sezione sul moto circolare, abbiamo già visto che un corpo che si muove su una circonferenza di raggio r con velocità di modulo costante v, è soggetto ad un'accelerazione centripeta di modulo: $a_c = \frac{v^2}{r}$. Quindi, per il **Secondo Principio della Dinamica**, sul corpo agisce una forza chiamata, appunto forza centripeta.

- La forza centripeta $\vec{F_c}$ è la forza necessaria per mantenere un oggetto in moto circolare uniforme.
- Il modulo è $F_c = \frac{mv^2}{r}$ dove m è la massa dell'oggetto.
- La direzione è sempre verso il centro della circonferenza descritta dal corpo.

Se conosciamo la velocità angolare ω, possiamo esprimere l'accelerazione centripeta come $a_c = \omega^2 r$. Quindi il modulo di F_c sarà:

$$F_c = m\omega^2 r \tag{1.16}$$

16.1 Forza centripeta e tensione

Immagina di aver legato un sasso ad una fune e di farlo ruotare con velocità più o meno costante

- Quali sono le forze agenti sul sasso?
- Cosa succede se ad un certo punto lasci la fune?

Il sasso ruota intorno ad un punto centrale, che è la tua mano, ed esercita una tensione sulla fune a causa della forza centripeta. La forza centripeta è la forza di tensione addizionale che la fune esercita tirando verso l'interno per mantenere il movimento di un oggetto dentro al suo arco e non in una linea dritta. Più velocemente si muove un oggetto, maggiore è la forza centripeta. Poiché la direzione e l'intensità della forza centripeta cambia quando la pietra sulla fune si muove e cambia velocità, allo stesso modo cambia la tensione totale sulla fune, che tira sempre in modo parallelo rispetto alla corda verso il centro. Se la velocità in modulo rimane costante allora cambierà solo la direzione della tensione che rimarrà comunque sempre diretta verso il centro della traiettoria. Ricorda anche che la forza di gravità influisce costantemente sull'oggetto, tirandolo verso il basso. Per cui, se un oggetto viene ruotato o fatto oscillare verticalmente, la tensione totale è maggiore nella parte inferiore della circonferenza, quando l'oggetto si muove a una maggiore velocità, e minore nella parte superiore, quando si muove più lentamente.
Se ad un certo punto lasci andare la fune, il sasso inizierà un moto parabolico con velocità diretta secondo la tangente alla circonferenza nel punto in cui è avvenuto il distacco.

16.2 Forza centripeta e attrito

Analizziamo ora un'altra situazione, anche questa molto frequente nella vita quotidiana.
Immaginiamo un'auto in curva:

- cosa impedisce all'auto di andare fuori strada e quindi di seguire la curva?

Quando un'auto percorre a velocità costante una curva su strada pianeggiante, la forza centripeta necessaria a mantenere l'auto sulla sua traiettoria senza slittamenti, è dovuta alla forza di attrito statico tra la strada e gli pneumatici.
Perché l'attrito statico e non quello dinamico?
Il motivo risiede nel fatto che gli pneumatici non slittano rispetto alla direzione del raggio della circonferenza, ma rotolano. Se la forza d'attrito fosse minore della forza centripeta necessaria per affrontare la curva, l'automobile finirebbe fuori strada. Infatti se si affronta una curva a velocità troppo alta su strada bagnata è molto più semplice andare fuori strada perché la presenza di acqua sull'asfalto riduce la forza d'attrito. In realtà, se si affronta una curva a velocità troppo alta si rischia di andare fuori strada anche su asfalto asciutto.

16.3 Forza centripeta e virata di un aereo

La forza centripeta entra in gioco anche durante la virata di un aereo. Quando un aereo è in volo, la forza responsabile del sollevamento è la **portanza**, $\vec{L}$, ovvero la forza che l'aria esercita sulle ali perpendicolarmente alla superficie delle ali stesse. Durante la virata, l'aereo è inclinato di un certo angolo θ rispetto al piano della traiettoria circolare. La componente della portanza diretta verso il centro della traiettoria è $L \sin\theta$ e rappresenta la forza centripeta necessaria per effettuare la virata. Per fare virate più strette e veloci, è necessaria una forza centripeta maggiore, quindi il pilota deve aumentare l'inclinazione dell'aereo in modo da rendere maggiore la componente della portanza diretta verso il centro della traiettoria.

16.4 Forza di Archimede

La forza di Archimede, meglio conosciuta come **spinta di Archimede**, forse è una delle prime forze che si imparano alle scuole medie per giustificare il galleggiamento dei corpi.

- **Principio di Archimede**

Il principio di Archimede esprime che un corpo immerso in un fluido subisce una forza diretta verso l'alto avente intensità uguale al peso del fluido spostato

$$\vec{F}_A = -\vec{P}_{fluidospostato} \tag{1.17}$$

Se immergiamo un corpo in un fluido, la forza F_A che il fluido esercita sul corpo dipende dal volume del fluido spostato, che coincide con il volume della parte immersa del corpo, e dalla densità del fluido, quindi l'intensità della forza di Archimede è indipendente dalla densità del corpo.
Ad esempio, se prendiamo una sfera di ferro e una di piombo, entrambe aventi lo stesso raggio, e le immergiamo completamente in un fluido, ad esempio acqua, la forza di Archimede che agisce sulla prima è identica alla forza di Archimede che agisce sulla seconda.

Per il calcolo della sua intensità occorre conoscere solamente la densità del fluido nel quale sono immerse: dal momento che il volume del fluido spostato è uguale al volume $V_{immerso}$ della parte immersa del corpo, si può scrivere:

$$F_A = m_{fluidospostato}\, g = d_{fluido}\, V_{immerso}\, g \tag{1.18}$$

Se immergiamo le due sfere di prima in olio la forza di Archimede risulta inferiore a quella appena calcolata, e l'unica ragione di ciò risiede nel fatto che la densità dell'olio è inferiore a quella dell'acqua. Al contrario, nel mercurio la forza ha intensità 13,6 volte maggiore di quella trovata nel caso dell'acqua, a causa della sua grande densità.

- **Criterio di galleggiamento**

Un oggetto immerso in un fluido:
galleggia quando la sua densità è minore o uguale a quella del fluido, affonda quando la sua densità è maggiore di quella del fluido.

Esercizi Unità 1

1. La massa e il peso di un corpo sono:

A. la stessa grandezza fisica espressa in unità di misura diverse.

B. entrambe grandezze vettoriali.

C. grandezze direttamente proporzionali.

D. grandezze inversamente proporzionali.

E. entrambe grandezze scalari.

2. Un corpo di peso 180 N viene calato a velocità costante mediante una corda. Quanto vale il modulo della tensione della corda?

A. Più di 180 N.

B. è pari a 180 N.

C. Meno di 180 N.

D. Dipende dalla velocità.

E. Zero perché la velocità è costante.

3. Per mantenere un corpo in moto lungo un'orbita circolare su un piano orizzontale privo di attrito con velocità di modulo costante, bisogna applicare una forza:

A. costante diretta verso il centro del cerchio.

B. costante diretta lungo la direzione di moto.

C. due forze uguali ed opposte.

D. normale al piano di appoggio.

E. in qualunque direzione purché complanare al cerchio.

4. Quale velocità angolare deve avere un corpo che ruota su una circonferenza di raggio unitario affinché la forza centrifuga che ne risulta equilibri il suo peso?

A. g

B. $\sqrt{2g}$

C. $\sqrt{g}$

D. $\frac{1}{\sqrt{2g}}$

E. $\frac{1}{\sqrt{g}}$

5. Un corpo di massa *m* è attaccato ad una fune e posto in rotazione lungo una circonferenza orizzontale di raggio *r*. La fune è inestensibile e può sopportare senza spezzarsi una tensione massima T_{max}. Qual è la massima velocità angolare prima che la fune si spezzi?

A. $\frac{T_{max}}{mr}$

B. $\sqrt{\frac{T_{max}}{mr}}$

C. $2\pi v$

D. $\frac{T_{max}}{m^2 r^2}$

E. $\frac{T_{max} r}{m}$

6. Un blocco di legno viene lanciato su di un tavolo e, dopo aver percorso un tratto di 83 cm, si ferma dopo 0.70 s. Quanto vale il coefficiente di attrito dinamico?

A. 0.35

B. 1

C. 1.35

D. Non è possibile calcolarlo perché non è data la massa.

E. 2

7. Un dinamometro è formato da una molla con costante elastica *k=25 N/m*. Un oggetto viene appeso e, all'equilibrio la scala indica un allungamento della molla di *2.0 cm*. Qual è la massa del corpo?

A. 51 g

B. 0.51 g

C. Non ci sono dati sufficienti per rispondere.

D. 5.1 g

E. 25 g

Unitá 2

I Principi della Dinamica

1. Partiamo dalla realtà

I **Principi della Dinamica** li viviamo quotidianamente in un numero svariato di situazioni.
Vi siete mai chiesti...

- Perché quando sei su un autobus ti senti spinto in avanti durante una frenata?
- Perché mentre percorri una curva in macchina ti senti spinto verso lo sportello?
- Perché una palla lanciata contro un muro rimbalza?
- Perché se dai una piccolissima spinta ad un disco su una pista di ghiaccio questo praticamente non si ferma mai?
- Perché se indossi dei pattini e dai una spinta ad una persona tendi a tornare indietro?

Le risposte a queste domande ci vengono date dai **Principi della Dinamica**.

1. Che cos'è l'inerzia di un corpo?

Non si può parlare del Primo Principio della Dinamica se prima non si capisce cos'è l'**inerzia**.
Per capire cos'è l'inerzia, immaginiamo uno slittino posto in cima ad una discesa. Se nessuno colpisce lo slittino, questo rimane fermo: le uniche forze che agiscono sono la forza peso e la reazione normale che evidentemente si bilanciano. Appena diamo una piccolissima spinta, esso inizia a scivolare giù per la discesa. è una cosa così naturale: ma qual è la forza che determina il movimento? Sicuramente dipende dalla forza peso, ma per essere precisi è la componente della forza peso lungo la direzione della discesa a far muovere lo slittino. Nel tratto finale piano, lo slittino continuerà a muoversi finché, se siamo su un piano scabro, non si ferma a causa dell'attrito. Se invece il tratto finale è costituito da una pista ghiacciata, lo slittino continuerà a muoversi con velocità costante, eppure le forze agenti sono esattamente le stesse che avevamo in cima alla discesa. L'inerzia è proprio quella cosa che fa stare fermo un corpo fermo e mantiene in movimento un corpo già in moto con velocità costante se non ci sono interventi esterni. Per essere più precisi...

- L'**inerzia** è la tendenza naturale di un corpo a rimanere nel suo *stato di quiete* o di moto rettilineo uniforme.

- La **massa** di un corpo esprime quantitativamente l'inerzia del corpo

2. Primo Principio o Principio di inerzia

Un corpo non soggetto a forze, non subisce cambiamenti di velocità, ovvero mantiene il suo stato di quiete, se era in quiete ($v = 0$) o di moto rettilineo uniforme ($v = costante \neq 0$).

- Cosa ci dice questo principio?
  Dice che lo stato di quiete o di moto rettilineo uniforme sono dinamicamente equivalenti. Se su un corpo non agisce nessuna forza, la sua velocità non può cambiare, ossia il corpo non può accelerare. In altre parole, se il corpo è in stato di quiete, vi resterà; se si sta muovendo, continuerà a farlo con la stessa velocità (in modulo e direzione).

- In quali situazioni vale? Il I principio vale non solo quando il corpo non è sottoposto ad alcuna forza, ma anche quando la somma di tutte le forze agenti su di esso, ovvero la forza risultante, è nulla.

2.1 Il I Principio in azione

Possiamo vedere in azione il primo principio della dinamica facendo o pensando ad un piccolo esperimento.
Consideriamo un tavolo di vetro su cui si muove un disco a ghiaccio secco. Il disco è formato da una base metallica molto liscia su cui è montato un contenitore che contiene biossido di carbonio allo stato solido. Il biossido di carbonio, a temperatura ambiente, si trasforma in vapore che può uscire da un piccolo foro posto sotto la base del disco. In questo modo si crea tra disco e vetro un sottile strato di vapore che elimina quasi completamente gli attriti. Quando il disco è fermo su di esso agiscono soltanto due forze, la forza peso e la spinta verso l'alto esercitata dal vapore, che si annullano. Se diamo al disco una piccolissima spinta, esso inizia a muoversi e sembra non fermarsi mai. In questa seconda situazione il disco si muove a velocità costante mentre la forza totale applicata su di esso è nulla.

3. Sistemi di riferimento inerziali

- Ma quando vale il principio d'inerzia?

Evidentemente non può valere in tutti i sistemi di riferimento.
Ci sono situazioni in cui può sembrare che il primo principio non sia valido. Ad esempio, se sei in auto e viaggi a velocità costante, non avverti nessuna spinta in avanti, infatti la somma delle forze che agiscono su di te sono nulle. Se l'auto frena improvvisamente, ti senti spingere in avanti: il tuo stato di moto sta cambiando rispetto alla strada, perché stai decelerando, ma non cambia rispetto all'auto, perché resti sempre fermo sul sedile.
Attenzione: questo non significa che non vale il Primo Principio, ma solo che non vale in un sistema di riferimento che, come l'automobile, si sta muovendo di moto accelerato.

- Si chiama **SISTEMA INERZIALE** un sistema in cui vale il **Principio di inerzia**.

- Ogni sistema di riferimento che si muove a velocità costante rispetto ad un sistema inerziale è un sistema inerziale.

- **Principio di relatività galileiana**: le leggi della meccanica sono le stesse in tutti i sistemi di riferimento inerziali.

Un sistema approssimativamente inerziale è quello con origine nel Sole ed assi puntati verso le stelle fisse. In realtà anche il Sole è in rotazione rispetto al centro della galassia e quindi anche questo sistema non soddisfa esattamente il principio di inerzia.

4. Trasformazioni di Galileo

- Come si fa a calcolare la posizione di un uomo che corre su un treno in movimento?

è possibile determinare la posizione di una corpo relativamente a due sistemi di riferimento inerziali attraverso importanti relazioni che prendono il nome di **trasformazioni di Galileo**.
Fissiamo due sistemi di riferimento inerziali A e B i cui assi sono paralleli e corrispondenti all'istante iniziale $t = 0$. Consideriamo due situazioni

- Il sistema A è fisso e il sistema B si muove con la velocità v rispetto ad A, diretta lungo l'asse x. Le coordinate di un punto materiale P, nei due sistemi di riferimento, sono legate dalle seguenti relazioni:

$$x_B = x_A - vt \tag{2.1}$$
$$y_B = y_A \tag{2.2}$$
$$z_B = z_A \tag{2.3}$$

- Il sistema B si muove lungo una direzione generica con velocità $\vec{v} = (v_x, v_y, v_z)$. I vettori spostamento relativi al punto P sono legati dalla seguente relazione:

$$\vec{s}_B = \vec{s}_A - \vec{v}t \tag{2.4}$$

  Che in componenti cartesiane si scrive:

$$s_{B_x} = s_{A_x} - v_x t \tag{2.5}$$
$$s_{B_y} = s_{A_y} - v_y t \tag{2.6}$$
$$s_{B_z} = s_{A_z} - v_z t \tag{2.7}$$

4.1 Composizione delle velocità

Negli aeroporti sono spesso montati dei tappeti mobili per agevolare gli spostamenti dei passeggeri.

- Con che velocità si sta muovendo un viaggiatore che cammina sul tappeto, rispetto al corridoio?

Anche per le velocità esistono delle formule che le mettono in relazione rispetto ai due sistemi di riferimento inerziali in moto uno rispetto all'altro.

- **Legge di composizione delle velocità**: Siano A e B due sistemi inerziali, aventi gli assi corrispondenti paralleli. Il sistema B si muove con la velocità v rispetto ad A, diretta lungo l'asse x. Le velocità di un corpo misurate in A e B sono legate dalle seguenti relazioni:

$$v_{B_x} = v_{A_x} - v \tag{2.8}$$
$$v_{B_y} = v_{A_y} \tag{2.9}$$
$$v_{B_z} = z_{A_z} \tag{2.10}$$

- Si puó generalizzare al caso in cui il sistema B si muove lungo una direzione generica con velocità $\vec{v} = (v_x, v_y, v_z)$. I vettori spostamento relativi al punto P sono legati dalla seguente relazione:

$$\vec{v}_B = \vec{v}_A - \vec{v} \tag{2.11}$$

In componenti cartesiane:

$$v_{B_x} = v_{A_x} - v_x \tag{2.12}$$
$$v_{B_y} = v_{A_y} - v_y \tag{2.13}$$
$$v_{B_z} = v_{A_z} - v_z \tag{2.14}$$

5. Secondo Principio o Legge di Newton

Il Secondo Principio ci permette di dare una formulazione quantitativa del legame tra la forza, o meglio, tra la risultante di tutte le forze agenti su un corpo e lo stato del moto del corpo. Newton raccolse tutte le osservazioni sperimentali in un'unica legge che lega fra loro la risultante di tutte e solo le forze esterne agenti su un corpo, con l'accelerazione ad esso impressa.

- L'accelerazione di un corpo è direttamente proporzionale alla forza risultante che agisce su esso.
- A parità di forza applicata, il modulo dell'accelerazione di un corpo è inversamente proporzionale alla sua massa
- La formulazione vettoriale del Secondo Principio è data dalla seguente legge:

$$\sum \vec{F} = m\vec{a} \tag{2.15}$$

dove m è la massa del corpo e $\vec{a} = (a_x, ay, a_z)$ è l'accelerazione.
Per componenti diventa:

$$\sum F_x = ma_x \tag{2.16}$$
$$\sum F_y = ma_y \tag{2.17}$$
$$\sum F_z = ma_z \tag{2.18}$$

6. Terzo Principio o Principio di azione-reazione

Ti sarà sicuramente capitato durante la ricreazione di scontrarti con un compagno e di avvertire una forza nel momento del contatto. Anche il tuo compagno ha sentito una forza agire su di se. è lo stesso che accade durante un placcaggio in un partita di rugby: il giocatore in corsa esercita una forza (**azione**) sul

giocatore fermo pronto a placcare (**reazione**).
Newton fu il primo a capire che tutte le forze si presentano sempre in **coppia**.
Il **Terzo Principio** esprime proprio questa caratteristica fondamentale delle forze:

- ad ogni azione corrisponde una reazione uguale e contraria.
  Notiamo che il terzo principio riguarda una coppia di corpi e le due forze sono applicate a corpi diversi: esse non si annullano a vicenda!

Quindi ogni volta che un corpo A esercita una forza su un corpo B, anche quest'ultimo esercita una forza sul primo. Le due forze hanno lo stesso modulo, la stessa direzione ma verso opposto e anche la stessa retta di applicazione, di fatto costituiscono una coppia di braccio nullo.
Attenzione!!! Anche se le forze di azione e reazione sono uguali in intensità, non è detto che provochino accelerazioni uguali, infatti, poiché agiscono su corpo diversi, questi possono avere massa differente.

Esercizi Unità 2

1. La forza totale che agisce su un corpo determina:

A. la massa del corpo.

B. l'inerzia del corpo.

C. lo spostamento del corpo.

D. la velocità del corpo.

E. la variazione di velocità del corpo.

2. Qual è la grandezza fisica che determina la tendenza di un corpo a rimanere fermo o a muoversi di moto rettilineo uniforme?

A. Inerzia.

B. Peso.

C. Forza.

D. Velocità.

E. Accelerazione.

3. Un sistema è detto inerziale se:

A. si muove con accelerazione costante.

B. se in esso vale il principio di inerzia.

C. se l'inerzia è costante.

D. se l'inerzia dipende dalla velocità.

E. se si trova sulla Terra.

4. Il III Principio della Dinamica afferma che ogni volta che un corpo A esercita una forza su un corpo B, anche il corpo B esercita una forza sul corpo A. Che relazione c'è tra le due forze?

A. Le due forze sono uguali.

B. Le due forze hanno lo stesso modulo e la stessa direzione ma verso opposto.

C. Le due forze hanno modulo inversamente proporzionale alla massa del corpo su cui agiscono.

D. Le due forze hanno lo stesso modulo e ma direzione diversa.

E. Le due forze si annullano reciprocamente.

5. Un corpo è fermo su un piano scabro. Viene applicata una forza e si verifica che il moto del corpo è uniforme con velocità v. Cosa possiamo dire sulla forza d'attrito?

A. è nulla.

B. è metà della forza applicata.

C. è perpendicolare al piano d'appoggio.

D. è uguale e opposta alla forza F.

E. è il doppio della forza applicata.

Unitá 3

Un'applicazione: il pendolo semplice

1. Che cos'è il pendolo?

Si chiama pendolo semplice un punto materiale di massa m appeso tramite un filo inestensibile, di lunghezza l e massa trascurabile, ad un punto O. Quando il pendolo viene spostato dalla sua verticale e quindi lasciato libero, esso inizierà un **moto oscillatorio** che, in assenza di attrito con l'aria, proseguirà identico fino a che non vengono applicate altre forze.

Come si studia?

Per studiare il sistema fisico pendolo, bisogna scrivere le equazioni del moto a partire dalle forze agenti. Conviene scomporre le equazioni di Newton nelle due direzioni **radiale** e **tangenziale**. Su questo corpo agiscono due forze: la forza peso $\vec{P} = m\vec{g}$ e la tensione del filo $\vec{T}$. All'equilibrio queste forze sono allineate lungo la verticale, se spostiamo il corpo la forza peso e la tensione del filo non sono più allineate e la somma vettoriale non può più essere nulla. Queste due forze si sommano e producono una risultante $\vec{R}$ che, per la II legge di Newton, risulta vettorialmente uguale al prodotto di massa e accelerazione (Fig.3.1)

$$\vec{R} = \vec{P} + \vec{T} = m\vec{a} \tag{3.1}$$

2. Le equazioni del moto

Il corpo, a causa del filo inestensibile, si potrà muovere solo lungo l'arco di circonferenza di lunghezza l e centrato nel punto di sospensione O. Abbiamo quindi a che fare con un moto circolare con accelerazione variabile, un problema già affrontato in cinematica. Per studiare il moto del corpo si proietta l'equazione vettoriale lungo due assi ortogonali: l'asse x si sceglie nella direzione tangente alla traiettoria circolare e l'asse y lungo la direzione del filo. L'accelerazione si può scomporre in due componenti: una *tangenziale* (diretta lungo la tangente alla traiettoria in ogni punto occupato dal corpo) e una *centripeta* (diretta sempre verso il centro della circonferenza).

Le equazioni di Newton nelle due direzioni sono:

- Lungo y: $ma_c = T - mg\cos\theta$

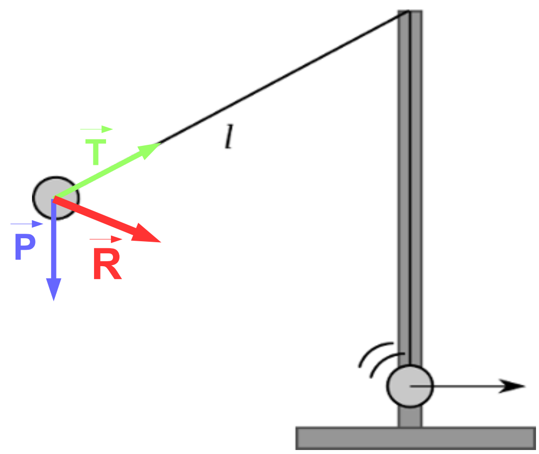


Figura 3.1: Diagramma delle forze

- Lungo x: $ma_t = -mg\sin\theta$

Possiamo esplicitare la dipendenza dell'accelerazione centripeta e tangenziale dalla variabile angolare $\theta : a_c = l(\frac{d\theta}{dt})^2$ e $a_t = l\frac{d^2\theta}{dt^2}$.
Le equazioni del moto diventano:

- Lungo y:
$ml(\frac{d\theta}{dt})^2 = T - mg\cos\theta$

- Lungo x:
$ml\frac{d^2\theta}{dt^2} = -mg\sin\theta$

2.1 Le piccole oscillazioni

Per trovare l'equazione di moto è sufficiente utilizzare la seconda equazione (quella che riguarda la direzione tangenziale). L'equazione risultante non è però risolvibile analiticamente nel caso generale. Tuttavia se nell'intero moto l'angolo si mantiene molto al di sotto di un radiante (**piccole oscillazioni**) il seno può essere approssimato all'angolo e l'equazione si riduce a:

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{g}{l}\theta = 0 \tag{3.2}$$

Questa è proprio l'equazione del moto armonico con

pulsazione $\omega = \sqrt{\frac{g}{l}}$

e

periodo $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$

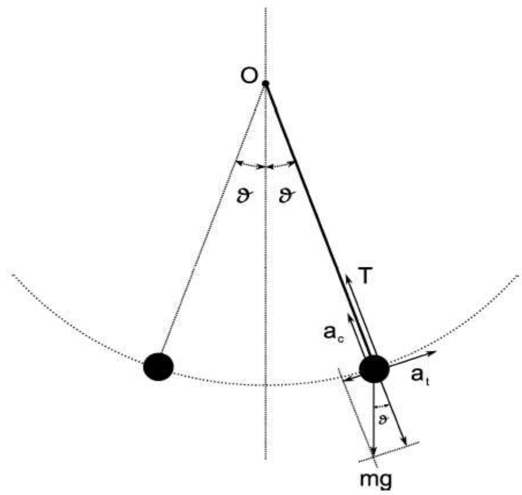


Figura 3.2: Scomposizione del moto.

3. Isocronismo

Cosa si evince da questa formula?

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \tag{3.3}$$

1. Il periodo non dipende dall'ampiezza: le oscillazioni sono **isocrone**.
2. Il periodo non dipende dalla massa.
3. Il periodo è inversamente proporzionale all'accelerazione di gravità: sulla Luna uno stesso pendono oscilla più piano rispetto alla Terra perché il suo periodo è 2.4 volte più grande.
4. Il periodo è direttamente proporzionale alla lunghezza del filo: più lungo è il pendolo maggiore sarà il periodo.

4. Applicazioni

Osservazioni metrologiche

- Misurando il periodo si ottiene una misura locale dell'accelerazione di gravità g.
- Dato che la forza peso è un'approssimazione della gravitazione universale che assume la terra come una sfera omogenea, da una misura di g si possono ricavare le deviazioni da tale approssimazione (applicazioni geofisiche, minerarie, militari).
- Il moto del pendolo rappresenta un fenomeno periodico che viene utilizzato per la misura del tempo.

Attenzione!!! Queste conclusioni valgono nell'ipotesi di piccole oscillazioni e solo se posso trascurare l'attrito dell'aria.

Esercizi Unità 3

1. Sapendo che il periodo T di un pendolo semplice è esclusivamente determinato dalla lunghezza l e dall'accelerazione di gravità g, dire quali tra le seguenti formule è corretta utilizzando il calcolo dimensionale?

A. $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$

B. $T = 2\pi\frac{l}{g}$

C. $T = 2\pi\frac{g}{l}$

D. $T = 2\pi\sqrt{\frac{g}{l}}$

E. $T = 2\pi l g$

2. Le piccole oscillazioni di un pendolo soggetto alla sola forza peso ed alla tensione del filo sono:

A. di ampiezza costante.

B. di durata costante.

C. caotiche.

D. di ampiezza crescente.

E. di durata uguale a quella di qualsiasi altro pendolo.

3. Si consideri un pendolo costituito da una massa attaccata ad un filo inestensibile fissato al soffitto, in assenza di qualunque attrito. Il lavoro effettuato dalla forza che il filo esercita sulla massa (ovvero dalla tensione del filo) è nullo poiché:

A. l'energia totale non si conserva.

B. l'energia totale si conserva.

C. il pendolo effettua oscillazioni simmetriche rispetto alla verticale.

D. la tensione è sempre perpendicolare alla direzione del moto.

E. la tensione è sempre nulla.

4. Un pendolo di lunghezza 1 m, in regime di piccole oscillazioni, in un'ora effettua all'incirca:

A. 1150 oscillazioni.

B. 1800 oscillazioni.

C. 900 oscillazioni.

D. 2300 oscillazioni.

E. 3600 oscillazioni.

5. Cinque studenti effettuano la misura del periodo di oscillazione di un pendolo, uno utilizzando un cronometro che fornisce il millesimo di secondo, gli altri utilizzando cronometri che stimano al meglio il centesimo di secondo. Il primo stima il periodo in 1.614 s. Quale dei seguenti risultati forniti dagli altri studenti è espresso correttamente ed è compatibile con il risultato ottenuto dal primo?

A. 1.62 s

B. 1.7 s

C. 1.600 s

D. 1.50 s

E. 1.63 s

6. Il periodo di oscillazione di un pendolo semplice è definito come:

A. l'intervallo di tempo necessario per andare da un estremo dell'oscillazione a quello opposto.

B. l'intervallo di tempo necessario per ritornare all' estremo da cui l'oscillazione è iniziata.

C. l'intervallo di tempo necessario per andare dal punto più alto a quello più basso dell'oscillazione.

D. è il numero di oscillazione che il pendolo compie in un secondo.

E. è il numero di oscillazione che il pendolo compie in un'ora.

7. La frequenza è:

A. quante oscillazioni vengono compiute in un secondo.

B. quanti secondi dura un'oscillazione.

C. quante oscillazioni ci vogliono affinché il pendolo si fermi a causa dell'attrito.

D. quante oscillazioni vengono compiute in un intervallo di tempo pari a metà periodo.

E. il tempo impiegato per compiere un' oscillazione.

8. Qual è l'unità di misura della frequenza nel SI?

A. $1/s$

B. m/s

C. m/s^2

D. $1/m$

E. s

9. Se la lunghezza di un pendolo semplice quadruplica, come diventa il suo periodo?

A. Un quarto.

B. La metà.

C. Un quadruplo.

D. Il doppio.

E. Un terzo.

10. Se un pendolo ha periodo di 0.5 s, qual è la sua lunghezza?

A. $6.2cm$

B. $6.2m$

C. $4cm$

D. $7.1cm$

E. $5.8cm$

11. Atterriamo su di un misterioso pianeta di cui non sappiamo nulla. Tuttavia constatiamo che un pendolo lungo 34 cm è caratterizzato da un periodo di 4.3 s. Qual è l' accelerazione di gravità che agisce in questo pianeta?

A. $0.73m/s$

B. $1.2m/s^2$

C. $0.72m/s^2$

D. $9.81m/s^2$

E. $0.73cm/s^2$

Unitá 4

Lavoro, Energia e Potenza

1. Partiamo dalla realtà

Nel linguaggio comune, la parola lavoro viene usata per indicare qualsiasi forma di attività, fisica o mentale, che sia in grado di produrre un risultato. In fisica la parola **lavoro** ha un significato ben preciso legato a due concetti fondamentali: il concetto di forza e il concetto di spostamento. Partiamo da un problema reale.

- Per spostare una cassa di 2 m, devi applicare una forza, ad esempio di 100 N, e ti affatichi, sprechi energia. è possibile quantificare la tua fatica, attraverso una grandezza fisica scalare chiamata appunto lavoro. Il lavoro fatto dipende dall'intensità della forza applicata, dalla distanza percorsa e dall'angolo fra la forza e lo spostamento. Se spingi la cassa per 4 m ti stanchi di più e se spingi più forte consumi energia, inoltre se spingi la cassa in una direzione diversa da quella nella quale si può muovere si spreca energia. Non a caso ho usato un'altra parola importante, **energia**, per esprimere il fatto che se riesci a spostare la cassa è grazie all'energia accumulata nei tuoi muscoli. Più avanti chiariremo meglio il legame tra questi due concetti.

- Se ti trovi in ascensore, la forza del motore è in grado di spostare la cabina verso l'altro o verso il basso. In questo caso tirare verso l'alto la cabina è più dispendioso per il motore, mentre per farla scendere c'è la gravità che aiuta il motore a portare la cabina verso il basso.

2. Che cos'è il lavoro in fisica?

- Il lavoro è definito come il prodotto scalare tra la forza applicata, che si suppone costante (altrimenti le cose si complicano), e lo spostamento, entrambi espressi in forma vettoriale:

$$L = \vec{F} \cdot \vec{s} \tag{4.1}$$

  è evidente che il risultato di questa operazione è uno scalare, con dimensioni di $N \cdot m$.

- L'unità di misura del lavoro è il joule (J), definito come:

$$1J = 1N \cdot 1m \tag{4.2}$$

Attenzione al linguaggio: chi compie lavoro è la forza applicata ad un corpo per spostarlo di un tratto s.

Il lavoro è un prodotto scalare

Dalla definizione di lavoro, esplicitando il prodotto scalare si ha:

$$L = \vec{F} \cdot \vec{s} = Fs \cos\alpha \tag{4.3}$$

dove F e s sono i moduli dei vettori forza e spostamento, e α è l'angolo formato tra il vettore forza e il vettore spostamento. A seconda dell'angolo α e ricordando che il $\cos\alpha$ può assumere valori tra -1 e 1, si possono fare alcune osservazioni:

- $\alpha = 0° \rightarrow \cos 0° = 1$, ovvero forza e spostamento hanno stessa direzione e verso, il lavoro assume il suo massimo valore: $L = Fs$.
- $0° < \alpha < 90° \rightarrow 0 < \cos\alpha < 1$, il lavoro è positivo.

Quando il lavoro è positivo si parla di **lavoro motore** e significa che la forza spinge nella stessa direzione dello spostamento. Per esempio, quando lasci cadere un corpo, la forza peso compie un lavoro positivo, perché lo spostamento avviene nella stessa direzione della forza.

- $\alpha = 90° \rightarrow \cos 90° = 0$, ovvero forza e spostamento sono perpendicolari, il lavoro in questo caso è nullo: $L = 0$. Una forza non fa lavoro se lo spostamento è diretto perpendicolarmente al verso di applicazione della forza.
- $\alpha = 180° \rightarrow \cos 180° = -1$, il lavoro è minimo e negativo: $L = -Fs$
- $90° < \alpha < 270° \rightarrow -1 < \cos\alpha < 0°$, il lavoro è negativo.

Quando il lavoro è negativo si parla di **lavoro resistente** e significa che la forza spinge nella direzione opposta allo spostamento. Per esempio, quando si solleva un corpo, la forza peso compie un lavoro negativo, perché forza e spostamento sono opposti.

Se sul corpo agiscono più forze posso trovare il lavoro in due modi:

- Calcolare la forza risultante e poi il lavoro.

$$L = \sum_i \vec{F}_i \cdot \vec{s} \tag{4.4}$$

oppure

- Calcolare il lavoro per ogni singola forza e poi sommare tutti i lavori

$$L = \sum_i L_i \tag{4.5}$$

2.1 Il lavoro di una forza variabile

Immagina di tendere la corda di un arco: man man che tiri per posizionare la freccia, la corda diventa sempre più dura. L'intensità della forza che devi applicare dipende da quanto stai spostando la freccia rispetto alla posizione iniziale, quindi dipende dallo spostamento.

- Non sempre la forza che agisce su un corpo è costante, ma cambia durante lo spostamento.

In questo caso il lavoro non si può calcolare con il semplice prodotto scalare $L = \vec{F} \cdot \vec{s}$, perché questa formula vale solo se la forza è costante.
Nei corsi più avanzati di fisica e a volte in quinta superiore, questo problema si risolve facendo ricorso agli **integrali definiti**. Ma direi che qui possiamo accontentarci di un approccio più semplice.
L'idea è quella di suddividere lo spostamento in tanti piccolissimi tratti, i segmenti Δs_1, Δs_2 , Δs_3,...in modo che la forza su questi tratti possa essere considerata costante. Indichiamo con $(F\cos\theta)_1$ la forza che agisce lungo il tratto Δs_1. Il lavoro su questo tratto sarà:

$$L_1 = (F\cos\theta)_1 \Delta s_1 \tag{4.6}$$

Il **lavoro totale** sarà la somma di tutti i contributi:

$$L = (F\cos\theta)_1 \Delta s_1 + (F\cos\theta)_2 \Delta s_2 + \ldots = \sum_i (F\cos\theta)_i \Delta s_i \tag{4.7}$$

Graficamente questa operazione consiste nel sommare tutti i rettangolini di base Δs_i e altezza $(F\cos\theta)_i$, come rappresentato in Fig.4.1.

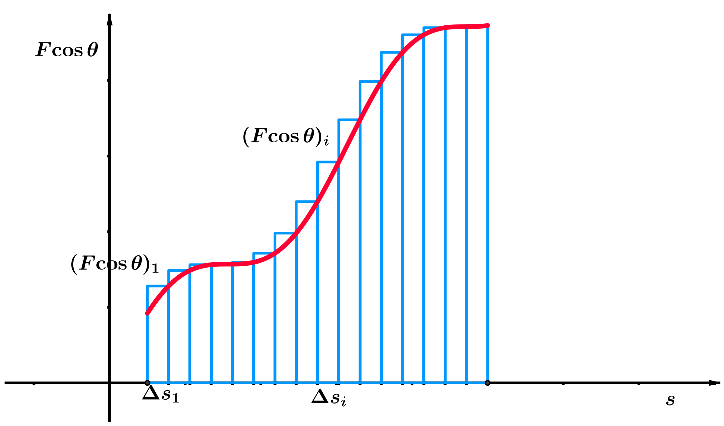


Figura 4.1: Rappresentazione grafica del calcolo del lavoro per una forza non costante.

è evidente che più sono piccoli i segmenti Δs_i, più la somma delle aree dei rettangolini tende ad approssimare meglio l'area della parte di piano delimitata dalla funzione che descrive la forza e l'asse x. (vedi Fig.4.2). Il calcolo preciso di quest'area si fa con gli **integrali definiti**.

3. Che cos'è l'energia?

Su tutti i libri di fisica troverai scritto che l'energia è la capacità di un corpo o un sistema di compiere lavoro. Cerchiamo di capire meglio cosa significa.
La parola **energia** deriva dal greco e significa capacità di agire.
Ci viene spontaneo pensare che l'energia possa essere definita come una proprietà posseduta da un sistema che fa qualcosa e che la trasforma attraverso il lavoro.
Non è facile dare una precisa definizione di energia, essa non ha alcuna realtà materiale ma è piuttosto un

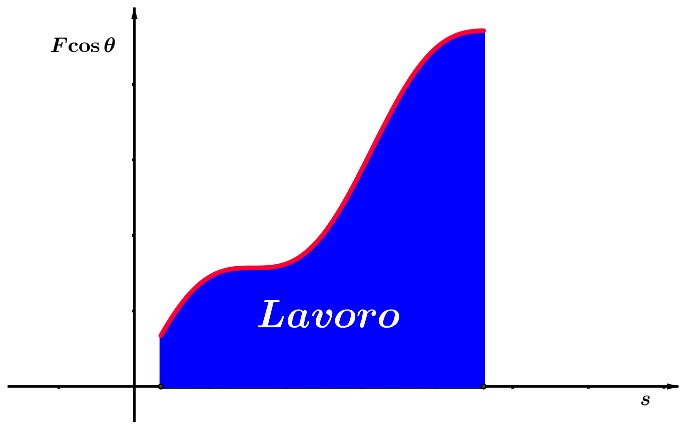


Figura 4.2: Rappresentazione grafica del calcolo del lavoro per una forza non costante.

concetto matematico astratto.
L'energia si può trovare in diverse forme:

L'**ENERGIA CINETICA** è la forma di energia legata al movimento.

- Energia di movimento: è legata al moto di oggetti e sostanze. Ad esempio il vento, una bici o una automobile in corsa possiedono energia cinetica.
- Energia radiante: è energia elettromagnetica, come la luce visibile, ma anche come i raggi X, le onde radio e i raggi infrarossi ed ultravioletti. Queste radiazioni trasportano energia anche nel vuoto!
La luce del sole, come il calore di un fuoco sono esempi di energia radiante.
- Energia termica o calore: è legata alla temperatura e alla natura dei materiali e, a livello microscopico, al moto e alle vibrazioni degli elettroni e degli atomi che li compongono.

ENERGIA POTENZIALE: è una forma energia *conservata* o immagazzinata da un sistema legata alla posizione.

- Energia gravitazionale: dipende dalla massa dei corpi e dalla loro posizione relativa. Sulla Terra, più un corpo è in alto e più energia gravitazionale possiede.
- Energia potenziale meccanica: è legata all'elasticità ad esempio quella che si accumula comprimendo una molla e viene rilasciata quando la molla torna alla sua lunghezza a riposo.
- Energia chimica: è l'energia che lega gli atomi tra loro a formare le molecole, i solidi e i liquidi.
- Energia nucleare: è l'energia che lega tra loro i neutroni e i protoni che costituiscono i nuclei degli atomi. Si può liberare quando nuclei molto leggeri si uniscono tra loro (fusione nucleare) o quando nuclei molto pesanti si spezzano (fissione nucleare).

ENERGIA ELETTROMAGNETICA: ha moltissime manifestazioni. Escludendo quella gravitazionale, tutte le forme di energia (potenziale e cinetica) che osserviamo nella vita di ogni giorno sono di natura elettromagnetica.

3.1 Energia cinetica

L'**energia cinetica** è l'energia posseduta da un corpo di massa m che si muove con velocità v ed è definita da:

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2 \tag{4.8}$$

L'unità di misura è la stessa del lavoro, cioè il joule:

$$(1kg)\left(1\frac{m}{s}\right)^2 = \left(1kg\frac{m}{s^2}\right)(1m) = (1N)(1m) = 1J \tag{4.9}$$

Come il lavoro, anche l'energia cinetica è una grandezza scalare, ma a differenza del lavoro non può essere negativa. Può essere nulla se, ovviamente, il corpo è fermo perché $v = 0$.

3.2 Teorema dell'energia cinetica

Immaginiamo che una forza F agisca su un corpo di massa m. Supponiamo anche che prima dell'azione della forza il corpo abbia velocità iniziale v_i e dopo l'azione della forza abbia velocità finale v_f.

Esiste un legame tra il lavoro fatto dalla forza e la variazione di energia cinetica del corpo, espresso dal seguente teorema:

- Teorema dell'energia cinetica:
  il lavoro compiuto dalla forza risultante su un corpo è uguale alla variazione dell'energia cinetica del corpo.

$$L = E_{c_f} - E_{c_i} = \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_i^2 \tag{4.10}$$

Questo teorema esprime il fatto che se il lavoro è positivo l'energia cinetica aumenta, al contrario, se il lavoro è negativo l'energia cinetica diminuisce.

3.3 Energia potenziale gravitazionale

Abbiamo detto che un oggetto in movimento possiede energia cinetica. Un oggetto può avere energia perché si trova in una particolare posizione rispetto alla Terra. Tutti i corpi sulla superficie terrestre sono soggetti alla forza peso.

- Lavoro compiuto dalla forza di gravità
  Consideriamo una palla di massa m che si muove verso il basso sotto l'effetto della forza peso $\vec{P} = m\vec{g}$. Se indichiamo con h_i e h_f rispettivamente l'altezza iniziale e finale, lo spostamento $\vec{s}$ è un vettore diretto verso il basso di modulo $h_i - h_f$. Visto che $\vec{P}$ e $\vec{s}$ hanno lo stesso verso, il lavoro compiuto dalla forza peso sulla palla è:

  $$L_{peso} = Ps = mg(h_i - h_f) \tag{4.11}$$

  Si può dimostrare che questo lavoro non dipende dal particolare percorso seguito dalla palla ma solo dalla posizione iniziale e finale. L'equazione precedente si può scrivere:

  $$L = mgh_i - mgh_f \tag{4.12}$$

  quindi il lavoro è uguale alla differenza tra il valore iniziale e finale della quantità mgh.
  Questa grandezza scalare prende il nome di **energia potenziale gravitazionale**

- L'energia potenziale gravitazionale U è l'energia che un oggetto di massa m possiede in virtù della sua posizione rispetto alla superficie terrestre. Un oggetto che si trova ad un'altezza h rispetto al suolo, scelto arbitrariamente come livello di riferimento, possiede energia potenziale pari a:

  $$U = mgh \tag{4.13}$$

3.4 Energia potenziale elastica

Una molla può accumulare energia se viene compressa o allungata.
Pensa ad un flipper: le biglie vengono lanciate grazie ad un pistone a molla caricato tirando indietro il pistone che provoca una compressione della molla. Tutta l'energia accumulata nella molla serve per far partire la biglia con una certa velocità.

- L'energia di una molla deformata (compressa o allungata) si chiama **energia potenziale elastica.**
- La molla deformata può compiere lavoro su un corpo attaccato ad essa.

Abbiamo già visto che la forza di richiamo elastica è direttamente proporzionale allo spostamento x rispetto alla posizione di riposo della molla e alla costante elastica k:

$$F = kx \tag{4.14}$$

Questa forza cambia sono in modulo e non in direzione. Se rappresento la forza in funzione dello spostamento in un piano x-y, il suo grafico sarà una retta con pendenza k.

- Il lavoro compiuto dalla molla sull'oggetto è pari all'area del triangolo in Fig.4.3, dato da:

$$L = \frac{1}{2}kx \cdot x = \frac{1}{2}kx^2 \tag{4.15}$$

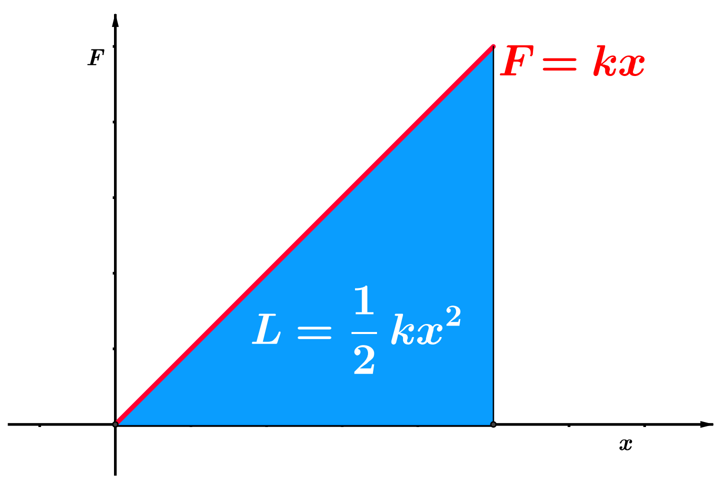


Figura 4.3: Lavoro compiuto dalla forza elastica.

L'effetto di questo lavoro su un corpo appoggiato alla molla deformata, è l'aumento dell'energia cinetica del corpo: quando lascio la molla il corpo si mette in movimento. Prima che l'oggetto inizi a muoversi, l'energia è immagazzinata nella molla come energia potenziale elastica.

L'energia potenziale elastica U_{el} è l'energia che ha una molla quando è compressa o allungata. Per una molla di costante elastica k, allungata o compressa di un tratto x, l'energia potenziale elastica è data da:

$$U_{el} = \frac{1}{2}kx^2 \tag{4.16}$$

4. Forze conservative e non conservative

FORZE CONSERVATIVE

- Una forza è conservativa quando il lavoro che essa compie su un corpo in movimento non dipende dal cammino percorso, ma solo dalla posizione finale e iniziale.
- La forza di gravità, la forza elastica e la forza elettrica sono esempi di forze conservative.
- Ad ogni forza conservativa si può associare una forma di energia potenziale.
- Il lavoro compiuto da una forza conservativa lungo un **percorso chiuso** è zero

Non tutte le forze sono conservative.
FORZE NON CONSERVATIVE

- Una forza NON è conservativa quando il lavoro che essa compie su un corpo in movimento dipende dal particolare percorso
- Se la forza non conservativa compie un lavoro negativo si parla di **forza dissipativa**.
- Non è possibile definire un'energia potenziale.
- Il lavoro totale compiuto su un corpo sia da forze conservative che non conservative sarà la somma dei lavori:

$$L = L_c + L_{nc} \tag{4.17}$$

Un esempio di forza non conservativa è la forza di attrito.

5. Lavoro delle forze non conservative

Per il teorema dell'energia cinetica, il lavoro totale compiuto su un corpo è uguale alla variazione della sua energia cinetica quindi:

$$L_c + L_{nc} = \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_i^2 \tag{4.18}$$

Se l'unica forza conservativa che agisce sul corpo è la forza di gravitá si ha che

$$L_c = L_{grav} = mg(h_i - h_f) \tag{4.19}$$

sostituendo si ha:

$$mg(h_i - h_f) + L_{nc} = \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_i^2 \tag{4.20}$$

da cui possiamo ricavare L_{nc}:

$$L_{nc} = \left(\frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_i^2\right) + \left(mgh_f - mgh_i\right) \tag{4.21}$$

Ovvero, il lavoro totale compiuto dalle forze non conservative è uguale alla variazione di energia cinetica più la variazione di energia potenziale gravitazionale

$$L_{nc} = K_f - K_i + U_f - U_i \tag{4.22}$$

Questo risultato vale anche se la forza conservativa è di natura diversa dalla forza di gravità, ad esempio se si tratta della forza elastica. Quindi in generale si ha che:

$$L_{nc} = \Delta K + \Delta U \tag{4.23}$$

dove si è indicato con ΔK la variazione dei energia cinetica e con ΔU la variazione di energia potenziale.

6. Che cos'è la Potenza?

Per quantificare quanto lavoro compie un sistema nel tempo, viene introdotta una grandezza scalare che prende il nome di **Potenza**. Pensate a due macchine che producono lo stesso lavoro, la macchina che impiega meno tempo è sicuramente quella più potente. Ad esempio i motori delle auto compiono lo stesso lavoro, ma il motore sportivo lo fa in un tempo minore.

- La **potenza media** $\bar{P}$ è il rapporto tra il lavoro L compiuto e l'intervallo di tempo impiegato per compierlo:
$$\bar{P} = \frac{L}{\Delta t} \tag{4.24}$$
- L'unità di misura è il watt (W):
$$1W = \frac{1J}{1s} \tag{4.25}$$
- La potenza è una grandezza scalare.

Esercizi Unità 4

1. Su un corpo viene fatto un lavoro negativo, cosa possiamo dire sulla forza applicata al corpo:

A. è variabile.

B. è costante.

C. è parallela allo spostamento.

D. Si oppone allo spostamento.

E. è dissipativa.

2. Se su un corpo in moto agisce una forza, la sua energia cinetica verrà modificata?

A. Sì, in ogni caso.

B. Sì, ma solo se la forza non è perpendicolare alla velocità.

C. Sì, ma solo se la forza non è parallela alla velocità.

D. No, in nessun caso.

E. Sì, purché la forza sia abbastanza intensa.

3. Due molle vengono compresse allo stesso modo. Se le costanti elastiche sono diverse avremo che:

A. l'energia potenziale è tanto maggiore quanto maggiore è la forza comprimente.

B. ha maggiore energia potenziale la molla con costante elastica maggiore.

C. ha maggiore energia potenziale la molla con costante elastica inferiore.

D. l'energia potenziale è uguale perché hanno subito la stessa compressione.

E. nessuna delle risposte precedenti.

4. Quale delle seguenti forze non è conservativa?

A. Forza elastica.

B. Forza peso.

C. Forza di resistenza dell'aria.

D. Forza elettrica.

E. Forza nucleare.

5. Quali delle seguenti grandezze fisiche (forza, potenza, energia, calore) sono omogenee?

A. Energia e calore.

B. Forza e potenza.

C. Energia e potenza.

D. Nessuna.

E. Tutte.

6. Un corpo, partendo dall'estremità superiore di un piano inclinato di altezza h, scivola senza attrito e giunge alla base del piano con velocità v. Se il corpo cadesse lungo la verticale dalla stessa altezza, la velocità al suolo risulterebbe:

A. maggiore di v, in quanto la velocità acquistata durante la caduta libera lungo la verticale è sempre maggiore di quella relativa a qualsiasi altra traiettoria.

B. non si può rispondere al quesito perché non si conosce l'inclinazione del piano.

C. uguale a v, in quanto la forza peso è conservativa.

D. minore di v, in quanto lo spazio percorso è minore.

E. non si può rispondere al quesito perché non si conosce la massa.

7. Due persone scalano una montagna: una segue i tornanti, l'altra si arrampica in linea retta verso la cima. Se hanno la stessa massa, quale delle forze peso applicate alle due persone compie maggiore lavoro?

A. Quella della persona che si arrampica perché deve essere prodotto maggiore sforzo.

B. Compiono lo stesso lavoro.

C. Quella della persona che impiega minor tempo a salire.

D. Quella della persona che segue i tornanti perché percorre uno spazio più lungo.

E. Quella della persona che impiega meno tempo.

8. Quanto lavoro compie in un minuto una macchina da 100 W?

A. 1.7 J

B. 6000 J

C. 100 J

D. 600 J

E. Non ci sono dati sufficienti per rispondere.

9. Un sasso è in caduta libera nei pressi della superficie terrestre. Indicare l'affermazione corretta:

A. l'energia cinetica del sasso aumenta.

B. la velocità del sasso è costante.

C. l'energia meccanica totale del sasso aumenta.

D. sul sasso non agiscono forze.

E. l'energia potenziale del sasso aumenta.

10. Una cassa di massa 95 kg, cui viene impressa una velocità iniziale di 3.5 m/s, scivola sul pavimento di un magazzino e si arresta dopo aver percorso 2.3 m. Quanto vale il lavoro fatto dalla forza di attrito?

A. $-5.8 \cdot 10^2 J$

B. $6 \cdot 10^2 J$

C. $-6 \cdot 10^2 J$

D. $-4 \cdot 10^2 J$

E. $-5 \cdot 10^2 J$

Unitá 5

I Principi di conservazione

1. Partiamo dalla realtà

- Immagina di lasciare scivolare una biglia dal bordo di una scodella verso l'interno, in assenza di attrito, la biglia tornerà nel punto di partenza.
- La stessa prova puoi farla con un pendolo lasciato libero di oscillare, anche il pendolo, in assenza di attrito con l'aria, tornerà esattamente nella posizione iniziale.

Queste sono, ovviamente, situazioni ideali in quanto risulta molto difficile eliminare completamente gli attriti.
Un altro classico esempio che serve per introdurre la conservazione dell'energia, è quello di un carrello che percorre una traiettoria sulle montagne russe.

- Nelle montagne russe un carrello segue un percorso tortuoso, ma sostanzialmente va in su e in giù. Quando scende, l'energia potenziale gravitazionale si trasforma in energia cinetica; quando sale avviene il contrario, cioè l'energia cinetica si trasforma in energia potenziale.

2. Conservazione dell'energia meccanica

Facciamo sempre riferimento al carrello delle montagne russe: se non ci sono attriti, la somma dell'energia cinetica e dell'energia potenziale, che prende il nome di **energia meccanica**, rimane sempre uguale: quando una diminuisce, l'altra aumenta, in modo che la loro somma non cambi nel tempo.

- In assenza di attriti, l'**energia meccanica totale (energia cinetica + energia potenziale)** di un sistema soggetto alla forza-peso si conserva, cioè rimane sempre uguale.
- $E_{meccanica} = E_{cinetica} + E_{potenziale}$

Questa legge di conservazione consente di rispondere a domande del tipo: due carrelli uguali partono da fermi dalla stessa altezza e scendono uno su rotaie molto inclinate, l'altro su rotaie poco inclinate. Quale dei due, quando arriva in basso, è più veloce?
Trascurando gli attriti, tutti e due arrivano nel punto più basso alla stessa velocità. Infatti, entrambi hanno la stessa provvista di energia potenziale che **si converte tutta** in energia cinetica. E, a parità di energia cinetica, se i due carrelli hanno la stessa massa, devono anche avere la stessa velocità.

3. Conservazione dell'energia totale

In realtà, quasi sempre l'energia meccanica totale di un sistema non si conserva.

- Un meteorite che cade diminuisce la propria energia potenziale e aumenta l'energia cinetica. Ma quando si ferma sul terreno perde l'una e l'altra.

- Un'automobile che viaggia in pianura ha un'energia cinetica. Frenando fino a fermarsi, però, la perde completamente.

Da questi esempi sembra che una certa quantità di energia scompaia o *venga sprecata*. In realtà ciò non è vero. Infatti:

- L'energia potenziale del meteorite si è trasformata prima in energica cinetica, che a sua volta si è trasformata in energia delle sue molecole e di quelle del terreno su cui è avvenuto l'impatto. L'aumento di energia di agitazione molecolare è percepito come aumento di temperatura e ha l'effetto di liquefare il terreno.

- L'energia cinetica dell'automobile si è trasformata in energia interna dei freni e dell'aria vicina.

Se nel bilancio teniamo conto non solo dell'energia meccanica, ma anche di tutte le altre forme di energia, possiamo dire che:

- In un sistema isolato l' **energia totale** (meccanica, elettrica, nucleare, interna, ...) **si conserva**.

Questa affermazione è nota come **Principio di conservazione dell'energia totale**. Non siamo assolutamente sicuri che continuerà a valere anche dopo le scoperte che si faranno in futuro, però è una legge sperimentale generale che finora si è sempre rivelata esatta e la quasi totalità dei fisici sono convinti che non sarà smentita neppure da nuove conoscenze.

4. Definizione di quantità di moto

Immagina di essere colpito da due oggetti, una pallina da gomma e un pallone da calcio che si muovono alla stessa velocità. La pallina non ci preoccupa, ma la palla da calcio può provocarci dolore.
Per valutare le conseguenze dell'impatto, oltre alla velocità dei due corpi, è indispensabile tenere conto anche della massa dei corpi stessi.
Per considerare complessivamente quanto pesa un corpo in movimento fu introdotta una grandezza fisica chiamata **quantità di moto**.

- La quantità di moto $\vec{p}$ di un corpo di massa m che si muove con velocità v è definita come:

$$\vec{p} = m\vec{v} \tag{5.1}$$

Si tratta di una grandezza vettoriale che ha la stessa direzione e lo stesso verso della velocità $\vec{v}$ e il suo modulo è uguale al prodotto della massa per il modulo delle velocità.
Il modulo della quantità di moto di un corpo è pertanto direttamente proporzionale alla massa del corpo, ma anche alla sua velocità.
La sua unità di misura è $kg \cdot m/s$.

5. Conservazione della quantità di moto

L'importanza della quantità di moto sta nel fatto che se la risultante delle forze esterne che agiscono su un sistema è nulla, **la quantità di moto totale del sistema rimane costante nel tempo, cioè si conserva**. Questo principio è valido per qualsiasi **sistema isolato**.
Un sistema si dice isolato quando i corpi che costituiscono il sistema, interagiscono solo grazie a forze interne. Questa condizione è molto difficile da realizzare, ma quando sui corpi che costituiscono il sistema agiscono forze esterne la cui risultante è nulla o, più in generale, quando le forze esterne sono trascurabili rispetto a quelle interne *il sistema può essere trattato come se fosse isolato*.
Per esempio, un fuoco d'artificio si può considerare prima e dopo il suo scoppio come un sistema isolato, perché a causa dell'esplosione si sviluppano forze interne molto più intense della forza esterna costituita dal peso stesso del fuoco d'artificio.
Principio di conservazione della quantità di moto :

- In un qualunque sistema di corpi interagenti tra loro e in assenza di forze esterne, la quantità di moto di ciascun corpo può cambiare, ma *la quantità di moto totale del sistema si conserva.*

6. Applicazioni

La conservazione della quantità di moto si trova in svariate situazioni.

- Consideriamo due pattinatori impegnati in una gara di pattinaggio a coppie. All'inizio dell'esercizio, la coppia è ferma e la sua energia meccanica può essere considerata uguale a zero; per iniziare l'esercizio i due pattinatori si spingono e si allontanano con una certa velocità; il sistema quindi acquisisce energia cinetica e quindi energia meccanica. In questo caso non si ha la conservazione dell'energia meccanica. Consideriamo la stessa situazione analizzando la quantità di moto del sistema che possiamo considerare isolato, in quanto la forza peso dei due atleti è bilanciata dalla reazione della pista ghiacciata e le forze di attrito tra lama e ghiaccio sono trascurabili. All'inizio del loro esercizio, la coppia è ferma e possiede la quantità di moto data dalla somma delle quantità di moto dei due pattinatori:
$$p_{tot} = p_1^i + p_2^i = 0 \tag{5.2}$$
perché sono nulle le velocità iniziali. Quando i due pattinatori si spingono, essi si allontanano nella stessa direzione, ma con versi opposti.
Le due forze agiscono in coppia: la forza che spinge ciascun pattinatore è la stessa, ma i due pattinatori si allontaneranno a velocità differenti e con verso opposto (v_1 e v_2). Essendo il sistema isolato la quantità di moto deve rimanere costante:
$$p_{tot} = p_1^f + p_2^f = m_1 v_1 + m_2 v_2 = 0 \tag{5.3}$$
La somma delle quantità di moto è ancora zero, in quanto le due velocità hanno verso opposto, conoscendo le masse è possibile stabilire il rapporto tra le velocità finali dei due pattinatori.

- L'applicazione della legge di conservazione della quantità di moto è osservabile nei motori a propulsione, come quello dei missili o degli arerei a reazione. Per capire il funzionamento di questi motori si può fare riferimento al fenomeno del rinculo che segue a un'esplosione: un fucile che spara un proiettile, per esempio, rimbalza all'indietro. La quantità di moto del sistema costituito dal fucile e dal proiettile deve restare uguale prima e dopo l'esplosione; prima dell'esplosione, fucile e proiettile sono fermi, dunque la quantità di moto totale del sistema è nulla. A seguito dell'esplosione il proiettile viene sparato in avanti con una certa velocità e acquista una certa quantità di moto. La medesima quantità di moto, con verso contrario, deve essere acquistata dal fucile, che di conseguenza rincula nella direzione opposta a quella del proiettile. Ovviamente, poiché la massa del fucile è molto maggiore della massa del proiettile, la velocità del fucile dopo l'esplosione è molto più bassa di quella del proiettile. Un motore a propulsione funziona sfruttando lo stesso principio: il razzo o l'aereo vengono spinti in avanti nel verso opposto a quello dei gas di combustione che vengono espulsi ad altissima velocità.

La legge di conservazione della quantità di moto vale per un numero qualunque di corpi che interagiscono ed è indipendente dalle loro dimensioni. Inoltre, essendo la quantità di moto una grandezza vettoriale a differenza dell'energia che è una grandezza scalare, è estremamente utile per studiare gli urti tra particelle elementari; ciò permette di ricavare preziose informazioni su alcune delle loro caratteristiche (come per esempio le masse) che non sono misurabili direttamente.

7. Definizione di momento angolare

Il momento angolare $\vec{L}$ è una grandezza fisica vettoriale che viene introdotta per descrivere la rotazione di un punto materiale e viene sempre calcolato rispetto a un punto fisso O. La conservazione di questa grandezza spiega come mai la ruota di una bicicletta e il satellite tendano a non fermarsi in assenza di attrito.
Per definirla consideriamo una particella di massa m che ha una quantità di moto $\vec{p} = m\vec{v}$ e che, a un certo istante, si trova nel punto P; inoltre indichiamo con $\vec{r}$ il vettore che congiunge O con P e con $\vec{r}_\perp$ il vettore componente di $\vec{r}$ perpendicolare a $\vec{p}$ (Fig.5.1). Per definizione:

- il momento angolare di una particella è uguale al prodotto vettoriale tra il vettore $\vec{r}$ e il vettore quantità di moto $\vec{p}$ della particella:
$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} \tag{5.4}$$
- Introducendo il vettore componente di $\vec{r}$ perpendicolare a $\vec{p}$, il modulo del momento angolare sarà:
$$|\,\vec{L}\,| = |\,\vec{r} \times \vec{p}\,| = r_\perp \cdot p = rmv \tag{5.5}$$
- Nel Sistema Internazionale il momento angolare si misura in $kg \cdot m^2/s$.

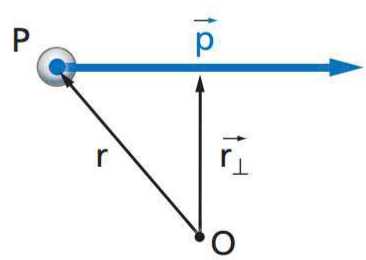


Figura 5.1: Rappresentazione grafica dei vettori $\vec{r}$, $\vec{r}_\perp$ e $\vec{p}$.

8. Conservazione del momento angolare

Anche per questa grandezza fisica vale un principio di conservazione.

- Il momento angolare di un sistema di corpi si conserva nel tempo se è nullo **il momento totale** delle forze esterne che agiscono su di esso.

Alcune conseguenze della conservazione del momento angolare si possono osservare facilmente.

- i pattinatori aumentano la propria velocità di rotazione attorno a un asse verticale avvicinando le braccia al corpo.
- I tuffatori riescono a ruotare velocemente attorno a un asse orizzontale raggruppando il corpo il più possibile.

Esercizi Unità 5

1. Un corpo di massa m viene attaccato ad una molla (k=28 N/m) a riposo posta in piano verticale. Di quanto si allunga la molla?

A. 0.14 m

B. 2 cm

C. Non ci sono dati sufficienti.

D. 5 cm

E. 0.3 m

2. Un frammento di roccia vulcanica di massa 90 kg viene eiettato con velocità 40 m/s durante un'eruzione. Il frammento compie una traiettoria parabolica e ricade lungo le pendici del vulcano, 120 m più in basso rispetto al punto in cui era partito. Quanto vale la sua energia cinetica finale?

A. 180 J

B. 178 kJ

C. 200 kJ

D. 200 J

E. 60 m/s

3. L'impulso di una forza costante può essere calcolato come:

A. il prodotto tra la forza e l'intervallo di tempo durante il quale essa agisce.

B. il prodotto tra la forza e lo spazio percorso.

C. il rapporto tra la forza e lo spazio percorso.

D. il prodotto della forza per la velocità.

E. il rapporto tra la forza e l'intervallo di tempo durante il quale essa agisce.

4. Un corpo di massa m è lanciato verticalmente verso l'alto con velocità v; nel punto più alto della sua traiettoria, la sua quantità di moto è:

A. mv

B. 2mv

C. nulla.

D. dipende dall'altezza.

E. è massima.

5. Un sistema è isolato se:

A. la risultante delle forze esterne che agiscono su di esso è nulla.

B. su di esso non agiscono forze esterne.

C. su di esso non agiscono forze interne.

D. compie urti sempre elastici.

E. nessuna delle precedenti.

6. La quantità di moto di un sistema si conserva:

A. sempre.

B. solo se il sistema è inizialmente fermo.

C. solo se il sistema subisce urti elastici.

D. solo se il sistema è isolato.

E. mai.

7. Un oggetto di massa 3 m, inizialmente fermo su un piano orizzontale, esplode in due frammenti, di massa rispettivamente m e 2 m. Dopo l'esplosione i frammenti hanno:

A. la stessa velocità.

B. uno la velocità doppia dell'altro.

C. uno la velocità triplo dell'altro.

D. uno la velocità quadrupla dell'altro.

E. uno la velocità metà dell'altro.

8. Una pattinatrice su ghiaccio esegue una piroetta con le braccia raccolte sul tronco. Che cosa succede se allarga le braccia?

A. Diminuisce il suo momento angolare.

B. Aumenta il suo momento angolare.

C. Diminuisce la sua velocità di rotazione.

D. Aumenta la sua velocità di rotazione.

E. Continua a ruotare con la stessa velocità

Parte C - I fluidi

Manuela Lima, Dialogare: *compendio di fisica*, ISBN 978-88-6453-484-8 (online), CC BY-NC-ND 4.0 IT,
2017 Firenze University Press

Unitá 1
I fluidi

1. Gli stati della materia

Ormai lo sanno anche i bambini delle elementari che la materia si presenta in tre stati:

- **solido**: volume e forma definiti
- **liquido**: volume definito, forma non definita
- **gassoso**: né volume, né forma definiti

In realtà si tratta di definizioni artificiose perché lo stato di una sostanza può cambiare con **temperatura** e **pressione**.

2. Proprietà dei fluidi

La principali proprietà che distinguono i fluidi dai corpi solidi riguardano essenzialmente:

- la mancanza di forma propria
- la possibilità di scorrere continuamente

I fluidi vengono inoltre classificati **liquidi** o **gassosi** in base alle seguenti proprietà:

- i liquidi raccolti in recipienti aperti occupano solo una parte del recipiente, la parte inferiore, mentre i fluidi gassosi possono essere disposti in recipienti chiusi occupando tutto lo spazio disponibile.
- i liquidi a differenza dei gas, non sono comprimibili.

3. Grandezze caratteristiche dei fluidi

Vedremo di seguito alcune delle grandezze fisiche che vengono introdotte per caratterizzare e studiare lo stato di un fluido.

- **Densità**
  La densità di un corpo, che sia solido o fluido, é definita come il rapporto tra massa e volume:
  $$\rho = \frac{m}{V} \tag{1.1}$$
  e si misura in $\frac{kg}{m^3}$.
  In condizioni standard, la densità di un gas è circa mille volte più piccola della densità di un solido o di un liquido. Questo significa che lo spazio molecolare di un gas é 10 volte lo spazio molecolare di un solido o di un liquido.

- **Pressione**
  La pressione é la forza F, uniformemente distribuita, esercitata dal fluido in direzione perpendicolare su una superficie A di area unitaria .
  $$P = \frac{F}{A} \tag{1.2}$$
  si tratta di una grandezza scalare e si misura in pascal $Pa = \frac{N}{m^2}$.
  Esistono anche altre unità di misura:
  - atmosfera: $1atm = 1,013 \cdot 10^5 Pa = 760torr$
  - torr: 1 torr= 1 mm di Hg

- **Portata volumetrica**
  La portata volumetrica é il volume di liquido che attraversa una sezione di area A nel tempo unitario t:
  $$Q = \frac{V}{t} = A \cdot v \tag{1.3}$$
  dove v é la velocità del fluido e si misura in $\frac{m^3}{s}$.

- **Viscosità**
  Il comportamento dei liquidi reali é caratterizzato dalla presenza nella massa liquida di un attrito molecolare detto viscosità. La viscosità di un fluido é, quindi, l'attrito interno tra le varie molecole che compongono la massa fluida e che, producendo una dissipazione di energia, influisce sulla facilità di scorrimento del fluido in una condotta.

4. Pressione atmosferica

L'atmosfera é costituita da un miscuglio di gas, chiamato aria, che, trattenuto dalla forza di gravità, circonda la Terra. Anche l'aria, come tutti i fluidi, esercita una pressione sulla superficie dei corpi che vi sono immersi: questa pressione é la **pressione atmosferica**.
La pressione maggiore si ha al suolo, vicino alla superficie della Terra, perché proprio al livello del mare la densità dell'aria é massima. La pressione diminuisce progressivamente con l'altitudine fino ad annullarsi a qualche centinaio di km dal suolo. A livello del suolo la pressione atmosferica ha un ordine di grandezza di circa centomila pascal; per dare un'idea di questo valore, pensate che esso equivale alla pressione che si otterrebbe appoggiando un masso di circa sessanta tonnellate su una piccola tendina da campeggio! L'aria attorno a noi esercita, quindi, una forza di 1 kg_P su ogni cm^2 del nostro corpo.

Allora perché non veniamo schiacciati?
Il motivo é che tale pressione é uguale in tutte le direzioni e inoltre é contrastata da uguale pressione dall'interno del nostro corpo.

5. Principio di Pascal

Una importante proprietà della pressione nei fluidi in equilibrio é espressa dal principio di Pascal.

- **Principio di Pascal**
  Qualunque variazione di pressione in un fluido contenuto in un recipiente chiuso é trasmessa inalterata a tutti i punti del fluido e delle pareti del recipiente.

Consideriamo un fluido incomprimibile contenuto in un cilindro chiuso superiormente da un pistone.

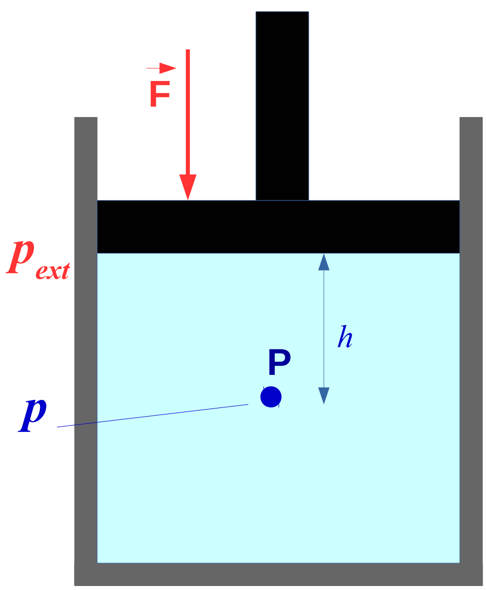


Figura 1.1: Principio di Pascal.

Applicando al pistone una forza esterna, si esercita una pressione p_{ext} sul fluido. In un punto qualsiasi P all'interno del fluido posto ad una profondità h si ha:

$$p = p_{ext} + \rho g h \tag{1.4}$$

Un aumento Δp_{ext} della pressione esterna comporta un aumento della pressione in P dato da:

$$\Delta p = \Delta p_{ext} + \Delta(\rho g h) = \Delta p_{ext} \quad (1.5)$$

La variazione di pressione all'interno del fluido é uguale alla variazione della pressione applicata esternamente e non dipende da h.
É possibile verificare facilmente questo risultato riempiendo un palloncino d'acqua e poi forandolo con un ago in vari punti: si vedrà uscire l'acqua da ogni buchino.

5.1 Un'applicazione del Principio di Pascal

La **leva idraulica** (Fig.1.2) é un dispositivo in grado di sollevare oggetti pesanti, sfruttando le proprietà di fluido incomprimibile. Si tratta di un sistema idraulico di trasmissione di forza che funziona in base al principio di Pascal, costituito, essenzialmente da due cilindri comunicanti, di area diversa, riempiti con un liquido incomprimibile e chiusi da due pistoni. Se si spinge il pistone di area più piccola A_1 con una forza F_1, per il principio di Pascal la pressione così generata sul liquido si trasmetterà inalterata entro di esso in tutte le direzioni e quindi anche sul cilindro più grande di area A_2 che tenderà ad alzarsi, mosso da una forza F_2. Per calcolare la spinta verso l'alto F_2 basta uguagliare le due pressioni, $p_1 = \frac{F_1}{A_1}$ e $p_2 = \frac{F_2}{A_2}$, ed esplicitare F_2:

$$F_2 = \frac{A_2}{A_1} F_1 \quad (1.6)$$

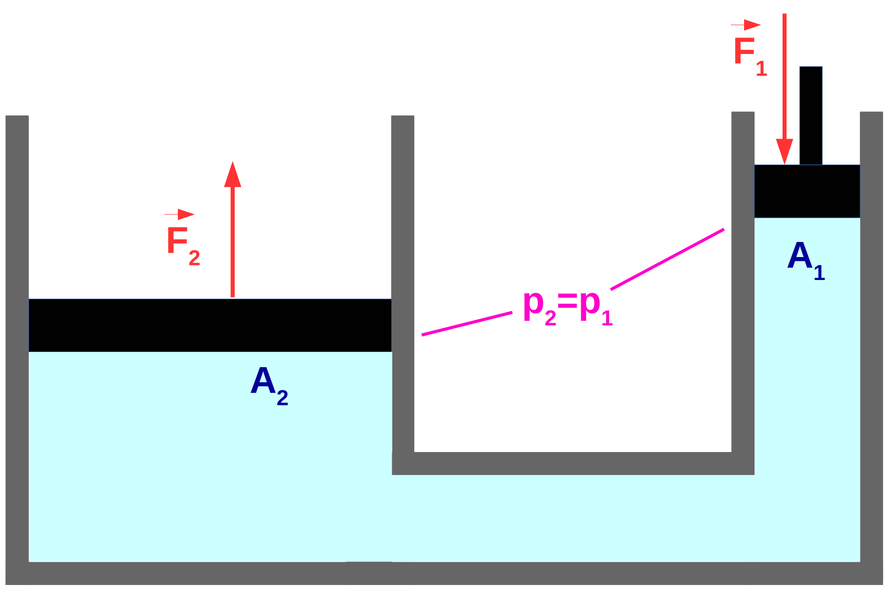


Figura 1.2: La leva idraulica.

6. Legge di Stevino

Per effetto della gravità, gli strati superiori di un fluido esercitano una forza sugli strati inferiori: ciò fa sì che la pressione nel fluido aumenti con la profondità. Nel caso di un liquido vale la legge di Stevino:

- Il valore della pressione idrostatica può essere calcolato misurando la pressione che il liquido esercita sul fondo del recipiente che lo contiene: essa é direttamente proporzionale all'altezza del liquido e dipende solo dal tipo di liquido e non dalla forma del contenitore.

Quindi la pressione assoluta ad una certa profondità h sarà:

$$p = p_0 + \rho g h \tag{1.7}$$

dove p_0 é la pressione atmosferica, ρ é la densità, g é l'accelerazione di gravità e h é l'altezza del liquido sovrastante.

6.1 Un'applicazione della Legge di Stevino

- **Principio dei vasi comunicanti**
  In un sistema di vasi comunicanti il fluido contenuto raggiunge la stessa quota indipendentemente dalla forma dei recipienti.

- **Livella ad acqua**
  É uno strumento di misura costituito da due vasi comunicanti contenenti acqua e viene utilizzato per determinare la pendenza di una superficie rispetto ad un piano orizzontale di riferimento, come ad esempio i dislivelli del terreno.

- **Acquedotto**
  Anche i sistemi di distribuzione dell'acqua potabile si basano sul principio di Stevino: il fluido é sollevato all'altezza necessaria nelle varie abitazioni perché esso tende a portarsi alla quota del serbatoio.

Esercizi Unità 1

1. Quando esercitiamo una pressione su un liquido, essa si trasmette:

A. solo sulle superfici laterali del recipiente.

B. solo sul fondo.

C. solo se il liquido é molto denso.

D. su qualunque superficie a contatto col liquido.

E. nessuna delle risposte precedenti.

2. Una scatola quadrata, di massa m e lato l, é poggiata su un piano orizzontale. Con quale delle seguenti formule possiamo calcolare la pressione che esercita?

A. $p = \frac{m}{l^2}$

B. $p = \frac{m}{l}$

C. $p = \frac{mg}{l^2}$

D. $p = \frac{mg}{l}$

E. $p = \frac{l^2}{mg}$

3. Un'automobile di massa di 500 kg poggiata su una superficie di area 10000 cm^2 , viene sollevata con un torchio idraulico esercitando una forza F sul pistone piccolo di area 100 cm^2. Qual é l'intensità di questa forza?

A. 49 N

B. 500 N

C. 4.9 kN

D. 100 N

E. 30 N

4. La pressione idrostatica:

A. diminuisce con la profondità.

B. aumenta con la profondità.

C. é uguale in ogni punto.

D. dipende dal fluido.

E. nessuna delle precedenti.

5. L'affermazione: un tappo di sughero galleggia sull'olio perché il sughero ha densità minore di quella dell'olio, é:

A. falsa, il sughero ha densità maggiore di quella dell'olio.

B. falsa, il sughero non può galleggiare.

C. vera, il peso specifico del sughero é inferiore a quello dell'olio.

D. vera, ma per un motivo diverso.

E. falsa, il sughero galleggia solo in acqua.

6. Quando si versa un liquido in due vasi comunicanti, quando sono uguali i livelli che il liquido raggiunge nei due vasi?

A. Sempre.

B. Se il liquido a peso specifico piccolo.

C. Se i vasi hanno la stessa forma.

D. Se i vasi hanno le stesse dimensioni.

E. Mai.

7. Quando gonfiamo gli pneumatici di un'automobile:

A. immettiamo aria a pressione minore di quella atmosferica.

B. immettiamo aria a pressione uguale a quella atmosferica.

C. immettiamo aria a pressione maggiore a quella atmosferica.

D. togliamo aria per consentire l'espansione degli pneumatici.

E. nessuna delle precedenti.

8. Un corpo di 5 kg é immerso completamente in acqua. É possibile calcolare la spinta di Archimede con questa sola informazione?

A. No, perché non si conosce la massa d'acqua contenuta nel recipiente.

B. No, perché non si può calcolare il volume di acqua spostato.

C. No, perché non si conosce la forma del corpo.

D. Si perché conosco la massa del corpo.

E. No, perché non é noto il peso del corpo.

Parte D - I gas

Unitá 1

I gas

1. Partiamo dalla realtà

La nostra vita si svolge all'interno di un ambiente gassoso: l'**aria**. L'aria é costituita da una miscela gassosa di azoto, ossigeno, argon e anidride carbonica, più altri componenti in quantità minori, tra cui anche particelle solide in sospensione, che costituiscono il cosiddetto pulviscolo atmosferico. L'aria é una componente essenziale per la vita della maggior parte degli organismi animali e vegetali e in particolare per la vita umana.
L'esperienza quotidiana ci offre numerosi spunti per osservare alcune delle proprietà dell'aria:

- se agitate la mano nell'aria non incontrate resistenza, cosa che non avviene nell'acqua,
- quando gonfiate la gomma di una bicicletta vi rendete subito conto del fatto che i gas possono essere compressi ed esercitano una pressione che dipende dalla quantità del gas stesso: più aria pompiamo nella gomma, maggiore sarà la sua pressione,
- i gas riempiono completamente il recipiente in cui sono racchiusi, a differenza dei liquidi e dei solidi.
- i gas sono perfettamente miscibili fra loro: un profumo si diffonde rapidamente nell'aria che respiriamo.
- se riscaldate un palloncino pieno d'aria con il phon, questo diventa più grande e se lo mettete nel congelatore rimpicciolisce.

Bastano queste semplici osservazioni qualitative per formulare alcune ipotesi sul comportamento dei gas.

- Il fatto che in un dato volume di gas vi sia poca materia indica che le molecole devono essere molto lontane fra loro, soprattutto in confronto ai liquidi e ai solidi. Questo spiega anche perché i gas possono essere facilmente compressi.
- Le molecole di un gas si diffondono rapidamente. Il movimento determina la collisione delle molecole con le pareti del recipiente, questo spiega la natura della pressione esercitata dal gas e spiega anche perché una maggior quantità di gas dà luogo a una pressione superiore: all'aumentare del numero di molecole aumentano gli urti con le pareti del recipiente.

- Il fatto che la pressione di un gas aumenti con la temperatura indica che le sue molecole si muovono più velocemente al crescere della temperatura: molecole più veloci urtano con maggior forza le pareti di un recipiente, mentre se la temperatura diminuisce le molecole del gas rallentano e tendono ad occupare un volume minore.

2. Come descrivo lo stato di un gas?

Un sistema gassoso é quindi costituito da un numero molto alto di molecole, descrivere cosa succede ad ogni molecola d'aria, quando ad esempio scaldiamo un palloncino, é praticamente impossibile. Quindi si scelgono delle grandezze fisiche che descrivono lo stato fisico del sistema (il palloncino) da punto di vista **macroscopico**. Queste sono:

- PRESSIONE
- VOLUME
- TEMPERATURA

2.1 Variabili di stato

Esistono delle leggi, di natura empirica, che mettono in relazione le tre grandezze pressione volume e temperatura, in modo da poter sempre prevedere quale saranno i valori assunti in seguito ad una **trasformazione** (Fig.1.1).

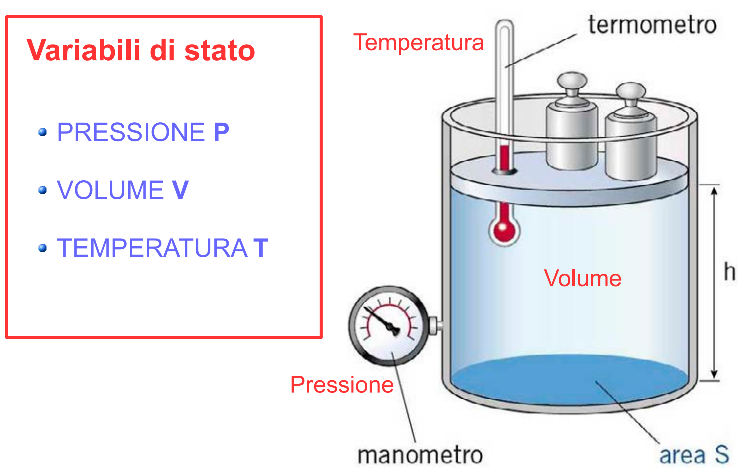


Figura 1.1: Variabili di stato.

3. Che cos'è una trasformazione termodinamica?

Intanto bisogna chiarire che cos'è la **termodinamica**:

- La termodinamica é quella branca della fisica e della chimica che descrive le trasformazioni subite da un sistema naturale o artificiale, in seguito ad un processo di scambio di energia con altri sistemi o con l'ambiente esterno.
- Per **trasformazione** si intende qualunque azione che vari lo stato del sistema.

In Fig.1.2 é riportato un maniera schematica, il passaggio di un sistema da uno **stato iniziale** caratterizzato da pressione P_i, volume V_i e temperatura T_i ad uno **stato finale** caratterizzato da pressione P_f, volume V_f e temperatura T_f

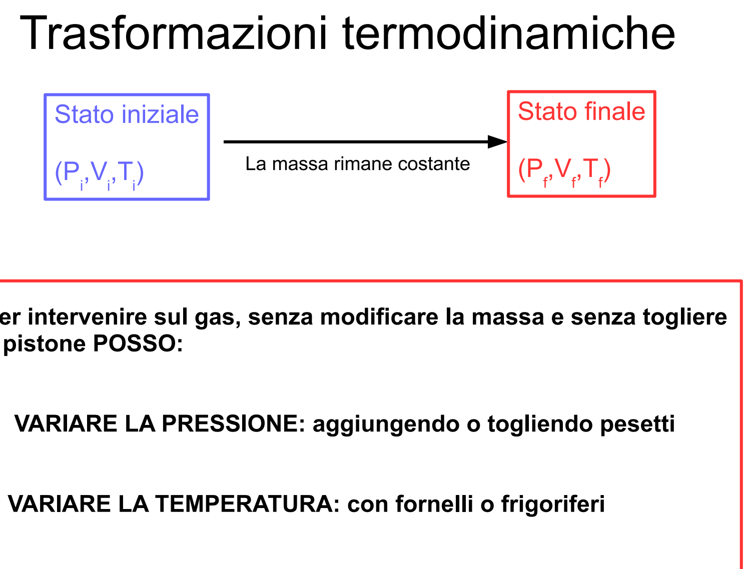


Figura 1.2: Stato iniziale e stato finale.

3.1 I nomi delle trasformazioni

A seconda della grandezza di stato che rimane costante, le trasformazioni termodinamiche prendono un nome particolare. In Fig.1.3 sono riassunte le 3 trasformazioni con prefisso iso-, manca la **trasformazione adiabatica** che verrà approfondita in seguito.

Le leggi dei gas Ciascuna trasformazione é governata da una legge di natura sperimentale che descrive il comportamento del gas in circostanze particolari:

- a **temperatura costante**, il volume di una data quantità di gas é inversamente proporzionale alla sua pressione (**LEGGE ISOTERMA o LEGGE DI BOYLE**)
- a **pressione costante**, il volume di una data quantità di gas aumenta con la temperatura (**LEGGE ISOBARA o LEGGE DI CHARLES**)
- a **volume costante**, la pressione di una data quantità di gas é direttamente proporzionale alla temperatura assoluta (**LEGGE ISOCORA o LEGGE DI GAY-LUSSAC**)

Vediamole in dettaglio.

Grandezze che variano	Grandezza che rimane costante	Nome della trasformazione
Pressione Volume	Temperatura	ISOTERMA
Temperatura Volume	Pressione	ISOBARA
Temperatura Pressione	Volume	ISOCORA

Figura 1.3: I nomi delle trasformazioni.

4. Legge di Boyle

La **legge di Boyle** afferma che:

- Il prodotto del volume occupato dal gas per la sua pressione rimane costante

$$pV = costante \tag{1.1}$$

- Pressione e volume sono inversamente proporzionali:

$$p = \frac{costante}{V} \tag{1.2}$$

Se indichiamo con i lo stato iniziale del sistema e f lo stato finale, dopo una trasformazione a temperatura costante, le grandezze di stato iniziale e finale sono legate dalla seguente relazione:

$$p_i V_i = p_f V_f \tag{1.3}$$

Se voglio rappresentare graficamente questa trasformazione, devo riportare i valori di pressione e volume in un riferimento cartesiano, in cui sulle ascisse ci sono i volumi e sulle ordinate le pressioni, questo riferimento prende il nome di **piano di Clapeyron**: ogni singolo punto di coordinate (V,p) rappresenta uno stato del sistema durante la trasformazione isoterma (Fig.1.4). Nota bene che qualunque trasformazione si può rappresentare graficamente, non solo l'isoterma.
La funzione $pV = k$ é un'iperbole equilatera.

L'aspetto più importante della legge di Boyle é che questa relazione é sostanzialmente la stessa per tutti i gas nelle condizioni di temperatura e pressione ambiente. Con misurazioni molto precise, ci accorgiamo però che i gas reali non obbediscono esattamente alla legge di Boyle per tutti i valori possibili di pressione, volume e temperatura. L'ipotetico gas che obbedisce esattamente alla legge di Boyle prende il nome di **gas ideale**. È stato provato sperimentalmente che il comportamento dei gas reali si avvicina a quello ideale, quanto più la pressione é bassa e la temperatura elevata. La maggior parte dei gas con cui abbiamo a che fare in condizioni naturali può essere considerata, in buona approssimazione, ideale.

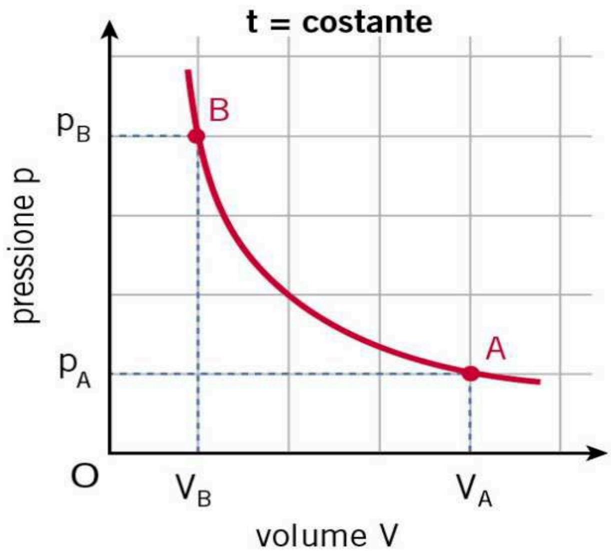


Figura 1.4: Trasformazione isoterma.

5. Effetto della temperatura su un gas

- **Che effetto ha la variazione di temperatura sulla stato di un gas?**
  Per rispondere a questa domanda é necessario distinguere quando:
  la trasformazione avviene a pressione costante e quando avviene a volume costante.

- A **pressione costante**, una variazione di temperatura fa aumentare o diminuire il volume di un gas.

- A **volume costante**, invece, fa aumentare o diminuire la pressione.

6. Legge di Charles

- **A pressione costante, il volume di una quantità di gas varia secondo la legge**

$$V = V_0(1 + \alpha t) \tag{1.4}$$

  dove V_0 é il volume a $0°C$, t é la temperatura espressa in gradi centigradi ($°C$). Il coefficiente α é identico per tutti i gas e vale circa $1/273°C^{-1}$.

- Esempio
  Se un gas alla temperatura di $0°C$ occupa un volume di $V_0 = 1,0m^3$ a $20°C$ e alla stessa pressione, occuperà il volume:

$$V = (1,0m^3)[1 + 0,00366°C^{-1} \times (20°C)] = 1,0732m^3 \tag{1.5}$$

7. Legge di Gay-Lussac

- **A volume costante, la pressione p di una quantità di gas varia secondo la legge**

$$p = p_0(1 + \alpha t) \tag{1.6}$$

  dove p_0 é il volume a $0°C$, t é la temperatura espressa in gradi centigradi ($°C$). Il coefficiente α é identico per tutti i gas e vale circa $1/273°C^{-1}$.

- Esempio
  Una bomboletta spray contiene del gas in un recipiente chiuso, quindi il volume é costante. Se viene buttata sul fuoco, esplode perché aumenta la temperatura del gas e aumenta la sua pressione interna.

8. Che cos'è la temperatura assoluta?

- **La temperatura assoluta é la temperatura espressa in gradi kelvin**
  É possibile scrivere le formule delle due leggi dei gas in termini di temperatura assoluta.
  Ricordando che $T(K) = t(°C) + 273$ e con semplici passaggi algebrici le due leggi diventano:

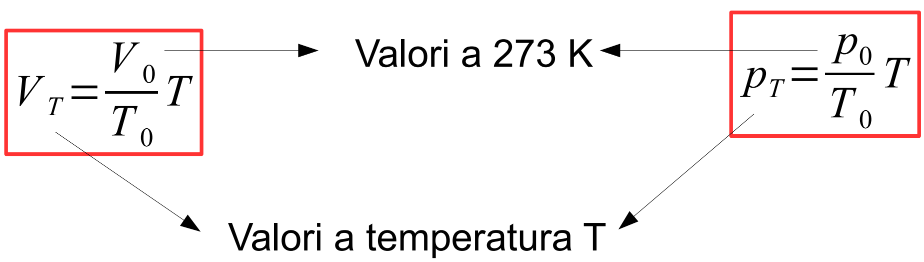


Figura 1.5: Le leggi di Charles e Gay-Lussac scritte rispetto alla temperatura assoluta.

9. Che cos'è un gas perfetto?

Possiamo riassumere alcune delle caratteristiche di un gas perfetto:

- É un modello.
- É un gas molto rarefatto.
- Segue in modo esatto le leggi di Boyle e Gay-Lussac.
- La sua temperatura é molto inferiore alla temperatura a cui si liquefà.

10. Equazione di stato dei gas perfetti

- L'**equazione di stato dei gas perfetti** riassume tutte le leggi dei gas e stabilisce una relazione tra le quattro grandezze caratteristiche per i gas.

10.1 Proviamo a ricavarla

Partiamo da due stati generici di un sistema termodinamico. Indicheremo con il pedice o le grandezze relative allo stato iniziale e senza pedice quelle relative allo stato finale. Le tre grandezze di stato sono legate dalla seguente relazione:

$$\frac{PV}{T} = \frac{P_o V_o}{T_o} \tag{1.7}$$

10.2 La legge di Avogadro

Prima di andare avanti é necessario ricordare una legge importante che sicuramente avrai imparato a Chimica: la **legge di Avogadro**.
La legge di Avogadro afferma che:

- Nelle stesse condizioni di temperatura e pressione, volumi uguali di gas diversi contengono lo stesso numero di particelle ovvero stesso **numero di moli n**
- 1 mol corrisponde ad un numero di Avogadro N_A di particelle, dove $N_A = 6.02214 \cdot 10^{23} mol^{-1}$

Si può verificare sperimentalmente che 1 *mol* di gas a pressione $P_o = 1.0132 \cdot 10^5 Pa$ e temperatura $T_o = 273.15K$ occupa un volume $V_o = 2.24124 \cdot 10^{-2} m^3$. Quindi il rapporto $\frac{PV}{T}$ assume un valore ben preciso che prende il nome di **costante dei gas** e si indica con la lettera R:

$$\frac{PV}{T} = \frac{P_o V_o}{T_o} = 8.314 \frac{J}{K \cdot mol} = R \tag{1.8}$$

Se invece di 1 mol abbiamo $n\ mol$ la legge dei gas diventa:

$$PV = nRT. \tag{1.9}$$

$$\frac{PV}{T} = n\frac{P_0 V_0}{T_0} = n 8.314 \frac{J}{K \cdot mol} = nR$$

$$\frac{PV}{T} = nR$$

$$\boxed{PV = nRT}$$

Figura 1.6: Legge dei gas per $n\ mol$

11. Teoria cinetica dei gas

La temperatura di una sostanza, solida, liquida o aeriforme, é legata all'energia cinetica delle particelle che la costituiscono; l'**energia interna** della sostanza dipende dalla temperatura.

La **teoria cinetica dei gas** stabilisce un collegamento tra il comportamento **macroscopico** di un gas e il suo comportamento **microscopico**.
Le grandezze macroscopiche pressione, volume e temperatura sono strettamente legate alle grandezze microscopiche: numero delle molecole N e velocità delle molecole v.
Per studiare un sistema costituito da un numero molto alto di componenti é necessario costruire un modello. La teoria cinetica si basa sul modello meccanico dei gas, che prevede le seguenti ipotesi:

- le molecole sono assimilabili a sfere rigide piccolissime (punti materiali) di massa m, uguale per tutte le molecole,
- il loro numero N é così elevato da essere statisticamente significativo,
- le molecole si muovono in modo completamente casuale obbedendo alle leggi di Newton,
- l'urto delle molecole con le pareti del contenitore é elastico quindi si conserva l'energia cinetica,
- le loro dimensioni sono trascurabili rispetto alla distanza media fra esse; in altri termini il volume complessivo delle molecole é trascurabile rispetto al volume totale occupato dal gas.

11.1 L'origine della pressione

La pressione esercitata dal gas é dovuta agli urti delle molecole contro le pareti del contenitore. Ricordiamo dalla meccanica che:

$$\vec{F} = \frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t} = \frac{m\Delta v}{\Delta t} = m\vec{a} \tag{1.10}$$

Immaginiamo di avere una sola molecola di massa m in moto con velocità v entro una scatola cubica di lato L, come in Fig.1.7.

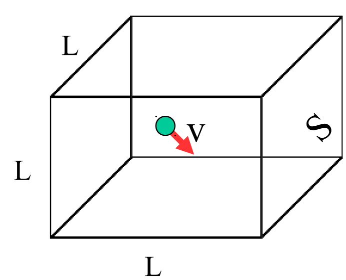


Figura 1.7: Modello di molecola con velocitá v che si muove in una scatola cubica di lato L

Nell'urto contro la parete di destra, perpendicolare all'asse x (Fig.1.8), essa subisce una variazione della quantità di moto:

$$\Delta p = p_f - p_i = -mv_x - (mv_x) = -2mv_x \tag{1.11}$$

La forza agente **sulla particella** in un urto é:

$$F_x = -\frac{2mv_x}{\Delta t} \tag{1.12}$$

La variazione della quantità di moto della parete dopo un urto é:

$$\Delta\vec{p_x} = 2mv_x \tag{1.13}$$

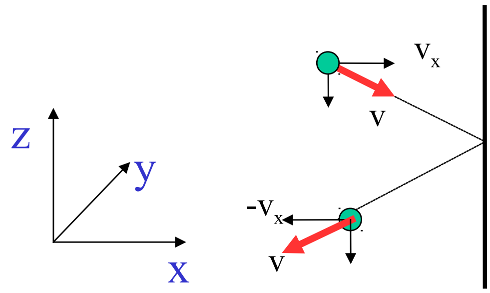


Figura 1.8: Urto contro la parete di destra nel sistema di riferimento xyz.

La forza agente **sulla parete** nell'urto é:

$$F_x = \frac{2mv_x}{\Delta t} \tag{1.14}$$

Esaminiamo attentamente l'urto contro la parete 1.
L'urto rispetta le leggi della riflessione:

- il raggio incidente, il raggio riflesso e la normale alla superficie riflettente, nel punto d'incidenza, sono complanari,
- l'angolo d'incidenza è uguale all'angolo di riflessione.

L'urto é elastico, quindi l'energia cinetica iniziale E_c é uguale a quella finale E_f. Di conseguenza anche le velocità sono uguali prima e dopo l'urto:

$$E_c = E_f \rightarrow v_i = v_f \tag{1.15}$$

Consideriamo la variazione della quantità di moto della molecola lungo la direzione x:

$$\Delta \vec{p}_x = 2mv_x \tag{1.16}$$

Dopo l'urto la molecola si muove verso la parete opposta con velocità v_x, e, dopo un altro urto, torna indietro verso la parete 1. Per percorre lo spazio di andata e ritorno lungo un lato della scatola pari alla distanza $2L$ con velocità v_x impiega un tempo:

$$\Delta t = \frac{2L}{v_x} \tag{1.17}$$

La forza media esercitata dalla molecola contro la parete 1 é:

$$F = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{2mv_x}{\frac{2L}{v_x}} = \frac{mv_x^2}{L} \tag{1.18}$$

Conoscendo la forza, si può ricavare la pressione P esercitata sulla parete 1:

$$P = \frac{F}{A} = \frac{\frac{mv_x^2}{L}}{L^2} = \frac{mv_x^2}{L^3} = \frac{mv_x^2}{V} \tag{1.19}$$

dove V é il volume del cubo.
La formula precedente fa riferimento ad una sola molecola. Per la pressione totale dovremo tener conto del contributo di tutte le molecole che però hanno velocità diverse e in generale variabili nel tempo. Tuttavia la distribuzione delle velocità rimane costante e, quindi, anche la velocità media rimane costante, pertanto invece della velocità v_x faremo riferimento alla velocità media:

$$P = \frac{m(v_x^2)_m}{V} \tag{1.20}$$

Tenendo conto di tutte le molecole si ha:

$$P = \frac{Nm(v_x^2)_m}{V} = \frac{N}{V}m(v_x^2)_m \tag{1.21}$$

Siccome v_x é solo una delle tre componenti della velocità v:

$$\vec{v} = \vec{v}_x + \vec{v}_y + \vec{v}_z \tag{1.22}$$

e le tre componenti v_x, v_y, v_z sono mediamente equivalenti, cioè, ogni direzione é ugualmente probabile, si può considerare la velocità quadratica media $(v^2)_m$

$$(v^2)_m = (v_x^2)_m + (v_y^2)_m + (v_z^2)_m \tag{1.23}$$

Inoltre si ha che:

$$(v_x^2)_m = (v_y^2)_m = (v_z^2)_m = \frac{1}{3}(v^2)_m \tag{1.24}$$

La pressione quindi si scrive in funzione della velocità quadratica media:

$$P = \frac{N}{V}m(v_x^2)_m = \frac{1}{3}\frac{N}{V}m(v^2)_m \tag{1.25}$$

Indicando con $K = \frac{1}{2}m(v^2)_m$ l'energia cinetica media di una molecola, la pressione diventa:

$$P = \frac{2}{3}\frac{N}{V}\left(\frac{1}{2}m(v^2)_m\right) = \frac{2}{3}\frac{N}{V}K_m \tag{1.26}$$

In conclusione risulta che in un gas ideale la pressione é

- direttamente proporzionale al numero delle molecole,
- inversamente proporzionale al volume,
- direttamente proporzionale all'energia cinetica delle sue molecole.

Portando al primo membro il volume V si ha:

$$PV = \frac{2}{3}NK_m \tag{1.27}$$

12. Energia cinetica e temperatura

É possibile ricavare una relazione tra l'energia cinetica media delle molecole con la temperatura assoluta. Mettiamo a confronto il risultato della Teoria cinetica con l'equazione di stato. Seguendo il ragionamento in Fig.1.9, si ricava la dipendenza dell'energia cinetica dalla temperatura assoluta. L'energia cinetica é direttamente proporzionale alla sola temperatura assoluta, visto che R e N_A sono delle costanti.
Possiamo quindi affermare che scaldando un gas aumentiamo la velocità media delle sue molecole, raffreddandolo diminuiamo la velocità media delle molecole.

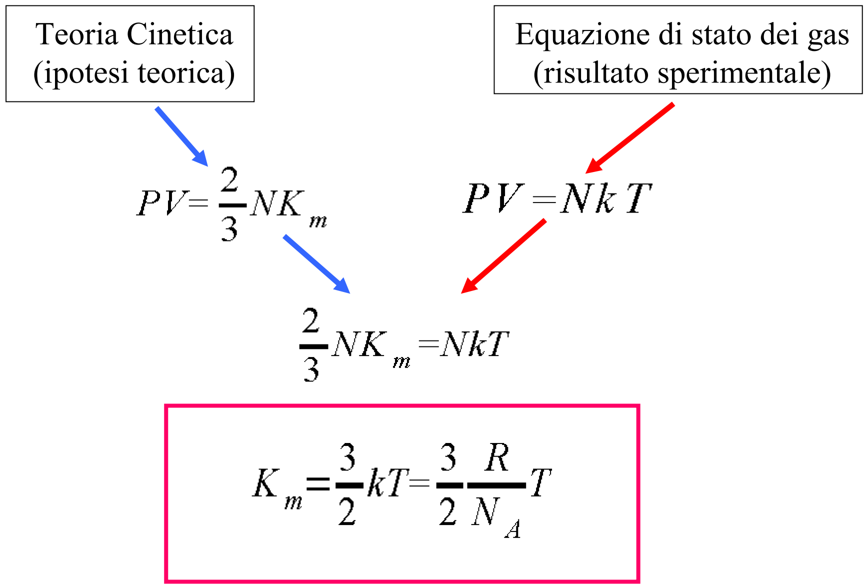


Figura 1.9: Energia cinetica e temperatura.

Esercizi Unità 1

1. Secondo l'equazione di stato dei gas perfetti (dove appaiono p, V, n, R, T):

A. R é parametro mentre n é costante fisica.

B. Volume, pressione, temperatura possono variare liberamente.

C. I valori di volume, pressione, temperatura sono vincolati su una superficie nello spazio delle variabili.

D. R e n sono variabili mentre V, p, T sono parametri.

E. R é adimensionale.

2. Che cosa produce nelle gomme di un'auto la pressione sufficiente per conservare la forma anche durante la corsa dell'auto?

A. Lo spostamento, per forza centrifuga, dell'aria contenuta nella gomma.

B. L'aumento di volume delle molecole d'aria con la temperatura.

C. Il surriscaldamento delle gomme.

D. L'urto delle molecole d'aria contro le pareti interne della gomma.

E. La speciale mescola con cui sono costruite le gomme.

3. Un palloncino di gomma viene prima gonfiato alla temperatura di 22° C, poi sigillato e infine messo in un frigorifero alla temperatura di 2° C. Quale fenomeno si verificherà?

A. Il palloncino scoppia.

B. Il palloncino rimane inalterato.

C. Il volume del palloncino diminuisce.

D. Il palloncino aumenta di volume, ma non scoppia.

E. Si ha una fuoriuscita d'aria.

4. Un gas perfetto é racchiuso in un cilindro e mantenuto a temperatura costante T. Se il suo volume viene fatto espandere lentamente fino a raggiungere il doppio del valore iniziale:

A. La pressione esercitata dal gas resta costante.

B. La pressione esercitata dal gas raddoppia.

C. La pressione esercitata dal gas si dimezza.

D. La temperatura interna aumenta.

E. La temperatura interna diminuisce.

5. In una palla da basket gonfia la pressione vale 171 kPa ad una temperatura di 293 K. Sapendo che il suo diametro é 30,0 cm. Quanti moli di aria contiene la palla?

A. 0.990 mol

B. 2 mol

C. Non é possibile calcolarlo perché non si conosce il volume.

D. 0.5 mol

E. 1.520 mol

6. Se un gas passa dallo stato (p_1, V_1, T_1) allo stato (p_2, V_2, T_2) mediante una trasformazione isocora, allora:

A. $p_2 T_2 = V$

B. $p_1 V = p_2 V$

C. $p_1 T_1 = p_2 T_2$

D. La pressione rimane costante.

E. $p_1/T_1 = p_2/T_2$

7. La temperatura assoluta di un gas perfetto é proporzionale

A. Al numero di molecole presenti nel gas.

B. Alla quantità di moto media delle molecole del gas.

C. All'energia cinetica media delle molecole del gas.

D. All'energia potenziale media delle molecole dal gas.

E. Al volume occupato dalle molecole del gas.

8. Un gas racchiuso ermeticamente in un cilindro viene riscaldato tramite un fornello. L'aumento di temperatura produrrà nel gas:

A. Un aumento dell'energia cinetica media delle sue molecole.

B. Un rallentamento del moto delle sue molecole.

C. Un diminuzione, in media, delle dimensioni delle sue molecole.

D. Uno spostamento delle molecole verso la parte più lontana dalla fonte di calore.

E. Uno spostamento delle molecole verso la parte più vicina alla fonte di calore.

Parte E - Termodinamica

Manuela Lima, Dialogare: *compendio di fisica*, ISBN 978-88-6453-484-8 (online), CC BY-NC-ND 4.0 IT,
2017 Firenze University Press

Unitá 1

I principi della Termodinamica

1. Partiamo dalla realtà

Nella vita quotidiana abbiamo modo di osservare trasformazioni di tutti i tipi. Tutti gli esseri viventi nascono, crescono e si trasformano. I combustibili vengono bruciati per far funzionare le automobili e gli impianti industriali. I cibi vengono cotti e poi trasformati nel nostro organismo per permettere le funzioni biologiche.

- Ma cos'è che rende possibile queste trasformazioni e spesso impossibili quelle inverse?
- Come mai posso cuocere una bistecca, ma non riottenere la bistecca cruda da quella cotta?
- Perché una frittata non può tornare ad essere uovo?

La risposta a questa domanda può essere ottenuta studiando la termodinamica che è la scienza che studia le variazioni energetiche che avvengono durante le trasformazioni.
Tutte le trasformazioni, sia fisiche che chimiche, comportano delle variazioni di energia, in particolare variazioni dell'energia interna dei sistemi presi in considerazione. Tali variazioni sono dovute o a scambi di calore con l'ambiente oppure a lavoro compiuto dal o sul sistema. Vedremo ora cosa spinge una reazione a realizzarsi in modo spontaneo e quindi i motivi per cui essa si realizza senza che vi siano interventi dall'esterno.
È necessario però chiarire le parole chiave, in particolare quelle riguardanti il calore e il lavoro.

2. Calore e Temperatura

Molto spesso confondiamo i termini calore e temperatura. In realtà si tratta di due grandezze fisiche completamente differenti.

- Il **Calore** coinvolge un **trasferimento di energia** tra due oggetti a temperatura differente. Il calore è una forma di energia e si misura in joule.
- La **Temperatura** riflette il movimento casuale delle particelle, è quindi correlata all'energia cinetica delle molecole e si misura in K o $^\circ C$.

Si ha un passaggio di calore quando c'è un dislivello di temperatura: il calore fluisce da un corpo a temperatura più alta a uno a temperatura più bassa.

Un sistema può scambiare energia con l'ambiente mediante:

- **Calore scambiato**,
- **Lavoro eseguito** dal sistema o dall'ambiente sul sistema.

Scaldando un corpo, aumentiamo la sua capacità di compiere lavoro e quindi aumentiamo la sua energia. Anche compiendo lavoro sul sistema aumentiamo la sua energia, ad esempio comprimendo un gas o tirando una molla.

- Joule mostrò come il Lavoro e il Calore fossero convertibili l'uno nell'altro.
- Dopo aver variato l'energia di un sistema, questo non ricorda se è stato eseguito del lavoro o se è stato scambiato del calore.

3. Equivalenza calore e lavoro

Il fisico Joule verso la metà del 1800 fece un celebre esperimento. Con il marchingegno in Fig.1.1 riscaldò l'acqua:l'energia potenziale dei pesi che scendono attratti dalla forza di gravità si trasforma in energia cinetica e questa si trasferisce alle pale che riscaldano l'acqua nel calorimetro. Ripetendo più volte l'esperimento Joule riuscì a determinare l'equivalente meccanico della caloria.
Un lavoro di 4.186 J corrisponde ad 1 caloria. Joules provò l'equivalenza tra calore e lavoro meccanico: il

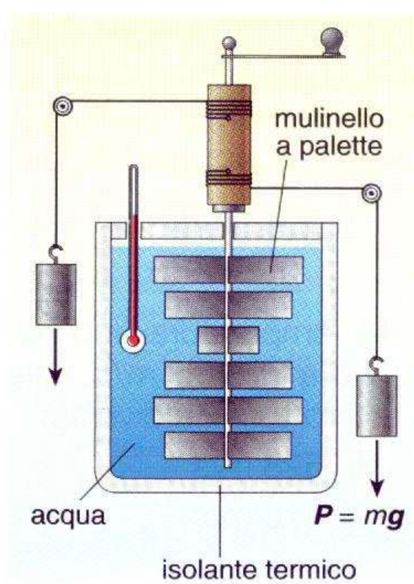


Figura 1.1: Il mulinello di Joule.

lavoro eseguito per far ruotare le pale, causa un aumento della temperatura dell'acqua, la quantità di calore prodotta è proporzionale al lavoro eseguito.

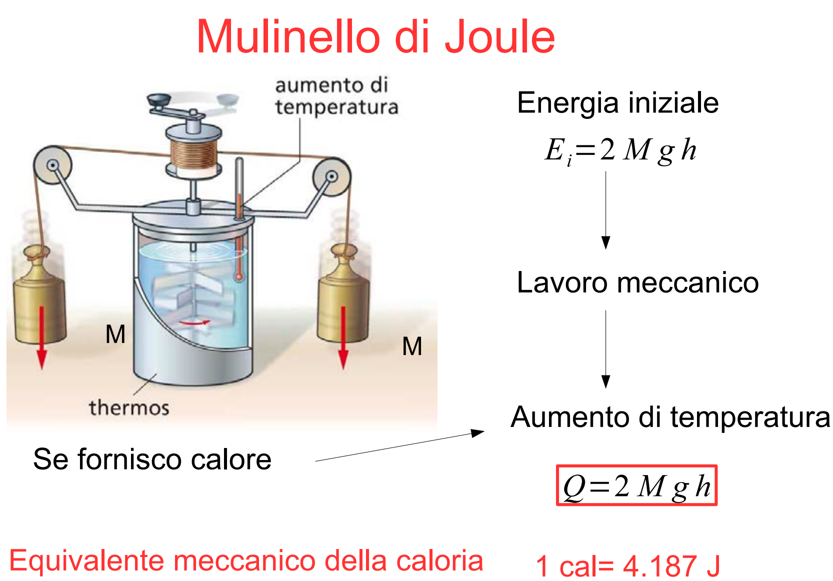


Figura 1.2: Equivalente meccanico della caloria.

4. Principio zero della termodinamica

- Se un corpo B è in equilibrio termico sia con un corpo A che con un corpo C, allora anche i corpi A e C, se posti in contatto termico, si trovano in equilibrio termico.

Il primo principio rappresenta il principio di conservazione dell'energia per i sistemi termodinamici: l'energia di un sistema termodinamico isolato, non si crea né si distrugge ma si trasforma passando da una forma all'altra.

In Fig.1.3 è riportata in maniera schematica la convenzione sui segni relativi al calore e al lavoro scambiati da un sistema.

5. Come compio lavoro su un sistema?

Consideriamo un sistema termodinamico isolato dall'ambiente tramite pareti adiabatiche in modo da impedire gli scambi termici. Vogliamo portare il sistema da un temperatura iniziale T_i ad una temperatura finale T_f. Ci sono infiniti modi per compiere lavoro adiabatico sul sistema, ad esempio con un resistore percorso da corrente, con un mulinello, scuotendo il recipiente, etc... (Fig.1.4).

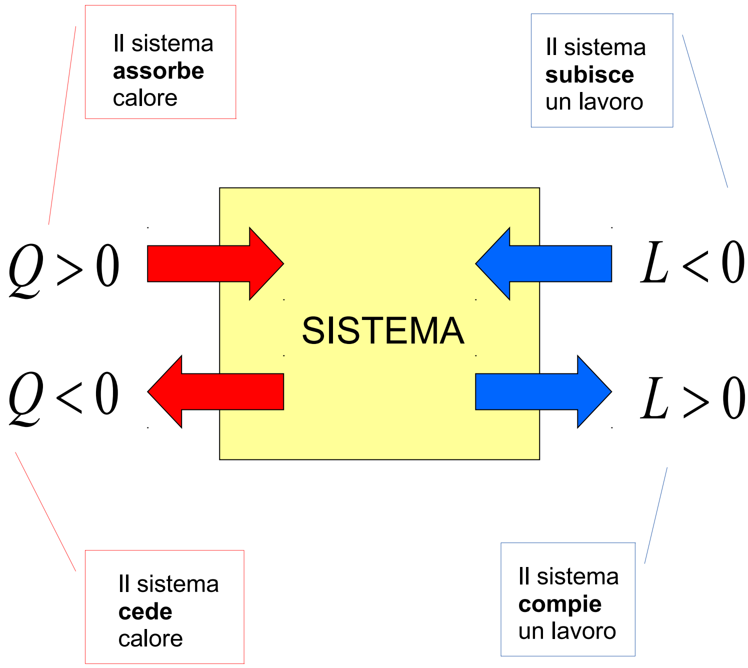


Figura 1.3: Convenzione sui segni relativi al calore e al lavoro scambiati da un sistema.

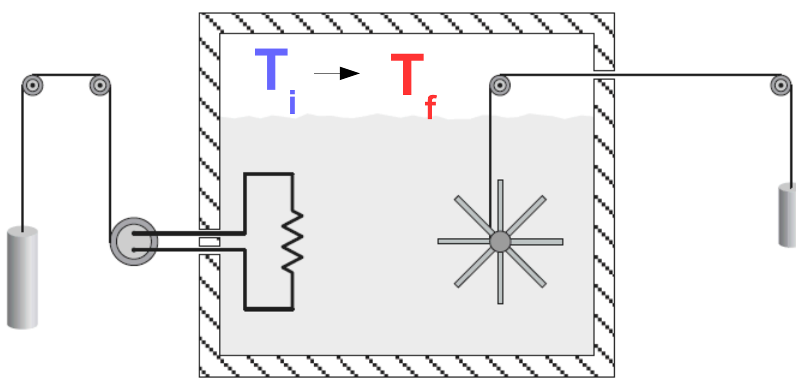


Figura 1.4: Esempi di come si può compiere lavoro su un sistema.

- Sperimentalmente si osserva che il lavoro speso, a parità di massa d'acqua, è sempre proporzionale alla variazione di temperatura dell'acqua:

$$\Delta = T_f - T_i \tag{1.1}$$

- Dalla teoria cinetica sappiamo che la temperatura è legata alla funzione di stato energia interna che descrive lo stato del sistema, indipendentemente da come il sistema ci sia arrivato.
- Se indico con ΔU la **variazione di energia interna** del sistema e con W il lavoro fatto sul sistema, si ha che in una **trasformazione adiabatica**:

$$\Delta U = -W \tag{1.2}$$

- Il lavoro eseguito su un sistema in una qualsiasi trasformazione adiabatica che porti il sistema da uno stato iniziale ad uno stato finale, è sempre lo stesso, indipendentemente dalla trasformazione.

6. Primo Principio della Termodinamica

In generale se la trasformazione da $i \to f$ viene realizzata sia effettuando lavoro sia scambiando calore con l'ambiente la variazione di energia interna è:

$$\Delta U = Q - W \tag{1.3}$$

A questo punto possiamo enunciare il **Primo Principio della Termodinamica**.

- Il primo principio afferma che in corrispondenza di una trasformazione da uno stato i ad uno stato f, la variazione dell'energia interna non dipende dalla particolare trasformazione compiuta, ma soltanto dallo stato iniziale e da quello finale ed è uguale all'energia acquisita dall'ambiente circostante come flusso di calore meno il lavoro eseguito sull'ambiente.

Può succedere, come vedremo in seguito, che il sistema effettua una **trasformazione ciclica**, cioè lo stato iniziale e quello finale coincidono (vedi Fig.1.5). In questo caso l'energia interna non cambia quindi

$$\Delta U = Q - W = 0 \tag{1.4}$$

Si evince che tutto il calore fornito al sistema si converte in calore:

$$\Delta Q = W \tag{1.5}$$

7. Classifichiamo le trasformazioni

Diamo ora una classificazione che si riferisce a come il sistema effettua le trasformazione. In Fig.1.6 è riportato uno schema riassuntivo.

Per le trasformazioni reversibili è possibile calcolare il lavoro e la variazione di energia interna del sistema. Per il calcolo si rimanda ai libri di testo di fisica. In Fig.1.7 sono riassunti i risultati del calcolo del lavoro per le principali trasformazioni termodinamiche.

8. Che cos'è una macchina termica?

Una macchina termica è un dispositivo che, grazie ad una serie di trasformazioni termodinamiche, produce lavoro scambiando calore con un dato numero di sorgenti termiche. Per funzionare, la macchina deve tornare al punto di partenza: una macchina termica realizza una serie di trasformazioni cicliche. In Fig.1.8 è riportato schematicamente il principio di funzionamento di una macchina termica.

Per realizzare una macchina termica servono almeno due sorgenti di calore. Vedi Fig.1.9

ATTENZIONE!

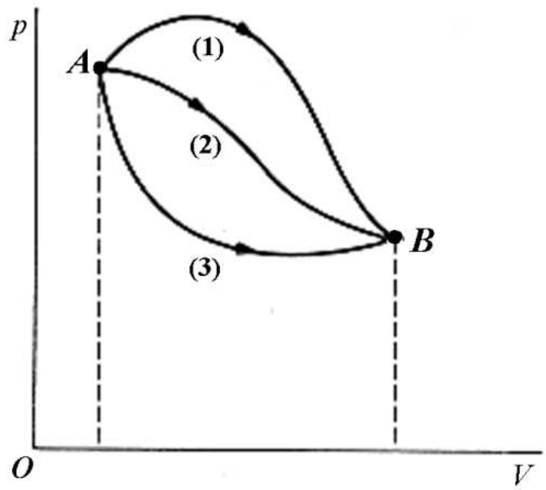


Figura 1.5: Esempi di trsformazione ciclica.

- Quando una sorgente di calore acquista calore, in realtà la sua temperatura aumenta (es. il radiatore di un'automobile).
- In termodinamica, la **sorgente ideale** di calore è un sistema fisico che mantiene sempre la stessa temperatura qualunque sia la quantità di calore ceduto o acquistato.
- Una sorgente ideale non esiste in natura, avrebbe una **capacità termica infinita**.
- Esistono alcuni dispositivi reali che sono buone approssimazioni di una sorgente ideale.

9. Secondo principio della termodinamica

Il **Secondo Principio della Termodinamica** si presenta in tre enunciati. Vediamo i primi due

- **Enunciato di Lord Kelvin**
  è impossibile realizzare una trasformazione il cui unico risultato sia quello di assorbire calore da un'unica sorgente e trasformarlo integralmente in lavoro (Fig.1.10).

- **Enunciato di Clausius**
  è impossibile realizzare una trasformazione il cui unico risultato sia quello di far passare calore da un corpo più freddo ad uno più caldo (Fig.1.11).

Alcune precisazioni:
Una macchina termica

- preleva calore $Q_{assorbito}$ dalla sorgente calda

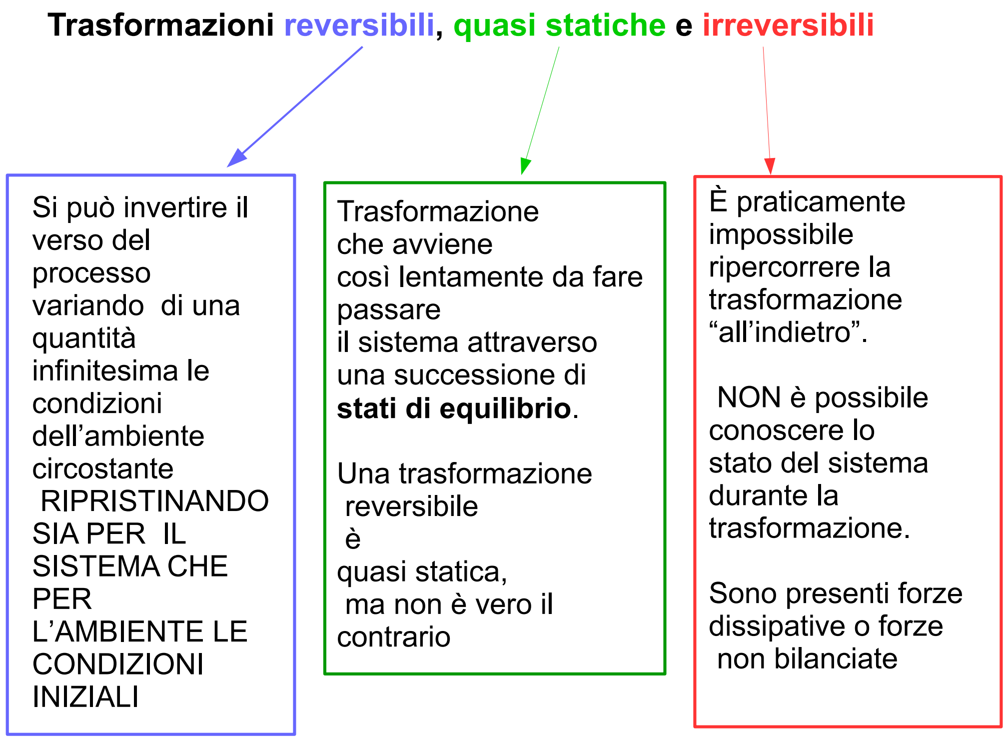


Figura 1.6: Definizione di trasformazione reversibile, quasi statica e irreversibile.

- compie un lavoro $L < Q_{assorbito}$
- cede **parte** del calore alla sorgente fredda.

Per determinare l'efficienza con cui la macchina converte calore in lavoro, definiamo la grandezza fisica **rendimento**.

10. Rendimento di una macchina termica

Il rendimento o efficienza di una macchina termica è il rapporto tra il lavoro compiuto in un ciclo ed il calore assorbito in un ciclo:

$$\eta = \frac{Lavoro \quad di \quad un \quad ciclo}{Calore \quad assorbito \quad per \quad ciclo} \tag{1.6}$$

ovvero:

$$\eta = \frac{L}{Q_{assorbito}} \tag{1.7}$$

Poichè $L = Q_{assorbito} - Q_{ceduto}$ si ha che

$$\eta = \frac{Q_{assorbito} - Q_{ceduto}}{Q_{assorbito}} = 1 - \frac{Q_{ceduto}}{Q_{assorbito}} \tag{1.8}$$

Tipo di trasformazione	Lavoro compiuto	I Principio $\Delta U = Q - L$
Isobara (pressione costante)	$L = p(V_f - V_i)$	$\Delta U = Q - p(V_f - V_i)$
Isocora (volume costante)	$L = 0\,J$	$\Delta U = Q - 0$
Isoterma (temperatura costante)	$L = nRT \ln\left(\frac{V_f}{V_i}\right)$	$0 = Q - nRT \ln\left(\frac{V_f}{V_i}\right)$
Adiabatica (nessun flusso di calore)	$L = \frac{3}{2} nR(T_i - T_f)$	$\Delta U = 0\,J - \frac{3}{2} nR(T_i - T_f)$

Figura 1.7: Sommario delle trasformazioni termodinamiche.

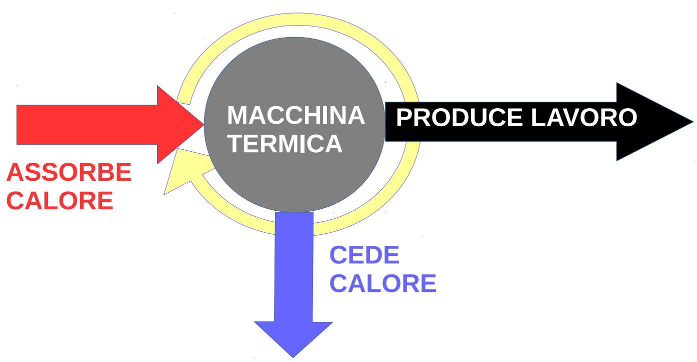


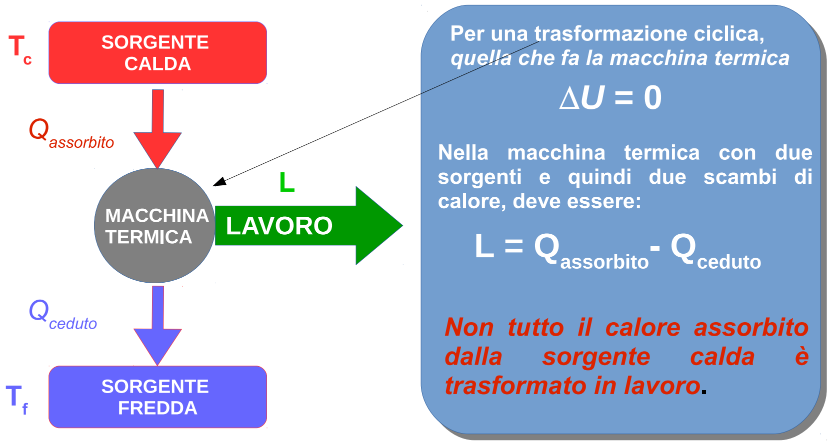
Figura 1.8: Principio di funzionamento di una macchina termica.

ma $Q_{ceduto} \leq Q_{assorbito}$ SEMPRE, quindi.

$$0 \leq \eta \leq 1 \tag{1.9}$$

Siamo pronti per il terzo enunciato:

- **Terzo enunciato**
  è impossibile che una macchina termica abbia rendimento uguale a 1.



T_c: temperatura della sorgente calda; T_f: temperatura della sorgente fredda; $Q_{assorbito}$:calore positivo assorbito dalla sorgente calda; Q_{ceduto}:calore negativo ceduto alla sorgente fredda; L: lavoro compiuto in un ciclo.

Figura 1.9: Scambio di calore una macchina termica.

11. Macchine termiche reversibili, di Carnot e irreversibili

- Macchina reversibile (R):
  macchina che compie una trasformazione ciclica reversibile. Se il ciclo è composto di più fasi, ciascuna di esse deve essere reversibile.

- Macchina di Carnot (C):
  Una macchina di Carnot è una macchina termica teorica, che opera con il ciclo di Carnot reversibile; inventata da Carnot come modello di macchina reversibile a due temperature (due sole sorgenti di calore).

- Macchina non reversibile (NR):
  macchina che compie una trasformazione ciclica irreversibile.

12. Il teorema di Carnot

Tutte le macchine termiche reversibili che utilizzano due sole sorgenti di calore a temperature T_1 e T_2 (con $T_1 > T_2$) hanno lo stesso rendimento η_R, pari a quello η_C di una macchina di Carnot che opera fra la medesima coppia di sorgenti:

$$\eta_R = \eta_C \tag{1.10}$$

Le macchine termiche reali (non reversibili) che utilizzano due sole sorgenti di calore a temperature T_1 e T_2 (con $T_1 > T_2$) hanno un rendimento η_{NC} sempre minore di quello η_C di una macchina di Carnot che opera fra la stessa coppia di sorgenti:

$$\eta_{NC} < \eta_C \tag{1.11}$$

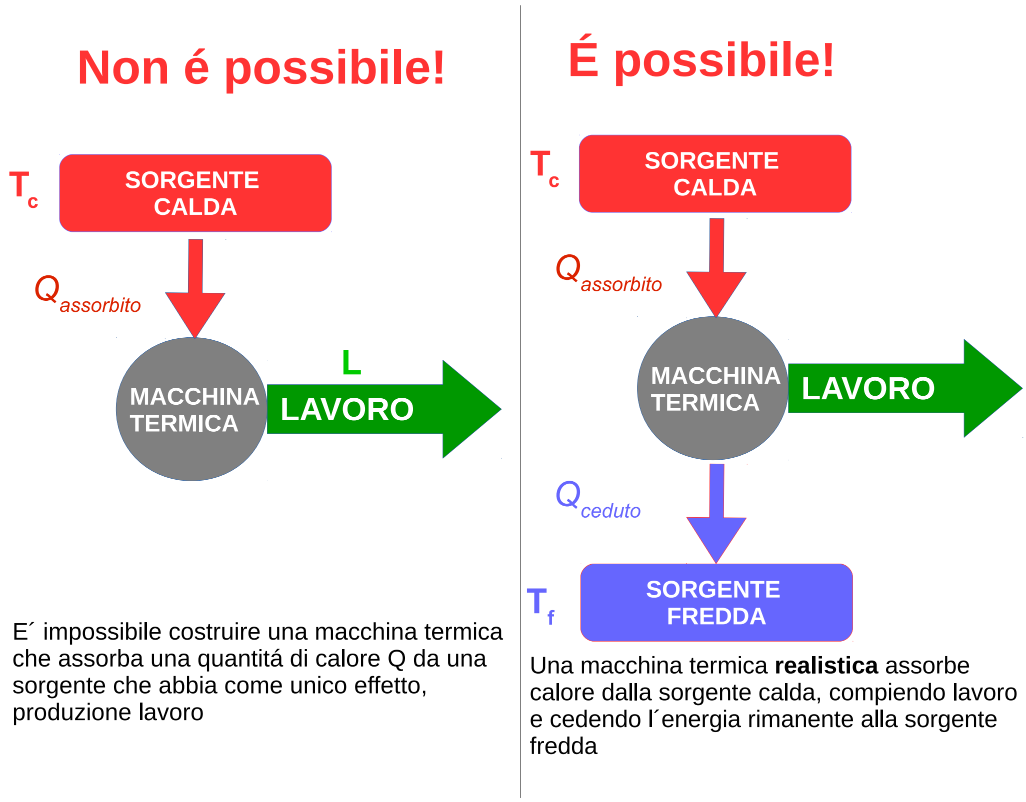


Figura 1.10: Enunciato di Lord Kelvin

Possiamo anche dirlo così...

- Nessuna macchina termica reale può avere un rendimento maggiore della corrispondente macchina di Carnot operante fra le stesse temperature.
  Nel migliore dei casi il rendimento può essere pari a quello di Carnot, ma allora è una macchina ideale.
  In ciò risiede l'importanza del ciclo ovvero della macchina di Carnot.

Di seguito viene descritto il ciclo di Carnot ma si rimanda ai libri di testo per la dimostrazione del teorema.

13. Il ciclo di Carnot

La macchina di Carnot è costituita da un gas perfetto in un cilindro con pistone che compie un ciclo di Carnot. Tutti i passaggi sono riportati in Fig.1.12.

Nel piano $p - V$ il ciclo di Carnot è rappresentato dal grafico in Fig.1.13

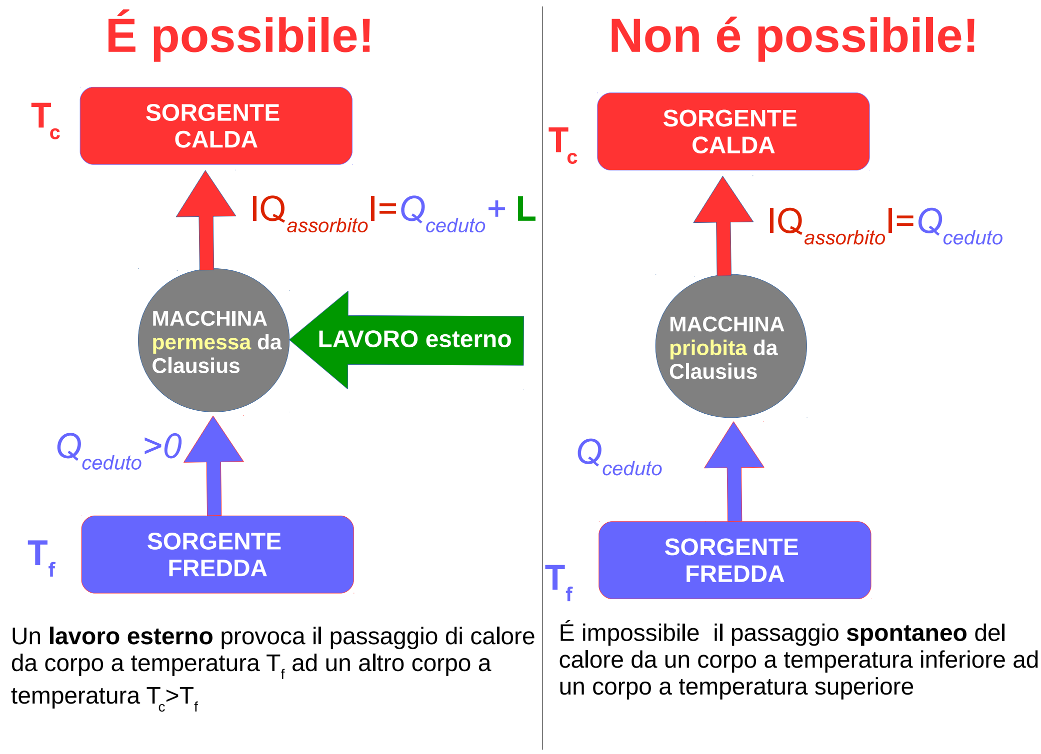


Figura 1.11: Enunciato di Clausius

Il lavoro compiuto in un ciclo è pari all'area della figura racchiusa nel grafico:

$$L = Q_{assorbito} - |Q_{ceduto}| \tag{1.12}$$

,

14. Il rendimento della macchina di Carnot

- Per qualunque macchina termica che lavori tra T_1 e T_2:

$$\eta = 1 - \frac{|Q_{ceduto}|}{Q_{assorbito}} \tag{1.13}$$

- Si dimostra che per la macchina di Carnot vale:

$$\eta = 1 - \frac{T_1}{T_2} \tag{1.14}$$

- La formula vale per ogni macchina ideale che lavori tra T_1 e T_2 ed è il massimo rendimento a cui si possa avvicinare una macchina reale.

Si rimanda ai libri di testo per la dimostrazione.

Il ciclo di carnot

1) *espansione isoterma*;

2) *espansione adiabatica*;

3) *compressione isoterma*;

4) *compressione adiabatica.*

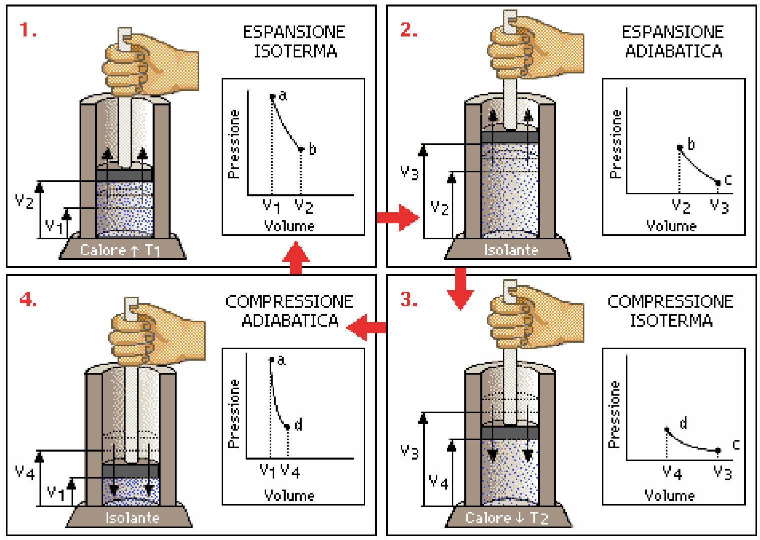


Figura 1.12: Il ciclo di Carnot.

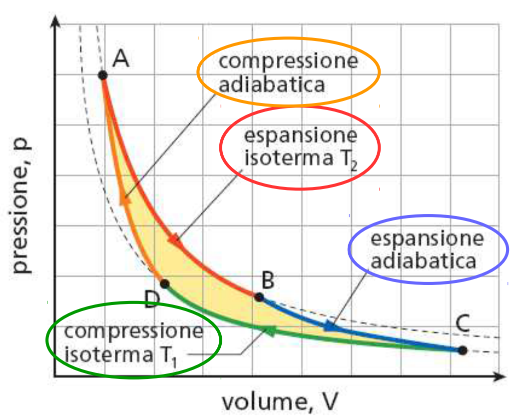


Figura 1.13: Grafico del ciclo di Carnot

15. Il terzo principio della termodinamica

Il **Terzo Principio della Termodinamica**, così come il Secondo Principio, restringe il campo delle trasformazioni termodinamiche ammissibili e dice che:

- Non è possibile raggiungere lo zero assoluto in un processo termodinamico che coinvolga un numero finito di operazioni.

Proviamo a dare una spiegazione di questo principio.
Se fosse possibile raggiungere lo zero assoluto in un numero finito di trasformazioni termodinamiche, sarebbe successivamente possibile scambiare del calore a quella temperatura: secondo il teorema di Carnot, una macchina T_2 possiede un rendimento $\eta = 1 - \frac{T_2}{T_1}$; ponendo $T_2 = 0$ K, il rendimento sarebbe $\eta = 1$, il che violerebbe l'enunciato di Kelvin del secondo principio della termodinamica.
In realtà questo enunciato del terzo principio è una conseguenza di una forma più generale che coinvolge il concetto di **entropia**.
L'entropia è quella grandezza fisica definita come il rapporto tra la quantità di calore scambiato da un sistema e la temperatura alla quale avviene tale scambio.
La variazione di entropia associata a una trasformazione isoterma reversibile tende a zero man mano che la temperatura a cui viene eseguita la trasformazione si avvicina allo zero assoluto.

16. Che cos'è l'entropia?

L'entropia è una grandezza scalare che rende conto della tendenza di un corpo o di un sistema fisico, durante processi termodinamici, a scambiare o trasformare energia in un certo modo. Si può dire che un sistema fisico tende a modificarsi o interagire con altri sistemi in modo da aumentare la propria entropia, o quantomeno a non farla diminuire.
La parola entropia fu introdotta per la prima volta da Clausius nel 1864 per ricordare la parola *energia*e significa la capacità intrinseca di un sistema di trasformarsi.
Consideriamo un sistema termodinamico che compie una trasformazione: supponiamo che il sistema si trovi in uno stato termodinamico *A* ed arrivi, mediante una trasformazione, in uno stato *B*. Ricordiamo che gli stati termodinamici sono determinabili mediante i valori delle variabili di stato (volume, pressione e temperatura). Le trasformazioni termodinamiche sono cambiamenti di queste quantità, che comportano il passaggio da stadi intermedi, e coinvolgono scambi di energia tra il sistema in questione ed altri sistemi fisici, o l'ambiente, mediante lavoro e calore.
Supponiamo allora che nella nostra trasformazione si scambi una certa quantità di calore $Q_{scambiato}$, ad una temperatura (assoluta) T. Definiamo quindi la variazione di entropia ΔS, lungo la trasformazione, come il rapporto tra il calore scambiato e la temperatura alla quale viene scambiato:

$$\Delta S = \frac{Q_{scambiato}}{T} \tag{1.15}$$

Esercizi Unità 1

1. Per il secondo principio della termodinamica non è possibile:

A. raggiungere lo zero assoluto della temperatura.

B. realizzare una trasformazione ciclica reversibile.

C. avere rendimento nullo.

D. realizzare una trasformazione il cui unico risultato sia la completa conversione di lavoro in calore.

E. nessuna delle precedenti.

2. Il lavoro compiuto da un gas durante un'espansione:

A. dipende dalla particolare trasformazione compiuta dal gas.

B. è una funzione dello stato termodinamico del gas.

C. è nullo se la temperatura rimane costante.

D. è nullo se la pressione rimane costante.

E. nessuna delle precedenti .

3. Quale delle seguenti affermazioni è errata?

A. Un gas perfetto è un modello che nella realtà non esiste.

B. L'idrogeno è un gas perfetto.

C. Un gas reale è assimilabile a un gas perfetto quando è caratterizzato, fra l'altro, da una bassa densità.

D. L'elio ha un comportamento che si avvicina a quello di un gas perfetto.

E. Un gas reale si può trattare come un gas perfetto quando la sua temperatura è molto bassa.

4. Cosa bisogna fare per migliorare il rendimento di una macchina termica reversibile?

A. Diminuire la temperatura della sorgente calda.

B. Aumentare la temperatura della sorgente fredda.

C. Diminuire la temperatura della sorgente calda e aumentare quella della sorgente fredda.

D. Aumentare la temperatura della sorgente calda e diminuire quella della sorgente fredda.

E. Non è possibile aumentare il rendimento.

5. Una macchina termica reversibile lavora tra due termostati alle temperature, rispettivamente, di 800 K e 400 K. Il rendimento massimo della macchina è:

A. 1

B. 2/3

C. 1/4

D. 3/2

E. 1/2

6. Un sistema costituito da 5.0 mol di argon compie un lavoro pari a L=850 J dopo aver assorbito una certa quantità di calore Q. La sua temperatura è variata da $20°C$ a $33°C$. Il calore assorbito è:

A. 2000 J

B. 1660 J

C. 1.72 kJ

D. 1 kJ

E. nessuna delle precedenti.

7. Una macchina termica assorbe 280 J da una sorgente calda e cede 238 J all'ambiente. Qual'è il suo rendimento?

A. 15%

B. 30%

C. 10%

D. 17%

E. 50%

8. Una macchina termica compie $1.20 \cdot 10^6$ **cicli completi, assorbendo dalla sorgente calda una quantità di energia pari a** $5.60 \cdot 10^7$ **J. In ogni ciclo essa cede alla sorgente fredda una quantità di calore pari a 31.8 J. Qual è la quantità totale di lavoro compiuta dalla macchina?**

A. 1.79 J

B. $1.79 \cdot 10^7$ J

C. 1790 J

D. $2 \cdot 10^7$ J

E. 1.8 kJ

9. Un gas subisce una trasformazione ciclica rappresentata nel piano pressione-volume da un rettangolo che viene percorso in verso orario e avente lati $(p_2 - p_1) > 0$ **e** $(V_2 - V_1) > 0$ **paralleli agli assi. Quale delle seguenti affermazioni è vera?**

A. La temperatura finale coincide con quella iniziale.

B. Il lavoro esterno vale $p_2 V_2 - p_1 V_1$.

C. Il lavoro esterno è nullo.

D. Il gas non ha ricevuto calore.

E. L'energia interna U è cresciuta ovvero $\Delta U > 0$.

10. Cosa afferma il secondo principio della termodinamica?

A. Stabilisce le condizioni per la realizzazione del moto perpetuo.

B. Stabilisce che l'entropia di un generico sistema termodinamico non può che aumentare.

C. Stabilisce l'impossibilità di alcune trasformazioni termodinamiche.

D. Assegna la probabilità di ogni trasformazione termodinamica.

E. Definisce il rendimento delle macchine termiche.

Parte F - Elettrostatica

Manuela Lima, Dialogare: *compendio di fisica*, ISBN 978-88-6453-484-8 (online), CC BY-NC-ND 4.0 IT,
2017 Firenze University Press

Unitá 1

Studiamo i fenomeni elettrici

1. Partiamo dalla realtà

Nella vita quotidiana i **fenomeni elettrostatici** sono molto frequenti.

- Hai mai preso una scossa elettrica mentre chiudevi la portiera della macchina?
- Perché a volte pezzetti di fogli di plastica rimangono appiccicati alle nostre dita?
- Perché a volte togliendo un cappello di lana i capelli si rizzano verso l'alto e pettinandoli la situazione peggiora?
- Perché se strofini un palloncino questo é in grado di attirare i tuoi capelli mentre se lo avvicini ad un altro palloncino strofinato, i due si respingono?

Le **cariche elettriche** sono alla base dei fenomeni elettrici e la **legge di Coulomb** quantifica la forza con cui le cariche si attraggono.

2. Di cosa si occupa l'elettrostatica?

Con l'elettrostatica si apre uno dei capitoli più importanti della fisica, ovvero quello che studia i fenomeni elettromagnetici, che sono ormai parte integrante della nostra quotidianità. L'**elettrostatica** studia i fenomeni più semplici che riguardano l'interazione di cariche elettriche ferme.
Sin dall'antichità era noto che l'ambra strofinata con la pelliccia di un animale acquista la proprietà di attirare corpi leggeri, questa osservazione risale a Talete di Mileto vissuto tra il 640 e il 546 a.C. In realtà non solo l'ambra ma anche altri corpi strofinati acquistano la proprietà di attrarre corpi leggeri, si dice che si **elettrizzano**.

3. Come si elettrizza un corpo?

Molte altre sostanze, come il vetro o il plexiglas, hanno la proprietà di elettrizzarsi **per strofinio** o **per contatto**. Ad esempio, strofinando una penna Bic, la penna acquista la proprietà di attrarre dei pezzetti di carta posti nelle vicinanze. Avvicinando oggetti costituiti dallo stesso materiale (ad esempio vetro-vetro

oppure plexiglas-plexiglas) si ha una repulsione. Viceversa, se avviciniamo due oggetti costituiti da materiali diversi, come ad esempio il vetro e il plexiglas, possiamo avere un'attrazione elettrostatica.
Il primo che propose una spiegazione di questi fenomeni abbastanza vicina a quella attuale fu Benjamin Franklin nel Settecento. Nello strofinio o nel contatto una certa quantità di elettricità passa da un corpo all'altro, in realtà oggi sappiamo che quella che si trasferisce é una certa carica elettrica. Se strofiniamo il vetro con la lana il vetro si **carica positivamente** e la lana negativamente, se invece strofiniamo il plexiglas con la lana abbiamo che la lana si carica positivamente e il plexiglas negativamente. Un corpo non elettrizzato si dice che é elettricamente **neutro**.

Riassumiamo i tre principali modi di elettrizzare un corpo: per strofinio, per contatto e per induzione.

- L'**elettrizzazione per strofinio** é un processo con il quale, attraverso un'azione meccanica di strofinamento, i corpi acquistano una carica elettrica.
- L'**elettrizzazione per contatto** é un processo grazie al quale un corpo diventa carico elettricamente per contatto con un altro corpo, che a sua volta presenta una carica elettrica.
- L'**elettrizzazione per induzione** é un processo nel quale in un *conduttore neutro* si spostano cariche elettriche a causa della presenza di un altro corpo carico posto ad una distanza opportuna, *senza contatto.*

Ricorda che l'induzione é un fenomeno di spostamento delle cariche che tuttavia, a differenza dello strofinio e del contatto, non comporta il passaggio di elettroni da un corpo all'altro.

4. La legge di Coulomb

Se poniamo due masse puntiformi m_1 e m_2 a una certa distanza r tra loro, sappiamo che tra queste due masse si crea una forza di gravitazione universale la cui intensità é $F = \frac{Gm_1m_2}{r^2}$, dove G é la costante di gravitazione universale. Le masse m_1 e m_2 sono grandezze scalari positive e la forza di gravitazione universale tra le due masse é sempre una forza attrattiva.
Cosa succede invece se poniamo due cariche elettriche puntiformi Q_1 e Q_2 a una certa distanza r. In questo caso tra le due cariche Q_1 e Q_2 si crea una forza di natura elettrostatica la cui intensità é regolata da una formula simile a quella della forza di gravitazione universale:

$$F = \frac{kQ_1Q_2}{r^2} \tag{1.1}$$

La costante k é una costante di proporzionalità che nel vuoto assume il valore $k_0 = 9 \cdot 10^9 Nm^2/C^2$. Dunque la forza elettrostatica **F** raddoppia al raddoppiare della carica Q_1 o della carica Q_2, mentre diventa quattro volte più piccola al raddoppiare della distanza r.
La differenza fondamentale tra la forza di gravitazione universale e la forza elettrostatica é che, a differenza delle masse, le cariche elettriche possono avere anche segno negativo. Come conseguenza abbiamo che la forza elettrostatica può essere sia attrattiva che repulsiva. Tutto dipende dai segni delle cariche: se le cariche hanno lo stesso segno la forza risulta repulsiva, se invece i segni sono opposti la forza elettrostatica risulta essere attrattiva.

La legge che ci permette di ottenere l'intensità della forza elettrostatica é detta **legge di Coulomb** e consente anche di definire l'unità di misura della carica elettrica nel Sistema Internazionale, ossia il coulomb (C). Due cariche valgono 1 C se, poste nel vuoto alla distanza di 1 m, interagiscono tra loro con una forza di intensità pari a $9 \cdot 10^9 N$. Una volta che abbiamo chiarito qual é l'unità di misura nel Sistema Internazionale della carica elettrica, la carica elettrica dell'elettrone é $e = 1.6 \cdot 10^{-19} C$. La carica del protone presente nei nuclei degli atomi é uguale ed opposta a quella dell'elettrone.

Cosa succede se invece di avere due cariche elettriche nel vuoto abbiamo due cariche elettriche in un mezzo materiale?
In generale, la forza elettrica in un mezzo é minore rispetto alla forza elettrica presente tra le stesse cariche nel vuoto. Esiste una costante, detta **costante dielettrica relativa** che si indica con ϵ_r e che ci permette di quantificare di quanto la forza nel mezzo é minore rispetto al vuoto. Infatti in un mezzo la costante di proporzionalità che compare nella legge di Coulomb é data da $k = k_0/\epsilon_r$. La costante ϵ_r dipende dalla particolare sostanza con cui abbiamo a che fare ed é un numero sempre maggiore di 1. Ad esempio nell'acqua $\epsilon_r = 80$, nel vetro la costante dielettrica relativa é compresa tra 5 e 15.
Il fenomeno fisico per cui la forza elettrostatica nel mezzo é minore rispetto al vuoto va sotto il nome di **induzione elettrostatica**: se abbiamo una carica elettrica positiva posta in un mezzo, le cariche elettriche negative presenti nel mezzo (gli elettroni) si orienteranno in modo da circondare la carica positiva e da schermarne l'effetto. Di conseguenza la forza elettrostatica che tale carica positiva riesce a generare risulta essere inferiore rispetto al vuoto. La presenza della carica positiva provoca una ridistribuzione delle cariche elettriche nel mezzo che, pur rimanendo neutro nel suo complesso, presenta al suo interno una distribuzione di cariche elettriche non uniforme.

5. Il concetto di campo

Prima di introdurre la definizione di campo elettrico, mi sembra utile chiarire cosa si intende in fisica con la parola campo. Per comprendere il concetto fisico di campo partiamo da un esempio che é sotto gli occhi di tutti: quando guardiamo le previsioni del tempo ci vengono spesso mostrate le mappe di temperatura, dove a ogni città o, più in generale, ad ogni punto della cartina, viene associato un valore della temperatura. La mappa che ne risulta é il campo delle temperature in quella particolare regione. Siccome la temperatura é una grandezza scalare, parleremo in questo caso di campo scalare. Se la grandezza fisica che viene rappresentata nella mappa é invece una grandezza vettoriale (ad esempio, una forza) parleremo di **campo vettoriale**. L'importanza dei campi sta nel fatto che nella fisica moderna ogni forza é descritta da un campo. Ad esempio, la forza di gravitazione universale é descritta in termini di un campo gravitazionale. La Terra, per il fatto di possedere una sua massa M, modifica lo spazio circostante creando un campo di forza gravitazionale.

Il campo gravitazionale in un certo punto é un vettore che ha la stessa direzione (la congiungente il punto al centro della Terra) e lo stesso verso (dal punto al centro della Terra) della forza di gravitazione universale. La sua intensità é data dall'intensità della forza divisa per la massa m di prova che abbiamo posto nel punto in esame. Pertanto l'intensità del campo gravitazionale terrestre é $g = GM/r^2$. Sulla superficie terrestre r coincide con il raggio della Terra e il valore del campo gravitazionale diventa l'usuale accelerazione di gravità $g = 9.81 m/s^2$.
IMPORTANTE: il campo gravitazionale esiste indipendentemente dalla massa di prova m. Anche se non ci fosse alcuna massa di prova nello spazio, il campo gravitazionale terrestre risulterebbe essere ugualmente presente.

6. Il campo elettrico

- Origine del campo elettrico

Se in un punto dello spazio pongo una carica Q (puntiforme), essa eserciterà la forza F su qualsiasi altra carica presente nelle vicinanze. F é una forza *a distanza* che secondo la fisica classica si manifesta ISTANTANEAMENTE anche se la carica q subente é a distanza enorme! Ci deve quindi essere un mediatore tra sorgente e subente che rende istantanea la propagazione della perturbazione.
Questo mediatore é il **campo elettrico E**.
Si può allora pensare che ogni carica Q produce un campo elettrico E.

- Come mi accorgo della presenza del campo?

Posso usare una *cavia*, la cosi detta **carica di prova** o **carica esploratrice**, che vale +1 C.
La carica di prova posta nelle vicinanze di una carica sorgente Q subirà una forza per effetto di Q e quindi del campo elettrico generato da Q.
Il campo elettrico in un punto P si definisce come il rapporto tra la forza che agisce sulla carica di prova q e la carica q stessa:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q} \tag{1.2}$$

É evidente che il campo elettrico ha la stessa direzione e lo stesso verso della forza elettrostatica. L'intensità del campo elettrico E viene invece a dipendere solo dal punto dello spazio in cui ci troviamo e dalla distribuzione di cariche elettriche che generano il campo, non dal valore della carica di prova. Ad esempio, il campo elettrico generato da una carica puntiforme Q nel vuoto é dato da: $E = k_0 Q/r^2$.
Dunque una carica Q é in grado di *modificare lo spazio circostante* creando un campo di forze elettriche.
Attenzione: il campo elettrico esiste indipendentemente dalla presenza della carica di prova q, esso ha una sua realtà fisica.
La carica di prova può essere usata per misurare in ogni punto dello spazio il valore della forza elettrica, in modo da poter poi risalire al valore del campo elettrico $E = k_0 Q/r^2$.
Da questa formula si ricava subito che l'unità di misura del campo elettrico nel Sistema Internazionale é il newton su coulomb ($\frac{N}{C}$). Prima di concludere, vorrei fare alcune precisazioni.

- Finora abbiamo introdotto il concetto di campo elettrico generato da una sola carica elettrica puntiforme. Se abbiamo più cariche come sorgenti, esse generano un campo elettrico che é dato dalla sovrapposizione dei singoli campi elettrici. Il campo elettrico é un vettore e pertanto punto per punto il campo elettrico é dato dalla somma dei vettori campo elettrico generati dalle singole cariche puntiformi. Questo principio va sotto il nome di **principio di sovrapposizione**.

- Per convenzione il segno della carica di prova é sempre positivo. Di conseguenza il campo elettrico generato da una carica positiva risulta essere uscente, mentre il campo elettrico generato da una carica negativa risulta essere entrante.

7. Cosa sono le linee di forza?

Sono linee ideali che servono per dare un'indicazione visiva dell'andamento e dell'intensità del campo elettrico in una regione di spazio: sono più dense là dove il campo elettrico risulta essere più intenso.

- In ogni punti sono tangenti al campo elettrico

- Sono orientate nel verso del vettore campo elettrico

- Uscenti per le cariche positive
- Entranti per le cariche negative
- La loro densità é direttamente proporzionale all'intensità del campo elettrico

8. Il flusso del campo elettrico

Una grandezza utile per comprendere le caratteristiche del campo elettrico é il **flusso**.
In generale é possibile definire il flusso attraverso una superficie S per un qualunque campo vettoriale $\vec{G}$.
Prima di definire il flusso é necessario introdurre il vettore $\vec{S}$ che rappresenta la superficie S.
Ogni superficie piana può essere rappresentata mediante un vettore $\vec{S}$ che ha (Fig.1.1)

1. intensità pari all'area della superficie,
2. direzione perpendicolare alla superficie,
3. verso, diretto all'esterno se la superficie é chiusa, arbitrario se é aperta.

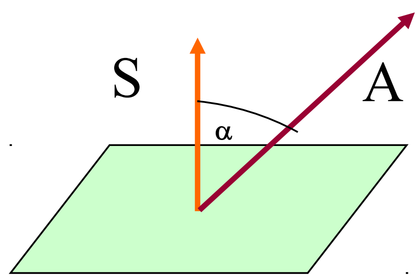


Figura 1.1: Vettore area $\vec{S}$.

- Si dice flusso di un campo vettoriale $\vec{A}$ uniforme attraverso una superficie piana S il prodotto scalare:

$$\Phi = \vec{S} \cdot \vec{A} = S \cdot A \cos\alpha \tag{1.3}$$

Se al posto di $\vec{A}$ consideriamo il campo elettrico $\vec{E}$, avremo calcolato il flusso del campo elettrico. Se il campo elettrico é uniforme e la superficie attraverso cui si calcola il flusso é piana, il calcolo é molto semplice, altrimenti bisogna suddividere la superficie in tanti piccoli elementini di superficie, in modo che ciascuno possa essere considerato piano e il campo elettrico uniforme.
Vediamo i due casi:

- Caso 1:
  Il campo elettrico é uniforme e la superficie é piana. Il flusso in questo caso é:

$$\Phi_S = \vec{S} \cdot \vec{A} = S \cdot A \cos\alpha \tag{1.4}$$

- Caso 2: Il campo elettrico non é uniforme, cioè varia da punto a punto e la superficie non é piana. Il flusso in questo caso é:

$$\Phi_S = \Phi_1 + \Phi_2 + \ldots + \Phi_n = \sum_{i=1}^{n} \Phi_i \tag{1.5}$$

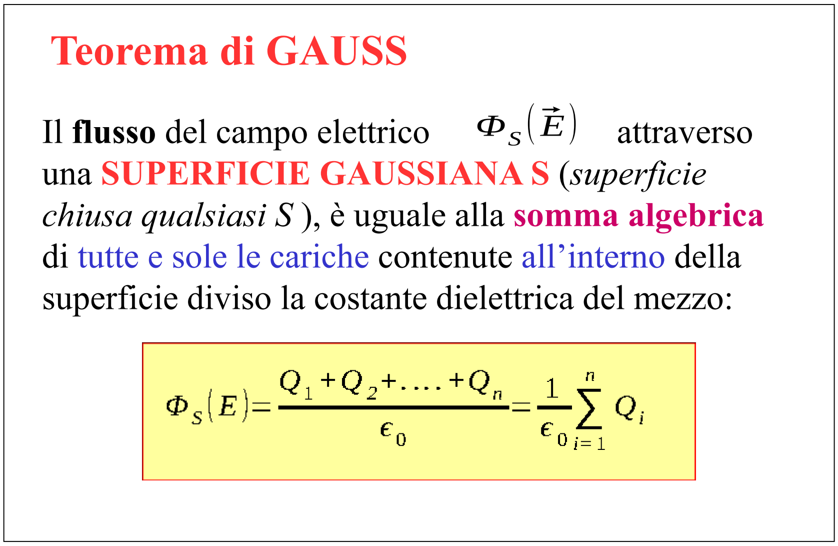


Figura 1.2: Il teorema di Gauss.

9. Il teorema di Gauss

Il **teorema di Gauss** rappresenta un utilissimo risultato teorico per il calcolo del flusso del campo elettrico attraverso una *qualunque superficie*. Tale teorema può essere applicato in tutti i casi in cui si conosce la distribuzione di carica e se ne vuole calcolare il campo elettrico. La superficie prende il nome di **superficie gaussiana**. L'enunciato del Teorema di Gauss é riassunto in Fig.1.2.

Esercizi Unità 1

1. Da che cosa é causata l'elettrizzazione per strofinio?

A. Uno spostamento di atomi.

U. Un orientamento di atomi.

C. Un orientamento di elettroni.

D. Uno spostamento di elettroni.

2. Un materiale conduttore é caratterizzato dalla presenza di:

A. cariche elettriche che possono spostarsi.

B. elettroni.

C. protoni e neutroni che possono spostarsi.

D. cariche elettriche.

E. nessuna delle precedenti.

3. L'elettrizzazione per induzione é un fenomeno:

A. di orientamento delle cariche degli atomi a causa della presenza di una carica esterna.

B. di spostamento di elettroni a causa della presenza di una carica esterna.

C. che si verifica avvicinando senza contatto due conduttori neutri.

D. che si ha mettendo a contatto due conduttori carichi.

E. che si ha mettendo a contatto un conduttore carico con uno scarico.

4. Il principio di conservazione della carica elettrica afferma che al termine di un fenomeno la carica finale di un sistema isolato é:

A. sempre minore di quella iniziale.

B. sempre maggiore di quella iniziale.

C. uguale a quella iniziale.

D. sempre il doppio di quella iniziale.

E. é sempre nulla.

5. La polarizzazione é un fenomeno tipico:

A. degli isolanti.

B. dei conduttori.

C. dei gas.

D. dei semiconduttori.

E. dei superconduttori.

6. La legge di Coulomb afferma che la forza di interazione tra due cariche elettriche é:

A. direttamente proporzionale alla loro distanza.

B. direttamente proporzionale al prodotto delle due cariche.

C. inversamente proporzionale alla loro distanza.

D. inversamente proporzionale al prodotto delle cariche.

E. direttamente proporzionale al quadrato della distanza.

7. Che cos'è il campo elettrico?

A. L'insieme dei vettori $\vec{E}$ definiti in ogni punto dello spazio che circonda la sorgente Q.

B. L'insieme dei punti interni alla sorgente Q.

C. L'insieme degli infiniti punti dello spazio che circonda la sorgente Q.

D. L'insieme dei vettori $\vec{E}$ definiti sulla superficie di Q.

E. L'insieme dei vettori $\vec{F}$ definiti in ogni punto dello spazio che circonda la sorgente Q.

8. L'unità di misura nel SI del campo elettrico é:

A. C/N

B. $kg \cdot m/(s^2 \cdot C)$

C. J/C

D. $kg \cdot m/(s^2 \cdot C^2)$

E. N/C

9. Cosa sono le linee di forza del campo elettrico di una carica isolata puntiforme?

A. Le traiettorie seguite dalle cariche elettriche in moto per effetto di un campo uniforme.

B. Uscenti dalle cariche positive e entranti in quelle negative.

C. Uscenti dalle cariche negative e entranti in quelle positive.

D. Rappresentazioni grafiche della corrente elettrica.

E. Rappresentazioni grafiche della forza elettrica.

10. Il flusso del campo elettrico attraverso una superficie piana raggiunge il valore massimo quando l'angolo tra il vettore campo elettrico $\vec{E}$ e il vettore superficie $\vec{S}$ é:

A. 0°

B. 60°

C. 90°

D. 30°

E. 180°

11. Una superficie chiusa contiene 2 cariche elettriche $q_1 = +3nC$ e $q_2 = -3nC$. Quanto vale il flusso attraverso la superficie?

A. $9N \cdot m^2/C$

B. $0N \cdot m^2/C$

C. $0N \cdot m^2/C^2$

D. $3N \cdot m^2/C$

E. $6N \cdot m^2/C$

12. Indica la grandezza vettoriale.

A. Energia potenziale elettrica.

B. Potenziale elettrico.

C. Carica elettrica.

D. Campo elettrico.

E. Flusso.

13. Quale delle seguenti proposizione riguardante il campo elettrostatico prodotto da una singola carica puntiforme positiva nel vuoto é vera?

A. é uniforme.

B. Il suo modulo é inversamente proporzionale alla distanza dalla carica.

C. é descritto da linee di campo che sono circonferenze concentriche.

D. Il suo modulo é uguale in tutti i punti equidistanti dalla carica.

E. Il suo modulo é indipendente dalla distanza dalla carica.

Unitá 2

Il potenziale elettrico

1. La differenza di potenziale

Definiamo ora un'altra grandezza fisica che gioca un ruolo importantissimo nell'elettromagnetismo e che va sotto il nome di **differenza di potenziale o tensione**.
La differenza di potenziale (d.d.p.) $\Delta V = V_A - V_B$ fra due punti A e B si definisce come **il rapporto tra il lavoro L_{AB} necessario per spostare la carica tra i due punti A e B e la carica stessa q**:

$$\Delta V = V_A - V_B = \frac{L_{AB}}{q} \tag{2.1}$$

L'unità di misura della d.d.p. nel Sistema Internazionale prende il nome di **volt** (simbolo V). Poiché nel Sistema Internazionale il lavoro si misura in joule (J) e la carica elettrica in coulomb (C) avremo: $1V = 1J/1C$.

Per capire meglio la definizione, supponiamo di avere due piastre metalliche parallele (poi vedremo che si tratta di un **condensatore**), poste a una piccola distanza s e aventi cariche uguali ed opposte. Il campo elettrico che si crea tra le due piastre é uniforme e le linee di campo elettrico sono parallele tra loro, equidistanti e orientate dalla piastra carica positivamente a quella carica negativamente. In tal caso la forza elettrica $F = q \cdot E$ é la stessa in tutti i punti del campo. Di conseguenza, se vogliamo calcolare il lavoro necessario per spostare una carica elettrica da un punto all'altro del campo dobbiamo applicare la formula del lavoro di una forza costante: $L = F \cdot s = qEs$, dove E é l'intensità del campo elettrico uniforme, q la carica che vogliamo spostare ed s il suo spostamento. Questo lavoro rimane immagazzinato sotto forma di **energia potenziale elettrica**. Se lasciamo la carica libera, essa comincia a muoversi verso la piastra negativa convertendo progressivamente la sua energia potenziale elettrica in energia cinetica.
Nel caso particolare di un campo elettrico uniforme la differenza di potenziale tra il punto in cui si trova la carica q e la piastra carica negativamente é data da:

$$\Delta V = V_A - V_B = \frac{L_{AB}}{q} = \frac{qEs}{q} = Es \tag{2.2}$$

La differenza di potenziale tra due punti dipende dall'intensità del campo elettrico E e dalla distanza s tra i due punti, ma non dipende dal valore q della carica di prova.
La differenza di potenziale consente di introdurre anche un'altra unità di misura per l'energia che viene spesso utilizzata dai fisici: l'**elettronvolt** (eV). Dalla definizione di potenziale abbiamo che $L_{AB} = q(V_A -$

V_B), definiremo 1 eV come l'energia necessaria per spostare la carica di un elettrone tra due punti fra i quali vi é una d.d.p. di 1 V. Poiché la carica di un elettrone vale $q = -1.6 \cdot 10^{-19} C$ avremo che $1eV = 1.6 \cdot 10^{-19} J$.

2. Conduttori e isolanti

I materiali, a seconda delle loro proprietà elettriche, si distinguono in tre grandi categorie:

1. i conduttori, come i metalli, in cui gli elettroni sono liberi di muoversi
2. gli isolanti, come la plastica o il vetro, in cui le cariche elettriche non sono libere di muoversi ma rimangono fisse nel punto in cui vengono a trovarsi, ad esempio in seguito a uno strofinio
3. i semiconduttori che hanno proprietà intermedie che variano al variare della temperatura.

I conduttori possono essere facilmente elettrizzati per contatto. Infatti, in un conduttore le cariche elettriche sono libere di muoversi. Pertanto, se poniamo a contatto un conduttore carico con un conduttore neutro, parte delle cariche elettriche passeranno dal conduttore carico a quello neutro e alla fine entrambi i conduttori risulteranno carichi elettricamente.
A questo punto é necessario ricordare una proprietà importantissima della carica elettrica:

- **principio di conservazione della carica elettrica**:

la carica elettrica si può trasferire da un corpo all'altro ma non si può né creare né distruggere.

3. Capacità di un conduttore

Per definire la **capacità** di un conduttore, consideriamo un conduttore isolato su cui sia distribuita una carica Q. Esso acquisterà un potenziale V. Se raddoppio la carica, raddoppia anche il potenziale:
Si definisce capacità di un conduttore il rapporto tra la carica totale Q e il potenziale V:

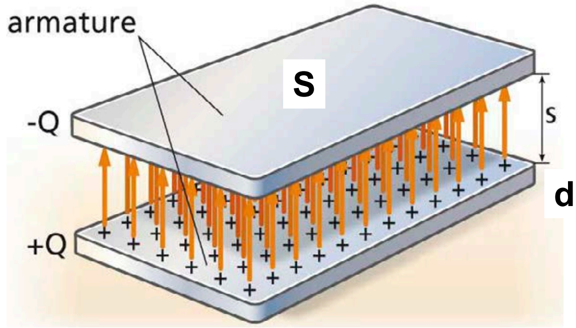
$$C = \frac{Q}{V} \tag{2.3}$$

4. Il condensatore

Il condensatore é un dispositivo formato da due piastre piane e parallele chiamate **armature**: quando un'armatura riceve una carica Q, l'altra si carica per induzione di carica $-Q$. Se un'armatura é a potenziale V_A e l'altra a potenziale V_B, la differenza di potenziale del condensatore é $\Delta V = V_A - V_B$.
Anche per il condensatore é possibile definire la capacità, come il rapporto tra la carica Q dell'armatura positiva fratto la differenza di potenziale fra le armature:

$$C = \frac{Q}{\Delta V}. \tag{2.4}$$

É possibile esprimere la capacità del condensatore in termini di grandezze fisiche caratteristiche del dispositivo. Per fare ciò é necessario esprimere la differenza di potenziale ΔV in funzione del campo elettrico interno al condensatore. In Fig.2.1 sono schematizzati i passaggi per ricavare la formula della capacità di un condensatore piano.



- S= superficie
- d= distanza *piccola*
- *ΔV= differenza di potenziale*

$$\Delta V = E\,\Delta s = E\,d = \frac{\sigma}{\epsilon}\,d = \frac{Q\,d}{S\,\epsilon}$$

Definizione di capacitá $C = \frac{Q}{\Delta V} = Q\frac{S\,\epsilon}{Q\,d} = \epsilon\frac{S}{d} \longrightarrow \boxed{C = \epsilon\frac{S}{d}}$

Figura 2.1: Capacitá di un condensatore piano.

Esercizi Unità 2

1. Una certa quantità di carica Q viene depositata su un conduttore isolato costituito da un guscio sferico. In condizioni statiche dove si distribuisce la carica elettrica?

A. Sulle due superfici interna ed esterna, proporzionalmente alla loro superficie.

B. La carica non rimane sul conduttore ma viene immediatamente dispersa nell'atmosfera per effetto corona.

C. Uniformemente sulla superficie interna della cavità.

D. Uniformemente nel volume del metallo.

E. Uniformemente sulla superficie esterna della cavità.

2. Un condensatore su cui sia depositata una carica Q, possiede una differenza di potenziale V tra le armature. Quanto vale la sua capacità?

A. Q/V

B. V/Q

C. V^2/Q

D. V^2/Q^2

E. Q^2/V^2

3. Il lavoro per portare due cariche puntiformi e uguali Q, inizialmente molto distanti tra loro, a distanza d fissata é L. Quanto sarà il lavoro speso per portare tre cariche dello stesso tipo e valore Q ai vertici di un triangolo equilatero di lato uguale a anch'esse inizialmente a distanze molto grandi tra loro?

A. $2L$

B. $3L$

C. $6L$

D. L^3

E. I dati non sono sufficienti per rispondere.

4. Se tra le armature di un condensatore viene inserito un dielettrico, cosa fa la capacità del condensatore?

A. Diminuisce solo se le armature sono piane e parallele.

B. Resta invariata.

C. Aumenta.

D. Aumenta solo se le armature sono piane e parallele.

E. Diminuisce.

5. Un condensatore piano é collegato a una batteria di pile. Mantenendo il collegamento alla batteria, le armature vengono avvicinate. Cosa si può dire sulla carica elettrica?

A. La carica sul condensatore aumenta e la differenza di potenziale non varia.

B. La carica sul condensatore diminuisce e la differenza di potenziale non varia.

C. La carica sul condensatore aumenta e la differenza di potenziale aumenta.

D. La carica sul condensatore non varia e la differenza di potenziale aumenta.

E. La carica sul condensatore non varia e la differenza di potenziale diminuisce.

Parte G - Ottica Geometrica

Manuela Lima, Dialogare: *compendio di fisica*, ISBN 978-88-6453-484-8 (online), CC BY-NC-ND 4.0 IT,
2017 Firenze University Press

Unitá 1

I Principi dell'Ottica Geometrica

1. Che cos'è una sorgente di luce?

Una sorgente di luce é un corpo che emette luce propria.

- Le sorgenti possono essere distinte in: naturali, come il Sole e le stelle, o artificiali, come le lampadine e i laser.
- I corpi che non brillano di luce propria, ma ricevono la luce emessa da sorgenti luminose, vengono detti corpi illuminati.

2. Che cos'è la luce?

- La luce é un'onda elettromagnetica
- Si propaga anche nel vuoto con velocità $c = 3.00 \cdot 10^8 m/s$
- La luce visibile é costituita da onde con lunghezza d'onda λ compresa tra 400 nm e 700 nm, questo intervallo di lunghezze d'onda prende il nome di **spettro visibile**
- La velocità della luce in un qualunque mezzo dipende dall'indice di rifrazione n del mezzo e vale:

$$v = \frac{c}{n} \tag{1.1}$$

3. Che cos'è l'Ottica?

- L'Ottica é quella parte della Fisica che studia la propagazione della luce.
- Non si occupa della natura della luce né di come essa é prodotta.
- Si osserva sperimentalmente che la luce si propaga, in mezzi omogenei, seguendo traiettorie rettilinee, *questo in prima approssimazione*.
- Lo studio della propagazione della luce tramite raggi é l'oggetto dell'**Ottica geometrica**.

L'Ottica si divide in:

- **Ottica Geometrica:**
  che studia i fenomeni ottici assumendo che la luce si propaghi mediante raggi rettilinei.

- **Ottica Fisica:**
  che studia i fenomeni di interferenza, diffrazione, polarizzazione della luce ed i fenomeni per i quali non sono valide le ipotesi esemplificative dell'ottica geometrica, ma per i quali é necessario a ricorrere alla descrizione del carattere ondulatorio della luce come radiazione elettromagnetica.

- **Ottica Quantistica:**
  che studia l'interazione della luce con la materia dal punto di vista della meccanica quantistica.

Il modello dell'Ottica Geometrica L'Ottica Geometrica si avvale di un modello basato sui concetti di **fronte d'onda** e **raggio luminoso** (vedi Fig.1.1).

Figura 1.1: Il modello dell'Ottica Geometrica.

4. La propagazione della luce

- Perché vediamo gli oggetti?
  Noi vediamo gli oggetti perché sono *illuminati*, cioè da essi partono radiazioni luminose che raggiungono il nostro occhio.

- **Cosa sono i corpi trasparenti?**
  Sono tutti quei corpi che si lasciano attraversare dalla luce.

- **Cosa sono i corpi opachi?**
  Sono tutti quei corpi che **non** si lasciano attraversare dalla luce.

Inoltre:

- La luce si propaga in **linea retta**.

- Una conseguenza della propagazione rettilinea della luce é la formazione delle **ombre**.

5. Le proprietà della luce: la riflessione

- **Legge delle riflessione**
  Il raggio incidente, il raggio riflesso e la normale alla superficie riflettente nel punto di incidenza giacciono tutti sullo stesso piano e l'angolo di riflessione θ_r é uguale all'angolo di incidenza θ_i (Fig.1.2):
  $$\theta_i = \theta_r \tag{1.2}$$

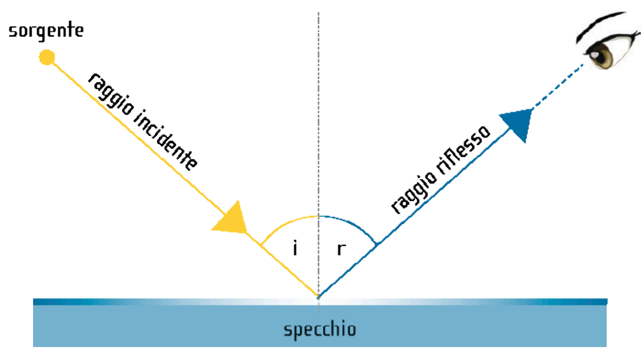


Figura 1.2: La riflessione della luce

Una definizione molto importante in Ottica é quella di indice di rifrazione.

- **Definizione di indice di rifrazione**
  L'indice di rifrazione di un materiale é il rapporto tra la velocità della luce nel vuoto c e la velocità della luce v nel materiale:
  $$n = \frac{c}{v} \tag{1.3}$$

6. Le proprietà della luce: la rifrazione

Il fenomeno della rifrazione é spiegato dalla legge d Snell.

- **Legge di Snell**
  Quando la luce passa da un mezzo con indice di rifrazione n_1 a un mezzo con indice di rifrazione n_2, il raggio incidente, il raggio rifratto e la normale alla superficie di separazione dei due mezzi nel punto di incidenza giacciono tutti nello stesso piano e l'angolo di rifrazione θ_2 é legato all'angolo di incidenza θ_1 dalla relazione
  $$n_1 \sin\theta_1 = n_2 \sin\theta_2 \tag{1.4}$$

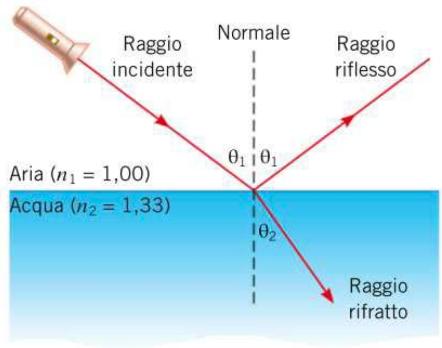


Figura 1.3: La rifrazione della luce.

7. Le proprietà della luce: la riflessione totale

- **La riflessione totale**
  Il fenomeno della riflessione totale avviene nel passaggio da un mezzo più rifrangente ad un mezzo meno rifrangente. In questo caso esiste un angolo limite per il quale la luce proveniente dal mezzo più rifrangente viene totalmente riflessa ma non rifratta. Se l'angolo d'incidenza é superiore all'angolo limite, il raggio non si rifrange più ma dà luogo al fenomeno della riflessione totale.

- Condizione sull'angolo limite per la riflessione totale

$$\sin \theta_l = \frac{n_2}{n_1} \tag{1.5}$$

8. Le proprietà della luce: dispersione

- **La dispersione**
  É un fenomeno fisico che causa la separazione di un'onda in componenti spettrali con diverse lunghezze d'onda, a causa della dipendenza della velocità dell'onda dalla lunghezza d'onda nel mezzo attraversato. In Fig.1.5 si può vedere la dispersione di luce attraverso un prisma. La dispersione é anche chiamata dispersione cromatica per enfatizzare la sua dipendenza dalla lunghezza d'onda. Un mezzo che esibisce queste caratteristiche nei confronti dell'onda in propagazione é detto dispersivo.

Esercizi Unità 1

1. Quale delle seguenti affermazioni relative ai raggi é falsa?

A. I raggi puntano nella direzione della velocità dell'onda.

B. I raggi escono dalla sorgente dell'onda.

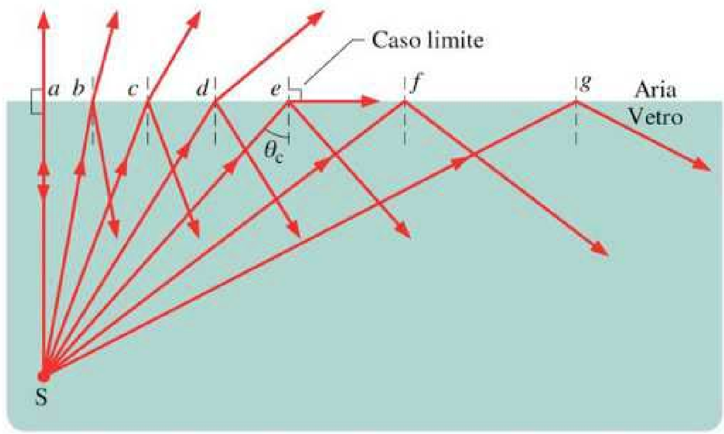


Figura 1.4: La riflessione totale.

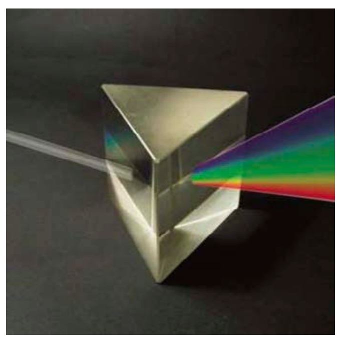


Figura 1.5: Dispersione attraverso un prisma.

C. I raggi sono sempre paralleli ai fronti d'onda.

D. I raggi di un'onda piana sono paralleli fra loro.

2. Quale delle seguenti affermazioni relative all'indice di rifrazione di un materiale é vera?

A. é minore di 1.

B. Può essere misurato in nanometri.

C. Dipende dallo spessore del materiale.

D. Dipende dalla velocità della luce nel materiale.

3. Un raggio di luce passa dall'aria all'acqua. Quale delle seguenti affermazioni é vera?

A. Il raggio rifratto é più intenso del raggio incidente.

B. Il raggio rifratto é più vicino alla normale alla superficie dell'acqua rispetto al raggio incidente.

C. Il raggio rifratto é più lontano dalla normale alla superficie dell'acqua rispetto al raggio incidente.

D. Il raggio rifratto é più vicino alla superficie dell'acqua rispetto al raggio incidente.

E. Il raggio rifratto é meno intenso del raggio incidente.

4. Un raggio luminoso che viaggia nel mezzo ottico A, se raggiunge la superficie di separazione fra A e un altro mezzo B si divide in due raggi che costituiscono il raggio riflesso e quello trasmesso. I, R e T sono rispettivamente le intensità dei raggi incidente, riflesso e trasmesso. Quale delle seguenti affermazioni é vera?

A. Il fenomeno si chiama rifrazione.

B. Il fenomeno si chiama diffrazione.

C. Il fenomeno si chiama dispersione.

D. $R = I + T$

E. $T = I + R$

Unitá 2

Gli strumenti ottici

1. Sistema ottico

Abbiamo visto le tre leggi fondamentali che governano la propagazione della luce nei mezzi omogenei ed isotropi, trascurando i fenomeni di interferenza e diffrazione: propagazione rettilinea, leggi della riflessione, leggi della rifrazione. Le applicazioni di queste leggi sono tantissime e spiegano il funzionamento di una grande varietà di sistemi ottici, dalla semplice lente d'ingrandimento a sistemi più complessi come microscopi e telescopi.
Gli strumenti ottici sono ottenuti combinando fra loro in modo opportuno sistemi ottici più semplici ed hanno lo scopo di produrre immagini degli oggetti che interessano tali da avere posizione e dimensioni convenienti per essere agevolmente osservate con l'occhio o registrate su appositi supporti.

Si chiama **sistema ottico** un sistema di lenti e specchi, cioé una successione di superfici riflettenti e rifrangenti che delimitano mezzi con indici di rifrazione differenti. Le superfici in questione sono il piú possibile lisce e regolari e hanno generalmente forma sferica o piana (come limite di una superficie sferica quando il raggio di curvatura tende ad infinito). In particolare se le superfici caratteristiche del sistema agiscono solo per rifrazione il sistema si dice **diottrico**, mentre si dice **catadiottrico** se agiscono solo per riflessione. Quando tutti i centri di curvatura delle superfici si trovano sulla stessa retta, questa viene chiamata **asse ottico** e il sistema é detto **centrato**; in tale situazione le superfici piane risulteranno perpendicolari all'asse. L'asse ottico é asse di simmetria di rotazione del sistema; il punto di incontro dell'asse con una superficie riflettente o rifrangente viene chiamato **vertice**.

2. Un po' di nomenclatura

Un fascio di raggi luminosi tale che tutti i suoi raggi si incontrano in un unico punto P dell'asse ottico, si dice **omocentrico**. Il punto P si chiama **punto oggetto** rispetto al sistema ottico, e precisamente **oggetto reale** se da esso divergono i raggi incidenti sul sistema, **oggetto virtuale** se é il punto d'incontro non dei raggi ma dei loro prolungamenti. Se il corrispondente fascio emergente dal sistema ottico continua ad essere omocentrico con centro in un punto Q, il sistema si dice **stigmatico** ed il punto Q si chiama **immagine** del punto P. Anche in questo caso si parlerà di immagine reale o virtuale a seconda che in Q si incontrino effettivamente i raggi luminosi oppure i loro prolungamenti. La distinzione fra immagine reale e virtuale é importante perché evidentemente soltanto un'immagine reale puó essere raccolta su uno schermo o su un opportuno rivelatore. L'immagine (reale o virtuale) fornita da un sistema ottico puó ovviamente servire come oggetto (reale o virtuale) per un secondo sistema ottico. Il **principio di reversibilità**, valido per ciascuna delle successive riflessioni e rifrazioni subite dai raggi luminosi, vale evidentemente anche per il sistema ottico nel suo complesso: se sul sistema ottico incide un fascio omocentrico in Q il fascio emergente é omocentrico in P, cioè P é l'immagine del punto oggetto Q. Per esprimere la corrispondenza biunivoca tra P e Q si dice che essi sono una coppia di **punti coniugati** rispetto al sistema ottico

3. Le lenti

Le **lenti** sono alla base del funzionamento di molti strumenti ottici, come gli occhiali, le macchine fotografiche e i telescopi. Una **lente sferica** é costituita da un blocco di materiale trasparente delimitato da due superfici sferiche. Per semplicità si studiano **lenti sottili**, cioè lenti che hanno uno spessore molto più piccolo dei raggi delle superfici sferiche che le delimitano.
Si distinguono due tipi di lenti sottili: le lenti **convergenti** e le lenti **divergenti**.

- Lenti convergenti
  Sono quelle lenti in grado di deviare i raggi che incidono su di esse parallelamente all'asse ottico e li fanno convergere in un punto sull'asse ottico detto **fuoco F**.

- Lenti divergenti
  Sono quelle lenti in grado di deviare i raggi che incidono su di esse parallelamente all'asse ottico e li fanno divergere *come se* provenissero da un punto sull'asse ottico, detto **fuoco F**.

La distanza tra il fuoco e il centro di una lente é chiamata **distanza focale f** della lente.

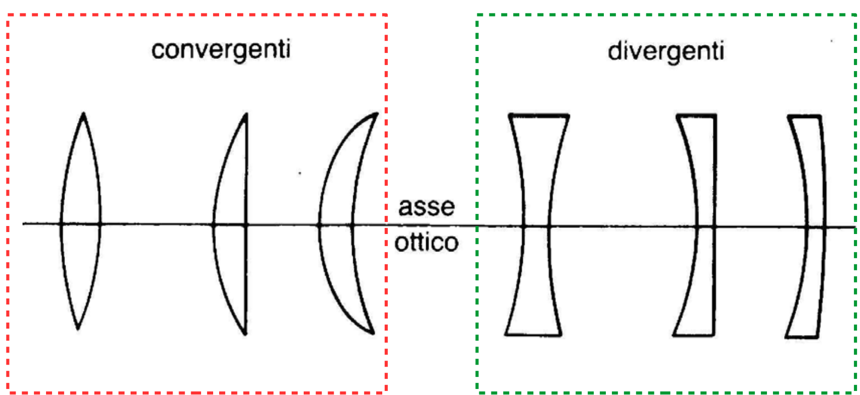


Figura 2.1: Lenti convergenti e lenti divergenti.

4. Come si studia una lente?

Per studiare il comportamento di una lente, quindi per capire dove e come si forma l'immagine di un oggetto, si usano i **diagrammi dei raggi**. Poiché i raggi luminosi possono incidere su ciascuna delle due facce della lente, quando si tracciano i diagrammi dei raggi, bisogna conoscere i fuochi F da entrambe le parti della lente: ognuno dei due fuochi si trova sull'asse ottico a una distanza dalla lente uguale alla distanza focale. Vediamo ora come si tracciano i diagrammi dei raggi.

- Diagramma dei raggi per le lenti convergenti

Si considerano i tre raggi parassiali che partono dal punto più alto dell'oggetto con le seguenti proprietà (Fig.2.2)

1. **Raggio 1**
   É parallelo all'asse ottico e, dopo la rifrazione subita attraversando la lente, passa per il fuoco a destra della lente.

2. **Raggio 2**
   É il raggio incidente passante per il fuoco a sinistra della lente e, in seguito alla rifrazione, prosegue in direzione parallela all'asse ottico

3. **Raggio 3**
   É il raggio incidente diretto verso il centro della lente sottile e non subisce deviazione nell'attraversare la lente.

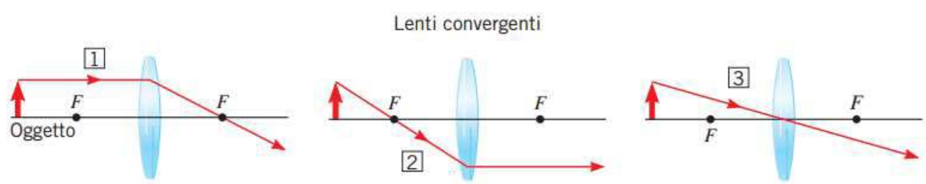


Figura 2.2: Costruzione del diagramma dei raggi per una lente convergente.

- Diagramma dei raggi per le lenti divergenti

Si considerano i tre raggi parassiali che partono dal punto più alto dell'oggetto con le seguenti proprietà (Fig.2.3)

1. **Raggio 1**
   É parallelo all'asse ottico e, dopo aver attraversato la lente, il raggio rifratto sembra provenire dal fuoco a sinistra della lente. In genere si indica con una linea tratteggiata il *cammino apparente* del raggio che esce dalla lente.

2. **Raggio 2**
   É diretto verso il fuoco a destra della lente ed é rifratto parallelamente all'asse ottico. Il raggio tratteggiato rappresenta il cammino che il raggio percorrerebbe se non ci fosse la lente.

3. **Raggio 3**
   É diretto verso il centro della lente sottile e l'attraversa senza essere deviato.

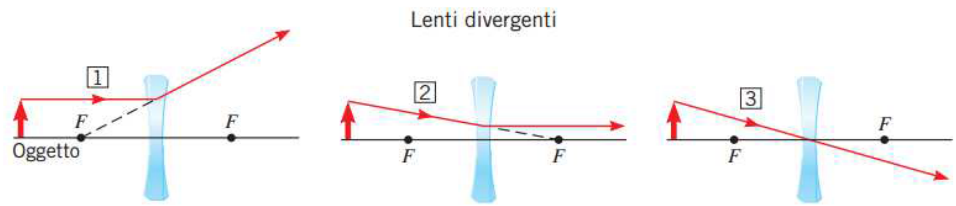


Figura 2.3: Costruzione del diagramma dei raggi per una lente divergente.

5. Immagine formata da una lente convergente

Per determinare l'immagine formata da una lente basta disegnare i tre raggi descritti in precedenza, che partono dal punto superiore dell'oggetto.

- Consideriamo ad esempio un oggetto che si trova a una distanza da una lente convergente maggiore del doppio della distanza focale, cioè ad una distanza a sinistra del centro ottico maggiore di $2f$. Il punto a destra della lente in cui si intersecano i tre raggi rifratti é l'immagine del punto da cui i raggi provengono. Osservando il diagramma dei raggi, si puó dedurre che che l'immagine dell'oggetto é reale, capovolta e rimpicciolita rispetto all'oggetto (Fig.2.4).
  Questo tipo di disposizione é impiegata nelle macchine fotografiche, in cui una superficie sensibile alla luce, posta nella parte posteriore della macchina, raccoglie i raggi provenienti dalla lente (l'obiettivo) e registra l'immagine dell'oggetto.

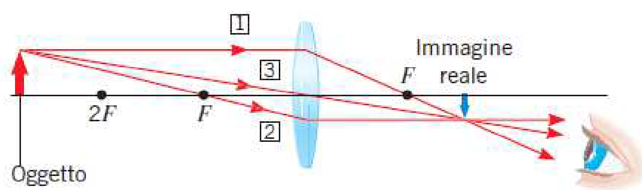


Figura 2.4: Immagine formata da una lente convergente.

- Se invece l'oggetto si trova a una distanza compresa tra i punti F e $2F$, l'immagine é reale e capovolta rispetto all'oggetto, ma risulta ingrandita (Fig.2.5). Questo tipo di disposizione é impiegato nei proiettori di diapositive o di pellicole, in cui l'oggetto é una piccola parte di pellicola e l'immagine ingrandita viene raccolta su uno schermo. Per ottenere un'immagine diritta, la pellicola va inserita nel proiettore capovolta.

- Quando invece l'oggetto si trova tra il fuoco e la lente, i raggi divergono dopo aver attraversato la lente (Fig.2.6). A un osservatore che li guarda, questi raggi sembrano provenire da un'immagine posta dietro la lente, cioè a sinistra della lente. Poiché nessuno di questi raggi proviene realmente

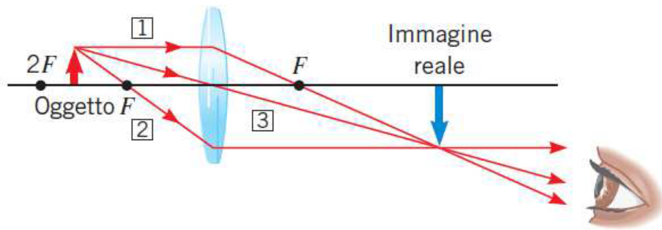


Figura 2.5: Immagine formata da una lente convergente.

dall'immagine, l'immagine é *virtuale*. Inoltre il diagramma dei raggi mostra che l'immagine é diritta e ingrandita. Le lenti di ingrandimento sfruttano questa disposizione.

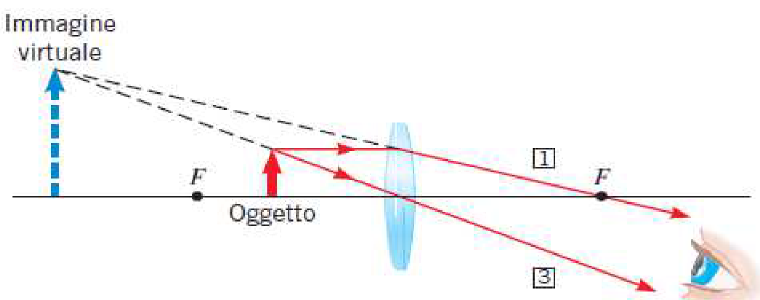


Figura 2.6: Immagine formata da una lente convergente.

6. Immagine formata da una lente divergente

Se invece la lente é divergente, i raggi che attraversano la lente divergono. Disegnando il diagramma dei raggi si vede che si forma un'immagine virtuale a sinistra della lente. In realtà, una lente divergente forma sempre un'immagine virtuale, diritta e rimpicciolita rispetto all'oggetto. Questo accade sempre, indipendentemente dalla posizione dell'oggetto.

7. Equazioni delle lenti sottili

Esistono due equazioni molto semplici che servono per determinare le caratteristiche dell'immagine di un oggetto formata da una lente sottile, ovvero la posizione in cui si forma l'immagine e l'ingrandimento. Le due equazioni seguenti valgono sia per lenti convergenti che divergenti.

- **Equazione delle lenti sottili**

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = f \tag{2.1}$$

dove p é la posizione dell'oggetto, q é la posizione dell'immagine e f é la distanza focale (Fig.2.8)

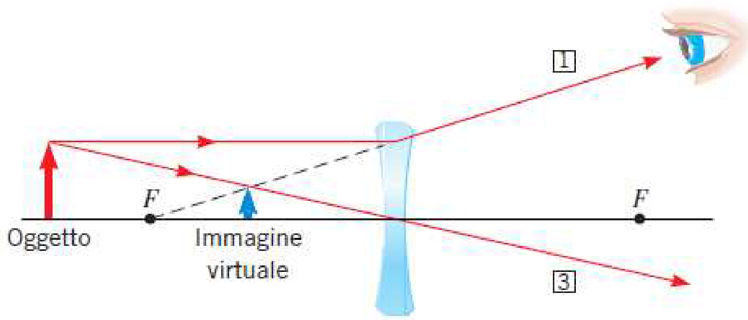


Figura 2.7: Immagine formata da una lente divergente.

- **Equazione dell'ingrandimento lineare**

$$G = \frac{h_i}{h_o} = -\frac{q}{p} \tag{2.2}$$

dove h_i e h_o sono l'altezza dell'oggetto e dell'immagine.

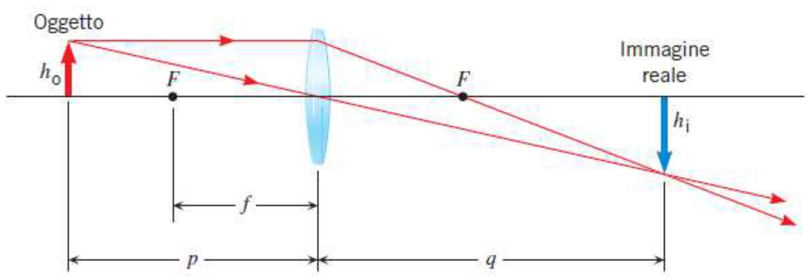


Figura 2.8: Riferimenti per l'equazione delle lenti.

Convenzione sui segni:

- **Distanza focale**
  $f > 0$ per una lente convergente
  $f < 0$ per una lente divergente
- **Distanza dell'oggetto**
  $p > 0$ se l'oggetto é a sinistra della lente (**oggetto reale**).
  $p < 0$ se l'oggetto é a destra della lente (**oggetto virtuale**)
- **Distanza dell'immagine**
  $q > 0$ se l'immagine di un oggetto reale é reale e si forma a destra della lente $q < 0$ se l'immagine di un oggetto reale é virtuale e si forma a sinistra della lente

- **Ingrandimento lineare** $G > 0$ se l'immagine é diritta rispetto all'oggetto $G < 0$ se l'immagine é capovolta rispetto all'oggetto

8. Ingrandimento angolare

Se proviamo a confrontare la dimensione di una moneta alla distanza di un braccio dall'occhio con il disco lunare, ci accorgiamo subito che la moneta sembra più grande della Luna perché l'immagine della moneta che si forma sulla retina é più grande di quella formata dalla Luna. La dimensione dell'immagine dipende dall'angolo che l'oggetto sottende sulla retina: maggiore é l'angolo, maggiore ci appare la dimensione dell'oggetto che stiamo osservando. Questa grandezza prende il nome di **diametro angolare**.
Indichiamo con θ l'angolo sotteso dall'immagine, tale angolo é uguale all'angolo sotteso dall'oggetto (Fig.2.9).

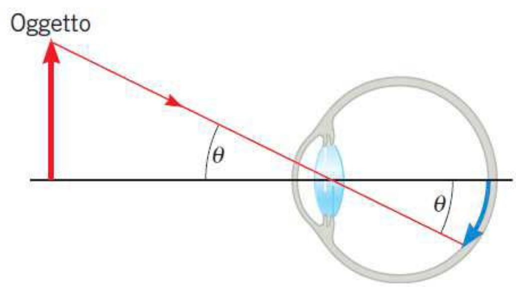


Figura 2.9: Ingrandimento angolare

Dalla trigonometria sappiamo che la misura in radianti di un angolo θ é il rapporto tra l'arco di circonferenza sotteso da θ e il raggio della circonferenza. Per angoli piccoli (uguali o minori di 9°) il diametro angolare é approssimativamente uguale al rapporto tra l'altezza dell'oggetto e p la sua distanza. Quindi vale la seguente equazione:

$$\theta = \frac{h_o}{p} \tag{2.3}$$

Uno strumento ottico che permette di vedere oggetti piccoli o lontani, produce immagini sulla retina più grandi di quelle degli oggetti visti a occhio nudo, cioè, ingrandisce il diametro angolare dell'oggetto.
L'ingrandimento angolare M di uno strumento ottico é il rapporto tra il diametro angolare θ' dell'immagine prodotta dallo strumento e il diametro angolare θ dell'oggetto visto senza lo strumento:

$$M = \frac{\theta'}{\theta} \tag{2.4}$$

9. Immagine formata da uno specchio piano

Quando ti guardi allo specchio, vedi la tua immagine diritta, delle tue stesse dimensioni e dietro lo specchio a una distanza uguale a quella fra te e lo specchio.
Ma perché l'immagine formata da uno specchio piano sembra provenire da dietro lo specchio? Ogni raggio

luminoso proveniente da un punto di un oggetto viene riflesso dallo specchio e colpisce il nostro occhio. Al nostro occhio appare come se provenisse da dietro lo specchio. In realtà, da ogni punto dell'oggetto partono raggi luminosi diretti in tutte le direzioni, ma solo una piccola parte di questi raggi viene intercettata dal nostro occhio. Tutti i raggi che hanno origine in un punto dell'oggetto, anche se incidono sullo specchio con angoli diversi, sembrano avere origine nello stesso punto dell'immagine dietro lo specchio. Quindi, a ogni punto dell'oggetto corrisponde un solo punto dell'immagine: questo é il motivo per cui l'immagine prodotta da uno specchio piano appare nitida e non distorta. Poiché nessuno dei raggi luminosi riflessi proviene realmente dall'immagine, l'immagine formata da uno specchio piano é chiamata **immagine virtuale**. Esistono specchi che producono immagini da cui provengono realmente i raggi luminosi e che per questo motivo sono chiamate **immagini reali**. Sono immagini reali per esempio quelle formate dagli **specchi curvi**.
In uno specchio l'altezza dell'immagine dell'oggetto h é uguale all'altezza della immagine h'. Si definisce **ingrandimento trasversale M** il rapporto tra l'altezza dell'immagine e l'altezza dell'oggetto:

$$M = \frac{h'}{h} \tag{2.5}$$

RIASSUMENDO
In uno specchio piano:

- L'immagine dista dallo specchio quanto l'oggetto posto di fronte allo specchio
- L'immagine é uguale, virtuale e diritta
- L'immagine ha l'inversione destra sinistra

10. Immagine formata da uno specchio curvo

Tra gli specchi curvi, il più comune é lo **specchio sferico**. Gli specchi sferici si distinguono in:

- **concavi**, se la superficie speculare é quella interna della calotta
- **convessi**, se la superficie speculare é quella esterna della calotta.

La legge della riflessione per gli specchi piani vale anche per gli specchi sferici. In questo caso la normale é la perpendicolare al piano tangente alla superficie sferica nel punto di incidenza. Il centro di curvatura e il raggio di curvatura sono il centro della sfera C e il suo raggio R. L'asse ottico dello specchio é il suo asse di simmetria, cioè la retta che congiunge il centro di curvatura con il centro dello specchio.
Per gli specchi sferici si utilizza l'**approssimazione di Gauss**:

1. Piccolo angolo di apertura: la porzione di calotta sferica é molto piccola rispetto alla sfera alla quale essa appartiene.
2. Raggi parassiali: i raggi luminosi che giungono sullo specchio sono poco inclinati e quindi formano angoli molto piccoli con l'asse principale.

Gli elementi caratteristici per lo studio della riflessione su uno specchio sferico sono:

- il centro C dello specchio sferico
- il punto immagine I

- la sorgente puntiforme O
- il vertice della calotta sferica V
- l'asse ottico principale, ovvero l'asse di simmetria della calotta passante per C.

11. La distanza focale

- Consideriamo uno specchio concavo:

i raggi luminosi paralleli all'asse ottico e vicini a esso vengono riflessi dallo specchio concavo e dopo la riflessione convergono in un punto dell'asse ottico chiamato **punto focale** (o **fuoco**) F dello specchio. La **distanza focale f** dello specchio é la distanza tra F e il centro dello specchio.
Il fuoco F di uno specchio concavo si trova a metà tra il centro di curvatura C e il centro dello specchio. In altre parole, la distanza focale f é pari alla metà del raggio di curvatura R:

$$f = \frac{1}{2}R \tag{2.6}$$

- Consideriamo uno specchio convesso:

quando un fascio di raggi parassiali e paralleli all'asse ottico é riflesso da uno specchio sferico convesso, i raggi riflessi sembrano provenire dal fuoco F dello specchio. R e f indicano rispettivamente il raggio di curvatura e la distanza focale dello specchio. Anche la distanza focale di uno specchio convesso é uguale alla metà del raggio di curvatura, ma per convenienza é indicata con un segno negativo:

$$f = -\frac{1}{2}R \tag{2.7}$$

12. Come si costruisce l'immagine per uno specchio concavo?

Così come abbiamo fatto per le lenti, per individuare l'immagine formata da uno specchio concavo, risulta utile tracciare tre raggi particolari:

- Raggio 1: é il raggio che si propaga parallelamente all'asse ottico dello specchio e poi é riflesso come raggio passante per il fuoco F.
- Raggio 2: é il raggio passante per il fuoco F e poi é riflesso come raggio parallelo all'asse ottico.
- Raggio 3: é il raggio che passa per il centro di curvatura C e quindi ha la direzione di un raggio perpendicolare alla superficie dello specchio, quindi, il raggio riflesso ha la stessa direzione di quello incidente.

I raggi 1, 2 e 3 si intersecano in un punto che rappresenta l'immagine della punta dell'oggetto (Fig.2.10). In realtà, per individuare l'immagine, basterebbero solo due raggi, il terzo é usato solo per controllo.

13. Come si costruisce l'immagine per uno specchio convesso?

Anche per gli specchi convessi si utilizza la rappresentazione con i tre raggi seguenti:

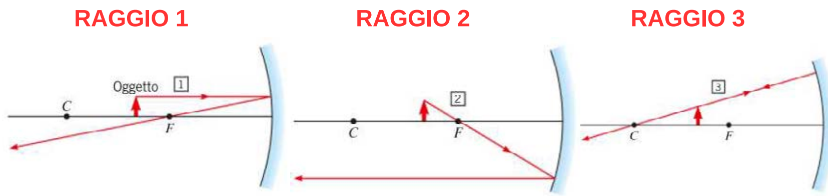


Figura 2.10: Diagramma dei raggi per uno specchio concavo.

- Raggio 1: é il raggio si propaga parallelamente all'asse ottico dello specchio, quindi il raggio riflesso sembra provenire dal fuoco F.
- Raggio 2: il prolungamento di questo raggio passa per il fuoco F: il suo raggio riflesso é parallelo all'asse ottico. Il raggio 2 é analogo al raggio 1, con la differenza che il raggio parallelo all'asse ottico é il raggio riflesso e non il raggio incidente.
- Raggio 3: il prolungamento di questo raggio passa per il centro di curvatura C; quindi il raggio incide perpendicolarmente sullo specchio e si riflette lungo la stessa direzione, cambiando verso.

I tre raggi riflessi dallo specchio sembrano provenire da un unico punto situato su un'**immagine virtuale** posta dietro lo specchio. L'immagine virtuale é diritta e rimpicciolita rispetto all'oggetto. Uno specchio convesso forma sempre immagini virtuali di un oggetto, indipendentemente dalla posizione dell'oggetto davanti allo specchio. A causa della loro forma gli specchi sferici forniscono un campo visivo più ampio di quello di altri tipi di specchi. Per questo motivo sono spesso impiegati come apparati di sicurezza negli incroci stradali o per la sorveglianza dei supermercati.

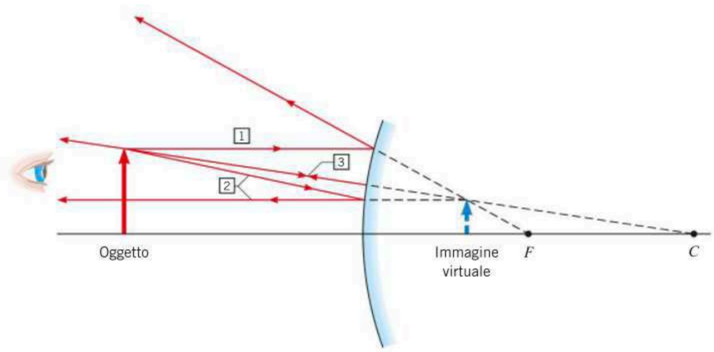


Figura 2.11: Diagramma dei raggi per uno specchio convesso.

14. Equazione dei punti coniugati per gli specchi sferici

Per descrivere in modo più accurato le caratteristiche dell'immagine, é necessario utilizzare una relazione che leghi ogni punto P dell'oggetto al corrispondente punto P' dell'immagine, detto **punto coniugato**

di P.
La relazione che lega due punti coniugati é detta **equazione dei punti coniugati** ed é simile all'equazione delle lenti sottili:

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f} \tag{2.8}$$

dove f é la distanza focale dello specchio, p é la distanza tra l'oggetto e lo specchio e q é la distanza tra l'immagine e lo specchio.

Come per le lenti, é importante valutare l'ingrandimento G prodotto da uno specchio, ovvero il rapporto tra l'altezza dell'immagine h_o e quella dell'oggetto h_i. Si puó facilmente dimostrare che $h_o/h_i = p/q$, quindi l'ingrandimento G sará:

$$G = -\frac{q}{p} \tag{2.9}$$

Per convenzione, un'immagine rovesciata ha ingrandimento negativo, mentre un'immagine diritta ha ingrandimento positivo.

Convenzione sui segni:

- **Distanza focale**
  $f > 0$ per uno specchio concavo
  $f < 0$ per uno specchio convesso
- **Distanza dell'oggetto**
  $p > 0$ se l'oggetto é davanti allo specchio (**oggetto reale**).
  $p < 0$ se l'oggetto é dietro lo specchio (**oggetto virtuale**)
- **Distanza dell'immagine**
  $q > 0$ se l'immagine é davanti allo specchio (**immagine reale**) $q < 0$ se l'immagine é dietro lo specchio (**immagine virtuale**)
- **Ingrandimento lineare** $G > 0$ se l'immagine é diritta rispetto all'oggetto $G < 0$ se l'immagine é capovolta rispetto all'oggetto

Esercizi Unità 2

1. L'immagine di un oggetto formata da uno specchio piano:

A. é più piccola dell'oggetto.

B. é più grande dell'oggetto.

C. é virtuale.

D. é capovolta.

2. Qual é il raggio di curvatura di uno specchio sferico concavo con distanza focale pari a 20 cm?

A. -5 cm

B. 10 cm

C. 20 cm

D. 40 cm

E. 5 cm

3. Qual é la distanza focale di uno specchio sferico convesso con raggio di curvatura pari a 50 cm?

A. 50 cm

B. 25 cm

C. -25 cm

D. -50 cm

E. 100 cm

4. Uno specchio concavo ha raggio di curvatura di 30.0 cm. A quale distanza dallo specchio deve essere collocata una sorgente luminosa puntiforme perché i raggi riflessi siano paralleli all'asse ottico dello specchio?

A. 15 cm

B. 10 cm

C. 20 cm

D. 30 cm

E. 45 cm

5. Individua l'affermazione vera per uno specchio concavo.

A. Se un oggetto é posto fra lo specchio e il suo fuoco, l'immagine dell'oggetto é capovolta.

B. Se un oggetto é posto fra lo specchio e il suo fuoco, l'immagine dell'oggetto é virtuale.

C. Se un oggetto é posto fra il fuoco e il centro di curvatura, l'immagine é virtuale.

D. Se un oggetto é posto nel centro di curvatura, l'immagine si forma a una distanza infinita dallo specchio.

6. Un oggetto é posto davanti a uno specchio sferico concavo, a una distanza maggiore del raggio di curvatura. Quali caratteristiche ha la sua immagine?

A. é reale, diritta e ingrandita.

B. é reale, diritta e rimpicciolita.

C. é reale, capovolta e ingrandita.

D. é reale, capovolta e rimpicciolita.

7. Un oggetto é posto nel fuoco di una lente convergente con distanza focale f. A quale distanza dalla lente si forma la sua immagine?

A. f

B. 2f

C. 1/f

D. f/2

E a una distanza infinita

8. Un oggetto é collocato davanti a uno specchio sferico concavo, a una distanza di 12 cm. L'immagine é diritta ed é due volte più grande dell'oggetto. L'immagine é:

A. davanti allo specchio, a 6 cm di distanza, e reale.

B. dietro allo specchio, a 6 cm di distanza, e virtuale.

C. davanti allo specchio, a 12 cm di distanza, e virtuale.

D. davanti allo specchio, a 24 cm di distanza, e reale.

E. dietro allo specchio, a 24 cm di distanza, e virtuale.

Parte H - Onde

Manuela Lima, Dialogare: *compendio di fisica*, ISBN 978-88-6453-484-8 (online), CC BY-NC-ND 4.0 IT,
2017 Firenze University Press

Unitá 1

Onde senza formule

1. Introduzione

Nelle prossime pagine troverai un ripasso sull'argomento Onde, Luce e Suono. Questa parte viene presentata in modo un po' diverso rispetto al resto degli argomenti. Il motivo é che, molto spesso a scuola, lo studio dei fenomeni ondulatori viene affrontato in modo un po' superficiale ritenendo tale argomento forse troppo complicato. Vi dimostrerò che partendo come al solito dall'osservazione e con un piccolo sforzo matematico, si possono studiare le onde in modo più approfondito. Il primo capitolo, che si intitola Onde senza formule, rappresenta un primo approccio alle Onde basato solo sull'osservazione. Sono proposti dei piccoli esperimenti che potrai ripetere da solo a casa, con materiale semplice da reperire. Nel capitoli successivi si introduce la descrizione matematica e si focalizza l'attenzione sulla natura della luce e lo studio del suono come fenomeni ondulatori.

2. Che cos' un'onda?

Le onde rappresentano un modello di base che usano i fisici per descrivere il mondo reale. Un altro modello comunemente utilizzato é quello di particella: un corpo puntiforme senza struttura interna e con certe proprietà come la massa e la carica elettrica.

Per capire il concetto di onda immaginiamo di lasciar cadere un sassolino in uno stagno. La superficie dell'acqua viene perturbata creando delle increspature che si propagano sulla superficie. Se la sorgente della perturbazione é il punto in cui cade il sassolino, le onde che si generano viaggiano in modo da allontanarsi dalla sorgente.
Il primo modello di onda di cui si sente parlare é quello di **onda meccanica**, ovvero quelle onde che si propagano nei mezzi materiali, come ad esempio le onde del mare, le onde sonore e le onde sismiche.
Ogni volta che un corpo viene messo in vibrazione, ovvero acquista un movimento che periodicamente si inverte (**oscillazione**), questo perturba la materia con cui é a contatto (**mezzo di propagazione**). Quindi un onda é:
una perturbazione prodotta in un mezzo materiale che si propaga verso tutti i punti del mezzo.

Tornando all'esempio del sassolino, quando questo viene lasciato cadere, la sua energia cinetica viene parzialmente convertita nell'energia trasportata dall'onda sull'acqua. È evidente a tutti che ad esempio le onde del mare trasportano energia, pensate all'energia distruttiva di uno tsunami. Ma sulla superficie del

mare le onde non trasportano acqua. Un pallone che galleggia sul mare non é trascinato orizzontalmente ma é fatto oscillare su e giù dalle onde.
Esempi di onde che trasportano energia:

- Le **microonde** nei forni trasportano energia dalla sorgente al cibo, queste energia viene assorbita dalle molecole di acqua che cominciano a vibrare e riscaldano il cibo.
- Le onde **elettromagnetiche** provenienti dal sole trasportano l'energia che rende possibile la vita.
- Le onde **sismiche** trasportano l'energia rilasciata da un terremoto verso altre zone della Terra con effetti talvolta devastanti.

Man mano che l'onda avanza porzioni di materia sempre più lontane dalla sorgente si mettono in movimento.

3. Onde impulsive

Prova tu:

- Prova con una corda: mantieni in tensione una corda con un amico e verifica il trasferimento di energia dall'uno all'altro inviando impulsi lungo la corda. Riesci ad avvertire il trasferimento di energia quando arriva l'impulso?
- Prova a schioccare le dita: le due dita premono una contro l'altra. Inizialmente l'attrito impedisce loro di muoversi lateralmente, ma all'improvviso scivolano, rilasciando l'energia accumulata.

Consideriamo una corda tesa fissata ad un estremo tenuta all'altro estremo con un mano. Se muovo la mano su e giù (do un strattone alla corda) creo un impulso che comincia a viaggiare lungo la corda. La parte di corda più vicina alla mano si mette in movimento e sollecita la porzione successiva, questa a sua volta trasmette in avanti la sollecitazione, così l'impulso si propaga lungo tutta la corda. Ogni punto della corda rimane esattamente al suo posto.
Un onda impulsiva é una perturbazione localizzata e di breve durata.

4. Onde periodiche

Prova tu:

- Prova a generare onde periodiche su una corda muovendo l'estremo della corda su e giú tante volte. Ora segna un punto della corda con un pezzo di nastro isolante. Noterai che quel punto oscilla ma non si sposta.

Tornando alla corda, invece di strattonarla una sola volta e basta, proviamo a muovere su e giù la mano ripetendo periodicamente lo stesso movimento. La **perturbazione** generata sulla corda assume un andamento periodico. Abbiamo generato un'**onda periodica**, ogni punto del mezzo in cui si propaga compie un moto che si ripete identico ad intervalli di tempo fissi.
Quando la sorgente oscilla di modo armonico e il mezzo é perfettamente elastico si parla di **onde armoniche**. Si potrebbe provare a scattare delle foto a istanti successivi alla corda mentre su di essa si propaga un'onda armonica, vedremo che il profilo dell'onda é sempre lo stesso e descrive una sinusoide.
Ferma l'onda sul pavimento e segna l'ampiezza e la lunghezza d'onda.

5. Onde trasversali e onde longitudinali

Prova tu:

- Per capire il concetto di onda trasversale e onda longitudinale prova a giocare con una molla Slinky, per inviare un'onda trasversale lungo la Slinky fai oscillare un estremo in direzione perpendicolare alla molla, per inviare un'onda longitudinale muovi a scatti in dentro e in fuori l'estremo della molla in modo la allungarla e comprimerla.

Vediamo qual é la differenza tra un'onda trasversale e un'onda longitudinale.

- In un'onda **trasversale** il moto delle particelle del mezzo é perpendicolare alla direzione di propagazione dell'onda .
- In un'onda **longitudinale** il moto delle particelle del mezzo avviene lungo la direzione di propagazione dell'onda.

La molla Slinky rappresenta un'approssimazione dei materiali solidi. Nei solidi possono esistere entrambi i tipi di onde, mentre invece nei fluidi solo le onde longitudinali. Fanno eccezione le onde trasversali sulla superficie dei liquidi. Un'onda sonora ad esempio é un'onda longitudinale. Le molecole d'aria interessate da un'onda sonora subiscono una compressione in certe zone e una rarefazione in altre.

6. Che cos'è il fronte d'onda?

Sulla superficie dell'acqua si possono generare onde di forma diversa con creste circolari o lineari. Tutti i punti della superficie appartenenti ad una cresta o ad una buca costituiscono un **fronte d'onda**. In generale il fronte d'onda é l'insieme di tutti i punti che in ogni istante si sono spostati della stessa quantità rispetto alla posizione di equilibrio. Le linee perpendicolari ai fronti d'onda sono chiamate **raggi**. Nelle **onde sferiche** i fronti d'onda formano delle sfere con centro nella sorgente mentre i raggi sono rette uscenti dalla sorgente. Lontano dalla sorgente i fronti d'onda hanno curvatura trascurabile e possono essere approssimati a piani paralleli, in questo caso si parla di onde piane.

Unitá 2

Descrizione matematica

1. Onda armonica

Un'onda é rappresentata matematicamente da una funzione che descrive l'andamento di una grandezza (come la pressione o lo spostamento) al variare della posizione nello spazio e del tempo. Consideriamo una corda su cui si sta propagando un'onda. La grandezza fisica che vogliamo rappresentare é lo spostamento di un pezzettino di corda. Possiamo guardare il profilo dell'onda nello spazio, quindi congelando il tempo ad un istante fissato oppure fissando l'attenzione su un piccolo tratto di corda e guardare il diagramma orario ovvero la curva descritta nel tempo. Questo concetto matematicamente si esprime attraverso una funzione di 2 variabili: lo spazio x e il tempo t: $y(x, t)$.

Quando un'onda si propaga in un mezzo materiale, le particelle del mezzo si spostano rispetto alla loro posizione di equilibrio. Nel caso di un' onda periodica che si genera quando la sorgente compie un moto armonico, lo spostamento di ciascun punto é descritto da una funzione goniometrica del tempo, come seno o coseno.
L' **onda armonica** é il più semplice esempio di onda periodica ed é caratterizzata dal fatto che la grandezza fisica che definisce l'onda, oscilla di moto armonico, ovvero si usano funzioni seno o coseno per rappresentarla.

2. Come si descrive un'onda nel tempo?

Consideriamo un' onda armonica che si propaga su una corda. Concentriamo la nostra attenzione su un punto della corda e vediamo come questo punto oscilla al passare del tempo.
Il punto P oscilla rispetto alla posizione di equilibrio in modo armonico secondo la legge:

$$y(t) = A\cos\left(\frac{2\pi}{T}t + \varphi_0\right) \tag{2.1}$$

dove A é l'**ampiezza**, ovvero il massimo (o minimo) spostamento rispetto alla posizione di equilibrio, T é il **periodo** e φ_0 é la **fase iniziale**.

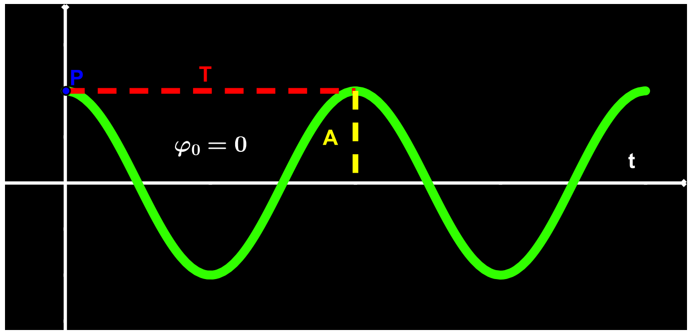


Figura 2.1: Onda armonica cosinusoidale.

3. La pulsazione

Introducendo la pulsazione ω, definita come $\omega = \frac{2\pi}{T}$, l'onda armonica si scrive:

$$y(t) = A\cos(\omega t + \varphi_0) \tag{2.2}$$

Se prendo la fase iniziale $\varphi_0 = 0$ ho proprio la funzione coseno (Fig.2.1):

$$y(t) = A\cos(\omega t) \tag{2.3}$$

4. La fase iniziale

La fase iniziale é legata al punto di partenza cioè alla posizione del punto P all'istante iniziale. Infatti quando $t = 0$, la posizione del punto é :

$$y = A\cos\varphi_0 \tag{2.4}$$

Quando scelgo la fase iniziale nulla ($\varphi_0 = 0$) sto descrivendo il moto di un punto della corda che all'istante iniziale si trova nella posizione piú alta.
Ma cosa fanno gli altri punti della corda all'istante $t = 0$?

Per capire il significato fisico della fase, consideriamo la corda all'istante $t = 0$.
Attenzione: adesso ci siamo spostati nello spazio, quindi sull'asse $orizzontale$ ho una coordinata spaziale che rappresenta la posizione di tutti i punti della corda e non l'andamento nel tempo di un punto, come avevamo prima (Fig2.2).

Il punto **P**, che avevamo preso fissando la fase $\varphi_0 = 0$, si trova su una cresta, il suo spostamento rispetto alla posizione di equilibrio é quello massimo, uguale ad A *(il fattore moltiplicativo davanti al coseno)*. Tutti gli altri punti hanno un'altezza inferiore. In particolare se prendo un punto **Q** il suo spostamento rispetto alla posizione di equilibrio, sempre al tempo $t = 0$, é:

$$y_Q(0) = A\cos\varphi_0 \tag{2.5}$$

Anche il punto **Q** oscilla in modo armonico, come **P**, ma **sfasato** rispetto a **P**.

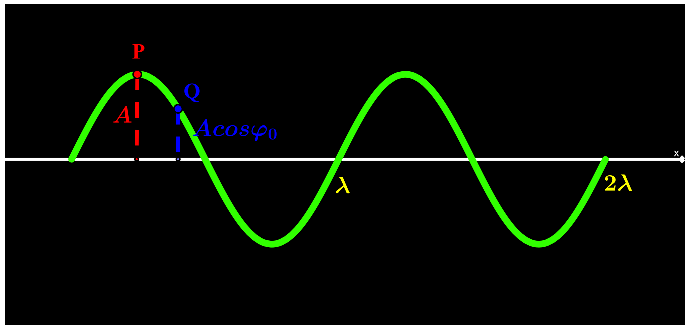


Figura 2.2: La fase iniziale.

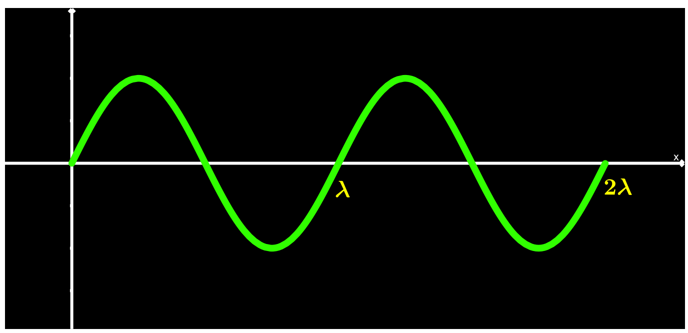


Figura 2.3: Onda armonica nello spazio.

5. Come descrivo un'onda nello spazio?

Descriviamo ora l'onda nello spazio. Immaginiamo di fotografare la corda mentre su di essa si sta propagando un'onda armonica, ovvero fissiamo un istante di tempo t e vediamo come si configura l'onda al variare della coordinata spaziale x. Qui occorre una precisazione: la corda é unidimensionale.
Anche in questo caso posso utilizzare la funzione cosinusoidale e scrivere:

$$y(x) = A\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}x + \varphi_0\right) \tag{2.6}$$

Ora l'ordinata y rappresenta lo spostamento di un punto della corda rispetto alla posizione di equilibrio (Fig.2.3). Vorrei rivolgere la vostra attenzione all'argomento del coseno (quello che c'è tra parentesi), non ho più tempo t e periodo T, ma ho spazio x e lunghezza d'onda λ, quest'ultima si può interpretare come una sorta di periodo spaziale, la fase iniziale φ_0 dipende da quale punto si sceglie come zero.

6. Cosa rappresenta la y?

La grandezza fisica associata alla y dipende dal tipo di onda che stiamo analizzando.
Facciamo qualche esempio:

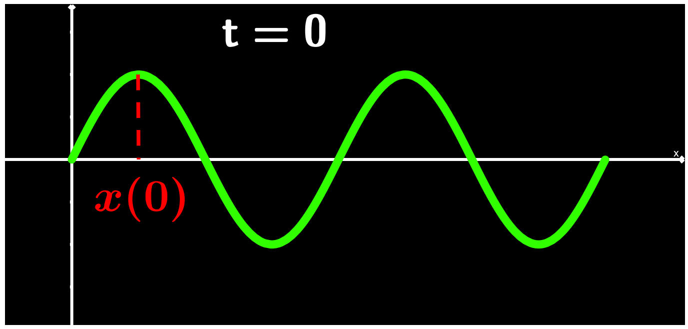


Figura 2.4: Posizione di un punto a $t = 0$.

- Per le **onde sonore**, la funzione descrive le variazioni di pressione o di densità del mezzo.
- Per le **onde sismiche**, la funzione descrive le variazioni della posizione di un punto nel terreno.
- Per le **onde radio**, la funzione descrive l'andamento del campo elettrico o magnetico.

7. Onda progressiva e onda regressiva

Fin'ora abbiamo trattato separatamente le variabili spazio x e tempo t, introducendo le funzioni:

$$y(x) = A\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}x + \varphi_0\right) \tag{2.7}$$

per lo spazio e

$$y(t) = A\cos\left(\frac{2\pi}{T}t + \varphi_0\right) \tag{2.8}$$

per il tempo.
In generale un'onda armonica che si propaga nella direzione positiva delle x, diciamo verso destra, dipenderà sia da t che da x. Si tratta di introdurre una funzione in due variabili.
Proviamo a costruire la funzione $y(x,t)$ che descrive in un solo colpo la nostra onda sia nel tempo che nello spazio.
Partiamo dalla solita onda al tempo $t = 0$, per semplicità di calcolo fissiamo la fase iniziale a zero:

$$y(x) = A\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}x\right) \tag{2.9}$$

A causa del transito dell'onda, lo spostamento y di ogni punto cambia a passare del tempo. Vogliamo determinare la relazione che lega y a t e x

Chiamiamo $x(0)$ la posizione di una cresta a $t = 0$. Passato un certo intervallo di tempo l'onda si é spostata con una velocità $v = \frac{\lambda}{T}$ e al tempo $t = \bar{t}$, la sua posizione sarà $x(\bar{t}) = x(0) + vt$ (Fig.2.4, 2.5)

Ricaviamo $x(0)$:

$$x(0) = x(\bar{t}) - vt \tag{2.10}$$

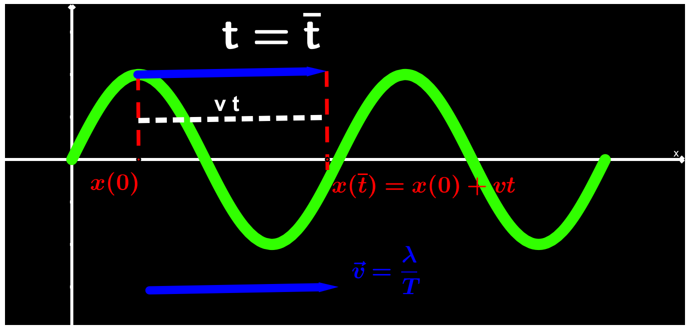


Figura 2.5: Posizione di un punto a $t = \bar{t}$.

e sostituiamo $v = \frac{\lambda}{T}$

$$x(0) = x(\bar{t}) - \frac{\lambda}{T}t \tag{2.11}$$

Torniamo alla funzione di partenza e sostituendo $x(0)$, ottengo, finalmente, la funzione di due variabili $y(x, t)$:

$$y(x, t) = A\cos\left[2\pi\left(\frac{x}{\lambda} - \frac{t}{T}\right)\right] \tag{2.12}$$

Posso mettere t invece che $\bar{t}$ perché la relazione vale ad ogni istante t.
Quella che abbiamo appena scritto é l'espressione matematica di un'**onda progressiva**, cioè un'onda che si sta propagando nella direzione positiva delle x.
Con un procedimento analogo si può ricavare l'espressione matematica per un'**onda regressiva**, cioè un' onda che viaggia verso sinistra.

$$y(x, t) = A\cos\left[2\pi\left(\frac{x}{\lambda} + \frac{t}{T}\right)\right] \tag{2.13}$$

8. Sovrapposizione di onde: il fenomeno dell'interferenza

Cosa succede se due onde attraversano contemporaneamente la stessa regione di spazio?
Per rispondere a questa domanda abbiamo bisogno del **Principio di sovrapposizione**. Questo principio che dice che quando due o più onde sono presenti contemporaneamente in uno stesso punto dello spazio, la perturbazione in quel punto é la somma delle perturbazioni prodotte dalle singole onde.
Cerchiamo di tradurre in termini matematici quanto detto, per ricavare l'espressione dell'onda somma.

Consideriamo due onde armoniche che si stanno propagando in una sola direzione e per semplicità le prendiamo con stessa frequenza e ampiezza, ma con fasi diverse:

- Onda 1
$$y_1 = a\cos\omega t \tag{2.14}$$

- Onda 2
$$y_2 = a\cos(\omega t + \varphi_0) \tag{2.15}$$

Abbiamo supposto nulla la fase iniziale della prima onda, mentre φ_0 é la fase iniziale della seconda onda. Per calcolare la grandezza oscillante totale devo fare la somma delle due onde:

$$y = y_1 + y_2 \tag{2.16}$$

sostituendo l'espressione delle singole onde e raccogliendo a ottengo:

$$y = y_1 = a(\cos \omega t + \cos(\omega t + \varphi_0) \tag{2.17}$$

9. Un po' di matematica

Per andare avanti con i calcoli ho bisogno di ricordare e applicare le **formule di Prostaferesi**:

$$\cos\alpha + \cos\beta = 2\cos\frac{\beta - \alpha}{2}\cos\frac{\beta + \alpha}{2} \tag{2.18}$$

Nel nostro caso α e β sono:

- α

$$\alpha = \omega t \tag{2.19}$$

- β

$$\beta = \omega t + \varphi_0 \tag{2.20}$$

Applicando la formula di Prostaferesi, l'onda somma diventa:

$$y = 2a\cos\left(\frac{\omega t + \varphi_0 - \omega t}{2}\right)\cos\left(\frac{\omega t + \varphi_0 + \omega t}{2}\right) \tag{2.21}$$

Semplificando si ottiene il prodotto tra due *pezzi*:

$$y = 2a\cos\left(\frac{\varphi_0}{2}\right)\cos\left(\omega t + \frac{\varphi_0}{2}\right) \tag{2.22}$$

Notiamo che la prima parte ($2a\cos\left(\frac{\varphi_0}{2}\right)$) é indipendente dal tempo, mentre la seconda parte ($\cos\left(\omega t + \frac{\varphi_0}{2}\right)$) oscilla in funzione del tempo.

Posso porre:

$$A = 2a\cos\left(\frac{\varphi_0}{2}\right) \tag{2.23}$$

che rappresenta l'**ampiezza** dell'onda risultante.

Tale ampiezza dipende solo dalla fase iniziale φ_0 e ovviamente dall'ampiezza iniziale a. Si individuano due situazioni:

- quando l'ampiezza dell'onda risultante é massima
  In questo caso si parla di **interferenza costruttiva**, e si verifica tutte le volte che

$$\varphi_0 = 2k\pi \tag{2.24}$$

  L'ampiezza totale é $A = 2a$.

- quando l'ampiezza dell'onda risultante é nulla In questo caso si parla di **interferenza distruttiva**, e si verifica tutte le volte che

$$\varphi_0 = (2k + 1)\pi \tag{2.25}$$

  L'ampiezza totale é $A = 0$.

10. Sfasamento

Lo **sfasamento** non é altro che la differenza di fase tra due onde. Nel nostro caso

$$\Delta\varphi_0 = \varphi_0 \tag{2.26}$$

Si dice che:

- due onde sono **in fase**
  quando la loro differenza di fase é 0 o un multiplo di 2π. Dal punto di vista fisico questo significa che le due grandezze oscillano insieme e raggiungono contemporaneamente i punti di massimo e minimo.
- due onde sono **in opposizione di fase**
  quando la loro differenza di fase é un multiplo dispari di 2π. Dal punto di vista fisico questo significa che quando la prima grandezza oscillante si trova nel suo punto massimo, la seconda si trova nel suo punto minimo.

11. Applicazioni in acustica

L'interferenza distruttiva é alla base di una tecnica molto utile per ridurre l'intensità di un suono o di un rumore indesiderato. Ad esempio, la cuffie acustiche antirumore, dette anche cuffie attive, utilizzano il fenomeno dell'interferenza distruttiva. Dentro le cuffie sono inseriti dei piccoli microfoni che ricevono i rumori provenienti dall'esterno. i suoni ricevuti vengono trasformati in segnali che li riproducono esattamente in opposizione di fase. Questi suoni sono inviati agli altoparlanti delle cuffie e producono un fenomeno di interferenza distruttiva con il suono originale: in questo modo il rumore arriva alle orecchie molto attenuato.

Esercizi Unità 2

1. A cosa ci riferiamo quando parliamo di onda meccanica?

A. L'oscillazione su e giù di in corpo intorno alla sua posizione di equilibrio.

B. Il trasporto di una certa quantità di energia senza spostamento di materia.

C. La propagazione di una perturbazione nello spazio.

D. Lo spostamento di una certa quantità di materia nello spazio.

E. Alle onde del mare.

2. Quale tra le seguenti affermazioni su un'onda elastica é corretta?

A. Si propaga nel vuoto con velocità di $3 \cdot 10^8 m/s$.

B. Si propaga nel vuoto con velocità funzione della lunghezza d'onda.

C. Si propaga nei mezzi materiali con velocità pari a $3 \cdot 10^8 m/s$.

D. Si propaga nei mezzi materiali con velocità che dipende dal mezzo.

E. Si propaga nei mezzi materiali sempre con velocità $v = 340m/s$.

3. In un ondoscopio vendono generate onde le cui creste distano $9cm$, sapendo che la velocità dell'onda é di $15m/s$, qual é la sua frequenza?

A. 17 Hz

B. 167 Hz

C. 0.1 Hz

D. 167 kHz

E. 1.67 kHz

4. Consideriamo due onde sonore che si propagano in aria. Se la prima onda ha una lunghezza d'onda doppia rispetto alla seconda. Quale sarà la relazione tra le rispettive frequenze?

A. $f_1 = 4f_2$

B. $f_1 = 2f_2$

C. $f_1 = f_2$

D. $f_2 = 2f_1$

E. $f_2 = 4f_1$

5. Due onde di diversa ampiezza e uguale periodo sono prodotte con una punta che vibra ritmicamente nell'acqua. Quale delle seguenti affermazioni é corretta?

A. L'onda di ampiezza maggiore si propaga anche più velocemente.

B. L'onda di ampiezza maggiore si propaga con una maggiore frequenza.

C. L'onda di ampiezza maggiore si propaga con una maggiore lunghezza d'onda.

D. Le onde si propagano con la stessa velocità.

E. Nessuna delle risposte precedenti é corretta

6. La propagazione di un'onda nello spazio é associata:

A. all'oscillazione di una grandezza fisica che é diversa per i diversi tipi di onda.

B. alla vibrazione del mezzo in cui l'onda si propaga.

C. all'oscillazione delle particelle del mezzo materiale in cui l'onda si propaga intorno alla loro posizione di equilibrio.

D. all'oscillazione orizzontale o verticale delle particelle del mezzo materiale in cui l'onda si propaga.

E. nessuna delle risposte é corretta.

7. Quanto vale la differenza di fase tra due onde di frequenza $5500Hz$ che si sovrappongono in un punto P dopo aver percorso cammini che differiscono di $3cm$? La velocità del suono in aria é $340m/s$.

A. 0°

B. π

C. 2π

D. $\frac{\pi}{2}$

E. 90°

Unitá 3

La luce

1. Che cos'è la luce?

Questa domanda ha affascinato fin dall'antichità gli scienziati e non solo, anche pittori, poeti e scrittori hanno tentato di interpretare un fenomeno così affascinante come **la luce**.
Prima di percorrere le varie tappe che hanno portato alla risposta più accreditata sulla natura della luce, vorrei che provaste voi a dare una risposta a questa domanda.
Un bambino direbbe che la luce é ciò che ci permette di vedere le cose, senza luce c'é il buio.
Ma perché allora vediamo le cose?
Pitagora, Euclide e Tolomeo pensavano che il nostro occhio fosse in grado di emettere dei **raggi visuali**, una specie di scanner, e quando questi raggi toccavano un oggetto di conseguenza si produceva nella mente l'immagine visiva.
Osserva la Fig.3.1, come disporresti le frecce?

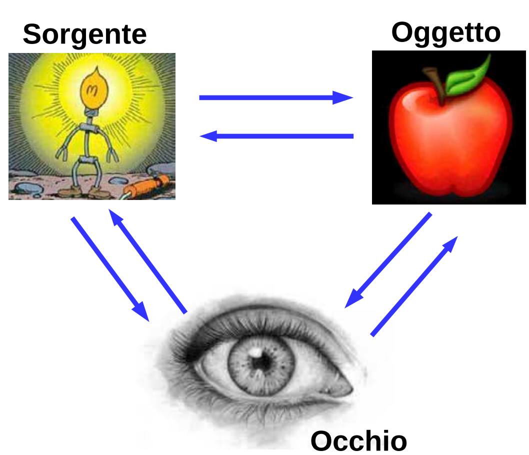


Figura 3.1: Come disporresti le frecce?

2. Le teorie greche e romane

Già nel IV sec a.c. la filosofia greco-romana aveva affermato che l'anima viene a contatto con il mondo che la circonda mediante dei sensi.
Appurato che il tatto, il gusto, l'olfatto e l'udito avvengono proprio grazie ad un contatto fra i nervi e gli stimoli esterni che interagiscono con essi, si dedusse che anche la visione dovesse seguire un meccanismo ad essi analogo.
La visione però risultò alquanto complicata, poiché gli occhi venivano sicuramente a contatto con un qualcosa di impalpabile, ma era ancora oscuro cosa fosse questo *quid*.

- Il quid
  Si ipotizzò inizialmente che gli oggetti emanassero un **quid** che penetrava negli occhi, impressionandoli, rendendo così possibile la visione. Ciò che però risultava incomprensibile era la *materia* che costituiva il quid. Esso infatti trasportava informazioni riguardanti il colore, la posizione, e la forma dei corpi nello stesso istante, quindi non poteva essere informe, né tanto meno una vibrazione.

3. Cosa pensavano i fisici?

I fisici ritenevano che il quid dovesse essere un qualcosa di rigido, tale che potesse trasportare numerose informazioni all'occhio, impressionandolo. Si ipotizzò quindi che il quid fosse una specie di scorza che, staccandosi dal corpo e riducendosi progressivamente, si propagava in tutte le direzioni, a grandissima velocità, fino a penetrare la pupilla.
Lo schema che giustificava il meccanismo della visione é riportato in Fig.3.2.

4. Cosa pensavano i matematici?

I matematici invece ipotizzarono correttamente che la visione fosse permessa da degli agenti rettilinei, che uscivano dagli occhi e, dopo aver esplorato l'ambiente circostante, riportavano all'anima tutte le informazioni necessarie per *vedere* ciò che la circonda. Essi furono chiamati raggi visuali, e la loro esistenza fu avvalorata mediante l'esempio di un cieco che vede soltanto grazie ad un bastone, poiché non può servirsi dei *bastoni* che escono dagli occhi. Gli studi geometrici effettuati sui raggi visuali sono ancora validi, fatta eccezione per il verso della propagazione, infatti sono i raggi ad entrare negli occhi, e non gli occhi ad emetterli. Lo schema che giustificava il meccanismo della visione é riportato in Fig.3.3.

5. La prima teoria scientifica

La teoria dei raggi visuali diventa la teoria accettata dalla maggior parte delle persone, fino all'XI secolo, quando crolla definitivamente. Il primo a rifiutarla fu Ibn al-Haytham, scienziato del X secolo originario dell'attuale Iraq. In occidente era noto come Alhazen e fu il primo a verificare le sue ipotesi con esperimenti sviluppando il metodo scientifico più di 200 anni prima che gli studenti europei potessero impararlo. É considerato il padre dell'ottica moderna e il suo Libro dell'Ottica era destinato ad essere letto, tra gli altri, da Leonardo, Galileo, Keplero, Cartesio e Huygens, tutti grandi personaggi che con il loro lavoro hanno contribuito alla nostra comprensione della luce e della visione.
Alhazen si rese conto che, osservando il sole e poi chiudendo gli occhi, rimaneva il disco luminoso impresso per molto tempo. L'occhio doveva quindi essere impressionato da un agente esterno, detto **lumen**. Alhazen risolse perfettamente il come il lumen riuscisse a penetrare nella pupilla, dal diametro infinitesi-

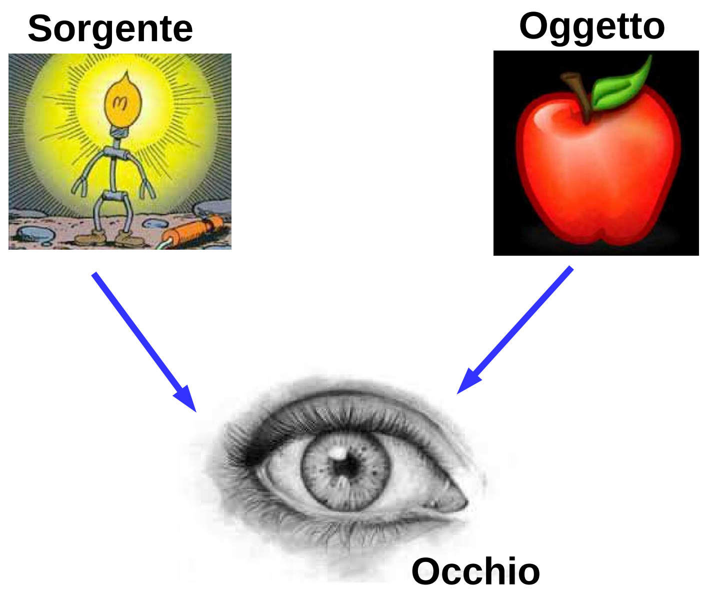


Figura 3.2: La visione secondo i fisici.

male, portando le informazioni relative a corpi di dimensioni variabili (da microscopici a immensi). Egli comprese infatti che gli **eidola** emessi dai corpi, non si potevano contrarre misteriosamente durante il tragitto fino all'occhio, ma dovevano essere infiniti. Suddivise quindi l'oggetto in tanti elementi puntiformi, che mandavano ognuno il proprio **eidolon**, in tutte le direzioni. Gli eidola emessi erano così piccoli da poter penetrare la pupilla senza alcuna contrazione, e da poter impressionare il sensorio, ovvero la superficie sensibile dell'occhio.
Alhazen si rese conto che, poiché le traiettorie degli eidola si intersecavano in un punto (la pupilla dell'occhio), l'immagine risultava capovolta sul fondo dell'occhio, ritenuto fino a quel momento il sensorio, ovvero il ricevitore.
Egli affermò che il sensorio doveva trovarsi prima del punto di intersezione, in modo da far risultare dritta l'immagine dell'oggetto (Fig.3.4). L'unica parte dell'occhio che soddisfaceva questa caratteristica era il cristallino, quindi affermò che era proprio questa parte a ricevere e percepire l'immagine.

Nonostante Alhazen avesse erroneamente attribuito al cristallino il meccanismo della visione, il suo contributo all'ottica é stato determinante. Egli introdusse infatti il concetto di **lumen**, smentì la teoria dei raggi visuali, avanzò l'ipotesi che il lumen fosse composto da corpuscoli microscopici che viaggiavano a velocità altissima e che si riflettevano e rifrangevano. Giustificò inoltre sia la riflessione che la rifrazione mediante esperimenti meccanici e teorici.

6. Due teorie contrapposte

Nel 1700 esistevano due teorie in competizione sulla natura della luce:

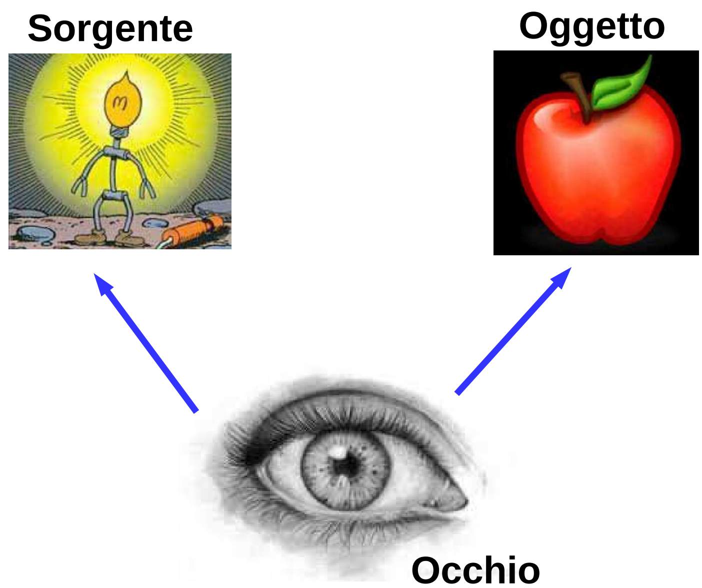


Figura 3.3: La visione secondo i matematici.

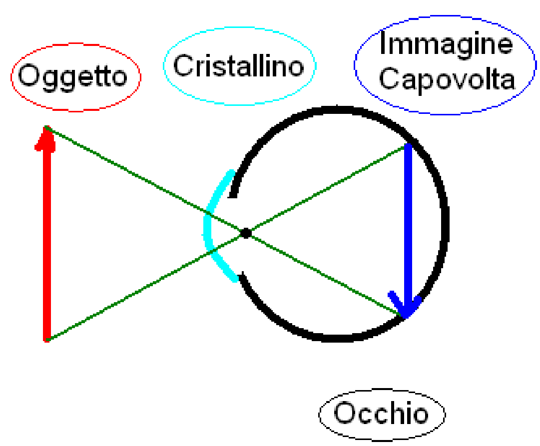


Figura 3.4: La visione secondo Alhazen.

- Teoria ondulatoria

La prima era una teoria ondulatoria, proposta da Huygens nel 1678 e pubblicata nel 1690. In base a questa teoria, la luce si trasmette sotto forma di onde, che si diffondono in ogni direzione a partire da una sorgente e sono rilevate dall'occhio come vibrazioni sulla retina. Secondo Huygens esisteva un'analogia con le onde sonore generate con un diapason e rilevate dal timpano. L'unica differenza sarebbe stato il mezzo di propagazione che nel caso del suono era l'aria mentre per la luce sarebbe stato un mezzo misterioso e invisibile chiamato *etere*.

- Teoria corpuscolare
  La seconda teoria era una teoria corpuscolare, sostenuta da Newton che aveva iniziato i suoi esperimenti sull'ottica nel 1666. In basa a questa teoria la luce é formata da tante particelle e i raggi luminosi si diffondono da una sorgente attraverso un flusso di microscopiche particelle o *corpuscoli*, sparati come proiettili nello spazio vuoto e rilevati attraverso il loro impatto con la retina.

Come per tutte le teorie in fisica, erano necessarie delle conferme sperimentali.
Quale delle due spiegava meglio fenomeni come la **riflessione**, la **rifrazione** e la **diffrazione**?

- Propagazione rettilinea
  Un fenomeno evidente era che la luce si propaga in linea retta (Fig.3.5).

Figura 3.5: Una conseguenza della propagazione rettilinea della luce é la formazione delle ombre.

Un comportamento del genere era associabile ad un flusso di corpuscoli, non alle onde. Inoltre, a differenza delle onde generate in uno stagno, che possono in qualche modo deviare intorno ad un ostacolo, la luce non sembrava che potesse curvare intorno ad un ostacolo.

7. La propagazione della luce

Come già introdotto nella parte sull'Ottica Geometrica, i fenomeni principali legati alla propagazione rettilinea della luce sono la riflessione e la rifrazione.
Riporto anche qui i concetti chiave.

- **Riflessione**
  Tutti sappiamo che quando la luce incide su uno specchio, l'angolo di incidenza é uguale all'angolo di riflessione. Il fenomeno della riflessione si spiega bene con la teoria corpuscolare: le particelle della luce si comportano come minuscole palle da biliardo che rimbalzano al bordo del tavolo. In

realtà anche la teoria ondulatoria non aveva problemi nel spiegare questo fenomeno. Infatti, secondo Huygens, il raggio luminoso poteva essere modellizzato matematicamente studiando il percorso di un punto sul fronte d'onda che evidentemente seguiva la stessa traiettoria del flusso di particelle.

- **Rifrazione**
  La rifrazione é il fenomeno per cui un raggio di luce, passando da un mezzo trasparente a un altro, di diversa densità, devia il proprio percorso. Quando ad esempio la luce colpisce la superficie dell'acqua (più densa), l'angolo di rifrazione é inferiore all'angolo di incidenza e il raggio risulta deviato verso la linea perpendicolare al piano dell'acqua.

8. La legge di Snell

Nel 1621 Snell aveva formulato una legge che metteva in relazione gli angoli di incidenza e rifrazione:

- Legge di Snell

$$n_1 \sin i = n_2 \sin r_2 \tag{3.1}$$

Di questa relazione, però, non era stata data ancora nessuna spiegazione fisica.

- Newton aveva tentato una spiegazione ipotizzando che la velocità della luce nell'acqua fosse maggiore che nell'aria e quindi i corpuscoli una volta entrati nell'acqua, erano soggetti ad una forza che ne aumentava la velocità e alterava la direzione di moto. Evidentemente questa spiegazione non fu molto convincente.
- Al contrario Huygens ipotizzava che la luce in acqua viaggiasse più lentamente. Attraverso la sua teoria era riuscito a ricavare le leggi di Snell, ma il suo risultato non é stato decisivo per sostenere la sua teoria ondulatoria.

9. Diffrazione

Fu un italiano, il gesuita Francesco Maria Grimaldi, il primo ad osservatore e documentare il fenomeno della diffrazione ma non fu in grado di formulare una spiegazione teorica del fenomeno. Grimaldi osservò che la luce solare, fatta passare attraverso una piccola apertura e proiettata su uno schermo bianco a grande distanza, proietta un alone ben più grande di quanto sarebbe prevedibile grazie alla semplice propagazione lineare della luce; in più, il bordo dell'alone era alterato da frange variamente colorate. Secondo Grimaldi, é come se l'onda si *rompesse* e si ricomponesse, sparpagliandosi, al di là dell'ostacolo. Grimaldi si oppose alla teoria corpuscolare della luce come insieme di particelle e fu uno dei primi sostenitori della teoria ondulatoria.

Nonostante la teoria ondulatoria fosse in grado di spiegare meglio della sua antagonista, il comportamento della luce di fronte ad un ostacolo o ad un'apertura, il prestigio di Newton ha permesso alla sua teoria di dominare nel *secolo dei lumi*.

10. Interferenza

Nel 1804 Thomas Young dimostrò senza ombra di dubbio, che la luce puó comportarsi come un'onda e lo fece con il suo bellissimo **esperimento della doppia fenditura**. Nel suo piccolo laboratorio domestico

riuscì a dividere un fascio di luce utilizzando due piccole fenditure. I due fasci di luce risultanti interferivano tra loro creando una serie di strisce chiare e scure su uno schermo. Così, la luce sommata ad altra luce poteva produrre più luce ancora oppure buio. I corpuscoli non potevano produrre un effetto del genere.
Gli esperimenti realizzati in seguito dal fisico francese Augustin Fresnel sulla luce polarizzata, avevano inoltre suggerito che la luce fosse un'onda di tipo trasversale: le sue componenti oscillano ortogonalmente tra loro e rispetto alla direzione di propagazione, al contrario delle onde longitudinale, come quelle del suono, che oscillano soltanto lungo la direzione di propagazione.

11. Elettromagnetismo

Bisognava aspettare la metà del 1800 per avere una formulazione completa di una teoria che fosse in grado di spiegare tutti i fenomeni ondulatori, compresa la luce. Nel 1865, basandosi sul lavoro di Michael Faraday, James Clerk Maxwell prevede l'esistenza di onde elettromagnetiche dotate di frequenza e lunghezza d'onda coincidenti con le onde luminose. Faraday, attraverso i suoi esperimenti, aveva dimostrato che esisteva uno stretto legame tra campi elettrici e campi magnetici. Maxwell semplicemente raccolse gli studi di Faraday in un unico concetto matematico: un'onda elettromagnetica costituita da campo elettrico e campo magnetico oscillanti in direzione trasversale. Maxwell stimò che la velocità con cui dovrebbe propagarsi tale onda nell'etere dovesse essere simile a quella misurata per la luce, intorno a 300000 km/s.

- La luce é un'onda elettromagnetica, il suo comportamento viene descritto correttamente dalle equazioni di Maxwell. I diversi colori corrispondono ad onde con diversa frequenza e lunghezza d'onda.

La prova sperimentale dell'esistenza delle onde elettromagnetiche si deve agli esperimenti di Heinrich Hertz.
Nel 1886 egli riuscì per la prima volta a produrre e a rivelare le onde elettromagnetiche di cui Maxwell aveva previsto l'esistenza: le onde elettromagnetiche furono generate da oscillazioni di cariche elettriche lungo un circuito. La trasmissione delle onde era rilevata da un cerchio di grosso filo di rame interrotto da uno spazio di lunghezza regolabile tra due sferette. Il passaggio di una corrente oscillante nel cerchio di rame si manifestava attraverso una scintilla che illuminava le due sferette. Le onde generate con questo apparato avevano una frequenza di 10^9 Hz.

Come abbiamo già detto, la teoria ondulatoria prevedeva che la luce si propagasse attraverso un mezzo invisibile chiamato etere. Tutte le onde hanno bisogno di un mezzo per propagarsi: le onde del mare si propagavano attraverso l'acqua, le onde sonore attraverso l'aria. Poiché le onde elettromagnetiche, secondo le teorie di quel tempo, non potevano propagarsi nel vuoto, si vide bene di teorizzare l'esistenza di una sostanza che permettesse di trasportare le onde elettromagnetiche: appunto l'etere.
Nel 1887 Albert Michelson ed Edward Morley si proposero di verificare l'esistenza dell'etere. L'esperienza era stata concepita per dimostrare che la luce può avere velocità diverse per diversi osservatori in moto relativo rispetto all'etere, attraverso la dimostrazione dell'esistenza di una sorta di **vento d'etere**.

Essi pensarono che se tutto lo spazio é semplicemente un oceano immobile di etere, allora il moto della terra attraverso l'etere poteva esser scoperto e misurato nello stesso modo con cui i marinai misurano la velocità di una nave sul mare. A questo scopo, Michelson e Morley lanciarono nello spazio un raggio di luce. Se la luce si propaga veramente attraverso l'etere, la sua velocità avrebbe dovuto essere influenzata dal flusso di etere suscitato dal moto della terra. Propriamente un raggio di luce, lanciato in direzione del movimento della terra, avrebbe dovuto subire un lieve ritardo a causa del flusso di etere, proprio come

un nuotatore prova maggior fatica nuotando contro corrente. Si tratta di una piccola differenza, poiché la velocità della luce é di 300000 km/s, mentre la velocità della terra nella sua orbita attorno al sole non raggiunge che i 32 km/s. Perciò un raggio di luce lanciato contro il flusso dell'etere avrebbe dovuto viaggiare alla velocità di 299.968 km/s, mentre un raggio di luce diretto con il flusso di etere dovrebbe essere lanciato alla velocità di 300.032 km al secondo.
L'esperimento dimostrò l'indipendenza della velocità della luce dalla direzione di propagazione e il risultato fu interpretato come prova dell'inesistenza dell'etere.

- L'etere non esiste
  Il concetto di etere viene completamente abbandonato dopo il 1905 con l'arrivo della **teoria della relatività speciale** di Albert Einstein. Einstein postulò che la velocità della luce fosse sempre la stessa indipendentemente da come si muovono sorgente e osservatore, senza la necessità di esistenza dell'etere. Inoltre non é possibile superare la velocità della luce nel **vuoto** che é proprio il valore trovato da Maxwell di 300000 km/s.

- Il ritorno dei corpuscoli
  Il 1900 segna anche il superamento della fisica classica con l'inizio dell'era dei quanti. Max Plack dimostrò che gli spettri elettromagnetici prodotti dai corpi incandescenti potevano essere spiegati soltanto se la radiazione era emessa o assorbita in pacchetti discreti, detti appunto **quanti**. Einstein, dopo aver studiato l'effetto fotoelettrico concluse che ad essere quantizzata non era solo l'emissione o l'assorbimento della luce, ma anche la luce stessa. In un certo senso Einstein *modernizza* la teoria corpuscolare di Newton introducendo i **quanti di luce**, poi ribattezzati **fotoni**.

  Oggi i fisici devono accettare il fatto che la luce si comporti sia come particella, sia come onda. A seconda del contesto si utilizza un modello piuttosto che un altro.

Unitá 4

Il suono

1. Che cos'è il suono?

Il suono é una sensazione percepita a livello cerebrale dal nostro organo dell'udito, prodotta da una perturbazione meccanica del mezzo che ci circonda. In questa sezione cercheremo di capire aspetti scientifici legati alla produzione di un suono, parleremo di onde stazionarie, scomposizione e composizione di un suono, prenderemo in esame qualche strumento modello come corde e canne e lo ridurremo a un oggetto fisico nel tentativo di capire come si producono i suoni.
Prendiamo, ad esempio un triangolo di metallo e colpiamolo con una bacchetta, sentiremo un suono, perché? Colpendo il triangolo questo comincia a vibrare e diventa sede di onde meccaniche che mettono in moto le catene di atomi di cui il corpo é composto. Il movimento indotto si trasferisce alle molecole d'aria che si trovano a contatto con il corpo, queste cominciano a spingere quelle accanto e comincia un processo a catena, responsabile della propagazione del suono. Queste vibrazioni, **onde sonore**, sono trasmesse elasticamente dall'aria e giungono al nostro orecchio producendo la sensazione sonora. La generazione di un suono é legata alle **vibrazioni meccaniche** del mezzo che ci circonda. La presenza di materia é necessaria alla propagazione delle onde sonore infatti nel vuoto non si sentono suoni.

2. Come si descrive un suono?

Gran parte dei fenomeni fisici, e tra questi il suono, vengono descritti mediante il concetto di onda. Quando si parla di onde, si pensa subito alle onde del mare in tempesta o alle onde che si generano quando si lancia un sasso nel mare calmo.
Ma ci sono anche le onde elettromagnetiche, le onde elastiche, le onde sismiche, etc...
Seppure di diversa natura, queste onde vengono descritte matematicamente tutte allo stesso modo come combinazione di funzioni seno (o coseno). Ricordiamo l'espressione di un' onda sinusoidale pura:

$$y(x,t) = A\sin\left[2\pi\left(\frac{x}{\lambda}+\frac{t}{T}\right)\right] \tag{4.1}$$

Si tratta di una funzione dello spazio e del tempo, ovvero stiamo descrivendo un'onda viaggiante in una sola dimensione spaziale. Si individuano subito le grandezze caratterizzanti l'onda: la **lunghezza d'onda** λ, distanza spaziale tra due massimi successivi, il **periodo T**, tempo che impiega l'onda per compiere un'intera oscillazione e l'**ampiezza A**, massima deviazione dalla posizione di equilibrio. E' utile introdurre un'altra grandezza che in realtà é quella a cui si fa riferimento quando si vogliono confrontare diverse onde, la **frequenza f**, definita come l'inverso del periodo $f = 1/T$. La velocità dell'onda si può calcolare dalla relazione fondamentale che lega spazio tempo e velocità:

$$v = \frac{\lambda}{T} = \lambda f \tag{4.2}$$

3. Onde stazionarie

Le **onde stazionarie** sono particolari tipi di oscillazioni di un mezzo in cui l'energia non si propaga da un punto all'altro, come accade per le onde viaggianti, ma resta distribuita in modo invariato nel tempo. In particolare esistono punti dello spazio in cui non si ha oscillazione (**nodi**), ed altri in cui si ha sempre la massima oscillazione (**ventri**). Nell'onda stazionaria ogni nodo resta fisso nel tempo e lo stesso accade per i ventri, che si collocano a metà strada tra due nodi consecutivi. Un'onda stazionaria si può ottenere sommando due onde viaggianti.

La formazione di onde stazionarie negli elementi vibranti é di fondamentale importanza ai fini della produzione del suono. L'esempio più semplice che illustra questo fatto é costituito dai tubi sonori. Un flauto, ad esempio é un tubo di circa 60 cm di lunghezza. Un singolo impulso sonoro che si propaga all'interno del tubo impiega meno di 2 ms per percorrerlo, finché non raggiunge un'estremità o un foro laterale. Lì parte dell'energia viene trasmessa all'aria esterna, e parte viene riflessa di nuovo dentro il tubo, per percorrerlo all'indietro sempre in 2 ms. Naturalmente in un tempo così breve un impulso acustico non può essere percepito dall'orecchio come un suono, é necessario quindi che, in seguito a centinaia o migliaia di riflessioni avanti e indietro, si costruisca nel tubo un'oscillazione stabile, che possa arrivare al nostro orecchio ed essere percepita.
A questo punto ci chiediamo in che modo le vibrazioni fisiche di uno strumento possono produrre le note delle scale musicali. Sono due i *concetti fondamentali* che ci servono per rispondere a questa domanda: la generazione **le onde stazionarie** e la **risonanza**. Come abbiamo detto, le onde stazionarie si generano quando due onde di uguale frequenza e lunghezza d'onda si muovono attraverso un mezzo in modo che si rinforzino l'una con l'altra. Affinché ciò avvenga la lunghezza del mezzo deve essere uguale a un multiplo intero di mezza lunghezza d'onda. Di solito una delle due onde é la riflessione dell'altra. Quando queste si rinforzano, sembra che l'energia stazioni in specifiche posizioni del mezzo oscillante, da questo il nome di **onde stazionarie**.

4. Qualche esempio dalla realtà

Vi sarà capitato di passare il dito sul bordo di un bicchiere di vino e di ascoltare il suono emesso. Il suono prodotto é dovuto ad un onda stazionaria nel vetro che cresce in ampiezza finché non diventa udibile.

Ai soldati viene detto di rompere la marcia quando passano su un ponte perché la frequenza della loro marcia potrebbe essere in risonanza con la frequenza naturale del ponte; creando e rinforzando un'onda stazionaria del ponte si potrebbe causare la distruzione dello stesso.

Un effetto di risonanza ha causato nel 1940 la distruzione del Tacoma Narrows Bridge: vortici di vento creati intorno al ponte hanno generato un'onda stazionaria. L'ampiezza dell'onda raggiunse il limite di rottura causando così il crollo del ponte.

5. Risonanza e musica

Tutti gli strumenti musicali producono la loro musica grazie alla presenza di onde stazionarie. Per creare un suono la struttura fisica di uno strumento é messa in una condizione di oscillazione stazionaria. Il legame con il concetto di risonanza può essere capito se pensiamo ad esempio ad una tromba. Le labbra del trombettista creano un'onda acustica spingendo l'aria all'interno della tromba che viene riflessa indietro una volta raggiunta l'estremità della tromba. Quando il trombettista toglie le labbra, l'onda acustica viene riflessa avanti e indietro naturalmente tra l'inizio e la fine della tromba. Se il trombettista continua a soffiare, l'onda acustica viene rinforzata. Il processo continua creando un'onda stazionaria di ampiezza sempre crescente finché una parte dell'onda stazionaria che esce dalla tromba, non diventa udibile. Si tratta di risonanza perché il trombettista spinge l'aria alla giusta frequenza della preesistente onda stazionaria.
Un chitarrista ad esempio mette i vibrazione le corde della chitarra e un batterista fa lo stesso sulla pelle del tamburo.

6. Onde stazionarie su corde a estremi fissi

Consideriamo una corda con entrambi gli estremi fissati. Il formalismo utilizzato per questa trattazione descrive un'onda viaggiante **regressiva** come:

$$y(x,t) = y_0 \sin\left[2\pi\left(\frac{x}{\lambda} + ft\right)\right] \tag{4.3}$$

e un'onda viaggiante **progressiva** come:

$$y(x,t) = y_0 \sin\left[2\pi\left(\frac{x}{\lambda} - ft\right)\right] \tag{4.4}$$

dove λ é la lunghezza d'onda e f é la frequenza. Quando si perturba la corda le onde regressive e progressive vengono riflesse agli estremi fissi della corda e, continuando a viaggiare avanti e indietro, si sovrappongono determinando la condizione di onde stazionarie.

Sommando le due onde:

$$y(x,t) = y_0 \sin\left[2\pi\left(\frac{x}{\lambda} + ft\right)\right] + y_0 \sin\left[2\pi\left(\frac{x}{\lambda} - ft\right)\right] \tag{4.5}$$

e sfruttando la relazione trigonometrica

$$\sin(p-q) + \sin(p+q) = 2\sin p \cos q \tag{4.6}$$

si ottiene un'espressione per l'onda stazionaria:

$$y(x,t) = 2y_0 \sin\frac{2\pi x}{\lambda} \cos 2\pi f t \tag{4.7}$$

Rispetto all'espressione della semplice onda viaggiante, qui la parte spaziale (in x) e la parte temporale (in t) sono separate. E' facile vedere che ci sono posizioni x dove non c'è mai oscillazione, quando $\sin\frac{2\pi x}{\lambda} = 0$, e altre in cui si ha la massima ampiezza di oscillazione possibile, quando $\sin\frac{2\pi x}{\lambda} = 1$. Questi punti particolari si chiamano *nodi* e *ventri* e si hanno in tutti quei punti per cui sono verificate le seguenti condizioni:

- nodi

$$\frac{2\pi x}{\lambda} = n\pi \tag{4.8}$$

- ventri

$$\frac{2\pi x}{\lambda} = \frac{(2n+1)\pi}{2} \tag{4.9}$$

dove n é un numero intero.

Alle estremità della corda, ovvero per $x = 0$ e $x = L$ si hanno necessariamente dei nodi. Traducendo in formule si ha che ad ogni tempo t:

$$y(x = 0, t) = 0, y(x = L, t) = 0 \tag{4.10}$$

Se si sostituiscono queste condizioni nell'espressione dell'onda stazionaria si ha che la prima é automaticamente soddisfatta, mentre per la seconda bisogna risolvere l'equazione:

$$\sin(\frac{2\pi L}{\lambda}) = 0 \tag{4.11}$$

da cui $\frac{2\pi L}{\lambda} = n\pi$, ovvero l'equazione é verificata per tutte lunghezze d'onda:

$$\lambda_n = \frac{2L}{n} \tag{4.12}$$

con n intero diverso da zero (per $n = 0$ si ha una λ infinita che non é fisicamente ragionevole).

Si conclude che le onde stazionarie sono tutte quelle onde la cui lunghezza d'onda λ é contenuta un numero intero di volte nel doppio della lunghezza della corda. Tutte queste onde costituiscono i **modi normali** della corda vibrante e sono chiamati **armoniche**: quello di minima frequenza é il *modo fondamentale* (o *tono*), i successivi **armoniche superiori** (o **ipertoni**).

7. Corde fisse ad un solo estremo

La trattazione delle onde su corde con un solo estremo fisso ci aiuterà nel seguito per trattare le onde stazionarie che si sviluppano nelle canne degli strumenti a fiato.
Consideriamo una corda fissata ad un solo estremo in modo che possa oscillare quasi liberamente, l'altro estremo é tenuto debolmente. Un' onda che si propaga lungo la corda quando raggiunge l'estremo libero si riflette senza capovolgersi, mentre quando ripassa dall'estremo fisso si inverte di fase. Questa inversione di fase avviene ad intervalli di tempo raddoppiati rispetto al caso precedente, come se la corda fosse lunga il doppio. Allora il primo ventre anziché a metà della corda si trova al suo estremo libero e dunque la lunghezza d'onda della prima armonica é :

$$\lambda = 2L \tag{4.13}$$

che corrisponde ad una frequenza dimezzata rispetto alla corda a estremi fissi.

Le armoniche successive si trovano imponendo che per $x = L$ si abbiano dei ventri invece che dei nodi:

$$\sin\frac{2\pi L}{\lambda} = \pm 1 \tag{4.14}$$

Questa equazione é verificata per:

$$\frac{2\pi L}{\lambda} = \frac{m\pi}{2} \tag{4.15}$$

con m intero dispari. Le lunghezze d'onda dei modi normali di oscillazione per corde fissate ad un solo estremo o per *canne aperte* su un lato sono date da:

$$\lambda_m = \frac{4L}{m} \tag{4.16}$$

Poiché ogni numero dispari si può esprimere cone $m = 2n-1$, l'espressione precedente si può riscrivere:

$$\lambda_n = \frac{4L}{(2n-1)} \tag{4.17}$$

con n intero. Ricordando che la frequenza di un'onda acustica é data da $f = v/\lambda$ con v velocità del suono, si possono calcolare le frequenze corrispondenti:

$$f = \frac{(2n-1)v}{4L} \tag{4.18}$$

8. Onde stazionarie nelle canne

Risulta necessario a questo punto fare una precisazione sul tipo di onde che si sviluppano nelle colonne d'aria rispetto a quelle presenti nelle corde. Se pensiamo ad una corda, le onde che si possono instaurare sono sia di tipo **longitudinale** che **trasversale**, di queste solo quelle trasversali sono responsabili della generazione di suoni musicali. Nei gas la propagazione del suono é dovuta alle onde di pressione, quindi soltanto da oscillazioni longitudinali delle molecole del gas. La colonna d'aria é posta in vibrazione all'interno di un tubo che sostanzialmente funge da guida per le onde sonore. La lunghezza finita L della canna é l'elemento chiave che la rende un risuonatore altamente selettivo, e quindi un potenziale strumento musicale. Infatti, affinché nella canna si instauri una vibrazione sostenuta per il tempo necessario a che se ne possa percepire un suono, bisogna che le onde che viaggiano avanti e indietro lungo la canna, in seguito alle riflessioni alle estremità, siano in grado di costituire un'oscillazione stazionaria.

L'oscillazione della colonna d'aria viene attivata tramite l'immissione di un getto d'aria attraverso una piccola apertura, il bocchino. Nelle canna d'organo il meccanismo é innescato da un ostacolo (anima) posto sul percorso del getto d'aria, in modo da deviarlo contro una lama che lo taglia e lo rende vorticoso. I vortici oscillano da un lato all'altro della lama costituendo la causa di stimolazione della colonna d'aria che entra in movimento. Un altro meccanismo per innescare vibrazioni nelle colonne d'aria é di ricorrere a linguette flessibili, o *ance*, che si mettono a vibrare se investite da un getto d'aria.
La canna cilindrica aperta da entrambe le estremità, ma senza altri fori costituisce lo strumento a fiato modello più semplice possibile. Molti tipi di canne d'organo sono così costruite, e inoltre il modello é utile per descrivere alcune proprietà di strumenti a canna cilindrica, quali il flauto o il clarinetto. In una canna aperta su un solo lato, la situazione é molto simile al caso della corda ad un estremo fisso. Le molecole d'aria non possono vibrare sulla parete chiusa, a causa dell'attrito, e quindi in quel punto si deve avere un nodo. Invece possono liberamente oscillare all'estremo aperto che diventa sede di un ventre. Se la lunghezza della canna rispetta l'equazione dei modi normale ($\lambda_n = \frac{4L}{(2n-1)}$, n intero), allora all'interno della canna si instaurano onde stazionarie i cui ventri risultano corrispondenti ai nodi di pressione e i nodi ai massimi.

Nel **primo modo** ($n = 1$) c'è un nodo di pressione all'estremità aperta e un antinodo di pressione all'estremità chiusa. Non ci sono altri nodi o antinodi all'interno della colonna d'aria. La frequenza dell'onda stazionaria é $f = v/4L$. Nel **secondo modo** ($n = 2$) c'è ancora un nodo di pressione all'estremità aperta e un antinodo a quella chiusa. La frequenza dell'onda stazionaria é $f = 3v/4L$. Se indichiamo con f_1 la frequenza fondamentale, allora le frequenze delle armoniche superiori sono $3f_1, 5f_1, 7f_2..., (2n-1)f_1$, solo le armoniche dispari sono presenti.

Nel caso di una canna aperta, entrambi gli estremi sono a pressione atmosferica, quindi non ci sono fluttuazioni di pressione all'estremità aperta e in questi punti ci devono essere dei nodi per l'onda. Analogamente alla corda con estremi fissi, la lunghezza L della colonna d'aria deve essere uguale a un numero esatto di mezza lunghezza d'onda:

$$L = \frac{n\lambda}{2} \tag{4.19}$$

con n intero. Le frequenze di risonanza saranno:

$$f_n = \frac{nv}{2L} \tag{4.20}$$

dove v é la velocità del suono ($340 m/s$)

9. Che cos'è la risonanza in acustica?

La **risonanza** é il fenomeno per cui un corpo capace di oscillare entra in vibrazione quando é in presenza di un altro che vibra. Un corpo di un certo materiale (quindi di una certa densità molecolare), di dimensioni stabilite, e sottoposto ad una tensione meccanica data, può vibrare solo ad una ben precisa frequenza. Questa prende il nome di **frequenza di risonanza**. In realtà c'è un insieme di frequenze possibili associate ai modi normali di vibrazione. Un corpo dotato di una certa frequenza di risonanza, entra in vibrazione spontaneamente se viene investito da un suono avente la stessa frequenza. Quando viene generato un suono a partire da un sistema vibrante, che sia una corda o le colonne d'aria in un tubo, affinché l'energia acustica immessa nell'ambiente sia sufficiente per produrre onde sonore di una certa intensità, é necessario accoppiare la sorgente con un **risonatore**. Il risonatore entra in risonanza con i suoni emessi dalla sorgente e, oltre a rafforzare la perturbazione dell'ambiente gassoso, conferisce ad ogni strumento il suo particolare **carattere timbrico**. Negli strumenti a fiato il risonatore é la canna stessa, in quelli a corde (chitarra, violino, pianoforte) il risonatore principale é la **cassa armonica**.

- Ogni sistema fisico caratterizzato da frequenze proprie di oscillazione può risuonare con una sorgente esterna.

- Ogni sistema oscilla liberamente con una propria frequenza che dipende dalle sue caratteristiche geometriche, fisiche e chimiche.

E' storicamente interessante citare un metodo introdotto nel 1860 da Hermann von Helmholtz, quando l'elettronica non esisteva, per operare l'analisi armonica di un suono complesso. I risuonatori di Helmholtz sono delle particolari cavità risonanti acustiche, possono essere semplicemente costruiti come dei recipienti di metallo (in genere sferici o cilindrici) di varie dimensioni, con una stretta apertura preceduta da un breve e stretto collo. Un risonatore di Helmholtz ha due aperture diametralmente opposte, l'apertura piccola si appoggia all'orecchio mentre quella grande alla sorgente sonora. Il suono si rafforza per la frequenza che coincide con quella propria di risonanza del risonatore prescelto il quale, per la simmetria di una sfera, ha un solo valore. Il meccanismo delle bocche di Helmholtz é lo stesso per cui sembra di sentire il rumore del mare poggiando l'orecchio all'imboccatura di una grossa conchiglia, la quale fa risaltare quei rumori esterni che incontrano condizioni favorevoli di risonanza all'interno della cavità.

10. Forme d'onda

Finora si é parlato di onde viaggianti o stazionarie che variano nel tempo con un andamento sinusoidale. Il suono ad esse associato é caratterizzato da una sola frequenza; suoni di questa natura vengono definiti **toni puri**. Suoni ad una sola frequenza costituiscono una idealizzazione che non trova in pratica riscontri frequenti. Nella realtà un suono ha un inizio e una fine, per cui l'onda ad esso associata é limitata nel tempo, si preferisce quindi parlare di **pacchetti d'onda** con una particolare **forma d'onda**. Un pacchetto d'onda può essere rappresentato schematicamente da un **onda portante**, o **fase**, la cui ampiezza é controllata da un'**onda modulante**, o **inviluppo**. Un fatto di particolare importanza é che non si può realizzare un pacchetto d'onda che sia monocromatico. Questo perché anche per il suono vale un **principio d'indeterminazione** che si esprime nel modo seguente:

$$\Delta t \Delta f \approx 1 \tag{4.21}$$

L'interpretazione fisica é la seguente: se la durata del suono é molto breve, nel pacchetto d'onda é contenuto un continuo di frequenze, attorno a quella idealmente emessa, che si estende in un intervallo di frequenze Δf. Se il suono dura più a lungo, la gamma di frequenze costituente il pacchetto si restringe e il suono tende a quello emesso da un'onda sinusoidale che nasce e che muore. Tuttavia $\Delta f = 0$ e una frequenza f pura si raggiungono soltanto nel limite di una durata Δt del suono infinita.
Un semplice esempio di suono periodico, ma non armonico, deriva dall'interferenza di due suoni armonici a frequenza f_1 e f_2. Il suono risultante é un suono periodico la cui frequenza é uguale al massimo comune divisore tra le due frequenze componenti. Se la frequenza dei due suoni é $f_1 = 600Hz$ e $f_2 = 400Hz$, il suono derivante dall'interferenza ha una frequenza di $200Hz$; l'ampiezza della pressione sonora ha una forma più o meno complicata che dipende anche dalla differenza di fase tra le due onde, ma che si ripete regolarmente nel tempo con periodo $T = 1/200 = 5ms$.

Esiste un gruppo di forme d'onda di particolare simmetria, che possono essere realizzate con particolari sintesi additive.
Queste sono:

- dente di sega: contiene tutte le armoniche con ampiezza decrescente come $1/n$
- onda quadra: contiene le armoniche dispari con ampiezza decrescente come $1/n$
- doppio dente di sega: contiene le armoniche pari con ampiezza decrescente come $1/n$
- onda triangolare simmetrica: contiene le armoniche dispari con ampiezza decrescente come $1/n^2$, prese con segni alterni.

Il suono corrispondente a queste forme d'onda non é molto musicale ma risultano interessanti perché vengono usate nell'ambito della sintesi del suono, inoltre ciascuna di esse ricorda la forma d'onda di strumenti reali. Ad esempio, la forma d'onda di un re di violoncello ricorda un'onda triangolare. L'onda quadra produce invece un suono che si avvicina a quello degli strumenti a canna chiusa a un estremo, che presentano solo armoniche dispari. Il suono dell'onda a doppio dente di sega é parente di quello emesso da strumenti a corde dove le armoniche dispari sono state inibite. L'onda triangolare, infine, richiama il

suono di alcuni strumenti a fiato che emettono soltanto qualche debole armonica dispari in aggiunta alla fondamentale.
D'altra parte dalla composizione di suoni armonici di frequenza commensurabile si ottengono suoni complessi, non più armonici, ma periodici, d'altra parte é possibile scomporre una forma d'onda in una serie discreta di componenti in frequenza. Questo avviene grazie ad un potente teorema: **Teorema di Fourier**.

11. Cenni sull'analisi armonica di Fourier

La rappresentazione più comune dei fenomeni acustici avviene come evoluzione della pressione sonora in funzione del tempo. Per l'analisi degli effetti é però in molti casi più conveniente visualizzare il segnale acustico nel dominio delle frequenze. Il passaggio dal dominio del tempo al dominio delle frequenze si può fare sfruttando l'analisi di Fourier.
Fourier ideò un metodo analitico per la scomposizione di un suono periodico in modo da permettere la sua rappresentazione mediante una somma di componenti sinusoidali e cosinusoidali di frequenza multipla della frequenza fondamentale, la **serie di Fourier** appunto. In generale, si può dimostrare che tutti i suoni possono essere scomposti mediante una combinazione di toni puri (armoniche). Per ottenere tale scomposizione si utilizzano le trasformate di Fourier.
Il teorema di Fourier afferma che qualunque funzione periodica, finita, continua e dotata di derivata, può essere rappresentata mediante una somma di funzioni sinusoidali pure, pesate da opportuni coefficienti, nei cui argomenti compaiono tutte le frequenze (le armoniche) multiple di una frequenza fondamentale, caratterizzante la periodicità della funzione. In termini matematici questo si traduce nella seguente formula:

$$y(x_0, t) = y_0 + \sum_n y_n \sin[n\omega_1 t + \delta_n] \tag{4.22}$$

dove n prende tutti i valori interi a partire da 1 e per semplicità si é introdotta la pulsazione dell'onda $\omega = 2\pi f$.
Determinare l'ampiezza e la frequenza delle singole armoniche presenti nel suono complesso costituisce la cosiddetta analisi di Fourier. Il risultato di tale analisi viene usualmente rappresentato sotto forma di grafico, lo **spettro di frequenza**, in cui sull'asse delle ascisse é riportata la frequenza e su quello delle ordinate il quadrato dell'ampiezza, proporzionale all'intensità di ogni singola componente. Nel campo dei suoni musicali, le armoniche presenti e la loro intensità relativa determinano una sorta di qualità del suono: il **timbro**.
I suoni periodici non esauriscono tutti i tipi di suoni con cui in realtà si deve trattare. Molti suoni non presentano le caratteristiche di regolarità sia nel dominio del tempo, sia nel dominio della frequenza. Possono essere suoni *aperiodici*, come i suoni di tipo impulsivo nel tempo, o altri suoni, o rumori, che presentano un andamento nel tempo irregolare e casuale, non prevedibile a priori.

12. Altezza e timbro di un suono

I caratteri distintivi del suono sono tre: **altezza**, **intensità** e **timbro**. La prima sensazione che avvertiamo ascoltando un suono é quella legata alla sua **intensità**: ci sono suoni forti e suoni appena percettibili. In parole povere l'intensità é il volume. L'**altezza** distingue i suoni tra acuti e gravi e dipende dalla frequenza delle vibrazioni: un suono é tanto più acuto quando é maggiore il numero delle vibrazioni. In genere i suoni più acuti sono generati da oggetti di piccole dimensioni, mentre quelli gravi da oggetti più grossi. Si pensi al suono emesso da un flauto e quello emesso da un trombone.

- Suono Acuto = Suono Alto (es. cinguettio dell'uccellino)

- Suono Grave = Suono Basso (es. ruggito del leone)

L'orecchio assoluto é la capacità di percepire l'esatta altezza delle note.

L'altezza é influenzata anche dall'ampiezza del suono, specialmente alle basse frequenze. Per esempio, una nota grave e forte sembrerà ancora più grave se suonata più piano. Come accade per gli altri sensi, anche la percezione relativa dell'altezza può essere tratta in inganno, creando delle illusioni auditive. Ce ne sono diverse, come il paradosso di tritone o la più nota scala Shepard, dove una sequenza ripetuta (continua o discreta) di toni disposti in modo particolare può sembrare come una sequenza ascendente o discendente infinita.

Un'altra caratteristica di un suono é il timbro. Il timbro esprime la qualità di un suono, la sua coloritura; é ciò che permette di distinguere due suoni prodotti da sorgenti diverse, anche se essi hanno lo stesso tempo di crescita, la stessa altezza, la stessa intensità e la stessa durata. Esso dipende dal contenuto spettrale di armoniche che si esprime attraverso l'analisi di Fourier. Il contributo degli **overtoni** varia da strumento a strumento, da nota a nota sullo stesso strumento e anche dalla stessa nota se prodotta in modo differente dallo stesso strumento.

13. Classificazione di Helmholtz

Dal punto di vista dell'impressione soggettiva, si tende a classificare il timbro in vari modi, definendolo attraverso estremi che possono andare da opaco a brillante, da freddo a caldo, da puro a ricco, da compatto a diffuso, da vuoto a pieno, da neutro a colorito. Grazie a Helmholtz, che fu il primo ad associale lo spettro di un suono al suo timbro, é possibile definire i suoni in base al loro timbro. Le osservazioni di Helmholtz sono ancora attuali e possono essere riassunte nel modo seguente:

- Suoni con un limitato numero di armoniche sono più ricchi e pastosi di quelli puri, come il diapason.

- Se si hanno armoniche più elevate, sopratutto se intense, il suono tende ad acquisire un carattere più aspro e frizzante

- I suoni mancanti delle armoniche pari, come avviene negli strumenti a canna chiusi da un lato, hanno un carattere vuoto e nasale.

- L'intensità della prima armonica gioca un ruolo determinante nel dare stoffa al suono: se essa é debole la pienezza del suono risulta impoverita

- Circa le altre armoniche, in generale la seconda conferisce al suono limpidezza, la sesta e l'ottava lo rendono chiaro e squillante, la settima e la nona lo inaspriscono, la decima ne aumenta la chiarezza e lo rende metallico

14. Cosa sono i battimenti?

Quando due suoni, che hanno frequenze leggermente diverse, si sovrappongono si verifica il fenomeno dei **battimenti**. La presenza di battimenti genera nel nostro sistema uditivo una sensazione di scarso gradimento. L'effetto consiste in un'alternanza nel tempo di interferenza costruttiva e distruttiva che si manifesta

come un salire e scendere dell'intensità del suono, con una frequenza di ripetizione pari alla differenza delle due frequenze primitive.
Analizziamo i battimenti con un pó di matematica.
Consideriamo due onde acustiche di frequenza f_1 e f_2:

$$y_1 = A\sin(\omega_1 t) \tag{4.23}$$
$$y_2 = B\sin(\omega_2 t) \tag{4.24}$$

$\omega_1 = 2\pi f_1$ e $\omega_2 = 2\pi f_2$ sono le pulsazioni. L'onda corrispondente all'effetto combinato di y_1 e y_2 sarà data da:

$$y = y_1 + y_2 = A\sin(\omega_1 t) + B\sin(\omega_2 t) \tag{4.25}$$

Se poniamo $B = A + C$, attraverso le formule di prostaferesi otteniamo:

$$y = \left(2A\cos\left(\frac{\omega_1 - \omega_2}{2}\right) t \times \sin\left(\frac{\omega_1 + \omega_2}{2}\right) t\right) + C\sin(\omega_2 t) \tag{4.26}$$

Possiamo interpretare il risultato così: si tratta di una nuova onda, con pulsazione pari alla media aritmetica di ω_1 e ω_2, ma con **ampiezza variabile** $D(t)$ data da:

$$D(t) = 2A\cos\left(\frac{\omega_1 - \omega_2}{2}\right) t \tag{4.27}$$

Quando le onde generatrici sono in fase, si ha l'ampiezza massima dell'onda risultante; al contrario, quando le onde generatrici sono in controfase, l'onda risultante si annulla. In realtà questo é vero soltanto se le due ampiezze sono uguali ($A = B$): in caso contrario, come vediamo nell'eq. 4.26, si ottiene anche un termine aggiuntivo $C\sin(\omega_2 t)$, che impedisce che l'onda risultante si annulli nell'istante in cui le due onde che la producono sono esattamente in contro fase. Inoltre i battimenti si distinguono in modo chiaro solo se le frequenze delle due onde y_1 e y_2 non sono molto diverse, se cioé la modulazione dell'ampiezza del segnale é molto meno veloce della frequenza propria di oscillazione di ciascuno dei due segnali acustici. La frequenza dei battimenti é $f_{batt} = \frac{f_1 - f_2}{2}$(in un periodo avvengono due battimenti perché il modulo del coseno diventa massimo due volte in un periodo).

15. Come si quantifica un suono?

Vi sarà capitato tante volte di dire puoi abbassare la voce? oppure puoi alzare il volume dello stereo? La prima percezione che abbiamo di un suono é se questo é forte o debole. Ma quali sono le grandezze fisiche che misurano quanto é forte o debole un suono?
Sicuramente avrete sentito parlare di **decibel** come il livello di **intensità acustica** di un suono. Cerchiamo di capire prima di tutto cos'è l'intensità di una sorgente acustica e poi mettiamola in relazione con la definizione di decibel.

- Intensità:

  L'**intensità acustica I** é la quantità di energia che fluisce, nell'unità di tempo, attraverso una superficie di area unitaria, perpendicolare alla direzione di propagazione dell'onda acustica. L'unità di misura é il $\frac{W}{m^2}$.

$$I = \frac{E}{\Delta t A} \tag{4.28}$$

Questa formula si può anche esprimere in termini di **potenza P**, infatti la potenza é l'energia emessa dalla sorgente in un intervallo di tempo Δt, $P = \frac{E}{\Delta t}$:

$$I = \frac{P}{A} \tag{4.29}$$

- Decibel:

  I valori di pressione sonora che l'orecchio umano é in grado di percepire si estendono su una scala molto ampia: la pressione sonora minima corrisponde a 0.000020 Pa, mentre una pressione sonora vicina a 60 Pa, che induce una sensazione di panico, può essere considerata come limite massimo percepibile senza danni immediati. Il campo di variazione della pressione sonora percepibile occupa quindi un intervallo di oltre *sei ordini di grandezza*.
  Queste considerazioni hanno suggerito di rappresentare l'intensità sonora e le altre grandezze acustiche su una scala logaritmica, piuttosto che lineare, per la costruzione della quale i valori della grandezza in esame sono confrontati con valori convenzionali, assunti come riferimento.
  Si definisce **decibel** il logaritmo in base dieci del rapporto tra l'intensità I e l'intensità I_0, relativa alla soglia di udibilità fissato per convenzione al valore di $10^{-12}\frac{W}{m^2}$:

$$\beta = 10 \log \frac{I}{I_0} \tag{4.30}$$

- Se vogliamo esprimere in dB la differenza fra due intensità una il **doppio** dell'altra il valore sarà di circa 3 dB, infatti:

$$\log 2 \approx 0.3 \tag{4.31}$$

- Se vogliamo esprimere in dB la differenza fra due intensità una **10 volte** l'altra il valore sarà di 10 dB, infatti:

$$\log 10 = 1 \tag{4.32}$$

- Se vogliamo esprimere in dB la differenza fra due intensità una **100 volte** l'altra il valore sarà di 20 dB, infatti:

$$\log 100 = 2 \tag{4.33}$$

- Se vogliamo esprimere in dB la differenza fra due intensità una **1000 volte** l'altra il valore sarà di 30 dB, infatti:

$$\log 1000 = 3 \tag{4.34}$$

Esercizi Unità 4

1. Quale affermazione relativa alla velocità del suono é corretta?

A. É più alta in aria che in acqua.

B. É sempre minore o uguale a 340 m/s.

C. É indipendente dalla temperatura.

D. É più alta nel ferro che nell'aria.

E. É costante.

2. Consideriamo due sorgenti coerenti di onde acustiche sferiche che interferiscono costruttivamente in un punto P. Indicando con I l'intensità del suono prodotto da ciascun'onda che giunge in P, quanto sarà l'intensità totale in P ?

A. 2 I

B. I/4

C. I/2

D. I

E. 4 I

3. A quale intensità sonora corrisponde un livello acustico di 0 dB?

A. 0

B. $1 \frac{pW}{m^2}$

C. $1 \frac{MW}{m^2}$

D. Non si può stabilire perché dipende dalla persona che ascolta.

E. $1 \frac{W}{m^2}$

4. Consideriamo due onde sonore di uguale ampiezza e frequenza pari a 6800 Hz che si sovrappongono in un punto P dopo aver percorso la prima 3.0 **m e la seconda** 3.1 **m. Che fenomeno si osserva in P? La velocità del suono é 340 m/s.**

A. Fenomeni di polarizzazione.

B. Fenomeni di interferenza distruttiva.

C. Fenomeni di interferenza costruttiva.

D. Fenomeni di diffrazione.

E. Nessun fenomeno in particolare.

5. Un'onda acustica di frequenza pari a 600 Hz si sta propagando lungo una rotaia ferroviaria. La velocità del suono lungo la rotaia é 6000 m/s. Calcola lo sfasamento fra due punti della rotaia distanti 5 m.

A. 0

B. π

C. 2π

D. $\frac{\pi}{2}\pi$

E. $\frac{3}{2}\pi$

6. Quanto vale la differenza di fase tra due onde di frequenza $5500Hz$ che si sovrappongono in un punto P dopo aver percorso cammini che differiscono di $3cm$? La velocità del suono in aria é $340m/s$.

A. 0°

B. π

C. 2π

D. $\frac{\pi}{2}$

E. 90°

Soluzioni degli esercizi

A - Cinematica

Unità 2 - Moto in una dimensione

1A. La velocità ha sempre lo stesso verso dello spostamento.
2C. Basta ricordare la legge oraria per la velocità nel moto uniformemente accelerato $v(t) = v_0 + at$, se pongo $v_0 = 0$, ottengo la funzione $v(t) = at$, che rappresenta una retta passante per l'origine la cui pendenza e proprio l'accelerazione a.
3A. Perché la velocità media vettoriale é data dal vettore spostamento, ottenuto come differenza tra il vettore posizione finale meno il vettore posizione iniziale, diviso per l'intervallo di tempo di andata e ritorno. Ma il vettore spostamento é il vettore nullo, perché l'auto torna al punto di partenza. Quindi la velocità vettoriale media é uguale a zero.
4D. L'intervallo di tempo impiegato a percorrere la strada di lunghezza s a velocità v é $t = \frac{s}{v}$. Il tempo impiegato in salita é allora $t_1 = \frac{s}{v_1}$ mentre quello impiegato in discesa é $t_2 = \frac{s}{v_2}$ (lo spazio percorso é sempre s). La velocità scalare media sul percorso di andata e ritorno, di lunghezza $2s$, é allora pari a:

$$v_m = \frac{2s}{t_1 + t_2} = \frac{2s}{\frac{s}{v_1} + \frac{s}{v_2}} = \frac{2}{\frac{1}{v_1} + \frac{1}{v_2}} = 48\frac{km}{h}. \tag{35}$$

5A. L'accelerazione di un corpo in moto sulla superficie terrestre é sempre pari all'accelerazione di gravità che é rivolta verso il basso e vale $9.81\ \frac{m}{s}^2$.
6A: Infatti, lungo l'asse y, il moto é per entrambe uniformemente accelerato con la stessa accelerazione g, quindi, se partono dalla stessa altezza, arriveranno a terra nello stesso istante.
7B. Per rispondere a questo quesito, bisogna prendere carta e penna e fare un pó di conti. Dalle leggi orarie per lo spazio e la velocità del moto uniformemente accelerato, é possibile ricavare una formula per l'accelerazione che dipende solo da velocità finale e iniziale, e posizione finale e iniziale: $x(t) = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2$ e $v(t) = v_0 + at$. Si ricava t dalla seconda e si sostituisce nella prima, poi si risolve rispetto ad a e si ottiene $a = \frac{v^2 - v_0^2}{2(x - x_0)}$. Nel nostro caso conosciamo la velocità finale e iniziale e la posizione finale e iniziale, inoltre fissiamo l'origine del sistema di riferimento nel punto in cui inizia la frenata, quindi $a = \frac{v_f^2 - v_i^2}{2x_f}$. Sostituendo i nostri dati e tenendo conto che $v_f = 0$, si ha: $a = -\frac{v_i^2}{2x_f} = -8.7\frac{m}{s}$. Per calcolare l'intervallo di tempo utilizziamo la definizione di accelerazione e per l'accelerazione prendiamo il modulo: $t = \frac{v_i}{a} = 3.1s$.
8B: Infatti per un corpo in caduta libera, lo spazio percorso é pari a $h = \frac{1}{2}gt^2$. Invertendo la formula si ottiene: $h = \frac{1}{2}gt^2$.

Manuela Lima, Dialogare: *compendio di fisica*, ISBN 978-88-6453-484-8 (online), CC BY-NC-ND 4.0 IT,
2017 Firenze University Press

Unità 3 - Moto nel piano

1B. Le lancette dell'orologio si muovono di moto circolare uniforme poiché segnano lo scorrere del tempo. La lancetta dei minuti fa un giro completo in un'ora cioé in $3600s$, per cui la frequenza é: $f = \frac{1}{3600s} = 2.78 \cdot 10^{-4} Hz$. Possiamo calcolare la velocità angolare: $\omega = 2\pi f = 2\pi 2.78 \cdot 10^{-4} \frac{rad}{s} = 1.75 \cdot 10^{-3} \frac{rad}{s}$.
2C. La domanda chiede di esprimere l' accelerazione in termini di ω e r. Ricordando che $a_c = \frac{v^2}{r}$ e che $v = \omega r$ e sostituendo si ha proprio $a_c = \omega^2 r$.
3B. Perché il primo bambino é fermo quindi la sua velocità é nulla, mentre la velocità degli altri due bambini dipende soltanto dalla frequenza. Quindi si ha $\omega_2 = \omega_3 = 2\pi f = 0.63 \frac{rad}{s}$.
4A. Per poter calcolare la velocità di un punto in rotazione a $3.2m$ dal centro, bisogna prima conoscere la velocità angolare ω . Se la giostra compie 3 giri al minuto, visto che in un minuto ci sono $60s$, impiega $20s$ a compiere un giro; quindi $T = 20s$. Pertanto $\omega = \frac{2\pi}{T} = 0.31 \frac{rad}{s}$. A questo punto, conoscendo il raggio della traiettoria del bambino, si può calcolare la velocità .
5E. Il punto Q si muove di moto armonico avente per centro la proiezione sullo schermo del centro C della circonferenza e per ampiezza il raggio della circonferenza; quindi $A = r = 0.23m$. Il periodo del moto armonico é uguale al periodo del moto circolare, quindi $T = 2\pi r = 0.41s$. Dal valore del periodo si ottiene la pulsazione e quindi la massima velocità: $v_M = \omega A = \frac{2\pi}{T} A = 3.5 \frac{m}{s}$; osserviamo che la velocità massima coincide con la velocità del moto circolare.

B - Dinamica

Unità 1 - Le Forze

1C. Infatti il peso é la forza che agisce su un corpo di massa m ed é pari a $P = mg$.
2B. Perché il corpo si sta spostando con velocità costante, quindi le uniche forze agenti sono la forza peso e la tensione del filo che devono essere uguali.
3A. Perché per mantenere un corpo in moto circolare uniforme é necessaria una forza centripeta diretta sempre verso il centro della circonferenza.
4C. Se un corpo si muove su una traiettoria circolare o comunque curvilinea, il suo vettore velocità é sempre tangente alla curva mentre il vettore accelerazione é sempre diretto verso il centro della traiettoria. La forza centripeta é $F_c = m\frac{v^2}{r} = m\frac{(\omega r)^2}{r} = m\omega^2$, perché il raggio é unitario. Il peso del corpo é $P = mg$. Imponiamo $F_c = P$ e ricaviamo ω: $mg = m\omega^2$ da cui ricaviamo $\omega = \sqrt{g}$.
5B. Affinché la corda non si spezzi, la tensione deve essere uguale alla forza centripeta $T_{max} = m\omega^2 r$, da cui si ricava $\omega = \sqrt{\frac{T_{max}}{mr}}$.
6A. Per calcolarlo, ragioniamo prima sulle forze agenti sul corpo: in direzione orizzontale agisce solo la forza di attrito dinamico F_d , che si oppone al moto. Indicando con m la massa del corpo, si ha che la decelerazione dovuta alla forza d'attrito che fa fermare il corpo é $a = -\frac{F_d}{m}$. Se indichiamo con v_0 la velocità iniziale del libro, la velocità in funzione del tempo é: $v(t) = v_0 - \frac{F_d}{m} t$, dopo $\bar{t} = 0.70s$ la velocità del corpo é nulla, possiamo quindi calcolare la velocità iniziale: $v_0 = \frac{F_d}{\bar{t}}$. La velocità media tra l'inizio e la fine del moto uniformemente accelerato é: $v_m = \frac{1}{2}(v_0 + 0) = \frac{1}{2}\frac{F_d}{m} t$. Con questa velocità media il libro percorre un tratto $\bar{s} = 83cm$, per cui: $\bar{s} = v_m \bar{t} = \frac{1}{2}\frac{F_d}{m} t^2$. Ricaviamo la forza d'attrito $F_d = 2m\frac{\bar{s}}{t^2}$. D'altra parte la forza d'attrito prodotta dal contatto col tavolo vale $F_d = \mu_d N = \mu_d mg$, dove abbiamo sostituito $N = mg$ per la forza normale agente in direzione perpendicolare al tavolo. Uguagliando le due espressioni trovate per la forza di attrito si ha: $\mu_d mg = 2m\frac{\bar{s}}{\bar{t}^2}$ da cui $\mu_d = 2\frac{\bar{s}}{g\bar{t}^2} = 2\frac{0.83m}{(9.81m/s^2)(0.70s)^2} = 0.35$.
7A. Per rispondere a questo quesito, bisogna prima calcolare la forza peso e la forza elastica, in quanto all'e-

quilibrio queste due forze si bilanciano, $F_{el} = P$. La forza applicata alla molla é la forza peso. Conoscendo l'allungamento della molla e la sua costante elastica si ha che $kx = mg$, dove x é l'allungamento della molla. Da questa relazione ricaviamo la massa $m = \frac{kx}{g} = (25N/m)(0.020m)9.8m/s^2 = 51g$.

Unità 2 - I Principi della Dinamica

1E. In base al II Principio, se su un corpo agisce una forza questa determinerà un'accelerazione $a = \frac{F}{m}$.
2A. L' inerzia misura la naturale tendenza di un corpo a rimanere fermo o a muoversi di velocità cotante quando su di esso non agiscono forze oppure la risultate delle forze agenti é nulla.
3B. É proprio la definizione di sistema inerziale.
4B. É il completamento dell'enunciato del III Principio.
5D. Affinché il corpo si muova di moto rettilineo uniforme, é necessario che la risultante delle forze agenti sul corpo sia nulla. Le forze agenti nella direzione di moto sono la forza F e l'attrito che, evidentemente, devono agire in versi opposti e devono avere la stessa intensità.

Unità 3 - Un'applicazione: il pendolo semplice

1A. Se non ricordi la formula, puoi sempre fare un'analisi dimensionale: il periodo si misura in s, quindi sostituendo le unità di misura delle grandezze coinvolte nelle formule, si vede che l'unica formula che restituisce s é quella della risposta A. Prova tu stesso per convincerti!
2B. É proprio la legge dell'isocronismo. L'ampiezza delle piccole oscillazioni, che rimane comunque la stessa durante tutto il moto, dipende dalla posizione di partenza, ma lo stesso pendolo lasciato libero di muoversi da posizioni differenti, compierà le oscillazioni nello stesso tempo: il periodo del pendolo é costante se si fanno compiere piccole oscillazioni, a prescindere dalla posizione iniziale.
3D. Dalla definizione di lavoro, sappiamo che quando l'angolo formato tra il vettore forza e il vettore spostamento é 90°, il lavoro é nullo. In questo caso la tensione é diretta lungo il raggio della circonferenza mentre lo spostamento é sempre tangente alla circonferenza: i due vettori formano sempre un angolo di $90^{/circ}$.
4B. Per rispondere a questa domanda devi ricordarti qual'é la grandezza fisica che conta il numero di oscillazioni al secondo e di carta e penna per fare un minimo di conti. Calcoliamo prima di tutto il periodo di un pendolo lungo $1m$: $T = 2\pi\sqrt{\frac{1m}{9.8\frac{m}{s^2}}} = 2.003$. Per sapere quante oscillazioni compie in un secondo, devo calcolare la frequenza, data dall'inverso del periodo: $f = \frac{1}{T} = \frac{1}{2}\frac{1}{s}$. Moltiplicando per 3600 ho il numero di oscillazioni in un'ora: $\frac{1}{2}\frac{1}{s} \times 3600s = 1800$.
5A. Il cronometro al centesimo di secondo fornirà una misura con due cifre decimali ed un errore di $\pm 1s$, il risultato del primo studente é compatibile con quello degli altri perché é compreso nell'intervallo di confidenza $1.61s$ e $1.63s$.
6B. Corrisponde in realtà al tempo impiegato per compiere un'oscillazione, cioé per ritornare all'estremità dalla quale si é fatto partire il cronometro, anche se probabilmente quando pensi ad una oscillazione ti viene da pensare allo spostamento da un estremo all'altro e basta. Per questo, per evitare equivoci, spesso si parta di oscillazione completa.
7A. Talvolta non prestiamo attenzione al fatto che i nomi dicono di per sé molto di quello a cui alludono. Frequenza vuol dire quante volte un certo fenomeno accade. Qui é la stessa cosa: quante volte il pendolo compie un'oscillazione completa in un tempo unitario, cioè in un secondo.
8A. Questa unità di misura derivata prende il nome di herz, simbolo Hz, dal nome del fisico che per primo l'ha introdotta.
9D. Perché c'è la radice quadrata: il periodo del pendolo lungo l é $T_l = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$, mentre quello del pendolo lungo $4l$ é $T_{4l} = 2\pi\sqrt{\frac{4l}{g}} = 2 \cdot 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} = 2 \cdot T_l$.

10A. Qui hai bisogno di carta e penna per ricavare la formula inversa per la lunghezza. Elevando al quadrato la formula del periodo e ricavando l, si ottiene: $l = \frac{gT^2}{4\pi^2}$.
11C. Qui hai bisogno di carta e penna per ricavare la formula inversa per l'accelerazione di gravità. Elevando al quadrato la formula del periodo e ricavando g, si ottiene: $g = \frac{4\pi^2 l}{T^2} = 0.72\frac{m}{s^2}$.

Unità 4 - Lavoro, Energia e Potenza

1D. Il lavoro é definito come il prodotto scalare tra il vettore forza $\vec{F}$ e il vettore spostamento $\vec{s}$, il prodotto scalare é negativo quando l'angolo che il due vettori formano é maggiore di 90° e minore di 270° e questo accade quando hanno verso opposto. Quindi, in questo caso, la forza sta agendo in direzione opposta allo spostamento.
2B. Se la forza agisce perpendicolarmente alla velocità e quindi allo spostamento, il lavoro fatto da essa sul corpo é nullo. Per il teorema dell'energia cinetica, il lavoro é uguale alla variazione di energia cinetica, quindi se il lavoro é nullo, l'energia cinetica iniziale é uguale all'energia cinetica finale.
3B. Perché l'energia potenziale é direttamente proporzionale alla costante elastica k e al quadrato della deformazione x: $U_e = \frac{1}{2}kx^2$, a parità di deformazione, la molla con costante elastica maggiore avrà un'energia potenziale maggiore.
4C
5A. Due grandezze sono omogenee se hanno la stessa unità di misura. L'energia e il calore si misurano entrambe in joule, inoltre il calore é una forma di energia.
6C. Infatti, per una forza conservativa, il lavoro non dipende dal particolare percorso ma dalla variazione di energia potenziale. La variazione di energia potenziale nei due casi é la stessa. Per il teorema dell'energia cinetica, il lavoro fatto dalla forza peso é pari alla variazione di energia cinetica; se in entrambi i casi il corpo parte da fermo, arriverà a terra con la stessa velocità.
7B. La forza peso é conservativa quindi se la quota raggiunta, partendo entrambi dalla base della montagna, é la stessa, il lavoro non dipende dal particolare percorso ma solo dalla differenza di energia potenziale.
8B. Infatti dalla dalla definizione di potenza $P = \frac{L}{t}$ possiamo ricavare il lavoro $L = Pt$, esprimendo il tempo in secondi si ha $L = Pt = 100W \cdot 60s = 6000J$.
9A. Man mano che il sasso cade, in assenza di attrito, la sua energia cinetica aumenta a discapito dell'energia potenziale. É una conseguenza del principio di conservazione dell'energia meccanica e si può dimostrare anche con il teorema dell'energia cinetica. Infatti il lavoro della forza peso, unica forza agente sul corpo é $L = mgh$ dove h é lo spazio percorso dal corpo. Per il teorema dell'energia cinetica si ha che $L = E_{c_f} - E_{c_i} = \frac{1}{2}mv_f - \frac{1}{2}mv_i$ Se il corpo parte da fermo si ha che $v_f = 2gh$, quindi più spazio percorre maggiore sarà la sua velocità. La forza di attrito é l'unica forza che agisce lungo il piano, quindi posso calcolare il lavoro fatto sul corpo attraverso la variazione di energia cinetica: $L_a = \frac{1}{2}mv_f - \frac{1}{2}mv_i$ conoscendo la velocità iniziale e sapendo che alla fine il corpo si ferma, si ha $L_a = -\frac{1}{2}95kg \cdot 3.5\frac{m}{s} = -5.8J$.

Unità 5 - I Principi di conservazione

1A. Trascurando la resistenza dell'aria, l'energia meccanica totale si conserva: $E_f = E_i$, $\frac{1}{2}mv_f^2 + mgh_f + \frac{1}{2}kx_f^2 = \frac{1}{2}mv_i^2 + mgh_i + \frac{1}{2}kx_i^2$. La velocità iniziale e la velocità finale della sfera sono nulle, fissiamo il riferimento per l'altezza nella posizione finale, quindi $h_f = 0$, inoltre nell'istante iniziale la molla é a riposo, perciò la sua energia potenziale elastica é nulla. Sostituendo questi dati nell'equazione precedente otteniamo $\frac{1}{2}kx_f^2 = mgh_i$. Questa relazione indica che tutta l'energia potenziale gravitazionale iniziale (mgh_i) viene trasformata in energia potenziale elastica $(\frac{1}{2}kx_f^2)$. Quando la sfera arriva nel punto più basso si ha $x_f = -\frac{1}{2}h_i$, dove il segno meno indica che lo spostamento avviene verso il basso. Ricavando h_i dalla relazione precedente si può calcolare la distanza a cui arriva il corpo prima di fermarsi che coincide con il massimo allungamento della molla: $h_i = \frac{2mg}{k} = \frac{2(0.2kg)(9.8m/s)}{28N/m} = 0.14m$.

2A. Calcoliamo intanto l'energia cinetica iniziale $E_c^i = \frac{1}{2}mv_i^2 = \frac{1}{2}(90kg)(40m/s)^2 = 72kJ$. L'impatto avviene $120m$ più in basso, quindi all'energia cinetica va sommata l'energia potenziale $U_i = mgh = (90kg)(9.81m/s^2)(120m) = 106kJ$. Se trascuriamo gli attriti, l'energia cinetica nel punto d'impatto, preso come livello zero del potenziale sarà $E_c^f = E_c^i + U_i = 72kJ + 106kJ = 178kJ$.
3A. Quando forza agisce su un corpo per un intervallo di tempo Δt , é possibile definire una grandezza vettoriale detta impulso attraverso il prodotto tra la forza e l'intervallo di tempo: $\vec{I} = \vec{F}\Delta t$. L'impulso é una grandezza vettoriale che rende conto non solo della forza in gioco, ma anche del tempo in cui essa agisce. Forze di intensità minima, se agiscono per molto tempo, possono produrre impulsi considerevoli. Forze ordinarie (come la forza di gravità, le forze di attrito eccetera), anche se applicate per tempi per noi percepibili (secondi) possono produrre impulsi apprezzabili, non riescono a produrre impulsi notevoli se agiscono su intervalli di tempo della durata di milionesimi di secondi: esistono forze, dette forze impulsive, che, pur agendo per pochissimo tempo, producono impulsi di ordini di grandezza confrontabili con quelli delle forze ordinarie: é il caso degli urti.
4C. Perché nel punto più alto la velocità del corpo é zero, quindi é zero anche la quantità di moto.
5A
6D
7B. Il sistema si può considerare isolato perché la forza peso é bilanciata dalla reazione vincolare del piano orizzontale, per cui la quantità di moto totale si conserva. Inizialmente il corpo é fermo e $p_i = 3mv_i = 0$. Dopo l'esplosione la quantità di moto totale continua ad essere nulla ma questa volta sarà la somma delle quantità di moto dei due frammenti $p_f = mv_m + 2mv_{2m} = 0$, da cui ricaviamo che $v_m = -2v_{2m}$. Il segno meno sta ad indicare che i due frammenti si muovono in verso opposto.
8C. Infatti, la pattinatrice si può considerare come un sistema isolato perché la risultante delle forze esterne (peso e reazione vincolare) é nulla, quindi il momento angolare deve conservarsi. Se allarga le braccia, aumenta la distanza rispetto al punto intorno al quale avviene la rotazione, affinché il momento angolare rimanga lo stesso, deve necessariamente diminuire la sua velocità di rotazione.
Momento angolare prima: $L_i = mv_ir_i = mr_i^2\omega_i$.
Momento angolare dopo: $L_f = mv_fr_f = mr_f^2\omega_f$.
Conservazione del momento angolare: $L_i = L_f$ da cui $\omega_f = \left(\frac{r_i}{r_f}\right)^2 \omega_i$. Poiché $r_f > r_i$ allora $\omega_f < \omega_i$.

C - I Fluidi

Unità 1 - I Fluidi

1D. É proprio quanto afferma il principio di Pascal: qualunque variazione di pressione in un fluido contenuto in un recipiente chiuso é trasmessa inalterata a tutti i punti del fluido e delle pareti del recipiente.
2C. La pressione é definita come il rapporto tra la forza applicata su una superficie di area S: $p = \frac{F}{S}$. Nel nostro caso la forza applicata é la forza peso $P = mg$ e la superficie é la base della scatola $S = l^2$, per cui la pressione sarà $p = \frac{mg}{l^2}$.
3A. Per sollevare l'automobile bisogna vincere la forza peso. In un torchio idraulico, la pressione si trasmette uguale in tutti i punto. La pressione sul piano su cui é poggiata la macchina é $p_1 = \frac{mg}{A_1}$, mentre la pressione esercitata dalla forza incognita sul piccolo pistone é $p_2 = \frac{mg}{A_1}$. Poiché le due pressioni devono essere uguali, si ha $\frac{mg}{A_1} = \frac{F}{A_2}$ dove $A_1 = 10000cm^2$ e $A_2 = 100cm^2$. Ricavo F dall'equazione precedente: $F = \frac{A_2}{A_1}mg = \frac{100cm^2}{10000cm^2} \cdot 500kg \cdot 9.81m/s^2 = 49N$.
4B. In base alla legge di Stevino, ad una certa profondità h, un liquido di densità ρ genera una pressione $p = \rho gh$, quindi aumentando h aumenta anche p.

5C. Infatti un corpo galleggia se il suo peso specifico é inferiore a quello del liquido nel quale é immerso.
6A. É proprio il principio dei vasi comunicanti.
7C. Infatti all'interno degli pneumatici l'aria é a pressione maggiore di quella atmosferica.
8B. Il principio di Archimede afferma che un corpo immerso in un fluido subisce una forza diretta verso l'alto pari al peso del volume di fluido spostato. Nel nostro caso conosciamo la massa ma non il volume.

D - I Gas

Unità 1 - I Gas

1C. L'equazione che lega le tre variabili di stato p, V e T é: $pV = nRT$, dove R é la costante dei gas, n é il numero di moli che rimane costante durante tutta la trasformazione. Nello spazio tridimensionale (V, p, T) questa equazione é rappresentata da una superficie.
2D. In base alla teoria cinetica dei gas, la pressione all'interno di un sistema ha origine dagli urti delle molecole interne contro le superfici del recipiente, inoltre questa pressione é costante in tutte le direzioni.
3C. Il volume diminuisce perché a temperatura più bassa l'energia cinetica media delle molecole diminuisce e le molecole tendono ad occupare un volume minore.
4C. Se la temperatura rimane costante, possiamo applicare la legge delle trasformazioni isoterme: il volume passa dal valore iniziale V_0 al valore finale $V_f = 2V_0$. Il prodotto deve rimanere costante prima e dopo la trasformazione quindi $p_0 V_0 = V_f p_f = 2V_0 p_f$, ricavando $p_f = \frac{p_0}{2}$ si vede che la pressione finale si dimezza.
5A. Dall'equazione di stato $pV = nRT$ si ricava il numero di moli $n = \frac{pV}{RT}$. Calcoliamo il volume della palla $V = \frac{4\pi r^3}{3} = \frac{4\pi(0.15m)^3}{3} = 0.0141m^3$. Sostituendo i valori numerici nell'espressione per n si ha $n = \frac{(171cdot10^3 Pa)(0.0141m^3)}{(8.31J/molK)(293K)} = 0.990mol$.
6E. In entrambi gli stati deve valere l'equazione di stato $p_1 V_1 = nRT_1$ e $p_2 V_2 = nRT_2$. In una trasformazione isocora il volume rimane costante quindi $V_1 = V_2$. Ricavando il volume dalla prima e dalla seconda equazione e poi uguagliando si ha $\frac{nRT_1}{p_1} = \frac{nRT_2}{p_2}$ cioé $\frac{T_1}{p_1} = \frac{nRT_2}{p_2}$,che invertita diventa $\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2}$.
7C. Infatti dalla teoria cinetica dei gas sappiamo che l'energia cinetica media di una molecola é $K_m = \frac{3}{2}kT$ dove k é la costante di Boltzmann e T é la temperatura assoluta.
8A. Per la teoria cinetica dei gas, aumentando la temperatura aumenta l'energia cinetica media delle molecole.

E - Termodinamica

Unità 1 - I Principi della Termodinamica

1D
2A.
Per calcolare il lavoro é necessario sapere che tipo di trasformazione effettua il gas.
3B.
4D. Se la macchina termica é reversibile posso applicare il teorema di Carnot e calcolare il rendimento come $\eta = 1 - \frac{T_{fredda}}{T_{calda}}$; se aumento la temperatura della sorgente calda e diminuisco quella della sorgente fredda il rapporto $\frac{T_{fredda}}{T_{calda}}$ diventa più piccolo e $/eta$ si avvicina a 1.
5E. Il rendimento della macchina termica reversibile é $\eta = 1 - \frac{T_{fredda}}{T_{calda}} = 1 - \frac{400K}{800K} = \frac{1}{2}$.
6B. Il primo principio della termodinamica afferma che la variazione di energia interna di un sistema é pari alla differenza tra il calore che il sistema riceve e il lavoro che compie sull'esterno $\Delta U = Q - L$ quindi

$Q = \Delta U + L$. Per un gas ideale, la variazione di energia interna dipende solo dalla variazione di temperatura. In particolare, l'argon é un gas monoatomico, per cui tale variazione vale $\Delta U = \frac{3}{2} nR\Delta T$. Sostituendo otteniamo $Q = \frac{3}{2} nR\Delta T + L = \frac{3}{2}(5.0 mol)[8.31 J/(mol \cdot K)] + 850 J = 1660 J$.
7A. Il rendimento di una macchina termica reversibile é $\eta = 1 - \frac{Q_{ceduto}}{Q_{assorbito}} = 1 - \frac{238K}{280K} = 0.15 = 15\%$.
8B. In ogni ciclo la macchina termica riceve dalla sorgente calda il calore $Q_{assorbito}$ dato da $Q_{assorbito} = \frac{5.60 \cdot 10^7 J}{1.20 \cdot 10^6} = 46.7 J$. In ogni ciclo la macchina compie il lavoro $W = Q_{assorbito} - Q_{ceduto} = 46.7J - 31.8J = 14.9J$. Il lavoro totale compiuto dalla macchina é uguale al lavoro compiuto in un ciclo moltiplicato per il numero di cicli $W_{tot} = 1.20 \cdot 10^6 \cdot 14.9J = 1.79 \cdot 10^7 J$.
9A
10A

F - Elettrostatica

Unità 1 - Studiamo i fenomeni elettrici

1D. Infatti l'elettrizzazione per strofinio viene prodotta su corpi inizialmente neutri i quali si caricano elettricamente, a causa del trasferimento di cariche elettriche che avviene con un altro corpo durante lo strofinio.
2A
3B. Infatti l'elettrizzazione per induzione viene prodotta dall'avvicinamento di un corpo elettrizzato a un corpo non elettrizzato, a causa di una separazione di cariche elettriche all'interno del corpo neutro.
4C
5A. La polarizzazione é tipica degli isolanti. Se avviciniamo ad un isolante neutro una sbarretta carica positivamente, gli atomi del corpo si deformano sotto l'azione della carica esterna, gli elettroni sono attratti dalla sbarretta e i protoni ne sono respinti. Si forma uno strato di carica negativa sulla superficie del corpo neutro affacciata alla sbarretta positiva carica di polarizzazione e uno strato di carica positiva sul lato opposto. La sbarretta e il corpo si attraggono.
6B
7A
8B
9B
10C. La definizione di flusso passa attraverso il prodotto scalare tra i due vettori, quindi dipende dal coseno dell'angolo che essi formano. Per non sbagliare ricordati che il vettore superficie ha direzione perpendicolare alla superficie. Quindi se il campo elettrico é perpendicolare alla superficie, risulta parallelo al vettore ad essa associato, l'angolo formato sarà 0°, il $\cos 0 = 1$, di conseguenza anche il flusso assume il massimo valore dato semplicemente dal prodotto $E \cdot S$.
11B. Per il teorema di Gauss, il flusso del campo elettrico attraverso una superficie chiusa qualunque é dato dalla somma delle cariche fratto la costante dielettrica del vuoto. Nel nostro caso, la somma delle cariche é zero, quindi anche il flusso é 0. Attenzione all'unità di misura!
12D
13E. Perché il modulo del campo elettrico di una carica puntiforme é inversamente proporzionale al quadrato della distanza tra il punto in cui si sta calcolando e la carica stessa $E = \frac{kQ}{r^2}$, tutti i punti alla stessa distanza r saranno caratterizzati dallo stesso valore del campo elettrico.

Unità 2 - Il Potenziale elettrico

1E
2A
3B
4C. Un dielettrico é un isolante: inserito tra le armature di un condensatore porta a una diminuzione della differenza di potenziale a parità di carica, a causa della polarizzazione del materiale di cui é formato. La polarizzazione del dielettrico porta a una diminuzione del campo elettrico al suo interno; il nuovo campo elettrico si ottiene dividendo il campo elettrico di partenza per la costante dielettrica ϵ_r: $E = \frac{E_0}{\epsilon_r}$. Quindi la capacità diventa: $C = \frac{Q}{V} = \frac{Q}{V_0/\epsilon_r} = \epsilon_r \frac{Q}{V_0} = \epsilon_r C_0$. La presenza del dielettrico aumenta la capacità del condensatore. Lo stesso risultato si può ricavare ricordando che la capacità di un condensatore piano é $C = \epsilon \frac{S}{d}$, se aumenta ϵ, aumenta anche C. La costante dielettrica del vuoto é 1 mentre quella del vetro é 5.6.
5A. Infatti per definizione la capacità di un condensatore é $C = \frac{Q}{\Delta V}$, si può inoltre dimostrare che $C = \epsilon \frac{S}{d}$, quindi $\frac{Q}{\Delta V} = \epsilon \frac{S}{d}$. Se la distanza d tra le armature diminuisce, allora la carica Q aumenta. La differenza di potenziale non pur cambiare perché é fissata dalla batteria.

G - Ottica Geometrica

Unità 1 - I Principi dell'Ottica Geometrica

1C
2D
3B
4A

Unità 2 - Gli strmenti ottici

1C
2D. Infatti la distanza focale é pari a metà del raggio di curvatura, quindi $R = 2f = 40cm$.
3B. Infatti la distanza focale é pari a metà del raggio di curvatura, poiché lo specchio é convesso, per convenzione si utilizza il segno meno, quindi $f = -R/2 = -25cm$.
4A. Affinché i raggi riflessi siano paralleli all'asse ottico la sorgente deve essere collocata nel fuoco dello specchio, per uno specchio concavo la distanza focale é pari a metà del raggio di curvatura, quindi $15cm$.
5B
6D
7E
8E

H - Onde

Unità 2 - Descrizione matematica

1C. Infatti un onda é una perturbazione dello spazio che avviene senza trasporto di materia ma solo di energia.
2D. Infatti le onde elastiche richiedono la presenza di un mezzo materiale per potersi propagare e hanno velocità che dipende dalle caratteristiche elastiche del mezzo.
3B. Per rispondere a questa domanda é necessario ricordarsi la relazione fondamentale che lega lunghezza d'onda, frequenza e velocità di un'onda: $v = \lambda f$. Da cui si ottiene immediatamente $f = \frac{v}{\lambda} = \frac{15m/s}{9 \cdot 10^{-2}m} = 167Hz$.

4D. Poiché le due onde si trovano nello stesso mezzo, la velocità di propagazione deve essere la stessa, quindi $\lambda_1 f_1 = \lambda_2 f_2$. Da cui ricavando ad esempio f_1, si ha $f_1 = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} f_2 = \lambda_2 2\lambda_2 f_2 = \frac{1}{2} f_2$, quindi $f_2 = 2f_1$.
5E. Perché la velocità di propagazione di un'onda in un mezzo non dipende dall'ampiezza. Se il periodo (e quindi la frequenza) di vibrazione della sorgente é uguale per entrambe le onde allora esse avranno anche la stessa lunghezza d'onda e quindi la stessa velocità.
6A. Infatti, per esempio, le onde sonore nell'aria sono associate a un'oscillazione della pressione dell'aria.
7B. Per rispondere a questo quesito, bisogna prendere carta e penna. Calcoliamo intanto la lunghezza d'onda $\lambda = \frac{v}{f} = \frac{340m/s}{5500s^{-1}} = 0.06m = 6cm$. La differenza di cammino Δx tra le due onde é pari a mezza lunghezza d'onda $\Delta x = \frac{\lambda}{2}$. Le due onde in P sono descritte ad un dato istante dalle equazioni: $y_1(x,t) = y_m \sin(kx - \omega t)$ e $y_2(x,t) = y_m \sin(kx + k\Delta x - \omega t)$. La differenza di fase ϕ tra le due onde é data dalla differenza degli argomenti in queste equazioni: $\phi = kx + k\Delta x - \omega t - kx + \omega t = k\Delta x = \frac{2\pi}{\lambda}\frac{\lambda}{2} = \pi$.

Unità 4 - Il suono

1D. Infatti più é denso é il mezzo in cui si propaga, maggiore sarà la velocità del suono.
2E. Infatti per ottenere l'intensità totale devo prima sommare le ampiezze delle due onde, quindi l'ampiezza totale é $A_{tot} = A_1 + A_2 = A + A = 2A$. Sapendo che l'intensità é il quadrato dell'ampiezza, cioé $I = A^2$, allora l'intensità totale sarà $I_{tot} = A^2_{tot} = (2A)^2 = 4A^2 = 4I$.
3B. Per rispondere a questa domanda é necessario ricordarsi la definizione di decibel e risolvere un'equazione logaritmica $\beta = 10 \log \frac{I}{I_0}$. Sapendo che $\beta = 0dB$e indicando con I_x l'intensità corrispondente, bisogna risolvere l'equazione: $10 \log \frac{I_x}{I_0} = 0$, che diventa $\log \frac{I_x}{I_0} = 0$, passo agli esponenziali: $10^{\log \frac{I_x}{I_0}} = 10^0 \quad \rightarrow \frac{I_x}{I_0} = 1$, da cui: $I_x = I_0 = 10^{-12} \frac{W}{m^2} = 1\frac{pW}{m^2}$.
4C. Per rispondere determiniamo prima la lunghezza d'onda delle due onde: $\lambda = \frac{v}{f} = \frac{340}{6800Hz} = 0.05m = 5cm$. Inoltre la differenza di cammino é $\Delta d = d_2 - d_1 = (3.1 - 3.0)m = 10cm$ ed é pari a due lunghezze d'onda. Quindi in P avremo interferenza costruttiva.
5B. Per calcolare lo sfasamento, determiniamo in primo luogo la lunghezza d' onda $\lambda = \frac{v}{f} = \frac{6000m/s}{600Hz} = 10m$. La differenza di cammino tra i due punti é $\Delta x = 5m$. Lo sfasamento é dato da $\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}\Delta x = \frac{2\pi}{10m}5m = \pi$.
6B. Per rispondere a questo quesito, bisogna prendere carta e penna. Calcoliamo intanto la lunghezza d'onda: $\lambda = \frac{v}{f} = \frac{340m/s}{5500s^{-1}} = 0.06m = 6cm$. La differenza di cammino Δx tra le due onde é pari a mezza lunghezza d'onda $\Delta x = \frac{\lambda}{2}$. Le due onde in P sono descritte, ad un dato istante, dalle equazioni $y_1(x,t) = y_m \sin(kx - \omega t)$ e $y_2(x,t) = y_m \sin(kx + k\Delta x - \omega t)$. La differenza di fase ϕ tra le due onde é data dalla differenza degli argomenti in queste equazioni $\phi = kx + k\Delta x - \omega t - kx + \omega t = k\Delta x = \frac{2\pi}{\lambda}\frac{\lambda}{2} = \pi$.