





Band 2

A. Marohn (Hrsg.)

Lernen in Naturwissenschaften

verstehen und entwickeln

Daniel Laumann

Magnetismus hoch 4

Fachliche Strukturierung und Entwicklung multipler

Repräsentationen zum Magnetismus für die Hochschule



Experimentelle Physik

MAGNETISMUS

Fachliche Strukturierung und Entwicklung multipler Repräsentationen zum Magnetismus für die Hochschule

> Inaugural-Dissertation zur Erlangung des Doktorgrades der Naturwissenschaften im Fachbereich Physik der Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät der Westfälischen Wilhelms-Universität Münster

> > vorgelegt von Daniel Laumann aus Dortmund - 2016 -

Dekan:Prof. Dr. Michael KlasenErster Gutachter:Prof. Dr. Stefan HeuslerZweiter Gutachter:Prof. Dr. Markus DonathTag der mündlichen Prüfung:09. Januar 2017Tag der Promotion:09. Januar 2017

Lernen in Naturwissenschaften Band 2

Lernen in Naturwissenschaften

Band 2

Herausgegeben von

Prof. Dr. Annette Marohn Westfälische Wilhelms-Universität Münster Institut für Didaktik der Chemie Daniel Laumann

Magnetismus hoch 4

Fachliche Strukturierung und Entwicklung multipler Repräsentationen zum Magnetismus für die Hochschule

Logos Verlag Berlin



Die Abbildungen dieses Werkes erfordern in einigen Fällen eine farbige Darstellung, um die jeweiligen Informationen in vollem Umfang wiederzugeben. Ein Druck in Graustufen kann zum Verlust von Informationen führen. Ein kostenfreier Zugang zur Publikation inklusive der farbigen Darstellung ist via Open Access möglich.

Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über http://dnb.d-nb.de abrufbar.

Umschlagfoto: © Daniel Laumann

© Copyright Logos Verlag Berlin GmbH 2017 Alle Rechte vorbehalten.

ISBN 978-3-8325-4571-0 ISSN 2566-493X



Logos Verlag Berlin GmbH Comeniushof, Gubener Str. 47, 10243 Berlin

Tel.: +49 (0)30 / 42 85 10 90 Fax: +49 (0)30 / 42 85 10 92 http://www.logos-verlag.de

MAGNETISMUS hoch 4

Zusammenfassung

Magnetische Phänomene sind die Grundlage für eine Vielzahl technologischer Anwendungen und besitzen aus diesem Grund eine hohe Relevanz für unseren Alltag. Auch in der schulischen und universitären Lehre ist das Themenfeld Magnetismus seit langer Zeit ein Element der Ausbildung im Fach Physik. Trotz der unbestrittenen Bedeutung dieses Inhaltsbereiches weist der aktuelle fachdidaktische Forschungsstand zu Vermittlungskonzepten zum Magnetismus auf Defizite der bisherigen Ansätze hin, da viele Lehrkonzepte eine geringe Selbstkonsistenz und Anschlussfähigkeit aufweisen.

Das Projekt Magnetismus hoch 4 strebt die Entwicklung eines neuartigen, selbstkonsistenten und anschlussfähigen Lehrkonzeptes zum Themenfeld Magnetismus an. Dieses Lehrkonzept soll eine bruchlose Behandlung magnetischer Phänomene in Schule und Hochschule ermöglichen. Die grundlegenden Unterschiede zu traditionellen Ansätzen ergeben sich durch die Berücksichtigung von Dia- und Paramagnetismus in Ergänzung zu den typischerweise dargestellten Erscheinungsformen Ferro- und Elektromagnetismus, den substanziellen Einbezug der Quantenphysik und die Verwendung multipler Repräsentationen.

Die vorliegende Arbeit umfasst als Teil des Gesamtprojektes *Magnetismus hoch 4* die Konzeption eines Lehrkonzeptes auf Hochschulniveau für die Erscheinungsformen Dia-, Para- und Ferromagnetismus und folgt dabei dem Design-Based Research-Ansatz. Aufgrund kognitionspsychologischer Implikationen und der Komplexität der fachlichen Inhalte berücksichtigt der entwickelte Vermittlungsansatz multiple Repräsentationen. In diesem Sinne entstehen durch die vorliegende Arbeit eine fachdidaktisch fundierte Sachstruktur, experimentelle Zugänge und digitale Inhalte in Form symbolischer, enaktiver und ikonischer Repräsentationen.

Die Sachstruktur berücksichtigt, ausgehend von einem phänomenologisch orientierten Ansatz, zunächst eine umfassende makroskopische Beschreibung der drei magnetischen Erscheinungsformen Dia-, Para- und Ferromagnetismus. Im Rahmen der nachfolgenden mikroskopischen Beschreibung werden die makroskopischen Phänomene durch die Betrachtung magnetischer Momente genauer charakterisiert. Die fachliche Klärung zeigt, dass Dia-, Para- und Ferromagnetismus durch die magnetischen Momente von Elektronen als Folge des Elektronenspins sowie mikroskopischer Kreisströme unter Berücksichtigung der Struktur der Materie erläutert werden können. Im Rahmen der Sachstrukturentwicklung wird überdies die Bedeutung der Quantenphysik für das Themenfeld Magnetismus eingehend erläutert.

Wegen des starken Bezuges der Sachstruktur zu real erfahrbaren Phänomenen ist die Entwicklung passender experimenteller Zugänge notwendig. Die vorliegende Arbeit beschreibt die Neukonzeption und Weiterentwicklung von Experimenten zur qualitativen und quantitativen Untersuchung dia- und paramagnetischer Phänomene einerseits, zur Untersuchung ferromagnetischer Magnetisierungsvorgänge auf mikroskopischer Ebene andererseits.

Das dritte Element der multiplen Repräsentationen stellen digitale Inhalte dar. In Kooperation mit Mediengestalten und Illustratoren werden diesbezüglich drei multimediale Elemente konzipiert. Es erfolgt die Entwicklung eines Kurzfilms, der eine motivierende Einführung in die fachlichen Inhalte im Rahmen einer Lehrveranstaltung zum Thema Magnetismus an der Hochschule ermöglichen soll. Weiterhin entstehen zwei interaktive Simulationen, die sich jeweils auf eines der entwickelten Realexperimente beziehen und den Transfer vom Phänomen zur theoretischen Beschreibung unterstützen sollen.

Im Sinne des Design-Based Research-Ansatzes erfolgt die konzeptionelle Erarbeitung zunächst auf Grundlage theoretischer Befunde. Im Anschluss an die Entwicklungsarbeit sieht die Methode die praktische Erprobung der Inhalte sowie eine ergänzende empirische Untersuchung vor, sodass die Wirkung des Lehrkonzeptes in der Vermittlungspraxis beurteilt werden kann und Anpassungen oder Überarbeitungen vorgenommen werden können. Aus diesem Grund wird das Lehrkonzept zur Vermittlung von Dia-, Para- und Ferromagnetismus im Rahmen der Arbeit in zwei Seminaren mit Lehramtsstudierenden erprobt. Die Ergebnisse deuten grundsätzlich eine positive Wirkung des Vermittlungsansatzes auf das konzeptuelle Verständnis der Lernenden und die Notwendigkeit punktueller Anpassungen an. Darüber hinaus erfolgt eine Erhebung zu den Einstellungen der Studierenden bezüglich der digitalen Inhalte. Die Befunde dieser Untersuchung ergeben wichtige Hinweise zur Beurteilung der Bedienbarkeit der interaktiven Simulationen und deuten darauf hin, dass der Kurzfilm die intendierte motivationale und einführende Funktion erfüllt.

Abstract

Magnetic phenomena are essential for many technological applications and, therefore, possess strong relevance for everyday life. Also, physics education in schools and universities considers the topic of magnetism for a long time. Despite of the undisputed importance of magnetism, previous findings in physics education research indicate great deficiencies of the current learning approaches. Especially, the self-consistency and connectivity of former approaches exhibit serious shortcomings.

The project *Magnetismus hoch* 4 (English: *Magnetism to the power of* 4) strives for the development of a novel teaching concept for the topic of magnetism. This concept should enable a continuous treatment of magnetic phenomena from school to university education. The approach differs from traditional concepts in different ways. First, diamagnetism and paramagnetism complementary to ferromagnetism and electromagnetism are taken into account. Second, basic principles of quantum physics are inevitably incorporated. Finally, multiple representations are used to realize the teaching concept.

The present thesis as a part of the overall project *Magnetismus hoch 4* includes the development of a self-consistent and compatible teaching concept related to diamagnetism, paramagnetism and ferromagnetism following a design-based research approach. Due to cognitive psychological implications and the complexity of the physical issues, multiple representations are used. Therefore, the present work develops a contentual structure for the topic of magnetism, experimental approaches and digital media content as symbolic, enactive and iconic representations.

The contentual structure is following an phenomenological approach initially describing the three types of magnetism on a macroscopic scale. Within the subsequent microscopic description magnetic dipole moments are used for a more precise description of the magnetic phenomena. It is shown, that dia-, para- and ferromagnetism can be reduced to the magnetic moments of electrons caused by the electron spin and microscopic current. Considering additionally the atomic or material structure, diamagnetic, paramagnetic and ferromagnetic phenomena can be explained. Furthermore, the present work clarifies the importance of quantum physics for the topic of magnetism.

Due to the significance of real phenomena, experimental approaches related to the basic principles of diamagnetism, paramagnetism and ferromagnetism are required. This thesis describes new concepts and further development of experiments for qualitative and quantitative investigations of diamagnetic and paramagnetic phenomena. Moreover, an experiment for the analysis of ferromagnetic magnetization processes on a microscopic scale is developed.

Besides, digital media as a further element of multiple representations are developed. Cooperating with media designers and illustrators three digital items emerge from the present work. First, a motivational and introductory short movie is realized. This movie describes the fundamental features of diamagnetism, paramagnetism and ferromagnetism and raises new issues related to the topic of magnetism being covered in the associated course. Second, two interactive simulations each referring to one of the experiments are developed. These multimedia items should support the transfer between the experienced phenomenon and the theoretical description.

Following a design-based research approach the conceptual development is initially based on existing findings of physics education research and related disciplines. Subsequently, the design-based research method intends a practical testing of the relevant content. The related empirical investigation allows an evaluation of the teaching concept and points out useful aspects for a revision of the approach. In the present work the practical testing and empirical investigation are realized in two university physics education courses. The results indicate positive effects of the teaching concept on the conceptual knowledge of students as well as the necessity of selective modifications. Furthermore, the usage and handling of the digital media content is investigated. The findings reveal valuable indications related to the usability of the interactive simulations. Moreover, the motivational and introductory short movie seems to meet the intended requirements.

Inhaltsverzeichnis

| 1 | Einl | eitung | 1 |
|---|------|--|----|
| 2 | Inha | Itliche Motivation und Ausgangslage | 7 |
| | 2.1 | Konzepte und Forschungsbefunde zur Vermittlung von Magnetismus | 8 |
| | | 2.1.1 Vermittlungskonzepte für Magnetismus in der schulischen und | |
| | | universitären Lehre | 11 |
| | | 2.1.1.1 Modelle, Repräsentanten und Visualisierungen | 13 |
| | | 2.1.1.2 Experimentelle Zugänge | 23 |
| | | 2.1.2 Empirische Befunde zum konzeptuellen Verständnis und | |
| | | mentalen Modellen von Lernenden | 26 |
| | | 2.1.2.1 Konzeptuelles Verständnis von Lernenden | 28 |
| | | 2.1.2.2 Vorstellungen von Lernenden und mentale Modelle \ldots . | 31 |
| | 2.2 | Befragung von Lehrpersonen zur aktuellen Behandlung von | |
| | | Magnetismus | 34 |
| | | 2.2.1 Durchführung und Konzeption | 35 |
| | | 2.2.2 Auswertung, Ergebnisse und Diskussion | 38 |
| | 2.3 | Inhaltliche Legitimation und Motivation des Lehrkonzeptes | 52 |
| 3 | Stru | ktur und Zielsetzung des Forschungsprojektes | 59 |
| | 3.1 | Lernen mit multiplen Repräsentationen | 62 |
| | | 3.1.1 Enaktive, ikonische und symbolische Repräsentationsebenen | 67 |
| | | 3.1.2 Informations speicherung und -verarbeitung nach dem | |
| | | Multimedia-Prinzip | 69 |
| | | 3.1.3 Relevante Repräsentationsformen und zugehörige Interdependenzen | 75 |
| | 3.2 | Forschungsmethode Design-Based Research | 79 |
| 4 | Sacl | hstruktur und fachliche Klärung | 85 |
| | 4.1 | Makroskopische Beschreibung von Magnetismus | 89 |
| | | 4.1.1 Phänomenologische Beschreibung der Erscheinungsformen von | |
| | | Magnetismus in Materie | 89 |
| | | 4.1.2 Magnetische Suszeptibilität und relative magnetische Permeabilität | 97 |

| | 4.1.3 | Kenngrößen magnetischer Felder | 99 |
|-----|-------|--|-----|
| | | 4.1.3.1 Verlauf magnetischer Feldlinien eines Stabmagneten | 102 |
| | | 4.1.3.2 Diskussion verschiedener Größen zur Beschreibung | |
| | | magnetischer Felder | 109 |
| | 4.1.4 | Magnetisierungsprozesse | 116 |
| | | 4.1.4.1 Dia- und paramagnetische Magnetisierungen | 117 |
| | | 4.1.4.2 Ferromagnetische Magnetisierungen und Modell der | |
| | | Weissschen Bezirke | 118 |
| | 4.1.5 | Magnetismus stationärer Ströme und bewegter Ladungen | 123 |
| | | 4.1.5.1 Elektromagnetismus zeitlich konstanter Felder | 124 |
| | | 4.1.5.2 Elektromagnetismus zeitlich veränderlicher Felder | 133 |
| | 4.1.6 | Zusammenfassung der makroskopischen Beschreibung von | |
| | | Magnetismus | 138 |
| 4.2 | Mikr | oskopische Beschreibung von Magnetismus | 141 |
| | 4.2.1 | Klassische Beschreibung magnetischer Momente | 149 |
| | | 4.2.1.1 Magnetische Momente in der Newtonschen Mechanik | 150 |
| | | 4.2.1.2 Magnetische Momente in der Hamiltonschen Mechanik | 162 |
| | 4.2.2 | Skipping Orbits und das Bohr-van Leeuwen-Theorem | 164 |
| | 4.2.3 | Visuelle Repräsentationen quantenmechanischer Grundlagen | 169 |
| | | 4.2.3.1 Ortszustand von Elektronen | 171 |
| | | 4.2.3.2 Vektorpotential und Einfluss auf den Ortszustand von | |
| | | Elektronen | 180 |
| | | 4.2.3.3 Spinzustand von Elektronen | 192 |
| | | 4.2.3.4 Übergang von klassischer zu quantenmechanischer | |
| | | Beschreibung von Elektronenzuständen | 201 |
| | 4.2.4 | Beiträge zum magnetischen Moment | 209 |
| | | 4.2.4.1 Magnetisches Moment durch mikroskopische Ströme des | |
| | | Elektrons | 215 |
| | | 4.2.4.2 Magnetisches Moment durch mikroskopische Ströme des | |
| | | Atomkerns | 223 |
| | | 4.2.4.3 Magnetisches Moment des Elektronenspins | 224 |
| | | 4.2.4.4 Magnetisches Moment des Kernspins | 228 |
| | | 4.2.4.5 Vergleich und Zusammenfassung der Beiträge zum | |
| | | magnetischen Moment | 229 |
| | 4.2.5 | Atomarer und molekularer Magnetismus bei | |
| | | nicht-wechselwirkenden magnetischen Momenten | 235 |
| | | 4.2.5.1 Langevin-/Larmor-Diamagnetismus | 237 |
| | | 4.2.5.2 Langevin-Paramagnetismus | 244 |

| | | 4.2.5.3 Van Vleck-Paramagnetismus | . 248 |
|---|-----|---|-------|
| | | 4.2.6 Magnetismus quasifreier Elektronen bei nicht-wechselwirkenden | |
| | | magnetischen Momenten | . 249 |
| | | 4.2.6.1 Landau-Diamagnetismus | . 254 |
| | | 4.2.6.2 Pauli-Paramagnetismus | . 267 |
| | | 4.2.6.3 Vergleich magnetischer Erscheinungen quasifreier | |
| | | Elektronen ohne Wechselwirkung | . 272 |
| | | 4.2.7 Ferromagnetismus als kollektives Phänomen | . 274 |
| | | 4.2.8 Zusammenfassung der mikroskopischen Beschreibung von | |
| | | Magnetismus | . 290 |
| | | 4.2.9 Magnetismus an den Grenzen der Physik | . 294 |
| | | 4.2.9.1 Magnetische Phänomene in ultrastarken Magnetfeldern . | . 295 |
| | | 4.2.9.2 Temperaturabhängigkeit magnetischer Erscheinungen | . 299 |
| | 4.3 | Übersicht und Zusammenfassung der Sachstruktur | . 304 |
| | | | |
| 5 | Exp | erimentelle Zugänge | . 309 |
| | 5.1 | Magnetisches Pendel | . 314 |
| | | 5.1.1 Versuchsaufbau und Durchführung | . 317 |
| | | 5.1.2 Messergebnisse und Diskussion | . 320 |
| | 5.2 | Magnetische Torsionsdrehwaage | . 324 |
| | | 5.2.1 Versuchsaufbau und Durchführung | . 325 |
| | | 5.2.2 Messergebnisse und Diskussion | . 329 |
| | 5.3 | Magnetismuswaage | . 331 |
| | | 5.3.1 Theoretischer Hintergrund | . 337 |
| | | 5.3.2 Versuchsaufbau und Durchführung | . 343 |
| | | 5.3.2.1 Bestimmung des Massenunterschiedes | . 347 |
| | | 5.3.2.2 Bestimmung der Probenabmessungen | . 348 |
| | | 5.3.2.3 Bestimmung des Magnetfeldgradienten | . 350 |
| | | 5.3.3 Messergebnisse und Diskussion | . 358 |
| | | 5.3.3.1 Messergebnisse der Waage mit 0.01 g-Genauigkeit | . 359 |
| | | 5.3.3.2 Messergebnisse der Waage mit 0.001 g-Genauigkeit | . 361 |
| | | 5.3.3.3 Vergleichende Diskussion | . 363 |
| | 5.4 | Magnetooptischer Kerr-Effekt | . 368 |
| | | 5.4.1 Theoretischer Hintergrund | . 371 |
| | | 5.4.2 Versuchsaufbau und Durchführung | . 378 |
| | | 5.4.3 Messergebnisse und Diskussion | . 384 |

| 6 | Digi | tale Inhalte und multimediale Visualisierungen | 391 |
|----|-------|--|-----|
| | 6.1 | Einführender Kurzfilm und Projektteaser | 392 |
| | | 6.1.1 Planung und Konzeption | 392 |
| | | 6.1.2 Gestaltungselemente und Realisierung | 399 |
| | 6.2 | Interaktive Simulationen | 402 |
| | | 6.2.1 Interaktive Simulation I - Magnetismuswaage | 405 |
| | | 6.2.1.1 Entwicklungsprozess und Entscheidungsfindung | 407 |
| | | 6.2.1.2 Beschreibung und fachlicher Bezug | 411 |
| | | 6.2.1.3 Real:Digital | 415 |
| | | 6.2.2 Interaktive Simulation II - Magnetisierungskurven | 416 |
| | | 6.2.2.1 Entwicklungsprozess und Entscheidungsfindung | 417 |
| | | 6.2.2.2 Beschreibung und fachlicher Bezug | 419 |
| | | 6.2.2.3 Real:Digital | 422 |
| | | 6.2.3 Ausblick Projekt <i>Real:Digital</i> | 423 |
| 7 | Pral | ktische Erprobung der Projektinhalte und empirische Untersuchung | 427 |
| | 7.1 | Untersuchungsplan und inhaltliche Gestaltung der praktischen | |
| | | Erprobung | 429 |
| | 7.2 | Allgemeine Beurteilung zu Inhalten und Gestaltung der | |
| | | Praxisdurchführung | 434 |
| | 7.3 | Entwicklung des konzeptuellen Verständnisses von Magnetismus | 439 |
| | | 7.3.1 Beschreibung der Methoden und Durchführung | 440 |
| | | 7.3.1.1 Problemzentrierte Leitfadeninterviews | 441 |
| | | 7.3.1.2 Offene Items - Fragebogen | 449 |
| | | 7.3.2 Ergebnisse und Diskussion | 453 |
| | | 7.3.2.1 Offene Items - Fragebogen | 453 |
| | | 7.3.2.2 Problemzentrierte Leitfadeninterviews | 464 |
| | | 7.3.2.3 Zusammenfassende Diskussion zur Untersuchung des | |
| | | konzeptuellen Verständnisses | 474 |
| | 7.4 | Studierendeneinstellungen zum Projektteaser | 476 |
| | | 7.4.1 Beschreibung der Methoden und Durchführung | 476 |
| | | 7.4.2 Ergebnisse und Diskussion | 480 |
| | 7.5 | Studierendeneinstellungen zu interaktiven Simulationen | 487 |
| | | 7.5.1 Beschreibung der Methoden und Durchführung | 488 |
| | | 7.5.2 Ergebnisse und Diskussion | 491 |
| 8 | Fazi | t und Ausblick | 497 |
| Li | terat | urverzeichnis | 505 |

| Abbild | ungsverzeichnis | 553 |
|-------------|--|-----|
| Tabelle | enverzeichnis | 556 |
| Anhan | g | 557 |
| A.1 | Übersicht Grunddaten empirische Untersuchungen | 559 |
| B.1 | Magnetische Anisotropie | 561 |
| B.2 | Theorie des Mikromagnetismus | 565 |
| B.3 | Feldlinienbilder bei Anziehung und Abstoßung zweier | |
| | Permanentmagneten | 569 |
| B.4 | Wellenfunktionen des Wasserstoffatoms | 572 |
| B.5 | Reelle Atomorbitale des Wasserstoffatoms | 573 |
| B.6 | Wahrscheinlichkeitsstromdichte im äußeren Magnetfeld | 574 |
| B.7 | Magnetische Suszeptibilität des Magnetismus quasifreier Elektronen | 576 |
| C.1 | Version A Fragebogen Lehrerbefragung | 579 |
| C.2 | Version B Fragebogen Lehrerbefragung | 582 |
| D.1 | Sprechertext zum einführenden Kurzfilm (deutsch) | 586 |
| D.2 | Sprechertext zum einführenden Kurzfilm (englisch) | 588 |
| E.1 | Materialien Praxisdurchführung | 590 |
| E.2 | Forscherbuch Praxisdurchführung | 591 |
| F.1 | Fragebogen FB1: Konzeptuelles Verständnis | 609 |
| F.2 | Fragebogen FB2: Projektteaser | 613 |
| F.3 | Fragebogen FB3: Widget Magnetisierungskurven | 615 |
| F .4 | Interviewleitfaden: Konzeptuelles Verständnis | 617 |
| F.5 | Codierleitfaden: Konzeptuelles Verständnis | 618 |
| G .1 | Ergebnisse geschlossene Items Einstellung der Studierenden | |
| | (Projektteaser) | 621 |
| G.2 | Ergebnisse Befragung Multimedia Science Slam 2015 | |
| | (Projektteaser) | 622 |
| G.3 | Ergebnisse geschlossene Items Einstellung der Studierenden | |
| | (Widget) | 623 |
| Danksa | agung | 625 |

1 Einleitung

Die moderne Welt des 21. Jahrhunderts ist gekennzeichnet durch hochkomplexe Technologien und digitale Innovationen, die unsere Lebenswelt in vielfältiger Art und Weise beeinflussen. Der heutige technologische Fortschritt gründet sich dabei insbesondere auf zahlreiche Entdeckungen zur Elektrizität sowie zu Eigenschaften des Lichtes im 20. Jahrhundert. Für zukünftige Entwicklungen gelten insbesondere die Photonik und die Spintronik als vielversprechende Forschungsfelder.

Heutige westliche Gesellschaften lassen sich u. a. durch die zentralen Begriffe "Kommunikation - Mobilität - Navigation" kennzeichnen. Diese drei Themenfelder betreffen den Alltag vieler Menschen und beeinflussen deren Lebensweise in erheblichem Maße. Betrachtet man die historischen Entwicklungsverläufe von Technologien in den Bereichen Kommunikation, Mobilität und Navigation mit Bezug zu den physikalischen Grundlagen, offenbart sich, dass neben elektrischen Phänomenen und Wirkungen des Lichtes auch dem Magnetismus eine fundamentale Bedeutung zugemessen werden muss.

Als Revolution auf dem Gebiet der Kommunikation gilt die Erfindung der Telegraphie, die auf der magnetischen Wirkung eines stromdurchflossenen Leiters basiert und in Form des Morse-Apparates in der zweiten Hälfte des 19. Jahrhunderts zum damaligen Standard in der Kommunikationstechnik wurde [Völ10]. Auch die moderne, digitale Kommunikation mit Smartphones ist nur durch die Nutzung von Magneten und elektromagnetischen Phänomenen möglich.

Neben dem Gebiet der Kommunikation ist auch das Themenfeld Mobilität durch die Entdeckung des Elektromotors eng mit Erkenntnissen des Magnetismus verbunden. Bereits 1839 existierte ein mit einem Elektromotor betriebenes Boot, das in der Lage war, mehrere Personen gleichzeitig über den Fluss Neva in St. Petersburg zu transportieren [Bar12]. Moderne Elektromotoren finden sich bereits in vielen Schienenfahrzeugen. Aufgrund der aktuellen Herausforderungen im Bereich des Umweltschutzes und der Energieversorgung wird zukünftig zudem auch Elektroautos als Anwendung von Elektromotoren eine immer größere Bedeutung zukommen. Während der Magnetismus in der Kommunikation und Mobilität erst seit dem 19. Jahrhundert von Bedeutung ist, wurden für die Navigation bereits seit dem Altertum magnetische Phänomene genutzt. Beginnend mit der Entwicklung des ersten Kompasses in China ca. 500-300 v. Chr. bis zu den europäischen Kreuzfahrern im 12. bis 14. Jahrhundert nutzten Reisende und Entdecker die Ausrichtung von Magnetnadeln im Erdmagnetfeld zur Orientierung [Wol08a]. Auch heutzutage verwenden Smartphones Magnetfeldsensoren zur Navigation und Positionsbestimmung.

Neben diesen drei Bereichen verwendet jeder Einzelne in seinem Alltag durch die zunehmende Anzahl technischer Geräte eine immer stärker steigende Anzahl an Magneten, die beispielsweise in Lautsprechern, elektromagnetischen Relais oder modernen Speichermedien verbaut werden.

"The reader probably owns one or two hundred magnets, or some billions if you have a computer where each bit on the hard disc counts as an individually addressable magnet. Sixty years ago, the number would have been at best two or three."

- John Michael David Coey [Coe09, Preface]

Während in vielen Kontexten kein Bewusstsein für die Präsenz von Magnetismus in den Anwendungen unserer Lebenswelt existiert, so ist doch bereits jedem Kind eine Anwendung von Magneten bekannt: Magneten haften am Kühlschrank und anderen "magnetischen" Gegenständen, während "unmagnetische" Gegenstände von Magneten scheinbar nicht angezogen werden. Aber was genau bedeutet es, einen Gegenstand als "magnetisch" oder "unmagnetisch" zu charakterisieren?

Folgt man dieser dichotomen Unterteilung zur Klassifizierung typischer Alltagsgegenstände hinsichtlich ihrer magnetischen Eigenschaften beispielsweise in der Küche, zeigt sich, dass neben der Kühlschranktür auch Messer, Gabeln und Löffel sowie einige Töpfe oder Pfannen von Magneten angezogen werden und somit als "magnetisch" bezeichnet werden können. Das hölzerne Schneidebrett, die Folienrolle aus Aluminium, die gläserne Wasserflasche und das Wasser selbst werden vom Magneten jedoch scheinbar nicht beeinflusst und gelten aus diesem Grund "unmagnetisch".

Eine solche Unterteilung von Objekten in "Schwarz und Weiß" bildet die typischen Alltagserfahrungen angemessen ab. Sie widerspricht jedoch der tatsächlichen Natur magnetischer Phänomene, die sich bei genauerer Betrachtungsweise offenbart. Analysiert man die magnetischen Eigenschaften der zuvor beschriebenen Objekte genauer, lässt sich feststellen, dass den einzelnen Gegenständen die unterschiedlichsten Ausprägungen von Magnetismus zuzuordnen sind. Bereits ohne diese präzisere Messung zeigt sich die starke Anziehung zwischen Magnet und Kühlschranktür bzw. Besteck. Dies deutet auf die Existenz von Ferromagnetismus hin. Mithilfe einer genaueren Untersuchung ließe sich jedoch weiterhin erkennen, dass auch die Aluminiumfolie vom Magneten schwach angezogen würde. Dieses Phänomen wird als Paramagnetismus bezeichnet. Die Objekte aus Holz, Glas und auch Wasser würden vom Magneten leicht abgestoßen. Diese schwache Abstoßung wird als Diamagnetismus bezeichnet. Berücksichtigt man weiterhin die Existenz von Elektromagnetismus, der in der Küche beispielsweise im Induktionsherd genutzt wird, ergibt sich anstelle der Unterteilung in Schwarz und Weiß eine bunte Vielfalt magnetischer Erscheinungsformen, siehe Abbildung 1.1. Dieses Spektrum lässt sich bei Betrachtung weiterer Objekte, die dem Ferrimagnetismus, dem Antiferromagnetismus, etc. zugeordnet werden können, noch stärker ausweiten. Letztendlich zeigt sich, dass nahezu jede beliebige Substanz magnetische Eigenschaften besitzt [Lau16b, Lau17a].

Die Unterscheidung zwischen "magnetischen" und "unmagnetischen" Stoffen lässt sich einerseits auf die Verwendung der entsprechenden Begriffe in der Alltagssprache zu-



Abbildung 1.1: Ausschnitt aus dem Projektteaser Magnetismus hoch 4. Die farbige Darstellung beschreibt die Erscheinungsformen Ferromagnetismus (rot-orange), Paramagnetismus (gelb), Diamagnetismus (blau) und Elektromagnetismus (lila).

rückführen. Andererseits fördern auch traditionelle Lehrkonzepte zum Magnetismus entsprechende Vorstellungen, da diese fast ausschließlich Ferro- und Elektromagnetismus berücksichtigen und Dia- und Paramagnetismus nahezu vollständig vernachlässigen. Da sich jedoch beispielsweise mit Blick auf das Periodensystem der Elemente zeigt, dass unter Standardbedingungen [McN97] bei typischen Labormagnetfeldern 34 Elemente dem Diamagnetismus, 50 Elemente dem Paramagnetismus, aber nur drei Elemente dem Ferromagnetismus zugeordnet werden können [Lid05], erscheint es notwendig, in der Lehre zum Magnetismus auch weitere Magnetismusformen zu berücksichtigen.

Das Projekt Magnetismus hoch 4 strebt die Entwicklung eines neuartigen Lehrkonzeptes an, dass neben Ferro- und Elektromagnetismus auch Dia- und Paramagnetismus berücksichtigt und auf weitere Erscheinungsformen wie Ferri- oder Antiferromagnetismus erweitert werden kann. In Kapitel 2 werden unterschiedliche Argumente ausgeführt, die zur Betrachtung dieser vier Erscheinungsformen von Magnetismus motivieren und die Notwendigkeit dieser Erweiterung aufzeigen sollen. In Kapitel 2 wird zudem der aktuellen Forschungsstand zu traditionellen Vermittlungskonzepten einerseits und empirischen Untersuchungen zum Verständnis von Lernenden über Magnetismus andererseits analysiert. Dabei zeigt sich, dass die bisherigen Ansätze teilweise sinnvolle phänomenologische Konzepte beinhalten, während die Modellvorstellungen und weiterführenden Erklärungen zur Natur magnetischer Phänomene insgesamt zu einem eher geringen konzeptuellen Verständnis von Magnetismus bei Lernenden sowohl in der Schule als auch an der Hochschule führen [Kop10, Sed11, Pep12]. Die Analyse der bisherigen Konzepte und die Berücksichtigung der Vorstellungen der Lernenden dient als Grundlage für die inhaltlichen Entwicklungen dieser Arbeit. An dieser Stelle sollte berücksichtigt werden, dass die vorliegende Arbeit als Teil des Projektes Magnetismus hoch 4 die Entwicklungsarbeit bezüglich der Erscheinungsformen Dia-, Para- und Ferromagnetismus fokussiert, sodass weiterführende Arbeiten zum Elektromagnetismus im weiteren Verlauf des Projektes realisiert werden müssen. Die Gründe für diese inhaltliche Einschränkung werden ebenfalls in Kapitel 2 ausgeführt.

Für die Erarbeitung eines Lehrkonzeptes ist einerseits die Konzeption einer Sachstruktur zu den relevanten fachlichen Inhalten und andererseits die Entwicklung von ergänzenden Elementen, die den praktischen Einsatz des Lehrkonzeptes ermöglichen, erforderlich. Während die Sachstruktur dieser Arbeit eher formale Repräsentationen der Sachinhalte und an ausgewählten Stellen passende Veranschaulichungen beinhaltet, ermöglichen die ergänzenden Elemente in Form von experimentellen Zugängen und digitalen Medien einerseits den direkten Bezug zu realen Phänomenen und anderseits die Veranschaulichung der theoretischen Erkenntnisse. In diesem Sinne werden durch das Projekt *Magnetismus hoch 4* multiple Repräsentationen zum Magnetismus als Elemente des Lehrkonzeptes entwickelt. Die methodische Vorgehensweise dieser Arbeit, die sich am Prinzip des Design-Based Research orientiert, wird zusammen mit einer Analyse des Nutzens multipler Repräsentationen in Kapitel 3 ausgeführt [Fis05, Wie10b, Wil11].

Die Sachstruktur, deren Entwicklung in Kapitel 4 beschrieben wird, unterscheidet sich von typischen Lehrkonzepten zum Magnetismus für die Hochschule in mehrfacher Hinsicht. Zunächst werden die Erscheinungsformen Dia- und Paramagnetismus als gleichberechtigte magnetische Erscheinungsformen in Ergänzung zum Ferromagnetismus in die Sachstruktur integriert. Weiterhin orientiert sich die Vermittlung der Inhalte stets an real erfahrbaren Phänomenen, die zunächst makroskopisch und anschließend mikroskopisch beschrieben werden. Durch diese Vorgehensweise wird eine kontinuierliche Steigerung der Komplexität angestrebt, die den Aufbau des konzeptuellen Verständnisses der Lernenden fördern soll. Als wichtiger Bestandteil der Sachstruktur ist die Berücksichtigung der Notwendigkeit quantenphysikalischer anstelle klassischer Modellierungen zu nennen.

Die Bedeutung der Phänomene für das Lehrkonzept des Projektes Magnetismus hoch 4 erfordert geradewegs die Entwicklung von Experimenten, mithilfe derer die relevanten Erscheinungen im Sinne der Sachstruktur demonstriert und von Lernenden analysiert werden können, siehe Kapitel 5. Im Rahmen dieser Arbeit werden vier Experimente beschrieben, mit denen die für die Sachstruktur bedeutsamen Phänomene realisiert werden können. Diese Experimente demonstrieren u. a. die dia- und paramagnetischen Eigenschaften von Alltagsmaterialien wie Wasser, Salz, Aluminium und Glas und ermöglichen präzise Aussagen über ferromagnetische Phänomene beim Übergang von einer makroskopischen zu einer mikroskopischen Betrachtung.

Als weiteres Element der multiplen Repräsentationen dieser Arbeit werden exemplarisch digitale Inhalte entwickelt, die in Kapitel 6 beschrieben werden. Mithilfe eines Kurzfilms sollen Lernende in die Thematik Magnetismus im Sinne des Projektes *Magnetismus hoch 4* eingeführt werden. Dieser Kurzfilm soll die Lernenden zudem zu Beginn einer Lehreinheit zur Auseinandersetzung mit weiterführenden konkreten Fragestellungen zu Dia-, Para-, Ferro- und Elektromagnetismus motivieren. In Ergän-

1 Einleitung

zung zum Kurzfilm werden im Projekt zwei interaktive Simulationen in Ergänzung zu den Realexperimenten entwickelt. Während die Experimente die unmittelbare Auseinandersetzung mit den Phänomenen ermöglichen, erfordert eine vertiefte fachliche Analyse und ein Bezug zur Sachstruktur eine Übersetzung zwischen Phänomen und theoretischer Modellierung. Die interaktiven Simulationen sollen diese Brückenfunktion übernehmen und den Transfer von Sachstruktur zu Realexperiment und vice versa ermöglichen.

Da die Entwicklungsarbeit des Projektes sich am Design-Based Research-Ansatz orientiert, ist es notwendig, die zunächst theoretisch fundierten Konzeptionen und Elemente des Lehrkonzeptes in der Vermittlungspraxis empirisch zu analysieren, um Rückschlüsse auf die Wirkungen der unterschiedlichen Inhalte ziehen zu können. Im Rahmen der vorliegenden Arbeit erscheinen vor allem Informationen über die Entwicklung des konzeptuellen Verständnisses nach einer Lehreinheit zu *Magnetismus hoch 4* sowie eine Beurteilung der digitalen Inhalte als bedeutsam. Die Durchführung und Ergebnisse des Praxiseinsatzes des Lehrkonzeptes, die im Anschluss an die Konzeption der Inhalte erfolgt, werden abschließend in Kapitel 7 beschrieben.

Die vorliegende Arbeit strebt die Konzeption eines Lehrkonzeptes zum Themenfeld Magnetismus an, das mithilfe multipler Repräsentationen das konzeptuelle Verständnis von Lernenden zu magnetischen Phänomenen der Erscheinungsformen Dia-, Paraund Ferromagnetismus fördert. Durch die Realisierung und Beschreibung der Ergebnisse einer Praxisdurchführung des Lehrkonzeptes ist zudem die Beurteilung der Wirkung der konzipierten Inhalte innerhalb dieser Arbeit möglich.

2 Inhaltliche Motivation und Ausgangslage

Magnetische Phänomene werden von vielen Lernenden als spannend, interessant und motivierend wahrgenommen (Mer89,Sch13). Ausgehend von dieser Erkenntnis beschäftigt sich die Fachdidaktik der Physik bereits seit langem mit Vermittlungskonzepten zum Magnetismus. Viele Studien untersuchen dabei, auf welche Art und Weise die Auseinandersetzung der Lernenden mit diesen Konzepten das konzeptuelle Verständnis im Bereich Magnetismus beeinflusst. Für eine Einordnung der in dieser Arbeit entwickelten Inhalte, soll in Kapitel 2.1 der aktuelle Forschungsstand zur Vermittlung von Magnetismus beschrieben werden.

Da die bisherigen fachdidaktischen Analysen der Vermittlungskonzepte existierende Modelle und Erklärungsansätze vor allem theoretisch und unter normativen Gesichtspunkten analysieren, wird zudem im Projekt *Magnetismus hoch 4* eine Befragung von Lehrerinnen und Lehrern zu deren Praxiserfahrungen und Einschätzungen hinsichtlich der Berücksichtigung von Magnetismus im schulischen Physikunterricht durchgeführt, siehe Kapitel 2.2. Diese Erhebung soll durch den direkten Bezug zur schulischen Praxis die Befundlage des aktuellen Forschungsstandes erweitern und absichern.

Die Analyse der bisherigen Vermittlungskonzepte ergibt die Notwendigkeit bestimmter Überarbeitungen und Erweiterungen der traditionellen Ansätze. Da die inhaltliche Konzeption des Projektes *Magnetismus hoch 4* mit der traditionellen Vorgehensweise bricht, werden die Fachinhalte des Projektes *Magnetismus hoch 4* in Kapitel 2.3 ausführlich inhaltlich motiviert und legitimiert. Insgesamt soll dieses Kapitel die Grundlage für die umfangreiche Entwicklungsarbeit des Projektes aufzeigen und die Einordnung in den aktuellen Forschungsstand darlegen.

2.1 Konzepte und Forschungsbefunde zur Vermittlung von Magnetismus

Die Ausbildung von Lernenden an vorschulischen Einrichtungen, Schulen und Hochschulen orientiert sich hinsichtlich der zu vermittelnden Inhalte und angestrebten Kompetenzen in der Regel an Lehrplänen oder Curricula. Bildungspolitische Entscheidungen, forschungsbasierte Implikationen und weitere Einflussfaktoren führen in regelmäßigen zeitlichen Abständen zur Erneuerung, Überarbeitung und Korrektur der geltenden Standards. Einen einschneidenden Prozess stellt beispielsweise die auf einem Beschluss der Kultusministerkonferenz aus dem Jahre 2003 bzw. 2004 basierende Einführung übergeordneter Bildungsstandards dar [Kli07]. In Nordrhein-Westfalen existieren für die unterschiedlichen Schulformen und Fächer seitdem kompetenzorientierte Kernlehrpläne anstelle der vorher geltenden inhaltsorientierten Lehrpläne [Min08, Min11a, Min11b, Min12, Min13a, Min13b]. Durch die Überarbeitung von Curricula ergibt sich in den unterschiedlichen Fächern stets die Notwendigkeit, die zu vermittelnden Inhalte und Kompetenzen zu hinterfragen. Viele Inhaltsbereiche existieren kontinuierlich bereits seit vielen Jahrzehnten, während andere aus den Curricula entnommen oder neu hinzugefügt werden. Das Themenfeld Magnetismus stellt traditionell ein in den Curricula fest verankertes Element dar. Die Präsenz dieses Inhaltsbereichs spiegelt sich sowohl in Lehrplänen als auch in den in der Praxis verwendeten Lehrbüchern wieder. So regen bereits Lehrbücher vom Beginn des 20. Jahrhunderts zur Auseinandersetzung mit magnetischen Phänomenen an und verweisen ihrerseits auf noch deutlich ältere Lehrbücher [Don22], sodass davon ausgegangen werden kann, dass Magnetismus seit jeher einen bedeutsamen Bestandteil in der physikalischen Ausbildung von Lernenden darstellt.

"Aus den Tiefen der Bergwerke von Magnesia wird ein dunkles Erz herausgeholt, dessen wunderbare Eigenschaften schon im grauen Altertum bekannt waren. Es teilt die Eigenschaft der Anziehung mit dem Bernstein, nur daß es seine eigentümliche Kraft aus dem Schoße der Erde mit herausbringt und nicht wie dieser erst gerieben zu werden braucht. Auch erstrecken sich die Kräfte des Erzes - es handelt sich um einen Eisenstein - keineswegs auf alle Körper. Nur wenige werden von ihm angezogen, insonderheit Stahl und Eisen, und diese widerum verhalten sich verschieden. Denn während Stahl, einmal vom Eisenerz berührt, die gleichen Eigenschaften - man nennt sie nach dem Fundort des Steines magnetische - annimmt und beibehält, zeigt sich Eisen nur bei Berührung mit dem Erz selbst magnetisch und verliert diese Eigenschaft nach der Trennung sofort. Stahlstücke, denen man durch Berührung magnetische Kräfte verliehen hat, nennt man, im Gegensatz zu dem Erz, künstliche Magnete. Künstliche Magneten kommen für uns allein in Betracht. Vor hundert Jahren noch war es kein leichtes, einen guten Stahlmagneten zu erhalten, und in den physikalischen Lehrbüchern jener Zeit sind die verschiedensten, geheimnisvollen Rezepte zu ihrer Herstellung angegeben."

- Bruno Donath [Don22, S. 349 f.]

Die Tradition Magnetismus als Kernelement der Vermittlung von physikalischen Themen in der Lehre zu berücksichtigen führt dazu, dass über die Jahre sowohl aus der Unterrichts- und Lehrpraxis als auch aus physikdidaktischen Forschung heraus viele Vermittlungskonzepte entwickelt worden sind. Andererseits besteht jedoch auch die Gefahr, dass Lehrkonzepte sich aufgrund der Tradition immer wiederkehrender Elemente bedienen und Weiterentwicklungen einzelner Komponenten oder grundlegende Neukonzeptionen von Ansätzen ausbleiben. In diesem Kapitel soll dargestellt werden, welche aktuellen Konzepte und Forschungsbefunde zur Vermittlung von Magnetismus existieren.

Die aktuelle Bildungspraxis ist auf den unterschiedlichen Stufen des Bildungssystems vom Kindergarten bis zur Hochschule durch sehr unterschiedliche Konzepte zur Vermittlung von Magnetismus geprägt. Dabei ist zu erkennen, dass mit zunehmendem Alter der Lernenden der Grad der Formalisierung deutlich ansteigt. Während im Kindergarten und in der Grundschule vorwiegend phänomenologisch gearbeitet wird [Har13, Möl13, Sch13], ist die Auseinandersetzung mit Zusammenhängen aus dem Bereich Magnetismus an der Universität durch einen hohen Anteil mathematischer Formalismen geprägt [Cha12, Pep12]. Die unterschiedlichen Vermittlungsansätze beziehen sich dabei nahezu ausschließlich auf die Bereiche Ferromagnetismus und Elektromagnetismus. Obwohl diese beiden Ausprägungen von Magnetismus die traditionellen Konzepte dominieren, existieren in Lehrbüchern und Lehransätzen zum Magnetismus sehr unterschiedliche Modellvorstellungen zur Natur ferromagnetischer und elektromagnetischer Phänomene. Teilweise resultieren diese Vermittlungsansätze aus mittlerweile überholten fachlichen Vorstellungen, die jedoch weiterhin in einigen Lehrbüchern präsent sind. Als typisches Beispiel ist die Herleitung des Diamagnetismus auf Grundlage der Gesetze der klassischen Physik zu nennen, die in dieser Form auch in aktuellen Lehrbüchern zu finden ist [Tip15], obwohl bereits lange bekannt ist und zudem einfach nachgewiesen werden kann, dass sämtliche magnetischen Phänomene nur durch quantenphysikalische Modellierungen erklärt werden können, siehe Kapitel 4.2.2. Genau diese Ansätze der Quantenphysik finden sich jedoch insbesondere in der Schule noch nicht in entsprechendem Maße in Lehrplänen repräsentiert, sodass viele Vermittlungsansätze eher phänomenologisch ausgerichtet sind. Die Existenz weiterer magnetischer Erscheinungsformen wie Dia- oder Paramagnetismus wird in der Schule typischerweise höchstens am Rande erwähnt und auch an der Hochschule in der Regel stark nachrangig behandelt. Weitere magnetische Erscheinungsformen bleiben indes in der Regel gänzlich unberücksichtigt.

In Kapitel 2.1.1 sollen nachfolgend unterschiedliche Ansätze der aktuellen Praxis exemplarisch für die unterschiedlichen Stufen des Bildungssystems beschrieben werden. Da einerseits theoretische Modelle häufig in Form piktoraler Repräsentanten und Visualisierungen genutzt werden [Hee08, Wal11] und andererseits Experimente vor allem in der Grundschule und weiterführenden Schule die Lehre zum Magnetismus dominieren [Wil12, Har13, Möl13], werden diese Teilbereiche der Vermittlung separat beschrieben, siehe Kapitel 2.1.1.1 und 2.1.1.2.

Neben den Vermittlungskonzepten sind für eine umfassende Darstellung der aktuellen Praxis auch die Wirkungen und Voraussetzungen der Ansätze auf Seiten der Lernenden zu analysieren, siehe Kapitel 2.1.2. Dabei gilt es zum einen zu beschreiben, inwiefern die bisherigen Ansätze das konzeptuelle Verständnis der Lernenden beeinflussen, siehe Kapitel 2.1.2.1 [Tan08, Pol09, Cha12]. Weiterhin wird den Vorstellungen von Lernenden zu physikalischen Themen, die diese aus dem Alltag mitbringen oder in der Auseinandersetzung mit Fachinhalten im Unterricht entwickeln, aus Perspektive der Fachdidaktik eine große Bedeutung zugemessen [Mul11]. Präkonzepte der Lernenden aus dem Alltag determinieren den Ansatzpunkt sowie die Grundlage sämtlicher Vermittlungskonzepte. Sie konstituieren zum Teil die Gelingensbedingungen der Ansätze. Durch diese Präkonzepte und die von den Lernenden selbstständig generierten mentalen Modelle existieren stets alternative Konzepte, die häufig nicht mit den fachlich adäquaten Vorstellungen übereinstimmen. Die Lehre zu physikalischen Themenfeldern und so auch zum Magnetismus muss sich der Existenz dieser mentalen Modelle bewusst sein, um Maßnahmen für den Umgang mit diesen Vorstellungen treffen zu können [Bar87, Eri94, Tar98, Mal01]. Zum Magnetismus existieren vielfältige Studien zu Vorstellungen von Lernenden, die in Kapitel 2.1.2 beschrieben werden.

Insgesamt soll Kapitel 2.1 somit die verschiedenen Vermittlungskonzepte der Unterrichts-

und Lehrpraxis zusammenfassend darstellen und die aktuelle Befundlage physikdidaktischer Forschung zu kognitiven Prozessen von Lernenden zum Magnetismus erläutern.

2.1.1 Vermittlungskonzepte für Magnetismus in der schulischen und universitären Lehre

Die bisherigen Vermittlungsansätze zum Magnetismus stützen sich in erster Linie auf theoretische Modelle und experimentelle Zugänge zu diversen Phänomenen. Die Modelle dienen der Erkenntnisgewinnung durch Auseinandersetzung mit einem analog zum eigentlichen Lerngegenstand durch Maßnahmen der Strukturierung und Reduzierung erzeugten Abbild [Mik05]. Man unterscheidet dabei generell zwischen gegenständlichen und theoretischen Modellen [Kir15c]. Es existieren jedoch noch weitere Ebenen, die eine präzisere Kategorisierung von Modellen ermöglichen, siehe Abbildung 2.1 [Kir15c]. Für diese Kategorisierung eines Modelles ist es maßgeblich, auf welche Art und Weise die Realisierung des Modells erfolgt, welche Lernabsichten mit dem Modell verbunden sind, ob das Modell eine wissenschaftliche oder vermittelnde Funktion erfüllt und welcher Fachdisziplin das Modell zuzuordnen ist, siehe Abbildung 2.1 [Kir15c]. Es zeigt sich, dass die gegenständliche bzw. theoretische Dimension eines Modelles von seiner Realisierung bzw. seinen entsprechenden Repräsentanten zu unterscheiden ist. Häufig werden die graphisch visualisierten Realisierungen von Modellen aufgrund ihrer Präsenz mit den zugrunde liegenden Modellen identifiziert und gleichgesetzt. Zur umfassenden Analyse von Modellen sollte jedoch zwischen theoretischen Annahmen und den häufig graphischen Realisierungen unterschiedenen werden, um die Beurteilung konkret auf eine dieser Ebenen beziehen zu können.

In Kapitel 2.1.1.1 werden vier Modelle zur Beschreibung ferromagnetischer Phänomene dargestellt, deren theoretische Annahmen sich in unterschiedlichem Maße voneinander unterscheiden. Sie beherrschen aktuell die Vermittlung von Magnetismus in unterschiedlichen Ausbildungsphasen und sie werden jeweils mit einprägsamen Visualisierungen in Verbindung gebracht. Dabei soll gezeigt werden, aus welchen Gründen die Modelle ihre Bedeutung für die Vermittlung von Magnetismus erhalten haben. Im Allgemeinen lässt sich bereits an dieser Stelle festhalten, dass die Verwendung von Modellen auch bei jungen Lernenden aus fachdidaktischer Perspektive notwendig erscheint, um den intellektuellen Bedürfnissen der Schülerinnen und Schüler gerecht zu werden, da diese häufig bei der Betrachtung von Phänomenen ein bestimmtes Maß an Erklärungen verlangen [Kuh95]. Andererseits beinhaltet die Nutzung von Modellen



Abbildung 2.1: Darstellung unterschiedlicher Modelldimensionen zur Kategorisierung von Modellen nach [Kir15c, S. 804]. Die Beschreibung der Modelle erfolgt über die Dimensionen Realisierung, Lernabsicht, Fach und Nutzung.

stets die Auseinandersetzung mit Grenzen und Einschränkungen der Analogien zum eigentlichen physikalischen Inhalt [Etk06]. Diese Grenzen sollen für die unterschiedlichen Modelle ebenfalls diskutiert werden. Neben dem Ferromagnetismus werden auch bei der Vermittlung von Elektromagnetismus Modelle genutzt. Hier stellen Feldlinien und magnetische sowie elektrische Felder bedeutsame Modelle dar, die der Auseinandersetzung mit Phänomenen und theoretischen Gesetzmäßigkeiten dienen. Auf diese soll in Kapitel 2.1.1 ebenfalls kurz eingegangen werden.

Alternative Ansätze, die einen eher formalistischen Modellcharakter aufweisen und

vor allem an der Hochschule genutzt werden [Cha12, Pep12], sollen nicht an dieser Stelle, sondern zusammen mit ergänzenden fachlichen Modellen und experimentellen Zugängen sowie weiteren Formen der Vermittlung physikalischer Inhalte als Elemente multipler Repräsentationen in Kapitel 3 erläutert werden.

Neben der Verwendung von Modellen zeichnet sich die Gestaltung von Vermittlungskonzepten zum Magnetismus durch einen traditionell großen Anteil von Experimenten aus, die besonders in frühen Ausbildungsphasen eingesetzt werden, siehe Kapitel 2.1.1.2 [Har13, Möl13, Sch13]. Dieser Umstand ergibt sich in gewisser Weise natürlich, da Lernende häufig im Alltag einfachen Magneten begegnen und bereits haptische Erfahrungen mit in den Unterricht bringen, auf denen aufgebaut wird. Neben den oft phänomenologisch ausgerichteten Experimenten existiert auch eine Vielzahl komplexerer und teilweise ebenfalls qualitativer, aber auch quantitativer Experimente zur Analyse einzelner Fachinhalte zum Magnetismus, die in Kapitel 2.1.1.2 ebenfalls in Ansätzen beschrieben werden. Die Darstellung der Experimente soll exemplarisch erfolgen und einen Einblick in die vielfältigen experimentellen Möglichkeiten gewähren. Zusätzlich zu Modellen und Experimenten lassen sich zudem grundsätzlich auch digitale Inhalte wie interaktive Simulationen, als Bestandteile aktueller Vermittlungskonzepte identifizieren. Obwohl auch zum Magnetismus entsprechende Zugänge existieren [Ste09, Sad11, Deb13, Lau15b], besitzen diese verglichen mit den zuvor genannten Elementen nur eine nachrangige Bedeutung für die derzeitige Vermittlungspraxis. Aus diesem Grund wird auf eine gesonderte Analyse der digitalen Inhalte zum Magnetismus an dieser Stelle verzichtet. In Kapitel 3.1.3 finden sich jedoch im Rahmen einer Beschreibung fachrelevanter Repräsentationsformen weitere Informationen zu digitalen Inhalten mit Bezug zu physikalischen Themen im Allgemeinen und zum Magnetismus im Besonderen.

2.1.1.1 Modelle, Repräsentanten und Visualisierungen

Dem Themengebiet Magnetismus wird bereits in der Grundschule im Rahmen des Sachunterrichtes eine nennenswerte Bedeutung beigemessen. Die Auseinandersetzung der Schülerinnen und Schüler fokussiert dabei Naturphänomene und Alltagsanwendungen zum Ferromagnetismus und erste Modelle als Kernelemente des Unterrichts [Sch13]. Das zentrale Modell zur Vermittlung von Magnetismus in der Grundschule und darüber hinaus in Lehrbüchern für die unteren Jahrgangsstufen der weiterführenden Schule stellt das Modell der Elementarmagnete, siehe Abbildung 2.2 (a), dar [Bad01, Kuh06, Bre07, Bac08, Bar10]. Obwohl der Ursprung dieses Modelles nicht eindeutig geklärt werden kann, ist es aktuell in der Lehre allgegenwärtig [Hee08] Das Modell dient wie alle vier nachfolgend genannten Modelle, der Beschreibung von ferromagnetischen Phänomenen. Die theoretische Grundlage für die in Abbildung 2.2 (a) dargestellte Visualisierung des Modelles unterteilt ein ferromagnetisches Objekt in gleich große Bereiche, denen jeweils ein betragsmäßig identisches magnetisches Dipolmoment zugewiesen wird. Die Ausrichtung der magnetischen Dipolmomente gibt dann Auskunft über die Magnetisierung des gesamten Objektes. Im unmagnetisierten Zustand finden sich die Elementarmagneten willkürlich ausgerichtet. Ist das Objekt magnetisiert, weisen alle magnetischen Dipolmomente in dieselbe Richtung. Die mikroskopischen magnetischen Dipolmomente werden dabei fast immer durch rot-grün gefärbte Blöcke visualisiert, die dem typischen Erscheinungsbild eines makroskopischen Permanentmagneten in der Schule entsprechen. Mithilfe der Farben wird die



Abbildung 2.2: Visuelle Realisierungen von Modellen zur Beschreibung von ferromagnetischen Phänomene. Die vier dargestellten Repräsentanten entsprechen den am häufigsten genutzten Darstellungsformen zur Modellierung von Magnetismus in der Lehre.

Polarität des Magneten gekennzeichnet. Der Nordpol wird in der Regel rot, der Südpol grün oder auch blau dargestellt. Die Elementarmagneten werden dabei als fest lokalisiert betrachtet. Sämtliche im Rahmen dieser Arbeit analysierten Schulbücher mehrerer Länder (Deutschland, Japan, USA) verwenden Darstellungen, bei denen, wie eben beschrieben, die mikroskopische und makroskopische Dimension gleichartig visualisiert werden [Bad01, Kuh06, Bre07, Bac08, Bar10, Gio13, Nak14]. Es lässt sich jedoch erkennen, dass das Modell der Elementarmagneten in deutschen Lehrbüchern am stärksten genutzt wird. Internationale Lehrbücher orientieren sich hier eher an realen Phänomenen.

Bei der spezifischen Ausgestaltung der Visualisierung zum Modell der Elementarmagneten finden sich jedoch teilweise unterschiedliche Realisierungen. Betrachtet man Abbildung 2.2 (a) zeigt sich zunächst, dass die Ausrichtung der magnetischen Dipolmomente im äußeren Feld und damit im magnetisierten Zustand aufgrund der geringen Abstände der Elementarmagneten nicht möglich ist. Die Visualisierung des Modelles repräsentiert an dieser Stelle somit den abzubildenden Sachverhalt nicht angemessen und für Lernende nicht nachvollziehbar.



(a) Realisierung Variante I (unmagnetisiert).



(b) Realisierung Variante II (magnetisiert).



Einige Visualisierungen in Lehrbüchern berücksichtigen diesen Aspekt durch eine an Abbildung 2.3 (a) angelehnte Variante der Visualisierung, bei der die Elementarmagneten sich trotz Lokalisierung frei ausrichten können. Des Weiteren ergibt sich aus der Darstellung der Elementarmagneten in Abbildung 2.2 (a) ein Problem beim Vergleich zum makroskopischen Verhalten von Stabmagneten. Man würde bei einer entsprechenden Anordnung erwarten, dass die Abstände in vertikaler Richtung vergrößert und in horizontaler Richtung verkürzt erscheinen, da sich die Elementarmagneten gemäß ihrer Pole anziehen bzw. abstoßen. Auch diese Form der Visualisierung kann bei Lernenden zu Verständnisschwierigkeiten führen, da die makroskopische sowie die mikroskopische Ebene gleichartig visualisiert erscheinen. Sie folgen dennoch scheinbar unterschiedlichen und inkonsistenten Gesetzmäßigkeiten. Eine mögliche Lösung dieses Problems ist in einer Variante in Abbildung 2.3 (b) dargestellt. Hier werden die Positionen der Elementarmagneten so verschoben, dass die Anziehung und Abstoßung direkt die Anordnung und Abstände der Elementarmagneten ergibt. In diesem Fall stimmen somit die mikroskopischen und makroskopischen Gesetzmäßigkeiten überein. Die Verwendung dieser spezifischen Visualisierungen des Elementarmagnetenmodells wird in der Forschung teilweise als lernförderlich im Vergleich zur klassischen Darstellung beschrieben [Hee08].

Das Modell der Elementarmagnete besitzt einerseits große Relevanz für aktuelle Lehrkonzepte zum Magnetismus [Auf13, Har13, Möl13], die die Vorzüge des Modelles wertschätzen. Andererseits wird es aufgrund von Inkonsistenzen und möglichen Lernhindernissen sehr kritisch beurteilt [Dui89, Mer89, Wer01, Kop10], sodass sich insgesamt ein ambivalentes Bild ergibt. Ein zentraler Kritikpunkt sagt aus, dass Schülerinnen und Schüler bei der Auseinandersetzung mit dem Modell in der Regel auf der anschaulichen Ebene bleiben und das Modell nicht als solches identifizieren und deuten [Dui89]. Hier zeigt sich, dass die identische Visualisierung der makroskopischen und mikroskopischen Dimension als problematisch beurteilt wird. In besonderem Maße ist die rot-grüne Gestaltung der Elementarmagneten in Übereinstimmung mit der typischen Farbgebung von Permanentmagneten in der Schule für diese Schwierigkeit mitverantwortlich. An dieser Stelle sollte jedoch berücksichtigt werden, dass die Kritik sich vornehmlich auf die Visualisierung des Modells und nicht auf die zugrunde liegenden theoretischen Annahmen bezieht.

Durch die Verwendung kleiner Magneten als Elemente der inneren Struktur eines größeren Magneten würden Lernende zudem erwarten, dass gleiche Gesetzmäßigkeiten für beide Dimensionen gelten. Durch das bekannte Verhalten von realen Magneten würden Lernende somit annehmen, dass die Elementarmagneten sich ohne äußere Einflüsse selbst organisieren und durch anziehende sowie abstoßende Kräfte eine feste Gesamtstruktur bilden. Diese Tatsache ergibt sich, auch für jüngere Lernende, aus einfachen spielerischen Experimenten mit Permanentmagneten und steht somit im Widerspruch zur scheinbar mühelosen Ausrichtung der Elementarmagneten durch äußere Vorgänge. Außerdem führt eine Lokalisierung der Elementarmagneten zu einer selbstorganisierten
Struktur eben dieser, die der freien Ausrichtung parallel zu einem äußeren Magnetfeld widerspricht.

Weiterhin wird mit Bezug zum Modell der Elementarmagneten kritisch angemerkt, dass das Modell keine anschlussfähigen Vorstellungen zur inneren Struktur der Materie vermittelt [Mer89]. Die Elementarmagneten sind in diesem Sinne mit Atommodellen oder ähnlichen Ansätzen nur sehr schwer vereinbar. Durch die Beschreibung, "dass Eisen, Nickel und Cobalt aus winzigen magnetischen Bereichen [...] zusammengesetzt" [Bre07, S. 44] seien, wird zwar teilweise versucht, der Vorstellungen von Elementarmagneten als realen Bestandteilen der Magneten entgegenzuwirken, dennoch erscheint es plausibel, dass entsprechende Vorstellungen bei jüngeren Schülerinnen und Schülern, trotz der sprachlichen Hinweise durch die Art und Weise der Visualisierung, geweckt werden. Eine Untersuchung zu Schülervorstellungen bezogen auf das Modell der Elementarmagneten belegt dies und zeigt, dass Schülerinnen und Schüler die Elementarmagneten mit Molekülen identifizieren, die im magnetisierten Zustand geordnete und im unmagnetisierten Zustand ungeordnete Strukturen besitzen [Wer01]. Wie in der fachlichen Klärung dieser Arbeit in Kapitel 4 hergeleitet wird, lässt sich die überwiegende Mehrzahl magnetischer Phänomene durch Elektronen als Träger magnetischer Eigenschaften erklären. Eine Identifizierung der Elementarmagneten mit Bestandteilen der Materie sollte sich somit, wenn notwendig, auf Elektronen beziehen. Darüber hinaus erfolgt im magnetisierten Zustand keine Ordnung bzw. Unordnung der Träger der magnetischen Momente, sondern eine Veränderung der Eigenschaften, die in unterschiedlicher Form in Abhängigkeit von der jeweiligen magnetischen Erscheinungsform erfolgt. Aus diesem Grund ist das zuvor beschrieben Konzept zur Ordnung von Molekülen nicht in Übereinstimmung mit einer fachlich adäquaten Sichtweise und lässt sich nur schwer in einem solchen Sinne umdeuten. Weiterführende Erläuterungen zur fachlichen Grundlage und den unterschiedlichen Trägern und Mechanismen magnetischer Momente werden vor allem in Kapitel 4.2 beschrieben.

Eine Untersuchung zum Einsatz des Modells der Elementarmagneten bei Grundschulkindern vergleicht die Vorstellungen der Schülerinnen und Schüler vor und nach einer Unterrichtseinheit [Kop10]. Im Rahmen der Studie werden die Vorstellungen der Lernenden durch den Unterricht zum Thema Magnetismus, auf Grundlage des Modells der Elementarmagnete, nicht nachweisbar positiv beeinflusst. In einigen Bereichen weisen die Schülerinnen und Schüler nach dem Unterricht Vorstellungen auf, die stärker von den fachlich adäquaten Vorstellungen abweichen, als dies vor der Unterrichtseinheit der Fall ist [Kop10]. Weitere Schülervorstellungen werden in Kapitel 2.1.2.2 ausführlich beschrieben.

Neben dieser kritischen Betrachtung des Modells bzw. der typischen visuellen Realisierung muss festgehalten werden, dass dem Modell im Sachunterricht an Grundschulen und im Physikunterricht an weiterführenden Schule eine große Bedeutung zukommt. Diese Relevanz ergibt sich aus unterschiedlichen positiven Aspekten, die dem Modell bzw. der Visualisierung zugewiesen werden:

- Der experimentelle Befund, dass beim Zerteilen eines Permanentmagneten zwei oder mehrere neue Magneten entstehen, lässt sich mit dem Modell der Elementarmagneten beschreiben [Mer89].
- Der magnetische Dipolcharakter und der Ausschluss magnetischer Monopole wird durch das Modell der Elementarmagneten berücksichtigt [Mer89].
- Die Grundvorstellung magnetischer Domänen gleichartiger Magnetisierung bei insgesamt verschwindender Magnetisierung entspricht der fachlich als adäquat beurteilten Modellierung durch Weisssche Bezirke, siehe Realisierung in Abbildung 2.2 (c).
- Die Ausrichtung magnetischer Dipolmomente bei Wechselwirkung mit einem äußeren Magnetfeld entspricht der Ausrichtung der Magnetisierungen magnetischer Domänen.
- Die Folgen äußerer thermischer und mechanischer Einflüsse auf die Ausrichtung magnetischer Momente können aufgrund der Analogie zur makroskopischen Dimension nachvollzogen werden.
- Der Umstand einer Sättigungsmagnetisierung ergibt sich direkt aus dem Modell der Elementarmagnete.
- Die Schülerinnen und Schüler verwenden das Modell aufgrund des hohen Wiedererkennungswertes selbstständig [Wer01].

Eine differenzierte Beurteilung des Modelles unter Abwägung der als positiv und negativ beurteilten Aspekte ergibt, dass die grundsätzlichen theoretischen Annahmen des Modelles der Elementarmagneten durchaus geeignet erscheinen, um grundlegende magnetische Phänomene zu beschreiben. Wichtig ist jedoch ein Bewusstsein für die Tatsache zu schaffen, dass das Modell nur eine oberflächliche Beschreibung ferromagnetischer Phänomene darstellt. Der Ansatz das Verhalten eines Ferromagneten durch innere Elementarmagneten zu beschreiben liefert keine Aussagen über die Ursachen des Verhaltens und den Ursprung der magnetischen Dipolmomente. Darüber hinaus zeigt sich, dass die negativen Aspekte sich vornehmlich auf die Realisierung des Modelles und nicht auf die eigentlichen theoretischen Annahmen beziehen. Bezüglich der theoretischen Annahmen des Modelles wird in den allermeisten Beurteilungen nur die Identifikation der Elementarmagneten als realer Bestandteile der Materie kritisiert. Dieser Kritikpunkt wird in einem anderen Modell, dem Modell der Kompassnadeln, das auch als Magnetnadelmodell bezeichnet wird [Kuh95], aufgegriffen und berücksichtigt, siehe Visualisierung des Modelles in Abbildung 2.2 (b). Das Modell der Kompassnadeln entspricht in den theoretischen Grundannahmen nahezu vollständig dem Modell der Elementarmagnete. Anstelle der Beschreibung der Elementarmagneten als Elemente der Materie beschreiben die Kompassnadeln jedoch jeweils eine Messung der Magnetisierung in einem bestimmten Bereiches des Ferromagneten. In diesem Punkt unterscheiden sich die beiden Ansätze somit grundlegend. Das Modell der Kompassnadeln bezieht sich jedoch wie auch das Modell der Elementarmagnete, auf magnetische Domänen und entspricht damit der fachlich adäquaten Beschreibung Weissscher Bezirke. Aus fachlicher Perspektive kann bei beiden Modellen kritisiert werden, dass die Verschiebung von Domänenwänden nicht berücksichtigt wird und alle Domänen näherungsweise gleich große oder sogar absolut identische Dimensionen aufweisen [Wal11, Rac13]. Da die Modelle jedoch für frühe Ausbildungsphasen konzipiert sind, erscheint diese Elementarisierung angemessen. Als einen weiteren Vorteil des Modells der Kompassnadeln gegenüber dem Modell der Elementarmagneten erweist sich die direkte Anknüpfung an eine reale und haptisch erfahrbare Realisierung, die in vielen Schulen in Form eines Magnetmodells bzw. einer Magnetfeldtafel vorhanden ist (LD Didactic, Typ 560 61, Magnetmodell).

Eine Realisierung eines Modelles zur Beschreibung von Ferromagnetismus mit großen Übereinstimmungen zum in Abbildung 2.2 (b) visualisierten Modell der Kompassnadeln, das Gegenstand aktueller fachdidaktischer Forschung ist, liefert das so genannte Eisen-Magnet-Modell [Her11a, Wal11, Rac12, Rac13]. Beim Eisen-Magnet-Modell werden die einzelnen Magnetisierungen ferromagnetischer Domänen durch Pfeile repräsentiert, deren Spitze dem Nordpol und deren stumpfes Ende dem Südpol entspricht. Auch dieses Modell ist in der Lage, grundlegende magnetische Phänomene, wie den Dipolcharakter eines Magneten, die Erzeugung von kleineren magnetischen Elementen beim Zerteilen eines Magneten, die Magnetisierung von unmagnetisiertem Eisen oder die Aufhebung der Magnetisierung durch mechanische oder thermische Einflüsse zu beschreiben [Wal11, Rac13]. Bezüglich dieser Konzepte erweist sich das Eisen-Magnet-Modell sowohl beim Einsatz in der Grundschule als auch im Gymnasium als lernwirksam und es können große Lernerfolge der Schülerinnen und Schüler auf der Ebene der Phänomene nachgewiesen werden [Rac13]. Kritisch angemerkt werden sollte jedoch, dass im Rahmen der Pre-Post-Follow up-Untersuchung ein Wissensrückgang im zeitverzögerten Nachtest festgestellt wird, der auf eine Rückkehr der Lernenden zu ihren ursprünglichen Vorstellungen zurückgeführt wird. Es ist somit bislang unklar, ob das Eisen-Magnet-Modell in der Lage ist, die grundlegenden Vorstellungen von Lernenden langfristig im Sinne einer fachlich adäquaten Vorstellung zu beeinflussen. Sowohl das Modell der Elementarmagneten als auch das Modell der Kompassnadeln

Sowohl das Modell der Elementarmagneten als auch das Modell der Kompassnadeln eignet sich ausschließlich zur phänomenologischen Beschreibung und Modellierung. Mit beiden Modellen lässt sich der komplexe Ursprung ferromagnetischer Vorgänge nicht detailliert beschreiben, siehe Kapitel 4.1.4, oder gar anschlussfähig an die fachlichen Beschreibungen über die Austauschwechselwirkung erklären, siehe Kapitel 4.2.7. Mit Bezug zum Modell der Elementarmagneten sollte an dieser Stelle jedoch positiv bemerkt werden, dass die ferromagnetischen Momente in der fachlichen Beschreibung auf Elektronenspins zurückgeführt werden können, siehe Kapitel 4.2.4. Ebenso wie die magnetischen Dipolmomente der Elementarmagneten weisen auch die Elektronenspins betragsmäßig fixe magnetische Momente auf. Allerdings sollten die Elementarmagnete, wie zuvor erläutert, aus unterschiedlichen Gründen eher mit magnetischen Domänen identifiziert werden.

Ein weiteres Modell zur Vermittlung von Ferromagnetismus versucht, neben der Beschreibung makroskopischer Phänomene, auch die mikroskopischen Ursachen der magnetischen Momente zu berücksichtigen und unterscheidet sich damit in der theoretischen Konzeption von den vorherigen Modellen. Dieses Modell, das Modell mikroskopischer Kreisströme, siehe Visualisierung in Abbildung 2.2 (c), führt die magnetischen Momente der Domänen auf mikroskopische Kreisströme zurück [Mes10]. Obwohl der Bezug zwischen Kreisströmen und magnetischen Momenten einen wichtigen Aspekt im Bereich des Elektromagnetismus darstellt, siehe Kapitel 4.1.5 und 4.2.4, ist er gänzlich ungeeignet zur Beschreibung ferromagnetischer Phänomene. Wie in der fachlichen Klärung in Kapitel 4 eingehend erläutert wird, lassen sich die für Ferromagnetismus relevanten magnetischen Momente auf Elektronenspins zurückführen. Die Wirkung mikroskopischer Kreisströme hingegen ist notwendig zur Erklärung von Diamagnetismus, siehe Kapitel 4. Aus diesem Grund muss das Modell mikroskopischer Kreisströme als hilfreich zur Beschreibung von Diamagnetismus, aber als ungeeignet für ein phänomenologisches Vermittlungskonzept zum Ferromagnetismus beurteilt werden. Diese Einschätzung wird durch die Lenzsche Regel gestützt. Diese weist Kreisströmen jeweils ein magnetisches Moment zu, das entgegengesetzt zur Richtung eines äußeren magnetischen Feldes orientiert ist. Die Ausrichtung der Magnetisierung bzw. der magnetischen Momente beim Ferromagnetismus, die auf den Elektronenspin zurückgehen, siehe Kapitel 4.2.4, erfolgt jedoch parallel zum äußeren Magnetfeld, wodurch sich die charakteristische Anziehung ferromagnetischer Objekte durch ein magnetisches Feld anstelle einer Abstoßung, wie beim Diamagnetismus, ergibt. Bestimmte Untersuchungen zeigen, dass auch noch Studierende magnetische Phänomene stets auf Ströme zurückführen [Tan08].

Abschließend ist in Abbildung 2.2 (d) das Modell der Weissschen Bezirke visualisiert. Dieses Modell stellt, wie bereits genannt, die fachliche Grundlage für die zuvor beschriebenen Modelle dar. Es weist ferromagnetischen Stoffe magnetische Domänen zu, die auch im unmagnetisierten Gesamtzustand gleichartige magnetische Dipolmomente aufweisen. Das Modell weist einen starken Bezug zu weiteren aktuellen fachlichen Vorstellungen auf und wird aus diesem Grund als zentraler Bestandteil der fachlichen Klärung dieser Arbeit in Kapitel 4.1.4 eingehender beschrieben. Bei einer Anordnung der vier beschriebenen Modelle hinsichtlich der Komplexität und Anschlussfähigkeit ist festzuhalten, dass das Modell der Weissschen Bezirke weniger direkt zugänglich ist, als das Modell der Elementarmagneten oder das Modell der Kompassnadeln, aber im Gegensatz zu diesen in höchstem Maße anschlussfähig an komplexere Fachinhalte und mikroskopische Betrachtungen von Magnetismus ist. Die weniger direkte Zugänglichkeit ergibt sich aus dem stärkeren Abstraktionsgrad des Modelles, das Pfeile zur Beschreibung der magnetischen Dipolmomente anstelle realer Objekte wie der Elementarmagneten oder Kompassnadeln verwendet. Genau in diesem gesteigerten Abstraktionsgrad zeigt sich jedoch ein elementarer Vorteil des Modelles, da davon auszugehen ist, dass die Repräsentanten der magnetischen Momente leicht als solche erkannt und nicht mit Realobjekten verwechselt werden. Darüber hinaus zeigen Untersuchungen zur Verwendung von Pfeilen als Repräsentanten für magnetische Momente und Magnetisierungen, dass bereits Grundschulkinder Pfeile als Symbole für Magneten akzeptieren und sinnvoll nutzen können [Hoo07]. In einer Untersuchung wird Schülerinnen und Schülern die Anziehung und Abstoßung von Magneten mithilfe der "tip-to-tail"-Regel erläutert, gemäß derer sich zwei Magneten durch jeweils einen Pfeilanfang und ein Pfeilende verbinden [Hoo07]. Die Verwendung von Pfeilen beinhaltet zudem weitere Vorteile, wie die Möglichkeit Vektoradditionen durchzuführen, die hilfreich zur Beschreibung von magnetischen Phänomenen sind und im weiteren Verlauf der Arbeit in Kapitel 4.2 und 6.2.1 sowie 6.2.2 aufgegriffen und genutzt werden.

Zusammenfassend lässt sich feststellen, dass zur Beschreibung von Ferromagnetismus unterschiedliche Modelle mit charakteristischen Visualisierungen existieren. Alle vier dargestellten Modelle beziehen sich in ihrer Grundkonzeption auf die Unterteilung eines Ferromagneten in bestimmte Domänen. Weiterhin sind alle Modelle in der Lage, grundlegende Phänomene des Ferromagnetismus zu beschreiben, und greifen somit die klassischen einführenden Experimente zum Magnetismus auf. Hinsichtlich der konkreten Ausgestaltung der Modelle ergeben sich jedoch wesentliche Unterschiede, die beim Einsatz der Vermittlungskonzepte zu berücksichtigen sind. Zudem muss festgestellt werden, dass vor allem das Modell der Weissschen Bezirke und, bei Interpretation der Kompassnadeln als Messprozess, auch das Modell der Kompassnadeln bzw. das Eisen-Magnet-Modell eine anschlussfähige Grundlage für komplexere Modelle und Inhalte aus dem Bereich des Ferromagnetismus darstellen. Darüber hinaus existieren jedoch insbesondere im Bereich der Sekundarstufe II oder der Hochschule nahezu keine Vermittlungsansätze, die die fachliche Struktur im Sinne der Lernenden in diesem Inhaltsgebiet sinnvoll elementarisieren [Ble91]. In Kapitel 2.2 werden die Ergebnisse einer Lehrerbefragung dargestellt, in der die praktische Verwendung der vier Modelle und Visualisierungen zur Beschreibung von Ferromagnetismus untersucht wird. Die Befragung der Lehrpersonen erhebt u.a., ob sich die verschiedenartige Komplexität der Modelle in der Verwendung eben dieser zur Behandlung von Magnetismus im Unterricht widerspiegelt.

Neben ferromagnetischen Phänomenen werden vor allem im Bereich der weiterführenden Schule viele Phänomene aus dem Gebiet des Elektromagnetismus betrachtet. Für sämtliche Phänomene dieses Inhaltsbereiches ist das Verständnis magnetischer und elektrischer Felder sowie der Wechselwirkungen eben dieser von elementarer Bedeutung. Gerade diese Konzepte scheinen jedoch für Schülerinnen und Schüler, aber auch für Studierende äußerst komplex und schwer zugänglich zu sein [Gui04, Kes11, Sca11, Mic14].

Die Behandlung magnetischer und auch elektrischer Felder ist klassischerweise mit der Nutzung von Feldlinien als Modellierung verbunden. Diese zunächst scheinbar einfache Modellierung erweist sich jedoch sowohl aus Perspektive der Fachdidaktik [Sag06, Her11b, Sul12] als auch als fachlicher Perspektive als extrem komplex [Roc00, Clo96]. Fachlich betrachtet existiert bezüglich des Themenfeldes Magnetismus bereits seit Beginn des 19. Jahrhunderts eine Debatte über das fundamentale magnetische Feld [Roc00]. Der Diskurs beschäftigt sich mit der Frage, ob das magnetische Feld auf die magnetischen Feldstärke \tilde{H} oder die magnetischen Flussdichte \tilde{B} bezogen werden sollte. Eine Beschreibung der historischen Debatte und Analyse der Argumente wird in Kapitel 4.1.3.2 eingehender ausgeführt. Auch in der Fachdidaktik beschäftigen sich Untersuchungen u.a. mit der Fragestellung, ob zur Darstellung magnetischer Felder Pfeile oder geschlossene Feldlinien genutzt werden sollten [Sul12], und auf welche Art und Weise Feldlinien bei der Vermittlung der wesentlichen Eigenschaften magnetischer Felder helfen können [Gui04, Mic14]. Im Bereich des Magnetismus weisen Untersuchungen zu Vorstellungen von Lernenden nach, dass diese auch in der Sekundarstufe II und im Bereich der Hochschule Feldlinien als materielle Elemente deuten, innerhalb derer Ladungen oder andere Elemente der Materie fließen [Poc07]. Die Verwendung von Feldlinien im Kontext magnetischer Felder, aber auch die Auseinandersetzung mit Konzepten von Feldvorstellungen in der Physik im Allgemeinen, stellt zweifelsohne einen hochrelevanten Aspekt fachdidaktischer Forschung dar. Insbesondere muss festgestellt werden, dass die derzeitige Befundlage auf Seiten der Fachdidaktik in diesem Bereich uneinheitlich ist und vertiefte Forschungsarbeit erfordert. Da dieser Aspekt jedoch eine fundamentale Analyse erfordert, die sich neben magnetischen Feldern auch mit elektrischen Feldern, Kraftfeldern, Dichtefeldern, Gravitationsfeldern, etc. beschäftigt, um übergeordnete Kriterien zur Verwendung von Feldmodellen zu erarbeiten, werden entsprechende Vermittlungskonzepte zu magnetischen Feldern im Rahmen dieser Arbeit nicht tiefergehend betrachtet. Daraus ergibt sich, dass die Arbeit inhaltlich keine Entwicklungsarbeit im Bereich des Elektromagnetismus leistet.

2.1.1.2 Experimentelle Zugänge

Experimentelle Zugänge zu magnetischen Phänomenen existieren zu den unterschiedlichsten Inhaltsbereichen und werden in nahezu sämtlichen Phasen der Ausbildung von der Grundschule [Mey91, Gra03, Möl13, Sch13] über die weiterführende Schule [Che11, Wil12, Auf13] bis hin zur Hochschule verwendet [Die00, Sim01, Mal04]. Aufgrund der Vielzahl unterschiedlicher Experimente kann eine Beschreibung experimenteller Zugänge nur exemplarisch erfolgen. In den unteren Jahrgangsstufen beschäftigen sich die Lernenden vielfach mit der Frage, welche Gegenstände von Magneten angezogen werden und welche Objekte scheinbar keine magnetischen Kräfte erfahren [Gra03, Bro07], siehe auch Kapitel 5.1. In einem solchen Experiment analysieren Schülerinnen und Schüler selbstständig die magnetischen Eigenschaften vieler Alltagsobjekte mithilfe von Permanentmagneten. Eine Studie zeigt, dass das Experiment bereits im Kindergarten von Schülerinnen und Schülern eigenständig durchgeführt werden kann und bereits hier strukturierte Untersuchungen zu magnetischen Eigenschaften von Objekten der direkten Umwelt erfolgen [Rav94]. Trotz der scheinbaren Simplizität ist bereits dieses einführende Experiment von großer Bedeutung für die Vorstellungen von Lernenden zu den magnetischen Eigenschaften von Gegenständen aus unserer Umwelt. Eine hilfreiche Studie zu diesem Experiment empfiehlt die Verwendung der Begriffe "magnets" und "non-magnets", die wiederum weiter in "attractables" und "non-attractables" [Bro07, S. 425] unterteilt werden. Eine entsprechende Unterteilung verweist bereits auf eine zugrunde liegende Struktur magnetischer Phänomene, die über die Zuordnung magnetisch, im Sinne von ferromagnetisch, und unmagnetisch, im Sinne von nicht ferromagnetisch, hinausgeht. Häufig werden beim entsprechenden Experiment Objekte jedoch als "magnetisch" und "unmagnetisch" kategorisiert. Die möglichen Konsequenzen und Konzepte zum Umgang mit dieser Problematik werden in Kapitel 5.1 erläutert.

Im Gegensatz zu Modellen, die bislang lediglich für Ferromagnetismus und Elektromagnetismus in der Schule etabliert sind, existieren experimentelle Zugänge nicht nur für alle Jahrgangsstufen, sondern auch zu allen vier zentralen Magnetismusformen (Ferround Elektromagnetismus sowie Dia- und Paramagnetismus). Hervorragende phänomenologische sowie teilweise auch quantitative Experimente finden sich im Bereich Ferromagnetismus in vielen Lehrbüchern zusammengefasst und strukturiert dargestellt im "Spiralcurriculum Magnetismus" (2013) [Auf13, Har13, Möl13]. Wichtig bei der Durchführung von Experimenten zum Ferromagnetismus ist die Demonstration der inneren Struktur und inneren Prozesse [Hei89], die auch im "Spiralcurriculum Magnetismus" phänomenologisch hinreichend Berücksichtigung findet. Während im Bereich Ferromagnetismus auf Seiten der Modelle noch einige ungelöste Probleme existieren, siehe Kapitel 2.1.1.1, gelten die experimentellen Zugänge zum Ferromagnetismus als sehr lernförderlich und zudem motivierend für viele Schülerinnen und Schüler. In einem Beispiel für ein Konzept mit großem Potential zur Motivation der Lernenden werden die Fachgebiete Physik und Kunst in Verbindung gebracht. Das Projekt leitet Schülerinnen und Schüler dazu an, mithilfe von Ferrofluiden und Wasserfarben ästhetische Bilder zu erzeugen [Her14]. Ferrofluide erweisen sich im Allgemeinen als motivierendes Thema für Lernende, das aufgrund der Bezüge zur Nanophysik überdies für die Physik eine gewisse Relevanz besitzt [Ode01, Pie95]. Zur Motivation von Lernenden ist jedoch nicht zwangsläufig der Einsatz von Ferrofluiden notwendig. Bereits die Beschäftigung mit alltäglichen Kühlschrankmagneten und der Versuch der Identifizierung der speziellen Magnetisierungsstruktur (Halbach-Array) kann bei entsprechender Einbettung in die Lehre potentiell großes Interesse auf Seiten der Lernenden wecken [Ols13, Dea14]. Darüber hinaus werden durch die Verfügbarkeit hochenergetischer Seltenerdmagneten in der Lehre seit einigen Jahren auch viele experimentelle Zugänge zu dia- und paramagnetischen Phänomenen entwickelt. Die Experimente umfassen beispielsweise diamagnetische Levitationsprozesse [Sim01, Con03, Kou16], den Nachweis magnetischer Eigenschaften von flüssigem Sauerstoff und Stickstoff [Sim94, Die00] sowie unterschiedlicher Alltagsmaterialien [Saw98, Mal04, Daf09] oder die Deformation von Wasseroberflächen unter dem Einfluss starker Neodymmagneten (Moses-Effekt) [Con03, Che11]. Obwohl elektromagnetische Erscheinungen im Rahmen dieser Arbeit nicht vertiefend bearbeitet werden, sollen dennoch an einem Beispiel aus diesem Themengebiet die vielfältigen Möglichkeiten experimenteller Zugänge erläutert werden. Das Beispiel beschreibt die Fallbewegung eines Neodymmagneten in einem Kupferrohr [Mac93] und weist direkte Anknüpfungspunkte zu den fachlichen Inhalten dieser Arbeit, siehe Kapitel 4.1.5, und den konzipierten experimentellen Zugängen, siehe Kapitel 5 auf. Wegen der zeitlichen Magnetfeldänderung in den Wänden des Kupferrohres bilden sich makroskopische Wirbelströme, die ihrerseits ein Magnetfeld erzeugen, das die Fallbewegung des Magneten extrem abbremst. Dieses einfache und mit geringem technischen Aufwand zu realisierende Realexperiment wird in der fachdidaktischen Forschung unter vielfältigen Gesichtspunkten analysiert und für die Lehre weiterentwickelt. Es finden sich Beschreibungen, die das Experiment zur Behandlung der Dynamik von Fallprozessen nutzen [Won10, Pat14] und solche, die durch die Fallbewegung Rückschlüsse auf die Dimensionen und die Wandstärke des Rohres [Don09] oder aber die Eigenschaften des Magneten ableiten [Naj14]. Dazu ermöglicht das Experiment die Auseinandersetzung mit dem Thema der elektromagnetischen Induktion [Woo13]. Einfache Phänomene können somit unter Berücksichtigung entsprechender Fragestellungen vielfältig genutzt werden.

Insgesamt kann festgestellt werden, dass der Alltagsbezug vieler magnetischer Phänomene und die praktische Verwendung von Magneten durch die experimentelle Ausrichtung der Auseinandersetzung unterschiedlichster experimenteller Zugänge zur Vermittlung von Magnetismus aufgegriffen wird. Es muss jedoch weiterhin konstatiert werden, dass die unterschiedlichen Experimente zum Dia- und Paramagnetismus trotz der in der Regel einfachen Durchführung und der damit verbundenen erstaunlichen Phänomene bislang in der Praxis nicht in entsprechendem Maße berücksichtigt werden [Ada07]. Eine mögliche Ursache für die fehlende Berücksichtigung dieser Experimente in Lehrkonzepten könnte das Fehlen von tragfähigen Modellen und einer Sachstruktur für Dia- und Paramagnetimus in einem Gesamtkonzept zum Magnetismus darstellen.

2.1.2 Empirische Befunde zum konzeptuellen Verständnis und mentalen Modellen von Lernenden

Ergänzend zur Entwicklungsarbeit im Bereich von Vermittlungskonzepten beschäftigt sich fachdidaktische Forschung mit der Wirkung der verwendeten Ansätze und mentalen Prozesse der Lernenden bei der Auseinandersetzung mit fachlichen Inhalten. In sämtlichen Fachgebieten innerhalb der Physik wird versucht, Lernenden ein konzeptuelles Verständnis der jeweiligen Thematik zu vermitteln. Konzeptuelles Verständnis bezeichnet Wissen, das über die bloße Reproduktion von Fakten hinausgeht und durch Vernachlässigung spezifischer inhaltlicher Details und damit einhergehender Hervorhebung grundlegender Konzepte gekennzeichnet ist [And96, Moo09]. Durch die Ausbildung konzeptueller Grundmuster werden Lernende in die Lage versetzt Wissen zu transferieren und kontextunabhängig anzuwenden. Konzeptuelles Verständnis wird zudem als Grundlage für die strukturierte Auseinandersetzung mit Phänomenen angesehen [Cha12]. Im Bereich des Magnetismus existieren vergleichsweise einheitliche Ansichten über die notwendigen Grundkonzepte, die sich in der Regel an einer Untersuchung von Barrow (1987) orientieren, siehe Abbildung 2.4 [Bar87].

Die Grundkonzepte zum Magnetismus nach Barrow (1987) sollen dabei allen Lernenden der sechsten Klasse bewusst sein [Bar87]. Betrachtet man diese Konzepte, zeigen sich zwei interessante Aspekte. Zunächst entsprechen die meisten der Grundkonzepte den phänomenologischen Erkenntnissen, die aus den Modellen zur Beschreibung von Ferromagnetismus, wie in Kapitel 2.1.1 beschrieben, abgeleitet werden können. Darüber hinaus ergibt sich aus diesen Grundkonzepten, die von vielen Untersuchungen rezipiert werden, ein weiterer Hinweis auf die Dominanz von Ferromagnetismus und Elektromagnetismus als zentrale magnetische Erscheinungsformen aktueller Vermittlungskonzepte. Weiterhin zeigen Analysen von Schulbüchern in den USA, dass auch diese die Grundkonzepte nach Barrow (1987) nahezu vollständig aufgreifen und verwenden [Bar87, Bar00, Bar07].

Eine wichtige Kenngröße zur Vermittlung von konzeptuellem Verständnis stellen mentale Modelle und Vorstellungen der Lernenden dar. Durch Alltagserfahrungen bringen die Lernenden zu nahezu allen physikalischen Inhaltsgebieten bereits eigenständig konstruierte Vorstellungen mit in den Unterricht, die in der Regel nicht mit den fachlich adäquaten Vorstellungen übereinstimmen [Mul11]. Um ein grundlegendes konzeptuelles Verständnis aufbauen zu können, das anschlussfähig an komplexere fachliche Inhalte ist, müssen die Vorstellungen der Lernenden von Vermittlungskonzepten aufgegriffen und umfangreich berücksichtigt werden [Dui15]. Den Magnetismus betreffend existieren vielfältige Untersuchungen zu Schülervorstellungen, die sich jedoch im Wesentlichen auf jüngere Lernende beziehen [Ban36, Eri94, Con01, Dui12]. Neben Alltagsvorstellungen und Präkonzepten entwickeln die Lernenden jedoch auch in der Vermittlungssituation selbst mentale Modelle, mithilfe derer sie versuchen die Lerninhalte zu strukturieren, sie begreifbar zu machen und mit dem bereits vorhanden



Abbildung 2.4: Darstellung von typischen Schülervorstellungen zu magnetischen Phänomenen nach [Bar87, S. 56]. Die Vorstellungen entsprechen den zu erwartenden Grundkonzepten von Schülerinnen und Schülern der sechsten Klasse.

Wissen in Verbindung zu setzen [Gen83]. Diese mentalen Modelle können sich beispielsweise beim Magnetismus stark von den in den Grundkonzepten angestrebten Lernzielen, siehe Abbildung 2.4, unterscheiden [Eri94, Tar98, Mal01].

Die Untersuchungen zu den Vorstellungen der Lernenden beziehen sich ausschließlich auf ferromagnetische und elektromagnetische Phänomene und Konzepte. Es existieren keine Untersuchungen zu Grundvorstellungen zu den Erscheinungsformen Dia- und Paramagnetismus. Da jedoch, wie in Kapitel 2.1.1.2 beschrieben, Schülerinnen und Schülern teilweise bereits im Sachunterricht Klassifizierungen magnetischer und unmagnetischer Stoffe vornehmen, ist davon auszugehen, dass Lernende die Vorstellung besitzen, dass die Vielzahl der Objekte unseres Alltags und unserer Umwelt nicht mit Magneten wechselwirken. Diese Annahme wird zudem durch Alltagserfahrungen der Lernenden gestützt und stellt gewissermaßen die einzige Vorstellung zu den magnetischen Erscheinungsformen Dia- und Paramagnetismus dar.

In Anhang A.1 findet sich eine Übersicht zu den Grunddaten der den nachfolgend beschriebenen Befunden zugrunde liegenden Untersuchungen.

2.1.2.1 Konzeptuelles Verständnis von Lernenden

Das konzeptuelle Verständnis von Lernenden wird häufig durch einen Vergleich mit den Grundkonzepten zur Beschreibung von Magnetismus nach Barrow (1987) analysiert [Bar87]. Eine Studie unter Grundschulkindern zeigt, dass diese vor und auch nach einer Unterrichtseinheit nur in etwa zur Hälfte über adäquate Grundkonzepte zum Magnetismus verfügen [Kop10]. Dies kann einerseits auf die Qualität der auf dem Modell der Elementarmagneten basierenden Instruktionen hinweisen und andererseits verdeutlichen, dass die Grundkonzepte zum Magnetismus eine intensive Auseinandersetzung mit magnetischen Phänomenen bedingen, die sich bei jüngeren Schülerinnen und Schülern nicht allein durch Alltagserfahren ergeben. In einer anderen Untersuchung mit Lernenden derselben Altersgruppe erfolgt zunächst eine Auseinandersetzung mit magnetischen Alltagsphänomenen und eine Übertragung dieser Erfahrungen auf einfache Experimente mit Alltagsmaterialien in der Lehrsituation [Ver14]. Im Anschluss daran werden die Lernenden aufgefordert, die Ursachen für Wechselwirkungen zwischen Magneten zu identifizieren. Die Erklärungen zeigen, dass einige Schülerinnen und Schüler eigenständig Vorstellungen bestimmter magnetischer Bereiche innerhalb von Objekten aufbringen, sodass die in Kapitel 2.1.1.1 beschriebenen Modelle hinsichtlich dieses Aspektes nah an den Vorstellungen der Lernenden sind [Ver14].

Eine Studie zum konzeptuellen Verständnis im Bereich Elektromagnetismus akzentuiert die Bedeutung von realen Experimenten und erfahrbaren Phänomenen [Cha12]. Die Untersuchung zeigt, dass ohne entsprechende Zugänge die Entwicklung von konzeptuellem Verständnis bei Lernenden nur schwer möglich ist, da die Konzepte nicht mit eigenständigen realen Erfahrungen verknüpft werden [Cha12]. In diesem Sinne plädiert die Untersuchung für die Auseinandersetzung mit Phänomenen und einer daran anschließenden Analyse eben dieser durch die Lernenden zur Entwicklung von konzeptuellem Verständnis. Insbesondere angesichts der vielfältigen experimentellen Zugänge im Bereich Magnetismus erscheint diese Grundkonzeption sinnvoll. Sie weist Übereinstimmungen mit Wagenscheins genetischer Didaktik auf (1983) [Möl01], die ebenfalls die Bedeutung realer Phänomene hervorhebt [Wag83] und entspricht aktuellen Forderungen nach dem Einbezug realer Phänomene als Element des naturwissenschaftlichen Unterrichts [Øst08, Wes11]. Die grundlegende Ausrichtung der Inhalte an realen Phänomenen wird in der fachlichen Strukturierung des Projektes *Magnetismus hoch 4* aufgegriffen.

Auch für die Hochschule existieren Untersuchungen zum konzeptuellen Verständnis von Lernenden im Bereich Magnetismus. Eine Studie verwendet den "Conceptual Survey of Electricity and Magnetism" (CSEM) zur Analyse des konzeptuellen Verständnisses von Studierenden zu Beginn des Studiums vor und nach einer Instruktionseinheit [Mal01]. Der Test untersucht sowohl die Kenntnisse über Phänomene als auch das formale Wissen der Studierenden. Im Bereich der Phänomene zeigt sich, dass Studierende im Vergleich zur Mechanik mit elektrischen und insbesondere magnetischen Phänomenen deutlich weniger vertraut sind und in diesem Bereich nur ein geringes konzeptuelles Verständnis aufweisen [Mal01]. Eine vergleichbare Untersuchung nutzt mit dem "Brief Electricity & Magnetism Assessment" (BEMA) ein alternatives Erhebungsinstrument, aber weist mit diesem ebenfalls ein geringes konzeptuelles Verständnis der Studierenden im Bereich Magnetismus nach [Din06]. Auch offenbaren Studien teilweise das Problem, dass Studierende nicht zwischen magnetischen Kräften und magnetischen Feldern unterscheiden können [Gui04] und gegenseitige Wechselwirkungen zwischen elektrischen und magnetischen Feldern von Studierenden nicht nachvollzogen werden [Kes11].

Andere Untersuchungen fokussieren eher die mathematischen und formalen Kenntnisse der Studierenden [Kes11, Pep12]. Die Studien weisen dabei nach, dass sich Lernende an der Hochschule, auch nach einführenden Kursen zur Elektrizitätslehre und zum Elektromagnetismus, beispielsweise nicht der vektoriellen Natur von Feldern bewusst sind [Kes11]. Auch bereitet Umgang mit mathematischen Formalismen und physikalischen Gesetzen, die solche Formalismen verwenden, wie beispielsweise das Gaußsche Gesetz, siehe Kapitel 4.1.3.1, Probleme [Pep12]. Als Ursache für den mangelhaften Umgang der Studierenden mit stark formalen und mathematischen physikalischen Zusammenhängen werden vor allem mangelhafte Kenntnisse im Bereich der Mathematik angeführt [Pep12]. Darüber hinaus erscheint es jedoch auch denkbar, dass Studierende aufgrund fehlender Bezüge zum real Erfahrbaren keine Verknüpfungen zwischen formalen Gesetzen und Phänomenen herstellen können und auf diese Art und Weise Probleme beim Lernen resultieren.

Die bisherigen Vermittlungskonzepte zum Magnetismus scheinen somit auf unterschiedlichen Niveaus und aus verschiedenartigen Gründen das konzeptuelle Verständnis der Lernenden nicht im erwünschten Maße positiv zu fördern. Die angeführten Untersuchungen bilden dabei den aktuellen Stand der Forschung ab und verweisen stets auf die Notwendigkeit der Berücksichtigung von Phänomenen im Zusammenhang mit theoretischen fachlichen Inhalten. Dieser Aspekt soll in der Entwicklungsarbeit im Rahmen dieser Arbeit als strukturierendes Element berücksichtigt werden.

Weiterhin muss festgestellt werden, dass nur wenige Befunde Aussagen über das konzeptuelle Verständnis von Lernenden zu Dia- und Paramagnetismus treffen. So existiert in diesem Kontext nur eine Untersuchung, in der die Vorstellungen von Physikstudierenden hinsichtlich der Magnetisierung unterschiedlicher Objekte im äußeren Magnetfeld erhoben werden [Tan08]. Die Ergebnisse der Studie zeigen, dass die Studierenden zu jeweils etwa 30% in der Lage sind, die Magnetisierung einer ferro- und paramagnetischen Substanz in einem Magnetfeld anzugeben [Tan08]. Für diamagnetische Materie beträgt der Anteil richtiger Antworten etwa 14% [Tan08]. Auch beim Diamagnetismus identifizieren ca. 30% der Studierenden die Richtung der Magnetisierung analog zum Ferromagnetismus [Tan08]. Es ist somit anzunehmen, dass ein scheinbar besseres Verständnis für Paramagnetismus aus der gleichgerichteten Magnetisierung beim Ferro- und Paramagnetismus resultiert. Die Ergebnisse lassen ahnen, dass Studierende grundsätzlich eher mit ferromagnetischen Phänomenen vertraut sind und nur wenige Studierende Kenntnisse über Dia- und Paramagnetismus besitzen. Während bereits im Bereich des Ferromagnetismus die Notwendigkeit besteht Vermittlungsansätze zu konzipieren, die das konzeptuelle Verständnis der Lernenden fördern, gilt dies somit umso mehr für dia- und paramagnetische Erscheinungen.

2.1.2.2 Vorstellungen von Lernenden und mentale Modelle

Die Berücksichtigung von Schülervorstellungen für die Vermittlung im Bereich der Physik wird als sehr bedeutsam eingeschätzt, um Vermittlungskonzepte an die Voraussetzungen der Lernenden anzupassen [Wie95, Ham96b, McD99, Mul11]. Im Bereich des Magnetismus wird dies u. a. dadurch deutlich, dass teilweise experimentelle Zugänge konstruiert werden, die ausschließlich auf existierende Schülervorstellungen Bezug nehmen [Wil12].

Eine ausführliche Übersicht und Zuordnung der Vorstellungen von Lernenden zu unterschiedlichen Phasen der physikalischen Ausbildung findet sich bei Sederberg (2011) [Sed11]. Anhand dieser Struktur soll nachfolgend eine Übersicht über unterschiedliche Vorstellungen gegeben werden. Zu Beginn der Grundschule ist bei Schülerinnen und Schülern bereits ein Konzept nachzuweisen, das besagt, dass einige Objekte von Magneten angezogen werden und andere nicht [Kir93, Con01]. In Forschungsarbeiten zu diesem Konzept zeigt sich, dass von Lernenden die anziehenden Kräfte oft mit der Vorstellung von Klebstoffen in Verbindung gebracht werden [Dui89]. Teilweise identifizieren Schülerinnen und Schüler sämtliche Metalle [Kir93] als von Magneten beeinflusste Materialien oder ordnen diese Eigenschaft allen silberfarbenen Objekten zu [Ste94].

Weiterhin ist den Schülerinnen und Schülern bewusst, dass Magneten einander anziehen, aber auch abstoßen können. Die Lernenden identifizieren Magnetismus als Wechselwirkung zwischen zwei Objekten und nicht als Eigenschaft eines Objektes [Con01]. Im weiteren Verlauf der Grundschule deuten Lernende die magnetische Anziehung fälschlicherweise als besondere Form der Gravitation [Bar87]. Die Verbindung von magnetischen Kräften und der Gravitation ergibt sich auch als Denkmuster von älteren Lernenden im Bereich der Sekundarstufe II [Tar98]. Die magnetischen Pole befinden sich nach Aussagen der Lernenden nur an den Enden von Permanentmagneten [Bar87]. Auch diese Vorstellung findet sich bei älteren Lernenden wieder [Tar98, Bra07]. Sie ist zudem bereits Gegenstand eines fachdidaktischen Diskurses und ergibt sich möglicherweise aus der visuellen Realisierung von Modellen zum Ferromagnetismus [Her95]. Bereits in der fünften Klasse geben die Lernenden zudem an, dass Magneten aus kleinen Magneten aufgebaut sind, die Molekülen entsprechen [Bar87].

Eine immer wiederkehrende Vorstellung der Lernenden bezieht sich auf die Verbindung von Konzepten des Magnetismus zu Elementen der Elektrizitätslehre. Eine dieser Vorstellungen führt die Anziehung von Magneten auf die Tatsache zurück, dass sich in der einen Hälfte eines Magneten Elektronen und in der anderen Hälfte Protonen befinden und somit eine Anziehung durch elektrostatische Kräften resultiert [Bar87, Tar98, Sag06]. Eine andere Vorstellung führt magnetische Felder auf bewegte elektrische Ladungen zurück [Sag06].

Das Magnetfeld selbst wird von älteren Lernenden im Bereich der Sekundarstufe I und II als eine Region gedeutet, in der eine Kraft Objekte anzieht und abstößt [Tar98]. Der Wirkungsbereich besitzt dabei in der Vorstellung vieler Schülerinnen und Schüler eine klare Grenze, die etwa 8 cm vom Magneten entfernt ist [Mey91, Kir93, Eri94]. Zudem gehen Lernende davon aus, dass auch statische Ladungen in Magnetfeldern Kräfte erfahren [Sag06].

Magnetische Phänomene, denen teilweise sogar ein "magischer" Charakter zugewiesen wird [Ban36, Bar87, Rac09], werden von Lernenden somit in vielfältiger Art und Weise gedeutet. Die Darstellung unterschiedlicher Forschungsbefunde offenbart die vielfältigen Konzepte von Lernenden, die bei der Vermittlung von Magnetismus in den einzelnen Jahrgangsstufen berücksichtigt werden müssen [Sed11].

Eine bedeutsame Untersuchung zu mentalen Modellen findet sich bei Erickson (1994) [Eri94]. In der Studie erhalten Schülerinnen und Schüler der vierten, siebten und zehnten Klasse jeweils die Aufgabe, innerhalb einer vorgegebenen Zeit Experimente zur Beantwortung einer physikalischen Fragestellung mit gegebenem Material zu entwickeln [Eri94]. So sollen die Lernenden mit drei äußerlich gleichartigen Magneten ein Experiment entwickeln, das die Identifikation des stärksten dieser drei Magneten erlaubt [Eri94]. In allen Altersgruppen wird die Entfernung zwischen Objekt und Magnet als Variable berücksichtigt. Auch die Anzahl der vom Magneten gleichzeitig angezogenen Objekte wird von allen Schülerinnen und Schülern als Kriterium zur Beantwortung dieser Fragestellung herangezogen. Die Deutung des Verhaltens der Lernenden erfolgt mithilfe der Erklärungsmodelle für Magnetismus nach Meyer (1991) und sagt aus, dass sich mit dem Alter vor allem ein stärker strukturiertes Vorgehen entwickelt [Mey91, Eri94]. Die Erklärungsmodelle nach Meyer (1991) benennen zunächst das so genannte "pulling model", bei dem lediglich eine Beschreibung und Nennung der anziehenden Wechselwirkung erfolgt [Mey91]. Dieses Erklärungsmodell zeigt sich in der Untersuchung vor allem bei Lernenden der vierten und siebten Klasse. In anderen Erklärungsmodellen, wie dem "emanating model", wird versucht die Wechselwirkung auf eine vom Magnet ausgehende Strahlung zurückzuführen, die von großen Objekten abgeschirmt werden kann [Mey91]. Im "enclosing model" beschreiben Schülerinnen und

Schüler ein Feld in der Umgebung des Magneten durch das Objekte angezogen werden [Mey91]. In der Untersuchung Ericksons (1994) lassen sich sämtliche Modelle identifizieren, wobei eine eindeutige Zuordnung von bestimmten Modellen zu Jahrgangsstufen nicht getroffen werden kann [Eri94].

Auch Tarciso Borges und Gilbert (1998) setzen sich mit mentalen Modellen zum Magnetismus auseinander und untersuchen die Existenz eben dieser bei Studierenden, Physiklehrkräften, Ingenieurinnen und Ingenieuren sowie Arbeitenden, in deren Alltag Elektromagnetismus von praktischer Relevanz ist [Tar98]. Im Gegensatz zu Erickson (1994) beziehen sich Tarciso Borges und Gilbert (1998) nicht nur auf die Wechselwirkungen zwischen Magneten und Objekten, sondern auch auf die Natur magnetischer Phänomene [Eri94, Tar98]. Aus Interviews mit den Befragten Personen ergeben sich fünf Modelle. Im Modell "magnetism as pulling" wird Magnetismus Magneten als intrinsische und natürliche Eigenschaft zugeordnet. Personen, die in diesem Modell denken, besitzen kein Bewusstsein dafür, dass weitergehende Erklärungen zur Beschreibung magnetischer Phänomene notwendig sind, obwohl sie nicht in der Lage sind, die Existenz von Polen oder das Verhalten eines Kompasses zu beschreiben. Im nächst komplexeren Modell "magnetism as a cloud" sind Magneten von einer Wolke umgeben innerhalb derer Objekte Kräfte erfahren. Diese Vorstellung orientiert sich an einem dem Gravitationsfeld ähnlichen Kraftfeld. Auch in diesem Modell wird Magnetismus als intrinsische Eigenschaften von Magneten beschrieben. Das dritte Modell "magnetism as electricity" weist auf den bereits genannten Bezug zwischen elektrischen Ladungen und magnetischen Polen hin. Personen, die in diesem Modell denken, sind sich unsicher, ob elektrische und magnetische Phänomene als gleiche oder unterschiedliche Inhalte eingeordnet werden müssen. In dieser Vorstellung fehlt, wie bei den vorherigen, ein Bezug zu einer wie auch immer gearteten mikroskopischen Dimension. Das vierte Modell "magnetism as electric polarization" verwendet einen deutlich elaborierten Mechanismus zur Erklärung von Magnetismus auf Grundlage der Elektrostatik und findet sich hauptsächlich bei Studierenden höherer Semester, Lehrpersonen sowie Ingenieurinnen und Ingenieuren. Das Modell erweitert die Vorstellung von "magnetism as electricity" um eine mikroskopische Dimension. Das Modell gibt an, dass bei Kontakt zwischen Magneten und metallischen Objekten eine Umordnung der Ladungen im Metall erfolgt. Dies bedingt wiederum die Wechselwirkung. Innerhalb der mikroskopischen Dimension weist das Modell einem Magneten intrinsische magnetische Dipolmomente zu und erweist sich somit als fachlich anschlussfähig. Das komplexeste und aus fachlicher Perspektive angemessene "field model" ersetzt die direkte Wechselwirkung zwischen Magnet und Objekt durch eine feldähnliche Vorstellung. Das Modell führt die magnetischen Dipolmomente sowohl auf Spins als auch auf mikroskopische Wirbelströme zurück und erweist sich somit als fachlich überaus elaboriert.

Betrachtet man die Modelle, wird nur bei den beiden letztgenannten versucht, Ursachen für die magnetischen Phänomene zu benennen. Die Untersuchung von Tarciso Borges und Gilbert (1998) offenbart, dass auch Experten vielfach keine adäquaten Vorstellungen von Magnetismus besitzen und ihr Denken von nicht adäquaten mentalen Modellen stark beeinflusst wird [Tar98]. Auch in dieser Studie offenbart sich, dass bei der Beschreibung und Erklärung magnetischer Erscheinungen häufig auf Analogien aus dem Bereich der Elektrizitätslehre zurückgegriffen wird, wie am Beispiel der elektrischen Polarisierung zu sehen ist, die zur mikroskopischen Beschreibung magnetischer Phänomene genutzt wird.

Die Dominanz bestimmter Vorstellungen von Lernenden und die Präsenz mentaler Modelle ohne das Potential einer konsistenten Erweiterung hin zu fachlich adäquaten Vorstellung ergibt die Notwendigkeit ein Lehrkonzept zu entwickeln, dass im Gegensatz zu bisherigen Ansätzen Phänomene, Modelle und Theorien verbindet, um auf diese Art und Weise Lernenden geeignete Grundkonzepte zu vermitteln, die an unterschiedliche Inhalte der Vermittlungskonzepte gebunden sind und zudem konsistent erweitert werden können. In Kapitel 7 werden empirische Befunde zum konzeptuellen Verständnis von Lernenden nach Auseinandersetzung mit den Inhalten des Projektes *Magnetismus hoch 4* dargestellt, die sich aus dem Praxiseinsatz des Lehrkonzeptes und einer in diesem Kontext durchgeführten Untersuchung ergeben.

2.2 Befragung von Lehrpersonen zur aktuellen Behandlung von Magnetismus

Für die im Projekt Magnetismus hoch 4 angestrebte Entwicklung eines umfassenden Lehrkonzeptes zum Magnetismus ist es von Bedeutung, die tatsächliche Verwendung von Modellen, siehe Kapitel 2.1.1.1, in der aktuellen Praxis genauer einschätzen zu können. Mit Bezug zu den Modellen erscheint es besonders interessant herauszufinden, ob die zuvor beschriebenen Abstufungen hinsichtlich der Komplexität und theoretischen Grundannahmen der jeweiligen Modelle von Lehrerinnen und Lehrern im Unterricht bereits berücksichtigt werden. Weiterhin ergibt sich die Frage nach der Eignung der Modelle für eine langfristige Betrachtung von Magnetismus, d. h. welches Modell eignet sich in unterschiedlichen Phasen der Ausbildung. Da die Beurteilung der Stärken und Schwächen der Modelle in den in Kapitel 2.1.1.1 beschriebenen Analysen sich aus der Perspektive des Faches und der Fachdidaktik ergibt, soll weiterhin untersucht werden, welche Einschätzungen von Lehrpersonen hinsichtlich positiver und negativer Aspekte der Modelle getroffen werden.

In den bisherigen Beschreibungen von Vermittlungskonzepten wird immer wieder auf die große Bedeutung von realen Phänomenen und Anwendungen mit Bezug zu fachlichen Inhalten hingewiesen [Har13, Möl13, Sch13]. Für die Entwicklung eines Lehrkonzeptes soll erhoben werden, welche Anwendungen und Phänomene das Interesse von Lernenden wecken und zu welchen Themen Lehrpersonen Materialien begrüßen würden. An dieser Stelle ist die aktuelle Befragung der Lehrpersonen wichtig, um auch aktuelle Bezüge des Magnetismus zu Anwendungen, etc. mitberücksichtigen zu können, die vom traditionellen Vorgehen abweichen.

2.2.1 Durchführung und Konzeption

Die Befragung der Lehrpersonen zur aktuellen Berücksichtigung von Magnetismus in der Lehre und zur Klärung des Bedarfes an Materialien von Lehrerinnen und Lehrern für den Unterricht wird in Anlehnung an eine Bedarfsanalyse zur Einführung der nichtlinearen Physik in der Schule durchgeführt [Hau15]. Als Instrument zur Erhebung verwendet die Studie einen Fragebogen mit offenen und geschlossenen Items. Diese Untersuchungsform erscheint geeignet, um eine große Anzahl von Lehrpersonen befragen zu können und so einen umfassenden Überblick über die aktuelle Praxis zu erlangen. Die Verwendung offener Items erlaubt es den Lehrerinnen und Lehrern darüber hinaus, zu bestimmten Items eigene Aspekte und Ansichten in die Untersuchung einzubringen. Dies gilt insbesondere für die Beurteilung der Modelle zum Magnetismus, siehe Kapitel 2.1.1.1.

Die Erhebungen werden im Rahmen von Lehrerfortbildungen in unterschiedlichen deutschen Bundesländern in den Jahren 2014 und 2015 durchgeführt. Es ist davon auszugehen, dass die spezifischen Kernlehrpläne der Bundesländer für die Interpretation der Ergebnisse zu berücksichtigen sind. Da die Untersuchung insgesamt jedoch Hintergrundwissen für die Entwicklungsarbeit des Projektes *Magnetismus hoch 4* liefert und als Grundlage für mögliche Weiterentwicklungen der im Rahmen dieser Arbeit konzipierten Inhalte angesehen werden kann, erfolgt keine Analyse unter expliziter Berücksichtigung dieses Einflussfaktors. Die Stichprobe umfasst insgesamt N = 117 Lehrerinnen und Lehrer. Die Lehrpersonen sind durchschnittlich etwa 45 Jahre alt und seit ca. 14 Jahren im Schuldienst. Der Anteil der weiblichen bzw. männlichen Lehrpersonen beträgt 32 % bzw. 68 %. Das durchschnittliche Alter der männlichen und weiblichen Lehrpersonen sowie die Unterrichtserfahrung unterscheidet sich in beiden Gruppen nicht signifikant. Es zeigt sich, dass die befragten Lehrerinnen und Lehrer somit eine gewisse Erfahrungsbasis aufweisen. Weitere demographische Daten, wie der aktuelle berufliche Status, der Studienort, der Studienabschluss und die unterrichteten Ausbildungsphasen (Primarstufe, Sekundarstufe I, Sekundarstufe II), werden ebenfalls erhoben.

Die Durchführung der Studie erfolgt mit zwei unterschiedlichen Versionen des Fragebogens. Für die ursprüngliche Version A des Fragebogens beträgt die Stichprobengröße N = 40. Die zweite Version des Fragebogens, Version B mit N = 77, kann als Überarbeitung des ursprünglichen Fragebogens interpretiert werden. Es sollen nun die unterschiedlichen Items von Version B des Fragebogens beschrieben werden. Dabei werden an entsprechenden Stellen die zugehörigen Items aus Version A des Fragebogens und die Gründe für die Überarbeitung genannt. Vollständige Darstellungen beider Versionen des Fragebogens finden sich in den Anhängen C.1 und C.2. Die Items zu den demographischen Daten 1.1. bis 1.7. stimmen bei beiden Versionen des Fragebogens überein. Aufgrund der Tatsache, dass die Fragebögen die Begriffe Dia-, Para- und Ferromagnetismus enthalten und der Einsatz von Version A ergibt, dass einigen Lehrerinnen und Lehrern die hinter den Begriffen verborgenen physikalischen Phänomene nicht bekannt sind, enthält Version B des Fragebogens eine kurze Beschreibung der zentralen Eigenschaften von Dia-, Para- und Ferromagnetismus.

2.1. Welches Modell verwenden Sie in Ihrem Unterricht zur Erklärung von Magnetismus?

Dieses geschlossene Item zeigt den Lehrpersonen die in Abbildung 2.2 dargestellten Visualisierungen von Modellen zur Beschreibung von Magnetismus. Die Lehrpersonen werden gebeten anzugeben, ob das entsprechende Modell in der Klasse 5 und 6, 7 bis 10 oder der Sekundarstufe II eingesetzt wird. Zusätzlich wird erhoben, welche magnetischen Erscheinungsformen mithilfe des Modelles im Unterricht behandelt werden. Zudem erhalten die Lehrpersonen die Möglichkeit, ein weiteres Modell zu skizzieren und entsprechend zu kategorisieren. Mithilfe des Items soll die bereits genannte Berücksichtigung der Abstufung der Komplexität der Modelle im Unterricht untersucht werden. Darüber hinaus zeigt sich durch das Item, welchem Modell im Unterricht zum Magnetismus insgesamt die größte Bedeutung zukommt.

In Version A des Fragebogens lautet die zugehörige Formulierung des Items: 2.1. Welches mikroskopische Modell verwenden Sie im Bereich der Klassen 5 und 6 in Ihrem Unterricht zur Erklärung von Permanentmagnetismus? Die Lehrpersonen erhalten hier das Modell der Elementarmagnete, das Modell der Kompassnadeln und das Modell der mikroskopischen Kreisströme als vorgegebene Auswahl und können ebenfalls ein weiteres Modell frei ergänzen. Aufgrund der Einschränkung auf eine Jahrgangsstufe ermöglicht dieses Item jedoch keine Aussagen über den zeitlichen Verlauf der Verwendung der Modelle.

- 2.2. Welches Modell würden Sie in Ihrem Unterricht in der Klasse 5 und 6 für Ferromagnetismus bevorzugen?
- 2.3. Welche drei zentralen Stärken hat für Sie dieses von Ihnen bevorzugte Modell?
- 2.4. Sehen Sie auch Schwächen beim bevorzugten Modell?

Diese offenen Items sollen klären, welche Einschätzung der Stärken und Schwächen der bedeutsamsten Modelle von den Lehrpersonen als Vertreter der Praxis getroffen wird, da davon ausgegangen werden muss, dass diese sich von den zuvor beschriebenen Stärken und Schwächen in gewisser Weise unterscheiden. Eine entsprechende Erhebung der Stärken und Schwächen der Modelle für Ferromagnetismus in der Klasse 5 und 6 findet sich auch in Version A des Fragebogens. Die Items 2.5. bis 2.7. von Version B des Fragebogen beinhalten analog die Untersuchung der Stärken und Schwächen des für die Sekundarstufe II bevorzugten Modelles, da angenommen wird, dass in der Bewertung möglicherweise altersabhängige Unterschiede berücksichtigt werden müssen. Version A des Fragebogens untersucht diese Fragestellung analog in der Items 2.2. und 2.3. für die Jahrgangsstufen 5 und 6.

- 2.8.1. Mit welchen Beispielen, Anwendungen oder Modellen behandeln Sie Paramagnetismus im Unterricht?
- 2.8.2. Ich verwende diesen Anatz für Paramagnetismus in der Jahrgangsstufe...

Dieses offene bzw. geschlossene Item zielt auf die Berücksichtigung alternativer magnetischer Erscheinungsformen in der Lehre an Schulen ab. Die Items 2.9.1. und 2.9.2. entsprechen den genannten Items für die magnetische Erscheinungsform Diamagnetismus. Der Umstand, dass die Vermittlungskonzepte, siehe Kapitel 2.1.1, darauf hinweisen, dass Dia- und Paramagnetismus im Gegensatz zum Ferromagnetismus im Unterricht nicht behandelt werden, soll mithilfe dieses Items überprüft werden. Sollten diese magnetischen Erscheinungsformen doch als Teil des Unterrichts existieren, erscheint die Art und Weise der Vermittlung interessant. In Version A des Fragebogens lautet das entsprechende Item: 2.4. Magnetismus lässt sich im Wesentlichen in die drei Erscheinungsformen Dia-, Para- und Ferromagnetismus unterteilen. Gehen Sie auf die Unterscheidung der verschiedenen Arten im Unterricht ein? Wenn ja, wie?. Die Ergebnisse zu diesem Item in Version A zeigen, dass nur wenige Lehrpersonen der Bitte um Auskunft bei dieser sehr weiten Formulierung der Fragestellung nachkommen. Version B versucht an dieser Stelle, mit etwas mehr Anleitung der Befragten ausführlichere Informationen zu erbringen.

- 3.1. Welche der folgenden Anwendungen oder Naturphänomene stoßen Ihrer Meinung nach bei Schülerinnen und Schülern auf großes Interesse im Unterricht?
- 3.2. Für welche der obigen Anwendungen oder Naturphänomene würden Sie geeignetes Unterrichtsmaterial begrüßen?

Diese beiden geschlossenen Items sollen klären, welche Phänomene und Anwendungen aus Perspektive der Schülerinnen und Schüler bzw. der Lehrpersonen relevant für den Unterricht sind. Es sollte jedoch für die Einschätzung der Aussagekraft von Item 3.1. berücksichtigt werden, dass die Befragung von Lehrpersonen zum Interesse von Schülerinnen und Schülern nicht optimal ist. Da die Durchführung einer weiteren Befragung von Schülerinnen und Schülern im Rahmen der Arbeit nicht geleistet werden kann und die Lehrerinnen und Lehrer durchschnittlich über viele Jahre Berufserfahrung verfügen, kann das Item möglicherweise dennoch erste Indizien auf ein mögliches Interesse der Lernenden liefern. Die Items entsprechen vollständig 3.1. und 3.2. aus Version A des Fragebogens.

2.2.2 Auswertung, Ergebnisse und Diskussion

Die Beschreibung der Fragebogenitems erfolgt in Kapitel 2.2.1 getrennt für den zeitlichen Verlauf des Einsatzes von Modellen, für die Stärken und Schwächen von Modellen für Ferromagnetismus, für die Konzepte zur Vermittlung von Dia- und Paramagnetismus sowie für die relevanten Anwendungen und Naturphänomene. Entsprechend wird die nachfolgende Beschreibung und Diskussion der Ergebnisse ebenfalls in diese vier Bereiche unterteilt.

2.1. Welches Modell verwenden Sie in Ihrem Unterricht zur Erklärung von Magnetismus?

Die Ergebnisse finden sich in Abbildung 2.5 dargestellt und beziehen sich auf eine Stichprobengröße von N = 77 bei Version B des Fragebogens. Die Ergebnisse zeigen zunächst, dass das Modell der Elementarmagneten in den Jahrgangsstufen 5 und 6 mit 50 Nennungen am stärksten verwendet wird. Jedoch ist auch das Modell der Kompassnadeln im Unterricht der befragten Lehrpersonen aufgrund von 31 Nennungen noch nennenswert vertreten. Das Modell mikroskopischer Kreisströme und die Weissschen Bezirke werden nur von 4 bzw. 3 Lehrpersonen genannt und besitzen somit keine Relevanz für den Unterricht zum Magnetismus in den Jahrgangsstufen 5 und 6. Bei der Auswertung des Items wird nicht zwischen den unterschiedlichen Magnetismusformen unterschieden.



Abbildung 2.5: Ergebnisse zu Item 2.1. der Fragebogenuntersuchung zur Berücksichtigung von Magnetismus in der schulischen Praxis. Die Ergebnisse beziehen sich auf die Verwendung von Modellen zur Beschreibung von Magnetismus (Stichprobe N = 77).

In den Jahrgangsstufen 7 bis 10 geben jeweils 34 Lehrpersonen an, das Modell der Elementarmagneten bzw. das Modell der Kompassnadeln zu verwenden. Damit wird das Modell der Elementarmagneten deutlich weniger genutzt, als dies noch in den Klassen 5 und 6 der Fall ist. Die Anteile des Modells der mikroskopischen Kreisströme und der Weissschen Bezirke steigen mit 9 bzw. 11 Nennungen leicht an.

In der Sekundarstufe II setzt sich der vorherige Trend fort. Hier geben 30 Lehrpersonen an, das Modell der Weissschen Bezirke zu verwenden und 24 Lehrpersonen nennen das Modell mikroskopischer Kreisströme. Ferner zeigt sich, dass die Bedeutung der in den Klassen 5 und 6 relevantesten Modell weiter zurückgeht. So wird das Modell der Elementarmagneten nur noch von 15 und das Modell der Kompassnadeln nur noch von 12 Lehrerinnen und Lehrern eingesetzt.

Ein alternatives Modell für den Unterricht zum Magnetismus wird nur von einer Lehrperson genannt. Dieses Modell entspricht in seiner Visualisierung einer Art Mischform aus dem Modell mikroskopischer Kreisströme und dem Modell Weissscher Bezirke.

Die Ergebnisse entsprechen somit in vollem Umfang den theoretischen Analysen der unterschiedlichen Modelle in Kapitel 2.1.1.1. Das Modell der Elementarmagneten stellt die am direktesten zugängliche Modellierung dar, die vielen Lernenden bereits in der Grundschule und scheinbar auch nach dem Übergang auf die weiterführende Schule begegnet. Die komplexeren Modelle gewinnen jedoch mit zunehmendem Alter der Lernenden an Bedeutung. Vergleicht man die absoluten Nennungen der unterschiedlichen Modelle ohne Berücksichtigung der Jahrgangsstufen, zeigt die Befragung, wie ebenfalls erwartet, dass das Modell der Elementarmagneten in der Schule aktuell die größte Relevanz besitzt. Die Analyse der Verwendung der Modelle für unterschiedliche Magnetismusformen weist nach, dass die Mehrzahl der Lehrpersonen die Modelle für Ferromagnetismus verwendet. Dies erweist sich aus fachlicher Perspektive mit Ausnahme des Modelles mikroskopischer Kreisströme als angemessen, da dieses in Teilen eher zur Vermittlung von Diamagnetismus geeignet ist. Der Einsatz unterschiedlicher Modelle in verschiedenen Jahrgangsstufen zur Behandlung von Magnetismus deutet jedoch auch drauf hin, dass kein Modell altersübergreifend genutzt werden kann und Lernende mit unterschiedlichen Modellen zum Magnetismus konfrontiert werden. Von großem Interesse ist an dieser Stelle, welche Stärken und Schwächen die Lehrpersonen den unterschiedlichen Modellen zuweisen.

- 2.2. Welches Modell würden Sie in Ihrem Unterricht in der Klasse 5 und 6 für Ferromagnetismus bevorzugen?
- 2.3. Welche drei zentralen Stärken hat für Sie dieses von Ihnen bevorzugte Modell?
- 2.4. Sehen Sie auch Schwächen beim bevorzugten Modell?

Die Ergebnisse beziehen sich auf Item 2.2. und 2.3. von Version A und 2.2. bis 2.4. sowie 2.5. bis 2.7. von Version B des Fragebogens, sodass insgesamt N = 117 Ergebnisse in die Auswertung einbezogen werden können. Es finden sich jedoch nur bei 94 Personen Äußerungen zu mindestens einer Stärke oder Schwäche eines Modelles. Die Betrachtung der Ergebnisse zeigt, dass mit 50 Personen die große Mehrzahl der Lehrerinnen und Lehrer sich bei der Beurteilung von Stärken und Schwächen auf das Modell der Elementarmagneten bezieht, sodass diese Ergebnisse nachfolgend detailliert dargestellt werden. Auf die anderen Modelle entfallen nur 18 Lehrpersonen mit einer Einschätzung des Modells der Kompassnadeln, 10 Lehrpersonen mit Äußerungen zum Modell Weissscher Bezirke. Die Ergebnisse zeigen weiterhin, dass die Lehrpersonen hinsichtlich der Stärken und Schwächen des Modells der Elementarmagneten kaum zwischen den unterschiedlichen Jahrgangsstufen unterscheiden, sodass die Auswertung hier übergreifend für die generelle Verwendung erfolgt.

Für die Auswertung des Fragebogens wird eine induktive Kategorienbildung nach Analyse der Antworten der Lehrpersonen vorgenommen, die sich am Verfahren der induktiven Kategorienbildung im Rahmen einer qualitativen Inhaltsanalyse orientiert [May10]. Zunächst wird anhand von 20 Fragebögen ein Kategoriensystem erstellt. Bei Anwendung der Kategorien auf weitere 20 Fragebögen ergeben sich notwendige Anpassungen der ursprünglichen Kategorien aufgrund unpräziser Formulierungen zur Beschreibung der Kategorien oder fehlender Trennschärfe eben dieser. Die Kategorien sind dabei zusätzlich in die Stärken und Schwächen des jeweiligen Modelles unterteilt. Mithilfe des überarbeiteten Kategoriensystems, siehe Tabelle 2.1, erfolgt die Analyse des vollständigen Datensatzes. Da sich die Notwendigkeit zu einer weiteren Anpassung dabei nicht ergibt, wird das Kategoriensystem abschließend in dieser Form beibehalten. Die Kategorienbildung wird auf Grundlage sämtlicher Äußerungen zu Stärken und Schwächen für die Gesamtheit der Modelle und nicht gesondert auf Grundlage von Äußerungen für das Modell der Elementarmagneten durchgeführt.

Im Bereich der Stärken beurteilen Lehrkräfte insbesondere die Möglichkeit zur modellhaften Veranschaulichung experimenteller Vorgänge, wie der Magnetisierung eines Ferromagneten (EV1) sowie der Teilung unter Erzeugung neuer Magneten mit wiederum zwei Polen (EV2) als positiv. Weiterhin ergeben sich gemäß der Lehrpersonen Stärken durch ein vorhandenes Erweiterungs- und Vertiefungspotential (VE), die Anschaulichkeit und Verständlichkeit eines Modelles (AN) sowie den Bezug zu einem Realmodell (RM). Auch die Anküpfung an Vorerfahrungen durch ein Modell wird als positiv empfunden (VO).

Als Schwäche von Modellen wird insbesondere die Eigenschaft der Unvollständigkeit genannt, die sich auf die fehlende Beschreibung der Ursachen (UU), eine fehlende mikroskopische Dimension kleinster Einheiten und Bausteine (UM) oder das Fehlen weiterer physikalischer Aspekte (UW) bezieht. Zudem gilt eine zu große Komplexität (KM), aber auch eine zu starke Vereinfachung (SV) als negative Eigenschaft. Auch eine mangelhafte Anschlussfähigkeit (AF) oder Inkonsistenzen innerhalb der Modelle (IN) werden als Schwachpunkte genannt.

In Tabelle 2.2 und 2.3 sind zunächst die Ergebnisse einer quantitativen Auswertung der Fragebögen mithilfe des eben beschriebenen Kategoriensystems dargestellt. Die deskriptive Auswertung gibt die absolute Häufigkeit (Anzahl) der Nennung einer Kategorie aus Tabelle 2.1 durch mindestens eine von der Lehrperson beschriebene Stär-

| | Stärken | | Schwächen |
|-----|---|----|---|
| EV1 | Exp. Veranschaulichung 1 - Magnetisierungsvorgänge | UU | Unvollständigkeit 1 - Ursachen für Magnetismus |
| EV2 | Exp. Veranschaulichung 2 - Magnetischer Dipolcharakter | UM | Unvollständigkeit 2 - Mikroskopische Dimension |
| VE | Vertiefungs- und Erweiterungspotential | UW | Unvollständigkeit 3 - Weitere physikalische Inhalte |
| AN | Anschaulichkeit und Verständlichkeit | KM | Zu komplexe Modellierung und mangelhafte Anschaulichkeit |
| RM | Bezug zum Realmodell | AF | Anschlussfähigkeit |
| VO | Anknüpfung an Vorerfahrungen | IN | Inkonsistenzen des Modelles |
| SO | Sonstiges | SV | Zu starke Vereinfachung |
| | | SO | Sonstiges |

Tabelle 2.1: Kategoriensystem zur Auswertung der Stärken und Schwächen des Modells der Elementarmagnete im Rahmen der Befragung von Lehrpersonen zur schulischen Behandlung von Magnetismus.

ke oder Schwäche ohne Unterteilung in einzelne Modelle an. Neben der quantitativen Analyse hinsichtlich der Gesamtheit aller Aussagen finden sich zusätzlich die expliziten Aussagen über das Modell der Elementarmagneten jeweils mit Angabe der absoluten Häufigkeit und als prozentualer Anteil an der jeweiligen Grundgesamtheit.

Hinsichtlich der Stärken zeigt sich, dass sowohl die Gesamtheit der Modelle als auch das Modell der Elementarmagneten den Lehrerinnen und Lehrern anschaulich und verständlich (AN) erscheinen und diese Eigenschaft am häufigsten als Stärke charakterisiert wird. Der deskriptive Vergleich der Anteile der beiden Grundgesamtheiten zeigt, dass die Anschaulichkeit beim Modell der Elementarmagneten anteilsmäßig noch etwas häufiger genannt wird. In der Betrachtung aller Modelle bzw. Repräsentationsformen ist das Vertiefungs- und Erweiterungspotential (VE) die am zweithäufigsten genannte Stärke. Beim Modell der Elementarmagneten wird diese positive Eigenschaft lediglich an vierter Stelle und gemessen am Anteil der jeweiligen Grundgesamtheit nur halb so oft genannt. Dies könnte darauf hinweisen, dass auch beim Modell der Elementarmagneten durchaus ein gewisses Vertiefungs- und Erweiterungspoten-

| Stärken | AN | VE | EV2 | EV1 | RM | VO | SO |
|------------------|-----|-----|-----|-----|----|----|-----|
| Anzahl | 60 | 44 | 35 | 27 | 16 | 11 | 19 |
| Gesamt | 28% | 21% | 17% | 13% | 8% | 5% | 9% |
| Anzahl | 32 | 11 | 21 | 13 | 7 | 6 | 11 |
| Elementarmagnete | 32% | 11% | 21% | 13% | 7% | 6% | 11% |

Tabelle 2.2: Ergebnisse der Analyse der Stärken des Modells der Elementarmagneten nach empirischer Untersuchung. Die Resultate entsprechen der Häufigkeit der Nennung einer entsprechenden Kategorie durch eine Lehrperson.

| Schwächen | AF | UW | UU | SV | UM | IN | KM | SO |
|------------------|-----|-----|-----|-----|----|----|----|-----|
| Anzahl | 29 | 21 | 13 | 11 | 10 | 7 | 7 | 11 |
| Gesamt | 27% | 19% | 12% | 10% | 9% | 6% | 6% | 10% |
| Anzahl | 18 | 14 | 8 | 4 | 5 | 5 | 0 | 3 |
| Elementarmagnete | 32% | 25% | 14% | 7% | 9% | 9% | 0% | 5% |

Tabelle 2.3: Ergebnisse der Analyse der Schwächen des Modells der Elementarmagneten nach empirischer Untersuchung. Die Resultate entsprechen der Häufigkeit der Nennung einer entsprechenden Kategorie durch eine Lehrperson.

tial vorhanden ist, aber dieses verglichen mit dem Potential bei anderen Modellen eher weniger wahrgenommen wird. Für die beiden analysierten Grundgesamtheiten folgen in der Reihenfolge der Häufigkeit der Zusammenhang zwischen dem bzw. den Modellen oder Repräsentanten und der direkt dazugehörigen experimentellen Veranschaulichung. Dieses Wechselspiel zwischen Realexperiment und Modellierung kann auf Magnetisierungsvorgänge (EV1) einerseits und die magnetischen Dipoleigenschaften (EV2) andererseits bezogen werden. Im Vergleich beider Grundgesamtheiten wird die experimentelle Veranschaulichung der magnetischen Dipoleigenschaften beim Modell der Elementarmagneten anteilsmäßig etwas häufiger angeführt, als dies bei der Gesamtheit aller Modelle der Fall ist. Ähnliche Anteile ergeben sich bei Betrachtung beider Grundgesamtheiten für den Bezug zum Realmodell (RM) und die Anknüpfung an Vorerfahrungen (VO).

Auch bei den von den Lehrerinnen und Lehrern genannten Schwächen aller Modelle bzw. des Modells der Elementarmagneten wird mit der Anschlussfähigkeit (AF)derselbe Aspekt am häufigsten als Schwäche angeführt. Diese Einschätzung ergibt sich anteilsmäßig beim Modell der Elementarmagneten sogar noch etwas häufiger. Als zweithäufigste Schwäche wird in beiden Fällen die Unvollständigkeit hinsichtlich weiterer physikalischer Aspekte in Ergänzung zum Ferro- bzw. Permanentmagnetismus (UW), gefolgt vom Fehlen der eigentlichen Ursachen dieser Erscheinungsform von Magnetismus (UU), genannt. An fünfter Stelle findet sich die Unvollständigkeit hinsichtlich einer mikroskopischen Dimension des Modells (UM). Betrachtet man diese drei Aspekte zusammen als Schwächen, die sich durch das Fehlen bestimmter Elemente ausdrücken kann man feststellen, dass beim Modell der Elementarmagneten die Unvollständigkeit anteilsmäßig etwas häufiger angegeben wird, als bei der Gesamtheit aller Modellierungen bzw. Repräsentanten. Als weitere Schwächen werden in etwa gleichen Anteilen die zu starke Vereinfachung (SV) sowie Inkonsistenzen der Modelle (IN)genannt. Unter allen Modellen beurteilen die Lehrerinnen und Lehrer einige Modelle zu gleichen Anteilen als zu komplex oder zu unanschaulich (KM). Diese Schwäche wird beim Modell der Elementarmagneten von keiner Lehrperson erwähnt.

Insgesamt ähneln die von den Lehrerinnen und Lehrern für das Modell der Elementarmagneten genannten Stärken und Schwächen den entsprechenden Nennungen bei Hinzunahme weiterer Modelle und Repräsentanten, jedoch ergibt die deskriptive Analyse einige Tendenzen zu anteilsmäßig häufiger oder seltener genannten Beurteilungen, die weitestgehend mit der fachdidaktisch fundierten theoretischen Analyse der Modelle übereinstimmen.

Für ein umfassenderes Verständnis der einzelnen Kategorien soll nachfolgend im Rahmen der qualitativen Analyse herausgearbeitet werden, welche spezifischen Äußerungen den einzelnen Kategorien zugeordnet werden können und welche Unklarheiten aufgrund der Durchführung der Untersuchung in Form eines Fragebogens weiterhin existieren.

Die quantitative Analyse der von den Lehrerinnen und Lehrern genannten Beurteilungen der unterschiedlichen Modelle stellt als zentrale Stärke die Anschaulichkeit und Verständlichkeit (AN) eben dieser heraus. Von den Lehrpersonen wird diese Anschaulichkeit häufig in Verbindung mit Aspekten der Visualisierung genannt. Ein Modell wird positiv beurteilt, wenn es "keine zusätzlichen Symbole" benötigt (FB15) oder "leicht zu zeichnen" (FB70) bzw. "leicht zu visualisieren" (FB38) ist. Dies gilt ebenfalls für eine gewisse "Schlichtheit der Darstellung" (FB87). Von mehreren Lehrerinnen und Lehrer wird zudem die "Farbigkeit"(z. B. FB8) als Stärke eines Modells zum Ferromagnetismus angeführt. Dies wird in einem Fall durch die Entsprechung bei real existierenden Stabmagneten erläutert. Zudem könnte der stark hervorgehobene Dipolcharakter eines Magneten die positive Beurteilung der Farbigkeit eines entsprechenden Modells erklären. Neben den verschiedenen Darstellungsaspekten wird positiv beurteilt, wenn "keine Vorkenntnisse über Struktur der Materie vorausgesetzt werden" (FB94) und das Modell insgesamt "altersgemäß" (FB60) erscheint. Darüber hinaus werden dieser Kategorie auch die als Stärken genannten Aspekte "Anschaulichkeit" (z. B. FB109), "Einfachheit" (FB17), "leichte Verständlichkeit" (z. B. FB105) oder das Attribut "schön erklärbar" (FB20) zugeordnet. Ein direkter, voraussetzungsarmer und angemessen visualisierter Zugang zu einem Modell wird somit für Lehrerinnen und Lehrer als wichtige Stärke von Modellen zum Permanent- bzw. Ferromagnetismus beurteilt.

Auch das Vertiefungs- und Erweiterungspotential eines Modelles (VE) ist für viele Lehrkräfte ein wichtiges Kriterium für ein Modell. Dieser Aspekt umfasst die fachliche Richtigkeit (FB25) und die Anschlussfähigkeit an das Modell der Weissschen Bezirke (z. B. FB51). Ein weiterer Aspekt innerhalb dieser Kategorie ist die Einschätzung, dass das Modell eine "angemessene Reduktion der Wirklichkeit" (FB28) darstellt, da eine sinnvolle didaktische Reduktion stets von einer höheren fachlichen Ebene ausgeht, an die bei einer stärkeren Vertiefung wiederum angeknüpft werden kann. Wichtig ist den Lehrkräften auch, dass "keine Fehlvorstellungen" (FB21) durch das Modell hervorgerufen werden und das Modell eine "Anknüpfung zum Teilchenmodell" (FB23) ermöglicht.

Bezüglich der experimentellen Veranschaulichung (EV1 und EV2) beziehen sich die Äußerungen insbesondere auf einen Bezug zum "Magnetisieren" (FB99), "Entmagnetisieren" (FB29) und "Umpolen" (FB29) eines Magneten. Dazu nehmen die Lehrkräfte den "Ausschluss von Monopolen" (FB1) und die "Erläuterung zum Versuch Zerbrechen eines Permanentmagneten" (FB40) als hilfreiche Aspekte der Modelle zum Ferromagnetismus wahr. Durch diese Einschätzung verdeutlichen die Lehrerinnen und Lehrer die Bedeutung von Bezügen zwischen Modellen und den entsprechenden Realexperimenten. Diese beiden Aspekte schließen zudem direkt an die Grundkonzepte zum Magnetismus durch Barrow (1987) an [Bar87].

Die als positiv wahrgenommene Anknüpfung an Vorerfahrungen (VO) bezieht sich einerseits auf "Vorerfahrungen der Schüler" (FB2) aus dem Alltag und andererseits auf bekannte Unterrichtsgegenstände. Der Bezug zu Realmodellen (RM) existiert aus Sicht der Lehrpersonen hauptsächlich für die Magnetfeldtafel, siehe Kapitel 2.1.1.1, und ist somit dem Modell der Kompassnadeln zuzuordnen. Für die Weiterentwicklung von Modellen und die Neukonzeption von Vermittlungsansätzen sollten diese Gesichtspunkte berücksichtigt werden, da die Stärken der bisherigen Ansätze auch in neuen Modellen integriert werden sollten, wenn ein Mehrwert gegenüber traditionellen Vermittlungskonzepten angestrebt wird.

Während die Stärken der bisherigen Modelle bei Neu- und Weiterentwicklungen beibehalten werden sollten, müssen die Schwächen aufgegriffen und bearbeitet werden. Sowohl bei der Grundgesamtheit aller Modelle als auch beim Modell der Elementarmagneten wird die mangelhafte Anschlussfähigkeit (AN) am häufigsten kritisiert. Dieser Aspekt entspricht in weiten Teilen der in Kapitel 2.1.1.1 analysierten zentralen Schwäche der Modelle. Die Lehrerinnen und Lehrer nennen in dieser Kategorie die Gefahr einer "Verwechslung von Modell und Wirklichkeit" (FB1), "mögliche Fehlvorstellungen im Hinblick auf stoffliche Zusammensetzungen" (FB27) oder auch allgemein die Schwierigkeit, dass Schülerinnen und Schüler das Modell möglicherweise "zu ernst nehmen" (FB60). Hierzu gehört ebenfalls der Aspekt, dass Elementarmagneten und Moleküle möglicherweise verwechselt werden (FB24), der in ähnlicher Form auch in der Literatur genannt wird [Bar87]. Zur Kategorie gehören auch Anschlussprobleme zu Realexperimenten, da beispielsweise "die Magnetisierung von Weicheisen nicht immer gleich gut klappt" (FB28). Die Lehrkräfte befürchten somit, dass die Idealisierung im Modell bei Realexperimenten Lernschwierigkeiten bewirken kann. Einigen Lehrerinnen und Lehrern ist zudem bewusst, dass das Modell für die Erklärung von Ferromagnetismus "Lücken"(FB30) enthält und damit unter Umständen "in der Sek II zu Problemen führt" (FB38).

Auch die mit Modellen stets einhergehende Unvollständigkeit wird von Lehrerinnen und Lehrern bei den Modellen zum Ferromagnetismus kritisiert. Es wird negativ beurteilt, dass mit dem Modell der Elementarmagneten "Diamagnetismus schwer zu erklären" (FB65) ist, dass das Orbitalmodell nicht berücksichtigt wird (FB11) und, dass bei einigen Modellen der Zusammenhang zwischen Strom und Magnetfeld fehlt (z. B. FB26). "Warum sind nicht alle Stoffe magnetisch?" (FB99) ist eine Frage, die von den Modellen nicht geklärt wird, was ebenfalls von einigen Lehrpersonen kritisch bewertet wird.

Unter den Schwächen der Modelle wird die fehlende Erklärung der Ursachen (UU)von den Lehrpersonen an dritter Stelle aufgeführt. "Ein Magnet besteht aus Magneten erklärt ja eigentlich nichts" (FB15), "Woraus bestehen denn die kleinen Magnete?" (FB46), die "Entstehung der Elementarmagneten bleibt völlig unbehandelt" (FB41) sind in diesem Zusammenhang nur einige exemplarische Äußerungen, die auf den Zirkelschluss hinweisen, der vor allem beim Modell der Elementarmagneten gegeben und den Lehrerinnen und Lehrern negativ bewusst ist. Ähnliche Äußerungen mit einem stärkeren Bezug zur inneren Struktur finden sich im Bereich der fehlenden mikroskopischen Dimension (UM). Die Modelle besitzen aus Sicht der Lehrkräfte Schwächen, wenn sie nicht erklären oder beschreiben, wie Elementarmagneten oder Kompassnadeln im Inneren aussehen (z. B. FB7) und ob "man diese noch weiter unterteilen" (FB22) kann. Insbesondere der letztgenannte Aspekt, der sich auf die als Stärke titulierte Beschreibung der Teilung eines Magneten durch Zerbrechen bezieht ist von großem Interesse, da sich hier ein typisches Problem von Modellen im Allgemeinen zeigt. Durch den Versuch, einfache Regeln aufzustellen, führen logische Schlussfolgerungen und Ableitungen teilweise sehr schnell an die Grenzen der jeweiligen Modelle. Obwohl die verschiedenen Inkonsistenzen der Modelle (IN) von den Lehrkräften nicht besonders häufig genannt werden, ist dieser Punkt mit Bezug zu den in Kapitel 2.1.1.1 beschriebenen Varianten des Modells der Elementarmagneten sehr interessant, siehe Abbildung 2.3. Die Kritik "ungeordnete Zustände sind problematisch, denn die Elementarmagneten ordnen sich ja eigentlich von alleine" (FB10), knüpft direkt an die bereits genannte Einschränkung der freien Ausrichtung von Elementarmagneten im Vergleich zum Realexperiment an. "Wenn man die Elementarmagneten dreht, stoßen sie aneinander und werden verschoben" (FB15), ist eine Äußerung, die vermutlich vor allem durch die Visualisierung des Modelles in Abbildung 2.2 (a) angestoßen wird. Die quantitative und qualitative Auswertung der Stärken und Schwächen zu Modellen für die Beschreibung von Ferromagnetismus verstärkt noch einmal die Beurteilung eben dieser, die in Kapitel 2.1.1.1 auf Grundlage vorheriger Studien und eigener Betrachtungen erfolgt ist. Viele zuvor als positiv beurteilte Aspekte werden auch von den Lehrpersonen in diesem Sinne bewertet und auch kritische Aspekte teilen die Lehrpersonen in vielen Fällen. Die Befragung der Lehrpersonen ergibt jedoch eine Vielzahl weiterer Kritikpunkte, die bei der Entwicklungsarbeit im Bereich von Modellen zum Ferromagnetismus oder zum Magnetismus im Allgemeinen berücksichtigt werden sollten. Dabei ist jedoch einschränkend festzustellen, dass bei der Entwicklung von Modellen stets elementarisierende Annahmen mit Blick auf die Zielsetzung des Modelles getroffen werden müssen. Insbesondere die Zuweisung von Schwächen durch Unvollständigkeiten aufgrund des Fehlens weiterer fachlicher Aspekte ist somit unter Umständen ein Problem, das nicht gelöst werden kann ohne, das Modell selbst komplizierter und somit schwieriger zugänglich zu gestalten. Wichtig ist deshalb, dass Unterricht mit Modellen immer auch Unterricht über Modelle beinhaltet und den Lernenden stets der Charakter der verwendeten Modelle sowie die Grenzen offen beschrieben werden.

2.8.1. Mit welchen Beispielen, Anwendungen oder Modellen behandeln Sie Paramagnetismus im Unterricht?

2.8.2. Ich verwende diesen Ansatz für Paramagnetismus in der Jahrgangsstufe...

Die Ergebnisse zu den Konzepten zur Vermittlung von Dia- und Paramagnetismus sowie bereits verwendeter Vermittlungskonzepte werden getrennt für die beiden Fragebogenversionen dargestellt. In Version A des Fragebogens geben von insgesamt N = 40befragten Lehrpersonen 19 an, die Unterscheidung von Dia-, Para- und Ferromagnetismus im Unterricht zumindest zu erwähnen. Aus den offenen Antworten ergibt sich, dass die Unterscheidung insbesondere in der Oberstufe erfolgt, wobei die Unterscheidung nur in Form einer "Minimalmitteilung" (FB15) und nur "oberflächlich und am Rande" (FB11) erfolgt. Drei Lehrerinnen und Lehrer geben zudem an die Unterscheidung mithilfe einfacher Experimente zu verdeutlichen. Eine Beschreibung der Experimente findet jedoch nicht statt. Während in Version A des Fragebogens noch etwa die Hälfte der Lehrkräfte angibt, auf die Unterscheidung der verschiedenen Magnetismusformen im Unterricht einzugehen, beträgt der Anteil bei den Lehrerinnen und Lehrern in Version B des Fragebogens bei N = 77 nur etwa 17%. Auch einige dieser Lehrpersonen führen Experimente als Möglichkeit an die Unterscheidung in den Unterricht einzubringen. Ein Lehrer zeigt "die Abstoßung von Wasser durch einen sehr starken Magneten" (FB65). Andere machen sich Videos von Experimenten für die Demonstration der Effekte zunutze (FB46). Obwohl sich die Ergebnisse der beiden Fragebögen unterscheiden, zeigt sich doch die nachrangige Bedeutung von Dia- und Paramagnetismus für den Unterricht. Auch dieses Ergebnis der Fragebogenuntersuchung spiegelt die in der theoretischen Analyse der Vermittlungskonzepte beschriebenen Befunde wider. Die Tatsache, dass wenige Lehrpersonen die Unterscheidung der Experimente in den Unterricht integrieren, weist jedoch bereits auf die grundsätzliche Möglichkeit hin, Dia- und Paramagnetismus ergänzend zum Ferromagnetismus zu demonstrieren.

- 3.1. Welche der folgenden Anwendungen oder Naturphänomene stoßen Ihrer Meinung nach bei Schülerinnen und Schülern auf großes Interesse im Unterricht?
- 3.2. Für welche der obigen Anwendungen oder Naturphänomene würden Sie im Unterricht geeignetes Unterrichtsmaterial begrüßen?

Da beide Versionen des Fragebogens exakt dieselben Items 3.1. und 3.2. enthalten, beziehen sich die Ergebnisse auf jeweils N = 117 befragte Lehrerinnen und Lehrer. In der Befragung zum erwarteten Interesse der Schülerinnen und Schüler ergibt sich für die meisten Anwendungen und Naturphänomene ein mittlerer Wert. Besonders Polarlichter, die Levitation in Magnetfeldern, das Erdmagnetfeld, Computer-Festplatten und Hirnströme besitzen aus Sicht der Lehrerinnen und Lehrer das Potential, bei Lernenden Interesse zu wecken, siehe Abbildung 2.6

Da die Lehrerinnen und Lehrer von sich aus nicht die Gelegenheit nutzen weitere Phänomene oder Anwendungen zu nennen, ist davon auszugehen, dass die vorgegebene Liste bereits viele relevante Aspekte beinhaltet. Wie bereits in Kapitel 2.2.1 beschrieben, sollte bei diesem Item jedoch kritisch hinterfragt werden, inwiefern Lehrerinnen und Lehrer das Interesse ihrer Schülerinnen und Schüler beurteilen können. Aufgrund der durchschnittlich großen Berufserfahrung können die Ergebnisse zumindest als Indizien gedeutet werden. Für präzisere Aussagen sollte eine ähnliche Untersuchung direkt mit Lernenden in unterschiedlichen Jahrgangsstufen durchgeführt werden. Eine interessante Erkenntnis der Ergebnisse ist die Tatsache, dass die an zweiter Stelle genannte Levitation in Magnetfeldern auf Phänomene hinweist, die sich für diamagnetische Substanzen leicht experimentell realisieren lassen.

Im Gegensatz zu Item 3.1. richtet sich 3.2. direkt an die befragten Lehrkräfte. Ein Blick auf die Ergebnisse, siehe Abbildung 2.7, offenbart, dass für jedes einzelne Naturphänomen bzw. jede einzelne Anwendung weniger als die Hälfte der Lehrpersonen Interesse an Unterrichtsmaterialien besitzt oder den Bedarf zur Entwicklung als relevant einschätzt. Aus den Gesprächen mit den befragten Personen im Rahmen der Durchführung der Fragebogenuntersuchung zeigt sich, dass viele Lehrerinnen und Lehrer aufgrund der fehlenden oder nachrangigen Präsenz von Magnetismus in den Kernlehrplännen für höhere Jahrgangsstufen grundsätzlich angeben, aus zeitlichen Gründen keine weiterführenden Inhalte im Unterricht behandeln zu können, sodass kein Bedarf an Unterrichtsmaterialien besteht. Aufgrund dieser Aussage sollte eher die Reihenfolge der Anwendungen anstelle der absoluten Werte zum Anteil der Lehrpersonen betrachtet werden.



Abbildung 2.6: Ergebnisse zu Item 3.1. der Fragebogenuntersuchung zur Behandlung von Magnetismus in der schulischen Praxis. Die Ergebnisse beziehen sich auf das Interesse von Schülerinnen und Schülern an Anwendungen und Naturphänomenen aus dem Bereich Magnetismus (Stichprobengröße N = 117).

Ähnlich wie bei der Einschätzung des Interesses von Schülerinnen und Schülern besteht auch beim Bedarf an Unterrichtsmaterialien besonderes Interesse an Polarlichtern und der Levitation im Magnetfeld. Letztere stellt, wie bereits erwähnt, ein diamagnetisches Phänomen dar. Etwa 43 % der Lehrkräfte geben an, Bedarf an Unterrichtsmaterialien zur Magnetresonanztomographie zu haben. Dieses bildgebende Verfahren der Medizin beruht auf der Präzessionsbewegung paramagnetischer Momente. Auch in diesem Item zeigt sich somit durchaus das Interesse der Lehrerinnen und Lehrer darin, zusätzlich zum Ferromagnetismus auch weitere Erscheinungsformen von Magnetismus in der Lehre zu berücksichtigen.

Insgesamt verstärkt die Erhebung der aktuellen Praxis unter Lehrerinnen und Lehrern die in Kapitel 2.2.1 beschrieben Befunde fachdidaktischer Forschungs- und Entwicklungsarbeit im Bereich Magnetismus. Grundsätzlich lassen sowohl die eigene empirische Untersuchung als auch der aktuelle Forschungsstand der Physikdidaktik zum einen die Notwendigkeit erkennen, die aktuellen Modelle im Bereich des Magnetismus weiter zu optimieren und zudem Konzepte für die Vermittlung von Dia- und Para-



Abbildung 2.7: Ergebnisse zu Item 3.2. der Fragebogenuntersuchung zur Behandlung von Magnetismus in der schulischen Praxis. Die Ergebnisse beziehen sich auf den Bedarf an Unterrichtsmaterialien zu Anwendungen und Naturphänomenen aus dem Bereich Magnetismus (Stichprobengröße N = 117).

magnetismus zu entwickeln. Nachfolgend sollen in Kapitel 2.3 noch weitere Aspekte angeführt werden, die die Entwicklungsarbeit im Bereich Dia- und Paramagnetismus für ein Lehrkonzept zum Magnetismus legitimieren.

2.3 Inhaltliche Legitimation und Motivation des Lehrkonzeptes

Die vorherigen Ausführungen über aktuelle Vermittlungskonzepte und das konzeptuelle Verständnis von Lernenden im Bereich Magnetismus, siehe Kapitel 2.1, sowie die Ergebnisse der Befragung von Lernpersonen als Bestandteil dieser Arbeit, siehe 2.2, verdeutlichen, dass die Vermittlung hinsichtlich verschiedenster Aspekte Bedarf zur Erweiterung der Inhalte und Verbesserung der bisherigen Ansätze aufweist. An dieser Stelle sind beispielsweise die Modelle zur Beschreibung von Ferromagnetismus, die Modellierung von Magnetfeldern mithilfe von Feldlinienmodellen im Bereich des Elektromagnetismus sowie die bislang fehlende Integration weiterer magnetischer Erscheinungsformen, wie Dia- und Paramagnetismus als Bestandteil der Ausbildung im Bereich Magnetismus anzuführen. Aus genannten Gründen, siehe Kapitel 2.1.1.1, fokussiert sich das Projekt Magnetismus hoch 4 jedoch im Rahmen dieser Arbeit auf die Entwicklungsarbeit in den Bereichen Ferro- sowie Dia- und Paramagnetismus [Lau15c]. Da auch ein Bewusstsein für die Notwendigkeit fachdidaktischer Entwicklungsarbeit zum Elektromagnetismus vorhanden ist, wird der Elektromagnetismus für zukünftige Erweiterungen der Inhalte bereits in die Anlage des Gesamtprojektes integriert, sodass der Projektname Magnetismus hoch 4 die vier magnetischen Erscheinungsformen Dia-, Para-, Ferro- und Elektromagnetismus beinhaltet.

Wichtig ist an dieser Stelle auch festzuhalten, dass das nachweisbar geringe konzeptuelle Verständnis von Lernenden im Bereich Magnetismus und die auch innerhalb fachdidaktischer Forschung eher nachrangige Bedeutung von Magnetismus der Geltung entsprechender Phänomene in der Forschung gegenübersteht. Ein Beispiel für ein Anwendungsgebiet, in dem magnetische Phänomene auch aktuell beforscht werden, stellen digitale Speichermedien da. Für diese Anwendung werden die bestehenden Technologien stets weiterentwickelt und hinsichtlich der Datendichte optimiert [Rei05b, Neb12]. Darüber hinaus werden auch vollkommen neuartige Strukturen wie Skyrmionen, d. h. stabile Wirbel innerhalb eines Feldes, die sich wie Teilchen verhalten, in dünnen magnetischen Filmen oder auch Einzeldomänen Kohlenstoff Nanodisks
als mögliche Komponenten digitaler Speichermedien untersucht [Kis11, Com12]. Einen weiteren Forschungsbereich bilden medizinische Anwendungen. Hier werden magnetische Stoffe insbesondere für bildgebende Verfahren genutzt [Gle05, Nac11]. Beispielhaft lassen sich hier paramagnetische Nanopartikel als Grundlage für bestimmte tomographische Verfahren [Gle05] und ferromagnetische Nanopartikel im Bereich von Blutbahnen zur gezielten Steuerung bestimmter Arzneien anführen [Nac11]. Ebenso werden magnetische Phänomene in der Weiterentwicklung und Forschung an neuen Displaytechnologien genutzt. Durch die magnetischen Anisotropien von Flüssigkristallen eröffnen sich immer neue Möglichkeiten für Verbesserungen bestehender Techniken [Sch97]. Aktuell sollen spezielle Stoffe mit besonderen magnetischen Eigenschaften die Realisierung von E-Paper-Displays ermöglichen, die auch als elektronisches Papier bezeichnet werden [Yin11]. Ein noch vergleichsweise junges Forschungsfeld innerhalb der Biologie ist die Beforschung des Verhaltens von Zellen, Pflanzen und Tieren in der Schwerelosigkeit bzw. Umgebungen mit stark reduzierter Gravitationskraft. Solche Umgebungen und Zustände lassen sich im Labor durch diamagnetische Levitationsprozesse realisieren [Qia13]. Es zeigt sich, dass auch aktuell noch in vielen Bereichen der naturwissenschaftlichen Forschung magnetische Eigenschaften bestimmter Substanzen genutzt werden und weitere Forschungsarbeit notwendig ist.

Während sich die Bedeutung ferromagnetischer Phänomene durch die Analyse der bisherigen Vermittlungskonzepte offenbart und somit scheinbar unstrittig zu seien scheint, ist es von großer Bedeutung, die Relevanz von Dia- und Paramagnetismus in Ergänzung zum Ferromagnetismus herauszuarbeiten. Da diese magnetischen Erscheinungsformen trotz vereinzelter Vermittlungskonzepte noch keinerlei Bedeutung für die Lehre zu haben scheinen, muss eruiert werden, aus welchen Gründen das Thema Magnetismus in dieser Form erweitert werden sollte. Die Legitimation zur Behandlung von diaund paramagnetischen Phänomenen ergibt sich auf vielfältige Art und Weise und soll an dieser Stelle beschrieben werden [Lau15c].

Die Auseinandersetzung mit naturwissenschaftlichen Inhalten an Schulen und Hochschulen verfolgt unterschiedliche Zielsetzungen, wie die Ausbildung von Problemlösestrategien oder die Befähigung zur Entscheidungsfindung in gesellschaftlichen Diskursen [Kir15a]. Im Kern strebt naturwissenschaftlicher Unterricht im Allgemeinen und die Ausbildung in der Physik im Speziellen jedoch traditionell die Vermittlung eines adäquaten und strukturierten Abbildes der Natur an. Bezieht man diesen Anspruch auf das Inhaltsgebiet Magnetismus, muss festgestellt werden, dass bislang lediglich ein geringer Teil des Spektrums magnetischer Erscheinungen in der Lehre Berücksichtigung findet. Betrachtet man Abbildung 2.8, wird deutlich, dass lediglich 3 von insgesamt 87 Elementen des Periodensystems, bei denen magnetische Stoffeigenschaften nachgewiesen werden können, in ihrer natürlichen Erscheinungsform unter Standardbedingungen (T = 293.15 K und $\rho = 1013$ mbar) [McN97] bei Magnetfeldern der Größenordnung $B < 10^6$ T ferromagnetische Eigenschaften besitzen. 34 bzw. 50 Elemente des Periodensystems sind unter Annahme dieser typischerweise geltenden Bedingungen dem Dia- bzw. Paramagnetismus zuzuordnen. Für die grau hinterlegten Elemente, mit Ausnahme des antiferromagnetischen Chrom, sind die spezifischen magnetischen Stoffeigenschaften bislang noch nicht nachgewiesen, existieren jedoch ebenfalls. Die Beschränkung der Vermittlung von Magnetismus auf ferromagnetische Stoffe entspricht somit nicht annähernd der Präsenz dia- und paramagnetischer Elemente im Periodensystem. Elektromagnetische Phänomene werden in dieser Darstellung nicht



Abbildung 2.8: Darstellung der dia-, para- und ferromagnetische Elemente im Periodensystem bei Magnetfeldern $B < 10^6$ T unter Standardbedingungen [McN97] nach [Lid05, S. 4-143 ff.]. Es existieren unter diesen Bedingungen 34 diamagnetische, 50 paramagnetische und 3 ferromagnetische Elemente bzw. natürliche Erscheinungsformen eben dieser.

berücksichtigt, da ihre Existenz nicht auf magnetische Stoffeigenschaften, sondern auf die Leitfähigkeit der jeweiligen Substanzen zurückzuführen ist.

Die Analyse und Beschreibung vieler Vermittlungskonzepte zum Magnetismus in Kapitel 2.1 zeigt, dass die Ansätze stets großen Wert auf den Einbezug von Anwendungen und Naturphänomen legen [Rac13, Sch13]. Auch fachdidaktische Konzepte, wie die genetische Didaktik, entwickeln fachliche Inhalte und Fachwissen stets aus einem realen Phänomen heraus [Wag70, Wag83]. Besonders interessant für Lernende sind häufig Inhalte mit direktem Naturbezug. Eine sehr interessante Möglichkeit eines Einstieges in den Bereich des Magnetismus für ältere Lernende ergibt sich z. B. durch die Orientierung von Tieren, wie Nagetieren [Beg12], Schmetterlingen [Eth99], Meeresschildkröten [Loh01, Loh04], Rotkehlchen oder Zugvögeln [Wil72, Ost12] am äußeren Magnetfeld der Erde. Spannend ist hier auch, dass die meisten der Mechanismen noch nicht vollständig geklärt sind und den Lernenden so verdeutlicht werden kann, dass auch in der Wissenschaft noch immer offene Frage zu sehr alltagsnahen Themen existieren. Für Ferromagnetismus liegen viele Anwendungen und Phänomene wie Kühlschrankmagneten [Ols13, Dea14], digitale Speichermedien in Form von Festplatten oder auch die Navigation mithilfe eines Kompasses vor. Diese Liste lässt sich jedoch beliebig erweitern. Fast noch mehr Alltagsbezug findet man für den Bereich des Elektromagnetismus. Ohne diesen würden wir keine Dynamos, Lautsprecher, Mikrofone oder auch an manchen Orten Magnetschwebebahnen nutzen können [Luk95]. Die Natur des Erdmagnetfeldes, die immer noch offene Fragen beinhaltet [Rik66, Gla96, Bak99, Wat07], wäre gänzlich ungeklärt und an bestimmten Orten der Erde wäre ohne elektromagnetische Phänomene keine Polarlichter zu beobachten. Für die beiden traditionellen Inhaltsgebiete der Lehre im Bereich Magnetismus ergeben sich auf Anhieb viele Anwendungen und Phänomene aus den unterschiedlichsten Bereichen. Darüber hinaus existieren jedoch auch für Dia- und Paramagnetismus interessante Bezüge. Aufgrund paramagnetischer Momente von Wasserstoffkernen bzw. Elektronen ist es in der Medizin möglich, durch die Verfahren der Magnetresonanztomographie bzw. der Elektronenresonanztomographie Aufnahmen von Organen und Körpergewebe zu machen, die zur Diagnose von Fehlfunktionen des Körpers oder zur Bestimmung von Krankheiten genutzt werden [Ber04, McB10]. In diesem Kontext wird aufgrund des hohen Anteils an Mangan mit stark paramagnetischen Eigenschaften häufig Ananassaft als Kontrastmittel genutzt [Rio04]. Die entscheidende physikalische Größe, die die Bildgebung ermöglicht, ist hier die von der Gewebeart abhängige Relaxationszeit der magnetischen Momente. Ein weiteres Beispiel, das Bezug zum Paramagnetismus aufweist und zudem den Diamagnetismus einbezieht, findet sich in unserem Blut. Durch Pauling (1935) ist bekannt, dass die magnetischen Eigenschaften von Hämoglobin mit der Sauerstoffsättigung des Blutes variieren [Pau35]. Bei wenig Sauerstoff im Blut enthält Hämoglobin viele ungepaarte Elektronen und zeigt paramagnetisches Verhalten. Durch eine Steigerung der Sauerstoffkonzentration liegen immer weniger ungepaarte Elektronen vor und die roten Blutkörperchen werden dem Diamagnetismus zugeordnet. Dies ermöglicht beispielsweise die Messung der Sauerstoffkonzentration im Blut über den BOLD-Kontrast [Art02, Leh15]. Auch Supraleiter als ideale Diamagneten stellen eine direkte Anwendung diamagnetischer Phänomene dar [Fos04]. Bei diesen Anwendungen muss jedoch ein erhebliches Maß an Abstraktion festgestellt werden. Deutlich stärkeren Alltagsbezug weist die Wirbelstrombremse auf, die bereits häufig im Physikunterricht behandelt wird [Mol12]. Die induzierten Wirbelströme und daraus resultierenden magnetischen Dipolmomente lassen sich gewissermaßen als makroskopischer Diamagnetismus deuten, bei dem äußere Magnetfelder ebenfalls Ströme induzieren, die wiederum entgegengesetzt ausgerichtete magnetische Dipolmomente besitzen. Dieser Aspekt wird ausführlich in Kapitel 4 im Rahmen der fachlichen Klärung vertieft. Insgesamt sind somit auch für Dia- und Paramagnetismus bestimmte Anwendungen existent, die bei entsprechender Einbettung in die Lehre genutzt werden können. An dieser Stelle sollten auch die Ergebnisse der Lehrerbefragung, siehe Kapitel 2.2.2, mit einbezogen werden, die zum Ausdruck bringen, dass Lehrerinnen und Lehrer Interesse an Unterrichtsmaterialien zur diamagnetischen Levitation in Magnetfeldern und der Magnetresonanztomographie äußern, siehe Abbildung 2.7.

Ein weiteres Argument, dass die Einbettung von Dia- und Paramagnetismus in die Lehre stützt, bezieht sich auf die innere fachliche Struktur des Magnetismus. Die Argumente sollen an dieser Stelle kurz genannt werden und finden sich in Abbildung 2.9 dargestellt. Für eine vertiefte Diskussion und präzise Beschreibung der Zusammenhänge sei auf die fachliche Klärung, siehe Kapitel 4, verwiesen in der die inneren Bezügen der verschiedenen Erscheinungsformen grundlegend abgeleitet und beschrieben werden.

In der fachlichen Klärung wird abgeleitet, dass für tiefergehende Erklärungen zu den Ursachen von ferromagnetischen Zuständen sowohl Kenntnisse über den Ortsraum als auch über den Spinraum von Elektronen vorliegen müssen, siehe Abbildung 4.57. Eben diese Kenntnisse können separiert durch die Natur des Diamagnetismus, Reduktion



Abbildung 2.9: Fachliche Bezüge der vier zentralen Erscheinungsformen von Magnetismus. Während Dia- bzw. Paramagnetismus sich jeweils gesondert durch mikroskopische Ströme im Ortsraum bzw. Spins erklären lassen, ist für Erläuterungen zum Ferromagnetismus die Berücksichtigung der Kombination aus Orts- und Spinraum notwendig.

auf den Ortsraum, und des Paramagnetismus, Reduktion auf den Spinraum, innerhalb des Inhaltsgebietes Magnetismus erworben werden. Ein weiterer innerer Bezug zeigt sich in der Betrachtung der grundlegenden Ursachen für magnetische Momente. Während die für Ferromagnetismus verantwortlichen Elektronenspins auch paramagnetische Phänomene verursachen, beruhen Elektro- und Diamagnetismus jeweils auf elektrischen Strömen. Es existieren somit auch fachliche Bezüge zwischen den traditionellen Erscheinungsformen sowie Dia- und Paramagnetismus. Auch dieser Aspekt wird in Kapitel 4 detailliert beschrieben und hergeleitet. Unabhängig von den magnetischen Stoffeigenschaften können elektromagnetische Effekte bei allen Stoffen mit hinreichender elektrischer Leitfähigkeit beobachtet werden.

Abschließend ergibt sich ein Argument sowohl aus den aktuellen schulischen Lehrplänen und der fachlichen Klärung. Die Quantenmechanik ist mittlerweile Bestandteil vieler Curricula und stellt einen zentralen Bestandteil der Lehre in der Schule und an der Hochschule dar [Zol02, McK08, Sch10, Koh12, Dür14b]. Der Versuch, die Quantenphysik auf alltagsnahe Phänomene und Anwendungen zu beziehen, offenbart jedoch zwei Schwierigkeiten. Zunächst muss festgestellt werden, dass die Vermittlung quantenphysikalischer Gesetzmäßigkeiten und Vorstellungen häufig ohne Bezug zu direkt zugänglichen Phänomenen oder Anwendungen erfolgt. Nutzt man jedoch, wie beispielsweise beim Doppelspaltexperiment, eben diese raren Phänomene zur Vermittlung der zugrunde liegenden Prinzipien besteht in aller Regel nur geringer Bezug zur Lebenswelt der Lernenden, da die Auseinandersetzung mit den Vorstellungen sind einerseits auf makroskopischer Ebene direkt zugänglich und beruhen andererseits vollständig auf Grundsätzen der Quantenphysik, wie im Bohr-van Leeuwen-Theorem, siehe Kapitel 4.2.2, erklärt wird. In diesem Sinne kann Magnetismus als sinnstiftendes Element für die Lehre der Quantenphysik betrachtet werden, da es das Erfahrbare mit dem direkt Unzugänglichen verbindet.

Die Analysen dieses Kapitels zeigen, dass die existierenden Vermittlungsansätze zum Ferro- und Elektromagnetismus insbesondere im Bereich der Modelle und hinsichtlich mikroskopischer Beschreibungen und Erklärungen aus fachdidaktischer Perspektive und aus der Sicht von Lehrerinnen und Lehrern kritisch beurteilt werden. Die bisherigen empirischen Forschungsbefunde deuten an, dass die traditionellen Ansätze die Vorstellungen der Lernenden und deren konzeptuelles Verständnis nicht im gewünschten Maße positiv beeinflussen. Es muss zudem festgestellt werden, dass die traditionelle Beschränkung magnetischer Erscheinungen auf Ferro- und Elektromagnetismus die Lehre in diesem Themenfeld beherrscht, obwohl bereits einige experimentelle Ansätze zur Vermittlung von Dia- und Paramagnetismus existieren. Zudem erscheint die Berücksichtigung dieser beiden Magnetismusformen in Ergänzung zum Ferro- und Elektromagnetismus eine sinnvolle fachliche Erweiterung darzustellen. Diese Aspekte ergeben die Notwendigkeit einer grundlegenden Überarbeitung der traditionellen Vermittlungsansätze zum Magnetismus. Das Projekt Magnetismus hoch 4 strebt aus diesem Grund die Entwicklung eines innovativen Lehrkonzeptes zum Themenfeld Magnetismus an, dass auf Grundlage der bestehenden Vermittlungsansätze und der empirischen Befunde zu den Vorstellungen von Lernenden sowie den Praxiserfahrungen von Lehrerinnen und Lehrern erarbeitet werden soll. Dabei gilt es das erweiterte Spektrum magnetischer Erscheinungsformen in einer angemessenen Sachstruktur mit den traditionellen Inhalten zu verknüpfen und durch ergänzende Elemente, wie Experimente und digitale Inhalte, eine Anwendung des Lehrkonzeptes in der Praxis zu ermöglichen. Ziel der Entwicklungsarbeit ist die Konzeption eines praxistauglichen Lehrkonzeptes, das die vielfältigen Phänomene des Magnetismus berücksichtigt und das konzeptuelle Verständnis der Lernenden positiv durch den Aufbau anschlussfähiger Vorstellungen beeinflusst. Die Struktur des Projektes bzw. des Lehrkonzeptes sowie eine genaue Beschreibung der zu entwickelnden Inhalte und Informationen über das methodische Vorgehen werden in Kapitel 3 beschrieben.

3 Struktur und Zielsetzung des Forschungsprojektes

Ausgehend von den in Kapitel 2 beschriebenen Aspekten zu aktuellen Ansätzen der Vermittlung von Fachinhalten und Konzepten aus dem Bereich Magnetismus, den Ergebnissen der Befragung der Lehrpersonen und der Notwendigkeit, die bislang in der Lehre weitestgehend vernachlässigten magnetischen Erscheinungsformen Dia- und Paramagnetismus zu berücksichtigen, steht das Projekt Magnetismus hoch 4 vor der Herausforderung ein alternatives Vermittlungskonzept zu entwickeln, dass die in Kapitel 2 analysierten Gesichtspunkte gewinnbringend nutzt. Als zentrales Kriterium für ein neues Lehrkonzept wird mit Bezug zu Kapitel 2 die Selbstkonsistenz sowie die Anschlussfähigkeit der Inhalte zu weiterführenden fachlichen Themen in den Fokus gestellt. Durch ein selbstkonsistentes und darüber hinaus anschlussfähiges Lehrkonzept soll den Lernenden ein bruchloser Aufbau von Wissen und damit eine konzeptuelle Weiterentwicklung (conceptual change) ermöglicht werden [Möl07]. Weiterhin ergibt sich die Notwendigkeit, die magnetischen Ausprägungen Dia- und Paramagnetismus zusätzlich zum Ferromagnetismus in ein umfassendes Lehrkonzept zu integrieren, um Beziehungen der Ausprägungsformen untereinander aufzugreifen und diese sinnvoll zur Strukturierung der Inhalte zu nutzen.

Vor der Erarbeitung des Lehrkonzeptes ist es notwendig, die angestrebte Zielgruppe zu definieren. Das Thema Magnetismus findet sich auf sämtlichen Stufen der physikalischen Ausbildung von Lernenden. Im Sinne der Selbstkonsistenz und Anschlussfähigkeit gilt es somit ein Lehrkonzept bereitzustellen, das für jede Stufe des Bildungssystems zueinander passende Inhalte und Ansätze bereitstellt. Im Rahmen des Projektes *Magnetismus hoch 4* soll das Lehrkonzept zunächst auf Hochschulniveau für Studierende der Physik entwickelt werden. Eine mögliche Fortsetzung der Erarbeitung auf Hochschulniveau stellt die didaktische Rekonstruktion [Kat97, Kir15b] und Elementarisierung [Ble91, Ble99] des Konzeptes für die Sekundarstufe II und im Rahmen der Phänomene möglicherweise auch für die Sekundarstufe I dar. Die vom Hochschulniveau ausgehende Elementarisierung nutzt Reduktionen der Mathematisierung, d. h. den Übergang von quantitativen zu halbquantitativen oder qualitativen Beschreibungen sowie Idealisierungen, Generalisierungen, Partikularisierungen und die Hervorhebung des Elementaren [Ble99] zusammen mit Schülervorstellungen, um ein an die Gruppe der Lernenden angepasstes Lehrkonzept im Sinne der didaktischen Rekonstruktion zu entwickeln [Kat97, Kir15b]. Diese Elementarisierung wird jedoch nicht im Rahmen der vorliegenden Arbeit durchgeführt, da es zunächst notwendig ist, im Bereich der Hochschule Ansätze bereitzustellen, die im Anschluss daran in einem Top-down-Prozess reduziert und elementarisiert werden können. Durch den Top-down-Prozess soll sichergestellt werden, dass die fachlich höchste Ebene des Lehrkonzeptes alle relevanten Inhalte und Aspekte zu Dia-, Para- und Ferromagnetismus beinhaltet. Bei einem umgekehrten Verlauf der Entwicklung von der Schule zur Hochschule besteht die Gefahr, dass zunächst sinnvoll erscheinende Annahmen, etc. im weiteren Verlauf die Anschlussfähigkeit des Lehrkonzeptes einschränken. Da jedoch als übergeordnetes Ziel des Projektes die Übertragung von Inhalten auf den Sekundarbereich bereits definiert ist, werden die auf Hochschulniveau entwickelten Inhalte im Rahmen der praktischen Erprobung, siehe Kapitel 7, zur Ausbildung von Lehramtsstudierenden im Fach Physik eingesetzt und empirisch untersucht. Die Inhalte eignen sich grundsätzlich auch für Fachstudierende im Fach Physik. Durch die Nutzung der Projektinhalte zur Ausbildung der Lehramtsstudierenden wird jedoch bereits ein erster Schritt zur Implementierung von Inhalten im Bereich der Schule vollzogen, da zukünftige Lehrerinnen und Lehrer auf diese Art und Weise bereits neue Konzepte im Bereich Magnetismus kennenlernen. Für die entwickelten Elemente der experimentellen Zugänge, siehe Kapitel 5, wird zudem die Durchführung der Versuche mit geringem technischen Aufwand und schulischen Mitteln angestrebt.

Das im Projekt Magnetismus hoch 4 für die Hochschule erarbeitete Lehrkonzept basiert auf einer ausführlichen und umfassenden fachlichen Klärung. Um im Anschluss an die fachliche Klärung ein Lehrkonzept entwickeln zu können, ist es notwendig, bereits auf Hochschulniveau durch eine bewusste Anordnung der typischen fachsystematischen Elemente aus dem Bereich Magnetismus sowie der fachlich begründeten Vernachlässigung bestimmter Faktoren und darüber hinaus der expliziten Nennung innerer Bezüge und übergeordneter Kriterien eine gewisse Elementarisierung durchzuführen. Die in dieser Arbeit auf Grundlage der fachlichen Klärung entwickelte Sachstruktur, siehe Kapitel 4, für die drei magnetischen Erscheinungsformen Dia-, Para- und Ferromagnetismus unterscheidet sich aufgrund ihrer didaktisch motivierten Konzeption und Strukturierung bereits als solche von herkömmlichen Sachstrukturen im Bereich Magnetismus [Fey64, Nol09, Dem10, Gro14, Tip15]. Als fachdidaktische Grundlage für die Entwicklung der Sachstruktur kann die von Wagenschein (1983) als genetische Didaktik proklamierte Orientierung an realen Phänomen betrachtet werden [Möl01], die gewisse Bezüge zum interaktionistischen Konstruktivismus aufweist [Wag83, Rei12]. Ausgehend von dieser einführenden Phänomenologie und einer makroskopischen Beschreibung der Phänomene erfolgt ein Übergang zum Mikroskopischen. Die grundlegende Vorgehensweise und didaktische Motivation wird in Kapitel 4 genauer erläutert. Da die Sachstruktur jedoch als einzelnes Element kein vollständiges Lehrkonzept darstellt, werden im Rahmen des Projektes Magnetismus hoch 4 weitere Inhalte entwickelt, die die Vermittlung der in der Sachstruktur erarbeiteten Inhalte ermöglichen. Im Rahmen dieser Arbeit werden hierzu exemplarisch experimentelle Zugänge, siehe Kapitel 5, und begleitende digitale Inhalte, siehe Kapitel 6, konzipiert. Die Entwicklung der experimentellen Zugänge und digitalen Inhalte dient jedoch nicht nur dem praktischen Einsatz des Lehrkonzeptes in der Lehre, sondern strebt auf diese Art und Weise einen Vermittlungsansatz auf Grundlage multipler Repräsentationen an. Die Verwendung multipler Repräsentationen fördert gemäß der kognitionspsychologischen Forschung das Lernen im Allgemeinen [Sch03, Ain06, Ber09] und hat sich im Bereich der Physik bereits in unterschiedlichen Studien als hilfreich erwiesen [Koh05, Mel05, Het13]. Eine ausführliche Beschreibung des erwarteten Nutzens multipler Repräsentationen erfolgt im weiteren Verlauf, siehe Kapitel 3.1.

Aufgrund der hervorgehobenen Stellung der realen Phänomene als Grundlage der Sachstruktur ist es notwendig, diese für die Lernenden mithilfe von Experimenten, Alltagsanwendungen oder Naturphänomenen direkt erfahrbar zu machen. Aus diesem Grund werden im Rahmen der Arbeit experimentelle Zugänge zu unterschiedlichen Erscheinungsformen von Magnetismus entwickelt, siehe Kapitel 5. Der Schwerpunkt liegt hier auf der Entwicklung von experimentellen Zugängen für Dia- und Paramagnetismus in genauer Passung zur Sachstruktur, da für diese magnetischen Erscheinungsformen im Vergleich zum Ferromagnetismus deutlich weniger einfach zu realisierende experimentelle Zugänge existieren [Sim94, Saw98, Sim01, Con03, Mal04, Daf09, Che11]. Im Bereich des Ferromagnetismus stehen solche experimentellen Zugänge, wie bereits in Kapitel 2 erläutert, in großer Zahl und hoher Qualität zur Verfügung [Auf13, Har13, Möl13], sodass hier lediglich ein mit Blick auf die Sachstruktur sehr geeignetes Experiment zum magnetooptischen Kerr-Effekt weiterentwickelt wird, siehe Kapitel 5.4. Zusätzlich zur Entwicklung der Sachstruktur und der experimentellen Zugänge strebt das Projekt *Magnetismus hoch 4* die Konzeption digitaler Inhalte und multimedialer Visualisierungen an, siehe Kapitel 6. Im Rahmen dieser Arbeit wird ein Kurzfilm als Instrument für eine Möglichkeit des motivierenden Einstiegs in das Thema zusammen mit zwei interaktiven Simulationen entwickelt. Diese interaktiven Simulationen orientieren sich jeweils an einem Experiment und sollen eine Brückenfunktion zwischen dem Realexperiment und der in der Sachstruktur befindlichen theoretischen Beschreibung bzw. Modellierung darstellen. Die intendierte Wirkung der digitalen Inhalte wird in Kapitel 6 ausführlich erläutert.

Sowohl für die Entwicklung der experimentellen Zugänge als auch der digitalen Inhalte gilt, dass diese exemplarisch erfolgt. Um die Implementierung der Sachstruktur in der Lehre und damit die Wirkung des konzipierten Lehrkonzeptes empirisch untersuchen zu können, fokussieren die exemplarisch erarbeiteten Experimente und multimedialen Bausteine vor allem die makroskopischen Phänomene und weisen zusätzlich auf den Übergang zur mikroskopischen Dimension hin. Die empirische Untersuchung ist elementarer Bestandteil des als Forschungsmethode genutzten Design-Based Research-Ansatzes [Des03, And11]. Gemäß dieses Ansatzes erfolgt forschungsbasierte Entwicklungsarbeit in Zyklen, bei denen Entwicklungen stets hinsichtlich ihrer Konzeption und Wirkung empirisch untersucht und überarbeitet werden, um nach mehreren Zyklen ein forschungsbasiert entwickeltes Produkt zu erhalten. Die Anwendung dieses Ansatzes auf das Projekt Magnetismus hoch 4 wird ebenfalls nachfolgend in Kapitel 3.2 beschrieben. In einem späteren Abschnitt dieser Arbeit, siehe Kapitel 7, werden zudem die Ergebnisse der empirischen Untersuchung zum praktischen Einsatz des Lehrkonzeptes unter besonderer Berücksichtigung der Konzeption zweier multimedialer Inhalte sowie der Entwicklung von konzeptuellem Verständnis hinsichtlich der magnetischen Erscheinungsformen bei den Studierenden präsentiert.

3.1 Lernen mit multiplen Repräsentationen

Aus Perspektive der Lernpsychologie gelten multiple Repräsentationen als hilfreich im Prozess des Wissenserwerbes, da Lernende durch verschiedene Darstellungen und Repräsentanten ihren individuellen Zugang zum entsprechenden Inhalt finden können

[Sch03, Ain06, Ber09]. Auch im Bereich der Physik weisen zahlreiche Studien auf die positive Wirkung multipler Repräsentationen zur Vermittlung konzeptuellen Wissens hin [Koh05, Mel05, Het13]. Es sollte jedoch bereits an dieser Stelle festgehalten werden, dass die Nutzung multipler Repräsentationen keineswegs eine Hilfestellung für die Erschließung komplexerer Inhalte garantiert [Ain06]. Vielmehr müssen die für die Verwendung geltenden Rahmenbedingungen in Form der spezifischen Eigenschaften der verwendeten Repräsentationen, der Zielsetzung eben dieser für das Lernen sowie die mit den Repräsentationen verbundenen kognitiven Herausforderungen berücksichtigt werden [Ain06]. Eine typische Einordnung von für die Naturwissenschaften und Mathematik relevanten Repräsentationen unterteilt diese in verbale, experimentelle, graphische und mathematische Repräsentationen [Ang08, Uhd12]. Ausgehend von dieser Unterteilung lassen sich die Projektinhalte kategorisieren. Am Beispiel der grundlegenden Eigenschaften dia-, para- und ferromagnetischer Phänomene für die exemplarisch ausgewählten Substanzen Wasser (diamagnetisch), Aluminium (paramagnetisch) und Eisen (ferromagnetisch) findet sich in Abbildung 3.1 eine Übersicht potentieller Repräsentanten der vier zuvor genannten Repräsentationsformen. Derselbe fachliche Inhalt lässt sich somit auf extrem unterschiedliche Art und Weise repräsentieren und Lernenden vermitteln. Dabei gibt es viele Überschneidungen der einzelnen Repräsentationen, aber immer auch repräsentationsformspezifische Merkmale, die die Verwendung multipler Repräsentationen unabhängig von Präferenzen der Lernenden verlangen.

Es muss dabei berücksichtigt werden, dass zu jedem Fachinhalt spezifische Schwierigkeiten bei der Nutzung von Repräsentationen auftreten können [Koh05, Mel05, Tor07, Lop14]. So unterscheiden sich beispielsweise die Schwierigkeiten von Lernenden bei der Verwendung von Pfeilrepräsentatinonen in der Mechanik [Jim01, Sav05] von den durch Visualisierungen und Modellierungen erzeugten Vorstellungen im Bereich der Elektrizitätslehre [Urb12]. Eben solche Pfeilrepräsentationen in der Mechanik [Jim01, Sav05] oder u. a. auch die Nutzung von Freikörpervisualisierungen zur Betrachtung von Kräften, Drehmomenten, etc. [Ros05] können jedoch auch gezielt eingesetzt werden, um aus empirischen Untersuchungen bekannte Schülervorstellungen zu adressieren. Nach Ainsworth (1999) können durch multiple Repräsentationen drei unterschiedliche Rollen eingenommen werden [Ain99]. Multiple Repräsentationen können demnach ergänzend zu den zusätzlichen Aufgaben oder Inhalten eingesetzt werden (complementary roles). Sie können helfen, den Interpretationsspielraum der einzelnen Repräsentationen zu begrenzen, wodurch mögliche Fehlschlüsse vermieden werden (constrain intepre-



Abbildung 3.1: Multiple Repräsentationen des Projektes Magnetismus hoch 4. Neben der verbalen und mathematischen Beschreibung sowie graphischen Darstellungen ermöglichen Experimente zur diamagnetischen Levitation, zum paramagnetischen Schweben in einer Flüssigkeit und zur Magnetisierung von Eisen die Beschreibung der magnetischen Erscheinungsformen.

tation). Ebenso können sie in ihrer Gesamtheit den Aufbau eines tieferen Verständnisses der einzelnen Repräsentationen unterstützen (construct deeper understanding) [Ain99]. Die bisherigen Forschungsergebnisse zum Einfluss von multiplen Repräsentationen auf die Problemlösekompetenz von Lernenden sind insofern indifferent, dass positive Wirkungen für Kombinationen von Repräsentation und Kontext nachgewiesen werden können [Koh05, Ros05, Ros06], aber keine Aussagen über universell nützlichere Repräsentationsformen möglich sind. Im Allgemeinen sollte bei Lernwirksamkeitsuntersuchungen oder Kompetenzanalysen von Lerninstruktionen mit und ohne multiple Repräsentationen stets die Validität der Untersuchungen hinterfragt werden, da sich die Frage stellt, ob unterschiedliche Lernsettings mit und ohne multiple Repräsentationen vergleichbare Inhalte vermitteln.

Für die Inhalte des Projektes Magnetismus hoch 4 lässt sich in zweierlei Hinsicht Bezug zu multiplen Repräsentationen herstellen, siehe Abbildung 3.2. Zunächst soll das von Bruner (1966, 1970) erdachte EIS-Prinzip erläutert werden, das die simultane Verwendung enaktiver, ikonischer und symbolischer Repräsentationen als lernförderlich beschreibt, siehe Kapitel 3.1.1 [Bru66, Bru70]. Dieses Prinzip weist überdies Ähnlichkeiten zu Wagenscheins phänomenologischer Vorgehensweise zur Erschließung physikalischer Inhalte auf [Wag70, Kir15b], die strukturgebend für die im Rahmen dieser Arbeit entwickelte Sachstruktur ist, siehe Kapitel 4. Ein zweiter Aspekt, der die Nutzung multipler Repräsentationen begründet, bezieht sich auf die zur Informationsverarbeitung nutzbaren Sinne. Es wird davon ausgegangen, dass für bestimmte fachliche Aspekte ein volles Verständnis nur durch unterschiedliche, sich ergänzende Repräsentationen erzeugt werden kann [McD90, Hes97, Heu13]. Zur Erschließung physikalischer Inhalte eignen sich vor allem das Gehör, die Augen sowie der Tastsinn.

"Der Anfang der Kenntnis (cognitio) muß immer von den Sinnen ausgehen denn nichts befindet sich in unserm Verstande (intellectus), das nicht zuvor in einem der Sinne gewesen wäre: warum sollte also nicht die Lehre mit einer Betrachtung der wirklichen Dinge beginnen, statt mir ihrer Beschreibung durch Worte?"

– Johann Amos Comenius [Com07, S. 137]

Die Nutzung unterschiedlicher Komponenten des sensorischen Gedächtnisses soll helfen, die Informationsverarbeitung im Arbeitsgedächtnis zu optimieren [Pai86, May06, Mor07, Sch14b]. In Kapitel 3.1.2 wird ausgeführt, auf welche Art und Weise die unterschiedlichen Projektinhalte mit dem sensorischen Gedächtnis in Verbindung stehen. Zusätzlich existieren bereits zahlreiche Untersuchungen, die auf positive Beziehungen der Projektinhalte untereinander hinweisen. Sowohl zwischen den multimedialen Visualisierungen und der Sachstruktur [Koh05, Mel05] als auch zwischen multimedialen Inhalten und experimentellen Zugängen weisen Studien auf positive Verstärkung durch Verwendung beider Komponenten hin [Het13, Sch14d]. Zusätzlich besteht in der Lehre im Bereich Physik stets ein Bezug zwischen Sachinhalten (Sachstruktur) und Experimenten, der ebenfalls Gegenstand eingehender fachdidaktischer Forschung ist [Tes04, Bör12]. Diese inneren Bezüge werden in Kapitel 3.1.3 genauer diskutiert.

Bei der Betrachtung von Abbildung 3.2 muss berücksichtigt werden, dass die Zuordnung von ikonischen Repräsentationen zu multimedialen Visualisierungen, die Ver-



Abbildung 3.2: Zusammenhang zwischen der Nutzung unterschiedlicher Repräsenationsebenen nach dem EIS-Prinzip sowie der verschiedenartigen Informationsverarbeitung im sensorischen Gedächtnis und den drei zentralen Projektinhalten in der bisher üblichen fachdidaktischen Interpretation. Das EIS-Prinzip beschreibt die simultane Verwendung enaktiver, ikonischer und symbolischer Repräsentationen. Das sensorische Gedächtnis verarbeitet Informationen über das Hören, Sehen und Fühlen.

knüpfung von symbolischen Repräsentationen und der Sachstruktur sowie enaktiver Repräsentationen und experimenteller Zugänge einer im Bereich der Fachdidaktik weit verbreiteten Interpretation entspricht. Eben diese strikte Zuordnung soll durch die Entwicklung der multiplen Repräsentationen dieser Arbeit jedoch aufgebrochen werden, sodass beispielsweise multimediale Visualisierungen durch enaktive Elemente erweitert werden oder innerhalb der Sachstruktur ikonische Repräsentationen berücksichtigt werden.

3.1.1 Enaktive, ikonische und symbolische Repräsentationsebenen

Neben direkten Hinweisen auf potentielle Einflussfaktoren von Lernprozessen durch die Fachdidaktik, ergibt auch die allgemeine lernpsychologische Forschung immer wieder Handlungshinweise für die reale Unterrichtspraxis [Kir15b]. Eine für die Naturwissenschaftsdidaktik interessante Grundlage beruht auf der Nutzung unterschiedlicher Repräsentationsebenen zur Inhaltsvermittlung, siehe Abbildung 3.2. Bereits Peirce (1906) unterscheidet nach dem Grad der Abstraktion zwischen symbolischen und ikonischen Repräsentationen [Pei06, Ain06]. Diese Unterscheidung wird vom Entwicklungspsychologen Bruner (1966, 1970) im EIS-Prinzip aufgegriffen, gemäß seiner Interpretation modifiziert und um eine enaktive Repräsentationsebene erweitert [Bru66, Bru70, Ain06]. Das EIS-Prinzip kategorisiert enaktive, ikonische und symbolische Repräsentationen nach der für den Lernenden erfahrbaren Darstellungsform, siehe Abbildung 3.2. Es wird davon ausgegangen, dass jeder Inhalt auf jeder Repräsentationsebene erfahren werden kann und Lernenden somit verschiedene Möglichkeiten zur Durchdringung eines Sachinhaltes gegeben werden [Kir15b]. Für die unterschiedlichen Darstellungsformen des EIS-Prinzips gelten folgende Beschreibungen [Bru66, Gre95, Köh11]:

- *Enaktive Repräsentationen* ermöglichen die Erschließung eines Sachinhaltes durch selbsttätig durchgeführte Handlungen und eine haptische Auseinandersetzung mit der Wirklichkeit.
- *Ikonische Repräsentationen* nutzen graphische und bildliche Darstellungen in Form von Zeichnungen, Illustrationen, Animationen oder Diagrammen zur Veranschaulichung des Sachinhaltes.
- Symbolische Repräsentationen reduzieren den Sachinhalt mithilfe sprachlicher Äußerungen, abstrakter Symbol-, Zeichen- und Regelsysteme sowie entsprechender Operatoren.

Um den Lernenden den Zugang zum jeweiligen Sachinhalt zu ermöglichen, sollten sich diese mit allen drei Repräsentationsebenen in der genannten Reihenfolge auseinandersetzen [Kir15b]. In einigen Fällen erfolgt eine vom eigentlichen EIS-Prinzip abweichende Interpretation, die empfiehlt, dass die Repräsentationsformen gestaffelt nach dem Alter der Lernenden eingesetzt werden sollten [Mas80]. Als besondere Herausforderung für Lernende, die bei der Auswahl und Gestaltung verschiedener Repräsentationsformen berücksichtigt werden sollte, gilt der Wechsel zwischen Repräsentationsebenen desselben Sachinhaltes [Böt05]. In weiteren kognitionspsychologischen Arbeiten werden die drei Repräsenationsebenen teilweise weiter differenziert. So werden häufig beispielsweise konkrete (Zeichnungen, etc.) und abstrakte (Diagramme, etc.) ikonische Repräsentationen unterschieden [Pur98]. Diese weitergehenden Differenzierungen werden jedoch im Rahmen dieser Arbeit nicht eingehender diskutiert.

Das EIS-Prinzip wird in besonderem Maße in der Mathematik wertgeschätzt und in diesem Fachgebiet auch entsprechend fachdidaktisch beforscht [Gre95, Les05]. Die Nutzung enaktiver, ikonischer und symbolischer Darstellungsformen erweist sich insbesondere für abstrakte Sachinhalte als lernförderlich [Cab12]. Ein Beispiel aus dem Bereich der Mathematikdidaktik ist die Aufbereitung von Polynomen zweiten Grades durch enaktive, ikonische und symbolische Repräsentationen [Cab12].

Bezieht man das EIS-Prinzip auf die Vermittlung von Inhalten im Bereich der Physik, ergeben sich erstaunliche Übereinstimmungen mit dem physikdidaktischen Grundmuster [Kir15b]. Dieses Grundmuster strukturiert Physikunterricht in enger Anlehung an Wagenschein (1970) als einen Übergang von rein qualitativen zu quantitativmathematischen Beschreibungen [Wag70, Kir15b], was in gewisser Weise als Übergang von einer enaktiven zu einer symbolischen Repräsentationsebene gedeutet werden kann. In der genetischen Didaktik wird jedoch keine explizite ikonische Ebene eingeführt. Die im EIS-Prinzip beschriebene Bedeutung dieser Repräsentationsebene wird durch Schnotz (1994) unterstützt, der ikonisch ausgeführte in darstellende und logische Bilder sowie bildliche Analogien unterteilt und die Relevanz dieser entsprechender Darstellungen nachweist [Sch94].

Da sich, wie bereits zu Beginn von Kapitel 3 beschrieben und in Kapitel 4 näher ausgeführt, auch die Sachstruktur am phänomenologischen Vorgehen Wagenscheins orientiert, erscheint diese Sichtweise auf die Vermittlung physikalischer Inhalte auch für die Strukturierung der Projektinhalte sinnvoll. Mit Blick auf die verschiedenen Projektinhalte lässt sich jedem Bereich des Projektes *Magnetismus hoch 4* eine Repräsentationsebene zuordnen, siehe Abbildung 3.1 und 3.2. Zunächst wird durch die experimentellen Zugänge, siehe Kapitel 5, eine enaktive Darstellungsform bereitgestellt. Mithilfe der ikonischen Repräsentationen in Form multimedialer Visualisierungen, siehe Kapitel 6, erfolgt der Übergang zur symbolischen Beschreibung von Dia-, Para- und Ferromagnetismus im Rahmen der Sachstruktur, siehe Kapitel 4. Das EIS-Prinzip [Bru66, Bru70] kann somit zusammen mit der von Wagenschein beschriebenen Annäherung an physikalische Inhalte [Wag70, Wag83] und der Unterteilung in verbale, experimentelle, graphische und mathematische Repräsentationen [Ang08, Uhd12] als strukturierendes Element der Projektinhalte betrachtet werden.

3.1.2 Informationsspeicherung und -verarbeitung nach dem Multimedia-Prinzip

In den meisten Lernprozessen steht die Verarbeitung und die daran anschließende Speicherung von Informationen im Vordergrund. Diese beiden kognitiven Prozesse sind unmittelbar mit dem Gedächtnissystem des Menschen verknüpft. Das Gedächtnis besteht gemäß des modalen Gedächtnismodelles aus drei Bereichen [Buc06]. Das sensorische Gedächtnis registriert zunächst visuelle, auditive, haptische, olfaktorische oder gustatorische Sinnesreize, die bei entsprechender Relevanz im Langzeitgedächtnis gespeichert werden sollen [Buc06]. Die Verarbeitung der Informationen wird vom Arbeitsgedächtnis als zentraler Exekutive übernommen [Buc06], das somit als Vermittler zwischen sensorischem Gedächtnis und Langzeitgedächtnis fungiert.

Einen Ansatz zur präziseren Beschreibung der Verarbeitungs- und Speicherungsprozesse von Informationen im Zusammenhang mit multimedialen Inhalten, die unterschiedliche Sinne simultan ansprechen, liefert Mayers kognitive Theorie des multimedialen Lernens (1997), die kurz als Multimedia-Prinzip bezeichnet wird [May97, May01, May06]. Unter multimedialen Inhalten werden typischerweise solche Aspekte und Konzepte zusammengefasst, die entweder verschiedene Sinne simultan ansprechen (Multimodalität) oder aber denselben Sinn verschiedenartig durch unterschiedliche Codierungen nutzen (Multicodierung) [Rub06]. Ein bereits eingehend beforschtes Fallbeispiel ist die simultane Darbietung von Texten und Bildern [Sch03, Sch14b]. Die multimedialen Inhalte können zudem interaktiv sein und eine Einflussnahme des Lernenden erlauben, der somit vom Betrachtenden zum Agierenden wird, oder auch dynamische Visualisierungen beinhalten, die es ermöglichen komplexe Prozesse angemessen zu vermitteln [Rub06]. Das Multimedia-Prinzip beruht im Wesentlichen auf der Vereinigung dreier vorangegangener Theorien zur Verarbeitung von Informationen [Rub06] und weist im Speziellen der gemeinsamen Nutzung von Texten und Bildern verglichen mit rein textbasierten Materialien eine positive Beeinflussung der Lernwirksamkeit zu [Höf07, Sch14b]. Die Nutzbarmachung eines vollständigen Schemas unter Berücksichtigung vieler Bereiche des sensorischen Gedächtnisses gilt dabei als besonderes hilfreich [Heu13]. Die drei dem Multimedia-Prinzip zugrunde liegenden Theorien umfassen ein Modell des Arbeitsgedächtnisses nach Baddeley und Hitch (1974) [Bad74, Bad92], die Dual-Coding-Theory nach Paivio (1986) [Pai86, Cla91] sowie die Betrachtungen von Wittrock (1974) [Wit74] zur Kategorisierung von Lernprozessen als aktiver Auseinandersetzung [Rub06].

Das Modell des Arbeitsgedächtnisses unterteilt diese Komponente des Gedächtnissystemes klassisch in drei Bereiche [Bad74, Bad92]. Die Speicherung von Informationen erfolgt nach dem Modell, separiert nach der Art der Information im räumlich visuellen Block, bei räumlich visuellen Informationen oder in der phonologischen Schleife bei geschriebenen Buchstaben, Ziffern, Symbolen oder Sprache im Allgemeinen [Bad74, Bad92]. Die Steuerung des kognitiven Systems und Koordination des räumlichen visuellen Blockes und der phonologischen Schleife wird von der zentralen Exekutive, der dritten Komponente im Modell des Arbeitsgedächtnisses, übernommen [Bad74, Bad92]. In der derzeitigen Konzeption fügt Baddeley (2000) seiner Theorie den episodischen Puffer als vierte Komponente hinzu [Bad00]. Dieser berücksichtigt die durch die klassische Chunkingtheorie beschriebene Kapazität des Kurzzeitgedächtnisses gleichzeitig zwischen fünf und neun Chunks, d. h. logische Informationseinheiten, speichern und verarbeiten zu können [Mil56].

Die Dual-Coding-Theory unterteilt die Prozesse der Informationsverarbeitung und Informationsspeicherung hinsichtlich der Darbietungsform der Informationen [Pai86]. Es wird hierbei zwischen Prozessen im verbalen System und solchen im nonverbalen System unterschieden. Teilweise erfolgt eine Einschränkung des nonverbalen Systems auf bildliche Informationen [Pai86]. Die Theorie besagt, dass durch Verbindungen zwischen beiden Systemen verbale Informationen mit nonverbalen verknüpft werden können und diese Vorgänge sich als lernförderlich erweisen. Gleichzeitig werden bei diesen Verknüpfungen auch Vorerfahren und bereits existierendes Wissen integriert [Pai86, Cla91]. Die Dual-Coding-Theory ergibt sich aus Studienergebnissen zur Kapazität des Gedächtnisses, die zeigen, dass Visualisierungen und damit nonverbale Informationen verglichen mit Texten besser verarbeitet und erinnert werden können [Pai78, Lew97]. Für eine mögliche Erklärung dieser Befunde kann der typische Umgang mit Bildern oder Texten in Alltags- und Lernkontexten herangezogen werden. Es lässt sich feststellen, dass erkannte Bilder in der Regel mit sprachlichen Äußerungen beschrieben und damit mit verbalen Informationen in Verbindung gebracht werden. Es erfolgt somit eine Verknüpfung des verbalen und nonverbalen Systemes. Im Gegensatz dazu werden Texte und einzelne Begriffe oder komplexe fachliche Konzepte von Lernenden seltener selbstständig visualisiert.

Die dritte Grundlage des Multimedia-Prinzipes definiert Lernen als einen aktiven Prozess bei dem Erkenntnisse durch Reize generiert und mit bereits existierenden Konzepten und Vorstellungen verbunden oder abgeglichen werden [Wit74]. Es wird angenommen, dass die Verbindung von Reizen und Vorwissen durch Instruktionen gefördert werden kann [Rub06]. Ausgehend von diesen Theorien ergeben sich drei Grundannahmen, die dem Multimedia-Prinzip zur Beschreibung des Prozesses der Informationsverarbeitung zugrunde liegen [May97, May01, May06, Rub06]:

- 1. Es existiert eine Grenze für die kognitive Kapazität zur Verarbeitung von Informationen.
- 2. Diese Verarbeitung von Informationen erfolgt in einem verbalen und einem nonverbalen System.
- 3. Die Verarbeitung von Informationen stellt einen aktiv durchzuführenden Prozess dar und erfolgt nicht automatisch.

Die kognitive Theorie des multimedialen Lernens geht von multiplen Repräsentation als Informationen aus. Diese werden im sensorischen Gedächtnis von den jeweiligen Sinnesorganen verarbeitet. Es werden dabei verbale und visuelle Repräsentationen unterschieden, die direkt wahrgenommen werden oder durch Organisation von Tönen sowie Texten und Abbildungen mental erzeugt werden. Diese Organisation erfolgt als aktiver Prozess, bei dem weiterhin existierende Präkonzepte und Vorwissen integriert werden. Die Auswahl der für die verbalen und visuellen Repräsentationen relevanten Informationen der ursprünglichen multiplen Repräsentationen erfolgt aufgeteilt auf verschiedene Kanäle.

In der ursprünglichen Form des Multimedia-Prinzips werden lediglich Worte und Abbildungen als multiple Repräsentationen einbezogen und unterschieden [May01]. Ausgehend vom Multimedia-Prinzip existieren für das Zusammenwirken von Texten und Abbildungen bereits weiterführende Konzepte, die das Prinzip der Verschränkung unterschiedlicher Systeme im Sinne der Dual-Coding-Theory aufgreifen und neben theoretischen Modellierungen auch explizite Hinweise zur Konzeption von Medien auf Grundlage von Texten und Bildern bereitstellen [Sch03, Sch14b]. Insbesondere für diese Kombination verschiedener Medienkomponenten finden sich bereits verschiedene Studien und Praxisempfehlungen aus den naturwissenschaftlichen Didaktiken. Die Beobachtung von Lernenden bei der Ausführung einfacher Hands-on-Experimente in einer Studie zeigt, dass diese auch ohne Vorkenntnisse selbstständig naive Bilder und piktorale Repräsentationen als Verständnishilfe erzeugen [Böt05]. Eine derartige Vorgehensweise lässt sich auch als Strategie von erfahrenen Physikern identifizieren [Böt05]. In vielen Fällen stellen graphische Repräsentationen komplexer physikalischer Prozesse zudem eine typische Methode naturwissenschaftlicher Kommunikation dar. Auf welche Art und Weise diese Kommunikationsform Lernende jedoch beim Kompetenzerwerb positiv beeinflusst oder möglicherweise behindert [Hub10] und welche zentralen Aspekte zum Einsatz entsprechender multimodaler Repräsentationsformen berücksichtigt werden sollten, ist ebenfalls bereits Gegenstand eingehender Untersuchungen [Wal10]. Zusätzlich beschäftigen sich naturwissenschaftsdidaktische Forschungsprojekte mit auditiven Informationen als ergänzende Elemente zu Bildern oder Animationen, die sich im Gegensatz zu schriftlichen Texten als lernförderlich erweisen [Lip10]. Darüber hinaus lassen sich unter Berücksichtigung bestimmter Richtlinien Vorteile dynamischer Animationen im Vergleich zu statischen Darstellungen nachweisen [Lip10].

Berücksichtigt man jedoch die Definition des sensorischen Gedächtnisses als System zur Verarbeitung vieler unterschiedlicher Sinnesreize über alle zur Verfügung stehenden Sinnesorgane [Buc06], erscheint es naheliegend, auch weitere für die Vermittlung von Inhalten im Bereich der Physik relevante Repräsentationen zu berücksichtigen. Als zentrales Element erscheinen hier Experimente, denen sowohl im Bereich der Forschung als auch im Bereich der Lehre einen bedeutsame Funktion zugewiesen wird [Hei14, Naw14]. Durch den Einbezug von Experimenten müssen jedoch auch haptische Sinnesreize einbezogen werden, die u. a. zu taktilen oder kinästhetischen Repräsentationen führen können. Eine Darstellung der Informationsverarbeitung im Sinne des Multimedia-Prinzipes sowie einer Erweiterung um haptische Sinnesreize, die sich aus der Berücksichtigung von experimentellen Zugängen als Komponente multipler Repräsentationen ergeben, findet sich in Abbildung 3.3. Es zeigt sich, dass Experimente sich logisch in das Multimedia-Prinzip integrieren lassen und somit als wichtiger Bestandteil multipler Repräsentationen neben rein verbalen und visuellen Informationen in Lehrkonzepten berücksichtigt werden sollten.

Obwohl durch die Verschränkung der unterschiedlichen Repräsentationen und den Aufbau vollständiger Schemata lernförderliche Wirkungen möglich sind, existieren auch Einschränkungen hinsichtlich möglicher Gefahren, die bei der Konzeption multimedialer Lehrkonzepte berücksichtigt werden sollten. Diese beziehen sich auf eine potentielle kognitive Überlastung der Lernenden durch Multimedia [Swe88, Swe05, Swe11]. Nach der Cognitive Load Theory Swellers (1988) können drei unterschiedliche kognitive Be-



Abbildung 3.3: Darstellung des Prozesses der Informationsverarbeitung nach [May01, S. 44] (dunkelgrau) ergänzt um experimentelle Repräsentationsformen und die haptische Sinnesverarbeitung (grau, mittig).

lastungen beim Lernprozess identifiziert werden [Swe88]. Die intrinsische kognitive Belastung (intrinsic cognitive load) ergibt sich aus der inhaltlichen Konzeption des Lernmaterials, d. h. aus der Komplexität der vermittelten Inhalte oder Aufgaben. Die extrinsische kognitive Belastung (extrinsic cognitive load) ergibt sich aus der gestalterischen Konzeption des Lernmaterials und weist somit einen unmittelbaren Bezug zum Multimedia-Prinzip auf. Die dritte Form der kognitiven Belastung, die lernbezogene kognitive Belastung (germane cognitive load), bezieht sich auf die für den Lernenden zu leistende Anstrengung während des Lernprozesses. Die drei unterschiedlichen Formen der kognitiven Belastung summieren sich zur Gesamtbelastung. Um der lernbezogenen kognitiven Belastung einen möglichst großen Anteil an dieser Gesamtbelastung zukommen zu lassen, sollten die intrinsische und extrinsische kognitive Belastung möglichst gering gehalten werden. Bei Festlegung bestimmter Inhalte und Lernziele und damit einer fixen intrinsischen kognitiven Belastung gilt es somit die Lernmaterialien so zu gestalten, dass die extrinsische kognitive Belastung minimiert wird. Die Gestaltung multimedialer Lehrkonzepte besitzt somit einerseits, das Potential Lernenden eine Fokussierung auf die wesentlichen zu lernenden Inhalte zu ermöglichen und andererseits die Gefahr, Lernende bei der Erarbeitung dieser Inhalte durch kognitiv zu belastende Darstellungen zu hindern [Swe88, Swe05, Swe11].

Weitere Gefahren für multimediale Konzepte liegen in der Verwendung dekorativer Abbildungen oder solcher mit nur wenigen Informationen [Sch03], einer zu starkem Interaktivität der multimedialen Inhalte, die Lernende von einer detaillierten Auseinandersetzung mit den eigentlichen Inhalten ablenken kann [Jon98, Ner03] oder dem Expertise-Umkehr-Effekt (expertise reversal effect) [Swe03, Sch14b]. Letzterer besagt, dass Lernende mit großem Vorwissen (Experten) bei der Auseinandersetzung mit Sprache und Abbildungen zum gleichen Inhalt durch den Ausschluss bereits erlernter Konzepte teilweise stärker kognitiv belastet werden, als dies bei Lernenden mit geringem Vorwissen (Novizen) der Fall ist, sodass diese von der Lernumgebung letztendlich stärker profitieren können [Heu13].

Insgesamt zeigt sich, dass die Verarbeitung und Speicherung von Informationen durch den Sinnesbezug stark mit multiplen Repräsentationen verknüpft ist. Diese besitzen das Potential, bei angemessener inhaltlicher und gestalterischer Planung Lernende im Lernprozess zu unterstützen. Gleichermaßen sind jedoch mit dem Einsatz und der Erarbeitung multipler Repräsentationen Herausforderungen und Gefahren verbunden, die gegenteilige Effekte bewirken können. Das um haptische Sinnesreize erweiterte Multimedia-Prinzip, siehe Abbildung 3.3, stellt die Grundlage für die im Projekt *Magnetismus hoch 4* entwickelte Sachstruktur, die experimentellen Zugänge sowie die digitalen Inhalte dar und dient dazu prospektiv Lernhürden zu berücksichtigen und aufzugreifen.

3.1.3 Relevante Repräsentationsformen und zugehörige Interdependenzen

Nach den Ausführungen zur Bedeutung multipler Repräsentationsformen in den Kapiteln 3.1.1 und 3.1.2 sollen abschließend die für das Fach Physik und die Lehre in diesem Fach zentralen Repräsentationsformen sowie deren Interdependenzen dargestellt werden. Im Projekt *Magnetismus hoch 4* soll ein Lehrkonzept entwickelt werden, das es ermöglicht, die erarbeitete Sachstruktur im Bereich der Hochschule zu vermitteln. Um die im Wesentlichen auf verbalen, (formal-)graphischen und mathematischen Repräsentationen [Ang08, Uhd12] basierende Sachstruktur für den Praxiseinsatz anwendbar zu machen und dabei das Potential multipler Repräsentationen zu nutzen, die das sensorische Gedächtnis auf vielfältige Art und Weise einbeziehen, werden im Projekt sowohl experimentelle Zugänge als auch digitale Inhalte entwickelt, siehe Abbildung 3.2.

Die Tätigkeit des Experimentierens lässt sich als zentrale Methode fachlicher Forschung und gleichzeitig bedeutsame Handlung im Bereich der Lehre identifizieren [Wel98, Hei14, Naw14]. Experimentelles Handeln ermöglicht in der Lehre gleichsam die Auseinandersetzung mit einer typischen Methode der Physik und damit verbundenen Tätigkeiten, wie der Planung, Durchführung und Auswertung von Experimenten. Ebenso stellt es eine Lerngelegenheit für die Aneignung von Fachwissen bereit und schafft darüber hinaus Raum für soziale Interaktion der Lernenden bei selbsttätiger Durchführung von Experimenten [Bör12]. Aufgrund dieser vielfältigen Aspekte stellt experimentelles Handeln einen aus fachdidaktischer Perspektive höchst relevanten, aber nicht scharf zu definierenden Begriff dar [Bör12]. Eine Untersuchung zu den Zielen des Experimentierens im Projekt "Labwork in Science Education" (1998) identifiziert die Verbindung von Theorie und Praxis, den Erwerb fachlicher Fähigkeiten sowie das Kennenlernen einer zentralen Methode wissenschaftlichen Denkens als die typischerweise von Lehrenden der Sekundarstufe II oder der Hochschule genannten Ziele beim Experimentieren [Wel98]. Die zuvor genannte Einführung in eine bedeutsame naturwissenschaftliche Methode schließt dabei an die aus Sicht der Fachdidaktik relevante Auseinandersetzung mit der Natur der Naturwissenschaften (nature of science) an. Mithilfe dieser sollen Lernende bereits in der Schule und in besonderem Maße an der Universität eine naturwissenschaftliche Grundbildung (scientific literacy) erhalten [Led92, Grä02, McC02, Höt08].

Die herausragende Bedeutung experimenteller Handlungen im Schulbereich wird auch durch die explizite und ausführliche Nennung in den Standards für die Kompetenzbereiche des Faches Physik belegt, gemäß derer Lernende beispielsweise für den Erhalt der mittleren Reife Experimente ausführen, planen, dokumentieren, auswerten und die Aussagefähigkeit beurteilen können sollen [Kul04]. Im Projekt "Quality of Instruction in Physics" (QuIP) (2014), das das experimentelle Handeln im Fach Physik im Unterricht der 9. und 10. Klasse im Vergleich der Länder Deutschland, Schweiz und Finnland analysiert, zeigt sich, dass sich deutsche Schülerinnen und Schüler durchschnittlich ca. 65 Minuten einer Unterrichtszeit von insgesamt 90 Minuten mit experimentbezogenen Tätigkeiten beschäftigen [Ols10, Bör12, Fis14].

Die Lernwirksamkeit von Experimenten in der Lehre wird jedoch aktuell seit längerer Zeit kontrovers diskutiert. Dabei offenbart die Debatte, dass eine differenzierte Auseinandersetzung mit den experimentellen Handlungsweisen und deren Einbettung in den Lehr-Lern-Prozess betrachtet werden muss [Bör12] und Experimente sich nicht grundsätzlich als lernförderlich erweisen [Har99, Hof04]. Vernachlässigt man diese differenzierte Betrachtungsweise, erkennen viele Studien eine Lernwirksamkeit von Experimenten, während andere Studien gegenteilige Resultate ergeben [Wel98]. Eine zentrale Erkenntnis der QuIP-Studie und weiterer Studien offenbart, dass für das experimentelle Handeln nicht nur die Zeit des eigentlichen Experimentierens, sondern auch die Zeit für Vor- und Nachbereitung der Experimente berücksichtigt werden muss [Tes04, Fis14]. Durch diese ist die Lernwirksamkeit der Experimente ebenso determiniert [Bör12, Fis14], wie durch die explizite Förderung experimenteller Fähigkeiten [Naw14]. Neben der Schule nutzt auch die Hochschule experimentelle Lehr-Lern-Situation traditionell häufig. Diese konstituieren sich teilweise in Seminaren, aber insbesondere auch in den Grund- und Fortgeschrittenen-Praktika nahezu sämtlicher Physik-Studiengänge [Neu04]. Aus dieser Beschreibung ergibt sich die Bedeutung der experimentellen Zugänge für die Vermittlung physikalischer Sachstrukturen, die im Projekt Magnetismus hoch 4 aufgegriffen wird.

Einen vielversprechenden Ansatz zur Einbindung von Experimenten in den Lehr-Lern-Prozess stellt die Einbindung theoretisch bereits ausführlich beschriebener multipler Repräsentationen dar, wie in unterschiedlichen Studien zum fachlichen Bereich der Strahlenoptik gezeigt werden kann [Het13, Sch14d]. Die Studien weisen auf einen signifikanten Vorteil einer Auseinandersetzung von Lernenden mit multiplen Repräsentationen im physikalischen Kontext hin, in denen nicht nur Texte angefertigt oder Strahlengänge konstruiert, sondern auch existierende Abbildungen vervollständigt, korrigiert oder gänzlich umstrukturiert werden müssen [Sch14d]. Die Auseinandersetzung mit multiplen Repräsentationen erfolgt in den Studien stets aktiv und unterscheidet sich in diesem Punkt deutlich von anderen Ansätzen zur Einbindung multipler Repräsentationen.

Während die im Projekt entwickelten experimentellen Zugänge stark mit haptischen Reizen in Verbindung stehen, sprechen die digitalen Inhalte das Hören und Sehen der Lernenden an. Zahlreiche multimediale Inhalte existieren zu nahezu allen physikalischen Fachgebieten [Alt04, Wag06a, Wag06b, Kir07, Wie08a, Wie08b, Wie10a, Deb13, Lau15b]. Empirische Untersuchungen beschäftigen sich mit den spezifischen Gelingensbedingungen für die Gestaltung von Multimedia im Fach Physik [Mul08a, Mul08b]. Ein wichtiges Kriterium für die Gestaltung ist die Nutzung von nur wenigen anleitenden Elementen und Informationen, um den Lernenden so großen Handlungsspielraum zur Auseinandersetzung mit den Medien zu ermöglichen [Pod10]. Ein Beispiel zu einer interaktiven Simulation von Welleninterferenzen weist nach, dass Lernende sich auf diese Art mit dem digitalen Inhalt, vergleichbar mit Wissenschaftlern bei der Untersuchung von Phänomenen, beschäftigen [Pod10]. Eine andere Studie vergleicht multimediale Lernmodule mit traditionellen Lehrbüchern und kommt zu dem Ergebnis, dass Multimedia-Inhalte einen stärkeren Lernzuwachs bewirken als geschriebene Texte [Ste09]. Sogar die Verkürzung der Präsenzzeiten von Lehrveranstaltungen in Verbindung mit verpflichtenden multimedialen Anteilen als Vorbereitung auf die Präsenzveranstaltungen konnte positive Wirkungen erzielen [Sad11].

Für den in diesem Projekt relevanten Fachinhalt des Magnetismus existieren ebenfalls unterschiedliche, empirisch evaluierte Inhalte [Ste09, Sad11]. Darunter sind auch solche, denen in Meta-Analysen ein sehr guter bis hervorragender Wert für die Ausbildung im Fach Physik im Bereich Elektrizitätslehre und Magnetismus zugewiesen werden konnte [Deb13]. Viele der einflussreichsten multimedialen Inhalte entstammen dem Projekt "Physics Education Technology" (PhET) der University of Colorado at Boulder (2002) [Per06, Ste09, Pod10, Wie08a, Wie08b, Wie10a]. In diesem Projekt finden sich bereits zahlreiche animierte, interaktive Simulationen zu nahezu allen Themengebieten der Physik realisiert [Per06]. Die Konzeption orientiert sich stark an der Forschungsmethode des Design-Based Research, die im nachfolgenden Kapitel 3.2 eingehender beschrieben wird. Die PhET-Simulationen sollen originär helfen zwischen real beobachtbaren Phänomenen und nicht sichtbaren bzw. nicht direkt zugänglichen Aspekten der Physik zu vermitteln und diese Ebenen miteinander zu verknüpfen [Pod10]. Diese Zielsetzung wird auch von den interaktiven Simulationen im Projekt *Magnetismus hoch 4* verfolgt, siehe Kapitel 6.2.1 und 6.2.2. Die PhET-Simulationen zeichnen sich bei genauerer Analyse jedoch insbesondere durch die Visualisierung modellierender Elemente in physikalischen Kontexten aus und weisen eher schwache Bezüge zu spezifischen Realexperimenten auf.

Die Verknüpfung von realen Experimenten und interaktiven Medienelementen ergibt sich auch durch die interaktiven Bildschirmexperimente der Freien Universität Berlin [Kir07]. Die interaktiven Bildschirmexperimente stellen eine Abfolge von Fotografien oder Videoaufnahmen realer Experimente dar, die dem Nutzer die Veränderung vorbestimmter Parameter ermöglichen. Im Gegensatz zu den PhET-Simulationen weisen die interaktiven Bildschirmexperimente somit starke Bezüge zu realen Experimenten auf und sollen diese in bestimmten Situationen ersetzen, wobei weiterführende modellierende Elemente vernachlässigt werden.

Das Wechselspiel zwischen modellierenden Simulationen und Realexperimenten wird jedoch im Vergleich zu PhET und den interaktiven Bildschirmexperimenten von den im Rahmen dieser Arbeit entwickelten Inhalten stärker akzentuiert und in den Vordergrund gestellt. Dabei sollen jedoch in der vorliegenden Arbeit keine Realexperimente durch interaktive Simulationen ersetzt werden. Vielmehr wird der Fokus auf die Komplementarität der beiden Medien gelegt. Obwohl Hinweise existieren, dass Simulationen möglicherweise in gewissen Kompetenzbereichen mit Realexperimenten vergleichbare Effekte erzielen [Sch14c], werden in Kapitel 3.1 zahlreiche Argumente für die Nutzung von experimentellen und digitalen Ansätzen zur praktischen Vermittlung der Sachstruktur ausgeführt.

3.2 Forschungsmethode Design-Based Research

Das im Rahmen des Projektes *Magnetismus hoch 4* entwickelte und mithilfe exemplarischer Experimente und digitaler Inhalte realisierte Lehrkonzept wird nach dem Design-Based Research-Ansatz entwickelt. Das Design-Based Research stellt eine Forschungsmethode der Lehr-Lernforschung dar, die erstmalig Anfang der 90er Jahre von Bildungsforschern genutzt worden ist [Col04]. Insbesondere seit Beginn des aktuellen Jahrhunderts gewinnt diese Forschungsmethode immer mehr Einfluss und Relevanz für die Bereiche der allgemeinen und fachspezifischen Bildungsforschung [Bar04, And11]. Metaanalysen zum Design-Based Research weisen der Methode insbesondere Erfolge im Bereich der Curriculumsforschung und der Entwicklung technologischer Interventionen im Bildungsbereich nach [And11].

Die immer stärkere Popularität des Design-Based Research kann als Folge einer teilweise massiven Kritik an traditionelleren Methoden der empirischen Bildungsforschung angesehen werden. Insbesondere in den USA, aber auch in Europa wird Forschungsprojekten im Bildungsbereich ein zu geringer Praxisbezug attestiert [Des03, Nat02]. Es wird kritisiert, dass die häufig qualitativ extrem hochwertigen und präzisen empirischen Methoden und Studien zu oft in Form von Laborstudien oder laborähnlichen Studien durchgeführt werden, sodass die Implikationen für die Praxis zumindest fragwürdig bleiben [Ber02]. Werden in diesen Forschungsprojekten scheinbar praxisbezogene Fragestellungen untersucht, ergeben sich entweder Aussagen, die für Lehrkräfte und Lernende in der Unterrichtspraxis nicht genutzt werden können [Wil11] oder sie stellen Trivialitäten dar, die den Lehrerinnen und Lehrern durch die täglichen Erfahrungen der Unterrichtspraxis bereits bewusst sind [Wie10b]. Im Umkehrschluss mangelt es der Praxis dadurch häufig an einer wissenschaftsbasierten Vorgehensweise.

"Der Unterricht an Schulen scheint [...] in wesentlich geringerem Ausmaß eine wissenschaftsbasierte Praxis zu sein, als dies wünschenswert wäre."

- [Fis05, S. 428]

Die Kritik am Vorgehen vieler Studien spiegelt dabei ein grundlegendes Spannungsfeld wider, das arttypisch für die Erziehungswissenschaften im Allgemeinen und die fachdidaktische Forschung im Besonderen ist. Einerseits strebt die Grundlagenforschung allgemeine Theorien und Erkenntnisse über Lernprozesse und kognitive Vorgänge an. Andererseits ist jede reale Klassensituation ein Einzelfall auf den allgemeingültige, statistische Mittelwerte nicht zutreffen, sodass die Notwendigkeit resultiert spezifische und für die Praxis nützliche Befunde zu generieren [Wie10b, Wil11]. Aufgrund der starken Fokussierung auf Grundlagentheorien ohne praktische Relevanz wird die so geartete Bildungsforschung teilweise als "Innovationsbremse" [Rei05a, S. 57] bezeichnet.

Als Reaktion auf diese kritische Betrachtung empirischer Bildungsforschung gewinnt die Methode des Design-Based Research, die oft auch kurz unter den Bezeichnungen "Design Research" oder "fachdidaktische Entwicklungsforschung" [Pre12, S. 29] zu finden ist, immer stärker an Bedeutung. Eine weitere passende Beschreibung und auch Bezeichnung identifiziert Forschung nach dem Design-Based Research-Ansatz als "nutzenorientierte Grundlagenforschung" [Fis05, S. 433] und bezieht so beide Enden des Spannungsfeldes aufeinander. Ein gutes Verständnis für diese Bezeichnung ergibt sich aus dem Quadrantenschema zur Einordnung wissenschaftlicher Forschung, siehe Abbildung 3.4.

Das von Stokes (1997) erdachte Schema ordnet Forschungsansätze nach hohem bzw. niedrigem Anwendungspotential (Praxis) und hoher bzw. niedriger allgemeiner Erkenntnisgewinnung (allgemeine Theorien) [Sto97]. Die im Rahmen der Grundlagenfor-



ANWENDUNG/NUTZEN

Abbildung 3.4: Einordnung des Design-Based Research in das Quadrantenschema wissenschaftlicher Forschung nach [Sto97, S. 73] und [Wil11, S. 1]. Der Design-Based Research-Ansatz repräsentiert die nutzenorientierte Grundlagenforschung.

schung untersuchten Erkenntnisse allgemeiner Theorien sowie der Praxisbezug, deren Spannungsfeld den oben beschrieben Diskurs angestoßen hat, stellen somit die beiden Dimensionen dieser Klassifizierung dar [Wil11]. Jede fach- bzw. physikdidaktische Forschungsmethode sollte sich mehr oder weniger trennscharf im Quadrantenschema einordnen lassen. Der Design-Based Research-Ansatz zielt darauf ab, einerseits praxisrelevante Erkenntnisse und Innovationen zu generieren, andererseits darüber hinaus einen Beitrag zur allgemeineren Grundlagenforschung zu liefern, sodass der Anspruch eines praxisrelevanten Nutzens und gleichzeitig allgemeiner Erkenntnisgewinnung besteht. Es sollen Lehrkonzepte oder Lernumgebungen entwickelt werden sowie eine Lehr- und/oder Lerntheorie im entsprechenden Themenfeld erarbeitet oder bestehende Theorien ergänzt werden [Wil14].

"Das umittelbarste Ziel im DBR-Ansatz ist die Lösung von Problemen in der Bildungspraxis. Eng damit verzahnt ist das Ziel, nach außen kommunizierbare Theorien zu entwickeln, die kontextsensitiv und für die Praxis brauchbar sind, gleichzeitig aber auch die wissenschaftliche Erkenntnis zum Lernen und Lehren erhöhen."

- Gabi Reinmann [Rei05a, S. 62]

Anstelle von Laborstudien oder laborähnlichen Studien werden Forschungsfragen gemäß des Design-Based Research-Ansatzes in der realen Lehrsituation empirisch untersucht [Col04]. Die Durchführung von Lernwirksamkeitsstudien oder Erhebungen der Motivation oder weiterer Konstrukte durch bestimmte Instruktionen bzw. Lernarrangements verspricht zudem eine gesteigerte Validität der Untersuchungen [And11]. Dieser Aspekt stellt einen wesentlichen Unterschied zu vielen traditionellen Forschungsmethoden der empirischen Bildungsforschung dar. Die vier Schritte der Methode werden beispielsweise von Reinmann (2005) beschrieben und sollen davon ausgehend erläutert werden [Rei05a]. Forschungsprojekte nach dem Prinzip des Design-Based Research beginnen zunächst mit einer Gestaltungs- oder Design-Phase, in der theoretische Erkenntnisse vorheriger Forschungen genutzt werden, um den Prototyp einer Lernumgebung, eines Lehrkonzeptes, etc. zu entwickeln. Das Produkt der Design-Phase wird im Anschluss in der Praxis eingesetzt, dabei empirisch untersucht und ausgehend von den Ergebnissen dieser Untersuchung analysiert. Nach Analyse der empirischen Befunde und mit Bezug zu weiteren theoretischen Erkenntnissen im dazugehörigen Themengebiet, erfolgt das Re-Design, an das sich eine erneute Praxisdurchführung anschließt. Nachfolgend können mehrere Design-Zyklen mit Gestaltung, Durchführung, Analyse und Re-Design durchlaufen werden, siehe Abbildung 3.5.

Eine wichtige Erkenntnis und Besonderheit ist, dass der Design-Phase als eigenen Forschungsschritt eine gesteigerte Wertschätzung zugewiesen wird. Betrachtet man die charakteristischen vier Phasen, zeigt sich, dass beim Design-Based Research sowohl vorausschauend gearbeitet wird, da die Gestaltung der Lernprozesse zunächst auf Grundlage theoretischer Modelle Hypothesen aufstellt, als auch reflektierend, weil zu Beginn getroffene Annahmen analysiert und gegebenenfalls angepasst werden [Rei05a]. Das Design-Based Research erhebt den Anspruch zu beschreiben, auf welche Art und Weise, in welchen Kontexten und Situationen und warum Bildungsinnovationen in der Praxis wirksam sind und nicht nur, dass entsprechende Effekte empirisch nachgewiesen werden können [Des03]. Die bisher grundsätzlich formulierte Zielsetzung des Design-Based Research wird in fünf Kriterien präzisiert, die von jeder Art nutzenorientierter Grundlagenforschung erfüllt werden sollten [Des03, Fis05, Wie10b]:

- 1. Die Entwicklung praktischer Innovationen ist mit dem Streben nach der Weiterentwicklung eines zugehörigen theoretischen Konstruktes verschränkt.
- 2. Die Forschung erfolgt stets als Abfolge von Design, Durchführung, Analyse und Re-Design.



Abbildung 3.5: Darstellung der typischen Vorgehensweise bei Forschungsprojekten nach dem Prinzip des Design-Based Research. Nach dem Design-Prozess erfolgt die Durchführung, Analyse des praktischen Einsatzes und ein Re-Design.

- 3. Die nutzbaren Theorien und praktischen Innovationen dienen der realen Praxis und stellen die Grundlage für eine vertiefte Grundlagenforschung dar.
- 4. Die Forschung berücksichtigt die spezifischen Parameter im realen Kontext der Durchführung und integriert diese in das entwickelte theoretische Konstrukt.
- 5. Die Methoden zur Erhebung der Wirksamkeit von Interventionen bei der realen Durchführung ermöglichen Aussagen über die intendierten Forschungsfragen unter Berücksichtigung der unter 4. genannten spezifischen Parameter.

Um eine enge Verzahnung der Forschungsprojekte mit der Praxis gewährleisten zu können, erlaubt der Ansatz die simultane Variation unterschiedlicher Aspekte [Wil14]. In diesem Sinne unterscheidet sich der Ansatz von der in der empirischen Bildungsforschung typischerweise verfolgten strengen Variablenkontrolle. Dieser Umstand sollte bei der Beurteilung und Durchführung von Forschungsprojekten nach dem Design-Based Research-Ansatz stets bedacht werden.

"Die vermutete Wirksamkeit des zu untersuchenden Unterrichtsansatzes soll durch eine zu strenge Kontrolle von Randbedingungen nicht eingeschränkt werden. Zum Beispiel ist es im Design-Ansatz durchaus erlaubt, eine neue Lernumgebung zu entwickeln, in der sowohl auf Mathematisierung verzichtet wird als auch konsequent Visualisierungen eingesetzt werden, Simulationsprogramme vorkommen und eine neue Sachstruktur verwendet wird."

- [Wil14, S. 33]

Für die in der vorliegenden Arbeit zu entwickelnden Inhalte erscheint das Design-Based Research eine geeignete Forschungsmethode darzustellen. Auch die bereits in Kapitel 3.1.3 beschriebenen PhET-Simulationen werden in einem ähnlichen forschungsbasierten Vorgehen entwickelt und sind in ihrer Struktur vor allem mit den unterschiedlichen interaktiven, digitalen Inhalten vergleichbar [Per06, Wie08a, Wie08b, Wie10a]. Im Projekt *Magnetismus hoch 4* wird, wie zu Beginn von Kapitel 3 beschrieben, Entwicklungsarbeit in drei unterschiedlichen Bereichen geleistet. Durch die basierend auf der Fachsystematik entwickelte Sachstruktur soll mithilfe der experimentellen Zugänge und digitalen Inhalte das konzeptuelle Verständnis der Lernenden zu den grundlegenden Aspekten dia-, para- und ferromagnetischer Phänomene entwickelt bzw. weiterentwickelt werden. Aufgrund der umfassenden inhaltlichen Entwicklungsarbeit erfolgen im Rahmen dieser Arbeit für die exemplarisch entwickelten digitalen Inhalte sowie für das auf der Sachstruktur basierende Lehrkonzept vollständig die drei Schritte Design, Durchführung und Analyse im Sinne von Abbildung 3.5, siehe Kapitel 7.

Teilweise wird bereits das Re-Design von Elementen durchgeführt, siehe Kapitel 6.2.2 und 7.5. Die Realisierung eines einzelnen Durchlaufs des Design-Zyklus gilt bei entsprechender inhaltlicher Gestaltungsarbeit auf Grundlage einer breiten theoretischen Basis und intensiver Durchführung und Analyse als realistisches Maß für eine Dissertation [Wil14]. Neben der Verschränkung von praktischem Nutzen und theoretischer Grundlagenforschung eignet sich der Design-Based Research-Ansatz für das Projekt *Magnetismus hoch 4* auf besondere Art und Weise, da dieser Forschungsansatz die simultane Variation und Überarbeitung mehrerer Parameter ohne strenge Variablenkontrolle im Design-Zyklus erlaubt.

Nachfolgend wird in den Kapiteln 4 bis 6 zunächst der erste Schritt des Design-Zyklus, die Gestaltung der Inhalte auf Grundlage der theoretischen Basis für die multiplen Repräsentationen durchgeführt. In Kapitel 7 erfolgen dann die Beschreibung der Durchführung und die Analyse der Inhalte. Dabei werden in besonderem Maße die multimedialen Inhalte und die Entwicklung des konzeptuellen Verständnisses betrachtet.

4 Sachstruktur und fachliche Klärung

Die inhaltliche Entwicklungsarbeit des Projektes Magnetismus hoch 4 und die damit verbundene Konzeption multipler Repräsentationen, siehe Kapitel 3, gründet sich auf die Erarbeitung einer neuartigen Sachstruktur für die Vermittlung von Magnetismus. Die Notwendigkeit einer solchen Weiterentwicklung und Neugestaltung der bisherigen Vermittlungskonzepte wird eingehend in Kapitel 2 beschrieben und beinhaltet insbesondere die Berücksichtigung weiterer magnetischer Erscheinungsformen, in Ergänzung zu den bereits in Ansätzen existierenden, sinnvollen phänomenologischen Ansätzen für die Vermittlung von Ferromagnetismus. Für die Erscheinungsformen Dia-, Para- und auch Ferromagnetismus gilt es zudem eine Sachstruktur zu entwickeln, die anschlussfähig an weiterführende Inhalte der universitären Lehre ist und konsistent erweitert werden kann. An dieser Stelle soll darauf hingewiesen werden, dass die nachfolgenden Ausführungen zur Sachstruktur die magnetischen Erscheinungsformen in unterschiedlichem Umfang einbeziehen. Während die Inhalte und Konzepte für Diaund Paramagnetismus umfassend dargestellt werden, beinhalten die zum Ferromagnetismus gehörigen Abschnitte die zugehörigen fachlichen Hintergründe in geringerem Umfang, da entsprechende Ausführungen den Rahmen und Fokus dieser Arbeit übersteigen und für das Verständnis der hier berücksichtigten Kernelemente als weniger hilfreich beurteilt werden. Dies gilt insbesondere für die Vernachlässigung spezifischer Ausführungen zur magnetischen Anisotropie und zur Theorie des Mikromagnetismus, die sich ersatzweise zusammengefasst in den Anhängen B.1 und B.2 finden.

Es erscheint an dieser Stelle notwendig, den Begriff Sachstruktur, im Sinne dieser Arbeit, genauer zu definieren. Bei der Entwicklung der Sachstruktur werden vielfach Annahmen getroffen, Vereinfachungen durchgeführt und Maßnahmen zur Strukturierung ergriffen, die in dieser Form auch bei der Erarbeitung eines Modelles notwendig sind. In diesem Sinne weist die Konzeption der Sachstruktur auch Arbeitsweisen auf, die für die Entwicklung eines Modelles für bestimmte Inhalte aus dem Bereich Magnetismus notwendig wären. Da jedoch häufig mit dem Modellbegriff unmittelbar zugehörige Repräsentationen verbunden werden, wie beispielsweise beim Modell der Elementarmagneten, siehe Kapitel 2.1.1.1, erscheint die Bezeichnung Sachstruktur für das Ergebnis der nachfolgenden fachlichen Klärung angemessener. Weiterhin ist es notwendig zu berücksichtigen, dass der Begriff der Sachstruktur teilweise mit der Fachsystematik gleichgesetzt wird. Die Fachsystematik wird im Rahmen dieser Arbeit als Strukturierung fachlicher Inhalte ohne Berücksichtigung didaktischer Aspekte erachtet. Dabei zielt die Fachsystematik auf ein vollständiges Abbild des aktuellen Kenntnisstandes im entsprechenden Fachgebiet ab. Die Sachstruktur hingegen ergreift erste elementarisierende und strukturierende Maßnahmen, um die Fachsystematik unter Berücksichtigung fachdidaktischer Kriterien im Sinne der Vermittlung weiterzuentwickeln. Dabei wird jedoch weiterhin versucht, das zugehörige Themengebiet möglichst umfassend abzubilden. Innerhalb dieser Sachstruktur wird die Entwicklung spezifischer Modelle einbezogen. Im Rahmen der Sachstrukturentwicklung werden insbesondere einige



Abbildung 4.1: Struktur der Vorgehensweise der fachlichen Klärung zum Magnetismus unter Berücksichtigung fachlicher und didaktischer Aspekte. Ausgehend vom Phänomen erfolgt zunächst die makroskopische und dann die mikroskopische Beschreibung, um unter Berücksichtigung der Struktur der Materie Ursachen magnetischer Phänomene erklären zu können.

charakteristische Größen, wie beispielsweise die Magnetisierung, verwendet, die als Elemente eines zur Sachstruktur gehörigen Modelles erachtet werden können. Zudem erfolgen an ausgewählten Stellen erste Elementarisierungen und Annahmen, die ebenfalls als theoretisches Modell der jeweiligen Sachinhalte interpretiert werden können. Zur Entwicklung einer anschlussfähigen und fachlich adäquaten Sachstruktur für Magnetismus, ist es notwendig, die Fachsystematik des zugehörigen Themenbereiches der Physik weitestgehend vollständig zu erschließen und im Sinne der neuartigen Sachstruktur zu strukturieren. Die Strukturierung umfasst dabei eine möglichst vollständige Darstellung der Fachinhalte und soll begründen, warum bestimmte Aspekte vertieft diskutiert, andere Gesichtspunkte nur erwähnt und wieder andere Faktoren nicht berücksichtigt werden. Weiterhin soll die Strukturierung die innere Logik des Themengebietes Magnetismus explizieren und Verbindungen zwischen den einzelnen Teilbereichen hervorheben.

Das grundsätzliche Vorgehen der fachlichen Klärung, mit einem Übergang von den makroskopischen Phänomenen zur mikroskopischen Dimension und dem abschließenden Rückbezug auf das real Erfahrbare, ist in Abbildung 4.1 zusammengefasst dargestellt. Zunächst werden unterschiedliche magnetische Erscheinungsformen rein phänomenologisch beschrieben. Die Beschreibung erfolgt dabei zunächst vollständig makroskopisch und ohne jegliche Form der Mathematisierung. Die Phänomenologie wirft dabei die Frage auf, ob es möglich ist, die einzelnen Ausprägungsformen von Magnetismus mithilfe der direkt erfahrbaren Eigenschaften zu kategorisieren und damit eine erste Strukturierung vorzunehmen. Für eine solche Gruppierung der Erscheinungsformen von Magnetismus ist eine erste Modellierung realer Phänomene notwendig. Diese Modellierung sollte jedoch nicht zu früh erfolgen und zunächst durch das eigentliche Phänomen motiviert werden. Die Vorgehensweise entspricht dem Vorgehen von Wagenschein (1983), der als Vertreter der genetischen Didaktik, diese Denkweise innerhalb der Fachdidaktik der Physik maßgeblich prägte.

"Der unmittelbare Umgang mit den Phänomenen ist der Zugang zur Physik. […] Apparaturen, Fachsprache, Mathematisierung, Modellvorstellungen sollten nicht eher auftreten, als bis sie von einem herausfordernd problematischen Phänomen gefordert werden."

– Martin Wagenschein [Wag83, S. 143]

Zur Unterstützung einer Fokussierung auf das reale Phänomene, wird die Magnetisierung zunächst ebenfalls rein phänomenologisch und später im engeren fachlichen Sinne, d. h. gemäß der üblichen formalen Definition, siehe Gleichung (4.70), eingeführt. Auch ein Rückblick in die Historie des Magnetismus zeigt, dass die Magnetisierung zur ersten Herleitung der typischen Kenngrößen magnetischer Felder und Phänomene diente, siehe Kapitel 4.1.3 [Roc00]. Welche physikalischen Grundlagen liegen der Magnetisierung aber zugrunde? Auch diese Frage soll als Motivation zur näheren Beschäftigung mit den physikalischen Grundlagen und Zusammenhängen dienen. Da die Magnetisierung als Volumendichte der mikroskopischen magnetischen Momente definiert ist, erfolgt durch eben diese Momente der Übergang von der makroskopischen zur mikroskopischen Beschreibung. Dabei wird analysiert, durch welche Mechanismen magnetische Momente erzeugt werden und welche Verbindungen zwischen diesen Mechanismen und den spezifischen Erscheinungsformen von Magnetismus existieren. Die fachliche Klärung kann als abgeschlossen betrachtet werden, wenn durch die theoretischen Betrachtung der magnetischen Momente unter Berücksichtigung der Struktur der Materie, d. h. der Zustände von Atomen, Elementen und Verbindungen, Prognosen über die magnetischen Eigenschaften realer Substanzen getroffen werden können bzw. das im Experiment erfahrbare Verhalten theoretisch fundiert erläutert werden kann. Durch diesen Aspekt wird wieder Bezug zu den anfänglich diskutierten Phänomenen genommen.

Die fachliche Klärung verfolgt weiterhin das Ziel, ergänzende Theorien und Aspekte aus dem Bereich Magnetismus und verwandter Themen darzustellen und in Teilen zu elementarisieren. Die Beschreibung dieser weiterführenden Theorien soll dabei jedoch nicht im Sinne der traditionellen Systematik erfolgen, sondern angelehnt an die übergeordnete Sachstruktur an geeigneten Stellen ergänzt werden. Insbesondere soll dabei jeweils hervorgehoben werden, aus welchen Gründen die Behandlung einer weiterführenden Theorie an entsprechenden Stellen für den Lehrprozess hilfreich ist. Ein unmittelbarer Bezug zu einem weiteren Inhaltsgebiet lässt sich für das Themenfeld Elektrizität identifizieren. Diesbezüglich existieren zahlreiche Analogien in der theoretischen Beschreibung der Bereiche, die zusammengefasst in Kapitel 4.1.5 beschrieben werden. Die ergänzenden Inhalte sollen darüber hinaus jeweils aus einer vertieften und weitergeführten Ausgestaltung der verwendeten Ansätze hergeleitet werden. Durch diese Vorgehensweise soll verdeutlicht werden, dass die vorliegende Sachstruktur das Potential besitzt, auch fachliche Inhalte mit größerer Komplexität im Bereich Magnetismus anschlussfähig an die behandelten Inhalte einzubeziehen.

An ausgewählten Stellen der fachlichen Klärung werden zudem unterschiedliche Ex-
perimente genannt, die ebenfalls im Rahmen der vorliegenden Arbeit entwickelt bzw. weiterentwickelt werden. Die Experimente, deren Entwicklung und die damit verbundenen Messergebnisse selbst werden in Kapitel 5 noch einmal ausführlich darstellt. Die Experimente verfolgen das Ziel, die größtenteils theoretisch ausgeführten Erklärungen der Sachstruktur auch bei komplexeren Inhalten stets auf real beobachtbare Phänomene zu beziehen, die gewissermaßen als Kriterium zur Überprüfung der Theorien verstanden werden können, und die Fachinhalte zudem insgesamt für die Lernenden erfahrbar zu machen, sodass die theoretischen Zusammenhänge mit weiteren Repräsentationen verknüpft werden können. Dieselbe Zielsetzung verfolgt auch die Entwicklung der digitalen Inhalte, siehe Kapitel 6, die zudem helfen sollen, auch ohne den hohen Anteil mathematischer Formalismen einen ersten Zugang zu den vermittelten Inhalten zu ermöglichen. Aufgrund der Vielfalt fachlicher Inhalte in diesem Kapitel, werden an ausgewählten Stellen die wichtigsten Zusammenhänge kurz zusammenfassend dargestellt.

4.1 Makroskopische Beschreibung von Magnetismus

Ein phänomenologischer Ansatz verfolgt stets das Ziel, neue Inhaltsfelder mithilfe des direkt Erfahrbaren zu erschließen. Auch beim Magnetismus sollte somit zunächst ausschließlich eine Beschreibung beobachtbarer Phänomene erfolgen, die, gemäß Kapitel 5.1 bis 5.3, mithilfe einfacher Experimente zugänglich gemacht werden können. Anschließend lässt sich die Magnetisierung als makroskopische Modellgröße einführen, mithilfe derer die realen Erfahrungen strukturiert und auf wesentliche Aspekte reduziert werden können.

4.1.1 Phänomenologische Beschreibung der Erscheinungsformen von Magnetismus in Materie

Phänomenologisch erfolgt eine Abgrenzung der unterschiedlichen Erscheinungsformen von Magnetismus gemäß Abbildung 4.2 und 4.3. Zunächst sollte an dieser Stelle die Wechselwirkung einer Substanz mit einem äußeren Magnetfeld, in Abbildung 4.2 realisiert durch einen Permanentmagneten, betrachtet werden. Neben der Wechselwirkung mit einem äußeren Magnetfeld, lässt sich auch der Erhalt der Magnetisierung (Remanenz) ohne das zuvor angelegte äußere Magnetfeld als Kriterium zur Unterscheidung heranziehen. Dieser Aspekte wird in Abbildung 4.3 dargestellt. Der eben beschriebene phänomenologische Ansatz lässt sich mit hinreichend starken Magnetfeldern und Substanzen unterschiedlicher magnetischer Ausprägung experimentell, wie in Kapitel 5.1 bis 5.3 beschrieben, nachempfinden. Aufgrund der praktischen Voraussetzungen, ist jedoch einschränkend zu erwähnen, dass nicht alle im Folgenden näher beschriebenen Erscheinungsformen von Magnetismus mithilfe einfacher Experimente nachvollzogen werden können. Die Demonstration magnetischer Eigenschaften vieler, häufig als unmagnetisch beschriebener, Objekte kann bei Lernenden Erstaunen hervorrufen und somit potentiell als Einstieg in eine entsprechende Lehreinheit genutzt werden.

Als erster Ansatz zur Modellierung der magnetischen Phänomene in Abbildung 4.2 und 4.3 wird die Magnetisierung \vec{M} verwendet. An dieser Stelle soll explizit im Sinne der phänomenologischen Annäherung an das Thema auf die exakte physikalische Definition dieser Größe, siehe Gleichung (4.70), verzichtet werden. Die Magnetisierung \vec{M} wird in diesem phänomenologischen Sinne als Stärke und Richtung der magnetischen



Abbildung 4.2: Phänomenologische Betrachtung fünf ausgewählter Magnetismusformen bei Wechselwirkung einer Substanz mit einem äußeren Magnetfeld unter Ausbildung der Magnetisierung \vec{M} . Die Darstellung visualisiert die Richtung und Stärke der Wechselwirkung.

Eigenschaften eines Stoffes aufgefasst. Die in Kapitel 4.1.4 dargestellte physikalische Definition ist damit vollständig anschlussfähig an diese Interpretation.

Im Folgenden soll kurz auf die Phänomenologie der typischerweise in der Fachliteratur mit Magnetismus verbundenen Ausprägungsformen im Sinne von Hurd (1982) [Hur82, S. 470] und Coey (2009) [Coe09, S. 13] eingegangen werden. Zu diesen zählen die in unserer Umwelt am stärksten repräsentierten Formen Dia- und Paramagnetismus, der bereits erwähnte Ferromagnetismus sowie die eng mit diesem verwandten Ausprägungen Ferri- und Antiferromagnetismus. Bei den Erscheinungsformen Ferro-, Ferri- und Antiferromagnetismus handelt es sich, im Gegensatz zu den Ausprägungen Dia- und Paramagnetismus, um kollektive Phänomene, siehe Kapitel 4.2.7.

"Die magnetische Kraft ist eine Sache des Eisens. […] Ich habe dich bis jetzt in diesem Glauben gelassen, daß der Magnet aus Eisen sein muß, und ebenso das, wonach er greifen kann. Das muß auch jeder meinen, der nicht genau nachforscht. Tut er das aber, so findet er, daß es auch mit Nickel geht und mit Cobalt […], wenn auch nicht so gut. […] So stellte sich eine Familie von Stoffen heraus, die dem Magnetismus ergeben sind, immer noch eine kleine Familie. -Erst als man sehr starke Magnete bauen konnte (alle aus Eisen), merkte man mit Erstaunen, daß ganz schwach, aber doch ohne Zweifel alle Stoffe sich in der Nähe solcher Magnete in Bewegung setzten: Platin, Kupfer, Stein, Papier, Wasser - alles. - Du bist erstaunt, und auch vieleicht enttäuscht dadurch, denn mit dem Besonderen ist etwas Geheimnisvollen gefallen. Zugleich aber erfüllt diese Entdeckung auch mit Bewunderung: die Welt ist wieder reicher und weiter geworden: ohne daß wirs ahnten, ist alles dem Magneten unterworfen."

– Martin Wagenschein [Wag37, S. 74]

Abbildung 4.2 stellt zunächst das Verhalten unterschiedlich magnetischer Substanzen im Wirkungsbereich eines Permanentmagneten und damit innerhalb eines äußeren Magnetfeldes dar. Durch ein solches Feld werden diamagnetische Substanzen in entgegengesetzter Richtung zum äußeren Magnetfeld schwach magnetisiert. Es folgt, dass eine entsprechende Substanz vom magnetisierenden Feld abgestoßen wird. Weiterhin wird aus Abbildung 4.3 ersichtlich, welchen Anteil der Magnetisierung eine zuvor in einem äußeren Magnetfeld befindliche Substanz ohne dieses Magnetfeld beibehält. Die Wechselwirkung einer Substanz mit einer Kompassnadel veranschaulicht dabei den Grad der Magnetisierung. Bei vorhandener Magnetisierung richtet sich die Kompassnadel aus. Ohne Magnetisierung verbleibt die Kompassnadel in ihrer ursprünglichen Ausrichtung. Für einen diamagnetischen Stoff zeigt sich, dass die Magnetisierung ohne äußeres Magnetfeld vollständig verschwindet. Durch die beiden Phänomene, d. h. die Abstoßung durch ein äußeres Magnetfeld und die nicht-existente Magnetisierung nach Wechselwirkung mit einem solchen Feld, lässt sich Diamagnetismus eindeutig von den weiteren in diesem Kapitel näher beschriebenen Erscheinungsformen von Magnetismus abgrenzen.

Wie bereits beschrieben ist, beherrscht die magnetische Erscheinungsform Ferromagnetismus aufgrund der vielfältigen Präsenz die Vorstellungen zum Magnetismus. Infolgedessen erscheint uns die überwiegende Mehrheit von Stoffen und Objekten unmagnetisch. Um nachzuweisen, dass nahezu jede Materie auf magnetische Felder reagiert, ist es notwendig die zugehörigen Untersuchungen entsprechend zu gestalten. Dies wird vor allem durch die Verwendung extrem starker Magnetfelder erreicht, da die in der Regel unbemerkten Ausprägungen von Magnetismus erst in solchen Felder für uns wahrnehmbar sind und zugänglich werden. Bei solch starken Magnetfeldern lassen sich nicht-ferromagnetische Phänomene dann eindeutig wahrnehmen und bleiben in ihrer Erscheinung weiterhin dem Ferromagnetismus nachrangig. Diese Maßgabe wird bei der Entwicklung der drei Experimente zur Demonstration der grundlegenden Phänomene magnetischer Erscheinungsformen in Kapitel 5.1 bis 5.3 berücksichtigt.

Sowohl Para- als auch Ferro- und Ferrimagnetismus unterscheiden sich bereits in der Wechselwirkung mit einem äußeren Magnetfeld vom eben beschriebenen Diamagnetismus, da sich bei diesen Erscheinungsformen im Bereich des magnetischen Feldes jeweils eine Magnetisierung in Richtung des äußeren Magnetfeldes, und nicht entgegengesetzt dazu, ausbildet, siehe Abbildung 4.2. Ein Stoff, der einer dieser drei magnetischen Erscheinungsformen zuzuordnen ist, wird dementsprechend durch ein äußeres Magnetfeld angezogen. In der Regel ist jedoch bereits die Stärke der Magnetisierung, entsprechend der Stärke der Anziehung einer Substanz, durch beispielsweise einen Permanentmagneten, ein erstes Indiz für eine genauere Klassifizierung. Paramagnetische Stoffe werden schwach, aber mit entsprechenden Methoden deutlich nachweisbar, durch ein äußeres Magnetfeld angezogen. Diese Anziehung ist im Fall von Ferromagnetismus und Ferrimagnetismus um Größenordnungen stärker.

An dieser Stelle soll darauf verwiesen werden, dass für die Klassifikation von ferromagnetischen Stoffen als von einem äußeren Magnetfeld angezogener Substanzen stets davon ausgegangen wird, dass das äußere Magnetfeld hinreichend stark bzw. die Remanenz des ferromagnetischen Stoffs entsprechend gering ist, sodass sich die Magnetisierung immer in Richtung des äußeren Feldes ausrichtet, siehe Abbildung 4.10 und Kapitel 4.1.4.2. Ginge man andernfalls davon aus, dass die Stärke des äußeren Magnetfeldes eines Permanentmagneten nicht ausreicht, um das ferromagnetische Probenobjekt umzumagnetisieren, würde man die klassische Anziehung und Abstoßung zweier ferromagnetischer Stoffe unter Berücksichtigung der Polgesetze beobachten. Bei der Bezeichnung "Anziehung (oder Magnetisierung) eines ferromagnetischen Objektes durch einen Magneten" sollen diese Verhältnisse von Feldstärke und Remanenz stets vorausgesetzt werden.

Beim Antiferromagnetismus ist eine sichtbare Wechselwirkung mit magnetischen Feldern realistischer Größenordnung nicht existent und es wird weder eine Anziehung noch eine Abstoßung beobachtet, siehe Abbildung 4.2. Da also mit Ausnahme diamagnetischer Stoffe sämtliche anderen Erscheinungsformen anziehende oder keine Kräfte im äußeren Magnetfeld erfahren, ist die Wechselwirkung mit einem äußeren Magnetfeld nicht ausreichend zur eindeutigen Charakterisierung der Eigenschaften und Identifikation der zugrunde liegenden Ausprägung.

Ein weiteres notwendiges Indiz zur Abgrenzung und genaueren Klassifizierung stellt das in Abbildung 4.3 dargestellte Phänomen dar. Es untersucht auf welche Art und Weise eine Kompassnadel auf ein zuvor in einem äußeren Magnetfeld befindliches Objekt reagiert. Ein paramagnetisches und antiferromagnetisches Material ist unter keinen Umständen in der Lage ohne äußeres Magnetfeld eine Kompassnadel auszurichten, da seine Magnetisierung vollständig verschwindet. Dies grenzt Para- und erneut Antiferromagnetismus eindeutig von Ferro- und Ferrimagnetismus ab. Nur bei den beiden letztgenannten Erscheinungsformen ist die Remanenz, d. h. der Erhalt der Magnetisierung bzw. eines Anteils der Magnetisierung ohne äußeres Magnetfeld, möglich. Ob dieses Phänomen tatsächlich beobachtet werden kann, hängt jedoch von spezifischen Eigenschaften der jeweiligen Substanzen ab.

Insgesamt zeigt sich, dass eine phänomenologische Betrachtung, im Sinne der in Abbildung 4.2 und 4.3 dargestellten Untersuchungen, erste Indizien zur Einteilung der Stoffe hinsichtlich ihrer magnetischen Eigenschaften bereitstellen kann. Eindeutig lassen sich jedoch nur diamagnetische Substanzen charakterisieren. Für die weiteren Eigenschaften dienen die beschriebenen Phänomene als Orientierung zur genaueren Charakterisierung und ergeben häufig die passende Zuordnung einer Substanz zur zugehörigen Magnetismusform. Geeignete Substanzen zur Demonstration der eben beschriebenen Phänomene ergeben sich für die drei zentralen Ausprägungsformen Dia-, Para- und Ferromagnetismus direkt aus dem Alltag. Für die Veranschaulichung von Diamagnetismus eignen sich u. a. Wasser, Salz, Kupfer, Glas und in besonderem Maße (pyrolytisches) Graphit. Auch aus didaktischer Perspektive erscheint die Nutzung dieser Materialien sinnvoll, weil sie in der direkten Lebenswelt der Lernenden verankert sind [Whi79, Sto00]. Gemäß dieses Kriteriums lässt sich jedoch mit Aluminium nur ein Material identifizieren, mithilfe dessen Paramagnetismus demonstriert werden kann. Weitere Substanzen existieren in großer Zahl, aber entstammen vor allem aus dem Bereich der Chemie oder Mineralogie. Ferromagnetische Phänomene lassen sich üblicherweise mithilfe von Eisen bzw. zumeist Stahl auf sehr unterschiedliche Arten demonstrieren. Einige Vermittlungskonzepte werden in der Analyse der bisherigen Vermittlungsansätze in Kapitel 2.1.1 beschrieben. Für all diese Substanzen eignen sich die Experimente der Kapitel 5.1 bis 5.3 bzw. angemessene Variationen eben dieser zur Untersuchung. Weiterhin ist festzustellen, dass ferrimagnetische Substanzen sich in ihrem makroskopischen Verhalten nicht von ferromagnetischer Materie unterschieden.

Die drei Erscheinungsformen Ferro-, Ferri- und Antiferromagnetismus sind der Klasse des kollektiven Magnetismus zuzuordnen. Für ein grundlegendes Verständnis von



Abbildung 4.3: Phänomenologische Betrachtung fünf ausgewählter Magnetismusformen nach Wechselwirkung einer Substanz mit einem äußeren Magnetfeld. Die Darstellung visualisiert die Remanenz der Magnetisierung \vec{M} beim Ferro- und Ferrimagnetismus.

kollektivem Magnetismus ist die Analyse einer dieser drei Ausprägungen ausreichend, da sich die anderen unter Berücksichtigung spezifischer Randbedingungen bzw. der mikroskopischen Struktur in analoger Art und Weise herleiten lassen. Während der Antiferromagnetismus in Form synthetischer Antiferromagneten beispielsweise bei Anwendungen des Riesenmagnetowiderstandes genutzt wird [Wol01] und ferrimagnetische Ferrite als keramische Werkstoffe für zahlreiche Anwendungen der Nachrichtenoder Mikrowellentechnik verwendet werden [Grä16], berücksichtigt die nachfolgende Sachstruktur Ferromagnetismus als exemplarische Erscheinungsform kollektiver magnetischer Phänomene, da diese eine hohe Relevanz für viele technologische Anwendungen aufweist und zudem im Alltag sehr präsent ist. Weiterhin lässt sich gemäß der Analyse der bisherigen Vermittlungskonzepte zum Magnetismus, siehe Kapitel 2.1.1 erkennen, dass Ferromagnetismus für die derzeitige Lehre im Bereich des Magnetismus die größte Bedeutung aufweist. Ausgehend von den nachfolgend, insbesondere in Kapitel 4.2.7, dargestellten Erklärungen zum Ferromagnetismus, können in analoger Form auch Antiferro- und Ferrimagnetismus beschrieben und erklärt werden.

Dia- und Paramagnetismus sind in Ergänzung zum Ferromagnetismus als eigenständige Phänomene zu betrachten. Dieser Grund und die in Kapitel 2.3 eingehend ausgeführte Legitimation zur Berücksichtigung von Dia-, Para- und Ferromagnetismus führt



Abbildung 4.4: Darstellung unterschiedlicher Erscheinungsformen von Magnetismus nach [Hur82, S. 470]. Die für diese Sachstruktur relevanten Erscheinungsformen Dia-, Para- und Ferromagnetismus werden durch die kollektiven Erscheinungen Ferri- und Antiferromagnetismus ergänzt. Zudem existieren weitere, eher exotische Ausprägungen von Magnetismus.

zur inhaltlichen Konzeption dieser Arbeit im Rahmen des Projektes Magnetismus hoch 4. Wie bereits in Kapitel 2.1.1 ausführlich erläutert, erfordert die Berücksichtigung der Erscheinungsform Elektromagnetismus eine gesonderte fachliche Klärung und entsprechende Neukonzeption der Inhalte. Auch ohne diese zusätzlichen, konzeptionellen Arbeiten sollen jedoch an ausgewählten Stellen einzelne Aspekte des Elektromagnetismus beschrieben werden, da diese anschauliche Interpretationen relevanter Zusammenhänge ermöglichen. Dies gilt insbesondere für die in Kapitel 4.1.5 dargestellten Bezüge zwischen Elektrostatik und Magnetostatik sowie die Angabe der Maxwellschen Gleichungen.

Neben den zuvor beschriebenen Erscheinungen existieren noch weitere Magnetismusformen, siehe Abbildung 4.4. Da diese Ausprägungen jedoch nur sehr selten oder unter sehr spezifischen Bedingungen in Erscheinung treten, wird ihre Natur in vielen Abhandlungen zum Thema Magnetismus nicht näher beschrieben. Aus diesem Grund soll an dieser Stelle nur eine kurze Übersicht der weiteren Formen von Magnetismus



(a) Reine Phänomeno-(b) Magnetisierung als(c) Vollständige DarstModellierung.Magnetfelder.

(c) Vollständige Darstellung der jeweiligen Magnetfelder.

Abbildung 4.5: Darstellung möglicher Ansätze zur Analyse einer Phänomenologie von Magnetismus. Die Visualisierungen erscheinen geordnet nach dem Grad der Modellierung am Beispiel der Wechselwirkung eines Magnetfeldes und eines diamagnetischen Objektes.

in Abbildung 4.4 gegeben werden.

Bei einer Behandlung der beschriebenen Phänomene ist es möglich, den Grad der Modellierung individuell zu gestalten. Am Beispiel Diamagnetismus sind in Abbildung 4.5 unterschiedliche Formen der visuellen Modellierung dargestellt. In ihrer reinsten Form lassen sich die Phänomene vollständig ohne Modellierung und nur mithilfe präziser Beschreibungen der Phänomene kategorisieren. Eine erste Modellierung kann anschließend, wie bereits diskutiert, mithilfe der Magnetisierung erfolgen, die als Maß für die Stärke und Richtung der Wechselwirkung betrachtet werden kann. Im Rahmen einer Diskussion magnetischer Felder und deren Zusammenhang zur Magnetisierung, die nachfolgend in Kapitel 4.1.3 ausgeführt wird, kann das beschriebene Phänomen auch in diesem Sinne gedeutet und so in einem weiteren Schritt mit Bezug zu weiteren fachlichen Inhalte in dieser ursprünglichen Modellierung erweitert werden. Eine solche Erweiterung stellen die magnetischen Feldlinien dar, die einem Modell zur Beschreibung der Feldeigenschaften entsprechen. Die Beschreibung des Magnetfeldes bei Magnetisierung eines Diamagneten stellt eine Möglichkeit dar, um die charakteristischen Eigenschaften mithilfe einer verwandten Modellierung darzustellen.

4.1.2 Magnetische Suszeptibilität und relative magnetische Permeabilität

Die bisherige Klassifikation magnetischer Erscheinungsformen ist direkt mit der Betrachtung eines Phänomens bzw. Experimentes verbunden. Um Substanzen jedoch eine materialspezifische Eigenschaft zuzuordnen, die direkt Aufschluss über das erwartbare magnetische Verhalten gibt, wird in der Regel die magnetische Suszeptibilität χ , genauer die dimensionslose magnetische Volumensuszeptibilität χ_V eingeführt. Die magnetische Volumensuszeptibilität χ_V gibt, ganz analog zur phänomenologischen Betrachtung, an, wie stark eine Substanz auf ein äußeres Magnetfeld reagiert und definiert, ob eine anziehende oder abstoßende Wechselwirkung zu erwarten ist. Gilt $\chi_V > 0$ wird der entsprechende Stoff von einem Magnetfeld angezogen. Bei umgekehrtem Vorzeichen $\chi_V < 0$ wird die zugehörige Substanz abgestoßen. Dies ermöglicht unmittelbar die Unterscheidung von Para- und Ferromagnetismus einerseits und Diamagnetismus andererseits. Para- und ferromagnetische Substanzen besitzen jeweils magnetische Volumensuszeptibilitäten mit positiven Vorzeichen, diamagnetische solche mit negativem Vorzeichen. Das in Kapitel 5.3 beschriebene Experiment ermöglicht die Messung der magnetischen Volumensuszeptibilität χ_V mithilfe eines Neodymmagneten und einer Waage und ergibt somit eine noch präzisere Kategorisierung magnetischer Substanzen. Das Experiment kann als Variante der Faraday- oder Gouy-Methode zur Messung magnetischer Suszeptibilitäten betrachtet werden [Mor68, Sau68].

Eine weitergehende Unterscheidung, die auch die Separation von Para- und Ferromagnetismus zulässt, kann nur über den Betrag von χ_V erfolgen. Die Größenordnung der magnetischen Volumensuszeptibilität beim Paramagnetismus beträgt typischerweise $10^{-6} \leq \chi_V \leq 10^{-1}$ [Lid05, S. 4-143 ff.]. Für ferromagnetische Substanzen ist der Wert von χ_V größer und im Bereich $\chi_V >> 1$.

In der Literatur finden sich häufig neben der magnetischen Volumensuszeptibilität χ_V auch Werte für die molare magnetischen Suszeptibilität χ_m oder die spezifische magnetische Suszeptibilität χ_s . Diese Größen unterscheiden sich von χ_V nicht im Vorzeichen, aber im Betrag, da sowohl χ_m als auch χ_s weitere Stoffeigenschaften der jeweiligen Substanzen berücksichtigen.

Die spezifische magnetische Suszeptibilität

$$\chi_{\rm s} = \frac{\chi_V}{\varrho},\tag{4.1}$$

typischerweise im SI-System, beinhaltet neben der magnetischen Volumensuszeptibilität χ_V die Dichte ρ eines Stoffes und wird in der Einheit [m³/kg] angegeben. Die molare magnetische Suszeptibilität

$$\chi_{\rm m} = \frac{M}{\varrho} \cdot \chi_V, \tag{4.2}$$

typischerweise im cgs-System, beinhaltet zusätzlich die molare Masse $M_{\rm mol}$ einer Substanz und wird in der Einheit [cm³/mol] angegeben.

In einigen Zusammenhängen wird anstelle der magnetischen Volumensuszeptibilität die relative magnetische Permeabilität

$$\mu_{\rm r} = 1 + \chi_V \tag{4.3}$$

verwendet. Während die relative magnetische Permeabilität häufig als Maß für die "magnetische Durchdringbarkeit" beschrieben wird [Cla14, S. 190], bezeichnet man die magnetische Volumensuszeptibilität als "Antwort-Größe" [Hah14, S. 629] von Materie auf ein äußeres Magnetfeld. Diese Eigenschaft wird nachfolgend unter Kapitel 4.1.3 genauer beschrieben.

4.1.3 Kenngrößen magnetischer Felder

Die magnetischen Eigenschaften werden im Falle von dia- und paramagnetischen Stoffen nur in externen Magnetfeldern sichtbar, da diese Stoffe, wie bereits beschrieben, nicht in der Lage sind eine induzierte Magnetisierung ohne äußeres Magnetfeld zu erhalten. Solche Magnetfelder lassen sich, wie in Kapitel 4.1.1 erläutert, u.a. durch starke Permanentmagneten, d. h. Ferromagneten, oder auch starke Elektromagneten erzeugen. Dadurch zeigt sich bereits, dass die Behandlung von Dia- und Paramagnetismus, zumindest implizit, stets mit Ferromagnetismus verbunden ist. Dass dies auch in umgekehrter Form gilt und das Verständnis von Dia- und Paramagnetismus grundlegend für ein Verständnis von Ferromagnetismus ist bzw. dieses erheblich erleichtert, wird im weiteren Verlauf der fachlichen Klärung deutlich, siehe Kapitel 4.2. Diese wechselseitige Beziehung zwischen Dia- und Paramagnetismus auf der einen und Ferromagnetismus auf der anderen Seite stellt ein zentrales Merkmal der hier beschriebenen Sachstruktur für die Vermittlung von Magnetismus dar. Die Abgrenzung von Dia- und Paramagnetismus gegenüber Ferromagnetismus ergibt sich weiterhin aus der Tatsache, dass es sich beim Ferromagnetismus um ein kollektives Phänomen handelt. Diese Besonderheit des Ferromagnetismus gegenüber Dia- und Paramagnetismus sollte bei der Vermittlung stets berücksichtigt und mitgedacht werden. Aus didaktischer Perspektive ermöglicht die experimentell nachweisbare Remanenz eine Abgrenzung, die zu einem späteren Zeitpunkt auf das kollektive Phänomen bezogen werden kann. Eine zu frühe Benennung und Diskussion der kollektiven Eigenschaften sollte jedoch vermieden werden, da diese Eigenschaften sich nicht unmittelbar für jeden Lernenden aus den Phänomenen ergeben und ein zu früher Bezug zur mikroskopischen Dimension der phänomenologischen Vorgehensweise dieser Sachstruktur, siehe Abbildung 4.1, widerspricht.

Da sich dia- und paramagnetische Phänomene nur innerhalb starker Magnetfelder zeigen, stellt sich die Frage, auf welche Art und Weise und mit welchen Kenngrößen das Magnetfeld eines Permanentmagneten oder eines Elektromagneten im Sinne der hier vorliegenden Sachstruktur beschrieben werden sollte. An dieser Stelle ist zu berücksichtigen, dass für die Beschreibung von magnetischen Feldern potentiell zwei unterschiedliche Größen existieren, die je nach Ausrichtung des zugrunde liegenden Lehrkonzeptes genutzt werden können. Die beiden Größen beziehen sich einerseits auf die magnetische Feldstärke \vec{H} und andererseits auf die Flussdichte des magnetischen Feldes \vec{B} . Im luftleeren Raum ohne ein magnetisiertes Objekt ergibt sich der Zusammenhang zwischen den beiden Größen auf einfache Art und Weise als

$$\vec{B}_{\text{ges}} = \vec{B}_{\text{ex}} = \mu_0 \cdot \vec{H}_{\text{ex}},\tag{4.4}$$

wobei $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \,\text{N/A}^2$ die magnetische Feldkonstante darstellt. Die Wahl der Bezeichnungen \vec{B}_{Ges} entsprechend der Flussdichte des gesamten Feldes und \vec{H}_{ex} entsprechend der Feldstärke des externen Magnetfeldes ist für die nachfolgenden Betrachtungen aus fachdidaktischer Perspektive hilfreich. Im Vakuum gilt dabei ohne Einschränkung $\vec{B}_{\text{ges}} = \vec{B}_{\text{ex}}$.

Sobald jedoch, wie beispielsweise in Abbildung 4.2 dargestellt, ein Objekt im äußeren Magnetfeld magnetisiert wird und die Magnetisierung \vec{M} ausbildet, erscheint die Situation deutlich komplexer. In diesem Fall zeigt sich, dass durch den Einfluss des äußeren Magnetfeldes auf das Objekt ein zusätzliches Magnetfeld entsteht, das seinerseits das äußere Magnetfeld ergänzt. Damit gilt in Analogie zu Gleichung (4.4) der Zusammenhang

$$\vec{B}_{\text{ges}} = \mu_0 \cdot \left(\vec{H}_{\text{ex}} + \vec{M} \right). \tag{4.5}$$

Ohne die zusätzlichen Bezeichnungen der Indices entspricht dieser Ausdruck der typischen Lehrbuchdarstellung des Zusammenhanges der drei magnetischen Feldgrößen \vec{B} , \vec{H} und \vec{M} . Da die magnetische Feldstärke \vec{H} und die magnetische Flussdichte \vec{B} jedoch grundsätzlich immer durch die magnetische Feldkonstante μ_0 in einander umgewandelt werden können, wäre auch eine Angabe des Zusammenhanges in der Form

$$\vec{H}_{\rm ges} = \vec{H}_{\rm ex} + \vec{M} \tag{4.6}$$

fachlich korrekt.

Weiterhin lässt sich mithilfe der allgemeinen Definition der magnetischen Volumensuszeptibilität

$$\chi_{V,ij} = \frac{\partial M_i}{\partial H_{\text{ex},j}} \rightarrow \chi_V = \frac{\partial M}{\partial H_{\text{ex}}}$$

$$(4.7)$$

ein Zusammenhang zwischen der Feldstärke des externen Magnetfeldes \vec{H}_{ex} und der Magnetisierung \vec{M} angeben [Sko08]. Die Indices *i* und *j* im ersten Teil von Gleichung (4.7) entsprechen den jeweils betrachteten Raumrichtungen. In diesem Sinne stellt die

magnetische Suszeptibilität eine Tensorgröße dar. Für die weitere Arbeit soll jedoch jeweils von einer parallelen und uniaxialen Magnetisierung \vec{M} in primärer Feldrichtung \vec{H}_{ex} ausgegangen werden, sodass die in Gleichung (4.7) vorgenommene Vereinfachung statthaft ist. Mittels Gleichung (4.4) lässt sich diese allgemeine Definition der magnetischen Volumensuszeptibilität jedoch auch leicht auf den Zusammenhang

$$\chi_V = \mu_0 \cdot \frac{\partial M}{\partial B_{\text{ex}}} \tag{4.8}$$

zwischen der Flussdichte des externen Magnetfeldes \vec{B}_{ex} und der Magnetisierung \vec{M} beziehen. Mit der Definition aus Gleichung (4.7) bzw. (4.8) zeigt sich, dass die Bezeichnung "Antwort-Größe" [Hah14, S. 629] für die magnetische Volumensuszeptibilität einen inhaltlich sehr anschaulichen und schlüssigen Begriff darstellt. Ein hoher Wert der magnetischen Volumensuszeptibilität χ_V bewirkt bei Änderung der äußeren magnetischen Feldstärke somit eine stärkere Änderung der Magnetisierung, als dies bei einem geringen Wert der magnetischen Volumensuszeptibilität χ_V der Fall ist. Je nach Wert von χ_V antwortet die Materie somit in stärkerem oder schwächerem Maß durch den Wert der Magnetisierung \vec{M} auf eine Änderung des äußeren Magnetfeldes. Eine Anwendung dieser Beziehung auf dia-, para- ferromagnetische Stoffe erfolgt in Kapitel 4.1.4.

Mit der Definition der magnetischen Volumensuszeptibilität χ_V aus Gleichung (4.7) und der Definition der relativen magnetischen Permeabilität μ_r aus Gleichung (4.3) kann die Beschreibung des Magnetfeldes im Bereich dia- oder paramagnetischer Materie gemäß Gleichung (4.5) auch als

$$\vec{B}_{\text{ges}} = \mu_0 \cdot \left(\vec{H}_{\text{ex}} + \chi_V \cdot \vec{H}_{\text{ex}}\right) = \mu_0 \cdot \left(1 + \chi_V\right) \cdot \vec{H}_{\text{ex}} = \mu_0 \cdot \mu_{\text{r}} \cdot \vec{H}_{\text{ex}} = \mu \cdot \vec{H}_{\text{ex}}$$
(4.9)

angegeben werden. Die Größe μ wird dabei als magnetische Permeabilität bezeichnet. Für die Herleitung von Gleichung (4.9) muss eine lineare Abhängigkeit der Magnetisierung vom äußeren Magnetfeld vorliegen. In diesem Fall entspricht die magnetische Volumensuszeptibilität der Proportionalitätskonstanten. Ein solcher linearer Zusammenhang liegt, wie ausführlicher in Kapitel 4.1.4 beschrieben, nur für dia- und paramagnetische Substanzen vor. Für ferromagnetische Stoffe existiert keine Abhängigkeit, die sich in ähnlich einfacher Form ausdrücken lässt, sodass Gleichung (4.9) nur für diaund paramagnetische Materie gilt. Viele Lehrbüchern verwenden Gleichung (4.9) zur Beschreibung des Zusammenhanges der unterschiedlichen Feldgrößen. Bei einigen fehlt jedoch der notwendige Hinweise, dass sich Gleichung (4.9) nur für Dia- und Paramagnetismus, aber nicht für Ferromagnetismus eignet [Kas05, Dem09]. Den allgemeinen Zusammenhang, der für alle drei magnetischen Erscheinungsformen genutzt werden kann, gibt aus diesem Grund Gleichung (4.5) an.

Die aus der Phänomenologie abgeleitete Erkenntnis, dass die induzierte Magnetisierung diamagnetischer Materialien mit magnetischer Volumensuszeptibilität $\chi_V < 0$ dem äußeren Magnetfeld entgegenwirkt und die induzierte Magnetisierung paramagnetischer Materialien mit magnetischer Volumensuszeptibilität $\chi_V > 0$ das äußere Magnetfeld verstärkt, wird ebenfalls direkt aus Gleichung (4.5) ersichtlich.

Durch die Gleichung (4.4) und (4.5) zeigt sich, dass eine Beschreibung des magnetischen Feldes sowohl durch die magnetische Flussdichte \vec{B} als auch durch die magnetische Feldstärke \vec{H} realisiert werden kann. Durch diese Möglichkeit ergibt sich jedoch auch die Notwendigkeit, die Zweckmäßigkeit dieser beiden Größen zur Vermittlung grundlegender Eigenschaften des magnetischen Feldes zu bewerten. Um entscheiden zu können welche Größe sich eher zur Beschreibung magnetischer Felder im Rahmen dieser Sachstruktur eignet, erfolgt ein detaillierter Vergleich in Kapitel 4.1.3.2.

Insbesondere die Ableitung von Gleichung (4.5) erfolgt in diesem Kapitel durch eine qualitative Argumentation, die helfen soll ein Verständnis für die unterschiedlichen Feldgrößen zu entwickeln. Gleichsam wird in den Ausführungen versucht, sehr explizit zwischen dem externen Feld, dem induzierten Feld und dem Gesamtfeld als Überlagerung der zuvor genannten Felder zu unterscheiden. Für die nachfolgenden Beschreibungen der folgenden Kapitel erscheint es hinreichend, das gesamte Feld durch die Bezeichnungen \vec{H} für die magnetische Feldstärke bzw. \vec{B} für die magnetische Flussdichte zu beschreiben. Weiterhin soll festgestellt werden, dass der aus dem Kontext abgeleitete Zusammenhang (4.5) formal korrekt mithilfe der Maxwell-Gleichungen hergeleitet werden kann. Dieser formale Schritt wird zusammen mit weiteren Aspekten ausführlicher in den Kapiteln 4.1.3.1 und 4.1.5 beschrieben und nachfolgend bereits zur Berechnung des Magnetfeldes eines Stabmagneten genutzt.

4.1.3.1 Verlauf magnetischer Feldlinien eines Stabmagneten

Nachdem in Kapitel 4.1.3 die grundlegenden Zusammenhänge zwischen einem äußeren Magnetfeld und einer induzierten Magnetisierung angegeben werden, sollte für die Vermittlung anhand eines relevanten Beispiels der konkrete Magnetfeldverlauf analysiert werden, um aus didaktischer Sicht hilfreiche allgemeine Zusammenhänge und Eigenschaften des Magnetfeldes zu erkennen, die nur durch die Formeln für viele Lernende nicht ersichtlich sind. Aus diesem Grund soll nachfolgend das Magnetfeld eines typischen Stabmagneten, der in entsprechender Form sowohl an Schulen als auch an Hochschulen im Kontext Magnetismus als Element der Lehre eingesetzt wird, berechnet werden.

Der exakte Verlauf der magnetischen Feldlinien lässt sich für einen quaderförmigen Magneten der Länge $l \cdot \vec{e}_y$, der Breite $b \cdot \vec{e}_x$ und der Höhe $h \cdot \vec{e}_z$ mit homogener, permanenter Magnetisierung \vec{M} , u. a. gemäß der Vorgehensweise von Engel-Herbert und Hesjedal (2005) [Eng05, S. 074504] bestimmen. Es ist jedoch festzustellen, dass die Annahme der homogenen Magnetisierung \vec{M} an den Rändern einer magnetisierten Probe zur Divergenz des magnetischen Feldes führt, die theoretisch nur durch eine inhomogene Magnetisierung ausgeglichen werden kann [Vag08]. Für die Bestimmung des Feldlinienverlaufes ist diese Näherung jedoch akzeptabel, da Schwierigkeiten für die Berechnung nur unmittelbar im Bereich des Probenrandes auftreten und die Annahme einer homogene Magnetisierung die Berechnungen insgesamt stark vereinfacht. Es soll nachfolgend eine homogene Magnetisierung $\vec{M} \parallel \vec{e}_y$ in y-Richtung angenommen werden.

Weiterhin ist zu berücksichtigen, dass einige für die Berechnungen notwendigen Zusammenhänge ausführlich erst in Kapitel 4.1.5 abgeleitet und beschrieben werden. Da die dort beschriebenen Zusammenhänge für stationäre Ströme und den Einfluss magnetischer Felder auf bewegte Ladungen jedoch nicht den zentralen Aspekt dieser fachlichen Klärung darstellen, sondern als Hintergrund für die Ausführungen der expliziten Rechnungen begriffen werden sollen, erfolgt die Beschreibung der Zusammenhänge zwischen Magnetismus und Elektrizitätslehre zusammengefasst in Kapitel 4.1.5.

Für die explizite Berechnung des Magnetfeldes ist es an dieser Stelle notwendig die Maxwell-Gleichungen der bereits eingeführten Feldgrößen \vec{H} und \vec{B} zu betrachten. Einerseits sollte berücksichtigt werden, dass die Stromdichte freier Ladungen

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{j}_{\rm f} \tag{4.10}$$

der Rotation der magnetischen Feldstärke \vec{H} entspricht. Andererseits gilt für die magnetische Flussdichte \vec{B} aufgrund der Divergenzfreiheit der magnetischen Flussdichte

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0. \tag{4.11}$$

Weiterhin ist es statthaft anzunehmen, dass die Stromdichte freier Ladungen j_{f} insgesamt verschwindet.

Die nachfolgenden Berechnungen gründen sich zudem auf eine Beschreibung der magnetischen Feldstärke \vec{H} über das magnetische Skalarpotential Φ gemäß

$$\vec{H} = \vec{H}(\vec{r}) = -\vec{\nabla}_{\vec{r}} \cdot \Phi(\vec{r}). \tag{4.12}$$

Das magnetische Skalarpotential $\Phi = \Phi(\vec{r})$ ergibt sich aus Gleichung (4.5) unter Berücksichtigung von (4.12) als

$$\Phi(\vec{r}) = -\frac{1}{4\pi} \int \frac{\vec{\nabla}_{\vec{r}_i} \cdot \vec{M}(\vec{r}_i)}{|\vec{r} - \vec{r}_i|} \, \mathrm{d}^3 \vec{r}_i.$$
(4.13)

Durch Ausführung der partiellen Integration und unter Berücksichtigung der Annahme, dass die Magnetisierung \vec{M} nur innerhalb des Volumens $V = l \cdot b \cdot h$ existiert, vereinfacht sich diese Beziehung zu

$$\Phi(\vec{r}) = -\frac{\vec{\nabla}_{\vec{r}}}{4\pi} \cdot \int_{V} \frac{\vec{M}(\vec{r}_i)}{|\vec{r} - \vec{r}_i|} \, \mathrm{d}^3 \vec{r}_i. \tag{4.14}$$

In kartesischen Koordinaten ergibt sich das magnetische Skalarpotential für den betrachteten Stabmagneten somit als

$$\Phi(x,y,z) = -\frac{M_{\rm r}}{4\pi} \frac{\partial}{\partial y} \left[\int_{-h/2}^{+h/2} \int_{-l/2}^{+l/2} \int_{-b/2}^{+b/2} \frac{\mathrm{d}x_i \,\mathrm{d}y_i \,\mathrm{d}z_i}{\sqrt{(x-x_i)^2 + (y-y_i)^2 + (z-z_i)^2}} \right]. \tag{4.15}$$

 $M_{\rm r}$ beschreibt dabei eine Größe, die als Remanenzmagnetisierung bezeichnet wird, siehe Kapitel 4.1.4.

Mithilfe von Gleichung (4.5) und (4.12) erhält man die magnetische Flussdichte \tilde{B} eines Stabmagneten in kartesischen Koordinaten als

$$B_x(x,y,z) = +\frac{B_r}{4\pi} \cdot \sum_{r,s,t=1}^2 (-1)^{r+s+t} \cdot \ln\left(\tilde{z} + \sqrt{\tilde{x}^2 + \tilde{y}^2 + \tilde{z}^2}\right)$$
(4.16)

$$B_y(x,y,z) = -\frac{B_r}{4\pi} \cdot \sum_{r,s,t=1}^2 (-1)^{r+s+t} \cdot \frac{\tilde{x}\tilde{y}}{|\tilde{x}||\tilde{y}|} \cdot \arctan\left(\frac{|\tilde{x}|\tilde{z}|}{|\tilde{y}| \cdot \sqrt{\tilde{x}^2 + \tilde{y}^2 + \tilde{z}^2}}\right)$$
(4.17)

$$B_{z}(x,y,z) = +\frac{B_{r}}{4\pi} \cdot \sum_{r,s,t=1}^{2} (-1)^{r+s+t} \cdot \ln\left(\tilde{x} + \sqrt{\tilde{x}^{2} + \tilde{y}^{2} + \tilde{z}^{2}}\right),$$
(4.18)

 mit

$$\tilde{x} = x + \frac{b}{2}(-1)^r, \quad \tilde{y} = y + \frac{l}{2}(-1)^s, \quad \tilde{z} = z + \frac{h}{2}(-1)^t.$$

Die Angabe des Feldes in Form der magnetischen Flussdichte \tilde{B} entspricht im Vergleich zu Kapitel 4.1.3 dem betrachteten Gesamtfeld, das in diesem Fall allein dem aus der Magnetisierung resultierendem Magnetfeld entspricht. Eine solche Betrachtung ist jedoch nur für einen Ferromagneten sinnvoll, da nur bei dieser magnetischen Erscheinungsform die Magnetisierung, wie phänomenologisch u. a. in Abbildung 4.3 untersucht, auch ohne äußeres Magnetfeld erhalten bleibt. Für dia- und paramagnetische Substanzen gelten mit Bezug zum induzierten Magnetfeld der Probe dieselben Zusammenhänge und Bezüge. Für diese Erscheinungsformen wäre jedoch eine Darstellung dieses induzierten Magnetfeldes ohne externes Magnetfeld nicht sinnvoll. Zudem sollte für die unterschiedlichen Magnetismusformen jeweils die Orientierung der Magnetisierung relativ zum induzierenden Magnetfeld berücksichtigt werden.

Eine konkrete Wahl von $B_{\rm r}$ sowie eine spezifische Geometrie des Stabmagneten ermöglichen somit die Angabe des Feldlinienverlaufs, siehe Abbildung 4.6. Diese Abbildung



(a) Verlauf des \vec{H} -Feldes im Schnitt z = 0 durch den Permanentmagneten.

(b) Verlauf des \vec{B} -Feldes im Schnitt z = 0 durch den Permanentmagneten.

Abbildung 4.6: Darstellung der analytischen Berechnung des Verlaufs der Feldlinien eines Permanentmagneten mit b = 6 cm, l = 10 cm und h = 6 cm sowie einer Remanenzmagnetisierung von $B_r = 200 \text{ mT}$ im xy-Schnitt bei Magnetisierung \vec{M} in y-Richtung (horizontal, von links nach rechts).

veranschaulicht die vorherigen Berechnungen und ermöglicht eine weiterführende Interpretation der in Kapitel 4.1.3 beschriebenen Zusammenhänge zwischen magnetischer Feldstärke \vec{H} , magnetischer Flussdichte \vec{B} und Magnetisierung \vec{M} . Mithilfe von Abbildung 4.6 lässt sich feststellen, dass, der Verlauf der Feldlinien für die magnetische Feldstärke \vec{H} und die magnetische Flussdichte \vec{B} außerhalb magnetisierter Materie, d. h. in diesem Fall außerhalb des Permanentmagneten, mit Ausnahme einer Skalierung des Betrages übereinstimmt. Diese Erkenntnis spiegelt im Wesentlichen den durch Gleichung (4.4) repräsentierten Zusammenhang wider. Innerhalb der Materie jedoch unterscheidet sich der Verlauf der Felder dieser beiden potentiellen Feldgrößen stark. Eine schematische Darstellung, die gegenseitige Orientierung der drei Feldgrößen allgemein visualisiert findet sich in Abbildung 4.7. Während die magnetische Feldstärke \vec{H} weiterhin die beiden Pole des Magneten in gleicher Orientierung wie im äußeren Bereich verbindet und somit der Magnetisierung entgegengesetzt ausgerichtet ist, folgt die magnetische Flussdichte \vec{B} dem Gaußschen Gesetz. Aufgrund der Quellenfreiheit



Abbildung 4.7: Schematische Darstellung des Verlaufs der magnetischen Feldstärke \vec{H} und der magnetischen Flussdichte \vec{B} im Inneren und Äußeren von Materie mit Magnetisierung \vec{M} . Während das \vec{H} - und \vec{B} -Feld im Äußeren identisch verlaufen, ergibt sich im Inneren ein parallel bzw. antiparalleler Verlauf bezüglich \vec{M} bei nicht maßstabsgerechter Längendarstellung.

der magnetischen Flussdichte B, ergeben sich die dargestellten geschlossenen Feldlinien. Sieht man von der Wölbung der Feldlinien ab, lässt sich somit feststellen, dass die Magnetisierung im Inneren einer Substanz entgegengesetzt zur magnetischen Feldstärke H und parallel zur magnetischen Flussdichte B verläuft, siehe Abbildung 4.6 und 4.7. Diese Erkenntnis ist in entsprechender Form erst durch die Berücksichtigung der Maxwell-Gleichungen möglich und stellt ein zentrales Unterscheidungskriterium der beiden potentiell nutzbaren Feldgrößen dar. Weiterhin gilt diese Erkenntnis in entsprechender Form auch für die induzierten Magnetfelder dia- und paramagnetischer Substanzen, die jedoch, wie bereits beschrieben, sinnvollerweise nicht ohne Angabe des induzierenden äußeren Magnetfeldes dargestellt werden sollten.

Einerseits ist die exakte Kenntnis des Magnetfeldverlaufes, der sich durch die analytische Berechnung ergibt, für quantitative Berechnungen im Themenfeld Magnetismus von Bedeutung. Hier ist u. a. das in Kapitel 5.3 beschriebene Experiment zur Magnetismuswaage zu nennen. In diesem Experiment wird die magnetische Volumensuszeptibilität χ_V mithilfe des Magnetfeldgradienten bestimmt. Neben der Möglichkeit das Magnetfeld experimentell zu vermessen, stellt die analytische Berechnung eine alternative Methode dar, die ergänzend zur experimentellen Bestimmung oder zur Überprüfung der Messwerte genutzt werden kann. Andererseits eignet sich der Feldlinienverlauf auch zur qualitativen Diskussion der Anziehung und Abstoßung von Materie in äußeren Magnetfeldern in Abhängigkeit von der Magnetisierung \vec{M} .

Eine solche qualitative Betrachtung gemäß Abbildung 4.8 zeigt, dass eine antiparallel zum äußeren Magnetfeld \vec{B} ausgerichtete Magnetisierung \vec{M} zur Abstoßung der betreffenden Objekte führt, da die magnetischen Felder scheinbar "gegeneinander wirken". Dies entspricht dem typischen phänomenologischen Verhalten eines diamagnetischen Objektes. Im Falle parallel zum äußeren Magnetfeld magnetisierter Substanzen, wird das äußere Magnetfeld durch das induzierte Magnetfeld als Folge der Magnetisierung verstärkt. Damit addieren sich das äußere Magnetfeld und die Magnetisierung und ergeben ein einziges übergeordnetes Magnetfeld. Dieser Vorgang entspricht dem Phänomen der para- und ferromagnetischen Anziehung und schließt an den in Abbildung 4.2 dargestellten Zusammenhang an. In Anhang B.3 findet sich in Analogie zur analytisch berechneten Darstellung in Abbildung 4.8 ein Vergleich mit einer experimentell realisierten Feldrepräsentation.

Die Kenntnis des Magnetfeldes eines Stabmagneten bzw. allgemeine Kenntnisse über Magnetfelder sind somit aus verschiedenen Gründen von Bedeutung. Für die bisheri-



(e) $\vec{M}_1 \uparrow \uparrow \vec{M}_2$ - Geringer Abstand.

(f) $\vec{M}_1 \uparrow \downarrow \vec{M}_2$ - Geringer Abstand.

Abbildung 4.8: Darstellung der analytischen Berechnung des Feldlinienverlaufs bei gegenseitiger Annäherung parallel bzw. antiparallel magnetisierter Objekte mit Magnetisierung \vec{M}_1 und \vec{M}_2 .

gen Visualisierungen des Magnetfeldes wird das Feldlinienmodell genutzt. Wie bereits in Kapitel 2.1.1.1 beschrieben, erfolgt dies im Bewusstsein, dass möglicherweise andersartige Modellierungen magnetischer Felder didaktisch sinnvollere Wirkungen erzielen könnten, aber eine fundierte Auseinandersetzung der Fachdidaktik mit Feldern im Allgemeinen und magnetischen Feldern im Speziellen noch erfolgen muss. Wie sich in diesem Kapitel ebenfalls zeigt, unterscheiden sich die Darstellungen des magnetischen Feldes über die magnetische Feldstärke \vec{H} und die magnetische Flussdichte \vec{B} stark. Da grundsätzlich jedoch beide Feldgrößen fachlich geeignet zur Beschreibung des magnetischen Feldes sind, soll nachfolgend in Kapitel 4.1.3.2 diskutiert werden, welche Feldgröße aus fachdidaktischer Sicht eine sinnvollere Beschreibung des Magnetfeldes im Sinne dieser Sachstruktur ermöglicht.

4.1.3.2 Diskussion verschiedener Größen zur Beschreibung magnetischer Felder

Für die fachliche Klärung soll im Folgenden lediglich eine Größe zur Beschreibung eines Magnetfeldes verwendet werden. Insofern muss entschieden werden, ob unter Berücksichtigung fachlicher und fachdidaktischer Gesichtspunkte das H- oder das B-Feld sinnvoller für die Verwendung im Rahmen dieser Sachstruktur erscheint. Die fachliche Perspektive zeigt, dass sowohl eine Beschreibung mithilfe der magnetischen Feldstärke \vec{H} als auch über die magnetische Flussdichte \vec{B} erfolgen kann. Beide Größen lassen sich mithilfe von Gleichung (4.4) bzw. (4.5) ineinander überführen, sodass das Hund das \tilde{B} -Feld zunächst fachlich äquivalent erscheinen. Um entscheiden zu können, ob die magnetische Feldstärke \vec{H} oder die magnetische Flussdichte \vec{B} geeigneter ist, sind unterschiedliche, insbesondere historische und fachdidaktische, Argumente abzuwägen. Auch in der fachlichen Auseinandersetzung mit magnetischen Feldern wurde lange Zeit nach dem fundamentalen Feld gesucht. Da aus fachlicher Perspektive beide Größen für die Beschreibung des magnetischen Feldes geeignet sind, wie in Kapitel 4.1.3 beschrieben wird, muss die fachdidaktische Perspektive im Bewertungsprozess stärker berücksichtigt werden. Diese wägt insbesondere Argumente der Zugänglichkeit und inneren Anschlussfähigkeit an weitere Konzepte dieser Sachstruktur des Projektes Magnetismus hoch 4 ab.

Zur Entscheidungsfindung wird häufig ein Vergleich zwischen magnetischen und elektrischen Feldern durchgeführt. Im Falle elektrische Felder wird jedoch eindeutig die elektrische Feldstärke \vec{E} als fundamentales Feld betrachtet. Die zugehörige elektrische Flussdichte \vec{D} wird als daraus abgeleitete Größe angesehen und stark nachrangig

behandelt. Im Falle magnetischer Felder der fundamentalen Feldgröße keinesfalls eindeutig und es finden sich in der Literatur Argumente, die beiden Größen Stärken und Schwächen zuweisen [Roc00]. Teilweise ist aufgrund der uneinheitlichen Beschreibung durch die beiden Größen sogar die Rede von einem "magnetic tower of babel" [Cra94, S. 31]. Die scheinbar häufig sehr polarisierende Suche nach dem fundamentalen Feld ist auch vielfach Gegenstand fachdidaktischer Analysen, die die unterschiedlichen Ansichten gegenüberstellen. Bei Cloete (1996) [Clo96, S. 354] zwei in diesem Sinne vollkommen gegensätzliche Zitate unterschiedlicher Quellen gegenübergestellt.

"People tended to think that \vec{H} was 'the magnetic field'. But, as we have seen, \vec{B} and \vec{E} are physically the fundamental fields, and \vec{H} is a derived idea."

- Richard Feynman [Fey64, S. 36-12]

"By comparing the interaction product quantities with the corresponding quantities derived from the Lorentzforce laws and the laws of mechanics, we shall conclude the \vec{E} - \vec{H} formulation is the correct formulation of macroscopic electrodynamics."

- [Fan60, S. 486]

Eine historische Betrachtung, die sich stark an der Analyse von Roche (2000) [Roc00, S. 438 ff.] orientiert, zeigt, dass sich die zeitlich früheste Beschreibung magnetischer Felder der Frage nach einer Fundamentalität von \vec{H} oder \vec{B} vollständig entzieht. In frühen Beschreibungen von Magnetismus aus dem Jahre 1769 wird laut Roche (2000) der Begriff "magnetic intensity" [Roc00, S. 438] für die magnetische Kraft verwendet, die auf jeden einzelnen Teil eines Objektes wirkt. Diese Beschreibung von Magnetismus erfolgt bis in die Anfänge des 19. Jahrhunderts vollkommen ohne Bezug zur Feldvorstellung von Magnetismus. Eine solche wird erstmals von Poisson (1821) Anfang des 19. Jahrhunderts abgeleitet [Poi21]. Grundlegend für ein magnetisches Feld ist für Poisson die Annahme, dass eine als idealisiertes Kontinuum zu beschreibende Substanz mit konstanter Magnetisierung, anstelle eines diskreten molekularen Mediums vorliegt [Poi21, Lea13]. Mithilfe der Magnetisierung leitet Poisson seine Vorstellung eines magnetischen Feldes ab. Als großer Verdienst seiner Arbeit wird eine Beschreibung der Wechselwirkung zwischen zwei Magneten mithilfe magnetischer Polladungen angesehen, die teilweise bis heute zur analytischen Beschreibung magnetischer Felder verwendet wird [Her95]. Roche (2000) [Roc00, S. 438 ff.] beschreibt in seiner Abhandlung des historischen Verlaufes weiter, dass die Diskussion der physikalischen Natur, dieser für Berechnungen und Beschreibungen hilfreichen, magnetischen Polladungen, bis heute Gegenstand fachlicher Diskussionen ist. Aus einer Definition der Magnetisierung über magnetische Polladungen resultiert jedoch die Frage nach dem Bezug der Polladung zum gesamten magnetisierten Volumen. Im Gegensatz zu Poisson (1821), der zur Beantwortung dieser Frage das Volumen der Materie in Punktmassen unterteilt, nutzt Green (1828) eine infinitesimal kleine, aber makroskopische Unterteilung des Volumens und erzielt mit dieser Annahme einen entscheidenden Fortschritt in der Beschreibung magnetisierter Materie [Poi21, Gre28]. Auch wenn die Annahme in der damaligen Fachdiskussion nicht vollständig auf Akzeptanz trifft, ist sie dennoch einflussreicher Ausgangspunkt für viele nachfolgende Arbeiten. Zu diesen zählen insbesondere Analysen von Gauß (1834), der in der Lage ist die bereits genannte Modellvorstellung magnetischer Polladungen genauer zu definieren [Gau34]. Zudem werden später in entscheidendem Maß die Theorien von Thomson (1872) durch die Vorstellung magnetischer Polladungen beeinflusst [Tho72]. Dessen Arbeiten zur Theorie der Magnetisierung in Materie ergeben eine präzise Definition der magnetischen Intensität. Thomson (1872) unterteilt diese Größe einerseits in eine polare Intensität, die sich durch die Annahme magnetischer Polladungen ergibt, und andererseits in die elektromagnetische Intensität, die an die Arbeiten von Ampère (1823) zu Kreisströmen im Inneren magnetisierter Objekte angelehnt ist [Amp23, Tho72]. Da die die elektromagnetische Intensität mit der magnetischen Feldstärke \vec{H} und die polare Intensität mit der heute als magnetische Flussdichte bezeichneten Größe \vec{B} identifiziert werden kann, bilden die Herleitungen und Theorien von Poisson (1821) bezüglich \vec{M} und von Thomson (1872) bezüglich \vec{H} und \vec{B} das Fundament für die nachfolgende und in Teilen noch immer nicht abgeschlossene Debatte über die Fundamentalität einer einzelnen magnetischen Feldgröße [Poi21, Tho72].

Vollkommen unabhängig von den bisher beschriebenen Ansätzen und auf gänzlich andere Art und Weise, befasst sich Faraday (1855) Mitte des 19. Jahrhunderts mit magnetischen Phänomenen [Far55]. Ausgehend von Experimenten zur Wirkung des magnetischen Feldes auf einen senkrecht zu diesem Feld bewegten Leiter und Experimenten zur Untersuchung des Einflusses desselben Feldes auf eine schwingende magnetische Kompassnadel, gelangt Faraday (1855) zu dem Schluss, dass mit beiden Experimenten vollständig unterschiedliche Eigenschaften des magnetischen Feldes gemessen werden [Far55]. Erst ein halbes Jahrhundert später kann Lorentz (1909) zeigen, dass sowohl der bewegte Leiter als auch die Kompassnadel durch dieselbe Größe, nämlich die Lorentz-Kraft, beeinflusst werden [Lor09]. Für Faraday (1855) führt seine experimentell ausgerichtete Vorgehensweise zur Definition zweier magnetischer Feldgrößen. Er nimmt an, dass die Kompassnadel durch eine Größe beeinflusst wird, die von ihm als "intensity" [Far55, S. 226] bezeichnet wird. Im Gegensatz dazu spürt der senkrecht zum Magnetfeld bewegte Leiter die "quantity" [Far55, S. 229] des Feldes. Maxwell (1890) greift Faradays Vorstellungen von zwei vollständig separaten Feldgrößen auf, beschreibt die zuvor als "quantity" [Far55, S. 229] bezeichnete Größen in seinen Worten als "magnetic induction" [Max90, S. 192] und interpretiert beide Größen, beeinflusst durch seine Arbeiten zur Hydrodynamik [Max90]. Für ihn ergibt sich die Vorstellung, dass die "intensity" [Far55, S. 226] mit einem Druckgradienten verglichen werden kann. Diese Größe wird von Maxwell durch das Symbol H beschrieben wird. Die "magnetic induction" [Max90, S. 192] wird analog dazu definiert, beschreibt gemäß Maxwell (1890) den Fluss durch ein Flächenstück und erhält das Symbol B [Max90]. Da \vec{B} somit als Dichte des Flusses \vec{H} definiert ist, betrachtet Maxwell die "magnetic induction" [Max90, S. 192] als nachrangige Größe und die "quantity" [Far55, S. 229] als fundamental [Sta21]. In einer ausführlichen Abhandlung stellt Maxwell (1873) diese Interpretation des Faradayschen Ansatzes vor und führt gemäß der heutigen Definition unterschiedliche Einheiten für \tilde{H} und \tilde{B} ein, wodurch die Unterschiede zwischen den Größen noch einmal hervorgehoben werden [Max73]. Gleichzeitig zeigt sich in derselben Abhandlung jedoch auch ein ambivalentes Bild, wenn Maxwell (1873) mit Bezug auf Thomson (1872) die Größen \tilde{H} und \tilde{B} unter gewissen Umständen als qualitativ gleichwertig beschreibt [Tho72, Max73]. In dieser Interpretation und aus dieser Aussage wird bereits die Komplexität einer eindeutigen und überzeugenden Wahl und Unterscheidung deutlich. Trotz dieser Unsicherheit, führt die Auseinandersetzung von Maxwell (1873) nachfolgend zu dessen fundamentaler makroskopischer Theorie magnetischer und dielektrischer Medien [Max73], siehe Kapitel 4.1.5

Im 20. Jahrhundert existieren für die gegensätzlichen Vorstellungen von Thomson und Maxwell jeweils ähnlich viele Unterstützer. Lorentz (1936) entzieht sich diesem Konflikt durch eine neue Theorie [Lor36]. Ähnlich des Konzeptes von Hertz (1884) existiert seiner Meinung nach im freien Raum praktisch nur ein einziges Feld und auch im Inneren eines magnetischen Mediums ist nur eine physikalische Größe von Bedeutung [Her84, Lor36]. Diese Größe soll als Mittelwert der erzeugenden mikroskopischen Magnetfelder betrachtet werden und entspricht der magnetische Flussdichte \vec{B} [Lor09]. Für Lorentz ist die magnetische Feldstärke \vec{H} ein rein künstliches Konstrukt und ohne eine zusätzliche physikalische Bedeutung, die über die Eigenschaften der magnetischen Flussdichte \vec{B} hinausgeht.

Die historische Betrachtung in der Stuktur nach Roche (2000) zeigt also, dass drei zentrale Ansätze seit jeher miteinander konkurrieren [Roc00]. Die drei Theorien umfassen die Argumentationen von Thomson zur Gleichwertigkeit von \tilde{H} und \tilde{B} , die Ausführungen von Maxwell aufbauend auf Faradays Theorie mit der Interpretation der Fundamentalität von \tilde{H} und die Ansicht von Lorentz, dass das \tilde{B} -Feld von realer, physikalischer Bedeutung und das \tilde{H} -Feld nur ein künstliches Konstrukt ist. Für die Wahl der geeigneten Größe zur Beschreibung magnetischer Felder, im Sinne der Sachstruktur des Projektes Magnetismus hoch 4, existieren jedoch noch weitere Argumente, die getrennt von der historischen Debatte berücksichtigt werden sollten. Die Darstellung des historischen Diskurses verdeutlicht vor allem, dass die geeignete Form der Beschreibung magnetischer Felder bereits seit langem kontrovers diskutiert wird. Ein Blick in die aktuelle wissenschaftliche Praxis liefert ein hingegen ein eindeutigeres Bild. Es zeigt sich, dass Physiker typischerweise das \vec{B} -Feld verwenden, wohingegen Ingenieure das \tilde{H} -Feld nutzen, um magnetische Felder zu beschreiben [Clo96, Tan08]. Die Verwendung der magnetischen Flussdichte in vielen praktischen, physikalischen Kontexten wird auch durch die Angabe der Stärke von Permanentmagneten über den Wert von \vec{B} unterstrichen [Cra94].

Ein weiteres Argument für die Verwendung der magnetischen Flussdichte \vec{B} ergibt sich aus Experimenten zur Lorentz-Kraft [Clo96]. In diesem Sinne erscheint die magnetische Flussdichte \vec{B} als analoge Größe zur elektrischen Feldstärke \vec{E} zu existieren. Kritiker dieser Sichtweise wenden ein, dass die typische Angabe der Zusammenhänge zwischen Feldstärke und Flussdichte, für magnetische Felder gemäß Gleichung (4.9) sowie für elektrische Felder gemäß

$$\vec{D} = \epsilon \cdot \vec{E},\tag{4.19}$$

diesem Analogie-Argument widerspräche. Dabei beschreibt $\epsilon = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r$ die elektrische Permittivität mit der elektrischen Feldkonstante ϵ_0 , die über

$$\epsilon_0 = \frac{1}{\mu_0 c^2} \tag{4.20}$$

mit der magnetischen Feldkonstanten zusammenhängt. Leitet man jedoch Gleichung (4.9) für den magnetischen Fall streng analog zum elektrischen Fall her, zeigt sich, dass ohne weitere Umformungen zunächst der Ausdruck

$$\vec{H} = \frac{1}{\mu} \cdot \vec{B} \tag{4.21}$$

resultiert, der eher als Argument für die Verwendung der magnetischen Flussdichte \vec{B} als Analogon zur elektrischen Feldstärke \vec{E} gemäß Gleichung (4.19) dient [Ell79, Clo96]. Es kann darüber hinaus durch Wechsel in ein mitbewegtes Bezugssystem sogar eine Transformation zwischen der magnetischen Flussdichte \vec{B} und der elektrischen Feldstärke \vec{E} hergestellt werden, wodurch dieser Zusammenhang zusätzlich gestützt wird [Dem09]. Eine präzise Formulierung und Herleitung dieser Transformation findet sich in Kapitel 4.1.5.1.

Ein weiteres Argument beschäftigt sich mit dem u. a. in Abbildung 4.6 dargestellten Feldlinienverlauf. Die Feldlinien des \vec{H} -Feldes lässt sich nahezu intuitiv als Verbindung von Nord- und Südpol eines Magneten zeichnen. Der Feldlinienverlauf des \vec{B} -Feldes wird im Gegensatz dazu als deutlich weniger intuitiv eingeschätzt [Cra94]. In Verbindung damit verwenden einige Ansätze zur Magnetostatik magnetische Polladungen, wie bereits in der historischen Analyse genannt, die diese Intuition stützen und sich theoretisch aus der Magnetisierung \vec{M} sowie der magnetischen Feldstärke \vec{H} herleiten lassen [Her91, Her95]. Es ist jedoch kritisch anzumerken, dass der magnetische Dipolcharakter vollkommenen im Widerspruch zur Annahme magnetischer Polladungen steht.

Ein abschließendes Argument für die Verwendung der magnetischen Flussdichte \hat{B} findet sich abermals beim Vergleich von elektrischen und magnetischen Gesetzmäßigkeiten. Für elektrische Ladungen ist die Größe $\Phi_{\rm el}$ als elektrischer Kraftfluss gemäß

$$\Phi_{\rm el} = \int \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{A} \tag{4.22}$$

definiert [Dem09]. Dabei beschreibt \vec{E} die elektrische Feldstärke und d \vec{A} ein von den elektrischen Feldlinien durchdrungenes Flächenelement. Der elektrische Kraftfluss gibt somit die Wirkung eines elektrischen Feldes auf elektrische Ladungen an. Analog dazu ist der magnetische Kraftfluss Φ_{mag} über die Beziehung

$$\Phi_{\rm mag} = \int \vec{B} \cdot d\vec{A} \tag{4.23}$$

definiert [Dem09]. Gemäß dieser Definition ist somit die wahrnehmbare Kraftwirkung magnetischer Felder, die sich u. a. in den typischen Experimenten zur Visualisierung von magnetischen Feldern mithilfe von Eisenspänen ausdrückt, direkt mit der magnetischen Flussdichte \vec{B} verknüpft, sodass die Gleichungen (4.22) und (4.23) analoge Zusammenhänge repräsentieren.

Abschließend muss bei Berücksichtigung der unterschiedlichen Argumente festgestellt werden, dass beide Größen grundsätzlich geeignet zur Beschreibung magnetischer Felder sind, sowohl das \vec{H} -Feld als auch das \vec{B} -Feld in unterschiedlichen Kontexten aktuell genutzt werden und eine universelle Entscheidung, weder in der historischen Debatte noch an dieser Stelle, objektiv getroffen werden kann. Die Entscheidung kann sich aus diesem Grund nur auf die hier zu entwickelnde Sachstruktur beziehen. Für diese soll ausgehend von einer phänomenologischen Betrachtung eine erste strukturierte Modellierung magnetischer Eigenschaften durch die Magnetisierung \vec{M} erfolgen. Stellt man die Magnetisierung \vec{M} der magnetischen Feldstärke \vec{H} bzw. der magnetischen Flussdichte \vec{B} gegenüber, offenbart sich außerhalb der magnetisierten Materie, wie bereits beschrieben, kein Unterschied im Verlauf der beiden Felder, siehe Abbildung 4.6. Die unterschiedliche Skalierung der beiden Felder erscheint dabei vernachlässigbar. Dies gilt sowohl für ferromagnetische als auch für dia- oder paramagnetische Stoffe.

Im Inneren eines magnetisierten Mediums offenbart sich jedoch der entscheidende Unterschied. Während die Magnetisierung \vec{M} parallel zur magnetischen Flussdichte \vec{B} verläuft, ist das \vec{H} -Feld antiparallel ausgerichtet, siehe Abbildung 4.7. Da die magnetische Flussdichte \vec{B} und die Magnetisierung im Inneren der magnetisierten Materie näherungsweise parallel verlaufen und das \vec{B} -Feld zudem als Fortsetzung der Magnetisierung außerhalb des magnetisierten Mediums interpretiert werden kann, erscheint es für diese Arbeit zweckmäßiger die magnetische Flussdichte \vec{B} als zentrale Kenngröße zur Charakterisierung des Magnetfelds zu verwenden. An dieser Maßgabe orientiert sich der weitere Verlauf der fachlichen Klärung.

Die Einheit der magnetischen Flussdichte Tesla [T] ist definiert als 1 T = 1 Vs/m. Da jedoch die realistisch in Lehrkontexten zu realisierenden Magnetfelder eine Stärke der Größenordnung $10 \text{ mT} \leq B \leq 500 \text{ mT}$ aufweisen und in anderen Kontexten, insbesondere beim Erdmagnetfeld, dessen Feld sich in der Größenordnung $30 \text{ \muT} \leq B_{\text{Erde}} \leq 60 \text{ \muT}$

[Wol08b, S. 452] befindet, häufig sehr viel schwächere Magnetfelder vorliegen, wird oft auch die die Einheit Gauß [Gs], definiert als 1 Gs = 0.1 mT, verwendet. Da die Beschreibung magnetischer Feld ohnehin eine gewisse Komplexität aufweist, erscheint es aus fachdidaktischer Perspektive sinnvoll die Angabe der numerischen Werte realer magnetischer Flussdichten einheitlich auszuführen. Im Rahmen des Projektes Magnetismus hoch 4 erfolgt die Angabe konkreter Werte stets in der Einheit Tesla. An dieser Stelle sollte bereits erwähnt werden, dass im weiteren Verlauf der Sachstruktur mit dem Vektorpotential \vec{A} noch eine weitere Größe zur Beschreibung magnetischer Felder eingeführt wird. Die Verwendung dieser Größe in Ergänzung zur magnetischen Flussdichte \vec{B} ist unabdingbar für die quantenmechanische Beschreibung magnetischer Phänomene. Ihre Eigenschaften und der Bezug zur magnetischen Flussdichte \vec{B} wird in Kapitel 4.1.5 und vor allem in Kapitel 4.2.3.2 ausführlich diskutiert.

4.1.4 Magnetisierungsprozesse

Die magnetische Phänomene, siehe Kapitel 4.1.1, veranschaulichen die Wirkung eines äußeren Magnetfeldes auf eine dia-, para- oder ferromagnetischen Substanz. Die bisherige Diskussion bezieht sich jedoch nur auf die Induktion der Magnetisierung bei einem singulären Wert des äußeren Magnetfeldes. Damit bleibt die Frage zu klären, wie sich Änderungen des Magnetfeldes, genauer der magnetischen Flussdichte \vec{B} , siehe Kapitel 4.1.3, auf die Magnetisierung auswirken. Was geschieht also, wenn das Magnetfeld verstärkt oder abgeschwächt wird mit der Magnetisierung der unterschiedlich magnetischen Substanzen? Diese Verstärkung und Abschwächung der Stärke des Magnetfeldes soll insgesamt als Magnetisierungsprozess bezeichnet werden.

Die Untersuchung und Klassifizierung von Magnetisierungsprozessen, d.h. der Abhängigkeit der Änderung der Magnetisierung von der Änderung des angelegten magnetischen Feldes, liefert zudem eine exaktere Definition der magnetischen Volumensuszeptibilität χ_V , siehe Gleichung (4.8), da lineare Abhängigkeiten der Magnetisierung \vec{M} von der Flussdichte \vec{B} beim Dia- und Paramagnetismus von nicht-linearen Abhängigkeiten beim Ferromagnetismus zu unterscheiden sind. Die grundlegend unterschiedliche Typologie der linearen und nicht-linearen Magnetisierungsprozesse weist abermals, wie bereits an verschiedenen Stellen erwähnt, auf das grundsätzlich andersartige Verhalten beim kollektiven Ferromagnetismus gegenüber den nicht-kollektiven Erscheinungsformen Dia- und Paramagnetismus hin, das im Verlauf der mikroskopischen Beschreibung vertieft diskutiert werden soll.

4.1.4.1 Dia- und paramagnetische Magnetisierungen

Sowohl für diamagnetische als auch für paramagnetische Stoffe ist die Magnetisierung proportional zur Stärke des äußeren Magnetfeldes mit Flussdichte \vec{B} . Es ist somit möglich die Definition der magnetischen Volumensuszeptibilität χ_V aus Gleichung (4.8) für diese Erscheinungsformen von Magnetismus gemäß

$$\chi_V = \mu_0 \cdot \frac{\partial M}{\partial B} \rightarrow \chi_V = \mu_0 \cdot \frac{\Delta M}{\Delta B}$$
 (4.24)

zu vereinfachen.

Die Proportionalitätskonstante zwischen der Magnetisierung \vec{M} und der Flussdichte \vec{B} entspricht dem Produkt aus magnetischer Volumensuszeptibilität χ_V und magnetischer Permeabilität μ . Die graphische Auswertung dieses Zusammenhanges ergibt somit, wie in Abbildung 4.9 dargestellt, zwei Ursprungsgeraden. Für diamagnetische Stoffe ist die Steigung entsprechend der Suszeptibilität $\chi_V < 0$ negativ und für paramagnetische Materie mit $\chi_V > 0$ positiv. Dieser Zusammenhang für Dia- und Parama-



Abbildung 4.9: Visualisierung der Abhängigkeit der Magnetisierung \vec{M} dia- und paramagnetischer Stoffe von der magnetischen Flussdichte \vec{B} . Der Verlauf der BM-Kurve weist auf die näherungsweise lineare Abhängigkeit hin.

gnetismus gilt für sämtliche in Lehrkontexten realisierbare Magnetfelder. Bei stärkeren Magnetfeldern ergibt sich für paramagnetische Substanzen eine Sättigung der Magnetisierung, die jedoch experimentell mit den Mitteln der schulischen oder universitären Ausbildung nicht bzw. nur mit hohem technischen Aufwand realisiert werden kann. Auch dieser Sättigungsvorgang ist in Abbildung 4.9 angedeutet.

Weitestgehend gilt somit beim Dia- und Paramagnetismus: Je stärker das äußere Magnetfeld, desto stärker die Magnetisierung. Ohne äußeres Magnetfeld verschwindet die Magnetisierung vollständig. Abbildung 4.9 zeigt zudem, dass die Magnetisierung, verglichen mit ferromagnetischen Stoffen, sehr gering ist. Diese Tatsache beruht auf geringen Werten der magnetischen Suszeptibilität, siehe Kapitel 4.1.2, und lässt sich durch die fehlenden kollektiven Eigenschaften dieser Erscheinungsformen erklären. Mit Bezug zur Phänomenologie lässt sich feststellen, dass kleine Änderungen der magnetischen Flussdichte zu kleinen Änderungen der Magnetisierung führen. Aus der nachfolgenden Diskussion ferromagnetischer Magnetisierungsvorgänge zeigt sich, dass diese Eigenschaft neben dem absoluten Maß der Magnetisierung einen substanziellen Unterschied zwischen den Magnetismusformen darstellt.

Als Einschränkung muss an dieser Stelle noch einmal hervorgehoben werden, dass das beschriebene Verhalten für dia- und paramagnetische Stoffe und die typischerweise geringen Effektstärken im Vergleich zu ferromagnetischen Objekten für technisch realisierbare statische Magnetfelder gilt, aber keinen absolut und allgemeingültigen Zusammenhang darstellt. Das Verhalten von dia- und paramagnetischen Stoffe in sehr starken Magnetfeldern $B \ge 10^6$ T unterscheidet sich deutlich von dem eben beschriebenen und in Abbildung 4.9 dargestellten Verhalten und wird in Kapitel 4.2.9 gesondert diskutiert. Für die in der Lehre oder Forschung verwendeten Magnetfeldstärken 10 mT $\leq B \leq 10$ T sind die genannten Eigenschaften und Konzepte jedoch tragfähig.

4.1.4.2 Ferromagnetische Magnetisierungen und Modell der Weissschen Bezirke

Der Magnetisierungsprozess ferromagnetischer Substanzen weist, im Gegensatz zum linearen Verhalten der dia- und paramagnetischen Stoffe, ein deutlich komplexeres Verhalten auf, das als Hysterese bezeichnet wird und keine formale Reduktion von Gleichung (4.8) ermöglicht. Bei der typischen ferromagnetischen Hysteresekurve, siehe Abbildung 4.10, ist häufig die verschwindende makroskopische Magnetisierung $\vec{M} = 0$ ohne vorherigen Einfluss eines äußeren Magnetfeldes dargestellt. In Gegenwart eines

äußeren magnetischen Feldes \tilde{B} resultiert jedoch eine Magnetisierung $\tilde{M} \neq 0$, die sich bei hinreichend starken Magnetfeldern einer Sättigungsmagnetisierung M_s annähert. Wird das angelegte Magnetfeld nun wieder reduziert oder verschwindet vollständig, ergibt sich, dass ein gewisser Anteil der Magnetisierung oder sogar nahezu die vollständige Sättigungsmagnetisierung erhalten bleibt. Dieses Phänomen ermöglicht die Herstellung und Verwendung von Permanentmagneten und ergibt sich aus dem kollektiven Verhalten der magnetischen Momente, siehe Kapitel 4.2.4 und 4.2.7. Die grundsätzliche Fähigkeit, die Magnetisierung \tilde{M} ganz oder in Teilen auch ohne äußeres Magnetfeld zu erhalten, grenzt den kollektiven Ferromagnetismus unabhängig von der Stärke und der Richtung der magnetischen Kräfte als eigenständiges Phänomen vom Dia- und Paramagnetismus ab.

Der Betrag der Magnetisierung \overline{M} in Abwesenheit eines Magnetfeldes wird als Remanenz oder Remanenzmagnetisierung $M_{\rm r}$ bezeichnet. Die Remanenzmagnetisierung $M_{\rm r}$ wird oft zur Beschreibung der Stärke von Permanentmagneten verwendet. Dabei wird häufig die direkt mit $M_{\rm r}$ korrespondierende magnetische Remanenzflussdichte



Abbildung 4.10: Visualisierung der Abhängigkeit der Magnetisierung M ferromagnetischer Stoffe von der magnetischen Flussdichte \vec{B} . Der Verlauf der BM-Kurve weist auf den typischen Hystereseverlauf mit Koerzitivfeldstärke B_c , Sättigungsmagnetisierung M_s und Remanenzmagnetisierung M_r hin.

 $B_{\rm r}$ angegeben, die sich aus Gleichung (4.5) bei verschwindendem äußerem Magnetfeld gemäß

$$B_{\rm r} = \mu_0 \cdot M_{\rm r} \tag{4.25}$$

ergibt.

Um ferromagnetische Materie mithilfe eines Magnetfeldes \vec{B} wieder vollständig zu entmagnetisieren und damit, wie im Ausgangszustand, die Magnetisierung $\vec{M} = 0$ zu erzeugen, ist es notwendig, ein entgegengesetzt ausgerichtetes Magnetfeld $-\vec{B}$ anzulegen. Bewirkt ein Magnetfeld das vollständige Verschwinden der Magnetisierung einer ferromagnetischen Substanz, wird dieses als Koerzitivfeld B_c bezeichnet, siehe ebenfalls Abbildung 4.10.

Im Vergleich zur Änderung der Magnetisierung durch Änderung des äußeren Magnetfelds bei dia- und paramagnetischen Stoffen zeigt Abbildung 4.10 weiter, dass die Magnetisierungen ferromagnetischer Substanzen um ein Vielfaches stärker sind und sich kleine Änderungen der äußeren Magnetfeldstärke in Abhängigkeit vom aktuellen Zustand besonders stark oder auch nur verschwindend gering auswirken. Ist die Probe beispielsweise nahezu im Sättigungsbereich, führen weitere Variationen der magnetischen Flussdichte \tilde{B} nur zu geringfügigen Änderungen. Befindet sich die Probe jedoch im vollständig oder nahezu entmagnetisierten Zustand im Bereich der Koerzitivfeldstärke $B_{\rm c}$ können geringfügige Variationen von \vec{B} die Magnetisierung \vec{M} erheblich ändern. Dieser Zusammenhang lässt sich experimentell auf unterschiedliche Art und Weise nachvollziehen. Ein klassisches Lehrexperiment demonstriert die hier theoretisch erläuterten Eigenschaften der ferromagnetischen Hysterese durch ein Induktionsexperiment unter Verwendung zweier Spulen und eines ferromagnetischen Eisenkerns. Der Eisenkern wird mithilfe der ersten Spule magnetisiert. In Abhängigkeit vom Magnetfeld der Spule baut sich zunächst eine Magnetisierung auf, die anschließend in einen Sättigungsbereich übergeht, sodass die Hystereseeigenschaften des Eisenkerns deutlich werden. Die Untersuchung der Magnetisierung erfolgt durch die Messung des induzierten Stroms einer zweiten Spule. Ein alternatives Experiment zur Messung der Hysterese einer ferromagnetischen Probe bezieht sich auf den magnetooptischen Kerr-Effekt und wird in Kapitel 5.4 beschrieben. Dieses Experiment ermöglicht ebenfalls die experimentelle Untersuchung der hier theoretisch erläuterten Eigenschaften der ferromagnetischen Hysterese. Wie in Kapitel 5.4 beschrieben wird, bezieht sich dieses Experiment auf die Messung der Magnetisierung dünner ferromagnetischer Schichten. Der Analyse und Diskussion von Magnetisierungskurven wird im weiteren Verlauf der Sachstruktur eine besondere Bedeutung beim Übergang von der makroskopischen zur mikroskopischen Beschreibung von Magnetismus zugewiesen. Die zuvor beschriebenen Experimente können in unterschiedlichem Maß bei diesem Übergang genutzt werden, da das klassische Induktionsexperiment die Magnetisierung eines massiven Eisenkerns misst, während der magnetooptische Kerr-Effekt augenscheinlich deutlich kleinere Dimensionen berücksichtigt. Mithilfe des Experimentes zum magnetooptischen Kerr-Effekt gelingt es diese Dimension über die mikroskopischen Domänen mit einfachen Mitteln schultauglich abzubilden.

Theoretisch ist es auch möglich die lineare Abhängigkeit der Magnetisierung vom äußeren Feld bei dia- und paramagnetischen Substanzen mithilfe des magnetooptischen Kerr-Effektes nachzuweisen. Dieser Nachweis ist mit geringem technischen Aufwand und z. B. schulischen Experimentiermitteln im Gegensatz ferromagnetischen Hysteresen jedoch nicht als Realexperiment umzusetzen. An dieser Stelle kann mithilfe digitaler Lehrelemente eine weitere Repräsentationsform genutzt werden, die in Ergänzung zum Realexperiment weitergehende Untersuchungen ermöglicht, die theoretisch denkbar, aber praktisch im Vermittlungskontext kaum zu realisieren sind, siehe Kapitel 6.2.2.

Man verwendet Hysteresekurven häufig, um ferromagnetische Materie gemäß ihres makroskopischen Verhaltens in hart- und weichmagnetische Stoffe zu unterteilen und so das charakteristische Verhalten der jeweiligen Substanz typisieren zu können, siehe Abbildung 4.11. Bei hartmagnetischen Substanzen ist der Wert des Koerzitivfeldes B_c sehr groß, sodass diese Stoffe nur extrem schwer mit einem äußeren Magnetfeld entmagnetisiert werden können. Zudem bleibt bei diesen Stoffen ohne äußeres Magnetfeld die Sättigungsmagnetisierung $M_r \approx M_s$ fast vollständig erhalten. Den in den experimentellen Zugängen in Kapitel 5 vielfach verwendeten Neodymmagneten oder auch typische Schulmagneten können hartmagnetische Eigenschaften zugewiesen werden. Bei weichmagnetischen Stoffen ist die Remanenz M_r hingegen sehr gering und bereits schwache magnetische Felder reichen aus, um einen Stoff in zu entmagnetisierung, verglichen mit hartmagnetischen Substanzen, geringer, siehe ebenfalls Abbildung 4.11. Häufig

tisieren eines Stahlnagels vermittelt. Dieser lässt sich durch Überstreichen mit einem stärkeren Permanentmagneten leicht magnetisieren und später ummagnetisieren. Ein

wird die Magnetisierung eines ferromagnetischen Stoffes Lernenden durch das Magne-

solches Material kann den weichmagnetischen Substanzen zugeordnet werden.

Da je nach Anwendung hart- oder weichmagnetische Substanzen die erforderlichen Eigenschaften aufweisen, gelten Hysteresekurven als wichtige Information zur Analyse und Beschreibung von Materialeigenschaften. Die Betrachtung der hart- und weichmagnetischen Hysteresekurven aus Abbildung 4.11 im Vergleich zum paramagnetischen Magnetisierungsprozess zeigt auch, dass sehr stark weichmagnetische Objekte in ihrem makroskopischen Verhalten einer paramagnetischen Substanz durchaus ähneln können.

In der Literatur wird zur Darstellung der Hysterese häufig die HB-Kurve angegeben, bei der das äußere Magnetfeld durch die Feldstärke \vec{H} und die magnetisierte Materie durch die Flussdichte des induzierten Feldes \vec{B} gekennzeichnet ist. Die im Rahmen dieser fachlichen Klärung gewählte BM-Kurve wird im Vergleich dazu selten genutzt. Da sich die beiden Darstellungen jedoch nur um den Faktor μ_0 bzw. μ unterscheiden, wird an dieser Stelle die BM-Kurve verwendet, um die fachliche Klärung konsistent



(a) Hartmagnetische Substanz.

(b) Weichmagnetische Substanz.

Abbildung 4.11: Visualisierung der BM-Hysteresekurven hart- und weichmagnetischer Substanzen. Die Form des Magnetisierungsverlaufes ermöglicht die Beurteilung der zugehörigen Stoffeigenschaften.

zu gestalten, siehe Kapitel 4.1.3.2. Für ein umfassendes Verständnis der magnetischen Hysteresekurven sind weiterhin ein Verständnis der magnetischen Anisotropie sowie der Theorie des Mikromagnetismus notwendig, siehe Anhang B.1 und B.2. Die hier dargestellten Fachinhalte sind jedoch voll umfänglich anschlussfähig zu den zugehörigen weiterführenden Aspekten.

4.1.5 Magnetismus stationärer Ströme und bewegter Ladungen

Die Gesetzmäßigkeiten des Magnetismus stationärer Ströme bzw. bewegter elektrischer Ladungen stellen eine zentrale Grundlage für das Verständnis der Zusammenhänge zwischen magnetischen und elektrischen Phänomenen dar. Sie ermöglichen zudem viele analytische Berechnungen konkreter Problemstellungen, wie beispielsweise die Berechnung des Magnetfeldes eines Stabmagneten in Kapitel 4.1.3.1. Darüber hinaus kann die Darstellung der Zusammenhänge das Verständnis der Lernende durch innere Bezüge möglicherweise unterstützen. Abschließend lässt sich folgern, dass insbesondere für die quantenmechanischen Betrachtungen der mikroskopischen Beschreibung bestimmte Größen relevant sind, die sich auf sinnvolle Art und Weise mithilfe der Analogien zwischen Elektrizität und Magnetismus ableiten lassen. Unabhängig von der bereits an unterschiedlichen Stellen beschriebenen Notwendigkeit die magnetische Erscheinungsform Elektromagnetismus in einer ähnlichen Sachstruktur, wie der hier vorliegenden Ausführung für Dia-, Para- und Ferromagnetismus, zu analysieren, erscheint es notwendig die zentralen Analogien zwischen elektrischen und magnetischen Phänomenen an dieser Stelle darzustellen. Dabei soll jeweils versucht werden die Theorien an dazugehörige Anschauungen zu knüpfen, um das Verständnis zu erleichtern. Die Darstellung erfolgt zunächst für zeitliche konstante und anschließend für zeitlich veränderliche Felder, siehe Kapitel 4.1.5.1 und 4.1.5.2. Bei allen Darstellungen wird zunächst das Feld im Vakuum betrachtet. Die zugehörigen Konstanten μ_0 , magnetische Feldkonstante, und ϵ_0 , elektrische Feldkonstante, können entsprechend bei Materie um die relative Permeabilität μ_r zur magnetischen Permeabilität $\mu = \mu_0 \cdot \mu_r$ bzw. um die relative Permittivität ϵ_r zur elektrischen Permittivität $\epsilon = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r$ erweitert werden.

Ein wichtiges Konzept für das Verständnis des Magnetismus stationärer Ströme und bewegter Ladungen stellen Analogien zwischen dem zu behandelnden Magnetismus und der Elektrizitätslehre dar. Eine erste Idee für diese Analogien liefert ein Blick auf die Gleichungen (4.5) bzw. (4.24) und (4.8) aus Kapitel 4.1.3. In diesen Gleichungen wird für den Magnetismus in Materie die magnetische Volumensuszeptibilität χ_V definiert und eine Beziehung für das resultierende Magnetfeld \hat{B} einer magnetisierten Substanz angegeben. Vollkommen analog dazu lässt sich im Rahmen der Elektrizitätslehre die elektrische Suszeptibilität

$$\chi_{\rm el} = \frac{1}{\epsilon_0} \cdot \frac{\Delta P}{\Delta E} \tag{4.26}$$

als Maß der elektrischen Polarisation \vec{P} von Materie im Magnetfeld \vec{E} definieren [Fox06]. Entsprechend gilt für die aus der Polarisation resultierende elektrische Feldstärke

$$\vec{E} = \frac{1}{\epsilon_0} \cdot (\vec{D} - \vec{P}), \qquad (4.27)$$

mit der elektrischen Flussdichte \vec{D} [Fox06]. Bereits an diesen Zusammenhängen zeigt sich, dass ausgewählte Zusammenhänge in beiden Gebieten analog beschrieben werden können und große Ähnlichkeiten zwischen den Themengebieten festgestellt werden können. In den folgenden Kapiteln werden diese Analogien an vielen weiteren Stellen aufgezeigt.

4.1.5.1 Elektromagnetismus zeitlich konstanter Felder

Ein Grundversuch zur Vermittlung der Verbindung zwischen Magnetostatik und Elektrostatik geht auf einen von Oersted (1820) beobachteten Effekt zurück [Ram53]. Bei diesem Experiment, siehe Abbildung 4.12, befindet sich eine Kompassnadel zum Nachweis magnetischer Effekte neben einem langen, geraden Draht. Zunächst sei die Kompassnadel parallel zum Draht orientiert. Sobald ein Strom durch den Draht fließt, richtet sich die Nadel in einem bestimmten Winkel α zum Draht aus. Weiterhin lässt sich beobachten, dass das Vorzeichen des von Nadel und Kompass eingeschlossenen Winkels α mit der Stromrichtung variiert. Denkt man dieses Experiment weiter und führt die Kompassnadel an verschiedenen Stellen um den Draht herum, ergibt sich das in Abbildung 4.12 dargestellte Muster.

Die nachfolgende theoretische Beschreibung orientiert sich frei an der Struktur von Demtröder (2009) [Dem09, S. 10 ff./83 ff.]. Es zeigt sich, dass der Draht von kreisförmigen Feldlinien umschlossen wird und Oersted (1820) gelangt zur fundamentalen Erkenntnis, dass magnetische Feldlinien der magnetischen Flussdichte \vec{B} stets geschlossen sind [Ram53]. Da somit in jedes Flächenelement d \vec{A} gleich viele Feldlinien ein- und
austreten gilt

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0. \tag{4.28}$$

Mit dem Gaußschen Satz folgt

$$\int \vec{\nabla} \cdot \vec{B} \, \mathrm{d}V = 0 \ \rightarrow \ \vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \tag{4.29}$$

und somit u.a. der Beweis, dass die Existenz magnetischer Monopole ausgeschlossen werden kann.

Folgt man dem magnetischen Feld auf einem geschlossenen Weg d \vec{s} um ein vom Strom *I* durchflossenes Flächenstück, ergibt sich zusammen mit der magnetischen Feldkonstanten μ_0 das Ampèresche Gesetz

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 \cdot I. \tag{4.30}$$

Definiert man die Stromstärke I mithilfe der Stromdichte \vec{j} als

$$I = \int \vec{j} \cdot d\vec{A} \tag{4.31}$$



Abbildung 4.12: Schematische Darstellung der Wirkung eines stromdurchflossenen Leiters auf eine Kompassnadel (Oersted-Versuch). Bei fließendem Strom gilt $\alpha = 90^{\circ}$ für die Feldstärke $\vec{B}_{Leiter} > \vec{B}_{Erde}$ und $\alpha \ll 90^{\circ}$ bei der Magnetfeldstärke $\vec{B}_{Leiter} \approx \vec{B}_{Erde}$ relativ zur Stärke des Erdmagnetfeldes.

und nutzt zusätzlich den Stokesschen Satz, ergibt sich für beliebige Integrationswege

$$\mu_0 \cdot \int \vec{j} \cdot d\vec{A} = \int \vec{\nabla} \times \vec{B} \cdot d\vec{A} \rightarrow \vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \cdot \vec{j}.$$
(4.32)

Eine analoge Betrachtung für elektrische Felder zeigt, dass hier die Poisson-Gleichung

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\varrho}{\epsilon_0} \iff \vec{\nabla} \cdot \vec{D} = \varrho \tag{4.33}$$

sowie der Zusammenhang

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = 0, \tag{4.34}$$

mit elektrischer Feldkonstante ϵ_0 , gelten, da die Existenz elektrischer Ladungen der Dichte ρ zu einem elektrischen Feld führt und ein geschlossener Weg innerhalb dieses Feldes stets bei gleichem Potential beginnt und endet [Mes10]. Zusammengefasst erhält man somit die Feldgleichungen der Magneto- und Elektrostatik, siehe auch Tabelle 4.1 [Fli12b].

Führt man die Analogiebetrachtung zwischen Magneto- und Elektrostatik weiter, so lässt sich jedes elektrische Feld \vec{E} mithilfe eines skalaren elektrischen Potentials ϕ gemäß

$$\vec{E} = -\vec{\nabla}\phi \tag{4.35}$$

beschreiben. Für magnetische Felder ist es aufgrund von (4.29) und (4.32) notwendig eine vektorielle Größe, das Vektorpotential \vec{A} , über

$$\vec{B} = \vec{\nabla} \times \vec{A} \tag{4.36}$$

als fundamentales Potential zu definieren. Aufgrund von (4.36), ist das Vektorpotential \vec{A} jedoch noch nicht eindeutig festgelegt. Typischerweise wählt man als Eichung für das Vektorpotential \vec{A} die Coulomb-Eichung

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{A} = 0, \tag{4.37}$$

sodass \vec{A} bis auf eine skalare Funktion $\Lambda(x,t)$ eindeutig bestimmt ist, d. h.

$$\vec{A}' = \vec{A} + \vec{\nabla}\Lambda(x,t). \tag{4.38}$$

Für die Coulomb-Eichung lässt sich durch

$$\vec{A} = \frac{\vec{B} \times \vec{r}}{2} \tag{4.39}$$

auch umgekehrt das Vektorpotential \vec{A} aus dem Magnetfeld \vec{B} berechnen [Bar15]. Weiterhin in der Struktur von Demtröder (2009) [Dem09, S. 10 ff./83 ff.] folgt mit (4.32) für das Vektorpotential zudem

$$\Delta \vec{A} = -\mu_0 \cdot \vec{j}. \tag{4.40}$$

Da diese Gleichung exakt analog zur Poisson-Gleichung

$$\Delta \vec{\phi} = -\frac{\varrho}{\epsilon_0} \tag{4.41}$$

des elektrischen Skalar
potentials ϕ ist, sollten auch die Lösungen äquivalent s
ein, sodass man

$$\vec{A}(\vec{r}_1) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{\vec{j}(\vec{r}_2) \, \mathrm{d}V_2}{|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|} \tag{4.42}$$

folgern kann. Ein infinitesimales Volumenelement dV_2 am Ort \vec{r}_2 , welches von einem Strom der Stromdichte \vec{j} durchflossen wird, erzeugt am Ort \vec{r}_1 im Punkt P folglich das Vektorpotential $\vec{A}(\vec{r}_1)$, siehe Abbildung 4.13(a). Zusätzlich erhält man unter Berücksichtigung von Gleichung (4.36) direkt ein Gesetz für die magnetische Flussdichte

$$\vec{B}(\vec{r}_1) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \vec{\nabla}_{\vec{r}_1} \times \frac{\vec{j}(\vec{r}_2) \cdot V_2}{|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|},\tag{4.43}$$

mithilfe dessen aus einer beliebigen Stromdichteverteilung \vec{j} das zugehörige magnetische Feld \vec{B} berechnet werden kann. Gleichung (4.43) entspricht der integralen Form des Biot-Savart-Gesetzes.

Die vorherigen Berechnungen und Ableitungen sind, wie beschrieben, wichtig, um ein Bewusstsein für die Äquivalenz magnetischer und elektrischer Felder zu schaffen. Unter Gesichtspunkten der Vermittlung können entsprechende Analogien den Aufbau von fachinhaltlichen Kompetenzen zu fördern, da das Verständnis magnetischer Phänomene auf bereits bekannte Strukturen aus dem Bereich der Elektrizitätslehre zurückgreifen kann und umgekehrt. Weiterhin ermöglichen die vorherigen theoretischen Betrachtungen jedoch auch die Herleitung einer für den weiteren Verlauf der Sachstruktur zentralen Größe. Nachfolgend soll am Beispiel des Magnetfeldes einer kreisförmigen Leiterschleife die Beziehung zwischen dem magnetischen Moment $\vec{\mu}$ und einem Kreisstrom hergeleitet werden. Das magnetische Moment $\vec{\mu}$ stellt eine zentrale Grundlage für die mikroskopische Beschreibung magnetischer Phänomene dar, siehe Kapitel 4.2.



Abbildung 4.13: Schematische Darstellungen der Stromdichteverteilung im Allgemeinen und im Falle einer stromdurchflossenen Leiterschleife nach [Dem09, S. 90] (a) und [Jac99, S. 182] (b). Die Abbildung dient als Grundlage für die Berechnung des Vektorpotentials \vec{A} und des Magnetfeldes \vec{B} .

Für die Berechnung des Magnetfeldes einer kreisförmigen Leiterschleife mit Radius aim Punkt P werden unterschiedliche Annahmen getroffen, siehe Abbildung 4.13(b). Die Berechnung orientiert sich am Vorgehen von Jackson (1999) [Jac99, S. 181 ff.]. Zunächst sei angenommen, dass die Leiterschleife in der xy-Ebene symmetrisch zur z-Achse ausgerichtet ist. Weiterhin befinde sich der Punkt P in der xz-Ebene mit $\varphi = 0$, wodurch die analytischen Berechnungen vereinfacht werden. Bezieht man diese Annahmen auf Gleichung (4.42) bzw. (4.43) so gilt $\vec{r}_2 = 0$ und $\vec{r}_1 = \vec{r}$, siehe Abbildung 4.13. Die Stromdichte \vec{j} besitzt für diese Ausrichtung der Leiterschleife nur eine Komponente j_{φ} in φ -Richtung für die

$$j_{\varphi} = I \cdot \delta\left(\cos\vartheta'\right) \cdot \frac{\delta\left(r'-a\right)}{a} \tag{4.44}$$

gilt. Dabei wird zudem angenommen, dass die Leiterschleife unendlich dünn ist und der Strom nur jeweils am Ort mit Radius a fließt. Für die Stromdichte \vec{j} folgt

$$\vec{j} = -j_{\varphi} \cdot \sin \varphi' \cdot \vec{e}_x + j_{\varphi} \cdot \cos \varphi' \cdot \vec{e}_y.$$
(4.45)

Die Berechnung des Magnetfeldes, ausgedrückt durch die magnetische Flussdichte \vec{B} mithilfe von Gleichung (4.43), führt zu einem Ergebnis, das sich aufgrund der Komplexität der analytischen Form nicht unmittelbar qualitativ interpretieren lässt. Da für die nachfolgenden Schlussfolgerungen jedoch die exakte, allgemeine Form nicht von Bedeutung ist, soll diese hier nicht explizit angegeben werden. Die Komplexität der analytischen Form von \vec{B} lässt sich vereinfachen, wenn die Betrachtungsposition Pweiteren Bedingungen genügt, da in diesen Fällen Näherungen und Entwicklungen der komplexen analytischen Form durchgeführt werden können. Betrachtet man beispielsweise das Magnetfeld \vec{B} in großer Entfernung zur Leiterschleife $(r \gg a)$, so ergibt sich durch

$$\vec{B}(r,\vartheta) = B_r \cdot \vec{e}_r + B_\vartheta \cdot \vec{e}_\vartheta = \left(\frac{\mu_0}{2\pi r^3}\right) \cdot \left(I \cdot \pi a^2\right) \cdot \left[\cos\vartheta \cdot \vec{e}_r + \frac{\sin\vartheta}{2} \cdot \vec{e}_\vartheta\right]$$
(4.46)

ein stark vereinfachter und qualitativ direkt interpretierbarer Ausdruck für das magnetische Feld \vec{B} einer Leiterschleife unter Berücksichtigung der unterschiedlichen Randbedingungen. Exakt auf der z-Achse, d. h. für $\vartheta = 0$, gilt somit

$$\vec{B}(r=z,\vartheta=0) = \frac{\mu_0 \cdot I \cdot \pi a^2}{2\pi z^3} \cdot \vec{e}_r = \frac{\mu_0 \cdot I \cdot A}{2\pi z^3} \cdot \vec{e}_r.$$
(4.47)

Dabei wird das Produkt

$$\mu_{\rm mag} = \vec{I} \cdot \vec{A} \tag{4.48}$$

als magnetisches Dipolmoment $\vec{\mu}$ bezeichnet und soll in Kapitel 4.2 in den verschiedensten Zusammenhängen als zentraler Baustein des Magnetismus und Fortsetzung der Vorstellungen einer makroskopischen Magnetisierung \vec{M} interpretiert und analy-

siert werden. Auch diese Definition erfolgt analog zum elektrischen Dipolmoment

$$\mu_{\rm el} = q \cdot r, \tag{4.49}$$

wobei, wie stets im Vergleich der magnetischen und elektrischen Gesetzmäßigkeiten, die ruhenden Ladungen q der Elektrostatik beim Magnetismus mit den bewegten Ladungen \vec{I} identifiziert werden müssen [Ble13].

Als weiterer elementarer Zusammenhang für die Wirkung magnetischer Felder auf elektrische Ladungen ist die Lorentz-Kraft

$$\vec{F}_{\rm L} = q \cdot (\vec{v} \times \vec{B}),\tag{4.50}$$

interpretiert als Wirkung des magnetischen Feldes \vec{B} auf eine mit Geschwindigkeit \vec{v} bewegte Ladung q, zu nennen. Die Lorentz-Kraft wird im weiteren Verlauf der Sachstruktur für die klassischen Abschätzungen beim Diamagnetismus wichtig, siehe Kapitel 4.2.1, und unterstützt die in Kapitel 4.1.3.2 getroffene Entscheidung das magnetische Feld mithilfe der magnetischen Flussdichte \vec{B} zu beschreiben. Auch für das Verständnis technischer Anwendungen, wie dem Fadenstrahlrohr, der Braunschen Röhre, der Hallsonde, etc., die überdies sehr präsent in der schulischen Vermittlung von Physik sind, ist die Lorentz-Kraft von großer Bedeutung.

Die bisherigen Ausführungen dieses Kapitels ergeben zum einen elementare Formeln für Berechnungen im Bereich magnetischer Felder und zeigen zudem noch einmal den starken Zusammenhang zwischen Elektro- und Magnetostatik auf. Eine Betrachtung der Zusammenhänge (4.26) bis (4.50) unterstreicht darüber hinaus abermals die starke Äquivalenz der elektrischen Feldstärke \vec{E} und magnetischen Flussdichte \vec{B} . Noch klarer wird dieser Zusammenhang durch ein Gedankenexperiment, das sich bei Meschede (2010) unter der Bezeichnung "Relativität der Felder" [Mes10, S. 371] finden lässt und die wechselseitige Beziehung der jeweiligen Feldgrößen \vec{B} und \vec{E} qualitativ sehr klar beschreibt, siehe Abbildung 4.14.

Zu Beginn des Gedankenexperimentes stelle man sich ein Elektron vor, das sich geradlinig mit konstanter Geschwindigkeit \vec{v} fortbewegt. Nach einiger Zeit erscheint das Elektron für einen Labor-Beobachter L seitlich abgelenkt. Der Grund dafür kann entweder ein magnetisches Feld \vec{B} oder auch ein elektrisches Feld \vec{E} sein. Im weiteren Verlauf erscheint das Elektron für den Labor-Beobachter L mit konstanter Geschwindigkeit eine Kreisbahn zu durchlaufen, siehe Abbildung 4.14 (a). Der Grund für die gleichförmige Kreisbewegung kann jedoch nur ein magnetisches Feld \dot{B} sein, da ein elektrisches Feld \vec{E} das Elektron immer stärker beschleunigen würde. Für den Labor-Beobachter ist somit klar, dass auf das Elektron mit Elementarladung $e = -1.602 \times 10^{-19} \,\mathrm{C}$ die Lorentz-Kraft

$$\vec{F}_{\rm L} = e \cdot \left(\vec{v} \times \vec{B} \right) \tag{4.51}$$

wirkt, siehe Gleichung (4.50).

Zusätzlich stelle man sich vor, dass das Elektron bereits zu Beginn von einem neutralen, parallel zum Elektron fliegenden, Atom begleitet wird. Auf diesem befindet sich der Atom-Beobachter A. Für den Atom-Beobachter A ruht das Elektron zunächst. Beim Eintritt des Elektrons in das vom Labor-Beobachter L wahrgenommene magnetische Feld, stellt der Atom-Beobachter A jedoch fest, dass sich das Elektron immer



Abbildung 4.14: Schematische Darstellung des Gedankenexperiments zur Äquivalenz des \vec{B} - und \vec{E} -Feldes. Der Wechsel des Bezugssystems und die Betrachtung eines geladenen Teilchens im magnetischen bzw. elektrischen Feld ermöglicht die Transformation der Felder.

weiter von ihm entfernt und dabei beschleunigt wird. Der Grund dafür kann aus Sicht des Atombeobachters nicht die Lorentz-Kraft sein, da das Elektron zu Beginn ruht, sodass ein elektrisches Feld $\vec{E'}$ über die Coulomb-Kraft

$$\vec{F}_{\rm C} = q \cdot \vec{E'} = e \cdot \vec{E'} \tag{4.52}$$

auf das Elektron wirken muss.

Da beide Beobachter dieselbe Wirkung auf das Elektron wahrnehmen, folgt direkt

$$\vec{E'} = \vec{v} \times \vec{B}.\tag{4.53}$$

Denkt man dieses Gedanken experiment weiter, so erscheint es plausibel, dass in der inversen Situation, d. h. ein elektrisches Feld \vec{E} im Laborsystem und ein magnetisches Feld $\vec{B'}$ im bewegten System wahrgenommen wird. Ist dies der Fall müsste

$$\vec{B'} = k \cdot (\vec{v} \times \vec{E}) \tag{4.54}$$

gelten. Eine streng mathematische Betrachtung dieses Gedankenexperiments, die u. a. bei Feynman (1964) [Fey64, S. 13-6 ff.] zu finden ist, bestätigt diesen Zusammenhang

| Magnetostatik | | Elektrostatik |
|--|---|---|
| $\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$ $\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \cdot \vec{j}$ | Feldgleichungen im Vakuum | $\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\varrho}{\epsilon_0} \vec{\nabla} \times \vec{E} = 0$ |
| $\vec{B} = \mu_0 \cdot \left(\vec{H} + \vec{M}\right)$ | Feld und Magne- tisierung/Polarisation | $\vec{E} = \frac{1}{\epsilon_0} \cdot (\vec{D} - \vec{P})$ |
| $\chi_V = \mu_0 \cdot \frac{\Delta M}{\Delta B}$ | Suszeptibilität | $\chi_{el} = \frac{1}{\epsilon_0} \cdot \frac{\Delta P}{\Delta E}$ |
| $\vec{B} = \vec{\nabla} \times \vec{A}$ | Erzeugendes Potential | $\vec{E} = -\vec{\nabla}\phi$ |
| $\Delta \vec{A} = -\mu_0 \cdot \vec{j}$ | Poisson-Gleichung | $\Delta \phi = -\frac{\varrho}{\epsilon_0}$ |
| $\mu_{ m mag}$ = $ec{I}\cdotec{A}$ | Dipolmoment | $\mu_{ m el}$ = $q \cdot r$ |
| $\vec{F}_{\rm L} = q \cdot (\vec{v} \times \vec{B})$ | Kraft auf bewegte/ unbewegte Ladungen | \vec{F}_{C} = $q \cdot \vec{E}$ |

Tabelle 4.1: Zusammenfassende Darstellung der charakteristischen Gleichungender Magneto- und Elektrostatik.

und identifiziert die Konstante k mit

$$k = -\frac{1}{c^2}.$$
 (4.55)

Es besteht somit ein streng analytisch abgeleiteter Zusammenhang zwischen der magnetischen Flussdichte \vec{B} und der elektrischen Feldstärke \vec{E} . In diesem Sinne ist die Lorentz-Kraft $\vec{F}_{\rm L}$ keine fundamental neue Wechselwirkung, sondern nur eine Variante der Coulomb-Kraft $\vec{F}_{\rm C}$. Durch Relativbewegungen ergeben sich relativistische Längenkontraktionen, die im Laborsystem als magnetisches Feld beschrieben werden können. Im Rahmen von Eichtheorie wird so Elektromagnetismus vereinheitlicht beschrieben. Weitere Ausführungen zu diesem Inhalt finden sich in Kapitel 4.2.3.2. Ein vollständiger Überblick über die analogen Beschreibungen im Rahmen der Magneto- und Elektrostatik ist nachfolgend in Tabelle 4.1 zusammenfassend dargestellt.

4.1.5.2 Elektromagnetismus zeitlich veränderlicher Felder

Aufgrund des in Kapitel 4.1.5.1 hergeleiteten Zusammenhangs zwischen dem elektrischen \vec{E} -Feld und dem magnetischen \vec{B} -Feld, erscheint es plausibel anzunehmen, dass die Gleichungen nach Tabelle 4.1 nicht die universalen Zusammenhänge der jeweiligen Felder angeben [Fli12b], da diese keine wechselseitigen Abhängigkeiten magnetischer Felder von elektrischen Feldern und vice versa beschreiben. Ein weiteres Indiz liefert bereits Gleichung (4.20) in Kapitel 4.1.3.2, da hier die Feldkonstanten μ_0 und ϵ_0 durch den Zusammenhang

$$\mu_0 \cdot \epsilon_0 = \frac{1}{c^2} \tag{4.56}$$

aufeinander bezogen werden.

Zur genaueren Analyse der Zusammenhänge, erneut in Anlehnung an Demtröder (2009) [Dem09, S. 10 ff./83 ff.], ist es notwendig zeitlich veränderliche Felder zu betrachten. Für einen anschaulichen Einstieg kann wieder die Betrachtung eines stromdurchflossenen Leiters nach Oersted (1820), wie in Kapitel 4.1.5.1, genutzt werden [Ram53]. Bringt man diesen Leiter ohne Stromdurchfluss in ein zeitlich veränderliches Magnetfeld \vec{B} ein, lässt sich an den Enden des Leiters eine Induktionsspannung U_{Ind} messen. Dieses von Faraday (1831) entdeckte Phänomen lässt sich mithilfe des magnetischen Kraftflusses, siehe Gleichung (4.23), als

$$U_{\rm Ind} = -\frac{\partial}{\partial t} \int \vec{B} \cdot d\vec{A} = -\frac{\partial \Phi_{\rm mag}}{\partial t}$$
(4.57)

beschreiben [Lon70]. Diese Gleichung entspricht dem Faradayschen Induktionsgesetz und ist ein notwendiger Aspekt zur Verbindung der magnetischen und elektrischen Theorien. Berücksichtigt man zusätzlich, dass die induzierte elektrische Spannung U_{Ind} mittels

$$U_{\rm Ind} = \int \vec{E} \cdot d\vec{s} \tag{4.58}$$

auf das elektrische Feld \vec{E} bezogen werden kann, folgt die Aussage, dass jedes zeitlich veränderliche Magnetfeld \vec{B} ein elektrisches Wirbelfeld $\vec{\nabla} \times \vec{E}$ verursacht. Der Zusammenhang kann als

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \tag{4.59}$$

beschrieben werden.

Der zweite notwendige Beitrag ist durch den Maxwellschen Verschiebungsstrom gegeben, der sich durch einen Widerspruch der im vorherigen Kapitel hergeleiteten Feldgleichungen für den Fall zeitlich veränderlicher Felder ergibt [Fli12b]. Dieser Widerspruch entsteht, wenn auf beiden Seiten von Gleichung (4.32) die Divergenz angewendet wird. Man erhält

$$\vec{\nabla} \cdot \left(\vec{\nabla} \times \vec{B}\right) = \vec{\nabla} \cdot \left(\mu_0 \cdot \vec{j}\right) \rightarrow \vec{\nabla} \cdot \vec{j} = 0.$$
(4.60)

Dies steht jedoch im Widerspruch zur allgemeingültigen Kontinuitätsgleichung

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{j} + \frac{\partial \varrho}{\partial t} = 0, \qquad (4.61)$$

die besagt, dass die zeitliche Veränderung der Ladungsdichte ρ stets mit einer gleichgroßen räumlichen Veränderung der Stromdichte \vec{j} verknüpft ist [Nol07]. Um diesen Widerspruch aufzulösen, führt Maxwell in der Ergänzung von Gleichung (4.32) den Verschiebungsstrom bzw. die Verschiebungsstromdichte $\vec{j}_{\rm V}$ ein, sodass die Feldgleichung vollständig

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \cdot (\vec{j} + \vec{j}_V) \tag{4.62}$$

lautet. Die Verschiebungsstromdichte \vec{j}_V lässt sich dabei als

$$\vec{j}_V = \epsilon_0 \cdot \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$
(4.63)

und somit als Änderung der elektrischen Feldstärke interpretieren, wodurch sich

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \cdot \left(\vec{j} + \epsilon_0 \cdot \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}\right) \iff \vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

$$(4.64)$$

ergibt.

Zusammen mit den Feldgleichungen der Magneto- und Elektrostatik, siehe Gleichung (4.29) und (4.33), ergeben das Faradaysche Induktionsgesetz und der Maxwellsche Verschiebungsstrom zwei weitere Zusammenhänge zwischen magnetischen und elektrischen Feldern, siehe Gleichung (4.59) und (4.64). Diese Feldgleichungen bilden die vier Maxwellschen Gleichungen, siehe Tabelle 4.2. Durch die Wahl der entsprechenden Feldgrößen \vec{B} oder \vec{H} bzw. \vec{E} oder \vec{D} ergibt sich in traditioneller Schreibweise zudem die Unterscheidung zwischen den mikroskopischen und den makroskopischen Maxwell-Gleichungen.

Sowohl für zeitliche konstante als auch für zeitlich veränderliche Felder,s lässt sich die magnetische Flussdichte \vec{B} mithilfe von Gleichung (4.36) auf das Vektorpotential

| Mikroskopische MG | | Makroskopische MG |
|---|---|---|
| $\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$ | Gaußsches Gesetz für Magnetfelder | $\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$ |
| $\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\varrho}{\epsilon_0}$ | Gaußsches Gesetz | $\vec{\nabla}\cdot\vec{D}=\varrho$ |
| $\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ | Faradaysches Induktionsgesetz | $\vec{\nabla}\times\vec{E}=-\tfrac{\partial\vec{B}}{\partial t}$ |
| $\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \cdot \left(\vec{j} + \epsilon_0 \cdot \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right)$ | Ampèresches Gesetz und Maxwellscher Verschiebungsstrom | $\vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$ |

Tabelle 4.2: Zusammenfassende Darstellung der mikroskopischen und makrosko-
pischen Maxwell-Gleichungen.

 \vec{A} beziehen. Die Beschreibung des elektrischen Feldes \vec{E} als wirbelfreies Feld gemäß Gleichung (4.34) gilt jedoch nicht zwangsläufig auch für zeitlich veränderliche Felder. In diesem Fall lässt sich aber mit dem Faradayschen Induktionsgesetz aus Gleichung (4.59) und der Beziehung zwischen Magnetfeld \vec{B} und Vektorpotential \vec{A} aus Gleichung (4.36)

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial}{\partial t} \left(\vec{\nabla} \times \vec{A} \right) \iff \vec{\nabla} \times \left(\vec{E} + \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \right) = 0$$
 (4.65)

folgern. Aufgrund der verschwindenden Rotation, kann der Ausdruck als Erweiterung von Gleichung (4.34) in Form des Gradienten eines Skalarpotentials Φ und somit als

$$\vec{E} = -\vec{\nabla}\Phi - \frac{\partial\vec{A}}{\partial t} \tag{4.66}$$

geschrieben werden. Damit lassen sich die elektrische Feldstärke \vec{E} gemäß Gleichung (4.66) und die magnetische Flussdichte \vec{B} gemäß Gleichung (4.36) auf das elektrische Skalarpotential Φ und das Vektorpotential \vec{A} beziehen. In der zeitgemäßen Formulierung werden diese Größen durch das Viererpotential

$$A^{\mu} = \left(\frac{\Phi}{c}, \vec{A}\right) \tag{4.67}$$

zusammengefasst dargestellt. Das Viererpotential ergibt seinerseits den Feldstärketensor

$$F^{\alpha\beta} = \partial^{\alpha}A^{\beta} - \partial^{\beta}A^{\alpha}, \qquad (4.68)$$

 mit

$$\partial^{\alpha} = \left(\frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t}, -\vec{\nabla}\right),\,$$

sodass die inhomogenen Maxwell-Gleichungen, siehe Tabelle 4.2, in kovarianter Form als

$$\partial_{\alpha}F^{\alpha\beta} = \mu_0 j^{\beta}, \tag{4.69}$$

mit

$$\partial_{\alpha} = \left(\frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t}, +\vec{\nabla}\right),\,$$

dargestellt werden können. Diese Beschreibungen stellen die aktuell übliche fachwissenschaftliche Darstellungen der Feldgrößen und der Maxwell-Gleichungen dar. Wie die vorherigen Zusammenhänge aufzeigen, lassen sich magnetische und elektrische Felder vereinheitlicht mithilfe des Vektorpotentials \vec{A} und des Skalarpotentials Φ darstellen. Damit können diese Potentiale gewissermaßen als fundamentale Feldgrößen bezeichnet werden. Bezieht man dies auf den in Kapitel 4.1.3.2 beschriebenen historischen Diskurs über die Fundamentaliät der magnetischen Feldstärke \vec{H} oder der magnetischen Flussdichte \vec{B} zeigt sich, dass die in Kapitel 4.1.3.2 beschriebene Frage nach der fundamentalen Feldgröße erst durch das Vektorpotential \vec{A} beantwortet werden kann. Aus fachlicher Sicht sollten sich sämtliche Beschreibungen und Erklärungen im Bereich des Magnetismus und des Elektromagnetismus somit auf das Vektorpotential \vec{A} beziehen.

Daraus resultiert die Frage, ob es sinnvoll erscheint für die Vermittlung physikalischer Inhalte im Bereich des Magnetismus das Vektorpotential \vec{A} stärker zu nutzen. Da sich sowohl die Magnetisierung \vec{M} als auch die magnetische Flussdichte \vec{B} unmittelbar aus der Beobachtung realer Phänomene ableiten und zudem mit einfachen Methoden experimentell bestimmen lassen, soll die einführende Beschreibung magnetischer Erscheinungen weiterhin mithilfe dieser beiden Feldgrößen erfolgen. Die parallele bzw. antiparallele Orientierung von \vec{M} zu \vec{B} vermittelt eine fundamental Vorstellung über die Unterschiede der drei magnetischen Erscheinungsformen Dia-, Para- und Ferromagnetismus. Bei weiterführenden Inhalten zum Magnetismus, die mikroskopische Beschreibungen berücksichtigen und fachlich anschlussfähige Erklärungsansätze bereitstellen sollen, erscheint es jedoch unumgänglich das Vektorpotential \vec{A} zu nutzen. Die Darstellung magnetischer Felder über das Vektorpotential \vec{A} stellt im historischen Verlauf die modernste Form der Beschreibung dar. Diese Feldgröße weist jedoch bereits eine gewisse Distanz zu den realen Phänomenen auf, sodass der Einstieg weiterhin über die Magnetisierung \vec{M} und die magnetische Flussdichte \vec{B} erfolgen sollte.

Die Kapitel 4.1.5.1 und 4.1.5.2 beschreiben insgesamt die für die vorliegende Sachstruktur wesentlichen Aspekte aus dem Bereich des Elektromagnetismus. Auf weitere Ausführungen und zusätzliche Zusammenhänge soll an dieser Stelle verzichtet werden, da diese für die zu erarbeitende Sachstruktur nicht unmittelbar relevant sind. In den vorherigen Ausführungen werden jedoch bereits einige Grundlagen ausgeführt, die fundamental für das Verständnis weiterer Konzepte der Sachstruktur sind. Das gilt insbesondere die Darstellung der erstaunlichen Analogien zwischen magnetischen und elektrischen Feldern, die in den Maxwell-Gleichungen zusammengefasst ausgedrückt werden, sowie für die Einführung des Vektorpotentials \vec{A} als fundamentale Größe vieler Zusammenhänge der modernen Physik.

4.1.6 Zusammenfassung der makroskopischen Beschreibung von Magnetismus

Das fachdidaktische Grundmuster der makroskopischen Beschreibung ist der immer wiederkehrende Bezug zu unmittelbar und real erfahrbaren Phänomenen. Aufgrund der Komplexität vieler Erklärungen im Bereich Magnetismus, erscheint es wichtig insbesondere für dieses Themenfeld grundlegende Vorstellungen in der makroskopischen Dimension zu vermitteln. Erst eine präzise Beschreibung der zentralen magnetischen Erscheinungsformen und ein Vergleich der wichtigsten Eigenschaften, ermöglicht eine weiterführende Auseinandersetzung mit den Ursachen der Phänomene oder der mikroskopischen Beschreibung. Den Lernenden sollte zunächst vollständig bewusst sein auf welche Art und Weise und hinsichtlich welcher Aspekte sich die Magnetismusformen unterscheiden, sodass im Anschluss tiefergehende Vorstellungen aufgebaut werden können.

Die Phänomene der magnetischen Erscheinungsformen Dia-, Para- und Ferromagnetismus stellen somit die Grundlage des Lehrkonzeptes zum Magnetismus dar und können insbesondere durch die nachfolgend in Kapitel 5.1 und 5.3 beschriebenen Experimente zum magnetischen Pendel und zur Magnetismuswaage demonstriert werden. Sämtliche hier beschriebenen Phänomene beziehen sich vornehmlich auf die Untersuchung der Wechselwirkungen von Materie mit einem magnetischen Feld. Entgegen der bei vielen Lernenden vorherrschenden Überzeugung, dass nur wenige Stoffe magnetische Eigenschaften besitzen, siehe Kapitel 2.1.2.2, lässt sich mithilfe dieser Experimente demonstrieren, dass verschiedene Stoffe unterschiedlich stark mit magnetischen Feldern wechselwirken. Betrachtet die Stärke und die Richtung als zentrale Größen der Wechselwirkung, zeigt sich, dass sich Dia-, Para- und Ferromagnetismus in Ergänzung zum Elektromagnetismus eindeutig aufgrund des Verhaltens im äußeren Magnetfeld unterscheiden lassen. Während diamagnetische Stoffe von einem äußeren Magnetfeld leicht abgestoßen werden, beobachtet man bei paramagnetischen Stoffe eine schwache Anziehung. Auch beim Ferromagnetismus lässt sich eine Anziehung durch ein äußeres Magnetfeld feststellen, wenn das zugehörige ferromagnetische Objekt sich frei im Raum bewegen und seine Magnetisierung parallel zum äußeren Magnetfeld ausrichten kann. Im Gegensatz zu Dia- und Paramagnetismus ergibt sich beim Ferromagnetismus jedoch eine deutlich stärkere Wechselwirkung, wie in Kapitel 4.1.1 beschrieben wird. An dieser Stelle sei noch einmal auf den in Kapitel 4.1.1 beschriebenen Hinweis verweisen, dass die äußere Feldstärke stets wesentlich größer, als für die Ummagnetisierung des ferromagnetischen Objektes notwendig, angenommen wird. Andersfalls ließe sich bei vergleichbarer Feldstärke anstelle der Anziehung auch bei entsprechender Ausrichtung eine Abstoßung der ferromagnetischen Substanz beobachten.

Somit ist es möglich, Gemeinsamkeiten und Unterschiede der drei magnetischen Erscheinungsformen zunächst rein phänomenologisch abzugrenzen. Zur physikalischen Modellierung kann zudem eine intuitive Definition der Magnetisierung \vec{M} eingeführt werden, die die Stärke und Richtung der eben beschriebenen Wechselwirkung zusammenfasst. In diesem Sinne lassen sich mithilfe der Magnetisierung \vec{M} allgemeine Beschreibungen zur Wechselwirkung von dia-, para- und ferromagnetischer Materie mit einem äußeren Magnetfeld angeben.

In Ergänzung zur Magnetisierung \vec{M} , die den Zustand der magnetischen Eigenschaften eines Objektes kennzeichnet, ist es notwendig, auch für das magnetische Feld eine entsprechende physikalische Größe einzuführen. Wie in Kapitel 4.1.3.2 beschrieben, existiert bereits ein historischer Diskurs über die Eignung der magnetischen Feldstärke \vec{H} bzw. der magnetischen Flussdichte \vec{B} . Aufgrund der Bedeutung der Magnetisierung \vec{M} für die vorliegende Sachstruktur, soll die Beschreibung des magnetischen Feldes durch die Flussdichte \vec{B} erfolgen. Ursächlich für diese Entscheidung ist die Tatsache, dass die von der Magnetisierung \vec{M} erzeugte magnetische Flussdichte \vec{B} und die Magnetisierung \vec{M} selbst im Inneren magnetisierter Materie parallel ausgerichtet sind. Als Konsequenz ergibt sich für para- und ferromagnetische Stoffe eine parallel zum äußeren Magnetfeld \vec{B} orientierte Magnetisierung \vec{M} . Die unterschiedliche Orientierung der Magnetisierung \vec{M} relativ zum äußeren Magnetfeld \vec{B} ermöglicht wiederum einen anschaulichen Bezug zur Anziehung und Abstofbung unterschiedlicher magnetischer Substanzen im äußeren Magnetfeld.

Die Vorstellungen zur zuvor beschriebenen Wechselwirkung von Objekt und äußerem Magnetfeld lassen sich durch die Betrachtung von Magnetisierungskurven erweitern. Für die Vermittlung der fundamentalen Eigenschaften der drei Magnetismusformen erscheint es sinnvoll mithilfe der Magnetisierungskurven den Verlauf der Magnetisierung bei Änderung des äußeren Magnetfeldes zu untersuchen, siehe Kapitel 4.1.4. Ein geeignetes Experiment, mithilfe dessen das Magnetisierungsverhalten nachvollzogen werden kann, stellt in diesem Zusammenhang die Messung der ferromagnetischen Hysteresekurve mithilfe des magnetooptischen Kerr-Effektes dar, siehe Kapitel 5.4, das sich für den Übergang von der makroskopischen Beschreibung des gesamten Objektes zur mikroskopischen Beschreibung kleinerer Strukturen eignet und die bestehenden experimentellen Ansätze zur Messung ferromagnetischer Hysteresekurven in diesem Sinne erweitert.

Das charakteristische Magnetisierungsverhalten beim Ferromagnetismus liefert einen Hinweis auf den aus dem Alltag bekannten Erhalt magnetischer Zustände. Aufgrund der Permanenz der Magnetisierung, ist diese bei Ferromagneten auch ohne äußeres Magnetfeld gegeben. Das zugehörige dia- und paramagnetische Magnetisierungsverhalten offenbart eine Proportionalität zur Stärke des äußeren Magnetfeldes, sodass für diese Magnetismusformen kein Hystereseverhalten beobachtet werden kann. Auch



Abbildung 4.15: Visualisierung der relevanten Inhalte zur makroskopischen Beschreibung von Magnetismus. Ausgehend von realen Phänomenen erfolgt die präzise Beschreibung der makroskopischen Eigenschaften der Magnetismusformen mithilfe der Magnetisierung \vec{M} .

diese Zusammenhänge lassen sich auf reale Phänomene beziehen und folgen somit weiterhin dem grundlegenden Konzept der makroskopischen Beschreibung. Darüber hinaus sollte diese auf das Phänomen bezogene Abgrenzung von Ferromagnetismus gegenüber Dia- und Paramagnetismus genutzt werden, um auf den besonderen Typus des kollektiven Magnetismus einzugehen, der ebenfalls für bestimmte Vorstellungen der weiterführenden Konzepte von großer Bedeutung ist.

In diesem Sinne beziehen sich alle bisherigen Inhalte und Ansätze auf real erfahrbare Phänomene oder Alltagskenntnisse der Lernenden. Es erscheint aus fachdidaktischer Perspektive sinnvoll, bis zu diesem Zeitpunkt keine tiefergehenden Erklärungen, Modellierungen, etc. zu diskutieren, um den Lernenden einen Raum für sorgfältige Kennzeichnungen der drei magnetischen Erscheinungsformen zu eröffnen. Dieser Raum kann dabei gleichsam dem Lehrenden bei der Vermittlung weiterführender Konzepte helfen, die bei entsprechender Umsetzung auf einem strukturierten und sinnvollen Fundament existierender Vorstellungen aufbauen. Die bisherigen Erkenntnisse und zentralen Elemente der makroskopischen Beschreibung finden sich zusammengefasst in Abbildung 4.15 dargestellt.

Weiterführend werden in Kapitel 4.1.5 bereits erste Bezüge und Analogien aus dem Themenfeld Elektromagnetismus als Verbindung von Konzepten elektrischer und magnetischer Felder aufgezeigt. Die dargestellten Inhalte werden sich im weiteren Verlauf als hilfreich für die mikroskopischen Beschreibungen zum Magnetismus erweisen. Insbesondere der Bezug zwischen Strömen und magnetischen Momenten sowie die Einführung des Vektorpotentials \vec{A} als fundamentaler Feldgröße erscheinen für das Verständnis der Ursachen magnetischer Phänomene hilfreich.

4.2 Mikroskopische Beschreibung von Magnetismus

Motiviert durch direkt erfahrbare magnetische Phänomene und die makroskopische Modellierung und Beschreibung jener Phänomene, besteht an dieser Stelle die Notwendigkeit den Übergang von der makroskopischen zur mikroskopischen Ebene von Magnetismus nachzuvollziehen. Dies ist notwendig, da das Verständnis für die Prozesse, die die Phänomene verursachen und die zu den zuvor beschriebenen typischen Eigenschaften von Dia-, Para- und Ferromagnetismus führen, die Berücksichtigung der mikroskopischen Dimension erfordern.

Wie bereits zu Beginn der fachlichen Klärung beschrieben, sollte die bislang phänome-

nologische Definition der Magnetisierung \tilde{M} an geeigneter Stelle durch die eigentliche fachliche Definition ersetzt werden. Gemäß dieser fachlichen Definition, entspricht die makroskopische Magnetisierung \tilde{M} der Dichte mikroskopischer magnetischer Dipolmomente $\tilde{\mu}$, d. h. der Summe dieser Dipolmomente $\tilde{\mu}$ pro Volumen V. Die Summe kann dabei auch als Gesamtdipolmoment einer Substanz $\tilde{\mu}_{Ges}$ betrachtet werden. Es gilt somit für die Magnetisierung

$$\vec{M} = \frac{1}{V} \cdot \sum_{i} \vec{\mu}_{i} = \frac{\vec{\mu}_{\text{Ges}}}{V}.$$
(4.70)



Abbildung 4.16: Schematische Darstellung des Modells der Weissschen Bezirke für unterschiedliche Grade der Magnetisierung. Bei der didaktischen Modellierung wird die Korrelationslänge und die Änderung der Größe der Weissschen Bezirke nicht explizit gemacht.

Die Beschreibung der Ursachen der magnetischen Phänomene ist nur durch eine Analyse der magnetischen Dipolmomente $\vec{\mu}$, kurz als magnetische Momente bezeichnet, möglich. Aus diesem Grund ist es fachlich notwendig von einer Beschreibung auf Grundlage der Magnetisierung M zu einer Modellierung überzugehen, die die magnetischen Momente $\vec{\mu}$ verwendet. Durch die Betrachtung magnetischer Momente gelingt es, wie zu Beginn von Kapitel 4 gefordert, Erklärungen für die Ursachen der magnetischen Phänomene abzuleiten und Vorhersagen über das magnetische Verhalten realer Substanzen treffen zu können. Aus diesem Grund ist das Verständnis der magnetischen Momente fundamental für ein tiefergehendes Verständnis magnetischer Phänomene in Ergänzung zur makroskopischen Beschreibung, die über die Magnetisierung M erfolgt. Darüber hinaus erscheint es auch didaktisch sinnvoll, die bislang erfolgte makroskopische Modellierung von der nachfolgenden mikroskopischen Beschreibung eindeutig abzugrenzen und dies durch die verwendeten physikalischen Größen zusätzlich zu unterstützen. Der bewusste Übergang von der makroskopischen Magnetisierung \dot{M} zu den mikroskopischen Momenten $\vec{\mu}$ für die Beschreibung der Vorgänge im Objekte erfolgt, wie in Kapitel 4.1.5.2 beschrieben, in ähnlicher Form auch für das Magnetfeld, wo die Vermittlung zunächst über die magnetische Flussdichte \vec{B} und nachfolgend durch das Vektorpotential \vec{A} erfolgen soll.

Eine passende Möglichkeit den Übergang nachzuvollziehen stellt das für Ferromagneten gültige Modell der Weissschen Bezirke, die auch als magnetischen Domänen bezeichnet werden, dar. Gemäß dieses Modelles existieren makroskopische Bereiche der Größenordnung $10^{-5} - 10^{-3}$ m innerhalb einer ferromagnetischen Substanz mit charakteristischen Eigenschaften [Stö10]. Jede Domäne ist durch einheitliche magnetische Momente gekennzeichnet. Die magnetischen Momente unterscheiden sich jedoch in Stärke und Richtung zwischen den Domänen. Die Weissschen Bezirke existieren, gemäß Abbildung 4.16, auch dann, wenn die entsprechende ferromagnetische Substanz noch keinem äußeren Magnetfeld ausgesetzt worden ist. In diesem Fall ergibt sich jedoch kein magnetisches Gesamtdipolmoment und damit keine Magnetisierung der Substanz im Ganzen, da die magnetischen Momente der einzelnen Domänen sich gegenseitig aufheben, d. h. es gilt $\vec{\mu}_{Ges} = 0$ und somit $\vec{M} = 0$. In Abbildung 4.16 wird, anstelle der formalen Angabe der Vektorsumme, eine entsprechende Visualisierung genutzt, die direkt veranschaulicht, dass die Gesamtmagnetisierung \vec{M} in diesem Fall verschwindet. Bei Wirkung eines äußeren Magnetfeldes \vec{B} richten sich die magnetischen Momente der einzelnen Domänen parallel zum \tilde{B} -Feld aus. Das Maß der Ausrichtung wird bei konstanter Temperatur T durch die Stärke von \tilde{B} vorgegeben. Durch die einheitliche Ausrichtung der einzelnen Domänen, verschwindet die Gesamtmagnetisierung nicht und die Substanz weist eine Magnetisierung $\tilde{M} \neq 0$ auf. Wichtig ist es an dieser Stelle zu betonen, dass sich auch bei verschwindender Magnetisierung $\tilde{M} = 0$ makroskopische Domänen mit gleich orientierten magnetischen Momenten bilden, wobei nur die Mittelung über viele Domänen insgesamt zur verschwindenden Magnetisierung führt. Dies weist abermals darauf hin, dass es sich beim Ferromagnetismus um eine Form von kollektivem Magnetismus handelt und grenzt diese Ausprägung damit erneut von Dia- und Paramagnetismus ab. Für ein umfassendes Verständnis der Weissschen Bezirke sollten auch die Ausführungen zur magnetischen Anisotropie und zur Theorie des Mikromagnetismus in den Anhängen B.1 und B.2 berücksichtigt werden.

Die Grenzen zwischen den einzelnen magnetischen Bezirken werden in der Regel als Domänenwände, genauer als Néel- oder Bloch-Wände bezeichnet [Kro03]. Die Domänen stellen den Übergangsbereich zwischen zwei verschieden magnetisierten Domänen dar, innerhalb derer die Magnetisierung kontinuierlich von einer Ausrichtung in die jeweils andere Ausrichtung übergeht. Die Unterscheidung zwischen Néel- und Bloch-Wänden ergibt sich aus der kontinuierlichen Veränderung der Ausrichtung einzelner magnetischer Momente $\vec{\mu}$ im Bereich der Domänenwand. Diese Veränderung erfolgt bei Néel-Wänden in der Ebene der Domänenwand und bei Bloch-Wänden senkrecht zu eben dieser. Eine Unterscheidung der beiden Arten von Domänenwänden ist jedoch für die weiteren Inhalte der Sachstruktur nicht relevant.

Im Sinne der eigentlichen fachlichen Modellierung wird davon ausgegangen, dass sich die Domänenwände bei Steigerung der Magnetisierung verschieben und immer größere Weisssche Bezirke resultieren. Bei Vorliegen der Sättigungsmagnetisierung $\vec{M}_{\rm s}$ kann sogar von einer einzigen magnetischen Domänen entsprechend der Dimension des gesamten Objektes ausgegangen werden. Diese Veränderung der Domänengröße ist in Abbildung 4.16 visualisiert. Für die Vermittlung erscheint es jedoch sinnvoll, die Veränderung der Domänengestalt nicht zu berücksichtigen, um den Fokus der Lernenden auf die Ausrichtung der magnetischen Momente in Richtung des äußeren Magnetfeldes \vec{B} zu lenken. Aus diesem Grund weicht die didaktische Modellierung, siehe ebenfalls Abbildung 4.16, in diesem Punkt von der üblichen fachlichen Modellierung ab. Ein konsistenter Übergang durch zusätzliche Beschreibung der Verschiebung der Domänenwände erscheint jedoch möglich. An diesem Beispiel zeigt sich, dass die Sachstruktur teilweise Näherungen und Annahmen trifft, wenn dies bei Wahrung der

Anschlussfähigkeit und Konsistenz aus fachdidaktischer Sicht sinnvoll erscheint. Das Modell der Weissschen Bezirke eignet sich darüber hinaus die in Kapitel 4.1.4.2 dargestellten ferromagnetischen Magnetisierungsvorgänge zu beschreiben. Jedem Punkt der Hysterese lässt sich dabei ein Zustand im Modell der magnetischen Domänen zuordnen, siehe Abbildung 4.17. Insbesondere gilt, dass die Summe der magnetischen Momente der einzelnen Domänen der Höhe der Hysteresekurve, d. h. der Magnetisierung \vec{M} , unter Berücksichtigung des Probevolumens V entspricht. Ergänzend findet sich in Kapitel 6.2.2 die Beschreibung einer entsprechenden interaktiven Realisierung, die diesen Zusammenhang zwischen der Ausrichtung und der Vektorsumme magnetischer Momente $\vec{\mu}$ sowie der Magnetisierung \vec{M} als Bestandteil der Hysteresekuve veranschaulicht und didaktisch aufbereitet.



Abbildung 4.17: Schematische Darstellung der Weissschen Bezirke in Verbindung mit einer ferromagnetischen Hysteresekurve. Die gemeinsame Visualisierung verbindet die formale *BM*-Kurve mit der ikonischen Darstellung der ferromagnetischen Domänen.

Weiterhin kann festgestellt werden, dass das Modell der Weissschen Bezirke starken Bezug zu aktuellen Methoden der physikalischen Forschung besitzt, da sich entsprechende Abbildungen magnetischer Domänen mit dem bereits erwähnten und in Kapitel 5.4 näher diskutierten magnetooptischen Kerr-Effekt, genauer mithilfe der damit verbundenen Mikroskopiemethode der Kerr-Mikroskopie, oder auch mit einem Magnetkraftmikroskop, abbilden lassen. Mit beiden Methoden lassen sich auch der Ummagnetisierungsprozesse und die damit verbundene Neuausrichtung der Domänen visualisieren. Dies wird ebenfalls ausführlich in Kapitel 5.4 beschrieben.

Das Modell der Weissschen Bezirke gilt ausschließlich für ferromagnetische Stoffe. Ein entsprechendes Modell, in dieser oder einer ähnlichen Form, lässt sich nicht auf Diaund Paramagnetismus anwenden, da für diese Erscheinungsformen von Magnetismus keine Domänen gebildet werden und bei verschwindender Gesamtmagnetisierung Mbzw. ohne äußeres Magnetfeld \tilde{B} gar keine magnetischen Momente existieren, wie beim Diamagnetismus, oder diese keine einheitlichen Strukturen bilden, wie beim Paramagnetismus. Auf die grundlegenden mikroskopischen Eigenschaften des Dia- und Paramagnetismus wird in den nachfolgenden Kapitel ausführlich Bezug genommen. Betrachtet man dia- und paramagnetische Proben mit den eben genannten Methoden, d. h. mithilfe eines Kerr- oder Magnetkraftmikroskopes, lässt sich experimentell nachweisen, dass makroskopische Bereiche gleicher Magnetisierung nicht existieren. Insgesamt erscheint das Modell der Weissschen Bezirke jedoch sinnvoll zur Beschreibung von Ferromagnetismus und kann bei Vernachlässigung der Verschiebung von Domänenwänden in vielen Vermittlungskontexten genutzt werden. Auch beim Dia- und Paramagnetismus können Ausrichtungen und Änderungen der Beträge der magnetischen Momente beobachtet werden, sodass die Modellierung bei Verzicht auf magnetische Domänen ansonsten auch für diese Ausprägungen von Magnetismus vollkommen analog zum Ferromagnetismus erfolgen kann.

Wie bereits angedeutet, ist das Verständnis magnetischer Momente fundamental für tiefergehende und fachlich anschlussfähige Vorstellungen zu den Ursachen magnetischer Phänomene. Dabei sollten die magnetischen Momente nicht nur, wie im Modell der Weissschen Bezirke geschehen, als gegebene physikalische Größen beschrieben werden. Vielmehr gilt es, den Ursprung und das Zustandekommen der magnetischen Momente zu erläutern. Aus diesem Grund beziehen sich die nachfolgenden Kapitel auf unterschiedliche Aspekte magnetischer Momente.

Für die Beschreibung magnetischer Momente werden in der Lehre und den dazugehörigen Lehrbüchern häufig klassische Ansätze genutzt. Ein häufig angeführtes Argument, das für die Verwendung klassischer Ansätze zur Erklärung von Magnetismus in der Lehre spricht, ist die Tatsache, dass die Rechnungen und Theorien die Phänomene des Magnetismus bis zu einem gewissen Grad quantitativ erstaunlich gut beschreiben und dabei gleichzeitig vergleichsweise einfach nachzuvollziehen sind. Die klassischen Ansätze nutzen einerseits Vorstellungen der Newtonschen und andererseits Formalismen der Hamiltonschen Mechanik. Diese beiden unterschiedlichen Beschreibungen werden in den Kapiteln 4.2.1.1 und 4.2.1.2 ausgeführt.

Denkt man die jeweiligen Ansätze jedoch nur weit genug, so muss festgestellt werden, dass sämtliche klassischen Erklärungsansätze von Magnetismus letztendlich ohne Aussicht auf Erfolg sind: Nach den Gesetzen der klassischen Physik gibt es keinen Magnetismus bzw. gilt genauer, dass "bei endlichen Temperaturen und in allen endlichen elektrischen oder thermischen Feldern die Nettomagnetisierung eines Ensembles von Elektronen im thermischen Gleichgewicht identisch null ist" [Gro14, S. 660]. Diese fundamentale Erkenntnis findet sich manifestiert im Theorem von Bohr (1911) und van Leeuwen (1919), das von den beiden Forschenden separat in ihren jeweiligen Doktorarbeiten bewiesen wird [Boh11, Lee21, Gro14]. Eine Beschreibung und Diskussion dieses Theorems im Kontext dieser Sachstruktur wird in Kapitel 4.2.2 ausgeführt.

"[...] One can still say that quantum mechanics is the key to understanding magnetism. When one enters the first room with this key there are unexpected rooms beyond, but it is always the master key that unlocks each door."

– John Hashbrouck Van Vleck [Vle78, S. 188]

Das Bohr-van Leeuwen-Theorem zeigt, dass magnetische Phänomene und somit auch die hier relevanten magnetischen Momente nur durch Beschreibungen auf Grundlage der Quantenphysik fachlich angemessen und anschlussfähig erklärt werden können. Da für das Verständnis dieser Theorien jedoch umfassende mathematische Kenntnisse notwendig sind, erscheint es für den Zweck der Vermittlung hilfreich auch alternative Repräsentationsformen zu nutzen, die einen leichteren Zugang zu den Erklärungen der Phänomene ermöglichen. Für die Erklärungen dieser Sachstruktur werden Visualisierungen als alternative Repräsentationsformen genutzt. Diese Visualisierungen beziehen sich jeweils unmittelbar auf die Inhalte der theoretischen Beschreibung und übersetzen die mathematischen Formalismen in eine alternative Repräsentationsform. Die theoretischen Grundlagen dieser Visualisierungen sowie die Bezüge zur bildlichen Darstellung werden in Kapitel 4.2.3 beschrieben. Ein wichtiges Element der quantenmechanischen Betrachtung stellt die Beschreibung atomar gebundener Elektronen dar, die in Kapitel 4.2.3.1 erfolgt. Zusätzlich wird erläutert auf welche Art und Weise die quantenmechanischen Vorstellungen von Elektronenzuständen aus klassischen Beschreibungen abgeleitet werden können, siehe Kapitel 4.2.3.4. Wie bereits in Kapitel 4.1.5 ausgeführt beziehen sich moderne Beschreibungen zum Elektromagnetismus auf das Vektorpotential \vec{A} . Da diese Größe interessante Bezüge zu den Elektronenzuständen aufweist, eine bemerkenswerte Interpretation des Bohr-van Leeuwen-Theorems erlaubt und zudem eine notwendige Grundlage der tatsächlichen quantenmechanischen Beschreibung darstellt, wird in Kapitel 4.2.3.2 auch das Vektorpotential \vec{A} im Kontext der alternativen Repräsentationsformen diskutiert.

Neben diesen Grundlagen werden in Kapitel 4.2.4 die relevanten Ursachen magnetischer Momente analysiert und diskutiert. Dabei werden explizite Berechnungen ausgeführt, die sinnvolle didaktische Elementarisierungen implizieren sollen. Das grundlegende Strukturmerkmal innerhalb von Kapitel 4.2.4 bilden die potentiellen Träger magnetischer Momente. Hier werden sowohl Elektronen als auch Atomkerne als fundamentale Bestandteile der Materie analysiert. Innerhalb dieses Kapitels lässt sich zeigen, dass ähnlich zur klassischen Beschreibung auch in der Quantenmechanik die magnetischen Momente auf unterschiedliche Art und Weise abgeleitet werden können. Bei einem Ansatz wird der Übergang von den Hamiltonschen Mechanik zum Hamiltonoperator genutzt. Ein anderer Ansatz orientiert sich stärker an der Vorstellungen, die im Bereich der klassischen Beschreibung im Kontext der Newtonschen Mechanik aufgebaut werden. Da die quantenmechanischen Ansätze sich jeweils auf die klassischen Beschreibungen beziehen lassen, werden auch in diesem Kapitel die beiden Vorgehensweisen gegenübergestellt.

Trotz der teilweise scheinbar richtigen Aussagen der klassischen Ansätze, ist die quantenmechanische Beschreibung nicht nur aus akademischer Perspektive sinnvoll, sondern lässt sich ebenfalls mit Blick auf die Anschlussfähigkeit der in diesem Sinne erhaltenen Vorstellungen begründen. Nur quantenmechanische Ansätze erlauben es komplexere und weitergehende Inhalte des Magnetismus zu erschließen, ohne an diesen Stellen mit den zuvor gewonnen Einsichten brechen zu müssen. Darüber hinaus eignet sich Magnetismus aus fachdidaktischer Sicht als spezielles Gebiet, da am Beispiel dieses unmittelbar zugänglichen Themenfeldes bestimmte quantenmechanische Grundprinzipien erlernt werden können, die sich anschließend auch in anderen Bereichen der Physik nutzen lassen. Wählt man klassische Verfahren, so ist dieser Bruch und damit ein Wechsel der Vorstellungswelt hin zur Quantenphysik bei hinreichender Komplexität der Inhalte unumgänglich, sodass es aus diesem Grund sinnvoll erscheint schon zu Beginn ein anschlussfähiges Konzept zu vermitteln. Weiterhin entspricht der quantenmechanische Ansatz dem aktuellen Forschungsstand und der wissenschaftlichen Beschreibung, sodass hier eine Verbindung zwischen Lehrinhalten und aktuellen Vorstellung der Physik hergestellt werden kann. Die Bedeutung der Verbindung von Quantenphysik und Magnetismus wird genauer in Kapitel 2.3 beschrieben.

In den Kapiteln 4.2.5 bis 4.2.6 werden die allgemeinen Erkenntnise über die magnetischen Momente auf reale Substanzen bezogen. Berücksichtigt man die unterschiedliche Struktur der Materie in Gasen, Isolatoren, Leitern oder anderen Stoffgruppen, zeigt sich, dass dieselben magnetischen Momente in Abhängigkeit vom Aufbau der Stoffe zu unterschiedlichem magnetischem Verhalten führen können. Die Betrachtung der realen Stoffe ist für diese Sachstruktur von zentraler Bedeutung, da auf diese Art und Weise wieder Bezug zu den anfänglich diskutierten Phänomenen genommen werden kann, siehe Abbildung 4.1.

4.2.1 Klassische Beschreibung magnetischer Momente

Viele Lehrkonzepte und Lehrbüchern beinhalten Versuche magnetische Momente durch klassische Ansätze herzuleiten. Diese Konzepte werden häufig als semiklassische Ansätze herzuleiten. Diese Konzepte werden häufig als semiklassische Ansätze bezeichnet. In der ursprünglichen Bedeutung geht der Begriff "Semiklassik" auf Gutzwiller (1971) zurück [Gut71]. Die Gutzwillersche Spurformel beschreibt die Zustandsdichte $\rho(E)$ als Summe von komplexen Amplituden, die sich aus der Summe klassischer Bahnen ergeben. Da in den typischerweise in Lehrbüchern zu findenden Ansätzen fast ausnahmslos Punktteilchen ohne Phaseninformationen im Kontext des Bohrschen Atommodells betrachtet werden, erscheint die Bezeichnung "semiklassisch" hier zunächst fachlich nicht angemessen. Das Bohrsches Atommodell mit seinen Postulaten und die Vorstellung, dass sich ein Elektron, wie nachfolgend ausführlich beschrieben, als Überlagerung eines links- und eines rechtslaufenden Bahnbeitrages interpretiert werden kann, stellen die einzigen Erweiterungen der klassischen Physik im Sinne der Quantenmechanik dar. Aus diesem Grund werden die in diesem und in den nachfolgenden Kapiteln dargestellten Berechnungen als klassisch bezeichnet, da diese Bezeichnung passender erscheint.

In Kapitel 4.2.1.1 werden zunächst magnetische Momente über einen Ansatz hergeleitet, der sich stark an den Vorstellungen der Newtonschen Mechanik orientiert. Einerseits ergeben sich die magnetischen Momente in dieser Interpretation durch die Vorstellung von Kreisströmen. Andererseits werden in einigen Lehrbüchern mechanische Beschreibungen des Elektronenspins genutzt, die ebenfalls in Kapitel 4.2.1.1 ausgeführt werden.

Ergänzend ist es auch möglich, mithilfe der klassischen Hamiltonschen Mechanik magnetische Momente herzuleiten. Diese Herleitung ist von besonderem Interesse, da sich durch den Übergang vom Hamilton-Formalismus zum Hamilton-Operator im weiteren Verlauf der Sachstruktur ein unmittelbarer Bezug zwischen klassischer und quantenmechanischer Beschreibung herstellen lässt, und wird in Kapitel 4.2.1.2 beschrieben.

4.2.1.1 Magnetische Momente in der Newtonschen Mechanik

Nachfolgend sollen zwei unterschiedliche Berechnungen magnetischer Momente dargestellt werden, die einerseits die Berechnung dia- und andererseits die Berechnung ferro- und paramagnetischer Momente ermöglichen. Die Tatsache, dass zwischen diesen magnetischen Momenten Unterschiede existieren, ergibt sich unmittelbar aus der makroskopischen Analyse der Phänomene gemäß Kapitel 4.1.

Insbesondere für die Erklärung atomarer diamagnetischer Erscheinungen findet sich in Lehrkonzepten häufig ein klassischer Ansatz, der viele Ideen der Newtonschen Mechanik auf das Bohrsche Atommodell bezieht. Ein solcher Ansatz, der auch in Lehrbüchern für die Hochschule verwendet wird, soll an dieser Stelle nachvollzogen werden, um den Nutzen und die Grenzen klassischer Berechnungen magnetischer Momente diskutieren zu können [Rai06, Tip15]. Besonders kritisch ist anzumerken, dass die Angabe der klassischen Rechnungen in Vermittlungskonzepten häufig ohne die explizite Nennung eben dieser Grenzen erfolgt. Lernenden wird somit vorenthalten, dass die dargelegten Theorien nicht adäquat mit den tatsächlichen fachlichen Vorstellungen sind. Teilweise wird sogar explizit angegeben, dass die klassische Physik Diamagnetismus hinreichend beschreibt [Rai06].

"Zum Verständnis des Diamagnetismus genügt schon die klassische Vorstellung von den Bahnen der Atomelektronen, die mit der umlaufenden Elektronenladung einer Stromschleife, also einem magnetischen Bahnmoment entsprechen, und mit der umlaufenden Elektronenmasse einen Bahndrehimpuls definieren."

- [Rai06, S. 822]

Die klassische bzw. häufig auch als semiklassich bezeichnete Berechnung für atomaren Diamagnetismus beruht im Wesentlichen auf der klassischen Theorie von Langevin (1905) [Lan05]. Im Gegensatz zu dieser soll im Folgenden jedoch ein Ansatz verwendet werden, der erste Grundideen der Quantenphysik aufgreift und damit im erweiterten Sinne als semiklassisch betrachtet werden kann. Die Gründe für die Verwendung dieses leicht veränderten Ansatzes sowie einige Bemerkungen zu alternativen Ansätzen, sollen zum Abschluss dieser Betrachtung genauer dargelegt werden. Die Einschränkung der Erklärung auf das diamagnetische Verhalten einzelner Atome, dies entspricht der einfachsten Erscheinungsform von Diamagnetismus, eignet sich somit für eine erste Annäherung in der Lehre und wird aus diesen Gründen in Lehrbüchern häufig genutzt. Als weiterer Elementarisierungsschritt soll nachfolgend ein Wasserstoffatom im



Abbildung 4.18: Schematische Darstellung zur klassischen Berechnung des diamagnetischen Moments eines an einen Wasserstoffkern gebundenen Elektrons im Magnetfeld. Aufgrund der Überlagerung der entgegengesetzt zirkularen Kreisbewegungen werden mikroskopische Ströme induziert. Im äußeren Magnetfeld ergibt sich eine Asymmetrie der Größen und ergibt das resultierende diamagnetische Moment.

Grundzustand betrachtet werden. Molekularer Wasserstoff H_2 ist tatsächlich dem Diamagnetismus zuzuordnen, sodass mit der Beschreibung Bezug zur realen Welt genommen werden kann [Wil24, Wan27].

In Abbildung 4.18 findet sich die Herleitung eines atomaren diamagnetischen Moments schematisch visualisiert. Die ersten Berechnungen werden nicht für molekularen Wasserstoff H_2 , sondern für atomaren Wasserstoff H durchgeführt. Zunächst soll ein an den Atomkern des Wasserstoffatoms gebundenes Elektron in Gestalt eines klassischen Punktteilchen ohne äußeres Magnetfeld betrachtet werden, das sich der Vorstellung des Bohrschen Atommodells folgend auf einer Kreisbahn um den Atomkern bewegt. Diese Vorstellung erweitert man um die Annahme, dass das Elektron sich mit derselben Wahrscheinlichkeit $p_{\mathbb{C}} = p_{\mathbb{O}} = 50\%$ im Uhrzeigersinn (\mathbb{O}) und gegen den Uhrzeigersinn (\mathbb{O}) um den Atomkern bewegt, siehe ebenfalls Abbildung 4.18. Das Elektron entspricht in dieser Vorstellung der Überlagerung der beiden einzelnen Anteile. Für jeden dieser Anteile erfolgen die Rechnungen jedoch unter Berücksichtigung der klassischen Gesetzmäßigkeiten. Ohne äußeres Magnetfeld \vec{B} wirkt die Coulomb-Kraft

$$\vec{F}_{\rm C} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r^2} \cdot \vec{e}_r \tag{4.71}$$

als Zentripetalkraft

$$\vec{F}_Z = m_e r \bar{\omega}_0^2 \cdot \vec{e}_r \tag{4.72}$$

auf das Elektron, sodass sich für die Kreisfrequenz der Bewegung in Abhängigkeit vom Drehsinn

$$\bar{\omega}_0 = \begin{pmatrix} \vec{\omega}_{0, \bigcirc} \\ \vec{\omega}_{0, \circlearrowright} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} +\sqrt{\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 m_e r^3}} \\ -\sqrt{\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 m_e r^3}} \end{pmatrix} \cdot \vec{e}_{\varphi}$$
(4.73)

ergibt. An dieser Stelle soll definiert werden, dass die Elektronenbewegung im Uhrzeigersinn ein positives Vorzeichen erhält und die Bewegung gegen den Uhrzeigersinn ein negatives Vorzeichen. Aufgrund der Drehbewegung, existiert für beide Anteile der Bewegung ein Stromfluss

$$I = \frac{q\omega}{2\pi} = \frac{e\omega}{2\pi},\tag{4.74}$$

der sich explizit als

$$\bar{I}_0 = \begin{pmatrix} \vec{I}_{0,C} \\ \vec{I}_{0,C} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\sqrt{\frac{e^4}{16\pi^3\epsilon_0 m_e r^3}} \\ +\sqrt{\frac{e^4}{16\pi^3\epsilon_0 m_e r^3}} \end{pmatrix} \cdot \vec{e}_{\varphi}$$
(4.75)

berechnen lässt. Damit ergibt sich jedoch durch den allgemeinen Zusammenhang

$$\vec{\mu} = IA \cdot \vec{n}_A \tag{4.76}$$

zwischen magnetischem Moment $\vec{\mu}$ und Stromstärke \vec{I} für jeden Anteil der Drehbewegung das magnetische Moment

$$\bar{\mu}_0 = \begin{pmatrix} \vec{\mu}_{0,\bigcirc} \\ \vec{\mu}_{0,\circlearrowright} \end{pmatrix} = \bar{I}_0 \cdot \pi r^2 \cdot \vec{e}_z = \begin{pmatrix} -\sqrt{\frac{re^4}{16\pi\epsilon_0 m_e}} \\ +\sqrt{\frac{re^4}{16\pi\epsilon_0 m_e}} \end{pmatrix} \cdot \vec{e}_z.$$
(4.77)

Aufgrund der Überlagerung der Elektronenbewegung im und gegen den Uhrzeigersinn, gilt für den resultierenden Stromfluss ohne äußeres Magnetfeld

$$\vec{I}_0 = p_{\bigcirc} \cdot \vec{I}_{0,\bigcirc} + p_{\bigcirc} \cdot \vec{I}_{0,\bigcirc} = 0$$
(4.78)

und entsprechend für das resultierende magnetische Moment

$$\vec{\mu}_0 = p_{\bigcirc} \cdot \vec{\mu}_{0,\bigcirc} + p_{\bigcirc} \cdot \vec{\mu}_{0,\bigcirc} = 0.$$
(4.79)

Das Wasserstoffatom H besitzt somit bei klassischer Betrachtung ohne äußeres Magnetfeld \vec{B} kein resultierendes magnetisches Moment $\vec{\mu}$, das auf der Orbitalbewegung des Elektrons bzw. dem so induzierten Kreisströmen beruht. Mit dieser Erkenntnis ließe sich argumentieren, dass aufgrund fehlender magnetischer Momente ohne äußeres Magnetfeld auch keine Magnetisierung existieren kann. Bereits im Rahmen der Phänomenologie in Kapitel 4.1.1 wird auf diese Eigenschaft diamagnetischer Materie hingewiesen.

Betrachtet man das dasselbe System jedoch im äußeren Magnetfeld \vec{B} , muss zusätzlich die Wirkung der Lorentz-Kraft

$$\dot{F}_{\rm L} = erB\bar{\omega}\cdot\vec{e}_r \tag{4.80}$$

berücksichtigt werden. Je nach Umlaufrichtung des Elektrons, wird die Kreisgeschwindigkeit $\bar{\omega}$ durch die Lorentz-Kraft verstärkt oder abgebremst. Damit gilt für die Kräfte

$$\vec{F}_{\rm C} = \vec{F}_{\rm Z} \pm \vec{F}_{\rm L}.$$
 (4.81)

Es ergibt sich die Winkelgeschwindigkeit $\bar{\omega}$ durch die Lösung der Gleichung

$$\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r^2} \cdot \vec{e}_r = m_e r \bar{\omega}^2 \cdot \vec{e}_r \pm e r B \bar{\omega} \cdot \vec{e}_r \iff 0 = \bar{\omega}^2 \pm \frac{eB}{m_e} \bar{\omega} - \bar{\omega}_0^2 \tag{4.82}$$

in Form von

$$\bar{\omega} = \mp \frac{eB}{2m_e} \pm \sqrt{\left(\frac{eB}{2m_e}\right)^2 + \bar{\omega}_0^2}.$$
(4.83)

Aufgrund der Wahl der Vorzeichen folgt direkt, dass nur die erste Zeile von Gleichung (4.83) physikalisch sinnvoll ist. Weiterhin sollte berücksichtigt werden, dass $\bar{\omega}_0 \gg |eB/2m_e|$ gilt. Es folgt somit

$$\vec{\bar{\omega}} = \begin{pmatrix} \vec{\omega}_{\rm C} \\ \vec{\omega}_{\rm D} \end{pmatrix} \approx \begin{pmatrix} -\frac{eB}{2m_e} + \bar{\omega}_0 \\ -\frac{eB}{2m_e} - \bar{\omega}_0 \end{pmatrix} \cdot \vec{e}_{\varphi}.$$
(4.84)

Die Winkelgeschwindigkeit ohne äußeres Magnetfeld $\vec{\omega}_0$ ändert sich somit für beide Drehrichtungen um den Wert $|eB/2m_e|$. Dieser Wert entspricht der Larmor-Frequenz $\omega_{\rm L}$. Für die weiteren Rechnungen gelte nun die Bezeichnung

$$\vec{\bar{\omega}} = \begin{pmatrix} -\frac{eB}{2m_e} + \bar{\omega}_0 \\ -\frac{eB}{2m_e} - \bar{\omega}_0 \end{pmatrix} \cdot \vec{e}_{\varphi} = \begin{pmatrix} \omega_{\rm L} + \bar{\omega}_0 \\ \omega_{\rm L} - \bar{\omega}_0 \end{pmatrix} \cdot \vec{e}_{\varphi}.$$
(4.85)

Analog zur Betrachtung des Wasserstoffatoms ohne äußeres Magnetfeld \vec{B} lässt sich aus der klassischen Bewegung des Elektron ein Stromfluss

$$\vec{\bar{I}} = \begin{pmatrix} \vec{I}_{\rm C} \\ \vec{I}_{\rm O} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{e}{2\pi} \left(\omega_{\rm L} + \bar{\omega}_0 \right) \\ \frac{e}{2\pi} \left(\omega_{\rm L} - \bar{\omega}_0 \right) \end{pmatrix} \cdot \vec{e}_{\varphi}$$
(4.86)

berechnen. Dieser Stromfluss bewirkt wiederum ein magnetisches Moment

$$\vec{\mu} = \begin{pmatrix} \vec{\mu}_{\rm C} \\ \vec{\mu}_{\rm D} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{er^2}{2} \left(\omega_{\rm L} + \bar{\omega}_0 \right) \\ \frac{er^2}{2} \left(\omega_{\rm L} - \bar{\omega}_0 \right) \end{pmatrix} \cdot \vec{e}_z$$
(4.87)

für jede Drehrichtung.

Bei der Betrachtung des Wasserstoffatoms ohne äußeres Magnetfeld wird augenscheinlich, dass die generelle Existenz magnetischer Momente durch die beiden Anteile nicht zwangsläufig zu einem resultierenden magnetischen Moment des gesamten Atoms führen muss. Aus diesem Grund werden nun für das Wasserstoffatom im äußeren Magnetfeld der resultierende Stromfluss

$$\vec{I} = p_{\rm C} \cdot \vec{I}_{\rm C} + p_{\rm C} \cdot \vec{I}_{\rm C} = \frac{e\omega_{\rm L}}{2\pi} \cdot \vec{e}_{\varphi} = \frac{e^2 B}{4\pi m_e} \cdot \vec{e}_{\varphi} \tag{4.88}$$

sowie das resultierende magnetische Moment

$$\vec{\mu} = \vec{\mu}_{\text{Dia}} = p_{\text{C}} \cdot \vec{\mu}_{\text{C}} + p_{\text{C}} \cdot \vec{\mu}_{\text{C}} = er^2 \omega_{\text{L}} \cdot \vec{e}_z = -\frac{e^2 r^2 B}{2m_e} \cdot \vec{e}_z \tag{4.89}$$

berechnet. Das Wasserstoffatom besitzt somit bei klassischer Betrachtung im äußeren Magnetfeld \vec{B} ein resultierendes magnetisches Moment, das auf der Orbitalbewegung des Elektrons beruht und offensichtlich antiparallel zum äußerem Magnetfeld ausgerichtet ist. Dadurch ergibt sich der Bezug zum Diamagnetismus. Die hier beschriebenen Berechnungen und Zusammenhänge sind in Abbildung 4.18 vollständig zusammengefasst visualisiert.

Aus der klassischen Berechnung lässt sich darüber hinaus die diamagnetische Energie eines Wasserstoffatoms berechnen. Es gilt bei gleicher Wahrscheinlichkeit $p_{\rm C} = p_{\rm O} = 1/2$ für den Umlaufsinn in Drehrichtung und entgegen der Drehrichtung des Uhrzeigersinnes für die gesamte kinetische Energie

$$E_{\rm kin} = p_{\rm C} \cdot E_{\rm C} + p_{\rm C} \cdot E_{\rm C} = \frac{m_e}{4} \left(\vec{v}_{\rm C}^2 + \vec{v}_{\rm C}^2 \right) = \frac{m_e r^2}{4} \left(\vec{\omega}_{\rm C}^2 + \vec{\omega}_{\rm C}^2 \right). \tag{4.90}$$

Dies lässt sich weiter vereinfachen und man erhält mithilfe von Gleichung (4.84)

$$E_{\rm kin} = E_{\rm Dia} + E_0 = \frac{e^2 r^2 B^2}{8m_e} + \frac{e^2}{8\pi\epsilon_0 r},$$
(4.91)

wobei E_{Dia} dem diamagnetischen Energiebeitrag und E_0 der Energie des Elektrons ohne äußeres Magnetfeld entspricht.

Wie Kapitel 4.2.4 bestätigen wird, stimmt der eben berechnete klassische Energiebeitrag des Diamagnetismus E_{Dia} mit dem zugehörigen Anteil des Hamiltonoperators der quantenmechanischen Betrachtung überein. Der Eigenwert dieses Operators ergibt für das *s*-Orbital des Wasserstoffatoms in linearer Näherung dabei ebenfalls exakt den Energiebeitrag E_{Dia} . Aufgrund dieser erstaunlichen Übereinstimmung und unter Berücksichtigung der Tatsache, dass obige Rechnungen, verglichen mit quantenmechanischen Theorien, mit geringem mathematischem Aufwand und Bezug zur Newtonschen Mechanik durchzuführen sind, ergibt sich die weite Verbreitung dieser klassischen Berechnung in vielen Erklärungen zum atomaren Diamagnetismus.

Die Vorstellung der simultanen Kreisbewegung eines Elektrons in entgegengesetzten Richtungen ermöglicht damit die Herleitung eines magnetischen Momentes $\vec{\mu}$ und des diamagnetischen Energiebeitrages E_{Dia} . Der berechnete Strom *I* kann als Stromdichte \vec{j} interpretiert werden. In der Quantenmechanik wird als analoge Größe die Wahrscheinlichkeitsstromdichte \vec{j} betrachtet, siehe u. a. Kapitel 4.2.4.1.

Trotz der quantitativen Passung dieser Ergebnisse zu den in Kapitel 4.2.4 mithilfe der Quantenmechanik berechneten Werten für diamagnetische Momente, sind klassische Berechnungen aus unterschiedlichen Gründen nicht für eine Beschreibung von Diamagnetismus geeignet. Ein Grund ergibt sich aus dem engen Bezug zum Bohrschen Atommodell, da durch entsprechende Rechnungen die Vorstellung klassischer, auf Bahnen kreisender Punktteilchen unterstützt wird. Weiterhin lässt sich mithilfe des in Kapitel 4.2.2 beschriebenen Theorems von Bohr und van Leeuwen zeigen, dass sämtliche klassischen Berechnungen letztendlich zu einer verschwindenden Magnetisierung führen. Dieses Resultat ergibt sich, wenn die obigen Berechnungen innerhalb der klassischen Vorstellungswelt konsequent weiter gedacht werden. Die zugehörigen Interpretationen und weitere fachliche Argumente, die gegen die Verwendung klassischer Ansätze zur Erklärung der Ursachen magnetischer Momente sprechen, werden in Kapitel 4.2.2 genauer ausgeführt.

Unabhängig von der fachlichen Richtigkeit, existiert jedoch noch ein weiterer Grund, der gegen die Vermittlung einer klassischen Vorstellung von diamagnetischen Momenten spricht. In den ausgeführten Rechnungen wird das Elektron als Überlagerung eines links- und eines rechtszirkularen Anteils klassischer Punktteilchen interpretiert. Diese Vorstellung kann in ähnlicher Form auch bei Betrachtung der quantenmechanischen Modellierungen in Form der Überlagerung von Wellenfunktionen gefunden werden. Nach der klassischen Rechnung wird jedoch der ursprünglich für beide Drehsinne gleiche Elektronenstrom in einer Richtung verstärkt und in der anderen Richtung abgeschwächt. Diese aus dem klassischen Geschwindigkeitsbegriff resultierende Beschreibung ermöglicht keine anschlussfähige Erklärung dieser Ursache für magnetische Momente, wie in Kapitel 4.2.4.1 näher erläutert wird.

Der zuvor ausführlich beschriebene Ansatz erscheint in vielen Lehrbüchern teilweise in unterschiedlichen Variationen. Diese leicht abgewandelten Ansätze ergeben auf den ersten Blick ein mit obiger Rechnung übereinstimmendes Ergebnis. Ein positiver Aspekt des obigen Ansatzes ist die Vorstellung, dass sich das Elektron simultan mit identischer Wahrscheinlichkeit in Richtung und entgegengesetzt zur Richtung des Uhrzeigersinnes um den Atomkern bewegt. Dieser Ansatz kann mit der Überlagerung von Zuständen in Verbindung werden und stellt damit einen ersten Schritt auf dem Weg von einer vollständig klassischen Beschreibung hin zur Quantenphysik dar, die auf eben dieser Betrachtung von Zuständen und Wahrscheinlichkeiten beruht. Die bisherige Vorstellung eines links- und rechtslaufenden Punktteilchens führt durch die Interpretation $p = h/\lambda$ nach de Broglie (1924) [Dem10] unmittelbar zur Vorstellung stehender Wellen, die ein grundlegendes Konzept für den Übergang von der Beschreibung klassischer Zustände hin zu quantenmechanischen Zuständen darstellen, wie in Kapitel 4.2.3.4 beschrieben wird. Aus diesem Grund beinhaltet der klassische Ansatz bei entsprechender Interpretation auch die Möglichkeit einer sinnvollen fachlichen Erweiterung. Dabei sollten jedoch die Grenzen und Einschränkungen des klassischen Ansatzes explizit mit den Lernenden diskutiert werden.

Eine weiterer Ansatz lässt sich u. a. bei Feynman (1964) [Fey64, S. 34-5 f.] finden. Dieser Ansatz liefert auf fachlicher Ebene ebenfalls exakt dasselbe Ergebnis, wie die obige Berechnung. Bei dieser Interpretation wird jedoch lediglich die Orbitalbewegung des Elektrons in einer Richtung analysiert. Dieser Ansatz könnte somit durch die Betrachtung eines zweiten Anteils mit entgegengesetzter zirkularer Bewegung möglicherweise noch verbessert werden.

Die Idee von zwei entgegengesetzt fließenden Kreisströmen wird teilweise in Vermittlungskonzepten auch in Form zweier Elektronen berücksichtigt, wie beispielsweise bei Tipler und Mosca (2015) [Tip15, S. 902 f.]. Hier wird jeweils eine Ladung mit Drehrichtung im Uhrzeigersinn und eine Ladung mit Drehrichtung entgegengesetzt zum Uhrzeigersinn identifiziert. Auch dieser Ansatz liefert das bekannte Ergebnis für das diamagnetische Moment und den zugehörigen Energiebeitrag. Betrachtet man jedoch nur eines dieser Elektronen, ergibt sich für ein einzelnes Wasserstoffatom auch ohne äußeres Magnetfeld ein aus der Orbitalbewegung resultierendes diamagnetisches Moment. Diese Tatsache widerspricht jedoch der elementaren Eigenschaft von Diamagnetismus, dass diamagnetische Momente ohne äußeres Magnetfeld verschwinden und erscheint aus diesem Grund weniger geeignet.

Insgesamt ergibt sich aus der klassischen Berechnung des magnetischen Momentes unter Berücksichtigung der Newtonschen Mechanik und entsprechender Zusammenhänge, dass die Berechnung eines antiparallel zum magnetischen Feld ausgerichteten magnetischen Momentes und des zugehörigen Energiebeitrages möglich ist. Wie Kapitel 4.2.4 zeigen wird, stimmen die Ergebnisse sogar quantitativ mit den Resultaten der quantenmechanischen Rechnungen überein. Auch bestimmte Aspekte der Vorstellungen und Interpretationen zum Elektronenzustand als Überlagerung gegensinnig laufender Punktteilchen können im Sinne der quantenmechanischen Konzepte, u. a. gemäß der Interpretation von de Broglie, erweitert werden. Jedoch stellt man auch fest, dass alle Vorstellungen fachlich nicht adäquate Vorstellungen beinhalten und es teilweise vieler Erklärungen Bedarf, um die Vorstellungen mit den erfahrbaren Phänomenen in Übereinstimmung zu bringen. Zudem wird die grundlegende Vorstellung, dass sämtliche magnetischen Phänomene nach dem Theorem von Bohr und van Leeuwen nur mithilfe der Quantenmechanik erklärbar sind durch klassische Berechnungen magnetischer Momente konterkariert.

Auch für die Berechnung para- oder ferromagnetischer Momente, die gemäß der makroskopischen Phänomenologie parallel zum äußeren Magnetfeld ausgerichtet sind, existieren Versuche mithilfe klassischer Vorstellungen Erklärungen und Abschätzungen für die jeweiligen physikalischen Größen, d. h. für die magnetische Momente $\vec{\mu}$ und die Energie E_{Para} , zu liefern. Ein u. a. bei Tipler und Mosca (2015) [Tip15, S. 896 ff.] dargestellter Ansatz geht von Materie aus, die bereits ohne magnetisches Feld permanente magnetische Momente besitzt. Diese magnetischen Momente ließen sich im Sinne der fachlich adäquaten Vorstellungen durch die Existenz von Elektronenspins beschreiben. Aufgrund des Versuches Paramagnetismus im klassischen Sinne herzuleiten, werden die Spins jedoch nicht als solche bezeichnet und es werden der Materie innewohnende Kreisströme als Ursache für die magnetischen Momente genannt. Einige Lehrbücher versuchen hier eine Unterscheidung zwischen induzierten Kreisströmen beim Diamagnetismus und stationären Kreisströmen beim Para- und Ferromagnetismus durchzuführen [Dem09]. Die stationären Kreisströme ersetzen in diesen Beschreibungen gewissermaßen Elektronenspins. Aus fachlicher und fachdidaktischer Sicht erscheint es jedoch nicht sinnvoll, den Elektronenspin mit Kreisströmen in Verbindung zu bringen. Ein Grund dafür ist, dass Kreisströme durch den Einfluss des äußeren Magnetfeldes auf den Orbitalzustand des Elektrons magnetische Momente bewirken und der Spinzustand ein gesondertes magnetisches Moment trägt, siehe Kapitel 4.2.4. Da die magnetischen Momente der mikroskopischen Ströme und der Spins grundlegend unterschiedliche Eigenschaften aufweisen, sollten an dieser Stelle keine Vorstellungen erzeugt werden, die Verwechslungen dieser beiden Einflussfaktoren Vorschub leisten. Die nachfolgenden Berechnungen orientieren sich an Kneubühl (1990) [Kne90, S. 224 ff.] und beziehen sich auf den in Abbildung 4.19 dargestellten Zusammenhang. Bei dieser Berechnung wird, wie zuvor beschrieben, von intrinsischen und permanenten magnetischen Momente der Materie ausgegangen, die sich durch Kreisströme ergeben. Durch das äußere Magnetfeld \vec{B} wirkt auf den Kreisstrom \vec{I} mit Umfang d \vec{s} und Radius \vec{r} ein Drehmoment $\vec{\tau}$. Für dieses gilt

$$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}_{\rm L},\tag{4.92}$$

mit der Lorentz-Kraft



 $\vec{F}_{\rm L} = I \cdot \int \mathrm{d}\vec{s} \times \vec{B}.$

Abbildung 4.19: Schematische Darstellung zur klassischen Berechnung des paramagnetischen Moments als Resultat eines Kreisstroms nach [Kne90, S. 224 ff.]. Der permanente Kreisstrom repräsentiert das magnetische Moment des Elektronenspins im Versuch einer klassischen Analogie.

(4.93)

Damit lässt sich explizit

$$\vec{\tau} = \int_{0}^{2\pi} \begin{pmatrix} -r\cos\beta\\0\\r\sin\beta \end{pmatrix} \times I \cdot \left(\begin{pmatrix} r\sin\beta \ d\beta\\0\\r\cos\beta \ d\beta \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 0\\B\cos\alpha\\B\sin\alpha \end{pmatrix} \right) = I \cdot B \cdot \pi r^2 \cdot \sin\alpha \cdot \vec{e}_x \qquad (4.94)$$

berechnen.

Mit der vom Kreisstrom umschriebenen Fläche A sowie der Flächennormalen $\vec{n} = \vec{e}_y$ und der allgemeinen Definition eines aus dem Kreisstrom resultierenden magnetischen Momentes, siehe Gleichung (4.48), folgt

$$\vec{\tau} = I \cdot A \cdot \left(\vec{n} \times \vec{B} \right) = \vec{\mu} \times \vec{B}. \tag{4.95}$$

Das Drehmoment $\vec{\tau}$ bewirkt eine Ausrichtung des magnetischen Momentes in Richtung des äußeren Magnetfeldes \vec{B} . Es wird somit gegenüber seiner ursprünglichen Ausrichtung um den Winkel φ gedreht. Für die notwendige Energie gilt

$$E = \int |\vec{\tau}| \, \mathrm{d}\varphi = \int \left| \vec{\mu} \times \vec{B} \right| \, \mathrm{d}\varphi = \mu \cdot B \cdot \int \sin \varphi \, \mathrm{d}\varphi = -\vec{\mu} \cdot \vec{B}. \tag{4.96}$$

Zur Berechnung der Energie ist es weiterhin notwendig, das aus dem Kreisstrom resultierende magnetische Moment $\vec{\mu}$ genauer zu bestimmen. Gemäß Abbildung 4.19 gilt für eben dieses

$$\vec{\mu} = I \cdot A \cdot \vec{n} = -\frac{e}{T} \cdot \pi r^2 \cdot \vec{n} = -e \cdot \nu \cdot A \cdot \vec{n}, \qquad (4.97)$$

wobei T die Umlaufzeit bzw. ν die Frequenz der Elektronenbewegung angibt. Zusätzlich besitzt das Elektron aufgrund der Kreisbewegung den Bahndrehimpuls

$$\vec{L} = -m_e \cdot v \cdot r \cdot \vec{n} = -m_e \cdot \frac{2\pi r}{T} \cdot r \cdot \vec{n} = -2m_e \cdot \nu \cdot A \cdot \vec{n}.$$
(4.98)

Zwischen dem magnetischen Moment $\vec{\mu}$ und dem dazugehörigen Bahndrehimpuls \vec{L} gilt somit der allgemein gültige Zusammenhang

$$\vec{\mu} = \vec{\mu}_{\text{Para}} = \frac{e}{2m_e} \cdot \vec{L}.$$
(4.99)
Für die paramagnetische Energie E_{Para} ergibt sich somit aus den Gleichungen (4.96) und (4.99)

$$E = E_{\text{Para}} = -\frac{e}{2m_e} \cdot \vec{L} \cdot \vec{B} = \frac{\mu_{\text{B}}}{\hbar} \cdot \vec{B} \cdot \vec{L}, \qquad (4.100)$$

unter Berücksichtigung der Definition des Bohrschen Magnetons

$$\mu_{\rm B} = \left| \frac{e\hbar}{2m_e} \right|. \tag{4.101}$$

Das Bohrsche Magneton entspricht dem magnetischen Moment eines Elektrons auf der kleinsten Bohrschen Bahn eines Wasserstoffatoms.

Es scheint somit ebenfalls möglich, mit einem entsprechenden Ansatz das magnetische Moment $\vec{\mu}$ und den Energiebeitrag des Paramagnetismus E_{Para} durch klassische Rechnungen herzuleiten. Jedoch besteht die Schwierigkeit an dieser Stelle in der Beschreibung paramagnetischer Momente über Kreisströme. Eine solche Interpretation des Elektronenspins, der wie in Kapitel 4.2.4 hergeleitet wird, die eigentliche Ursache für die magnetischen Momente beim Paramagnetismus darstellt, ist jedoch nicht statthaft, da für den Elektronenspin keine einfache klassische Analogie existiert und er eine rein quantenmechanische Eigenschaft eines Elektrons darstellt [Pau84]. Zudem führt die Vorstellung von Kreisströmen möglicherweise zu Verwechselungen mit der Vorstellung mikroskopischer Kreisströme als tatsächlicher Ursache diamagnetischer Momente, siehe Kapitel 4.2.4.1. Genauere Beschreibungen zu den Eigenschaften des Elektronenspins werden in Kapitel 4.2.4.3 ausgeführt.

Als Fazit der klassischen Betrachtung und Ansatzpunkt für den Vergleich mit der quantenmechanischen Interpretationen sollten insbesondere Ausdrücke für die magne-

| Diamagnetismus | | Paramagnetismus |
|---|------------------------|---|
| $\vec{\mu}_{\rm Dia} = -\frac{e^2 r^2 \vec{B}}{2m_e}$ | Magnetisches Moment | $\vec{\mu}_{\text{Para}} = \frac{e}{2m_e} \cdot \vec{L}$ |
| $E_{\text{Dia}} = \frac{e^2 r^2 B^2}{8m_e} > 0$ | Energie- beitrag | $E_{\text{Para}} = -\frac{e}{2m_e} \cdot \vec{L} \cdot \vec{B} < 0$ |

Tabelle 4.3: Zusammenfassende Darstellung der Resultate des klassischen Berechnung der magnetische Momente und Energiebeiträge beim Dia- und Paramagnetismus.

tischen Momente $\vec{\mu}_{\text{Dia}}$ aus Gleichung (4.89) bzw. $\vec{\mu}_{\text{Para}}$ aus Gleichung (4.99) sowie die Energieterme E_{Dia} aus Gleichung (4.91) und E_{Para} aus Gleichung (4.100) in Erinnerung behalten werden, um diese mit den entsprechenden Zusammenhängen der quantenmechanischen Modellierung vergleichen zu können. Diese Zusammenhänge sind als Ergebnis des Kapitels in Tabelle 4.3 zusammengefasst dargestellt. In dieser Tabelle ist ebenfalls hervorgehoben, dass der diamagnetische Energiebeitrag offensichtlich stets positiv ist und der paramagnetische Energiebeitrag aufgrund der antiparallelen Ausrichtung von Magnetfeld \vec{B} und Drehimpuls \vec{L} sowie der Definition der Elementarladung $e = -1.602 \times 10^{-19}$ C stets negativ ist. Aus fachdidaktischer Perspektive besitzen die dargestellten Ansätze ihre Berechtigung insbesondere durch ihre Funktion als Brücken hin zur Quantenphysik. Dies gilt immer dann, wenn die Grenzen der Annahmen explizit thematisiert werden, um so für den Charakter dieser Hilfskonstrukte zu sensibilisieren.

4.2.1.2 Magnetische Momente in der Hamiltonschen Mechanik

Die Hamiltonsche Mechanik ermöglicht eine alternative Berechnung der unterschiedlichen Momente und der Energiebeiträge von Dia- und Paramagnetismus innerhalb der klassischen Physik. Die vorherigen Ansätze sind durch die Verwendung des Bohrschen Atommodells und der Newtonschen Mechanik sehr anschaulich. Der klassische Hamilton-Formalismus ist formal einfacher als der Zugang über Kreisströme, wobei im Gegensatz zu den vorherigen Rechnungen das Maß der Anschaulichkeit reduziert erscheint. Dies gilt ganz analog für Rechnungen mit dem Hamilton-Operator in der Quantenphysik, wie in Kapitel 4.2.4 diskutiert wird.

Die nachfolgenden Berechnungen beziehen sich auf einen Ansatz, der u. a. bei Döring (1972) [Dör72, S. 121 ff.] zu finden ist. Die Energie E des einzelnen Elektrons im Magnetfeld \vec{B} mit Vektorpotential \vec{A} lässt sich durch die Hamilton-Funktion

$$H(p,x) = E = \frac{1}{2m_e} \cdot \left(\vec{p} - e\vec{A}\right)^2 + V(x)$$
(4.102)

$$= \frac{p^2}{2m_e} - \frac{e}{m_e} \cdot \vec{p} \cdot \vec{A} + \frac{e^2}{2m_e} \cdot \vec{A}^2 + V(x)$$
(4.103)

beschreiben. Der Term V(x) beschreibt dabei den potentiellen Energieterm. Der bereits bekannte Zusammenhang zwischen \vec{B} und Vektorpotential \vec{A} aus Gleichung (4.36) ergibt somit

$$H(p,x) = E = \frac{p^2}{2m_e} - \frac{e}{m_e} \cdot \vec{p} \cdot \left(\frac{\vec{B} \times \vec{r}}{2}\right) + \frac{e^2}{2m_e} \cdot \left(\frac{\vec{B} \times \vec{r}}{2}\right)^2 + V(x)$$
$$= \frac{p^2}{2m_e} - \frac{e}{2m_e} \cdot \vec{B} \cdot \vec{L} + \frac{e^2 r^2 B^2}{8m_e}.$$
(4.104)

Da die Hamilton-Funktion eine Energie beschreibt, können aus Gleichung (4.104) unmittelbar die Energiebeiträge des Paramagnetismus

$$E_{\text{Para}} = -\frac{e}{2m_e} \cdot \vec{B} \cdot \vec{L} \tag{4.105}$$

und des Diamagnetismus

$$E_{\rm Dia} = \frac{e^2 r^2 B^2}{8m_e} \tag{4.106}$$

entnommen werden. Diese Terme stimmen mit dem alternativen Ergebnis, gemäß der Herleitung aus Kapitel 4.2.1.1, überein, siehe Tabelle 4.3. Dabei ist zu berücksichtigen, dass der Drehimpuls \vec{L} des paramagnetischen Beitrages stets gemäß Gleichung (4.99) antiparallel zum paramagnetischen Moment μ_{Para} ausgerichtet ist, dass sich seinerseits parallel zum Magnetfeld \vec{B} orientiert. Für die typische Wahl $\vec{B} = B_z \cdot \vec{e}_z$ muss somit $-\vec{L} = -L_z \cdot \vec{e}_z$ gelten. Für diese spezifische Wahl folgt für die Hamilton-Funktion

$$H(p,x) = E = \frac{p^2}{2m_e} + \frac{eB_z L_z}{2m_e} + \frac{e^2 r^2 B_z^2}{8m_e}.$$
(4.107)

Weiterhin lässt sich mithilfe der Hamilton-Funktion auch das magnetische Moment

$$\vec{\mu} = -\vec{\nabla}_{\vec{B}} H(p, x) \tag{4.108}$$

berechnen [Nol14]. Für den hier betrachteten Fall ergibt sich somit

$$\vec{\mu} = \left[-\frac{eL_z}{2m_e} - \frac{e^2 r^2 B_z}{4m_e} \right] \cdot \vec{e}_z.$$
(4.109)

Berücksichtigt man sich die Vorzeichen der unterschiedlichen Größen und insbesondere die Wahl e = -|e| < 0 kann abgeleitet werden, dass damit das paramagnetische Moment

$$\vec{\mu}_{\text{Para}} = -\frac{eL_z}{2m_e} \cdot \vec{e}_z \tag{4.110}$$

parallel zum Magnetfeld $\vec{B} = B_z \cdot \vec{e}_z$ und das diamagnetische Moment

$$\vec{\mu}_{\text{Dia}} = -\frac{e^2 r^2 B_z}{4m_e} \cdot \vec{e}_z \tag{4.111}$$

antiparallel zu diesem ausgerichtet ist. Ein Vergleich mit dem Ergebnis der alternativen Berechnung aus Kapitel 4.2.1.1 zeigt, dass die Ausdrücke für das diamagnetische Moment $\vec{\mu}_{\text{Dia}}$ übereinstimmen und der hier berechnete Wert für das paramagnetische Moment $\vec{\mu}_{\text{Para}}$ um den Faktor 1/2 kleiner ist.

Insgesamt erweisen sich die beiden klassischen Berechnungsansätze scheinbar geeignet zur Herleitung der Energien und der magnetischen Momente des Dia- und Paramagnetismus einzelner Elektronen. Wie bereits erwähnt, verschwinden jedoch sämtliche zuvor berechneten Größen, wenn die klassischen Ansätze stringent weitergeführt werden oder anstelle einzelner Elektronen ein klassisches Ensemble betrachtet wird. Die Zusammenhänge, die das Verschwinden der Magnetisierung beschreiben, werden im nachfolgenden Kapitel 4.2.2 ausgeführt.

4.2.2 Skipping Orbits und das Bohr-van Leeuwen-Theorem

In diesem Kapitel soll aufgezeigt werden, dass klassische Ansätze für die Erklärung magnetischer Phänomene aus fachlicher Perspektive nicht geeignet sind und lediglich im Sinne der Vermittlung erste Vorstellungen erzeugen können, die möglicherweise die nachfolgenden quantenmechanischen Erklärungen leichter verständlich machen. Ähnlich wie bei der Herleitung der Energien und der magnetischen Momente, die in Kapitel 4.2.1.1 eher anschaulich und in Kapitel 4.2.1.2 eher formal erfolgt, lässt sich auch das Verschwinden magnetischer Phänomene bei klassischer Betrachtung eher anschaulich und eher formalistisch erklären.

Mit dem Bohr-van Leeuwen-Theorem lässt sich ein zunächst eher formal erscheinendes Argument für die Notwendigkeit der quantenmechanischen Betrachtung anführen [Gro14, Boh11, Lee21]. Zusammengefasst besagt dieses Theorem, dass ausschließlich innerhalb einer quantenmechanischen Modellierung magnetische Phänomene erklärt werden können [Boh11, Lee21]. Sämtliche klassischen Rechnungen sind, wenn diese gemittelt für ein Ensemble durchgeführt werden, nicht in der Lage den Nachweis magnetischer Erscheinungen zu erbringen.

"Now we would like to demonstrate that according to classical mechanics there can be no diamagnetism and paramagnetism at all. It sounds crazy - first, we have proved that there are paramagnetism, diamagnetism, precessing orbits, and so on, and now we are going to prove that it is all wrong. Yes! - We are going to prove that if you follow the classical mechanics far enough, there are no such magnetic effects - they all cancel out."

- Richard Feynman [Fey64, S. 34-8]

Die Darstellung des streng formalen Beweises des Bohr-van Leeuwen-Theorems orientiert sich an den Ausführungen von Nolting (1986) [Nol86, S. 85 ff.] und Van Vleck (1932) [Vle32, S. 100 ff.]. Der Beweis verfolgt zunächst das Ziel, die Magnetisierung \vec{M} eines Festkörpers mit N gleichartigen Ladungen zu bestimmen. Die Ladungen lassen sich dabei als klassisches Ensemble interpretieren. Die Größe \vec{A} bezeichnet das Vektorpotential des magnetischen Feldes und \vec{B} die magnetische Flussdichte als Kenngröße der Stärke des Magnetfeldes. Aus Gründen der Elementarisierung ist es hinreichend die Rechnungen für N Elektronen mit Elementarladung e durchzuführen. Mit der Definition der Magnetisierung \vec{M} aus Gleichung (4.70) folgt für die N Teilchen bei mittlerem magnetischen Moment $\langle \vec{\mu} \rangle$ der Ladungen der Ausdruck

$$\vec{M} = \frac{N}{V} \cdot \langle \vec{\mu} \rangle. \tag{4.112}$$

Die Berechnung des magnetischen Momentes der einzelnen Teilchen $\vec{\mu}$ ergibt sich aus Gleichung (4.104) und (4.108) analog zum Ansatz der Hamiltonschen Mechanik. Diese Definition des magnetischen Momentes ermöglicht die Berechnung des für die Magnetisierung \vec{M} notwendigen klassischen Mittelwertes

$$\langle \vec{\mu} \rangle = \frac{1}{Z_N} \int \mathrm{d}x_1 \dots \mathrm{d}x_{3N} \int \mathrm{d}p_1 \dots \mathrm{d}p_{3N} \cdot \vec{\mu} \cdot e^{-\beta H(p,x)}, \qquad (4.113)$$

für die magnetischen Momente der N Teilchen, wobei

$$\beta = \frac{1}{k_{\rm B}T} \tag{4.114}$$

165

gilt und die kanonische bzw. klassische Zustandssumme \mathbb{Z}_N als

$$Z_N = \int dx_1 \dots dx_{3N} \int dp_1 \dots dp_{3N} \ e^{-\beta H(p,x)}$$
(4.115)

definiert ist. Durch die Definition der Magnetisierung \vec{M} entsprechend Gleichung (4.112) und dem Ausdruck für das magnetische Moment $\vec{\mu}$ aus Gleichung (4.108) ergibt sich

$$\langle \vec{\mu} \rangle = \frac{1}{\beta \cdot Z_N} \cdot \frac{\partial Z_N}{\partial B}.$$
 (4.116)

Um zu überprüfen, wie die Zustandssumme Z_N vom äußeren Magnetfeld \vec{B} abhängt, kann die Hamilton-Funktion

$$H(p,x) = \frac{1}{2m_e} \sum_{i=1}^{3N} \left(\vec{p}_i - e\vec{A}_i \right)^2 + H_1(x_1, ..., x_{3N})$$
(4.117)

verwendet werden. Damit folgt für die Zustandssumme

$$Z_{N} = \int_{V} dx_{1} \dots dx_{3N} \int_{-\infty}^{+\infty} dp_{1} \dots dp_{3N} \cdot e^{-\beta \cdot \left[\frac{1}{2m_{e}} \sum_{i=1}^{3N} (\vec{p}_{i} - e\vec{A}_{i})^{2} + H_{1}(x_{1}, \dots, x_{3N})\right]}$$
$$= \int_{V} dx_{1} \dots dx_{3N} \cdot e^{-\beta \cdot H_{1}(x_{1}, \dots, x_{3N})} \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} dp_{1} \dots dp_{3N} \cdot e^{-\frac{\beta}{2m_{e}} \sum_{i=1}^{3N} (\vec{p}_{i} - e\vec{A}_{i})^{2}}.$$
(4.118)

Da die Impulsintegration über alle Werte zwischen $-\infty$ und $+\infty$ erfolgt, kann eine Substitution der Variablen ohne Änderung der Integrationsgrenzen durchgeführt werden. Mit der Substitution

$$u_i = p_i - eA_i \tag{4.119}$$

ergibt sich für die Zustandssumme

$$Z_N = \int_V \mathrm{d}x_1 \dots \mathrm{d}x_{3N} \cdot e^{-\beta \cdot H_1(x_1, \dots, x_{3N})} \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} \mathrm{d}u_1 \dots \mathrm{d}u_{3N} \cdot e^{-\frac{\beta}{2m_e} \sum_{i=1}^{3N} u_i^2}$$
(4.120)

und damit ein vom äußeren Magnetfeld B unabhängiger Zusammenhang. Aus Gleichung (4.116) folgt damit

$$\langle \vec{\mu} \rangle = 0, \tag{4.121}$$

sodass auch im äußeren Magnetfeld \vec{B} kein mittleres magnetisches Dipolmoment $\langle \vec{\mu} \rangle$ und somit keine Magnetisierung \vec{M} existiert. Damit folgt aus dem Bohr-van Leeuwen-Theorem unmittelbar, dass das im Rahmen der klassischen Ansätze hergeleitete magnetische Moment $\vec{\mu}$ für klassischen Diamagnetismus, bei einer Berechnung in hinreichender Tiefe für ein Ensemble im Rahmen der klassischen Statistik, nicht existiert. Sämtliche Magnetisierungen sind somit das Resultat quantenmechanischer Wirkungsprozesse.

Neben diesem eher formalen Beweis wird von Feynman (1964) [Fey64, S. 34-8] auf anschauliche Art und Weise beschrieben, aus welchen Gründen ein System, das die obigen Bedingungen erfüllt, keine Magnetisierung aufweisen kann. Bei diesem anschaulicheren Beweis wird von einem System in einer isolierten Box ausgegangen, die fixiert ist und keine Möglichkeit zur Rotation besitzt. Weiterhin existiert für das System zu jeder Temperatur T nur ein thermischer Gleichgewichtszustand und man ermöglicht es dem System nach Änderung der Temperatur oder Hinzufügen eines äußeren Feldes \vec{B} wieder in diesen Gleichgewichtszustand zurückzukehren. An dieser Stelle ist wichtig zu bemerken, dass das Verschwinden der Magnetisierung \vec{M} nur für den finalen Gleichgewichtszustand gilt. Befindet sich das System nicht in diesem Zustand, kann sich temporär durchaus eine Magnetisierung ergeben. Die Wahrscheinlichkeit eines bestimmten Zustandes des Systems lässt sich über die Boltzmannverteilung bzw. den Boltzmannfaktor bestimmen. Für eine fixe Temperatur T ist die Wahrscheinlichkeit somit nur abhängig von der Energie E des Systems. Für ein Ensemble aus geladenen Teilchen ist die Lorentz-Kraft $\vec{F}_{\rm L}$ jedoch senkrecht zur Geschwindigkeit \vec{v} , sodass die Arbeit $W = E = \vec{F}_{\rm L} \cdot \vec{s} = 0$ verschwindet und die Energie E somit unabhängig vom äußeren Magnetfeld \vec{B} ist.

Angenommen es existieren zwei Boxen, die die obigen Bedingungen erfüllen und von denen eine Box sich in einem Magnetfeld \vec{B} befindet, während dies für die andere Box nicht der Fall ist. Die Wahrscheinlichkeit für jeden Zustand der ersten Box ist vollkommen identisch mit der Wahrscheinlichkeit für jeden entsprechenden Zustand der zweiten Box, sodass das magnetische Feld den Gleichgewichtszustand eines isolierten Systemes in keiner Weise beeinflusst, so lange die Temperatur T konstant gehalten wird. Ein wichtiger Aspekt dieser Betrachtung nach Feynman [Fey64] ist die Voraussetzung eines nicht rotationsfähigen Systems.

Eine weitere Interpretation des Bohr-van Leeuwen-Theorems bezieht sich nicht auf ein Ensemble, sondern betrachtet die Eigenschaften der einzelnen Teilchen. In sämtlichen klassischen Ansätzen werden die Elektronen als klassische Punktteilchen interpretiert, denen Orts- und Energiezustand, aber keine Phaseninformationen zugewiesen werden können. Als Ausblick soll an dieser Stelle erwähnt werden, dass in Kapitel 4.2.3.2 und Abbildung 4.26 diesbezüglich ein weiteres Argument gegen die Existenz klassischer Ströme diskutiert wird.

Eine weitere anschauliche Argumentation gegen klassische Ansätze zur Beschreibung von Magnetismus findet sich für den Diamagnetismus freier bzw. quasifreier Elektronen und bezieht sich auf die Existenz von Randströmen. Auch bei freien Elektronen bewirkt ein äußeres Magnetfeld \vec{B} , analog zum atomaren Diamagnetismus, zusammen mit der Lorentz-Kraft $\vec{F}_{\rm L}$ die Ausbildung mikroskopischer Kreisströme und damit die Erzeugung mikroskopischer magnetischer Momente $\vec{\mu}$ in entgegengesetzter Richtung zum äußeren Magnetfeld, siehe Abbildung 4.20. Im Gegensatz Abbildung 4.18 werden für die magnetischen Momente nur die resultierenden Kreisströme und keine Überlagerungen gegensinniger Anteile dargestellt. Durch jeden resultierenden Strom wird dabei ein magnetisches Moment $\vec{\mu}$ erzeugt. Bei der Betrachtung realer Stoff müssen jedoch auch die Ränder der Probe berücksichtigt werden, bei denen aufgrund der Begrenzung



Abbildung 4.20: Schematische Darstellung zur Entstehung von "skipping orbits" im Kontext diamagnetischer Momente nach [Gro14, S. 549]. Das Modell bezieht sich auf quasifreie Elektronen, die aufgrund des Probenrandes einen entgegengesetzten Kreisstrom zu den Kreisströmen im Zentrum der Probe ausbilden.

des magnetisierten Objektes die Elektronen keine idealen Kreisströme ausbilden können. Am Rand einer Probe entsteht vielmehr durch Wechselwirkungen zwischen Elektronen und Probenrand ein zusätzlicher Elektronenstrom, der entgegengesetzt zum resultierenden Strom der mikroskopischen Kreisströme im Inneren ausgerichtet ist und somit auch ein antiparalleles magnetisches Moment bewirkt, siehe ebenfalls Abbildung 4.20. Das Verhalten der Elektronen im Randbereich, deren Ströme für Erklärungen im Bereich des Quanten-Hall-Effektes genutzt werden [Hun11], lässt sich u.a. durch das Randkanalmodell beschreiben [Büt88]. Da das durch die so genannten "skipping orbits" [Gro14, S. 549] im Randbereich erzeugte magnetische Moment exakt der Summe der einzelnen magnetischen Momente im Inneren mit umgekehrtem Vorzeichen entspricht, verschwindet die Gesamtmagnetisierung und es existiert kein diamagnetisches Gesamtdipolmoment des Objektes. Als Voraussetzung für die Existenz der Randströme muss angenommen werden, dass das Objekt keine Rotationsbewegung ausführen kann. Wäre das System in der Lage zu rotieren, würden die Reflexionen mit der Zeit das jeweilige System ebenfalls zu Rotationen anregen, die Randströme würden dadurch immer stärker abgeschwächt und es würde sich eine resultierende Magnetisierung Meinstellen.

In den Kapiteln 4.2.4 und 4.2.5 wird beschrieben, dass Elektronenspins die magnetischen Momente beim Para- und Ferromagnetismus erzeugen, sodass diese Erscheinungsformen aus den obigen Beschreibungen zum Bohr-van Leeuwen-Theorem und den "skipping orbits" ausgenommen sind. Der Spin stellt jedoch, wie bereits kurz in Kapitel 4.2.1.1 erwähnt, eine Größe dar, die kein klassisches Analogon besitzt, sodass auch für Para- und Ferromagnetismus quantenmechanische Erklärungsansätze genutzt werden müssen [Bet04].

Für die quantenphysikalischen Betrachtungen und Berechnungen, die in Analogie zu den klassischen Ansätzen der Kapitel 4.2.1.1 und 4.2.1.2 erfolgen, ist es notwendig, grundlegende Kenntnisse bestimmter Aspekte der Quantenmechanik zu vermitteln. Auf welche Art und Weise dies mit Bezug zum Magnetismus, auch ohne rein formale Theorien, erfolgen kann, wird nachfolgend in Kapitel 4.2.3 erläutert.

4.2.3 Visuelle Repräsentationen quantenmechanischer Grundlagen

Die vorherigen Ausführungen zeigen, dass klassische Ansätze zur Beschreibung von Magnetismus grundsätzlich keine magnetischen Phänomene in hinreichender Tiefe erklären können und die Quantenmechanik genutzt werden muss, um ein fachlich adäquates und anschlussfähiges Konzept der Ursachen magnetischer Phänomene zu entwickeln.

Wie bereits in Kapitel 2.3 beschrieben wird, ist die Quantenphysik heutzutage zum einen die Grundlage nahezu sämtlicher fachwissenschaftlicher Theorien der Physik und aus diesem Grund auch elementarer Bestandteil der Ausbildung an der Hochschule. Zum anderen finden sich Grundzüge der Quantenmechanik auch immer stärker in schulischen Curricula wieder. Aufgrund der Relevanz dieses Inhaltsbereichs für die Ausbildung im Fach Physik, existieren bereits unterschiedliche Ansätze, die bei der Vermittlung der teilweise komplexen Fachinhalte helfen sollen [Zol02, McK08, Sch10, Koh12, Dür14b].

Ein Grundproblem für Lehrkonzepte zum Thema Quantenphysik ergibt sich aus den mathematischen Anforderungen, die für das Verständnis vieler quantenphysikalischer Konzepte erforderlich sind und die die ohnehin hohe Komplexität der Inhalte zusätzlich erschweren [Wie92, Mül03]. Insbesondere bei Schülerinnen und Schülern, aber auch unter Studierenden, sind die notwendigen Kompetenzen im Bereich der Mathematik in vielen Fällen nicht in ausreichendem Maße vorhanden. Zur Lösung dieses Problems bedienen sich viele Lehrkonzepte alternativen Repräsentationen, die die Inhalte der theoretischen Bezüge auf andere Art und Weise transportieren. Für eine Vermittlung ohne eben jene Formalismen scheint eine "Übersetzung der Fachsprache" [Heu13, S. 24], d. h. der Formeln und Gleichungen, in eine weniger voraussetzungsvolle Sprache wünschenswert und notwendig. Die im Kontext der Quantenphysik am häufigsten genutzt Repräsentationsform sind graphische Visualisierungen, die vielfach genutzt werden. Zahlreiche Vermittlungskonzepte verbinden die Visualisierungen zudem mit unterschiedlichen Konzepten neuer Medien [Zol02, McK08, Koh12].

Auch für die Vermittlung der Grundlagen magnetischer Phänomene ist es notwendig die streng formal ableitbaren Beschreibungen im Sinne der Sachstrukturentwicklung aufzubereiten. Für das Verständnis der Ursprünge von Dia-, Para- und Ferromagnetismus sollten den Lernenden Atomorbitale und die Beschreibung von Elektronen durch Wellenfunktionen vertraut sein. Neben der Zuweisung von Atomorbitalen können Elektronen durch ihren Spin charakterisiert werden. Der Ortszustand und der Spinzustand ermöglichen insgesamt die Angabe des vorliegenden Elektronenzustandes. Zusätzlich kommt dem Vektorpotential \vec{A} , das, wie bereits an unterschiedlichen Stellen beschrieben, die fundamentale magnetische Feldgröße repräsentiert, eine große Bedeutung für die Erklärung magnetischer Phänomene zu. Von besonderer Bedeutung ist dabei die Erkenntnis, dass das Vektorpotential unmittelbar den Ortszustand der Elektronen beeinflusst. Die Kapitel 4.2.3.1 bis 4.2.3.3 werden einerseits genutzt, um die zentralen fachlichen Konzepte zum Elektronenzustand und zum Vektorpotential darzustellen und andererseits, um aufzuzeigen, auf welche Art und Weise Visualisierungen die zugrunde liegenden Konzepte aufgreifen und transportieren können. Die entwickelten Visualisierungen ergeben sich jeweils unmittelbar aus den mathematischen Beschreibungen und können somit auch stets auf die formalen Theorien zurückbezogen werden. Ein derartiger Ansatz im Sinne von Heusler (2010) [Heu10, Heu13] soll nachfolgend aufgegriffen und auf die für den Magnetismus relevanten Inhalte bezogen werden. Auf welche Art und Weise der Elektronenzustand als quantenphysikalische Beschreibungsgröße aus einer klassischen Betrachtung abgeleitet werden kann soll abschließend in Kapitel 4.2.3.4 beschrieben werden.

4.2.3.1 Ortszustand von Elektronen

Für die Beschreibung der Ursachen magnetischer Phänomene sind vor allem Elektronen als Träger magnetischer Momente von Bedeutung, wie Kapitel 4.2.4 zeigen wird. Da die einfachsten Erkenntnisse für atomar gebundene Elektronen abgeleitet werden können, ist die Kenntnis von Atomorbitalen fundamental für das Verständnis der Ursachen magnetischer Momente. Auch die klassischen Ansätze der Kapitel 4.2.1.1 und 4.2.1.2 beziehen sich bei den Berechnungen auf atomar gebundene Elektronen.

Die Quantenmechanik weist atomar gebundenen Elektronen, entsprechend ihrer Orbitale, Wellenfunktionen zu, die eine Interpretation der Schwingungszustände der Elektronen darstellen. Es ist somit gemäß der quantenmechanische Betrachtung fachlich nicht korrekt Elektronen als klassische, kreisende Punktteilchen zu beschreiben. Die Atomorbitale beschreiben dabei den Ortszustand der Elektronen. Der Ortszustand ermöglicht zusammen mit dem Spinzustand die Angabe des vorliegenden Elektronenzustandes bei gebundenen Elektronen. Die Zustandsbeschreibung in der Quantenmechanik im Allgemeinen ergibt sich durch Wellenfunktionen, auf die unterschiedliche Operatoren wirken können. Das Prinzip von Zustand und Operator stellt ein Grundkonzept der Quantenphysik dar.

Für die formale Beschreibung der Ortszustände der Elektronen und somit ihrer Atomorbitale soll das Wasserstoffatom H betrachtet werden. Dies erscheint ausreichend, da die Berechnungen für komplexere Atome oder Moleküle, wie z. B. das Wasserstoffmolekül H_2 , nur durch Näherungsverfahren, wie beispielsweise die Heitler-LondonMethode, durchgeführt werden können, deren Aufwand den hier notwendigen Nutzen übersteigt [Sch07b]. Zudem ist das Wasserstoffatom für die Beschreibung der grundlegenden Eigenschaften von Atomorbitalen vollkommen ausreichend. Die Zustandsbeschreibung eines Elektrons in Form der Wellenfunktion $\Psi_{nlm}(r, \vartheta, \varphi)$ ergibt sich im Allgemeinen, d. h. zunächst ohne äußeres Magnetfeld, mithilfe der zeitunabhängigen Schrödinger-Gleichung

$$\hat{H}_{0}\Psi_{nlm}(r,\vartheta,\varphi) = \hat{E}\Psi_{nlm}(r,\vartheta,\varphi), \qquad (4.122)$$

mit dem Hamilton-Operator

$$\hat{H}_0 = \frac{\hat{\vec{p}}^2}{2m_e} + V(r) = \frac{1}{2m_e} \left(-i\hbar\vec{\nabla} \right)^2 - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} = -\frac{\hbar^2}{2m_e} \Delta - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r}.$$
(4.123)

Dabei bezeichnet n die Hauptquantenzahl, l die Nebenquantenzahl oder Drehimpulsquantenzahl und m die magnetische Quantenzahl. Der Hamilton-Operator ersetzt in der Quantenmechanik die Hamilton-Funktion der klassischen Mechanik, siehe Kapitel 4.2.1.2. Als Lösungsansatz für die Schrödinger-Gleichung kann die Wellenfunktion $\Psi_{nlm}(r, \vartheta, \varphi)$ in einen radial- und einen winkelabhängigen Anteil gemäß

$$\Psi_{nlm}(r,\vartheta,\varphi) = R_{nl}(r) \cdot Y_{lm}(\vartheta,\varphi) \tag{4.124}$$

zerlegt werden. Die Lösung der zeitunabhängigen Schrödinger-Gleichung ergibt mithilfe eines Separationsansatzes für den Radialanteil $R_{nl}(r)$ der Wellenfunktion

$$R_{nl}(r) = \sqrt{\left(\frac{2Z}{na_o}\right)^3 \cdot \frac{(n-l-1)!}{2n[(n+l)!]}} e^{-\frac{\varrho}{2}} \cdot \varrho^l \cdot L_{n-l-1}^{2l+1}(\varrho), \qquad (4.125)$$

mit

$$\varrho = \frac{2Zr}{na_0}, \qquad a_0 = \frac{4\pi\epsilon_0\hbar^2}{m_e e^2}$$

Dabei bezeichnet $L_{n-l-1}^{2l+1}(\varrho)$ die zugeordneten Laguerre-Polynome. Für diese gilt

$$L_{n-l-1}^{2l+1}(\varrho) = \frac{e^{\varrho} \varrho^{-(2l+1)}}{(n-l-1)!} \cdot \frac{\mathrm{d}^{n-l-1}}{\mathrm{d}\varrho^{n-l-1}} \left(e^{\varrho} \varrho^{n+l}\right).$$
(4.126)

Der winkelabhängige Teil der Wellenfunktion ergibt sich ebenfalls über die Verwendung eines Separationsansatzes. Dieser Anteil entspricht den Kugelflächenfunktionen

$$Y_{lm}(\vartheta,\varphi) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot N_l^m \cdot P_l^m(\cos\vartheta) \cdot e^{im\varphi}, \qquad (4.127)$$

mit

$$N_l^m = \sqrt{\frac{2l+1}{2} \cdot \frac{(l-m)!}{(l+m)!}}$$

In diesem Fall bezeichnet $P_l^m(\cos \vartheta)$ die zugeordneten Legendre-Polynome. Diese sind definiert als

$$P_l^m(\cos\vartheta) = \frac{(-1)^m}{2^l l!} \cdot \left(\sin^2\vartheta\right)^{\frac{m}{2}} \cdot \frac{\mathrm{d}^{l+m}}{\mathrm{d}(\cos\vartheta)^{l+m}} \left(\cos^2\vartheta - 1\right)^l \tag{4.128}$$

für $m \geq 0$ sowie

$$P_l^{-m}(\cos\vartheta) = (-1)^m \cdot \frac{(l-m)!}{(l+m)!} \cdot P_l^m(\cos\vartheta)$$
(4.129)

für m < 0. Die exakten Lösungen der Wellenfunktionsanteile $R_{nl}(r)$ und $Y_{lm}(\vartheta, \varphi)$ bis zur Hauptquantenzahl n = 3 sind in Anhang B.4 dargestellt und ergeben mit (4.124) die komplexen Wellenfunktionen des Wasserstoffatoms.

Die Wellenfunktion ermöglicht die Berechnung der Aufenthaltswahrscheinlichkeit $\varrho_{nl}(r)$ des Elektrons. Diese ist aufgrund der Kugelsymmetrie und der Normierung der Kugelflächenfunktionen $\int_{0}^{2\pi} \int_{0}^{\pi} |Y_{lm}(\vartheta, \varphi)|^2 \sin \vartheta \, d\vartheta \, d\varphi = 1$ nur vom Abstand zum Atomkern abhängig.

Durch die Kenntnis der komplexen Wellenfunktionen des Wasserstoffatoms ist es möglich, die zugehörigen reellen Atomorbitale $\Psi_{\text{Orb}}(r, \vartheta, \varphi)$ formal zu beschreiben. Diese ergeben sich aus den komplexen Wellenfunktionen $\Psi_{nlm}(r, \vartheta, \varphi)$ unter Berücksichtigung der Normierungsbedingung $|\Psi(r, \vartheta, \varphi)|^2 = 1$ durch

$$\Psi_{\text{Orb}}(r,\vartheta,\varphi) = \alpha \cdot \Psi_{nlm}(r,\vartheta,\varphi) + \beta \cdot \Psi_{nl-m}(r,\vartheta,\varphi), \qquad (4.130)$$

 mit

$$|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1, \quad \alpha, \beta \in \mathbb{C}.$$

Für alle |m| > 0 und gleiche Quantenzahlen n und l überlagern sich jeweils zwei zusammengehörige Wellenfunktionen Ψ_{nlm_1} und Ψ_{nlm_2} mit $|m_1| = |m_2|$ zu einem reellen Orbital. Die Wellenfunktionen für alle reellen Atomorbitale des Wasserstoffatoms der Quantenzahlen $l \leq 2$ sind in Anhang B.5 zusammengefasst. Die reelen Orbitale werden häufig als Basis für die Berechnung sämtlicher Überlagerungszustände, etc. verwendet. Die Vorstellung der Überlagerung zur Beschreibung der Elektronenzustände schließt an die klassischen Ansätze aus Kapitel 4.2.1.1 an. Weiterhin ist die Vorstellung der Überlagerung bedeutsam für die Herleitung diamagnetischer Momente, siehe Kapitel 4.2.4.1.

Die formale fachliche Beschreibung der Atomorbitale zeigt somit, dass die komplexen Wellenfunktionen $\Psi_{nlm}(r, \vartheta, \varphi)$ die Grundlage für die reellen Atomorbitale darstellen. Um die weiterführenden Konzepte zum Ortszustand auch ohne formale Beschreibung der Wellenfunktionen nachvollziehen zu können, ist an dieser Stelle die Entwicklung einer alternativen Repräsentationsform notwendig. Für die Visualisierung der Wellenfunktionen $\Psi_{nlm}(r, \vartheta, \varphi)$ sind zunächst zwei wichtige Informationen zu berücksichtigen. Erstens ist bekannt, dass mithilfe des Radialteils der Wellenfunktion $R_{nl}(r)$ die radiale Aufenthaltswahrscheinlichkeit $\varrho_{nl}(r)$ eines Elektrons bestimmt werden kann. Für die charakteristische Form der Wellenfunktion wird eine feste Kugelschale betrachtet. Dies ermöglicht die Visualisierung durch die Reduktion der Dimension, mithilfe der Transformation (T.1)

$$\Psi_{nlm}(r,\vartheta,\varphi) \to Y_{lm}(\vartheta,\varphi).$$

Die Gestalt der jeweiligen Wellenfunktion wird somit zweitens ausschließlich durch die dreidimensionalen Kugelflächenfunktionen $Y_{lm}(\vartheta, \varphi)$ bestimmt.

Zur Realisierung der Visualisierung der Wellenfunktionen, besteht somit zunächst die Möglichkeit die Kugelflächenfunktionen $Y_{lm}(\vartheta, \varphi)$ graphisch darzustellen. Aufgrund der dreidimensionalen Gestalt, ergibt sich jedoch eine gewisse Komplexität in der Realisierung der Darstellung. Da in den nachfolgenden Schritten die Visualisierung der Atomorbitale auch unter gewissen Transformationen analysiert werden soll, erscheint es sinnvoll lediglich einen zweidimensionalen Schnitt durch die Kugelflächenfunktion zu verwenden. Somit ergibt sich der zweite Schritt der Visualisierung durch die Transformation (T.2)

$$Y_{lm}(\vartheta,\varphi) \rightarrow Y_{lm}(\vartheta,\varphi)|_{y=0} = Y_{lm}(\vartheta,\varphi)$$



Abbildung 4.21: Visualisierung der Wellenfunktion $\Psi_{210}(r, \vartheta, \varphi)$ (p-Welle) nach Transformation (T.2) und (T.3), d. h. nach Schnitt durch die xz-Ebene und Transformation auf den Kreis mit Radius R_0 .

als Schnitt durch die Kugelflächenfunktion in der xz-Ebene und ermöglicht die zweidimensionale Visualisierung der Gestalt der Wellenfunktion. Für die Wellenfunktion $\Psi_{210}(r, \vartheta, \varphi)$ ergibt sich beispielsweise der Verlauf eines um den Faktor $\sqrt{3/4\pi}$ gestreckten Kosinus, siehe Abbildung 4.21. Zusätzlich sollte der kugel- bzw. radialsymmetrische Charakter der Wellenfunktion weiterhin nachvollzogen werden können. Da bekannt ist, dass für jedes Atomorbital ein bestimmter Radius R_0 existiert, an dem das Elektron die höchste Aufenhaltswahrscheinlichkeit besitzt, wird der Wellenfunktion dieser feste Radius R_0 hinzugefügt, sodass sich die Transformation (T.3)

$$\tilde{Y}_{lm} \rightarrow R_0 + \tilde{Y}_{lm}$$

ergibt. An dieser Stelle sollte noch einmal darauf hingewiesen werden, dass sich die zweidimensionale Darstellung in der xz-Ebene befindet. Für das Beispiel der Wellenfunktion $\Psi_{210}(r, \vartheta, \varphi)$ zeigt Abbildung 4.21 eine entsprechende Visualisierung nach Durchführung der Transformationen (T.2) und (T.3).

Diese Darstellung der Amplitude der Wellenfunktion ergibt sich aus dem Kreis durch Hinzufügen eines zusätzlichen winkelabhängigen Radius als Schnitt einer Kugelflächenfunktion. Diese Interpretation ist grundlegend für das Verständnis der nachfolgenden Schritte, da die Visualisierung der Wellenfunktion viele wichtige Interpretationen mit Bezug zu magnetischen Phänomenen erlaubt. Dazu muss mit der Phase ϕ noch eine weitere, bislang unberücksichtigte Größe betrachtet werden. Jeder Wellenfunktion lässt sich die unsichtbare Phase ϕ über den Faktor $e^{i\phi}$ in der Form

$$\Psi'_{nlm}(r,\vartheta,\varphi) = \Psi_{nlm}(r,\vartheta,\varphi) \cdot e^{\mathrm{i}\phi}$$
(4.131)

hinzufügen. Dabei entspricht ω der Kreisfrequenz. Die Eigenschaft der Phase scheinbar unsichtbar zu sein, bezieht sich auf die Durchführung einer Messung im Realraum, d. h. auf die tatsächlich experimentell beobachtbaren Aufenthaltswahrscheinlichkeiten von Elektronen. Hier lässt sich leicht erkennen, dass ein zusätzlicher Phasenterm $e^{i\phi}$ die experimentellen Befunde zur Messung von Aufenthaltswahrscheinlichkeiten aufgrund des einfachen Zusammenhanges

$$\varrho_{nlm}(r,\vartheta,\varphi) = |\Psi_{nlm}(r,\vartheta,\varphi)|^2 \rightarrow |\Psi_{nlm}(r,\vartheta,\varphi) \cdot e^{i\phi}|^2 = \varrho_{nlm}(r,\vartheta,\varphi)$$
(4.132)

nicht verändert. Für die Visualisierung der Wellenfunktion als Element der Quantendimension ist die Phase jedoch nicht unsichtbar und wirkt sich spürbar auf die Gestalt der Ortszustände und somit auf die Darstellung der Wellenfunktion aus.

Um beschreiben zu können auf welche Art und Weise die Einflussnahme erfolgt, erscheint es sinnvoll den Faktor $e^{i\phi}$ gemäß der Transformation (T.4)

$$R_0 + \tilde{Y}_{lm} \rightarrow R_0 + \tilde{Y}_{lm} \cdot e^{i\phi}$$

nur auf den winkelabhängigen Teil des bisherigen Ansatzes zur Visualisierung wirken zu lassen. Für die Vermittlung sollte auch diese Transformation in Form einer Vi-



Abbildung 4.22: Visualisierung der Wellenfunktion $\Psi_{210}(r, \vartheta, \varphi)$ (p-Welle) nach Transformation (T.4), d. h. nach Hinzufügen der drehenden Räder für zwei exemplarische Werte der Phase ϕ .

sualisierung interpretiert werden. Eine Möglichkeit die Phase zu visualisieren und zu beschreiben geht auf den Zeigerformalismus von Feynman (1988) zurück [Fey88]. Bei diesem Formalismus, der in der Schule heute bereits im Bereich von Interferenzphänomenen klassischer Wellen oder Lichtwellen genutzt wird, wird der Phasenwinkel ϕ mit einem drehenden Rad identifiziert [Heu13, Küb15]. Der Zeigerformalismus kann als Reduktion der Pfadintegralmethode verstanden werden, die ebenfalls auf Feynman zurückgeht [Web98].

Bei einer Anwendung des Zeigerformalismus auf die hier diskutierte Visualisierung von Wellenfunktionen, ist ein Blick auf Abbildung 4.21 sinnvoll. In dieser Visualisierung lässt sich die Phase einbringen, wenn jeder Vektorpfeil, der den Einheitskreis zur Wellenfunktion transformiert, als Zeiger eines drehenden Rades angesehen wird. Die Ebene des drehenden Rades ist dabei senkrecht zur Wellenfunktion ausgerichtet. Dreht man diese Rad um den Phasenwinkel ϕ ändert sich die Gestalt der Wellenfunktion. Dabei bleibt, wie in Gleichung (4.132) nachgewiesen, die Aufenthaltswahrscheinlichkeit gleich. Die Drehung der Räder kann für jedes Rad um denselben Wert erfolgen oder aber ortsabhängig durchgeführt werden. Ein Beispiel für den Einfluss unterschiedlicher Phasenwerte in Abbildung 4.22 am Beispiel der Wellenfunktion $\Psi_{210}(r, \vartheta, \varphi)$ analog zu Abbildung 4.21 visualisiert. Die Abbildung zeigt, dass die Gestalt der Wellenfunktion

Grundsätzlich sollte bei der Phase ϕ zwischen einer konstanten und einer ortsabhängigen Phase unterschieden werden. Im Bild der drehenden Räder, entspricht die konstante Phase ϕ der Drehung aller Räder um denselben Phasenwinkel ϕ . Sobald die $\phi(\vartheta)$ jedoch ortsabhängig ist, erfolgt die Drehung der Räder durch die Phase für alle Zeiger individuell. Stellt man sich die drehenden Räder als Uhren vor und interpretiert die Phase als Uhrmacher, der diese Räder einstellt, werden für ϕ = const. alle Uhren gleichartig verstellt. Für einen ortsabhängigen Uhrmacher $\phi(\vartheta)$ entscheidet dieser, je nach Position der Uhr, über das Maß der Verstellung.

Eine wichtige Erkenntnis ist jedoch, dass sich durch das Hinzufügen der Phase die Aufenthaltswahrscheinlichkeit nicht ändert. Aus diesem Grund existieren unendlich viele Möglichkeiten eine Phase zu wählen und somit ebenso viele Gestalten der Wellenfunktion. Die Aufenthaltswahrscheinlichkeit ist jedoch unabhängig von der Gestalt stets gleich, wie Gleichung (4.132) zeigt. In Abbildung 4.23 wird die Wellenfunktion $\Psi_{210}(r, \vartheta, \varphi)$ durch verschiedene Phasen in ihrer Gestalt verändert. Die Abbildung zeigt, dass scheinbar beliebige Phaseneinflüsse dennoch dieselbe Aufenthalts-



Abbildung 4.23: Visualisierung der Wellenfunktion $\Psi_{210}(r, \vartheta, \varphi)$ (p-Welle) und der zugehörigen Aufenthaltswahrscheinlichkeit für unterschiedliche Phasen ϕ in Ergänzung zu Abbildung 4.25. Während die beobachtbare Aufenthaltswahrscheinlichkeit unverändert bleibt, gibt es unendlich viele Repräsentationen für die Wellenfunktion.

wahrscheinlichkeit ergeben, da diese Größe eine Observable darstellt.

Neben der Aufenthaltswahrscheinlichkeit bleiben durch die Variation der Phase auch bestimmte Knotenpunkte unverändert. Für das Beispiel einer Wellenfunktion mit den Quantenzahlen l = 3 und |m| = 1 mit

$$Y_{31}(\vartheta,\varphi) = -\sqrt{\frac{21}{64\pi}}\sin\vartheta \left(5\cos^2\vartheta - 1\right)e^{i\varphi}$$
(4.133)

findet sich eine Visualisierung bei Variation der Phase in Abbildung 4.24. Die Visualisierung zeigt, dass trotz der Veränderung der Gestalt bei Phasenvariation bestimmte Knotenpunkte existieren. Diese Knotenpunkte ermöglichen eine eindeutige Beschreibung der Ortszustände des Elektrons unabhängig von der sonstigen Erscheinung. Für das Beispiel der Quantenzahlen l = 3 und |m| = 1 ergeben sich insgesamt sechs Knotenpunkte, die unabhängig von der Phase sind und somit den Knotenlinien dreidimensionaler Kugelschwingungen entsprechen, siehe Kapitel 4.2.3.4. Auf diese Art und Weise lässt sich erkennen, dass die Gestaltänderung der Wellenfunktion bzw. des Atomorbitals grundsätzlich zu unendlich vielen Konfigurationen führen kann, wobei die Knotenpunkte stets erhalten bleibt.

Wie in diesem Kapitel beschrieben, resultieren aus der Phase ϕ unendlich viele Möglichkeiten zur Angabe und Darstellung der Wellenfunktion. Diese Freiheit in der Wahl der Phase stellt den Schlüssel für das Verständnis der Wechselwirkung von Elektron und magnetischem Feld, d. h. der minimalen Kopplung, dar. Diese soll im nachfolgen-



Abbildung 4.24: Darstellung des Erhaltes von sechs Knotenpunkten am Beispiel der Wellenfunktion Ψ_{431} (f-Welle) nach Transformation (T.4) bei Variation der Phase φ . Neben der Aufenthaltswahrscheinlichkeit ist auch die Anzahl der Knotenpunkte unter dieser Tranformation invariant.

den Kapitel 4.2.3.2 genauer erläutert werden. Die Beschreibung erfolgt aufbauend auf den bisherigen Ausführungen und stellt den Bezug der Ortszustände der Elektronen zu magnetischen Phänomenen her. Die zentrale Größe der nachfolgenden Beschreibungen ist dabei das Vektorpotential \vec{A} . Mit Bezug zum Vektorpotential \vec{A} lässt sich zeigen, dass auch für diese Größe aufgrund der Eichfreiheit unendlich verschiedene Repräsentationen existieren, die jedoch alle dasselbe magnetische Feld \vec{B} erzeugen, sodass eine Analogie zur Wellenfunktion und der Aufenthaltswahrscheinlichkeit besteht.

4.2.3.2 Vektorpotential und Einfluss auf den Ortszustand von Elektronen

Für die quantenmechanische Beschreibung von Magnetismus muss mit dem Vektorpotential \tilde{A} eine weitere Größe dargestellt und beschrieben werden, die bislang bereits an unterschiedlichen Stellen der fachlichen Klärung genannt wird, aber bislang nicht in hinreichender Tiefe eingeführt ist. In den vorangegangen Kapiteln wird bereits beschrieben, dass das Vektorpotential A im Sinne der Quantenmechanik als fundamentales Feld betrachtet wird, obwohl üblicherweise in Vermittlungskontexten die Flussdichte \vec{B} oder die Feldstärke \vec{H} zur Beschreibung magnetischer Felder genutzt wird, siehe Kapitel 4.1.3.2. Typischerweise erfolgt die Zuweisung der hervorgehobenen Bedeutung der magnetischen Flussdichte \vec{B} durch die Messbarkeit dieser Größe, u. a. über die Ablenkung bewegter Elektronen im magnetischen Feld. Betrachtet man jedoch spezielle Quanteneffekte, z. B. den Aharonov-Bohm-Effekt, der im Verlauf dieses Kapitels kurz diskutiert wird, können magnetische Felder über das Vektorpotential \tilde{A} auch an Orten mit $\vec{B} = 0$ auf Elektronen wirken. Durch diesen Effekt ist das Vektorpotential \vec{A} als eigenständige Größe experimentell nachweisbar. Der Nachweis ist weiterhin wichtig, um zu verdeutlichen, dass aus dem Vektorpotential \vec{A} messbare Effekte resultieren und diese Größe somit nicht nur ein theoretisches Konstrukt darstellt.

Weiterhin wird in Kapitel 4.1.5.1 in Gleichung (4.36) bereits der grundlegende Zusammenhang zwischen der magnetischen Flussdichte \vec{B} und dem Vektorpotential \vec{A} definiert. Obwohl die zugrunde liegenden Aspekte bereits in Kapitel 4.1.5.1 aufgeführt sind, sollen diese hier noch einmal wiederholt werden, um daraus unmittelbar weitere Zusammenhänge ableiten zu können. Der fundamentale Zusammenhang aus Gleichung (4.36) lautet

$$\vec{B} = \vec{\nabla} \times \vec{A},\tag{4.134}$$

Da diese Gleichung jedoch keine eindeutige Definition von A ergibt, kann das Vektorpotential gemäß Gleichung (4.38) nur bis auf den Gradienten eines orts- und zeitabhängigen Skalarfeldes $\Lambda(x,t)$ gemäß

$$\vec{A}' = \vec{A} + \vec{\nabla}\Lambda(x,t). \tag{4.135}$$

eindeutig definiert werden. Es gibt somit unendliche viele Darstellungen des Vektorpotentials \vec{A} , die alle dasselbe magnetische Feld \vec{B} erzeugen. Damit ist bereits die Analogie zur Angabe der Ortszustände der Elektronen offensichtlich, da durch die Phase ϕ unendlich viele Wellenfunktionen Ψ_{nlm} dieselbe Aufenthaltswahrscheinlichkeit ϱ_{nlm} aufweisen können. Für die nachfolgenden Berechnungen wird wie in Gleichung (4.37) die Coulomb-Eichung

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{A} = 0 \tag{4.136}$$

genutzt. Das Hinzufügen eines beliebigen Gradienten von A
 beeinflusst das Magnetfeld \vec{B} aufgrund der allgemeinen Wirbelfreiheit

$$\vec{\nabla} \times \vec{\nabla} \Lambda = 0 \tag{4.137}$$

von Gradientenfeldern nicht, wie die Rechnung

$$\vec{B} = \vec{\nabla} \times \vec{\hat{A}} = \vec{\nabla} \times \vec{A} + \underbrace{\vec{\nabla} \times \vec{\nabla} \Lambda}_{=0} = \vec{\nabla} \times \vec{A}$$
(4.138)

zeigt. Diese Eigenschaft wird als Eichinvarianz des Vektorpotentials \vec{A} bezeichnet. Das Vektorpotential \vec{A} ist somit keine eindeutige Größe.

Diese Eigenschaft des Vektorpotentials \vec{A} ist in Abbildung 4.25 für konkrete Beispiele verschiedenartiger Skalarfelder Λ dargestellt. Im Beispiel wird ein magnetisches Feld $\vec{B} = B \cdot \vec{e}_z$ parallel zur z-Achse betrachtet. Für die Berechnung des zum Magnetfeld \vec{B} zugehörigen Vektorpotentials \vec{A}_0 ohne Skalarfeld kann wie in Gleichung (4.39) der für die Coulomb-Eichung gültige Zusammenhang

$$\vec{A} = \frac{\vec{B} \times \vec{r}}{2} \tag{4.139}$$

genutzt werden, sodass sich für die spezifische Wahl des Magnetfeldes in diesem Fall

$$\vec{A}_0 = \frac{Br}{2} \cdot \sin\vartheta \cdot \vec{e}_{\varphi} \tag{4.140}$$

ergibt. Durch das Hinzufügen unterschiedlicher Skalarfelder Λ ändert sich, wie in Abbildung 4.25 dargestellt, die Erscheinung des Vektorpotentials \vec{A} in erheblichem Maße. Aufgrund der allgemeingültigen Beziehung $\vec{\nabla} \times \vec{\nabla} \Lambda = 0$, verändert sich das dazugehörige magnetische Feld \vec{B} dabei nicht. In Abbildung 4.25 sind für die unterschiedlichen Skalarfelder jeweils zweidimensionale Schnitte in der xy-Ebene dargestellt. Für das ursprüngliche Vektorpotential \vec{A}_0 ohne Skalarfeld Λ ist zudem die dreidimensionale Darstellung, zusammen mit dem zugehörigen magnetischen Feld \vec{B} , angegeben. Die Abbildung zeigt, dass das ursprüngliche Vektorpotential \vec{A}_0 radialsymmetrisch um die z-Achse, in dessen Richtung \vec{B} ausgerichtet ist, rotiert. Durch die Variation des Skalarfeldes ändert sich die Erscheinung des Vektorpotentials \vec{A} in erheblichem Maß. Unabhängig von der Änderung bleibt das resultierende Magnetfeld \vec{B} aufgrund der Eichfreiheit jedoch stets gleich. Interessant ist der Vergleich von Abbildung 4.25 und Abbildung 4.23, durch den sich die strukturell ähnlichen Merkmale der Beschreibung des Magnetfeldes und des Elektronenzustandes zeigen.

Das Vektorpotential \vec{A} stellt, wie bereits beschrieben, das eigentlich fundamentale magnetische Feld dar, da es ursächlich für das magnetische Feld \vec{B} ist, siehe Gleichung (4.36). Zusammen mit dem Skalarpotential Φ erzeugt das Vektorpotential \vec{A} somit sowohl das magnetische Feld \vec{B} als auch das elektrische Feld \vec{E} . Diese Tatsache wird, wie in Gleichung (4.67) beschrieben, durch den lorentzinvarianten Vierervektor $A^{\mu} = (\Phi/c, \vec{A})$ ausgedrückt, der in der modernen Theorien, wie beispielsweise der Quantenelektrodynamik, genutzt wird.

In den folgenden Absätzen wird dargestellt welche zentrale Bedeutung dem Vektorpotential \vec{A} mit Blick auf die Vermittlung fundamentaler quantenmechanischer Eigenschaften des Elektrons und der Elektronenzustände zugewiesen werden muss. Diese Erklärungen beziehen sich stark auf die beschriebenen Visualisierungen der Ortszustände atomar gebundener Elektronen in Kapitel 4.2.3.1 und greifen die dort eingeführten Konzepte auf.

In Kapitel 4.2.3.1 wird bereits in der Diskussion der Wellenfunktionen Ψ_{nlm} mit der Phase ϕ eine Größe eingeführt, die für die Aufenthaltswahrscheinlichkeit $\rho_{nlm} = |\Psi_{nlm}|^2$ und andere Observablen ohne Bedeutung, da Veränderungen die experimentellen Befunden nicht beeinflussen.



Abbildung 4.25: Visualisierung des Vektorpotentials \vec{A}_0 zum Feld $\vec{B} = B \cdot \vec{e}_z$ für unterschiedliche Skalarfelder Λ in Ergänzung zu Abbildung 4.23. Die unterschiedlichen Skalarfelder Λ führen zu verschiedenen Darstellungen des Vektorpotentials \vec{A}_0 aufgrund der Eichfreiheit und erzeugen jeweils dasselbe Magnetfeld \vec{B} .

Mit dem Skalarfeld Λ in Ergänzung zum Vektorpotential \tilde{A} und der Phase ϕ mit Bezug zur Wellenfunktion Ψ_{nlm} existieren somit zwei Größen, die dem elektromagnetischen Feld bzw. der Wellenfunktion scheinbar unsichtbar zugeordnet und dabei frei gewählt werden können. Während die Phase ϕ dimensionslos ist, wird das Skalarfeld in der Einheit [Js/C] angegeben. Wenn man annimmt, dass der unbeobachtbare Anteil des magnetischen Feldes Λ mit dem unbeobachtbaren Anteil der Wellenfunktion, also der Phase ϕ , gemäß

$$\phi \coloneqq \frac{e}{\hbar}\Lambda \tag{4.141}$$

verknüpft ist, ergibt sich auch eine Vorschrift für die Kopplung des Vektorpotentials \vec{A} und somit des Magnetfeldes \vec{B} an die Wellenfunktion des Elektrons. Dieser Zusammenhang wird im nachfolgenden Absatz beschrieben und stellt den Schlüssel zum Verständnis der Wechselwirkung von magnetischem Feld und Elektron dar. Der Erfolg dieser Idee ist die Grundlage von Eichtheorien, mit denen ab Mitte des 20. Jahrhunderts die Vereinheitlichung der theoretischen Beschreibung nicht nur von Elektromagnetismus, sondern aller fundamentalen Wechselwirkungen, ausgenommen Gravitation, im Rahmen des Standardmodells möglich wurde, wie in Kapitel 4.1.5.2 angegeben. Im Rahmen des Standardmodells ergibt sich die elektromagnetische Wechselwirkung aufgrund lokaler U(1)-Eichinvarianz. Weitere Wechselwirkungen werden durch kompliziertere, nicht-kommutative Symmetriegruppen beschrieben.

Die Naturkonstanten e und \hbar transformieren Λ somit in eine dimensionslose Größe. Weiterhin lässt sich durch diesen Zusammenhang die Wellenfunktion des Elektrons beim Wasserstoffatom direkt mit dem magnetischen Vektorpotential \vec{A} und damit mit einem magnetischen Feld \vec{B} in Verbindung bringen.

Mit Gleichung (4.141) kann die um den Phasenterm erweiterte Wellenfunktion aus Gleichung (4.131) gemäß

$$\Psi_{nlm}'(r,\vartheta,\varphi) = \Psi_{nlm}(r,\vartheta,\varphi) \cdot e^{\mathrm{i}\phi} = \Psi_{nlm}(r,\vartheta,\varphi) \cdot e^{\frac{\mathrm{i}e}{\hbar}\Lambda}$$
(4.142)

auch auf das Gradientenfeld $\Lambda(x,t)$ bezogen werden. Unter Berücksichtigung des Hauptsatzes der Integral- und Differentialrechnung bei vernachlässigbarer Anfangsphase [Fel15], lässt sich (4.146) auch als

$$\Psi_{nlm}'(r,\vartheta,\varphi) = \Psi_{nlm}(r,\vartheta,\varphi) \cdot e^{\frac{ie}{\hbar}\Lambda} = \Psi_{nlm}(r,\vartheta,\varphi) \cdot e^{\frac{ie}{\hbar}\int \bar{\nabla}\Lambda \cdot d\bar{s}}$$
(4.143)

schreiben. Der Gradient des Skalarfeldes $\tilde{\nabla}\Lambda$ findet sich auch in Gleichung (4.38) bzw. (4.135) und entspricht dem Anteil des Vektorpotentials, der aufgrund der Rotationsfreiheit von Wirbelfeldern kein observables magnetisches Feld \vec{B} erzeugt. Damit lässt sich folgern, dass im Allgemeinen die Wellenfunktion $\Psi_{nlm}(r, \vartheta, \varphi)$ über

$$\Psi_{nlm}'(r,\vartheta,\varphi) = \Psi_{nlm}(r,\vartheta,\varphi) \cdot e^{\frac{ie}{\hbar}\int \tilde{A} \cdot \mathrm{d}\vec{s}} = \Psi \cdot e^{\frac{ie}{\hbar}\int (\vec{A} + \vec{\nabla}\Lambda) \cdot \mathrm{d}\vec{s}}$$
(4.144)

mit dem Vektorpotential \vec{A} und damit mit dem magnetischen Feld \vec{B} und dem Skalarfeld Λ verknüpft ist. Dieser Zusammenhang zwischen Elektron und magnetischem Feld entspricht der minimalen Kopplung.

Aus diesen Betrachtungen ergibt sich eine zentrale und im Rahmen dieser fachlichen Klärung substanzielle Erkenntnis. In Gleichung (4.144) ist ein Zusammenhang zwischen dem Vektorpotential \vec{A} , dem Magnetfeld \vec{B} , dem Skalarfeld Λ und der Wellenfunktion Ψ_{nlm} eines Elektrons dargestellt. Da die Wellenfunktion bzw. die zugehörigen Überlagerungen, gemäß Kapitel 4.2.3.1, den Ortszustand der Elektronen beschreiben, bewirkt ein äußeres Magnetfeld \vec{B} somit nicht nur einen messbaren Einfluss, z. B. in Form der Lorentz-Kraft $\vec{F}_{\rm L}$ auf ein bewegtes Elektron, sondern ändert dessen Ortszustand und damit die Gestalt des Orbitals. Die Änderung der Gestalt erfolgt dabei über die Phase. Weil jedoch zu jedem Magnetfeld \vec{B} aufgrund von Gleichung (4.36) und (4.38) bzw. (4.134) und (4.135) unendlich viele Vektorpotentiale \vec{A} angegeben werden können, ist die Phasenänderung der Wellenfunktion nicht eindeutig. Verändert man das Vektorpotential \vec{A} durch das Hinzufügen eines beliebigen Skalarfeldes Λ , das somit das magnetische Feld \vec{B} nicht beeinflusst, erfolgt dennoch eine Veränderung der Orbitalgestalt.

Mit Blick auf die in der klassischen Rechnung dargestellte Annahme eines Elektrons als klassisches Punktteilchen ist nun auch klar, dass die fundamentale Eigenschaft der Zustandsänderung des Elektrons im äußeren Magnetfeld, für ein Punktteilchen nicht wirksam werden kann, da dieses keine Phase besitzt, sodass magnetische Phänomene nicht mittels klassischer Punktteilchen erklärt werden können.

Umgekehrt ergibt sich jedoch auch durch die Phasenveränderung ϕ der Wellenfunktion des Elektrons aufgrund der Beziehung

$$\vec{A}' = \vec{A} + \vec{\nabla}\Lambda = \vec{A} + \vec{\nabla}\left(\frac{\hbar}{e}\phi\right). \tag{4.145}$$

die Existenz eines Vektorpotentials \vec{A} , das jedoch kein Magnetfeld erzeugt. Zusammengefasst lässt sich feststellen, dass aufgrund der Phase ϕ beliebig viele Variationen der Wellenfunktion Ψ_{nlm} bei gleicher Aufenthaltswahrscheinlichkeit ϱ_{nlm} als observabler Größe bestimmt werden können. Gleichsam können aufgrund des Skalarfeldes Λ beliebig viele Variationen des Vektorpotentials \vec{A} bei gleichem Magnetfeld \vec{B} als observabler Größe angegeben werden. Aufgrund der minimalen Kopplung, existieren zudem gegenseitige Einflüsse, da die Veränderung der Phase ϕ eine Veränderung des Vektorpotentials \vec{A} verursacht und umgekehrt. Die Zusammenhänge sollen an dieser Stelle durch ein Beispiel verdeutlicht werden.

Als Beispiel wähle man die Phase $\phi(\vartheta) = \sin \vartheta$. Damit ist unmittelbar das skalare Feld

$$\Lambda(\vartheta) = \frac{h}{e}\sin\vartheta \tag{4.146}$$

verbunden. Der Gradient dieses Feldes entspricht dem mit der Phasenänderung verbunden Vektorpotential

$$\vec{A} = \vec{\nabla}\Lambda(\vartheta) = \frac{\hbar}{e} \cdot \frac{\cos\vartheta}{r} \cdot \vec{e}_{\vartheta}.$$
(4.147)

Überprüft man die Stärke des Magnetfeldes \vec{B} ergibt sich, wie erwartet,

$$\vec{B} = \vec{\nabla} \times \vec{A} = \vec{\nabla} \times \left(\vec{\nabla}\sin\vartheta\right) = 0. \tag{4.148}$$

Dieser Zusammenhang zwischen der Phase ϕ und dem Vektorpotential \tilde{A} zeigt die erstaunliche und für die Quantenphysik typische Eigenschaft, dass zentrale Änderungen der unterschiedlichsten Größen teilweise keinerlei messbare Wirkung zeigen und offenbart zudem nachdrücklich die fehlende Eindeutigkeit der Quantenmechanik.

Für konstante bzw. ortsunabhängige Phasen $\phi = \text{const.}$ folgt zudem aus Gleichung (4.144), dass auch das damit verbundene skalare Feld Λ konstant ist. Damit verschwindet das Vektorpotential für konstante skalare Felder Λ und konstante Phasen ϕ . Es ist jedoch auch stets möglich die Phase nicht konstant, sondern ortsabhängig zu wählen. Für beide Möglichkeiten finden sich in Abbildung 4.23 unterschiedliche Beispiele.

In Kapitel 4.2.3.1 werden zunächst die formalen Beschreibungen angegeben, um diese anschließend auf mögliche Visualisierungen zu beziehen. Mit Bezug zur Phase ϕ wird das Bild drehender Räder eingeführt. Die Wellenfunktion wird durch die Transformationen (T.1) bis (T.4) mit diesen drehenden Räder in Verbindung gebracht.



Abbildung 4.26: Visualisierung der Wellenfunktion Ψ_{320} , der Aufenthaltswahrscheinlichkeit ϱ_{320} , des Magnetfeldes $\vec{B} = B \cdot \vec{e}_y$ und des Vektorpotentials \vec{A} zur Veranschaulichung der Eichfreiheit bei der Phase ϕ bzw. des Skalarfeldes Λ . Die Observablen (Magnetfeld, Aufenthaltswahrscheinlichkeit) sind eichinvariant. Für Wellenfunktion und Vektorpotential sind unendlich viele Eichungen möglich.

Auch in diesem Kapitel gilt es die bisher formal beschriebenen Zusammenhänge graphisch zu visualisieren. Für die Visualisierung sollte der gemeinsame Zusammenhang von magnetischem Feld \vec{B} , Vektorpotential \vec{A} , Aufenthaltswahrscheinlichkeit ρ_{nlm} und Wellenfunktion Ψ_{nlm} bei Variation der Phase ϕ bzw. des Skalarfeldes Λ betrachtet werden.

Die beschriebenen Zusammenhänge sind zusammengefasst in Abbildung 4.26 visualisiert. Als Beispiel werden die konstante Phase $\phi_1 = \pi/2$ sowie die ortsabhängigen Phasen $\phi_2 = \sin(4\vartheta)$ (periodisch) sowie $\phi_3 = 2^\vartheta$ (asymmetrisch) sowie die zugehörigen Skalarfelder Λ betrachtet. Die Darstellung zeigt, dass die Variation der Phase ϕ die Gestalt der Wellenfunktion Ψ_{nlm} und die Gestalt des Vektorpotentials \vec{A} in der Erscheinung stark verändert. Unabhängig von der Wahl der Phase ϕ bleiben jedoch, wie ebenfalls in Abbildung 4.26 visualisiert, die Aufenthaltswahrscheinlichkeit ϱ_{nlm} und das Magnetfeld \vec{B} in der ursprünglichen Form erhalten.

Während die Form des Orbitals und der Wellenfunktion häufig als charakteristische Größe zur Beschreibung des Ortszustandes eines Elektrons betrachtet wird, zeigt Abbildung 4.26, dass diese eindeutige Zuordnung zu Quantenzahlen bei Variation der Phase nicht mehr möglich ist. Charakteristisch für die Orbitale sind somit keineswegs die Gestalt des Orbitals, sondern andere charakteristische Merkmale, wie beispielsweise die Anzahl an Knotenlinien bzw. in der hier gewählten Visualisierung die Anzahl an Knotenpunkten. Dieser Aspekt finden sich auch bereits in Kapitel 4.2.3.1 und Abbildung 4.24 diskutiert.

Die hier diskutierten Aspekte zur Nicht-Eindeutigkeit von Wellenfunktion und Vektorpotential greifen ein zentrales Prinzip der Quantenmechanik auf, das sich sehr passend an diesem Beispiel erklären lässt. Während die zugrunde liegenden quantenmechanischen Wellenfunktionen und das Vektorpotential \vec{A} nicht eindeutig sind und unendlich viele Eichungen bzw. Repräsentationen existieren, sind Observablen im Allgemeinen, d. h. im hier diskutierten Kontext die Aufenthaltswahrscheinlichkeit und das Magnetfeld \vec{B} , eichinvariant. Ein Elektron kann somit auf nahezu beliebige Art und Weise visualisiert werden. Vergleicht man dies mit der klassischen Vorstellung des Elektrons als Punktteilchen, in der alle Elektronen vollkommen unabhängig vom Elektronenzustand dieselbe Erscheinung besitzen, stellt diese Vorstellung einen Bruch dar. Dieser Umstand könnte so interpretiert werden, dass keine Visualisierung des Elektrons genutzt werden sollte. Es erscheint jedoch sinnvoll gerade die fehlende Eindeutigkeit in bildhaften Darstellungen auszudrücken, um damit dieses grundlegende Prinzip der Quantenphysik erfahrbar und für Lernende zugänglich zu machen. Weiterhin kann die Existenz von unendlichen vielen unterschiedlichen Repräsentationen verglichen mit den immer gleichen Punktteilchen genutzt werden, um beispielsweise im Kontext Magnetismus auf die Notwendigkeit der quantenmechanischen Betrachtungen hinzuweisen. Da das Elektron auch in solchen Lehrkontexten präsent ist, in denen die Quantenphysik traditionell nicht thematisiert wird, kann das Elektron möglicherweise genutzt werden, um bereits dort die Grundlagen für nachfolgende, komplexere Inhalte zu schaffen.

Weiterhin sollte berücksichtigt werden, dass sowohl ein messbares Magnetfeld $\vec{B} \neq 0$ als auch der Gradient eines Skalarfeldes $\vec{\nabla}\Lambda$ mit einem Vektorpotential \vec{A} verknüpft sind und deshalb in beiden Fällen eine Beeinflussung der Wellenfunktion Ψ_{nlm} festgestellt werden kann. Der Unterschied in der Änderung der Wellenfunktion liegt in der Wirbelfreiheit der Felder. Während die aus der skalaren Funktion resultierende Phase stets mit einem rotationsfreien Vektorpotential $\vec{\nabla} \times \vec{A} = 0$ verknüpft ist, weisen die aus einem realen Magnetfeld erwachsenden Vektorpotentiale stets echte Rotationen $\vec{\nabla} \times \vec{A} \neq 0$ auf.

Dieses Kapitel soll insgesamt dazu dienen, den Einfluss des Vektorpotentials \vec{A} im Kontext magnetischer Felder \vec{B} und Wellenfunktionen zu verstehen und die fundamentale Bedeutung dieser physikalischen Größe herauszustellen. Um letzteres überzeugend leisten zu können, erscheint es notwendig, das Vektorpotential \vec{A} nicht nur als alternative Formulierung bzw. Darstellung des magnetischen Feldes \vec{B} zu verwenden, da die Notwendigkeit dieser Dualität zunächst nicht einsichtig erscheint. Weiterhin ist die Verbindung des Vektorpotentials zur Wellenfunktion der Elektronen eindeutig, aber es mangelt dabei ebenfalls an zusätzlichen Argumenten, die die Notwendigkeit der gesonderten Behandlung des Vektorpotentials unterstützen, da dieses keine der bisher genannten Observablen beeinflusst. Genau dieses scheinbar nicht existierende Alleinstellungsmerkmal des Vektorpotentials A führt in der Geschichte dazu, dass einige Physiker, wie beispielsweise Hertz (1884), versuchen eine Theorie des Elektromagnetismus, d. h. im Wesentlichen der Maxwellschen Gleichungen, vollständig ohne Verwendung eines Vektorpotentials zu entwickeln [Her84]. Ein entsprechendes Zitat von Hertz (1893) bezieht sich auf das Vektorpotential \tilde{A} und fordert dazu auf, dieses sowie ähnliche Größen, die, wenn sie dem theoretischen Rahmen entzogen werden, keine Verminderung der Vorhersagen oder Beweise experimentellen Befunde zur Folge haben, aus den theoretischen Modellen zu entfernen [Her93]. Dieser Ansatz zur alternativen Beschreibung der Maxwellschen Gleichungen nutzt ausschließlich Kräfte als Grundlage des theoretischen Konstruktes, da diese stets messbare Größen repräsentieren [Bai07].

"Every theory which leads to the same system of equations, and therefore comprises the same possible phenomena, I would consider as being a form or special case of Maxwell's theory; every theory which leads to different equations, and therefore to different possible phenomena, is a different theory."

- Heinrich Hertz [Her93, S. 21]

Wenn es also möglich ist sämtliche Experimente und nachweisbaren Prozesse ohne das in diesem Sinne theoretische Konstrukt des Vektorpotentials im Rahmen einer Theorie zu erklären oder vorherzusagen, gibt es aus der Sicht von Hertz (1893) keine Argumente für den Beibehalt des Konstruktes [Her93]. Die Tatsache, dass es tatsächlich ein Experiment gibt, das das Vektorpotential \tilde{A} zur Beschreibung des Erfahrbaren nutzt und ohne dieses keine Erklärungen liefern kann, führt dazu, dass die wissenschaftsphilosophische Fragen zum Nutzen des Vektorpotentials nicht diskutiert werden muss. Bei diesem Experiment handelt es sich um den im Verlauf der 1960er Jahre experimentell nachgewiesenen Aharonov-Bohm-Effekt, bei dem sämtliche Erklärungsansätze im Rahmen der bekannten Theorien ohne das Vektorpotential Å nicht in der Lage sind das Phänomen zu erläutern [Cha60]. Die experimentelle Vorhersage des Effekts existiert jedoch bereits früher und wird unabhängig voneinander von Franz (1939), Ehrenberg und Siday (1949) sowie Aharonov und Bohm (1959) erbracht [Aha59, Aha61, Sar12]. Der Aharonov-Bohm-Effekt lässt sich in geeigneter Art und Weise durch das dazugehörige Interferenzexperiment mit Elektronen beschreiben, siehe Abbildung 4.27 [Sch07b]. Bei diesem Experiment nutzt man eine Elektronenquelle, um mithilfe eines Doppelspaltes ein Interferenzmuster auf einem Schirm zu erzeugen. Dieser Versuchsaufbau entspricht zunächst dem typischen Doppelspaltexperiment mit Elektronen, das erstmalig durch Jönsson (1961) durchgeführt wird und dient der Aufteilung des Elektronenstrahls zur Erzeugung des Interferenzbildes [Jön61]. In der ursprünglichen Anordnung von Chambers (1960) erfolgt diese Aufteilung des Elektronenstrahls ohne Änderung der zugrunde liegenden Versuchsidee durch elektrostatische Biprismen [Cha60].

Die zentrale Erweiterung des Experiments stellt ein hinter dem Doppelspalt befindliches Magnetfeld \vec{B} dar. Dieses ist so geartet, dass es vollkommen abgeschirmt nur im Bereich der Blende existiert und im Bereich der Wege 1 und 2 der Elektronen verschwindet. Ein solches Magnetfeld \vec{B} lässt sich beispielsweise durch eine sehr lange, dünne Spule erzeugen, bei der sich die Feldlinien weit außerhalb des Experimentes und des Laborsystems schließen und die Elektronen somit vom Magnetfeld \vec{B} nicht beeinflusst werden. Trotz dieses lokal für die Elektronen scheinbar irrelevanten Magnetfeldes verschiebt sich das Interferenzmuster bei eingeschaltetem Magnetfeld $\vec{B} \neq 0$ im Vergleich zum Zustand ohne dieses, siehe ebenfalls Abbildung 4.27. Die ersten Experimente können den Nachweis des vollkommen verschwindenden magnetischen Feldes im Bereich der Elektronen noch nicht erbringen [Cha60]. Dies gelingt erst viele Jahre später durch Tonomura (1986) [Ton86]. Eine Verschiebung des Interferenzmusters lässt sich bei diesem Experiment somit nicht auf das magnetische Feld \vec{B} , sondern auf das Vektorpotential \vec{A} zurückführen, da dieses, unter Berücksichtigung der Bedingung $\vec{\nabla} \times \vec{A} = 0$, auch außerhalb des vom \vec{B} -Feld eingenommen Bereiches existiert. Eine ausführliche theoretische Beschreibung dieses Effektes findet sich u. a. bei Schwabl (2007) [Sch07b, S. 151 ff.] und soll an dieser Stelle nicht näher diskutiert werden.

Der Aharonov-Bohm-Effekt stellt somit gewissermaßen die Wirkung eines Magnetfeldes \vec{B} auf einen Bereich dar, der von diesem Magnetfeld nicht direkt beeinflusst wird und stützt damit in besonderem Maße die Notwendigkeit der Berücksichtigung des Vektorpotentials \vec{A} , als realer physikalischer Größe in Abgrenzung zu einem rein theoretischen Konstrukt.

Die Diskussion des Vektorpotentials \vec{A} verdeutlicht insgesamt, dass Magnetfelder und



Abbildung 4.27: Schematische Darstellung zum Versuchsaufbau des zum Aharonov-Bohm-Effekt gehörigen Interferenzexperimentes nach [Sch07b, S. 152] und [Sem87, S. 382]. Durch das auch im Bereich ohne Magnetfeld gegebene Vektorpotential ergibt sich die Verschiebung des Interferenzmusters.

Zustände im Bereich der Quantenphysik direkt miteinander verknüpft sind. Sie vermittelt über die Nicht-Eindeutigkeit zusammen mit der Phase ϕ der Wellenfunktion ein Grundprinzip der Quantenmechanik. Durch diese Tatsachen und die Funktion von \vec{A} , als das dem Magnetfeld zugrunde liegende Potential, ergibt sich die Erkenntnis, dass das Vektorpotential sowohl einen elementaren Bestandteil in der Vermittlung quantenphysikalischer Prinzipien als auch im Rahmen einer Strukturierung des Magnetismus darstellt: Das dem magnetischen Feld \vec{B} zugrunde liegende \vec{A} -Feld wirkt als Uhrmacher und manipuliert die Phasen des Zustandes des Elektrons.

4.2.3.3 Spinzustand von Elektronen

Die Kapitel 4.2.3.1 und 4.2.3.2 beschreiben auf formaler und anschaulicher Ebene die Eigenschaften der Wellenfunktionen und Atomorbitale sowie die Zusammenhänge dieser Größen mit dem Vektorpotential \vec{A} und dem Magnetfeld \vec{B} . Damit werden die für das weiterführende Verständnis notwendigen Grundlagen zum Ortszustand der Elektronen beschrieben.

Elektronen können gemäß Kapitel 4.2.4 als zentrale Träger der magnetischen Momente der für diese Sachstruktur relevanten Magnetismusphänomene betrachtet werden. Der Elektronenzustand wird vollständig durch den Orts- und den Spinzustand beschrieben. Nach Klärung des Ortszustandes, gilt es somit in diesem Kapitel den Spin als charakteristische Größe des Spinzustandes, zu beschreiben. Analog zur klassischen Beschreibung in der induzierte und permanente magnetische Momente berücksichtigt werden, siehe Kapitel 4.2.1.1, ergibt auch die quantenmechanische Beschreibung zwei unterschiedliche magnetische Momente, die einerseits dem Orts- und andererseits dem Spin-Zustand zugeordnet werden können. Bevor die magnetischen Momente selbst diskutiert werden, sollten die Grundlagen für die fachliche Klärung in diesem Punkt dargelegt werden. Nach den Ausführungen zum Ortszustand in den vorherigen Kapiteln, soll in diesem Abschnitt der Elektronenspin beschrieben werden.

Die Entdeckung des Elektronenspins wird maßgeblich durch fehlende Erklärungen zu experimentellen Befunden Anfang des 20. Jahrhunderts angeregt [Cou91]. Insbesondere für die Linienaufspaltungen in Natrium- und anderen wasserstoffähnlichen Spektren und den anomalen Zeeman-Effekt existiert zu dieser Zeit keine Erklärung. Aus einer Beschreibung des historischen Hintergrundes der Entdeckung des Elektronenspins nach Goudsmit (1965) geht hervor, dass Pauli bereits 1924 die Idee eines quantenmechanischen Freiheitsgrades mit zwei möglichen Werten für das Elektron hervorbringt [Gou65, S. 445 ff.]. Die Beschreibung des historischen Hintergrundes sagt weiter aus, dass Kronig diesen Freiheitsgrad auf die Eigenrotation des Elektrons zurückführt, was von Pauli jedoch nachdrücklich kritisiert wird. Dennoch dominiert das Bild vom Elektron, das sich als klassisches Punktteilchen auf einer Achse um eine Elektronenbahn dreht und gleichzeitig eine Eigenrotation, den Elektronenspin, besitzt über viele Jahre, teilweise bis heute, viele Vorstellungen im Bereich der Struktur der Materie, siehe Abbildung 4.28 [Cou91]. Dieser Aspekt kann als extremes Beispiel für das Festhalten an den Vorstellungen des Bohrschen Atommodels interpretiert werden, das für viele eine scheinbar beliebig erweiterbare Grundannahme darstellt. Den Elektronenspin als Erklärung der eben genannten Experimente postulieren Uhlenbeck (1925) und Goudsmit (1926) [Uhl25, Gou26]. Die formale Quantentheorie des Elektronenspins wird von Pauli (1927) verfasst [Pau27]. Da der Elektronenspin eben eine quantenmechanische Größe ist, sollten auch die damit verbundenen Vorstellungen durch quantenmechanische Konzepte wie Zustände und Operatoren repräsentiert werden.

Zusätzlich zu den bisherigen Ausführungen, stellt das Stern-Gerlach-Experiment (1922) einen bedeutsamen Aspekt in der Entdeckung und Beschreibung des Elektronenspins dar [Ger22a, Ger22b]. Dieses Experiment eignet sich für eine durch das Phänomen geleitete Annäherung an die Theorie des Spins. Im Sinne der Vermittlung erscheint es sinnvoll den Spin bzw. die dazugehörige Spinquantenzahl nicht als gegebene Größe einzuführen, sondern die Relevanz des Spins an einer konkreten Problemstellung zu verdeutlichen. Eine solche Problemstellung stellt u. a. das bereits beschriebene Stern-Gerlach-Experiment dar. Das in Abbildung 4.29 dargestellte Experiment untersucht



Abbildung 4.28: Schematische Darstellung des Elektrons als klassisches Punktteilchen mit Bahnbewegung um eine Achse und Eigendrehung um die Spinachse nach [Cou91, S. 32]. In der Visualisierung wird der historische Versuch einer klassischen Analogie zur quantenmechanischen Größe des Spins veranschaulicht.

die Ablenkung von elektrisch neutralen Silberatomen im inhomogenen Magnetfeld. Das Experiment zeigt zunächst, dass die Atome beim Durchgang durch das Magnetfeld abgelenkt werden, sodass nachgewiesen ist, dass die Silberatome ein magnetisches Moment $\vec{\mu}_{Ag}$ tragen müssen, das im inhomogenen Magnetfeld zu einer magnetischen Kraft \vec{F}_{mag} führt [Gia06]. Klassisch betrachtet sollte die Ablenkung der Silberatome eine stochastische Verteilung ergeben. Eine solche Verteilung stellt sich jedoch nicht ein, da die Silberatome auf dem Schirm lediglich an zwei Stellen mit entsprechender räumlicher Verteiltung detektiert werden, siehe Abbildung 4.29. Aus der Aufspaltung des Strahls lässt sich schließen, dass das magnetische Moment $\vec{\mu}_{Ag}$ der Atome lediglich zwei unterschiedliche Zustände aufweist. Diese Quantisierung muss auf geeignete Quantenzahlen zurückzuführen sein.

Betrachtet man jedoch die magnetische Quantenzahl m, siehe Kapitel 4.2.3.1, existieren zu jeder Drehimpulsquantenzahl l genau m = 2l + 1 Möglichkeiten für die magnetische Quantenzahl m und damit stets eine ungerade Anzahl. Da bei der Aufspaltung des Strahls der Silberatome jedoch lediglich zwei Zustände beobachtet werden können, kann dieser Effekt durch die magnetische Quantenzahl m nicht erklärt werden [Hal94]. Um einen Wert von m = 2 zu erhalten, müsste l = 1/2 gelten, was jedoch aufgrund der Ganzzahligkeit von l nicht möglich ist. Es muss somit eine weitere Quantenzahl geben, die für den beobachteten Effekt verantwortlich ist. Diese Größe wird als Spinquantenzahl s bezeichnet und dem Spinoperator \hat{s} zugeordnet. Ein solcher Gedankengang lässt sich für ein Lehrkonzept nutzen, um die Notwendigkeit der Einführung des Spins zu



Abbildung 4.29: Schematische Darstellung des Versuchsaufbaus zum Stern-Gerlach-Experiment. Beim Durchgang von elektrisch neutralen Silberatomen durch ein inhomogenes Magnetfeld ergibt sich ein quantisiertes Abbild anstelle einer klassischen Verteilung.

motivieren und darzulegen.

Basierend auf den Ausführungen von Schwabl (2007) [Sch07b, S. 187 ff.], sollen in den nachfolgenden Absätzen die für die weiterführenden Erklärungen zum Magnetismus notwendigen Eigenschaften des Spins beschrieben werden. Dazu muss zunächst der quantenmechanische Spinoperator

$$\hat{\vec{s}} = (\hat{s}_x, \hat{s}_y, \hat{s}_z)$$
 (4.149)

genauer betrachtet werden. Für diesen Operator ergeben sich bei Anwendung auf einen Zustand die Eigenwerte $\pm \hbar/2$. Bezieht man dies beispielsweise auf einen beliebigen Einheitsvektor \vec{e}_i ergibt sich

$$\hat{\vec{s}} \cdot \vec{e}_i | \vec{e}_i, \pm \rangle = \pm \frac{\hbar}{2} | \vec{e}_i, \pm \rangle.$$
(4.150)

Typischerweise wird der Spin o. B. d. A. bezüglich der z-Achse, d. h. $\vec{e} = \vec{e}_z$ gewählt. Als Bezeichnungen für die Zustände nutzt man dabei $|\vec{e}_z, +\rangle = |\uparrow\rangle$ (*spin up*) sowie $|\vec{e}_z, -\rangle = |\downarrow\rangle$ (*spin down*). Die zugehörige Eigenwertgleichung für die z-Komponente des Spinoperators \hat{s}_z lautet somit für den Zustand *spin up* $|\uparrow\rangle$

$$\hat{s}_z|\uparrow\rangle = +\frac{\hbar}{2}|\uparrow\rangle \tag{4.151}$$

sowie für den Zustand spin down $|\downarrow\rangle$

$$\hat{s}_z |\downarrow\rangle = -\frac{\hbar}{2} |\downarrow\rangle. \tag{4.152}$$

Damit sind $|\uparrow\rangle$ und $|\downarrow\rangle$ die Eigenzustände des Spinoperators \hat{s}_z . Weiterhin gelten zwei zusätzliche Bedingungen für die z-Komponente von \hat{s}_z . Einerseits der Operator \hat{s}_z hermitesch, sodass $\langle\uparrow|\downarrow\rangle = 0$ gilt. Andererseits sollten die Zustände normiert sein, d. h. $\langle\uparrow|\uparrow\rangle = \langle\downarrow|\downarrow\rangle = 1$. Die Eigenzustände lassen sich damit als Basis nutzen, sodass sich ein allgemeiner Spinzustand $|\psi\rangle$ über den Zusammenhang

$$|\psi\rangle = \alpha_{+}|\uparrow\rangle + \alpha_{-}|\downarrow\rangle \tag{4.153}$$

ergibt. Dabei musst für die beiden Faktoren $\alpha_{\pm} \in \mathbb{C}$ sowie $|\alpha_{+}|^{2} + |\alpha_{-}|^{2} = 1$ als Normierung gelten, um die Interpretation von Messungen als Wahrscheinlichkeiten zu ermöglichen. Im Rahmen der Beschreibung des Ortszustandes von Elektronen in Kapitel 4.2.3.1 schließt sich an die formalen und theoretischen Ausführungen eine anschaulichere Beschreibung an, die dort in Form bestimmter Visualisierungen der Wellenfunktion ausgeführt wird. Auch für den Spin lässt sich eine anschaulichere Beschreibungsform finden. Diese Darstellung bezieht sich auf das Qubit. In den nachfolgenden Absätzen wird das Qubit in der Struktur von Dür und Heusler (2012) [Dür12, S. 1 ff.] zunächst allgemein beschrieben und dann auf den Spin bezogen.

Das Qubit beschreibt im Allgemeinen Systeme, bei denen bestimmte Eigenschaften nur zwei Werte annehmen können, d. h. so genannte 2-Niveau-Systeme. Die beiden möglichen Zustände werden zunächst mit $|0\rangle$ und $|1\rangle$ bezeichnet. Damit ergibt sich ein allgemeiner Zustand beim Qubit analog zu Gleichung (4.153) als

$$|\psi\rangle = \alpha_+|0\rangle + \alpha_-|1\rangle. \tag{4.154}$$

Die Wahrscheinlichkeiten der beiden Zustände $|0\rangle$ und $|1\rangle$ folgen aus den Koeffizienten über

$$p_0 = |\langle 0|\psi\rangle|^2 = |\alpha_+|^2 \tag{4.155}$$

sowie

$$p_1 = |\langle 1|\psi\rangle|^2 = |\alpha_-|^2. \tag{4.156}$$

Eine alternative Beschreibung dieses allgemeinen Zustandes nutzt die reellen Parameter $\vartheta, \varphi \in \mathbb{R}$, sodass

$$|\psi\rangle = \cos\frac{\vartheta}{2}|0\rangle + \sin\frac{\vartheta}{2}e^{i\varphi}|1\rangle$$
 (4.157)

folgt. Die reellen Parameter ϑ und φ entsprechen dem polaren und azimuthalen Winkel in Kugelkoordinaten. Für die Visualisierung dieses allgemeinen Zustandes als alternativer Repräsentationsform zur formalen Beschreibung lässt sich die Bloch-Kugel nutzen [Dür12, Dür14a, Dür14b]. Im Bild der Bloch-Kugel wird jedem allgemeinen Zustand $|\psi\rangle$ die Position eines Vektors der Länge 1 auf der Kugeloberfläche zugeordnet. Für die Vermittlung in der Schule und auch für einen sinnvollen Einstieg auf Hochschulniveau erscheint es ausreichend, diese Formulierung weiter einzuschränken. Die Reduktion beschränkt den allgemeinen Zustand $|\psi\rangle$ auf die reellen Werte. Dazu ist die Wahl $e^{i\varphi} = 1$
sowie $\vartheta \in [0, 2\pi]$ notwendig. Für die Visualisierung entspricht dies einem Schnitt in der xz-Ebene durch die Bloch-Kugel, sodass sich die Zustände sich auf dem Einheitskreis in der entsprechenden Ebene befinden. Der allgemeine Zustand wird in dieser Visualisierung als

$$|\psi\rangle = \cos\frac{\vartheta}{2}|0\rangle + \sin\frac{\vartheta}{2}|1\rangle$$
 (4.158)

beschrieben und in Abbildung 4.30 dargestellt. Die Abbildung zeigt den allgemeinen Zustand sowie beispielhaft die speziellen Zustände $|0\rangle$ ($\vartheta = 0$) und $|1\rangle$ ($\vartheta = \pi$).



Abbildung 4.30: Darstellung des Spins als Qubit in Form einer Zeigerposition auf dem Einheitskreis nach [Dür12, S. 3]. Das Qubit ermöglicht die Visualisierung eines 2-Niveau-Systems und reduziert die formalen Voraussetzung zum Verständnis zugehöriger Größen.

In der Physik ist das Qubit durch unterschiedliche Konzepte realisierbar. Typische Beispiele für das Qubit sind die Polarisationseigenschaft des Photons oder eben auch der Spin von Teilchen. In diesem Fall definiert man analog zum allgemeinen Zustand $|\psi\rangle$ durch die Identifikation $|0\rangle = |\uparrow\rangle$ sowie $|1\rangle = |\downarrow\rangle$ den allgemeinen Spinzustand $|s\rangle$ als zweidimensionalen Schnitt durch die Bloch-Kugel. Gemäß Gleichung (4.158) ist dieser allgemeine Spinzustand $|s\rangle$ somit als

$$|s\rangle = \cos\frac{\vartheta}{2}|\uparrow\rangle + \sin\frac{\vartheta}{2}|\downarrow\rangle \tag{4.159}$$

gegeben. Auch dieser Zustand ist in Abbildung 4.30 visualisiert.

Grundsätzlich kann ein Teilchen somit zunächst einen beliebigen Zustand $|s\rangle$ einnehmen. Die Durchführung einer Messung schränkt den Zustand jedoch auf zwei mögliche

Zustände ein. Für den Spin wird, wie bereits erwähnt, typischerweise die z-Richtung als Messrichtung gewählt. Dies entspricht der Einschränkung der möglichen Spinzustände auf die eben genannten Zustände $|0\rangle = |\uparrow\rangle$ und $|1\rangle = |\downarrow\rangle$. Da vor der Messung jedoch ein beliebiger Spin existiert, gibt der Winkel zwischen dem ursprünglichen Zustand und der Messrichtung die Wahrscheinlichkeit für die Ausrichtung des Spins an. Für die Wahrscheinlichkeiten gilt genauer

$$p_{\uparrow} = |\langle \uparrow | s \rangle|^2 = \left| \cos \frac{\vartheta}{2} \right|^2 \tag{4.160}$$

sowie

$$p_{\downarrow} = |\langle \downarrow | s \rangle|^2 = \left| \sin \frac{\vartheta}{2} \right|^2.$$
(4.161)

Gilt für den ursprünglichen Spinzustand beispielsweise $\vartheta = \pi/2$ so ergibt sich eine Ausrichtung parallel zur x-Achse, sodass bei Messung in z-Richtung die Zustände spin $up |\uparrow\rangle$ und spin down $|\downarrow\rangle$ mit gleicher Wahrscheinlichkeit existieren, siehe Abbildung 4.31. In dieser Interpretation, weiterhin im Sinne von Dür und Heusler (2012) [Dür12, S. 1 ff.], ist der Gesamtzustand des Qubits und somit auch des Spins nie zu erfassen, sondern zeigt sich stets nur als Einschränkung auf eine ausgezeichnete Messrichtung. Analog zur Beschreibung des Ortszustandes des Elektrons, ergibt sich erst durch die



Abbildung 4.31: Messung des Spins in z-Richtung und Angabe der Wahrscheinlichkeit für zwei exemplarische Zeigerpositionen bei Beschreibung durch Qubits nach [Dür12, S. 5]. Obwohl grundsätzlich unendlich viele Zustände möglich sind, ergibt sich aus der Messung die Einschränkung auf zwei mögliche Zustände.

Messung der Observablen eine eindeutige Messung ausgehend von der zuvor nicht eindeutig definierten Größe. Eine Visualisierung des Messprozesses findet sich in Abbildung 4.31.

Damit zeigt sich, dass sich auch für den Spin über das Qubit eine anschauliche für die Vermittlung geeignete Repräsentationsform finden lässt [Dür12, Dür14a, Dür14b]. Bezieht man weiterhin den Spin nicht nur auf die z-Achse, lässt sich der Spinoperator \hat{s} mithilfe der Pauli-Matrizen

$$\hat{\sigma}_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \hat{\sigma}_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad \hat{\sigma}_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$
(4.162)

als

$$\hat{s}_i = \frac{\hbar}{2}\hat{\sigma}_i \tag{4.163}$$

angeben. Diese Schreibweise ist sinnvoll, um so die spinunabhängige Schrödinger-Gleichung, siehe Gleichung (4.122) und (4.123), zu erweitern. Es ergibt sich durch Hinzufügen eines spinabhängigen Anteils die nichtrelativistische Pauli-Gleichung

.

$$\left[\left(\frac{\left(\hat{\vec{p}} - e\vec{A}\right)^2}{2m_e} + V(r) \right) \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0\\ 0 & 1 \end{pmatrix} + \mu_{\rm B} \cdot \hat{\vec{\sigma}} \cdot \vec{B} \right] \begin{pmatrix} \Psi_{\uparrow} \\ \Psi_{\downarrow} \end{pmatrix} = \hat{E} \begin{pmatrix} \Psi_{\uparrow} \\ \Psi_{\downarrow} \end{pmatrix}.$$
(4.164)

Die Lösung der Pauli-Gleichung für einen allgemeinen Spinzustand $|s\rangle$ ist unter Ausschluss von Translationsfreiheitsgraden und einem näherungsweise konstanten Potential V(r) im relevanten Raumbereich durch

$$\alpha_{\uparrow}(t) = \alpha_{\uparrow}(t) \cdot e^{-i\frac{Et}{\hbar}} \tag{4.165}$$

und

$$\alpha_{\downarrow}(t) = \alpha_{\downarrow}(t) \cdot e^{-i\frac{Et}{\hbar}} \tag{4.166}$$

gegeben. Aufgrund der Energieeigenwerte

$$E_{\uparrow} = \frac{\hbar\omega_0}{2} \tag{4.167}$$

und

$$E_{\downarrow} = -\frac{\hbar\omega_0}{2},\tag{4.168}$$

folgt somit als allgemeine Beschreibung des Spinzustandes in diesem System

$$|s\rangle = \alpha_{\uparrow} \cdot e^{-i\frac{\omega_0 t}{2}}|\uparrow\rangle + \alpha_{\downarrow} \cdot e^{i\frac{\omega_0 t}{2}}|\downarrow\rangle.$$
(4.169)

Für die Erwartungswerte der einzelnen Komponenten des Spinoperators $\langle \hat{s} \rangle$ erhält man

$$\langle \hat{s}_x \rangle = \alpha_{\uparrow} \alpha_{\downarrow} \hbar \cos(\omega_0 t),$$
 (4.170)

$$\langle \hat{s}_y \rangle = \alpha_{\uparrow} \alpha_{\downarrow} \hbar \sin(\omega_0 t),$$
 (4.171)

$$\langle \hat{s}_z \rangle = \frac{\hbar}{2} \left(|\alpha_{\uparrow}|^2 - |\alpha_{\downarrow}|^2 \right). \tag{4.172}$$

Diese Herleitung ist wichtig, um zu erkennen, dass bei konstanter z-Komponente ein dynamisches Verhalten der x- und y-Komponente des Spins existiert. Dieses Verhalten entspricht der sogenannten Larmor-Präzession des Spins.

Überträgt man die entwickelten Vorstellungen zum Qubit auf das einführend beschriebene Stern-Gerlach-Experiment, lässt sich auch der zu Beginn existierende Überlagerungszustand des Spins der Silberatome visualisieren, siehe Abbildung 4.29 und 4.32. Das Magnetfeld \vec{B} bewirkt dann eine Sortierung der Silberatome nach der Ausrichtung



Abbildung 4.32: Schematische Darstellung des Stern-Gerlach-Experimentes unter Berücksichtigung des Spins der Silberatome bei Modellierung durch Qubits nach [Dür12, S. 7].. Die Inhomogenität des Magnetfeldes entspricht der Messung in z-Richtung und ergibt die Quantisierung.

des Spins, d. h. die Inhomogenität in z-Richtung entspricht der Messung in eben dieser ausgezeichneten Richtung, da beide Spinausrichtungen mit derselben Wahrscheinlichkeit aus dem Überlagerungszustand hervorgehen können, siehe ebenfalls Abbildung 4.32.

In diesem Kapitel werden somit die Grundlagen für die Beschreibung des Elektronenspins ausgeführt. Zudem wird mit dem Qubit eine für die Vermittlung geeignete Repräsentationsform eingeführt. In Kapitel 4.2.4.3 werden diese Vorstellungen auf magnetische Momente bezogen, sodass anschließend beschrieben werden kann, auf welche Art und Weise sich das mit dem Spin verbundene magnetische Moment ergibt.

4.2.3.4 Übergang von klassischer zu quantenmechanischer Beschreibung von Elektronenzuständen

Die vorherigen Kapitel 4.2.3.1 bis 4.2.3.3 dienen zur Klärung der fachlichen Grundlagen für den Orts- und Spinzustand von Elektronen und zur Einführung bestimmter für die Vermittlung geeigneter alternativer Repräsentationsformen. Da sowohl Ferroals auch Dia- und Paramagnetismus auf Eigenschaften von Elektronen zurückgeführt werden können, ist die Kenntnis des quantenmechanischen Elektronenzustandes grundlegend für das Verständnis magnetischer Phänomene. In Ergänzung dazu werden in Kapitel 4.2.1 unterschiedliche klassische Ansätze zur Erklärung magnetischer Phänomene dargestellt, die vielfach in der Lehre Verwendung finden. Obwohl diese Ansätze letztendlich keine Erklärung magnetischer Phänomene liefern können, erscheinen einige Vorstellungen, wie bereits eingehend erläutert, sinnvoll als Einstieg zur Beschreibung von Magnetismus auf dieser Ebene. Insbesondere die Vorstellung von zwei unterschiedlichen Mechanismen zur Erzeugung magnetischer Momente und die Vorstellung der Überlagerung erscheinen diesbezüglich sinnvoll. Da die klassischen Ansätze jedoch notwendigerweise in quantenmechanische Vorstellungen überführt werden müssen, gilt es diesen Übergang aus fachdidaktischer Perspektive zu entwickeln.

Die klassische Beschreibung des Elektronenzustandes ergibt sich beispielsweise durch den Radius der Elektronenbahnen r, die Winkelgeschwindigkeit ω und daraus resultierende Größen wie u. a. die Stromstärke I, sodass ausschließlich klassische physikalische Größen genutzt werden. Damit entspricht die Beschreibung für gebundene Elektronen im Wesentlichen den Vorstellungen des Bohrschen Atommodelles, siehe Abbildung 4.33. Nach Bohr (1913) befinden sich die an den Atomkern gebundenen, d. h. im Coulomb-Potential befindlichen, Elektronen auf stationären Bahnen, die den Energiezuständen E_n der Elektronen entsprechen [Boh13]. Da die Elektronen diskrete Energiezustände aufweisen, existieren nur bestimmte Bahnen, auf denen sich die Elektronen nach Bohr ohne Emission elektromagnetischer Strahlung um den Atomkern bewegen. Übergänge von einem stationären Zustand in einen anderen sind durch Emission oder Absorption elektromagnetischer Strahlung möglich. Bei einem solchen Übergang entspricht die Energiedifferenz zwischen zwei Bahnen $\Delta E = E_m - E_n$ der Frequenz

$$f = \frac{\Delta E}{h} = \frac{E_m - E_n}{\hbar} \tag{4.173}$$

der absorbieten bzw. emittierten Strahlung nach Planck (1900) [Pla00].

Eine Erweiterung des Bohrschen Atommodells von de Broglie (1924) weist den nach Bohr (1913) kreisförmigen Bahnen der Elektronen eine andere Gestalt zu [Boh13, Bro24]. Nach dieser Erweiterung führen die Elektronen keine zirkulare Bewegung aus, sondern entsprechen jeweils einer eindimensionalen stehenden Welle. Die Vorstellung wird zusammen mit dem Modell von Bohr als zweidimensionale stehende Welle interpretiert, siehe ebenfalls Abbildung 4.33. Als charakteristische Größe für die unterschiedlichen Energieniveaus lassen sich gemäß Abbildung 4.33 die Knotenpunkte der Schwingungen identifizieren. Aus der quantenmechanischen Beschreibung des Ortszustandes der Elektronen aus Kapitel 4.2.3.1 ist jedoch bekannt, dass die angemessene fachliche Definition in drei Dimensionen über die Kugelflächenfunktionen $Y_{lm}(\vartheta, \varphi)$ er-



Abbildung 4.33: Darstellung kreisförmiger Elektronenzustände im Bohrschen Atommodell sowie der Erweiterung nach de Broglie durch Zuordnung stehender.

folgt. Betrachtet man stehende Wellen auf der Kugeloberfläche, ergeben sich anstelle der Knotenpunkte charakteristische Knotenlinien.

Die Vorstellung von Knotenpunkten und Knotenlinien lässt sich nicht nur theoretisch beschreiben. Vielmehr eignet sich die Betrachtung klassischer Schwingungszustände für die Vermittlung zur Demonstration der grundlegenden Konzepte stehender Wellen. Klassisch lassen sich eindimensionale stehende Wellen am Beispiel der Gitarre, zweidimensionale stehende Wellen am Beispiel von Chladnis Klangfiguren und dreidimensionale stehende Wellen als Schwingungen einer Seifenhaut visualisieren. Nachfolgend wird, im Sinne der Beschreibungen und Modellierung von Heusler (2017) [Heu17] ein Ansatz für die Verwendung klassischer Schwingungszustände zur Erläuterung bestimmter Grundprinzipien quantenmechanischer Schwingungszustände dargestellt.

Für die Interpretation des Elektronenzustands als zweidimensionale stehende Welle eignen sich die Chladnischen Klangfiguren. Chladni (1787) untersucht klassische Schwingungen in zwei Dimensionen durch die Erzeugung sogenannter Klangfiguren bei mit Sand bestreuten dünnen Platten, die mithilfe eines Geigenbogens in Schwingungen versetzt werden [Ull83]. Durch die Anregung von Schwingungen bei diesen dünnen Platten existieren bestimmte Knotenlinien, an denen die Platte sich nicht bewegt, sodass sich Sand an entsprechenden Stellen sammelt. Im Vergleich zur eindimensionalen stehenden Welle, beispielsweise bei einer Gitarre, werden die charakteristischen Knotenpunkt in zwei Dimensionen zu Knotenlinien. Es muss dabei zwischen radialen Knotenlinien, mit festem Radius, und azimuthalen Knotenlinien, mit festem Winkel, unterschieden werden.

Die klassischen Schwingungszustände ergeben sich aus sämtlichen möglichen Kombinationen dieser Knotenlinien. Im Sinne von Heusler (2017) [Heu17] lassen sich alle klassischen Schwingungszustände durch Fouriertransformation auf ein begrenztes Spektrum unterschiedlicher Kombinationen von r radialen und l azimuthalen Knotenlinien zurückführen, siehe Abbildung 4.34.

Neben dieser klassischen Beschreibung von Schwingungen lassen sich auch quantenmechanische Schwingungszustände bestimmen. Beispielsweise für das Wasserstoffatom ergibt sich je nach Energiezustand eine unterschiedliche Anzahl an Knotenlinien. Unter Berücksichtigung der gewählten Darstellung aus Kapitel 4.2.3.1 wird dies dort durch die Angabe der Knotenpunkte in Abbildung 4.24 bereits dargestellt. Obwohl sich für jedes Energieniveau unterschiedliche Schwingungszustände gemäß der Orbitale identifizieren lassen, unterscheiden sich diese nur geringfügig energetisch. Dieses Konzept



Abbildung 4.34: Interpretation der Energiezustände n des Bohrschen Atommodells (links) als Anzahl der Knotenlinien klassischer Schwingungszustände in zwei Dimensionen (rechts) nach [Heu17].

lässt sich auf Bohrs Postulat diskreter Energieniveaus beziehen, da somit jedem Energieniveau eine bestimmte Anzahl an Knotenlinien zugeordnet werden kann. So lassen sich jeder Bohrschen Bahn mit Energiequantenzahl n genau diese n klassischen Grundschwingungen zuordnen, siehe ebenfalls Abbildung 4.34, die jeweils l = n - 1Knotenlinien aufweisen. Interpretiert man die zweidimensionalen Schwingungen als Zustand des Elektrons durch Bezug auf das Bohrsche Atommodell, existiert für einen in diesem Fall ebenfalls zweidimensionalen Elektronenzustand ein bestimmtes Spektrum, das sich durch Betrachtung der Energieniveaus n und unterschiedliche Arten von Knotenlinien ergibt, siehe Abbildung 4.35.

Erweitert man die Vorstellung des Elektrons als zweidimensionales Objekt, gemäß Abbildung 4.35, auf drei Raumdimensionen, verändert sich das Spektrum, siehe Abbildung 4.36. Aufgrund der Kugelsymmetrie, existiert in diesem Fall für l = 0, d. h. bei ausschließlich radialen Knotenlinien, für jede Energie weiterhin genau ein Zustand. Für l = 1, d. h. bei einer azimuthalen und einer radialen Knotenlinie existieren jedoch für jeden Energiezustand n drei Möglichkeiten, da die azimuthale Knotenlinien aufgrund der Dreidimensionalität, relativ zu einer ausgezeichneten Raumrichtung, horizontal oder vertikal ausgerichtet erscheinen und zudem mit unterschiedlichem Drehsinn rotieren

können. Nach Heusler (2017) [Heu17] kann die Drehung der Knotenlinie als Manipulation des Zustandes verstanden und hinsichtlich der quantenmechanischen Interpretation auf den Drehimpulsoperator \hat{L}_{\pm} bezogen werden. In derselben Interpretation entspricht die Drehung dem Drehimpulsoperator \hat{L}_z , wenn z der vorher beschriebenen ausgezeichneten Raumrichtung entspricht. Die Schwingungszustände mit gleicher Anzahl azimuthaler Knotenlinien und unterschiedlichem Drehsinn können auch als Spiegelzustände einer vertikalen Spiegelebene interpretiert werden [Heu13]. In dieser Betrachtung befindet sich ein Zustand mit ausschließlich horizontalen azimuthalen Knotenlinien im Zentrum der Spiegelebene und wird somit auf sich selbst gespiegelt. Alle weiteren Zustände werden durch Spiegelung an derselben Spiegelebene auf einen Zustand mit gleicher Anzahl azimuthaler Knotenlinien und entgegengesetztem Drehsinn projiziert. Für zwei azimuthale Knotenlinien und eine radiale Knotenlinie, d. h. l = 2 und n = 3, existing something the set of the azimuthalen Knotenlinie fünf mögliche Zustände, siehe ebenfalls Abbildung 4.36. Es sollte hier noch einmal betont werden, dass für diese Interpretation das Elektron als dreidimensionales Objekt und Schwingungen auf der zweidimensionalen Kugeloberflä-



Abbildung 4.35: Darstellung des Spektrums der Elektronenzustände bei Energieniveau *n* und Interpretation des Elektrons als zweidimensionales Objekt unter Berücksichtigung der Ortszustände nach [Heu17].

che betrachtet werden.

In den bisherigen Interpretationen wird jedoch ausschließlich der Ortszustand der Elektronen in Form der Schwingungszustände betrachtet. Da es sich bei Elektronen jedoch nicht um klassische Teilchen handelt, muss mit dem Spin im Sinne der quantenmechanischen Beschreibung von Elektronen eine weitere Zustandsgröße berücksichtigt werden. Für jeden Zustand des Elektrons, gemäß des Spektrums aus Abbildung 4.36, existieren durch den Spin genau zwei zusätzliche Schwingungsmoden, die den Elektronenspinzuständen *spin up* $|\uparrow\rangle$ und *spin down* $|\downarrow\rangle$ entsprechen. Die vollständigen Elektronenzustände |Elektron) ergeben sich somit aus dem Produkt der möglichen Ortszustände |Ort \rangle und der Spinzustände |Spin \rangle .

Weiterhin sollte berücksichtigt werden, dass den Zuständen bei Berücksichtigung des Spins keine real erfahrbaren Schwingungen zugeordnet werden können. Während die zweidimensionale Interpretation sich in Form Chladnischer Klangfiguren realisieren lässt und die dreidimensionale Interpretation sich durch die Schwingungen einer Seifenhaut im Raum ergibt, kann für höherdimensionale Zustände keine Realisierung und keine explizite Visualisierung erfolgen. Aus diesem Grund wird eine Visualisierung ge-



Abbildung 4.36: Darstellung des Spektrums der Elektronenzustände bei Energieniveau *n* und Interpretation des Elektrons als dreidimensionales Objekt unter Berücksichtigung der Ortszustände nach [Heu17].

nutzt, die den Ortszustand und Spinzustand, der wie in Kapitel 4.2.3.3 hergeleitet durch das Qubit visualisiert werden kann, vereint und auf den höherdimensionalen Charakter hindeutet. Die zugehörige Visualisierung ist in Abbildung 4.37 angegeben. Ähnlich der zuvor beschrieben Vorstellung der Spiegelung von Ortszuständen an einer Spiegelebene, können auch die beiden möglichen Spinzustände eines Elektrons als Spiegelzustände interpretiert werden [Heu13]. In diesem Fall verläuft die Spiegelebene jedoch nicht durch einen Zustand, sondern mittig zwischen den beiden, d. h. kein Spinzustand wird auf sich selbst abgebildet. Die beiden Elemente der Spiegelebene entsprechen somit den Zuständen *spin up* $|\uparrow\rangle$ und *spin down* $|\downarrow\rangle$. Damit zeigt sich, dass durch die beiden möglichen Spinzustände für jeden Ortszustand das Spektrum der Elektronenzustände verdoppelt wird, siehe Abbildung 4.38.



Abbildung 4.37: Visualisierung des höherdimensionalen Elektronenzustands als Produkt aus Ortszustand und Spinzustand. Die quantenmechanische Beschreibung des Elektrons benötigt die vollständige Angabe der beiden Zustände.

Das in Abbildung 4.38 dargestellte Spektrum entspricht in der Interpretation von Heusler (2017) [Heu17] einer möglichen Weiterentwicklung des Bohrschen Atommodells hin zu einer quantenmechanischen Beschreibung von Elektronen auf Grundlage von Schwingungszuständen. In dieser Interpretation lässt sich in Ergänzung zur Angabe der eigentlichen Zuständen auch das Prinzip des Operators einführen, da die Drehung der azimuthalen Knotenlinien von der senkrechten in die waagerechte Orientierung sowie die Rotation des Zustandes den Drehimpulsoperatoren \hat{L}_{\pm} bzw. \hat{L}_{z} entspricht. Aus dieser Interpretation ergibt sich wiederum, dass der im klassischen Fall beliebige Abstand zwischen zwei Elektronenzuständen im Sinne der quantenmechanischen Modellierung dem Planckschen Wirkungsquantum \hbar entspricht. Dies gilt sowohl für die vertikalen Abstände zwischen den Spinzuständen pro Energieniveau nals auch für die horizontalen Abstände der Ortszustände. Weiterhin wird damit durch die Spiegelzustände des Spins sofort der den Spinzuständen zugeordnete Wert $\pm \hbar/2$ abgeleitet, da dieser dem Abstand der beiden Spinzustände zur jeweiligen horizontalen Spiegelebene entspricht. Diese Vorstellung lässt sich den Erläuterungen zu Qubit und Spin in Kapitel 4.2.3.3 zuordnen.

Bereits diese Aspekte zeigen, dass eine entsprechende Weiterentwicklung des Bohrschen Atommodells, durch Betrachtung und Erweiterung klassischer Schwingungszustände, viele Grundprinzipien atomarer Elektronenzustände anschaulich erläutert und konsistent ableitet. Zudem erklärt diese Interpretation durch das Abzählen von Knotenlinien, warum zu jeder Elektronenbahn mit Energie n des Bohrschen Atommodells genau $2n^2$ Elektronenzustände existieren.

Die traditionelle Beschreibung von atomaren Elektronenzuständen nutzt Atomorbitale zur Visualisierung der maximalen Aufenthaltswahrscheinlichkeit der an den Atomkern gebundenen Elektronen. Betrachtet man Atomorbitale zeigt sich, dass das *s*-Orbital keine Knotenlinie, das *p*-Orbital eine Knotenlinie, das *d*-Orbital zwei Knotenlinien, usw. aufweist. Auch diese in der wissenschaftlichen Praxis vollkommen gebräuchliche Beschreibung von Elektronenzuständen bezieht sich auf Knotenlinien, sodass der vorher beschriebene Übergang, ausgehend vom Bohrschen Atommodell, als direkt an-



Abbildung 4.38: Darstellung der Anordnung und Symmetrien der Eigenzustände n, l, m und s und Interpretation des Elektrons als vierdimensionales Objekt unter Berücksichtigung der Orts- und Spinzustände nach [Heu17].

schlussfähig an das Konzept der Atomorbitale angesehen werden kann.

Der Übergang von einer klassischen zur quantenmechanischen Beschreibung von Elektronenzuständen im Sinne von Heusler (2017) [Heu17] ausgehend vom Bohrschen Atommodell, der Vorstellung von Elektronen als stehender Welle nach de Broglie und den klassischen zweidimensionalen Schwingungszuständen Chladnis, erweist sich als anschaulich, tragfähig und kann direkt zur Veranschaulichung grundlegender Prinzipien des Aufbaus von Atomen genutzt werden. Am Beispiel des Periodensystems der Elemente und den genannten Atomorbitalen wird zudem deutlich, dass die Vorgehensweise anschlussfähig an weitere fachliche Inhalte ist [Heu17].

Mit Bezug zum Magnetismus soll im weiteren Verlauf der fachlichen Klärung gezeigt werden, dass die für diese Sachstruktur relevanten magnetischen Phänomene sämtlich auf die magnetischen Momente von Elektronen zurückgeführt werden können. Deshalb ist es entscheidend eine geeignete Beschreibung von Elektronenzuständen zu verwenden, die auch für die Lehre geeignet ist. Die vorherigen Ausführungen stellen eine geeignete Möglichkeit dar die Elektronenzustände in die Vermittlung einzubeziehen. Dabei unterscheidet sich die Vorgehensweise von Heusler (2017) [Heu17] durch das geringe Maß an mathematischen Formalismen und den expliziten Bezug zu realen erfahrbaren Phänomenen, wie den Chladnischen Klangfiguren, von traditionellen Vermittlungskonzepten. Die Orientierung an diesen Realerfahrungen greift zudem ein für die Entwicklung dieser Sachstruktur zentrales Element auf. Als Ergebnis der vorherigen Beschreibung muss festgehalten werden, dass die vollständige Charakterisierung des Elektrons durch die Betrachtung des Ortszustandes sowie des Spinzustandes erfolgen muss.

4.2.4 Beiträge zum magnetischen Moment

In den Kapiteln 4.2.1 und 4.2.2 wird auf unterschiedliche Art und Weise die Notwendigkeit einer quantenmechanischen Beschreibung magnetischer Erscheinungen ausführlich dargelegt. Da die Quantenmechanik in der Regel auf stark mathematisierten Formalismen beruht und diese für Lernende sehr voraussetzungsvoll sind, werden zudem in Kapitel 4.2.3 Ansätze zur Übersetzung der stark formalisierten Sprache in eine niederschwelligere Sprache auf Grundlage mathematisch fundierter Visualisierungen eingeführt. Diese Visualisierungen beziehen sich insbesondere auf Wellenfunktionen, das Vektorpotential, dessen hervorgehobene Bedeutung im Bereich der Quantenphysik und des Magnetismus ebenfalls analysiert wird, und den Spin. Die Kapitel sind in diesem Sinne als Motivation für das weitere Vorgehen zu betrachten und sollen darüber hinaus die notwendigen fachlichen und fachdidaktischen Grundlagen bereitstellen, um die fachliche Klärung im Bereich Magnetismus weiterentwickeln zu können.

Die fachliche Klärung schließt an die Einführung magnetischer Momente $\vec{\mu}$ zu Beginn von Kapitel 4.2 an. Für den Übergang zur mikroskopischen Welt des Magnetismus wird die im Makroskopischen zur Beschreibung von magnetischen Phänomenen genutzte Magnetisierung \vec{M} im Mikroskopischen durch die magnetischen Momente $\vec{\mu}$ ersetzt. Magnetische Momente lassen sich als Ursache für die Magnetisierung sämtlicher Materie betrachten und sind somit für die in Kapitel 4.1.1 beschriebenen Phänomene verantwortlich.

Die Betrachtung der magnetischen Momente $\vec{\mu}$ versucht zunächst eine Analyse der unterschiedlichen Ursachen für eben diese Dipolmomente. Obwohl die unterschiedlichen Magnetismusformen ganz verschiedene Phänomene offenbaren, manchmal sehr stark und in vielen Fällen scheinbar nur verschwindend gering mit magnetischen Feldern wechselwirken und eine einheitliche Klassifizierung von Magnetismus eine sehr komplexe Aufgabe darstellt, lassen sich sämtliche an dieser Stelle relevanten magnetischen Momente $\vec{\mu}$ einzig und allein auf zwei Ursachen zurückführen. Erstaunlicherweise ist allein durch diese beiden Beiträge die Zuordnung magnetischer Eigenschaften zu nahezu sämtlichen Stoffen und insbesondere den Elementen des Periodensystems möglich. Die Ursachen beziehen sich einerseits auf mikroskopische Ströme in Verbindung mit Orbitalen und andererseits auf die Spins von Teilchen. Weiterhin sollten die Einflüsse von Elektronen sowie Atomkernen als Grundbausteinen der Materie unterschieden werden. Die Bezeichnungen für die unterschiedlichen magnetischen Momente $\vec{\mu}$ werden bezüglich der unterschiedlichen Ursachen und Träger wie folgt gewählt:

- $\vec{\mu}_{e,I}$: Strom durch mikroskopische Ströme des Elektrons, siehe Kapitel 4.2.4.1,
- $\vec{\mu}_{k,I}$: Strom durch mikroskopische Ströme des Atomkerns, siehe Kapitel 4.2.4.2,
- $\vec{\mu}_{e,s}$: Spin des Elektrons, siehe Kapitel 4.2.4.3,
- $\vec{\mu}_{k,s}$: Spin des Atomkerns, siehe Kapitel 4.2.4.4.

Eine Übersicht der Bezeichnungen findet sich ebenfalls in Abbildung 4.39. Nach vollständiger Darstellung aller vier Beiträge und Diskussion expliziter Abschätzungen typischer Werte, wird Abbildung 4.39 zum Abschluss des Kapitels als Abbildung 4.42 noch einmal modifiziert und um zusätzliche Informationen ergänzt. Die vier unterschiedlichen magnetischen Momente lassen sich in den unterschiedlichsten Kontexten bestimmten Anwendungen und Phänomenen zuordnen. Mit Blick auf die zu Beginn dieser Sachstruktur dargestellten Phänomene soll jedoch analysiert werden, ob es möglich ist über bestimmte Eigenschaften der magnetischen Momente didaktische Elementarisierungen vornehmen zu können. Es gilt dabei insbesondere die Größenordnungen der magnetischen Momente zu vergleichen und typische Konstellationen des wechselseitigen Auftretens zu betrachten, um eine genauere Klassifizierung vornehmen zu können. Ziel dieser fachlichen Analyse ist eine Systematik zum Magnetismus, die bei Kenntnis unterschiedlicher Einflussfaktoren eine Vorhersage der vorliegenden magnetischen Erscheinungsform ermöglicht. Über diese Systematik lassen sich insbesondere Dia-, Para- und Ferromagnetismus voneinander abgrenzen. Die Unterscheidung der drei zentralen Ausprägungen wird vornehmlich in Kapitel 4.2.5, Kapitel 4.2.6 und Kapitel 4.2.7 für den Magnetismus atomarer und quasifreier Elektronen sowie kollektiver magnetischer Phänomene besprochen. Weiterhin sollen die der Elementarisierung zugrunde liegenden Annahmen explizit gemacht werden, um eine Beurteilung der Vorgehensweise zu ermöglichen.

Die Berücksichtigung der Wechselwirkung zwischen magnetischen Feldern und Atomorbitalen bezieht sich dabei natürlich nur auf die atomaren magnetischen Phänomene. Dieser Einstieg über die atomaren Ausprägungen ermöglicht jedoch einen didaktisch sinnvollen Übergang hin zum Magnetismus quasifreier Elektronen und kollektiver Phänomene. Dieser Übergang wird in Kapitel 4.2.6 und 4.2.7 beschrieben. Sollte sich



Abbildung 4.39: Zusammenfassende Darstellung der wesentlichen Beiträge und Träger magnetischer Momente. Sowohl Elektronen als auch Atomkerne ergeben aufgrund von Spins und mikroskopischen Strömen verschiedene Beiträge zum atomaren magnetischen Gesamtmoment.

bis zu diesem Kapitel der Eindruck einstellen, dass die Erläuterungen zum Magnetismus im Bereich der mikroskopischen Ströme auf atomaren Magnetismus beschränkt sind, ist dieser Hinweis zu berücksichtigen.

Als Ergebnis der nachfolgenden Analysen des Kapitels 4.2.4 wird sich zeigen, dass für die für diese Sachstruktur relevanten Phänomene der magnetischen Erscheinungsformen sämtlich auf die magnetischen Momente von Elektronen zurückgeführt werden können und die magnetischen Momente der Atomkerne für die hier besprochenen Kontexte vernachlässigbar sind. Aus diesem Grund schließen die Beschreibungen und Herleitungen der Kapitel 4.2.4.1 bis 4.2.4.4 an die klassischen Ansätze der Newtonschen Mechanik aus Kapitel 4.2.1.1 an. Auch bei der quantenmechanischen Beschreibung wird sich zeigen, dass diamagnetische Momente auf induzierte Ströme zurückzuführen sind und paramagnetische Momente den stets vorhandenen, permanenten magnetischen Momenten der Materie entsprechen, die in diesem Fall dem Spin zugeordnet werden. Bei den klassischen Ansätzen erfolgt die Berechnung der magnetischen Momente jedoch nicht nur über die Newtonsche Mechanik. Während die Ansätze unter Berücksichtigung der Theorie von Newton sowie Bohrs Atommodell anschaulich sind, erlaubt die Berechnung über den Hamilton-Formalismus, siehe Kapitel 4.2.1.2 eine direkte und unmittelbare Herleitung magnetischer Momente und zugehöriger Energien über die Hamilton-Funktion.

In der Quantenmechanik wird die Hamilton-Funktion durch den Hamilton-Operator ersetzt. Wie in Kapitel 4.2.3.1 gilt für jedes Teilchen der Ladung q im Magnetfeld \vec{B} bzw. im Vektorpotential \vec{A} der Ansatz

$$\hat{H}\Psi_{nlm}(r,\vartheta,\varphi) = \hat{E}\Psi_{nlm}(r,\vartheta,\varphi)$$
(4.174)

mit Hamilton-Operators \hat{H} und Impulsoperator $\hat{\vec{p}} = i\vec{\nabla}/\hbar$ sowie der Coulomb-Eichung $\vec{\nabla} \cdot \vec{A} = 0 \iff \vec{A} = (\vec{B} \times \vec{r})/2$ [Bar15], sodass

$$\hat{H} = \frac{1}{2m_e} \left(\hat{\vec{p}} - q\vec{A}\right)^2 + V(r)$$
(4.175)

$$= \frac{1}{2m_e} \left[-\hbar^2 \Delta + iq\hbar \vec{\nabla} \cdot \vec{A} + iq\hbar \vec{A} \cdot \vec{\nabla} + iq\hbar \vec{A} \cdot \vec{\nabla} + \left(q\vec{A}\right)^2 \right] + V(r)$$
(4.176)

$$= -\frac{\hbar^2}{2m_e}\Delta - \frac{q}{2m_e}\left(\vec{B}\times\vec{r}\right)\cdot\hat{p} + \frac{q^2\left(\vec{B}\times\vec{r}\right)^2}{8m_e} + V(r)$$

$$(4.177)$$

folgt. Für das Elektron mit Elementarladung $e=-1.602\times 10^{-19}\,{\rm C}<0$ im Coulomb-Potential gilt somit

$$\hat{H} = \hat{H}_0 - \frac{e}{2m_e}\vec{B} \cdot \left(\vec{r} \times \hat{\vec{p}}\right) + \frac{e^2 B^2}{8m_e} \cdot r^2$$
(4.178)

$$= \hat{H}_{0} + \underbrace{\mu_{\mathrm{B}} \cdot \frac{\vec{B} \cdot \vec{L}}{\hbar}}_{\hat{H}_{\mathrm{Para}}} + \underbrace{\frac{e^{2}B^{2}}{8m_{e}} \cdot r^{2}}_{\hat{H}_{\mathrm{Dia}}}.$$
(4.179)

Dabei wird der senkrecht zu \vec{B} existierende Anteil von \vec{r} , d. h. $\vec{r}^2 = x^2 + y^2$, berücksichtigt. Im Vergleich zur zeitunabhängigen Schrödinger-Gleichung ohne Magnetfeld werden durch den angepassten Hamilton-Operator sowohl der para- als auch der diamagnetische Beiträge hinzugefügt [Win86, Fri89]. Diese Veränderung des Hamiltonians führt jedoch dazu, dass die Schrödinger-Gleichung sich im Allgemeinen nicht mehr separieren lässt, wodurch die Berechnung der Wellenfunktionen für Wasserstoff im Vergleich zum Elektron im Coulomb-Potential ohne Magnetfeld erheblich erschwert wird [Hol86]. Dieser Aspekt soll in Kapitel 4.2.6.1 genauer betrachtet werden. Die Eigenwerte der Operatoren \hat{H}_{Dia} und \hat{H}_{Para} entsprechen exakt den Energiebeiträgen E_{Dia} und E_{Para} der klassischen Berechnung, siehe Gleichung (4.105) und (4.106).

Weiterhin analog zum klassischen Ansatz lässt sich in Anlehnung an Gleichung (4.108) das magnetische Moment $\vec{\mu}$ direkt aus der Energie $E = \langle \Psi | \hat{H} | \Psi \rangle$ gemäß

$$\vec{\mu} = -\frac{\partial E}{\partial B} = -\frac{\partial \langle \Psi | \hat{H} | \Psi \rangle}{\partial B}$$
(4.180)

berechnen. Es ergibt sich somit für den Betrag des diamagnetischen Momentes

$$\mu_{\text{Dia}} = -\frac{\partial}{\partial B} \langle \Psi_{nlm}(r,\vartheta,\varphi) | \hat{H}_{\text{Dia}} | \Psi_{nlm}(r,\vartheta,\varphi) \rangle$$
(4.181)

$$= -\frac{\partial}{\partial B} \langle \Psi_{nlm}(r,\vartheta,\varphi) | \frac{e^2 B^2}{8m_e} \cdot r^2 | \Psi_{nlm}(r,\vartheta,\varphi) \rangle$$
(4.182)

$$= -\frac{\partial}{\partial B} \int |\Psi_{nlm}(r,\vartheta,\varphi)|^2 \cdot \frac{e^2 B^2}{8m_e} \cdot r^2 \, \mathrm{d}V \tag{4.183}$$

$$= -\frac{e^2 B}{4m_e} \cdot \int |\Psi_{nlm}(r,\vartheta,\varphi)|^2 \cdot r^2 \, \mathrm{d}V. \tag{4.184}$$

Um einen Vergleich mit dem klassischen Ergebnis ausgehend von einer zirkularen Elektronenbewegung zu ermöglichen, sollte die s-Welle

$$\Psi_{100}(r,\vartheta,\varphi) = \frac{1}{\sqrt{\pi a_0^3}} \cdot e^{-\frac{r}{a_0}}$$
(4.185)

betrachtet werden. Mit dieser Wellenfunktion ergibt sich als konkreter Wert für das diamagnetische Moment

$$\mu_{\text{Dia}}(\Psi_{100}) = -\frac{e^2 B}{4m_e} \cdot \int_0^\infty \int_0^\pi \int_0^{2\pi} |\Psi_{100}(r,\vartheta,\varphi)|^2 r^4 \sin^2\vartheta \, \mathrm{d}\varphi \,\mathrm{d}\vartheta \,\mathrm{d}r = -\frac{e^2 a_0^2 B}{2m_e}$$
(4.186)

bei Wahl $\vec{B} = B \cdot \vec{e}_z$. Dieser Wert entspricht genau dem doppelten Wert verglichen mit der Berechnung im Hamilton-Formalismus für $r = a_0$ aus Gleichung (4.111) und exakt dem Wert der klassischen Rechnung nach Newton aus Gleichung (4.89). Ebenso gilt mit (4.185) für das paramagnetische Moment

$$\mu_{\text{Para}} = -\frac{\partial}{\partial D} \langle \Psi_{nlm}(r, \vartheta, \varphi) | \hat{H}_{\text{Para}} | \Psi_{nlm}(r, \vartheta, \varphi) \rangle$$
(4.187)

$$= -\frac{\partial}{\partial B} \langle \Psi_{nlm}(r,\vartheta,\varphi) | \mu_{\rm B} \cdot \frac{\vec{B} \cdot \vec{L}}{h} | \Psi_{nlm}(r,\vartheta,\varphi) \rangle$$
(4.188)

$$= -\frac{\partial}{\partial B} \int |\Psi_{nlm}(r,\vartheta,\varphi)|^2 \cdot \mu_{\rm B} \cdot \frac{\vec{B} \cdot \vec{L}}{\hbar} \, \mathrm{d}V \tag{4.189}$$

$$= \mu_{\rm B} \cdot \frac{L}{\hbar} \cdot \int |\Psi_{nlm}(r, \vartheta, \varphi)|^2 \, \mathrm{d}V \tag{4.190}$$

$$=\mu_{\rm B} \cdot m \tag{4.191}$$

mit der magnetischen Quantenzahl m unter Berücksichtigung der antiparallelen Ausrichtung des Drehimpulses \vec{L} . Dieses Ergebnis stimmt mit den beiden klassisch abgeleiteten Termen aus Gleichung (4.101) und (4.110) überein. Sowohl für die Energie als auch für die magnetischen Momente ergeben sich gute Übereinstimmungen zwischen den Berechnungen der Quantenmechanik und den Ergebnissen bei klassischem Ansatz. Dieser Aspekt begründet in Teilen die andauernde Präsenz der klassischen Ansätze in Lehrkonzepten zum Magnetismus.

Einen interessanten Aspekt bezüglich der Energiebeiträge stellt die Abschätzung des Verhältnisses von dia- und paramagnetischer Energie dar. Für einen Radius r in Größenordnung des Bohrschen Radius a_0 und den Drehimpuls $L = \hbar = h/2\pi$ mit Planck-

schem Wirkungsquantum h ergibt sich hier

$$\frac{E_{\text{Dia}}}{E_{\text{Para}}} = \frac{\frac{e^2 B^2}{8m_e} \cdot a_0^2}{\mu_{\text{B}} \cdot \frac{B \cdot \hbar}{\hbar}} = -\frac{e a_0^2}{4\hbar} \cdot B \approx \frac{1}{10^6 \,\text{T}} \cdot B.$$
(4.192)

Dies zeigt, dass paramagnetische Momente bzw. die für Paramagnetismus verantwortlichen Ursachen bei regulären Magnetfeldstärken um Größenordnungen stärker sind, als die des Diamagnetismus [Sch07b]. Inwiefern sich dieses Verhältnis auf magnetische Eigenschaften realer Atome und Moleküle sowie die magnetischen Erscheinungen von Materie in extrem starken Magnetfeldern auswirkt, wird in Kapitel 4.2.4 und 4.2.9.1 diskutiert.

In Ergänzung zur Energieabschätzung ist auch eine näherungsweise Berechnung der Zeitskalen möglich. Unter Berücksichtigung der Energie $E = h\nu$ sowie der thermischen Energie $E = k_{\rm B}T_{\rm C}$ mit der Curie-Temperatur $T_{\rm C}$, siehe Tabelle 4.7 für typische Werte, ergibt sich die Frequenz $\nu \approx 10^{13} - 10^{14}$ Hz. Dieser Wert lässt sich als minimale Zeitdauer eines Spinflips interpretieren.

In den nachfolgenden Kapiteln werden die dia- und paramagnetischen Momente erneut ausführlich hergeleitet. Es erscheint sinnvoll, neben dem eher technischen und präzisen Weg über den Hamilton-Operator eines Teilchens im Magnetfeld, mit einer alternativen Herleitung adäquate Vorstellungen zu den quantenmechanischen Ursachen der magnetischen Momente anzuregen. Der Ansatz beschreibt einerseits die mikroskopischen Ströme und andererseits den Elektronenspin und greift damit die in vielen Lehrbüchern präsenten Vorstellungen von Newton und Bohr direkt auf. Dabei wird weiterhin zwischen dem Orts- und Spin-Zustand der Teilchen unterschieden. Zudem erklären die Berechnungen aus welchen Grund es als Näherung statthaft erscheint, die für diese Sachstruktur relevanten magnetischen Phänomene ausschließlich auf Elektronen zu beziehen.

4.2.4.1 Magnetisches Moment durch mikroskopische Ströme des Elektrons

In Anlehnung an die klassischen Berechnungen diamagnetischer Momente in Kapitel 4.2.1.1 lässt sich auch ein auf mikroskopischen Strömen basierendes magnetisches Moment in der Quantenmechanik berechnen. Dieses magnetische Momente schließt an die Vorstellung der überlagerten Orbitalbewegung der Elektronen an. Da für dieses magnetische Moment der Ortszustand des Elektrons relevant ist, werden die in Kapitel 4.2.3.1 erarbeiteten fachlichen Grundlagen und Visualisierungsansätze, wie beispielsweise die drehenden Räder als modellhafte Darstellung der Phase, genutzt. Diese ermöglichen im Vergleich zu den typischen quantenmechanischen Formalismen einen niederschwelligeren Zugang zu diesem Inhaltsbereich.

Die klassische Betrachtung des Diamagnetismus, siehe Kapitel 4.2.1.1, orientiert sich an der Vorstellung des Elektrons als Überlagerung gegenläufiger Teilchenbewegungen und weist dem Elektron ein magnetisches Moment $\vec{\mu}$ zu. In diesem Ansatz korrespondiert das magnetische Moment $\vec{\mu}$ mit der Kreisbewegung des Elektrons und damit mit einem mikroskopischen Kreisstrom. Im äußeren Magnetfeld \vec{B} ergibt sich durch den Vergleich des links- und rechtszirkular laufenden Elektrons ein resultierender Strom \vec{I} und damit ein magnetisches Moment $\vec{\mu}$. Hier stellt sich die Frage, inwiefern diese Vorstellung sich in einer quantenmechanischen Betrachtung des Atomorbitals wiederfinden lässt.

Da nachfolgend sowohl die Wellenfunktionen des Wasserstoffatoms als auch die reellen Orbitale als Überlagerung eben dieser Wellenfunktionen von Bedeutung sind, werden die Bezeichnungen "nlm", wie z. B. bei einer einzelnen Wellenfunktion Ψ_{nlm} bzw. "Orb" für ein Orbital entsprechend Ψ_{Orb} zur Benennung der beiden unterschiedlichen physikalischer Größen verwendet, um eine eindeutige Zuordnung zu ermöglichen.

Für eine Berechnung des magnetischen Momentes $\vec{\mu}$ ohne äußeres Magnetfeld \vec{B} , sollte die klassische Größe der Stromstärke \vec{I} in der Quantenmechanik durch die Wahrscheinlichkeitsstromdichte \vec{j} ersetzt werden. Die Interpretation dieser Größe erlaubt einen Vergleich mit dem in Kapitel 4.2.1.1 beschriebenen klassischen Stromfluss. Die Herleitung eines Ausdrucks der Wahrscheinlichkeitsstromdichte in Abhängigkeit von der Wellenfunktion nutzt die Kontinuitätsgleichung

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{j} + \frac{\partial \varrho}{\partial t} = 0 \tag{4.193}$$

sowie die Definition der Aufenthaltswahrscheinlichkeit $\rho = |\Psi|^2 = \Psi^* \cdot \Psi$. Es ergibt sich

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{j} + \frac{\partial \left(\Psi^* \cdot \Psi\right)}{\partial t} = \vec{\nabla} \cdot \vec{j} + \left(\Psi \frac{\partial \Psi^*}{\partial t} + \Psi^* \frac{\partial \Psi}{\partial t}\right) = 0.$$
(4.194)

Unter Berücksichtigung der zeitunabhängigen Schrödinger-Gleichung

$$\hat{E}\Psi = \frac{\hat{\vec{p}}^2}{2m_e}\Psi + V\Psi \iff \frac{\partial\Psi}{\partial t} = -\frac{\hbar}{2m_e \mathrm{i}}\Delta\Psi + \frac{V\Psi}{\mathrm{i}\hbar},\tag{4.195}$$

siehe auch Gleichung (4.123), folgt für die Kontinuitätsgleichung

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{j} = \frac{\hbar}{2m_e \mathrm{i}} \left(\Psi^* \Delta \Psi - \Psi \Delta \Psi^* \right). \tag{4.196}$$

Nach Integration ergibt sich für die Wellenfunktionen des Wasserstoffatoms Ψ_{nlm} die Wahrscheinlichkeitsstromdichte

$$\vec{j}_{nlm} = \frac{\hbar}{2m_e i} \left(\Psi_{nlm}^* \vec{\nabla} \Psi_{nlm} - \Psi_{nlm} \vec{\nabla} \Psi_{nlm}^* \right).$$
(4.197)

als Ausdruck für die Wahrscheinlichkeitsstromdichte. Bei expliziter Berücksichtigung der Wellenfunktion des Wasserstoffatoms $\Psi_{nlm}(r, \vartheta, \varphi) = R_{nl}(r) \cdot Y_{lm}(\vartheta, \varphi)$ erhält man für die Wahrscheinlichkeitsstromdichte

$$\vec{j}_{nlm} = \frac{m\hbar}{m_e r \sin\vartheta} C_{nlm}^2 e^{-\frac{2r}{na_0}} \left(\frac{2r}{na_0}\right)^{2l} \left(L_{n-l-1}^{2l+1}\left(\frac{2r}{na_0}\right) \cdot P_l^m(\cos\vartheta)\right)^2 \cdot \vec{e}_{\varphi}, \qquad (4.198)$$

mit

$$C_{nlm} = \sqrt{\left(\frac{2Z}{na_o}\right)^3 \frac{(n-l-1)!}{2n[(n+l)!]}} \cdot \frac{N_{lm}}{\sqrt{2\pi}}, \quad N_{lm} = \sqrt{\frac{2l+1}{2} \cdot \frac{(l-m)!}{(l+m)!}}$$

Da $C_{nlm} \in \mathbb{R}$ und $P_l^m(\cos \vartheta) \in \mathbb{R}$ gilt und somit das Quadrat dieser beiden Terme jeweils positiv ist, folgt unmittelbar

$$\vec{j}_{nlm} = -\vec{j}_{nl-m}.$$
(4.199)

Die Wahrscheinlichkeitsstromdichte einer Wellenfunktion wechselt somit beim Übergang $m \rightarrow -m$ ihr Vorzeichen. Da die Überlagerungen für die Orbitale mit |m| > 0jeweils aus den zugehörigen Wellenfunktionen Ψ_{nlm} und Ψ_{nl-m} gebildet werden und das Orbital als Zustand des Elektrons interpretiert werden kann, lassen sich die Wellenfunktionen auch durch die Wahrscheinlichkeitsstromdichte \vec{j}_{nlm} gemäß der klassischen Vorstellung als gegensinnig laufende Wellen bzw. gegensinnige Ströme interpretieren. Ebenfalls analog zur klassischen Berechnung ermöglicht die Wahrscheinlichkeitsstromdichte \vec{j}_{nlm} die Berechnung des magnetischen Momentes $\vec{\mu}_{nlm}$ eines Elektrons resultierend aus dessen Strom. Als Vorschrift für die Berechnung von $\vec{\mu}_{nlm}$ nutzt man die allgemeine Beziehung [Nol12]

$$\vec{\mu} = \frac{1}{2} \cdot \int_{V} \vec{r} \times \vec{j}_e(\vec{r}) \, \mathrm{d}V. \tag{4.200}$$

Die Größe \vec{j}_e berücksichtigt dabei jedoch noch zusätzlich die zur Wahrscheinlichkeitsstromdichte zugehörige Ladung $e = -1.602 \times 10^{-19} \,\mathrm{C} < 0$ und wird somit als elektrische Wahrscheinlichkeitsstromdichte \vec{j}_e bezeichnet. Der Zusammenhang zwischen \vec{j} und \vec{j}_e ergibt sich als [Mit10]

$$\vec{j}_e = e \cdot \vec{j}. \tag{4.201}$$

Die elektrische Wahrscheinlichkeitsstromdichte einer Wellenfunktion ist somit definiert als

$$\vec{j}_{e,nlm} = \frac{e\hbar}{2m_e i} \left(\Psi_{nlm}^* \vec{\nabla} \Psi_{nlm} - \Psi_{nlm} \vec{\nabla} \Psi_{nlm}^* \right).$$
(4.202)

Die Berechnung des magnetischen Momentes $\vec{\mu}_{nlm}$ kann durch Kenntnis der elektrischen Wahrscheinlichkeitsstromdichte $\vec{j}_{e,nlm}$ und mit Gleichung (4.200) explizit durchgeführt werden. Man erhält

$$\vec{\mu}_{nlm} = \frac{1}{2} \cdot \int_{V} \vec{r} \times \vec{j}_{e,nlm}(\vec{r}) \, \mathrm{d}V \tag{4.203}$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \int_{0}^{\infty} \int_{0}^{\pi} \int_{0}^{2\pi} (r \cdot \vec{e}_{r}) \times (j_{e,nlm}(r,\vartheta,\varphi) \cdot \vec{e}_{\varphi}) \cdot r^{2} \cdot \sin\vartheta \, \mathrm{d}\varphi \,\mathrm{d}\vartheta \,\mathrm{d}r \qquad (4.204)$$

$$= -\frac{1}{2} \cdot \int_{0}^{\infty} \int_{0}^{\pi} \int_{0}^{2\pi} r^{3} \cdot \sin \vartheta \cdot j_{e,nlm}(r,\vartheta,\varphi) \cdot \vec{e}_{\vartheta} \, \mathrm{d}\varphi \, \mathrm{d}\vartheta \, \mathrm{d}r.$$
(4.205)

Um zu untersuchen, ob auch das magnetische Moment $\vec{\mu}_{nlm}$ genau wie die Wahrscheinlichkeitsstromdichte \vec{j}_{nlm} das Vorzeichen beim Übergang der magnetischen Quantenzahl $m \rightarrow -m$ ändert, ist es ausreichend den von ϑ abhängigen Term zu betrachten. Dieser Term hängt über das Quadrat der zugeordneten Legendre-Polynome $P_l^m(\cos \vartheta)$ von m abhängt. Aufgrund der Bedingung $\left(P_l^m(\cos \vartheta)\right)^2 = \left(P_l^{-m}(\cos \vartheta)\right)^2 > 0$, folgt jedoch insgesamt

$$\vec{\mu}_{nlm} = -\vec{\mu}_{nl-m}.\tag{4.206}$$

Berücksichtigt man, dass sich die Atomorbitale als Überlagerung der Wellenfunktionen zur jeweiligen Quantenzahl $\pm m$ bilden, siehe Anhang B.5, folgt für das resultierende Dipolmoment des Orbitals

$$\vec{\mu}_{\rm Orb} = \vec{\mu}_{nlm} + \vec{\mu}_{nl-m} = 0, \qquad (4.207)$$

sodass dieses, ebenso wie die resultierende Wahrscheinlichkeitsstromdichte $\vec{j}_{e,nlm}$, für ein Orbital ohne äußeres Magnetfeld \vec{B} verschwindet.

Bis zu dieser Stelle werden lediglich die aus Überlagerungen resultierenden Orbitale für $|m| \neq 0$ betrachtet. Für die übrigen Orbitale mit m = 0, siehe ebenfalls Anhang B.5, ergibt sich aus Gleichung (4.198) und Gleichung (4.200), dass auch hier aufgrund des Wertes der magnetischen Quantenzahl m = 0 die Wahrscheinlichkeitsstromdichte \vec{j}_{Orb} und damit das magnetische Moment $\vec{\mu}_{\text{Orb}}$ verschwindet. Im Vergleich zu den Ergebnissen der klassischen Rechnung, ergibt somit auch die quantenmechanische Betrachtung verschwindende Ströme und damit verschwindende magnetische Momente für das Wasserstoffatom ohne äußeres Magnetfeld \vec{B} .

Um für die Berechnungen im äußeren Magnetfeld \vec{B} weiterhin auf die tabellierten Wellenfunktionen des Wasserstoffatoms zurückgreifen zu können, wird der Ausdruck der Wahrscheinlichkeitsstromdichte \vec{j} angepasst. Für die Herleitung von Gleichung (4.197) zur Definition der Wahrscheinlichkeitsstromdichte wird die Schrödinger-Gleichung genutzt. Bei Existenz des Magnetfeldes \vec{B} und damit des Vektorpotentials \vec{A} , muss jedoch der Hamilton-Operator entsprechend Gleichung (4.175) angepasst werden [Kel11, Hod14]. Erweitert man in der Herleitung der Wahrscheinlichkeitsstromdichte \vec{j}_{nlm} die Schrödinger-Gleichung um den Anteil des Vektorpotentials \vec{A} , ergibt sich nach analoger Herleitung, siehe Anhang B.6, der Ausdruck

$$\vec{j}_{nlm} = \frac{\hbar}{2m_e \mathrm{i}} \left(\Psi_{nlm}^* \vec{\nabla} \Psi_{nlm} - \Psi_{nlm} \vec{\nabla} \Psi_{nlm}^* \right) - \frac{e\vec{A}}{m_e} \cdot \left| \Psi_{nlm} \right|^2 \tag{4.208}$$

unter Berücksichtigung eines äußeren Magnetfeldes \vec{B} bzw. des zugehörigen Vektorpotentials \vec{A} . Mithilfe von \vec{j}_{nlm} kann das aus den Strömen resultierende magnetische Moment eines Elektrons, welches durch die zugehörige Wellenfunktion Ψ_{nlm} beschrieben wird, im Magnetfeld berechnet werden [Coh07]. Im Rahmen der üblichen Wahl der Coulomb-Eichung, d. h. $\nabla \cdot \vec{A} = 0$, werden häufig die Bezeichnungen

$$\vec{j}_{\text{Dia}} = \vec{j}_{nlm,\text{Dia}} = -\frac{e\vec{A}}{m_e} \cdot |\Psi_{nlm}|^2 \tag{4.209}$$

sowie

$$\vec{j}_{\text{Para}} = \vec{j}_{nlm,\text{Para}} = \frac{\hbar}{2m_e \mathrm{i}} \left(\Psi_{nlm}^* \vec{\nabla} \Psi_{nlm} - \Psi_{nlm} \vec{\nabla} \Psi_{nlm}^* \right)$$
(4.210)

gewählt. Während \tilde{j}_{Para} , wie oben bereits berechnet, für einzelne komplexe Wellenfunktionen eine nicht-verschwindende Wahrscheinlichkeitsstromdichte ergibt, wird sie für ein reelles Atomorbital als Überlagerung zweier komplexer Wellenfunktionen verschwinden. Der so genannte diamagnetische Beitrag \tilde{j}_{Dia} verschwindet jedoch im Allgemeinen nicht und weist zudem auf den in Kapitel 4.2.3.2 diskutierten Zusammenhang zwischen dem Ortszustand des Elektrons und dem Vektorpotential \vec{A} hin. In Anhang B.6 wird gezeigt, dass die Wahrscheinlichkeitsstromdichte \tilde{j}_{nlm} als Observable eichinvariant unter Variation des Vektorpotentials $\vec{A'} = \vec{A} + \vec{\nabla}\Lambda$ bzw. der Phasenänderung der Wellenfunktion $\Psi'_{nlm} = \Psi_{nlm} \cdot e^{i\phi}$ ist. Insofern ändert die Wahrscheinlichkeitsstromdichte ihren Wert durch Hinzufügen des Gradienten eines beliebigen Skalarfeldes $\Lambda(x,t)$ nicht.

Die vorherigen Berechnungen verfolgen, wie zu Beginn beschrieben, das Ziel, das magnetische Moment $\vec{\mu}_{Orb}$ eines an ein Wasserstoffatom gebundenes Elektrons, als Resultat des Einflusses eines äußeren Magnetfeldes \vec{B} auf das Atomorbital des entsprechenden Elektrons, zu berechnen. Jedes reelle Orbital lässt sich mithilfe der Quantenzahl $\pm m$ als Überlagerung zweier komplexer Wellenfunktionen schreiben und stellt den Zustand Ψ_{Orb} des Elektrons dar. Betrachtet man das Elektron als Überlagerung zweier gegensinnig laufender Wellen, zeigen die Berechnungen, dass die auch ohne äußeres Magnetfeld existierenden Beiträge zum resultierende Wahrscheinlichkeitsstrom \vec{j} vollkommen unberührt bleiben. Insbesondere wird nicht, wie im klassischen Ansatz angenommen, ein Strom abgeschwächt und der gegensinnige Strom im gleichen Maß verstärkt. Dies ergibt sich durch die verschwindende paramagnetische Wahrscheinlichkeitsstromdichte \vec{j}_{Para} im Fall reeller Atomorbitale. Sobald ein äußeres Magnetfeld \vec{B} und damit ein Vektorpotential \vec{A} existiert, entsteht ein zusätzlicher Beitrag zur Wahrscheinlichkeitsstromdichte \vec{j}_{Dia} , der als diamagnetischer Beitrag bezeichnet wird und bei Anwendung auf ein Atomorbital nicht verschwindet. Wendet man \vec{j}_{Dia} auf die Wellenfunktion eines reellen Orbitals Ψ_{Orb} an erhält man

$$\vec{j}_{\text{Dia}} = \vec{j}_{\text{Orb}} = -\frac{e\vec{A}}{m_e} \cdot |\Psi_{\text{Orb}}|^2.$$
(4.211)

Dieser Wert entspricht aufgrund des verschwindenden paramagnetischen Beitrags der resultierenden Wahrscheinlichkeitsstromdichte des gesamten Orbitals.

Zur Berechnung des magnetischen Momentes des Orbitals $\vec{\mu}_{\text{Orb}}$ lässt sich die Definition des magnetischen Momentes aus Gleichung (4.200) zusammen mit der diamagnetischen Wahrscheinlichkeitsstromdichte des Orbitals $\vec{j}_{\text{Dia}} = \vec{j}_{\text{Orb}}$ aus Gleichung (4.211) nutzen. Man erhält

$$\vec{\mu}_{\rm Orb} = \frac{1}{2} \cdot \int\limits_{V} \vec{r} \times \vec{j}_{e,\rm Orb} \,\,\mathrm{d}V = -\frac{e^2}{2m_e} \cdot \int\limits_{V} \left(\vec{r} \times \vec{A}\right) \cdot |\Psi_{\rm Orb}|^2 \,\,\mathrm{d}V. \tag{4.212}$$

Mit der aus der Coulomb-Eichung des Vektorpotentials folgenden Abhängigkeit $\vec{A} = \vec{B} \times \vec{r}/2$ lässt sich das magnetische Moment $\vec{\mu}_{Orb}$ auch direkt mit dem Magnetfeld in Verbindung setzen

$$\vec{\mu}_{\rm Orb} = -\frac{e^2}{4m_e} \cdot \int_V \vec{r} \times \left(\vec{B} \times \vec{r}\right) \cdot |\Psi_{\rm Orb}|^2 \, \mathrm{d}V. \tag{4.213}$$

Bei Beschreibung des Elektronenzustandes über die reellen Atomorbitale entspricht dieses magnetische Moment $\vec{\mu}_{Orb}$ dem Beitrag der mikroskopischen Ströme des Elektrons $\vec{\mu}_{e,I} = \vec{\mu}_{Orb}$.

Für die qualitative Beurteilung dieser Größe sollten unterschiedliche Aspekte berücksichtigt werden. Zunächst ist als Ergebnis der Betrachtungen in Kapitel 4.2.3.1 und 4.2.3.2 festzuhalten, dass die Gestalt des Elektrons, d. h. die Form der zugeordneten Orbitalwellenfunktion sich durch das Hinzufügen des Magnetfeldes \vec{B} bzw. des Vektorpotentials \vec{A} verändert. Diese Veränderung erfolgt über eine Phasenveränderung der reellen Orbitalwellenfunktion Ψ_{Orb} . Diese Zustandsveränderung des Elektrons führt zu einem resultierendes magnetisches Moment $\vec{\mu}_{\text{Orb}}$, als Resultat der nicht-verschwindende Wahrscheinlichkeitsstromdichte \vec{j}_{Orb} . Dieser Zusammenhang ist in Abbildung 4.40 zusammengefasst dargestellt.

Abschließend soll das magnetische Moment $\vec{\mu}_{e,I}$ exemplarisch für ein spezifisches Orbital und ein fest definiertes Magnetfeld $\vec{B} = B \cdot \vec{e}_z$ berechnet werden. Um einen Vergleich zu den klassischen Berechnungen und der Herleitung des magnetischen Momentes über den Hamilton-Operator eines Teilchen im Magnetfeld durchführen zu können, betrachtet man abermals das 1s-Orbital des Wasserstoffatoms. Dem 1s-Orbital wird die Wellenfunktion

$$\Psi_{1s}(r,\vartheta,\varphi) = \left(\frac{2}{\sqrt{a_0^3}} \cdot e^{-\frac{r}{a_0}}\right) \cdot \left(\sqrt{\frac{1}{4\pi}}\right)$$
(4.214)

zugeordnet. Für die Wahl des Magnetfeldes $\vec{B} = B \cdot \vec{e}_z$ ergibt sich im Allgemeinen das magnetische Moment

$$\vec{\mu}_{\rm Orb} = -\frac{Be^2}{4m_e} \cdot \int_{V} \vec{r} \times (r\sin\vartheta \cdot \vec{e}_{\varphi}) \cdot |\Psi_{\rm Orb}|^2 \, \mathrm{d}V, \qquad (4.215)$$

$$= \frac{Be^2}{4m_e} \cdot \int_0^\infty \int_0^\pi \int_0^{2\pi} \left(r^2 \sin \vartheta\right)^2 \cdot \vec{e}_\vartheta \cdot |\Psi_{\rm Orb}|^2 \, \mathrm{d}\varphi \, \mathrm{d}\vartheta \, \mathrm{d}r. \tag{4.216}$$

Für das 1-Orbital folgt damit

$$\vec{j}_{1s} = -\frac{eB}{2\pi m_e a_0^3} r \sin\vartheta \ e^{-\frac{2r}{a_0}} \cdot \vec{e}_{\varphi} \tag{4.217}$$

als diamagnetischer Anteil der Wahrscheinlichkeitsstromdichte und damit das magnetische Moment

$$\vec{\mu}_{1s} = -\frac{e^2 a_0^2 B}{2m_e} \cdot \vec{e}_z. \tag{4.218}$$

Ein Vergleich mit der klassischen Berechnung aus Kapitel 4.2.1.1 zeigt, dass das magnetische Moment für das 1*s*-Orbital gänzlich mit dem Ergebnis der klassischen Berechnung übereinstimmt. Insgesamt ergibt sich aus dem Ergebnis, dass das aus den mikroskopischen Strömen resultierende magnetische Moment $\vec{\mu}_{e,I}$ mit der Stärke des äußeren Magnetfeldes \vec{B} skaliert, sodass dieses jeweils in Abhängigkeit vom äußeren Magnetfeld betrachtet werden muss. Es kann ebenfalls nachgewiesen werden, dass das magnetische Moment $\vec{\mu}_{e,I}$ entgegengesetzt zum äußeren Magnetfeld \vec{B} ausgerichtet ist. Übertragt man diese Eigenschaft auf die Magnetisierung \vec{M} und die Phänomene der verschiedenen magnetischen Erscheinungsformen, wird offenbar, dass durch die mikroskopischen Orbitalströme der Elektronen eine dem äußeren Magnetfeld \vec{B} entgegengesetzte Magnetisierung \vec{M} durch einen zusätzlichen Beitrag zum magnetischen Dipolmoment $\vec{\mu}$ induziert wird. Eine Abschätzung der Größenordnung von $\vec{\mu}_{e,I}$, im



Vergleich zu den weiteren Beiträgen zum magnetischen Gesamtmoment resultierend aus den Spins weiteren Strömen, siehe Abbildung 4.39, erfolgt in Kapitel 4.2.4.5.

Abbildung 4.40: Darstellung des Einflusses des Vektorpotentials \tilde{A} auf den Wellenfunktionsanteil $R_0 + \tilde{Y}_{3\pm 1}$ unter Ausbildung des magnetischen Strommomentes des Elektrons $\tilde{\mu}_{e,I}$.

4.2.4.2 Magnetisches Moment durch mikroskopische Ströme des Atomkerns

Die Existenz eines magnetischen Momentes $\vec{\mu}_{e,I}$ atomar gebundener Elektronen impliziert die Vorstellung, dass auch für Atomkerne ein entsprechendes magnetisches Moment $\vec{\mu}_{k,I}$ existieren muss. Die Bestimmung der elektrischen Wahrscheinlichkeitsstromdichte \vec{j}_e , die im Fall des Elektrons als Ursprung des magnetischen Momentes $\vec{\mu}_{e,I}$ betrachtet werden kann, erfolgt somit im Wesentlichen analog für Atomkerne. Da Größe und Richtung der elektrischen Wahrscheinlichkeitsstromdichte \vec{j}_e direkt von der Ladung und Masse des betrachteten Objektes abhängen und im Falle des Elektrons proportional zum Verhältnis e^2/m_e sind, gilt für die entsprechende Wahrscheinlichkeitsstromdichte des Atomkerns eines Wasserstoffatoms näherungsweise, dass aus der Proportionalität $j_k \propto e^2/m_k$ auch für das magnetische Moment des Atomkerns

$\mu_{k,I} \propto e^2/m_k$ folgt.

Dabei sind zwei Aspekte hervorzuheben. Zunächst gilt aufgrund der umgekehrten Ladung des Atomkerns bei gleicher resultierender Bewegungsrichtung um den Atomkern, dass das magnetische Moment des Atomkerns $\vec{\mu}_{k,I}$ parallel zum äußeren Magnetfeld ausgerichtet ist und nicht, wie im Falle des Elektrons, entgegengesetzt dazu. Weiterhin gilt für das Massenverhältnis von Atomkern zu Elektron für das Wasserstoffatom näherungsweise [Lev12, S. 84]

$$\frac{m_{\rm k}}{m_e} = 1836.15. \tag{4.219}$$

Durch die reziproke Abhängigkeit des magnetischen Moments von der Masse des jeweiligen Ladungsträgers, siehe Gleichung (4.212) kann angenommen werden, dass das magnetische Moment des Atomkerns $\vec{\mu}_{k,I}$ aufgrund der großen Masse in etwa um den Faktor 1/2000 kleiner ist, als das magnetische Moment des Elektrons $\vec{\mu}_{e,I}$. Diese Abschätzung führt zur Aussage, dass der Einfluss des aus den mikroskopischen Strömen des Atomkerns resultierenden magnetischen Momentes $\vec{\mu}_{k,I}$ im Vergleich zum entsprechenden magnetischen Moment des Elektrons $\vec{\mu}_{e,I}$ vernachlässigt werden kann und dieser Beitrag die magnetischen Eigenschaften der hier relevanten Phänomene nicht entscheidend beeinflusst.

4.2.4.3 Magnetisches Moment des Elektronenspins

Zusätzlich zu den mikroskopischen Strömen des Elektrons, d. h. bei Analyse des Einflusses eines Magnetfeldes auf den Elektronenzustand im Ortsraum, und den daraus resultierenden Strömen, zeigt Kapitel 4.2.3.3, dass mit dem Spin ein weiterer Freiheitsgrad der Elektronen existiert, der ebenfalls mit der Erzeugung eines magnetischen Momentes $\vec{\mu}_{e,s}$ in Verbindung steht. In der grundlegenden Charakterisierung des Spins in Kapitel 4.2.3.3 wird versucht, mithilfe des Qubits und in Orientierung am Stern-Gerlach-Experiment als real beobachtbares Phänomen, eine anschauliche Vorstellung zum Spin einzuführen, die für die Vermittlung genutzt werden kann.

Aus Kapitel 4.2.3.3 lässt sich entnehmen, dass der Spin bei Messung in z-Richtung, d. h. bei Ausrichtung des Magnetfeldes gemäß $\vec{B} = B \cdot \vec{e}_z$ nur zwei mögliche Werte $\vec{s}_z = (\pm \hbar/2) \cdot \vec{e}_z$ für die z-Komponente besitzt. Gemäß Gleichung (4.170) und (4.171) sind die x- und y-Komponente nicht festgelegt, sodass der Spin in dieser Vorstellung eine Präzession um die Achse des äußeren Magnetfeldes \vec{B} ausführt. Diese Präzessionsbewegung wird als Larmor-Präzession bezeichnet und beschreibt die rotierende Ortsveränderung des magnetischen Momentes des Elektronenspins $\vec{\mu}_{e,s}$ um die Magnetfeldachse. Die Präzession erfolgt in der Larmor-Frequenz

$$f_{\text{Larmor}} = \frac{\gamma_s}{2\pi} \cdot B. \tag{4.220}$$

Der Vorfaktor wird dabei häufig als gyromagnetisches Spinverhältnis γ_s bezeichnet. Für Elektronen gilt beispielsweise $\gamma_{s,e} = 1.761 \times 10^{11} \, 1/sT$ [Rai06]. Protonen besitzen hingegen das gyromagnetische Verhältnis $\gamma_{s,p} = 2.675 \times 10^8 \, 1/sT$ [Rai06].

Der Projektion auf die z-Achse wird die magnetische Spinquantenzahl m_s zugeordnet [Hak00]. Damit existiert eine Spinquantenzahl s und eine magnetische Spinquantenzahl m_s , die unter Berücksichtigung von \hbar den Spin bzw. den projizierten Anteil des Eigendrehimpulses auf die z-Achse darstellen.

Der Wert des aus dem Elektronenspin resultierenden magnetischen Moments $\vec{\mu}_{e,s}$ ergibt sich direkt aus der Aufspaltung der Spektrallinien beim anomalen Zeemaneffekt und berechnet sich über die Beziehung

$$\vec{\mu}_{e,s} = g_e \cdot \mu_{\rm B} \cdot \frac{\vec{s}_z}{\hbar} = g_e \cdot \mu_{\rm B} \cdot \frac{s_z}{\hbar} \cdot \vec{e}_z, \qquad (4.221)$$

mit dem gyromagnetischen Faktor des Elektronenspins g_e , dem Bohrschen Magneton $\mu_{\rm B} = |e\hbar/2m_e|$ und dem Spin \vec{s} . Der g-Faktor für den Spin eines Elektrons beträgt fast exakt $g_e = 2$. Unter Berücksichtigung des gyromagnetischen Spinverhältnisses

$$\gamma_{s,e} = \frac{g_e \cdot e}{2m_e} = \frac{e}{m_e} \tag{4.222}$$

lässt sich das magnetische Moment als

$$\vec{\mu}_{e,s} = \gamma_{s,e} \cdot \vec{s}_z = \gamma_{s,e} \cdot s_z \cdot \vec{e}_z \tag{4.223}$$

schreiben. Im Gegensatz zu den aus den mikroskopischen Strömen resultierenden magnetischen Momenten $\vec{\mu}_{e,I}$, handelt es sich bei den magnetischen Momenten der Elektronenspins $\vec{\mu}_{e,s}$ um permanente magnetische Momente, die nicht durch ein äußeres Magnetfeld \vec{B} induziert, sondern durch dieses Feld lediglich ausgerichtet werden können. Aufgrund der Larmor-Präzession, ergibt sich, dass das magnetische Moment $\vec{\mu}_{e,s}$ im äußeren Magnetfeld \vec{B} ein Drehmoment $\vec{\tau} = \vec{\mu}_{e,s} \times \vec{B}$ bewirkt. Aufgrund des Drehmomentes $\vec{\tau}$, resultiert bei Existenz eines äußeren Magnetfeldes \vec{B} der zusätzliche Energiebeitrag

$$E_{\text{mag}} = -\vec{\mu}_{e,s} \cdot \vec{B}, \qquad (4.224)$$

analog zur klassischen Beschreibung in Gleichung (4.96). Betrachtet man im äußeren Magnetfeld zunächst zufällig verteilte Elektronenspins, die zu 50 % den Spin $s_z = +\hbar/2$ und zu 50 % den Spin $s_z = -\hbar/2$ aufweisen, lässt sich die Frage der Ausrichtung im äußeren Magnetfeld \vec{B} durch den möglichen Energiegewinn der Elektronen beantworten. Da zu Beginn gleich viele magnetische Momente $N_{\uparrow\uparrow}$ parallel bzw. $N_{\uparrow\downarrow}$ antiparallel zum äußeren Magnetfeld \vec{B} vorliegen, erhielten zuvor antiparallel ausgerichtete Elektronenspins maximal den Energiebetrag

$$\Delta E_{\text{mag}} = 2 \cdot \vec{\mu}_{e,s} \cdot \vec{B} = 2 \cdot \gamma_{s,e} \cdot s_z \cdot B = 2 \cdot \gamma_{s,e} \cdot \frac{\hbar}{2} \cdot B.$$
(4.225)

Dieser Energiegewinn ist mit dem Boltzmannfaktor $k_{\rm B}T$ zu vergleichen. Dadurch ergibt sich das Verhältnis

$$\frac{\Delta E_{\text{mag}}}{k_{\text{B}}T} = \frac{2 \cdot \gamma_{e,S} \cdot \frac{h}{2} \cdot B}{k_{\text{B}}T}.$$
(4.226)

Bei Raumtemperatur und der äußeren Magnetfeldstärk
e $B=1\,\mathrm{T}$ folgt ein Verhältnis von

$$\frac{\Delta E_{\text{mag}}}{k_{\text{B}}T} = \frac{2 \cdot 1.760 \times 10^{11} \, 1/\text{sT} \cdot \frac{\hbar}{2} \cdot 1 \, \text{T}}{k_{\text{B}} \cdot 293.15 \, \text{K}} \approx \frac{1}{220}.$$
(4.227)

Im Allgemeinen gilt für das Verhältnis von $N_{\uparrow\uparrow}$ parallel und $N_{\uparrow\downarrow}$ antiparallel ausgerichteten Spins somit stets

$$\frac{N_{\uparrow\downarrow}}{N_{\uparrow\uparrow}} = e^{-\frac{\Delta E_{\rm mag}}{k_{\rm B}T}} \approx 1 - \frac{\Delta E_{\rm mag}}{k_{\rm B}T}.$$
(4.228)

Damit berechnet sich die Anzahl parallel ausgerichteter Spins $N_{\uparrow\uparrow},$ bei insgesamt $N=N_{\uparrow\uparrow}+N_{\uparrow\downarrow}$ möglichen Zuständen, als

$$N_{\uparrow\uparrow} = \frac{N}{1 + e^{-\frac{\Delta E_{\text{mag}}}{k_{\text{B}}T}}}.$$
(4.229)

Wie beschrieben, werden jeweils gleich viele parallel ($N_{\uparrow\uparrow}$ = 500) und antiparallel

 $(N_{\uparrow\downarrow} = 500)$ zum äußeren Magnetfeld \vec{B} ausgerichtete Spins betrachtet. Für diese Verteilung der Spinzustände liegt somit ein Verhältnis von ca. $N_{\uparrow\uparrow}/N_{\uparrow\downarrow} = 501/499$ zu Gunsten parallel ausgerichteter Spins vor. Der Energiegewinn entspricht lediglich einer Temperatur von ca. 1.3 K und ist somit in der Regel nur für Phänomene bei sehr tiefen Temperaturen interessant. In diesen Temperaturbereichen lassen sich kollektive Ausrichtungen von Spins auch durch die Dipol-Dipol-Wechselwirkung erklären. An dieser Stelle wird jedoch lediglich die Dipol-Dipol-Wechselwirkung und noch nicht der mögliche, zusätzliche Energiebeitrag aufgrund der Austauschwechselwirkung, siehe Kapitel 4.2.7, berücksichtigt. Es existiert somit ein zweiter Beitrag für den Energiegewinn $\Delta E_{mag,ex}$ der dazu führt, dass im äußeren Magnetfeld \vec{B} nahezu alle Elektronenspins parallel zu diesem äußeren Magnetfeld ausgerichtet werden. Auf die genauen Eigenschaften der Austauschwechselwirkung wird in Kapitel 4.2.7 Bezug genommen. Die Größenordnung der Austauschwechselwirkung befindet sich im Bereich von $E_{ex} \approx 0.1 \,\mathrm{eV}$ bei Curie-Temperaturen $T_{\rm C} \approx 10^3\,\mathrm{K}$. In diesem Fall würde für



Abbildung 4.41: Visualisierung der Wahrscheinlichkeit für eine parallele $(\uparrow\uparrow)$ bzw. antiparallele $(\uparrow\downarrow)$ Ausrichtung von Spins zu einem äußeren Magnetfeld \vec{B} in Abhängigkeit von der Temperatur T. Die anfänglichen bei T = 0 gleichen Wahrscheinlichkeiten für eine Ausrichtung in Richtung des Magnetfeldes bzw. dagegen verändern sich mit zunehmender Temperatur T.

das Verhältnis bei Raumtemperatur

$$\frac{\Delta E_{\text{mag,ex}}}{k_{\text{B}}T} = \frac{0.1 \,\text{eV}}{k_{\text{B}} \cdot 293.15 \,\text{K}} \approx 4 \tag{4.230}$$

gelten. Die zeigt, dass die Elektronenspins in der Tat vollständig ausgerichtet werden. Eine anschauliche Vorstellung der Energieabschätzung liefert Abbildung 4.41, die in einer probabilistischen Interpretation jedem Spin \vec{s} eine Wahrscheinlichkeit für die Ausrichtung parallel oder antiparallel zum äußeren Magnetfeld \vec{B} zuweist. Bei existierendem äußerem Magnetfeld \vec{B} wird die Wahrscheinlichkeit für eine parallele Ausrichtung größer, aber bleibt stets ein stochastischer Prozess.

Als zentraler Aspekt dieser Ausführungen ist festzuhalten, dass auch aus dem Elektronenspin stets ein magnetisches Moment $\vec{\mu}_{e,s} = \gamma_{s,e} \cdot \vec{s}_z = (\gamma_{s,e} \cdot \hbar/2) \cdot \vec{e}_z$ resultiert. Damit ergibt sich für den Orts- und Spinzustand jeweils ein charakteristisches magnetisches Moment. Eine für die Vermittlung wichtige Vorstellung ist, wie dieses Kapitel zeigt, dass das magnetische Spinmoment $\vec{\mu}_{e,s}$ bei Betrachtung realer Substanzen in Abhängigkeit vom äußeren Magnetfeld \vec{B} und der Temperatur T stets nur zu einem gewissen Anteil zum magnetischen Gesamtmoment $\vec{\mu}$ beiträgt und somit eine Art effektives magnetisches Spinmoment $\vec{\mu}_{e,s,\text{eff}}$ zu betrachten ist. Ein Vergleich der Größenordnung dieses magnetischen Moments mit den weiteren Beiträgen zum gesamten magnetischen Dipolmoment erfolgt in Kapitel 4.2.4.5.

4.2.4.4 Magnetisches Moment des Kernspins

Neben dem Elektronenspin besitzt auch der aus Protonen und Neutronen aufgebaute Atomkern einen Gesamtspin, der sich aus den einzelnen Spinzuständen der Teilchen zusammensetzt. Betrachtet man, wie bei den vorherigen Beiträgen zum magnetischen Gesamtmoment, ein Wasserstoffatom, so ist dieses lediglich aus einem einzelnen Proton aufgebaut. Analog zum aus dem Spin resultierenden magnetischen Moment eines Elektrons $\vec{\mu}_{e,s}$, berechnet sich das magnetische Moment des Kernspins über die Beziehung

$$\vec{\mu}_{\mathbf{k},s} = \gamma_{s,\mathbf{k}} \cdot \vec{s}_z = \pm \gamma_{s,p} \cdot \frac{\hbar}{2} \cdot \vec{e}_z. \tag{4.231}$$

Dabei ist zu berücksichtigen, dass das Proton den Spin $\vec{s}_z = (\pm \hbar/2) \cdot \vec{e}_z$ trägt und $\gamma_{s,p}$ das gyromagnetische Spinverhältnis eines Protons beschreibt. Das gyromagnetische

Spinverhältnis beträgt in diesem Fall $\gamma_{s,p} = 2.675 \times 10^8 \, 1/sT$ [Rai06].

Für das magnetische Moment des Atomkerns $\bar{\mu}_{k,s}$ gilt analog zum Elektron, dass sich die magnetischen Momente im äußeren Magnetfeld ausrichten können. Das Maß der Ausrichtung parallel zum äußeren Magnetfeld ergibt sich ebenfalls über eine Abschätzung des Energiegewinns ΔE_{mag} verglichen mit dem Boltzmannfaktor $k_{\rm B}T$. Der Energiegewinn ΔE_{mag} für die parallele Ausrichtung der magnetischen Momente beträgt

$$\Delta E_{\text{mag}} = 2 \cdot \mu_{\mathbf{k},s} \cdot B = 2 \cdot \gamma_{s,\mathbf{k}} \cdot s_z \cdot B = 2 \cdot \gamma_{s,\mathbf{k}} \cdot \frac{\hbar}{2} \cdot B.$$
(4.232)

Dieser Energiegewinn ist mit dem Boltzmannfaktor $k_{\rm B}T$ zu vergleichen. Bei Raumtemperatur und einer äußeren Magnetfeldstärke von B = 1 T folgt ein Verhältnis von

$$\frac{\Delta E_{\text{mag}}}{k_{\text{B}}T} = \frac{2 \cdot \gamma_{s,\text{k}} \cdot \frac{\hbar}{2} \cdot B}{k_{\text{B}}T} = \frac{2 \cdot 2.675 \times 10^8 \,\text{1/sT} \cdot \frac{\hbar}{2} \cdot 1 \,\text{T}}{k_{\text{B}} \cdot 293.15 \,\text{K}} \approx \frac{1}{140.000}.$$
(4.233)

Nach Gleichung (4.228) entspricht dies bei insgesamt $N = 10^6$ Zuständen einem Verhältnis von ca. $N_{\uparrow\uparrow}/N_{\uparrow\downarrow} = 500002/499998$ Zuständen zu Gunsten paralleler Ausrichtung. Auch für Atomkerne ist es möglich, dass der Energiebeitrag durch austauchwechselwirkungsähnliche Einflüsse verstärkt wird. Jedoch sind diese Wechselwirkungen auf atomare oder intramolekulare Abstände begrenzt und umfassen nicht den gesamten Festkörper, sodass der zusätzliche Beitrag vernachlässigt werden kann. Man stellt somit fest, dass auch die Atomkerne ein magnetisches Moment $\vec{\mu}_{k,s}$ besitzen, aber dieses aufgrund des geringen potentiellen Energiegewinnes nur zu einem vernachlässigbaren Bruchteil als Beitrag in das magnetische Gesamtmoment $\vec{\mu}$ eingeht.

4.2.4.5 Vergleich und Zusammenfassung der Beiträge zum magnetischen Moment

Nach ausführlicher Herleitung der unterschiedlichen Beitrag zum magnetischen Moment, ist es notwendig, die einzelnen Beiträge gemäß ihrer Größenordnung abzuschätzen, um den Einfluss der einzelnen Beiträge auf das magnetische Gesamtmoment

$$\vec{\mu} = \vec{\mu}_{e,I} + \vec{\mu}_{k,I} + \vec{\mu}_{e,s} + \vec{\mu}_{k,s}, \qquad (4.234)$$

d. h. auf die Summe der einzelnen Faktoren, n\u00e4herungsweise berechnen zu k\u00f6nnen. Die Absch\u00e4tzung der Beitr\u00e4ge erfolgt analog zu den bisherigen Herleitungen f\u00fcr das Wasserstoffatom. In grunds\u00e4tzlich \u00e4hnlicher Art und Weise lassen sich auch Absch\u00e4tzungen für komplexere Atome, Moleküle oder andere Strukturen durchführen. Da die näherungsweise Berechnung am Beispiel Wasserstoff jedoch am direktesten durchgeführt werden kann, wird dieses Beispiel an dieser Stelle gewählt.

Zunächst lässt die Betrachtung der abgeleiteten Beziehung direkt eine Aussage über die Richtung der magnetischen Momente zu. Allein das aus den mikroskopischen Strömen resultierende magnetische Moment der Elektronen $\vec{\mu}_{e,I}$ ist antiparallel zum äußeren Magnetfeld \vec{B} orientiert. Die anderen drei Beiträge zum magnetischen Moment $\vec{\mu}$ richten sich parallel zum äußeren Magnetfeld aus.

Betrachtet man generell das Verhalten der aus Strömen resultierenden Momente und der Spinmomente, lassen sich für die Spinmomente keine fixen Ausrichtungen, sondern mit der Larmor-Frequenz präzedierende Momente beobachten. Es muss ergänzt werden, dass auch die aus der Bahnbewegung resultierenden magnetischen Momente $\vec{\mu}_{e,I}$ und $\vec{\mu}_{k,I}$ eine Präzessionsbewegung ausführen. Aufgrund unterschiedlicher *g*-Faktoren für magnetische Momente der mikroskopischen Ströme und des Spins sowie andere abweichende Teilcheneigenschaften, unterschieden sich die Frequenzen der Larmor-Präzession jedoch teilweise deutlich, siehe Tabelle 4.4.

Ein entscheidendes Ergebnis der vorherigen Betrachtungen ist die Tatsache, dass der Spin und damit die magnetischen Spinmomente $\vec{\mu}_{e,s}$ und $\vec{\mu}_{k,s}$ intrinsische Eigenschaften der Elektronen und Atomkerne darstellen und diese nicht durch ein äußeres Magnetfeld \vec{B} erzeugt werden. Sie sind somit im Gegensatz zu den magnetischen Momenten der mikroskopischen Ströme stets existent. Mikroskopische Ströme treten jedoch nur in Gegenwart eines äußeren Magnetfeldes \vec{B} auf, sodass die entsprechenden magnetischen Momente ohne äußeres Magnetfeld vollständig verschwinden. Aus dieser Eigenschaft folgt ebenfalls, dass die Spinmomente einen fixen Wert für Elektronen bzw. unterschiedliche Atomkerne besitzen und weder verstärkt noch abgeschwächt werden

| | $ec{\mu}_{e,I}$ | $ec{\mu}_{\mathrm{k},I}$ | $ec{\mu}_{e,s}$ | $ec{\mu}_{{ m k},s}$ |
|------------|----------------------------------|----------------------------------|---------------------------------|----------------------------------|
| Richtung | ↑↓ | $\uparrow\uparrow$ | $\uparrow\uparrow$ | $\uparrow\uparrow$ |
| Permanenz | nein | nein | ja | ja |
| Präzession | $\frac{1}{4} \frac{eB}{\pi m_e}$ | $-\frac{1}{4}\frac{eB}{\pi m_p}$ | $\frac{1}{2}\frac{eB}{\pi m_e}$ | $-\frac{7}{5}\frac{eB}{\pi m_p}$ |

Tabelle 4.4: Zusammenfassende Darstellung der Eigenschaften der vier Beiträge zum atomaren magnetischen Gesamtmoment. Die Beiträge lassen sich durch Angabe der Richtung, Permanenz und Präzession unterscheiden.

können. Die für die magnetischen Momente ursächlichen Ströme können jedoch in ihrer Stärke variiert werden, sodass diese keinen definierten Wert besitzen, sondern stets in Abhängigkeit von der äußeren Feldstärke \vec{B} betrachtet werden müssen. Diese drei Kategorien zur Unterscheidung der magnetischen Momente sind in Tabelle 4.4 zusammengefasst dargestellt.

Tabelle 4.4 zeigt, dass die drei bisher betrachteten Eigenschaften keine eindeutige Charakterisierung erlauben. Um die Unterschiede zwischen den Momenten eindeutig hervorzuheben, ist eine Abschätzung der Größenordnungen vorzunehmen. Wie bereits beschrieben, orientiert sich die Stärke der magnetischen Momente der mikroskopischen Ströme am äußeren Magnetfeld. Zur Abschätzung der Größenordnung wird ein äußeres Magnetfeld der Stärke B = 1 T betrachtet, das in Richtung der z-Achse, d. h. $\vec{B} = B \cdot \vec{e}_z$, orientiert ist. Aufgrund der Relevanz der effektiven Spinmomente, ist der Wert auch für die Berechnung dieser Größe zu berücksichtigen.

Zur Berechnung der magnetischen Momente $\bar{\mu}_{e,I}$ mithilfe von Gleichung (4.213) ist die Kenntnis der Orbitalwellenfunktionen Ψ_{Orb} notwendig. Diese sind in Anhang B.5 zusammengefasst dargestellt. Berechnet man unter Berücksichtigung dieser Orbitalwellenfunktionen sowie des Bohrschen Radius a_0 die magnetischen Momente $\bar{\mu}_{e,I}$, ergeben sich Werte zwischen $\mu_{e,I} = -0.394 \times 10^{-29} \text{ Am}^2$ (1*s*-Orbital) und $\mu_{e,I} = -5.519 \times 10^{-29} \text{ Am}^2$ (2*s*-Orbital) für die Orbital mit Quantenzahl l = 0, 1.

Wie in Kapitel 4.2.4.2 beschrieben, unterscheiden sich die aus den mikroskopischen Strömen resultierenden magnetischen Momente der Atomkerne vornehmlich durch die Masse. Im Fall des Wasserstoffatoms mit einem Proton als Kernmasse liegen die magnetischen Momente in der Größenordnung $10^{-33} \text{Am}^2 \leq \mu_{k,I} \leq 10^{-32} \text{Am}^2$ und sind somit deutlich schwächer ausgeprägt, als die magnetischen Strommomente der Elektronen $\vec{\mu}_{e,I}$.

Die Stärke des magnetischen Spinmoments ist durch das gyromagnetische Verhältnis der Elektronen bzw. des Atomkerns definiert. Für Wasserstoff ergeben sich folgende Werte für das Elektron

$$\vec{\mu}_{e,s} = \gamma_{s,e} \cdot \frac{\hbar}{2} \cdot \vec{e}_z = 1.761 \times 10^{11} \, 1/\mathrm{sT} \cdot \frac{\hbar}{2} \cdot \vec{e}_z = \mu_\mathrm{B} \cdot \vec{e}_z = 9.285 \times 10^{-24} \,\mathrm{Am}^2 \cdot \vec{e}_z \quad (4.235)$$

bzw. für den Kern

$$\vec{\mu}_{\mathbf{k},s} = \gamma_{s,p} \cdot \frac{\hbar}{2} \cdot \vec{e}_z = 2.675 \times 10^8 \,\mathrm{1/sT} \cdot \frac{\hbar}{2} \cdot \vec{e}_z = 1.410 \times 10^{-26} \,\mathrm{Am}^2 \cdot \vec{e}_z. \tag{4.236}$$

Es lässt sich schlussfolgern, dass das magnetische Moment des Elektronenspins deutlich stärker ist, als alle anderen Beiträge zum magnetischen Gesamtmoment. Das magnetische Moment der mikroskopischen Ströme des Atomkerns ist beispielsweise um den Faktor 10⁸ geringer. Es zeigt sich weiterhin, dass die Beiträge zum magnetischen Moment auf Grundlage von Spins stärker wirken, als die Beiträge der mikroskopischen Ströme. Im Falle des Elektronenspins gilt diese Aussage für magnetisierte Materie in der Tat. Im Falle der magnetischen Momente der Kernspins $\vec{\mu}_{k,s}$ muss diese Aussage jedoch unter Berücksichtigung der Energieabschätzung relativiert werden, siehe Kapitel 4.2.4.4. Aus der Energieabschätzung geht hervor, dass bei Raumtemperatur und einem äußeren Magnetfeld der Stärke B = 1 T lediglich ein Bruchteil der Spins zusätzlich in Richtung des äußeren Magnetfeldes \vec{B} ausgerichtet wird. Da gemäß des Beispiels aus Kapitel 4.2.4.4 von $N = 10^6$ Spins nur 4 nicht kompensiert werden, existiert nur für genau diese Spins das magnetische Moment $\vec{\mu}_{k,s}$. Rechnet man diesen Wert mit in das magnetische Moment ein, kann der Wert so interpretiert werden, dass jeder Kern einen effektiven Beitrag zum magnetischen Moment von

$$\mu_{\rm k,s,eff} = \mu_{\rm k,s} \cdot \left(\frac{N_{\uparrow\uparrow} - N_{\uparrow\downarrow}}{N_{\uparrow\uparrow} + N_{\uparrow\downarrow}}\right) = \mu_{\rm k,s} \cdot \left(\frac{500002 - 499998}{1000000}\right) = 5.64 \times 10^{-32} \,\rm{Am}^2 \qquad (4.237)$$

besitzt. Der entsprechende Wert sollte für das effektive Spinmoment des Elektrons $\vec{\mu}_{k,s,eff}$ berücksichtigt werden. Diese Abschätzung erscheint sinnvoll, da die magnetischen Momente $\vec{\mu}_{e,I}$ und $\vec{\mu}_{k,I}$ jeweils von einem einzelnen Elektron bzw. Atomkern getragen werden und die Werte somit besser vergleichbar sind. Aus dieser Abschätzung ergibt sich weiterhin die Erkenntnis, dass die wesentlichen Beiträge zum magnetischen Moment $\vec{\mu}$ aus dem Spin und den mikroskopischen Strömen der Elektronen hervorgehen und die Kernspins einen in der Regel vernachlässigbaren Einfluss besitzen. Abbildung 4.42 zeigt eine Gegenüberstellung der Größenordnungen der magnetischen Momente. In der Abbildung ist jedoch keine allgemeingültige Abschätzung zwischen $\vec{\mu}_{e,I}$ und $\vec{\mu}_{k,s}$ ausgeführt, da diese nur unter Berücksichtigung der eben ausgeführten Energieabschätzung und somit nur in Abhängigkeit vom äußeren Magnetfeld \vec{B} möglich ist. In diesem Sinn beziehen sich die hier dargestellten Größenverhältnisse auf ein Magnetfeld der Größenordnung $B \approx 1$ T. Für sehr starke Magnetfelder ist es möglich, dass die Größenverhältnisse sich angleichen oder die Stärke der Strommomente sogar überwiegt, siehe Kapitel 4.2.9.1.

Da das magnetische Moment des Elektronenspins alle andere Beiträge um ein Vielfa-
ches übersteigt, könnte daraus die Schlussfolgerung erwachsen, dass das magnetische Gesamtmoment insgesamt durch $\vec{\mu}_{e,s}$ angenähert werden kann. Nach dieser Betrachtung würden alle weiteren Beiträge nur einen verschwindend geringen Anteil zum magnetischen Gesamtmoment liefern und wären somit nicht zu berücksichtigen. Das magnetische Moment $\vec{\mu}_{e,s}$ richtet sich jedoch, wie aus Tabelle 4.4 ersichtlich, in Richtung des äußeren Magnetfeldes \vec{B} aus. Bezöge man diese Tatsache auf die Erkenntnisse der Phänomenologie zur Magnetisierung \vec{M} , ergäbe sich stets eine parallel zum äußeren Magnetfeld \vec{B} . Sämtliche Materie würde somit von Magnetfeldern angezogen. Dieser Gedankengang widerspricht jedoch der in Kapitel 4.1.1 dargestellten erfahrbaren Welt des Magnetismus. Weiterhin ließe sich über diese einfache Annahme nicht erklären warum einige Stoffe extrem stark mit äußeren Magnetfeldern wechselwirken und andere nur sehr schwach.

Das Misskonzept in diesem Gedankengang liegt in der Annahme, dass die Struktur der Materie keinen Einfluss auf die Existenz bestimmter Komponenten des magnetischen Momentes $\vec{\mu}$ besitzt. Ein Versuch Aussagen über die magnetischen Eigenschaften realer Substanzen zu treffen ist jedoch auf eben diese Auseinandersetzung mit Einflüssen der Elektronenkonfiguration, des Aufbaus des Atomkerns oder der Existenz freier bzw. gebundener Elektronen angewiesen. Über die Berücksichtigung dieser Einflüsse ergeben sich die in den Kapiteln 4.2.5, 4.2.6 und 4.2.7 dargestellten, unterschiedlichen Ausprägungen innerhalb der verschiedenen Erscheinungen von Magnetismus. Für die



Abbildung 4.42: Zusammenfassende Darstellung einer Abschätzung der Größenordnungen der Beiträge zum atomaren magnetischen Gesamtmoment $\vec{\mu}$, ihrer Ursachen und Träger für $B \approx 1$ T. Die Größen $\vec{\mu}_{e,s,\text{eff}}$ und $\vec{\mu}_{k,s,\text{eff}}$ bezeichnen die effektiven Spinmomente unter Berücksichtigung der Umklappwahrscheinlichkeit durch Energieabschätzung.

Erklärung sämtlicher Erscheinungsformen wird jedoch stets auf die in diesem Kapitel dargestellten vier Beiträge zurückgegriffen. Aufgrund der geringen Wirkungen, können die magnetischen Momente der Atomkerne jedoch für die Erläuterungen der magnetischen Erscheinungsformen Dia-, Para- und Ferromagnetismus und all ihrer spezifischen Ausprägungen im Rahmen dieser fachlichen Klärung vernachlässigt werden, sodass lediglich die Beiträge der Elektronen in Form des Spins und der mikroskopischen Ströme der Atomorbitale betrachtet werden müssen, siehe Abbildung 4.43. Eine weitere Kategorisierung erfolgt insofern, dass sämtliche Phänomene, die sich aus magnetischen Momenten der mikroskopischen Ströme der Elektronen ergeben, ausschließlich eine Analyse im Ortsraum erfordern. Ist es notwendig den Spin als Ursache der magnetischen Momente heranzuziehen, kann der Ortsraum vernachlässigt werden und eine Reduktion auf den Spinraum ist ausreichend. Damit lassen sich beim Magnetismus die beiden zentralen Bestandteile des Elektronenzustandes, gemäß Kapitel 4.2.3.4 separiert betrachten. Allein für kollektive ferromagnetische Phänomene ist es notwendig, beide Räume zu betrachten, wie in Kapitel 4.2.7 ausführlich erläutert wird.

Diese Reduktion erfolgt im Bewusstsein, dass die magnetischen Momente von Kernspins aufgrund ihrer besonderen Eigenschaften u.a. in der Kernspintomographie genutzt werden. Die dafür erforderlichen Kenntnisse über Relaxationszeiten und gepulste Felder können jedoch für Erklärungen der grundlegenden dia-, para- und ferromagnetischen Erscheinungen vernachlässigt werden.

Mit Blick auf Abbildung 4.43 sei abermals daran erinnert, dass die bisherige Analyse atomar gebundener Elektronen den Magnetismus nicht auf seine atomaren Ausprä-



Abbildung 4.43: Visualisierung mikroskopischer Ströme der Atomorbitale und des Elektronenspins als zentrale Ursachen für die Erklärung der Natur magnetischer Momente.

gungen reduzieren soll, aber ein entsprechender Einstieg die Diskussion der Ursachen magnetischer Momente als Ausgangspunkt für die komplexeren Erklärungen beim Magnetismus quasifreier Elektronen oder mit Bezug auf kollektive Phänomene betrachtet werden kann.

In den nachfolgenden Kapiteln werden die unterschiedlichen Strukturen der Materie zur Beschreibung spezifischer magnetischer Erscheinungsformen berücksichtigt. Zunächst werden magnetische Phänomene ohne Wechselwirkungen der Elektronen betrachtet. Kapitel 4.2.5 fokussiert diesbezüglich die Magnetismusformen gebundener Elektronen in Form von Langevin-/Larmor-Diamagnetismus einerseits sowie Langevinund Van Vleck-Paramagnetismus andererseits. Liegen im Gegensatz dazu freie bzw. quasifreie Elektronen ohne Wechselwirkung vor, ist es notwendig, die Ausprägungen des Landau-Diamagnetismus und des Pauli-Paramagnetismus zu betrachten, wie in Kapitel 4.2.6 beschrieben wird. Als einzige kollektive Magnetismusform wird abschließend in Kapitel 4.2.7 der Ferromagnetismus beschrieben.

4.2.5 Atomarer und molekularer Magnetismus bei nicht-wechselwirkenden magnetischen Momenten

Ein wichtiges Ziel der fachlichen Klärung ist eine Strukturierung der Inhalte des Themengebietes Magnetismus nach didaktischen Gesichtspunkten. In diesem Sinne erscheint es sinnvoll zunächst das Wechselspiel der magnetischen Momente in Atomen und Molekülen ohne den Einfluss von Wechselwirkungen dieser Momente zu erläutern. Atomarer Magnetismus existiert in Form von Langevin- bzw. Larmor-Diamagnetismus auf der einen und in Form von Langevin- bzw. auch Van Vleck-Paramagnetismus auf der anderen Seite. Mithilfe der nachfolgenden Erläuterungen lassen sich sämtliche magnetischen Phänomene der Edelgase, zweiatomigen, gasförmigen Moleküle und Festkörper zweiter Ordnung erklären, siehe Abbildung 4.44 und vergleiche Abbildung 2.8.

Zu den zweiatomigen und unter Standardbedingungen gasförmigen Molekülen zählen Wasserstoff H_2 , Stickstoff N_2 , Sauerstoff O_2 , Fluor F_2 , Chlor Cl_2 und Brom Br_2 [McN97]. Als Festkörper zweiter Ordnung werden solche Festkörper bezeichnet, deren Struktur durch zwischenmolekulare bzw. physikalische Bindungen und nicht durch kovalente Bindungen erzeugt wird [Pae09]. Zu dieser Gruppe zählen Iod in Form von I_2 und Schwefel in Form von S_8 . Die Bindungen der Iod- und auch der Schwefel-Moleküle werden durch unpolare Van-der-Waals-Kräfte hervorgerufen. Um die beschriebenen Phänomene auf reale Substanzen übertragen zu können, erscheint es sinnvoll, die zweiatomigen Moleküle als solche und die zugehörigen Elemente nicht in ihren atomaren Formen zu betrachten, da diese in der Natur unter Standardbedingungen typischerweise nicht existieren. Dieser Hinweis sollte stets berücksichtigt werden, wenn über das magnetische Verhalten von Wasserstoff, Sauerstoff, Stickstoff, etc. gesprochen wird, da häufig implizit nicht das Atom, sondern das dazugehörige natürliche Molekül gemeint ist, wobei eine explizite Nennung dieser Tatsache in der Regel nicht erfolgt. Die Erklärungen für die eben genannten Atome und Moleküle sind dabei noch vergleichsweise simpel und eignen sich zur ersten Einführung in das Wechselspiel zwischen der Struktur der Materie und den magnetischen Momenten der Elektronen.

Die nicht gefärbten Elemente in Abbildung 4.44 (grau), die zu einer der genannten Gruppen, d. h. den Edelgasen, zweiatomigen gasförmigen Molekülen und Festkörpern zweiter Ordnung gehören, sind aufgrund fehlender experimentelle Nachweise für das



Abbildung 4.44: Darstellung von atomarem Magnetismus der Elemente im Periodensystem bei Magnetfeldern $B < 10^6$ T unter Standardbedingungen [McN97] nach [Lid05, S. 4-143 ff.], vergleiche Abbildung 2.8. Die Existenz atomar gebundener Elektronen ergibt nur für die natürliche Erscheinungsform von Sauerstoff paramagnetische Eigenschaften.

magnetische Verhalten nicht farbig unterlegt bzw. unter Berücksichtigung der genannten Bedingungen einer anderen Magnetismusform zuzuordnen. Letzteres gilt beispielsweise für Chrom, das innerhalb der Standardbedingungen antiferromagnetisches Verhalten zeigt.

Das Verhalten der nicht-metallischen Festkörper erster Ordnung Kohlenstoff C und Phosphor P, gebunden durch kovalente Bindungen, sowie sämtliche Halbleiter, d. h. Bor B, Silizium Si, Germanium Ge, Arsen As, Selen Se, Antimon Sb, Tellur Teund Bismut Bi kann als erweiterter atomarer bzw. molekularer Magnetismus ohne Wechselwirkung bezeichnet werden. Detaillierte Erklärungen für die magnetischen Erscheinungen dieser Stoffe sind jedoch bereits deutlich komplexer. Diese werden am Beispiel von Kohlenstoff C exemplarisch durchgeführt. Sämtliche nicht-metallischen Festkörper erster Ordnung und alle Halbleiter können als diamagnetisch kategorisiert werden.

Betrachtet man Abbildung 4.44 zeigt sich bereits, dass atomarer Magnetismus im Periodensystem der Elemente nur bei Sauerstoff als Paramagnetismus und bei sämtlichen anderen Atomen bzw. Molekülen und nicht-metallischen Verbindungen als Diamagnetismus wirksam wird. Die Gründe für das Zustandekommen der jeweiligen magnetischen Erscheinungsformen werden nachfolgend dargelegt. Bei allen Beschreibungen werden das magnetische Verhalten in Magnetfeldern $B \ll 10^6$ T und unter Standardbedingungen diskutiert [McN97]. Das magnetische Verhalten von Materie bei extrem hohen Temperaturen $T \gg 293.15$ K und in extrem starken Magnetfeldern $B \gg 10^6$ T wird in Kapitel 4.2.9 diskutiert, da die Stoffe unter diesen Bedingungen andersartige magnetische Eigenschaften offenbaren.

Die beiden zentralen magnetischen Erscheinungen für atomaren Magnetismus sind der Langevin- bzw. Larmor- Diamagnetismus auf der einen sowie der Langevin-Paramagnetismus auf der anderen Seite. Die Herleitungen der beiden Ausprägungen gehen jeweils vom Hamilton-Operator für ein Elektron im Magnetfeld, entsprechend Gleichung (4.175) aus. Als physikalische Grundlagen sind die bereits zu Beginn der fachlichen Klärung erarbeitete Phänomenologie sowie die beiden in Kapitel 4.2.4.5 abgeleiteten zentralen Bausteine magnetischer Momente $\vec{\mu}_{e,s}$ und $\vec{\mu}_{e,I}$ anzusehen.

4.2.5.1 Langevin-/Larmor-Diamagnetismus

Der phänomenologische Zugang aus Kapitel 4.1.1 zeigt, dass diamagnetische Substanzen aus einem Magnetfeld \vec{B} verdrängt werden. Die Magnetisierung \vec{M} und damit die magnetischen Momente $\vec{\mu}$ diamagnetischer Stoffe müssen somit, ebenfalls gemäß Kapitel 4.1, entgegengesetzt zum äußeren Magnetfeld \vec{B} ausgerichtet sein. In einer ersten Analyse soll die atomare Ausprägung des Diamagnetismus, der Langevin- bzw. Larmor-Diamagnetismus, eingehender erläutert werden.

Ein Blick auf die möglichen Beiträge zum magnetischen Moment $\vec{\mu}$ zeigt, dass das magnetische Gesamtmoment durch die mikroskopischen Ströme der Orbitalbewegung der Elektronen $\vec{\mu}_{e,I}$ dominiert werden muss, da nur dieser Beitrag zum magnetischen Gesamtmoment $\vec{\mu}$ die notwendige antiparallele Ausrichtung, relativ zum äußeren Magnetfeld \vec{B} , aufweist. Die Größenordnungen der magnetischen Momente aus Kapitel 4.2.4.5 zeigen jedoch eindeutig, dass $\vec{\mu}_{e,I}$ um Größenordnungen kleiner ist, als das magnetische Moment des Elektronenspins $\vec{\mu}_{e,s}$. Es muss somit einen Grund geben, dass die letztgenannte Größe beim Langevin- bzw. Larmor-Diamagnetismus keinen Beitrag liefert. Die Betrachtungen erfolgen dabei stets für Atome und Moleküle im Grundzustand.

Beispielhaft lässt sich das Zustandekommen des atomaren Diamagnetismus am Beispiel des einfachsten Edelgases Helium He oder auch des zweiatomigen Moleküles H_2 erklären. Betrachtet man zunächst Helium und dessen Elektronenkonfiguration stellt man fest, dass Helium zwei Elektronen im 1*s*-Zustand besitzt. Aufgrund des Pauli-Prinzips, nach dem zwei Atome in einem Molekül nie in allen Quantenzahlen übereinstimmen dürfen, muss ein Elektron den Zustand *spin up* $|\uparrow\rangle$ und das andere Elektron den Zustand *spin down* $|\downarrow\rangle$ aufweisen. Die beiden Elektronen mit inverser Spinquantenzahl *s* werden als gepaarte Elektronen bezeichnet. Aus den beiden Spinzuständen ergibt sich für ein Elektron ein magnetisches Moment in Richtung des äußeren Magnetfeldes $\vec{\mu}_{e,s(\uparrow)} = \mu_{e,s} \cdot \vec{e}_z$ und für das andere Elektron ein exakt entgegengesetzt ausgerichtetes magnetisches Moment $\vec{\mu}_{e,s(\downarrow)} = -\mu_{e,s} \cdot \vec{e}_z$. Im Ganzen folgt damit für das magnetische Moment der Elektronenspins bei Helium

$$\vec{\mu}_{\text{He},s} = \vec{\mu}_{e,s(\uparrow)} + \vec{\mu}_{e,s(\downarrow)} = \mu_{e,s} \cdot \vec{e}_z - \mu_{e,s} \cdot \vec{e}_z = 0.$$
(4.238)

Die Tatsache, dass magnetische Momente gepaarter Elektronen sich gegenseitig aufheben ist dabei eine allgemeingültige Erkenntnis. Man kann sich leicht überzeugen, dass sämtliche Edelgase jeweils nur gepaarte Elektronen aufweisen und somit ein entsprechendes diamagnetisches Verhalten zeigen. Betrachtet man jedoch Wasserstoff mit seinem einzelnen Elektron ist offensichtlich, dass dieses nur ungepaart vorliegen kann und atomarer Wasserstoff somit dem Paramagnetismus zuzuordnen ist. Realer Wasserstoff existiert jedoch in der Regel nicht atomar, sondern in seinem natürlichen, elementaren Vorkommen als Wasserstoffmolekül H_2 . Für Moleküle muss anstelle der einfachen Elektronenkonfiguration die Molekülorbitaltheorie zur Hilfe genommen werden, um die Energie- und Spinzustände der Elektronen analysieren zu können. Die beiden für atomaren Wasserstoff im 1*s*-Orbital befindlichen Elektronen mit *spin up* $|\uparrow\rangle$ fügen sich bei Bildung des Moleküls in das energetisch günstigere bindende Sigma-Orbital σ_{1s} ein [Hol95]. Aufgrund des Pauli-Prinzipes, geht dabei ein Elektron in den Spinzustand *spin down* $|\downarrow\rangle$ über und die vorher ungepaarten Elektronen erscheinen gepaart, siehe Abbildung 4.45. Auch beim Wasserstoffmolekül existiert somit kein resultierendes magnetisches Moment des Elektronenspins $\vec{\mu}_{e,s}$. Sowohl für Helium als auch für molekularen Wasserstoff ist $\vec{\mu}_{e,s} = 0$ und das magnetische Moment wird durch den nächstgrößeren Beitrag dominiert. Dieser Beitrag ist das magnetische Moment der mikroskopischen Ströme der Elektronen $\vec{\mu}_{e,I}$, welches antiparallel zum induzierenden Magnetfeld \vec{B} ausgerichtet ist. Aus diesem Grund lässt sich für Helium und Wasserstoffmoleküle diamagnetisches Verhalten beobachten.



Abbildung 4.45: Darstellung des Molekülorbitals des Wasserstoffmoleküls H₂.

Dieselbe Argumentation lässt sich auf alle Edelgase und sämtliche mehratomigen Moleküle sowie die Festkörper zweiter Art, deren Verhalten den gasförmigen Molekülen stark ähnelt, übertragen. Auch wenn hier die molekularorbitaltheoretischen Überlegungen teilweise komplexer sind, stellt sich jedes Mal heraus, dass bei allen atomardiamagnetischen Stoffen ausschließlich gepaarte Elektronen existieren und somit stets der Beitrag $\vec{\mu}_{e,I}$ zum magnetischen Moment dominiert. Die einzige Ausnahme bildet die natürliche Form von Sauerstoff, da O_2 , wie in Kapitel 4.2.5.2 beschrieben, paramagnetische Eigenschaften besitzt. Auch für Stoffe, die aus mehreren Elementen zusammengesetzt sind, wie beispielsweise Wasser H_2O , dessen diamagnetische Eigen-

| 2-Teilchen-Spinwellenfunktion $\chi(1,2)$ | ${m \mu}$ | m_s | s | |
|---|-----------|-------|---|-----------|
| $\chi_{\uparrow}(1)\chi_{\uparrow}(2)$ | 1 | 1 | 1 | |
| $\frac{1}{\sqrt{2}} \left[\chi_{\uparrow}(1) \chi_{\downarrow}(2) + \chi_{\downarrow}(1) \chi_{\uparrow}(2) \right]$ | 0 | 0 | 1 | Triplett |
| $\chi_{\downarrow}(1)\chi_{\downarrow}(2)$ | -1 | -1 | 1 | |
| $rac{1}{\sqrt{2}} \left[\chi_{\uparrow}(1) \chi_{\downarrow}(2) - \chi_{\downarrow}(1) \chi_{\uparrow}(2) ight]$ | 0 | 0 | 0 | Singulett |

Tabelle 4.5: Zusammenfassende Darstellung des Triplett- und Singulett-Zustandes des Wasserstoffmoleküls H_2 (Spinwellenfunktion χ , magnetisches Moment μ , magnetische Spinquantenzahl m_s und Gesamtspin s).

schaften mit unterschiedlichen Experimenten sehr leicht nachgewiesen werden können [Fea05, Che11], eignet sich eine Betrachtung des Molekülorbitals zur Erklärung der diamagnetischen Eigenschaften. Der Nachweis der diamagnetischen Eigenschaften von Wasser ist überdies auch Teil des Experimentes zur Magnetismuswaage, siehe Kapitel 5.3.

Am Beispiel von molekularem Wasserstoff H_2 lässt sich darüber hinaus noch einmal sehr gut der Einfluss des Kernspins $\vec{\mu}_{k,s}$ auf das magnetische Gesamtmoment $\vec{\mu}$ diskutieren. Natürliche Wasserstoffmoleküle existieren zu 25% als Para- und zu 75% als Orthowasserstoffmoleküle [Hol95]. Orthowasserstoff zeichnet sich durch parallel ausgerichtete Spins der beiden Kernprotonen mit Gesamtspin s = 1 aus, sodass ein Triplett-Zustand vorliegt. Die Protonenspins im Kern des Parawasserstoffmoleküls sind antiparallel ausgerichtet, sodass der Gesamtspin s verschwindet. Dies entspricht einem Singulett-Zustand. Betrachtet man den Singulett-Zustand, ist offensichtlich, dass der Gesamtspin s = 0 zu einem verschwindenden magnetischen Moment $\vec{\mu}_{k,s}$ führt. Gemäß Tabelle 4.5 gilt dies jedoch nicht für den Triplett-Zustand. In diesem existiert sowohl ein Anteil mit parallelem als auch ein Anteil mit antiparallelem magnetischem Moment. Im äußeren Magnetfeld \vec{B} erwartet man an dieser Stelle eine Ausrichtung dieser Momente und damit aufgrund der Größenordnung $\mu_{k,s} \approx 10^{-26} \,\mathrm{Am^2}$, siehe Kapitel 4.2.4.5, einen im Vergleich zum magnetischen Moment der mikroskopischen Ströme der Elektronen $\mu_{e,I} \approx 10^{-29} \,\mathrm{Am^2}$ stärkeren Einfluss. Die Tatsache, dass die Ausrichtung jedoch, wie im Rahmen der Energieabschätzung betrachtet, nur für einen Bruchteil der Kernspins erfolgt führt dazu, dass die mikroskopischen Ströme der Elektronen den wesentlichen Beitrag zum magnetischen Gesamtmoment $\vec{\mu}$ liefern.

In der phänomenologischen Betrachtung wird, neben der bereits genannten Magnetisierung \vec{M} , auch die magnetische Volumensuszeptibilität χ_V als charakteristische Größe zur Einteilung realer Stoffe in die drei magnetischen Erscheinungsformen Dia-, Para- und Ferromagnetismus eingeführt. Für den hier thematisierten Langevin- bzw. Larmor-Diamagnetismus lässt sich mithilfe der zeitunabhängigen Schrödinger-Gleichung, siehe Gleichung (4.175), eine genauere Definition der magnetischen Volumensuszeptibilität χ_V für eben diese diamagnetische Ausprägung ableiten. Aufgrund des dort beschriebenen Hamilton-Operators für ein Teilchen im Magnetfeld bzw. den diamagnetischen Beitrag des Hamilton-Operators, gilt für eine Anzahl von N Atomen

$$\hat{H}_{\text{Larmor}} = N \cdot \left(\frac{e^2 B^2}{12m_e} \cdot r^2\right). \tag{4.239}$$

Der im Vergleich zu Gleichung (4.179) unterschiedliche Faktor 1/12 statt 1/8 resultiert aus der Reduktion des Systems auf zwei Dimensionen, während an dieser Stelle in drei Dimensionen gerechnet werden soll, sodass für rotationssymmetrische Aufenthaltswahrscheinlichkeiten $x^2 + y^2 = 2r^2/3$ gilt. Aus der Definition des magnetischen Momentes $\vec{\mu}$ aus Gleichung (4.180), sowie der Definition der Magnetisierung \vec{M} folgt

$$M = \frac{\mu}{V} = -\frac{1}{V} \cdot \frac{\partial \hat{H}_{\text{Dia}}}{\partial B} \rightarrow \vec{M} = -\frac{e^2 \vec{B}}{6m_e} \cdot \frac{N}{V} \cdot r^2.$$
(4.240)

Für die atomare diamagnetische Volumensuszeptibilität χ_{Larmor} führt dies zu

$$\chi_{\text{Larmor}} = \mu_0 \cdot \frac{\partial M}{\partial B} = -\frac{\mu_0 e^2}{6m_e} \cdot \frac{N}{V} \cdot r^2.$$
(4.241)

Für den Radius r wird häufig die Näherung $r^2 \approx Z_a r_a^2$ angenommen [Gro14]. Dabei bezeichnet Z_a die gesamte Elektronenanzahl im betreffenden Atom oder Molekül und r_a den mittleren Radius. Mit dieser Annahme erhält man abschließend

$$\chi_{\text{Larmor}} = -\frac{\mu_0 e^2}{6m_e} \cdot \frac{N}{V} \cdot Z_a r_a^2. \tag{4.242}$$

Eine weitere Erkenntnis aus diesem Zusammenhang ist die Tatsache, dass die diamagnetische Volumensuszeptibilität, auch Larmor-Suszeptibilität χ_{Larmor} , nicht von der Temperatur T abhängt.

Für Wasser H_2O erlaubt der Zusammenhang eine Näherungsrechnung für die Volumensuszeptibilität. Gemäß einer Abschätzung ergibt sich als mittlerer Radius r_a näherungsweise die Hälfte des Molekülradius von Wasser $r_{H_2O} = 1.4 \times 10^{-10}$ m [Gro00, S. 1]. Unter Berücksichtigung von $Z_a = 10$ Elektronen pro Wassermolekül, ergibt sich durch

$$\frac{N}{V} = \frac{N_{\rm A}}{V_{\rm m}},\tag{4.243}$$

mit der Avogadrozahl $N_{\rm A}$ und dem molaren Volumen $V_{{\rm m},H_2O} = 18.07 \times 10^{-6} \,{\rm m}^3/{\rm mol}$ von Wasser die Volumensuszeptibilität

$$\chi_{V,H_2O} \approx -9.635 \times 10^{-6}.$$
(4.244)

Vergleicht man diesen Wert mit der Literaturangabe $\chi_V = -9.013 \times 10^{-6}$ [Lid05, S. 4-148] lässt sich eine gute Übereinstimmung erkennen.

Als weiteres einfaches Beispiel für ein Element, das dem Larmor-Diamagnetismus zugeordnet werden kann, lässt sich Helium betrachtet. Dieses besitzt $Z_a = 2$ Elektronen, die ungefähr den Bohrschenradius $r_a = a_0$ einnehmen. Weiterhin gilt für das molare Volumen von Helium $V_{m,He} = 22.4136 \text{ L/mol.}$ Damit folgt

$$\chi_{V,He} \approx -8.874 \times 10^{-6} \tag{4.245}$$

für die magnetische Volumensuszeptibilität von Helium.

Da es nach didaktischen Gesichtspunkten stets wichtig ist die theoretischen Überlegungen und Erklärungen mit real Erfahrbarem zu verbinden, eignet sich auch zur Demonstration von atomarem Magnetismus ein Experiment. Bei diesem Experiment wird das Verhalten von flüssigem Stickstoff N_2 mit flüssigem Sauerstoff O_2 verglichen [Har12]. Bei beiden Substanzen erscheint es nicht intuitiv, dass überhaupt Wechselwirkungen mit magnetischen Feldern beobachtet werden können. Aufgrund der Elektronenkonfigurationen der Moleküle, die an diesem Beispiel sehr praktisch diskutiert werden können, verhält sich jedoch Stickstoff diamagnetisch und wird aus dem Magnetfeld \vec{B} verdrängt, während Sauerstoff paramagnetisch ist, somit vom Magnetfeld \vec{B} angezogen wird und somit in diesem verbleibt. Der Grund für das paramagnetische Verhalten von molekularem Sauerstoff wird in Kapitel 4.2.5.2 erläutert.

Wie bereits beschrieben, lässt sich auch der Diamagnetismus sämtlicher Halbleiter und nicht-metallischer Festkörper erster Ordnung mithilfe atomarer Theorien zum Magnetismus erläutern. Während die Abschätzungen für die Halbleiter vergleichsweise komplex sind, ergibt sich die Erklärung für die magnetischen Erscheinungen bei Kohlenstoff C direkt aus den vorherigen Überlegungen. Graphit bzw. pyrolytisches Graphit zeigt innerhalb der unterschiedlichen Kristallstrukturen von Kohlenstoff mit großem Abstand das stärkste diamagnetische Verhalten und eignet sich in besonderem Maß für die Veranschaulichung von Diamagnetismus in einfach durchführbaren Experimenten, siehe Kapitel 5.1 und 5.3. Vor allem das diamagnetische Schweben stellt einen eindrucksvollen Versuch für ein diamagnetisches Phänomen dar [Sim00]. Zur Erklärung dieser starken diamagnetischen Effekte ist es hilfreich, Graphit als eine schichtweise Anordnung von Graphen zu betrachten.

Die Wabenstruktur von Graphen entspricht der Anordnung der Kohlenstoffatome im Benzolring, siehe Abbildung 4.46. Für diese Struktur ist bekannt, dass die Elektronen nicht an einzelne Atome gebunden sind. Die Elektronen bilden vielmehr eine mehrere Kohlenstoffatome übergreifende Orbitalwolke und lassen sich im Sinne der Molekülorbitaltheorie als delokalisierte π -Elektronen beschreiben [Kek66]. Innerhalb dieser Orbitalwolke erzeugt ein magnetisches Feld \vec{B} , analog zum Vorliegen atomar gebundener Elektronen, mikroskopische Ströme. In Gleichung (4.242) wird hergeleitet, dass die magnetische Suszeptibilität χ_V und die damit verbundene Stärke des zugehörigen magnetischen Phänomens vom Elektronenradius abhängt. Da die Orbitalwolke sich über den gesamten Ring erstreckt, ist der Radius wesentlich größer, als bei singulär atomaren Strukturen und die magnetischen Effekte sind somit um ein Vielfaches stärker. Die Elektronen gelten jedoch aufgrund der begrenzten Delokalisierung weiterhin nicht als freie Elektronen. Das Molekülorbitalschema, siehe ebenfalls Abbildung 4.46,



Abbildung 4.46: Darstellung der atomaren Struktur von Graphen nach [Hak06, S. 85]. Einzelne Benzolringe mit sechs π -Elektronen, die die Ursache für starken Diamagnetismus bilden, ergeben die Graphenschichten.

zeigt zudem, dass sich innerhalb eines Ringes die magnetischen Spinmomente gegenseitig ausgleichen und somit alle π -Ring-Elektronen gepaart auftreten [Hak00]. Auch für die weiteren Elemente dieser Gruppe, wie Bor, Silizium, etc., lassen sich verwandte Betrachtungen unter Berücksichtigung spezifischer Strukturen heranziehen, um Rückschlüsse auf das magnetische Verhalten ziehen zu können [Hud74, Bea11].

4.2.5.2 Langevin-Paramagnetismus

Die Darstellung des Langevin- bzw. Larmordiamagnetismus ermöglicht für nahezu alle Elemente, der zu Beginn von Kapitel 4.2.5 genannten Gruppen, d. h. für die Edelgase, Halogene, Chalkogene, Halbleiter, Festkörper zweiter Ordnung sowie die nichtmetallischen Festkörper erster Ordnung, eine eindeutige Vorhersage der magnetischen Eigenschaften, sodass das magnetische Verhalten für alle Atome und die typischerweise natürlich existierenden Moleküle dieser Gruppen beschrieben werden kann. Die Ausnahme bildet das natürlich vorkommende Sauerstoffmolekül O_2 , das als einziges im Experiment nachweisbar paramagnetisches Verhalten im Grundzustand offenbart, das mit der bisherigen Theorie somit nicht erklärt werden kann. Ein Blick auf das Molekülorbital des Sauerstoffatoms, siehe Abbildung 4.47, zeigt zunächst, dass dieses Element in atomarer Form zwei ungepaarte Elektronen besitzt. Dies allein ermöglicht jedoch keine Aussage über die magnetischen Eigenschaften des O_2 -Moleküls, da auch u. a. bei Wasserstoff und Stickstoff in atomarer Form ungepaarte Elektronen existieren und erst eine Betrachtung des Molekülorbitals zeigt, dass dieses ausschließlich gepaarte Elektronen besitzt.

Ein Blick auf das Molekülorbital von Sauerstoff, siehe Abbildung 4.47, offenbart, warum bei diesem Molekül paramagnetische Eigenschaften beobachtet werden können. Das energetisch höchste besetzte Energieniveau, das π_{2p}^* -Orbital, weist zwei ungepaarte Elektronen auf. Alle anderen Energieniveaus sind doppelt und somit durch gepaarte Elektronen besetzt. Es existiert somit ein doppeltes magnetisches Moment durch den Elektronenspin der beiden ungepaarten Elektronen in der Größenordnung $\mu_{e,s} \approx 10^{-23} \,\mathrm{Am}^2$. Dieser Beitrag ist der mit Abstand größte Beitrag zum magnetischen Moment des Sauerstoffmoleküls O_2 und bewirkt das paramagnetische Verhalten. Damit stellt die natürliche Erscheinungsform von elementarem Sauerstoff ein typisches Beispiel für den Langevin-Paramagnetismus dar.

Analog zum Langevin- bzw. Larmor-Diamagnetismus, siehe Kapitel 4.2.5.1, lässt sich auch für Stoffe, die dem Langevin-Paramagnetismus zuzuordnen sind, die zugehörige



Abbildung 4.47: Darstellung des Molekülorbitals des Sauerstoffmoleküls O_2 . Das Molekülorbital zeigt die vollständige Füllung des 1s- und 2s-Orbitals.

magnetischen Volumensuszeptibilität χ_V genauer bestimmen. Zu diesem Zweck muss zunächst der paramagnetische Beitrag des Hamilton-Operators aus Gleichung (4.175) um den dort vernachlässigten Spin erweitert werden. Man erhält insgesamt

$$\hat{H}_{\text{Langevin}} = \frac{e}{2m_e} \cdot \vec{B} \cdot (\vec{L} + \vec{s}) = \frac{e}{2m_e} \cdot \vec{B} \cdot \vec{J}.$$
(4.246)

Die Summe des Drehimpulses der Atomorbitale \vec{L} und des Spins \vec{s} als Eigendrehimpuls beschreibt dabei den Gesamtdrehimpuls \vec{J} eines Elektrons im Magnetfeld. Ohne Berücksichtigung der Wechselwirkung zwischen \vec{L} und \vec{s} , d. h. der Spin-Orbit-Wechselwirkung, folgt mit dem Landé-Faktor als Summe $g_J = g_s + g_l = g_s + 1$ der einzelnen Faktoren des Spins und der mikroskopischen Ströme, siehe Kapitel 4.2.4.5,

$$\hat{H}_{\text{Langevin}} = \mu_{\text{B}} \cdot g_J \cdot \left(\vec{B} \cdot \vec{J}\right). \tag{4.247}$$

In der nachfolgenden Ableitung nach Gross und Marx (2014) [Gro14, S. 682 ff.] ist es wichtig, insbesondere die z-Komponente des Gesamtdrehimpulses J_z zu berücksichtigen, da diese direkt mit dem magnetischen Moment $\vec{\mu}$ verbunden ist und sich über die magnetische Quantenzahl m beschreiben lässt. J_z besitzt m = 2J+1 verschiedene mög-

liche Werte im Bereich -J, -J+1, ..., +J-1, +J.Für die kanonische Zustandssumme folgt damit mit ganzzahligem m

$$Z = \sum_{m} e^{-\frac{\mu_{\rm B} \cdot g_J \cdot (B \cdot m)}{k_{\rm B}T}}.$$
(4.248)

Wählt man weiterhin nach Gross und Marx (2014) [Gro14, S. 683 ff.]

$$\xi \coloneqq -\frac{\mu_{\rm B} \cdot g_J \cdot B}{k_{\rm B}T} \cdot J, \tag{4.249}$$

ergibt sich der Term

$$Z = \sum_{m} e^{-\frac{\xi \cdot m}{J}} \tag{4.250}$$

und damit die kompakte Schreibweise

$$Z = \sum_{m} e^{-\frac{\xi \cdot m}{J}} = \frac{\sinh\left(\frac{2J+1}{2J} \cdot \xi\right)}{\sinh\left(\frac{\xi}{2J}\right)}.$$
(4.251)

Nutzt man die freie Energie $F = -N \cdot k_{\rm B}T \cdot \ln(Z)$ und die Magnetisierung $M = -(\partial F/\partial B)/V$ für N gleiche Atome, ergibt sich unter Berücksichtigung des Betrages der Sättigungsmagnetisierung

$$M_{\rm S} = \frac{N}{V} \cdot g_J \cdot \mu_{\rm B} \cdot J \tag{4.252}$$

bei vollständig paralleler Ausrichtung aller Elektronenspins, verglichen mit dem äußeren Magnetfeld \vec{B} und der Brillouin-Funktion

$$B_J(\xi) = \frac{2J+1}{2J} \operatorname{coth}\left(\frac{2J+1}{2J}\xi\right) - \frac{1}{2J} \operatorname{coth}\left(\frac{\xi}{2J}\right), \qquad (4.253)$$

für die Magnetisierung der Zusammenhang

$$M = M_{\rm S} \cdot B_J(\xi). \tag{4.254}$$

Die Sättigungsmagnetisierung $M_{\rm S}$ wird somit nicht bei jedem äußeren Magnetfeld \vec{B} erreicht, sondern ist aufgrund der substituierten Variablen ξ abhängig von der Stärke des angelegten Magnetfeldes \vec{B} und der Temperatur T. Je kleiner die Temperatur T und je stärker das angelegte Magnetfeld \vec{B} ist, desto weiter nähert man sich dem Wert der Sättigungsmagnetisierung M_S eines Stoffes an.

Für kleine Werte von ξ , d. h. für schwache Magnetfelder \tilde{B} und hohe Temperaturen T, dies entspricht näherungsweise den typischen Bedingungen in technisch wenig komplexen Experimenten zum Paramagnetismus, kann mithilfe einer Taylor-Entwicklung die Brillouin-Funktion als

$$B_J(\xi) \approx \frac{(J+1) \cdot \xi}{3J} + O(\xi^3)$$
 (4.255)

angenähert werden. Damit ergibt sich für die atomare paramagnetische Volumensuszeptibilität

$$\chi_{\text{Langevin}} = \mu_0 \cdot \frac{\partial M}{\partial B} = \frac{\mu_0 N}{3V k_{\text{B}} T} \cdot (g_J \cdot \mu_{\text{B}})^2 \cdot J \cdot (J+1)$$
(4.256)

und damit im Gegensatz zum Larmor- bzw. Langevin-Paramagnetismus eine Abhängigkeit der Suszeptibilität von der Temperatur T. Dieser Zusammenhang wird als Curie-Gesetz bezeichnet. Dieser Aspekt sollte im Sinne eines phänomenologischen Verständnisses als zentrale Aussage der formal abgeleiteten Zusammenhänge hervorgehoben werden.

Auch für diese Suszeptibilität lässt sich der Wert eines konkreten Beispieles berechnen. Da die bisherigen Betrachtungen dieses Kapitels für molekularen Sauerstoff erfolgt sind, soll dessen magnetische Volumensuszeptibilität χ_{V,O_2} berechnet werden. Dazu lässt sich das effektive magnetische Moment beim Paramagnetismus als $\mu_{\text{eff}} = (g_J \cdot \mu_{\text{B}})^2 \cdot J \cdot (J+1)$ nutzen. Dieses entspricht im Falle der beiden ungepaarten Elektronen des Sauerstoffmoleküls O_2 gemäß Gleichung (4.235) dem doppelten effektiven magnetischen Moment des Elektronenspins $\vec{\mu}_{s,e}$.

Bei Standardbedingungen ergibt sich für molekularen Sauerstoff ${\cal O}_2$ im gasförmigen Zustand der Wert

$$\chi_{V,O_2} \approx 0.958 \times 10^{-6}.$$
 (4.257)

Vergleicht man diesen Wert mit der Literaturangabe $\chi_V = 1.76 \times 10^{-6}$ [Pfe04, S. 222], lässt sich auch hier eine akzeptable Übereinstimmung der Größenordnung feststellen. Insgesamt zeigt die Betrachtung des atomaren Paramagnetismus am Beispiel von Sauerstoff, dass sämtliche diamagnetischen Beiträge aufgrund ihrer vergleichsweise geringen Anteile am magnetischen Gesamtmoment $\vec{\mu}$ vernachlässigt werden können, sobald das betreffende Molekül oder auch Atom ungepaarte Elektronen besitzt. Die magnetischen Momente einer paramagnetischen Substanz richten sich in einem äußeren Magnetfeld \vec{B} nicht bei beliebiger Feldstärke vollständig aus, sondern erreichen erst bei sehr starken äußeren Feldern einen Werte nahe der Sättigungsmagnetisierung M_S . Weiterhin ist im Gegensatz zum atomaren Diamagnetismus beim Paramagnetismus der Atome und Moleküle auch die Temperatur T von Bedeutung. Dies zeigt sich sowohl an dieser Stelle bei der Herleitung der magnetischen Volumensuszeptibilität der Ausprägungen als auch bereits bei der Herleitung der magnetischen Momente unter Berücksichtigung des Einflusses der Temperatur bei der Berechnung der effektiven Spinmomente.

4.2.5.3 Van Vleck-Paramagnetismus

Nach der Beschreibung des Langevin- bzw. Larmor-Diamagnetismus und des Langevin-Paramagnetismus lässt sich folgende Regel festlegen: Existieren in einem Atom, einem Molekül oder in einer vergleichbaren Struktur ausschließlich gepaarte Elektronen, weist die entsprechende Materie diamagnetisches Verhalten auf. Sobald ungepaarte Elektronen existieren, führt dies zu atomaren Paramagnetismus.

Bei dieser Regel, die sich an der Existenz ungepaarter Elektronen orientiert, wird jedoch das als Van Vleck-Paramagnetismus bezeichnete atomare magnetische Phänomen nicht berücksichtigt. Dieses Phänomen beschreibt den Umstand, dass paramagnetisches Verhalten auch bei einem Gesamtdrehimpuls J = 0 im Grundzustand bzw. bei Anregungen des Systemes möglich ist. Diese Anregungen werden beim Van Vleck-Paramagnetismus durch eine störungstheoretische Behandlung zweiter Ordnung des üblichen Hamilton-Operators berücksichtigt.

Aufgrund des geringeren Energiebeitrages der zweiten Ordnung, kann der Van Vleck-Paramagnetismus in den meisten Stoffen vernachlässigt werden [Kas05]. Die Voraussetzungen für die Beobachtung von Van Vleck-Paramagnetismus erfüllen nur Systeme, deren atomares, d. h. in diesem Fall lokalisiertes, magnetisches Moment sich aus Orbitalen, die exakt ein Elektron weniger als eine halbe Füllung aufweisen, ergibt. Ein typisches Beispiel ist Europium(III)-oxid Eu_2O_3 [Nol09]. Aufgrund der geringen Wirkung und der vergleichsweise exotischen Voraussetzungen für die Existenz dieser Ausprägungsform von Magnetismus, ist der Van Vleck-Paramagnetismus jedoch im Rahmen dieser fachlichen Klärung vernachlässigbar und soll nicht näher erläutert werden.

4.2.6 Magnetismus quasifreier Elektronen bei nicht-wechselwirkenden magnetischen Momenten

Nach der Erläuterung des Zustandekommens atomarer magnetischer Phänomene für die in Abbildung 4.44 dargestellten Elemente in Kapitel 4.2.5, stellt sich die Frage, auf welche Art und Weise sich die magnetischen Eigenschaften weiterer Elemente des Periodensystems beschreiben lassen. Die bisherigen Erläuterungen liefern noch keine ausreichenden Erklärungen für den Magnetismus in metallischen Festkörpern erster Ordnung. Diese Gruppe zeichnet sich durch die Existenz kovalenter oder vorwiegend metallischer Bindungen aus. Bei diesen Bindungen handelt es sich nicht mehr um physikalische, sondern um chemische Bindungen. Die metallischen Bindungen resultieren aus elektrostatischen Wechselwirkungen zwischen dem positiv geladenen Metallgitter und den nahezu frei beweglichen Elektronen [Kop04]. Diese Elektronen sind weiterhin für die hohe Leitfähigkeit metallischer Festkörper verantwortlich und werden in der Regel durch das Modell des freien Elektronengases beschrieben [Kop04]. Da das Modell des freien Elektronengases auch für die magnetischen Eigenschaften der Metalle eine wichtige Voraussetzung darstellt und es die Elektronen als Träger der magnetischen Momente genauer charakterisiert, sollen die Grundzüge des Modells des freien Elektronengases kurz erläutert werden.

Die Darstellung der Grundzüge für das Modell des freien Elektronengases erfolgt nach Demtröder (2010) [Dem10, S. 132 ff.]. Innerhalb des Modelles werden zunächst die Lösungen des eindimensionalen und unendlich hohen Potentialkastens der Länge L sowie der entsprechenden eindimensionalen Schrödinger-Gleichung zur Wellenfunktion $\Psi(x)$ mit den dazugehörigen Energieeigenwerten für die Wellenzahl $k_n = n \cdot \pi/L$ und $n \in \mathbb{N}^+$

$$E_n = \frac{\hbar^2 k_n^2}{2m_e}.$$
 (4.258)

betrachtet.

Für ein System aus N Elektronen bei T = 0 ist das Pauli-Verbot zu beachten, siehe Kapitel 4.2.5.1. Aus diesem Grund kann jedes Energieniveau E_n nur mit zwei Elektronen entgegengesetzten Spins besetzt werden, siehe Abbildung 4.48. Bei einer großen Anzahl von Elektronen lässt sich die Elektronenkonfiguration einfacher über die Darstellung der Zustandsdichte D(E) veranschaulichen, siehe ebenfalls Abbildung 4.48. Aufgrund der großen Anzahl möglicher Energieeigenwerte, wird dabei die diskrete Beschreibung durch eine kontinuierliche Beschreibung angenähert und so mithilfe der Zustandsdichte D(E) für einen eindimensionalen Potentialkasten

$$D(E) = \frac{L}{h} \cdot \sqrt{\frac{2m_e}{E}}$$
(4.259)

beschrieben. Sowohl bei einer diskreten als auch bei einer kontinuierlichen Beschreibung kann für N Elektronen als höchstes Energieniveau die Energie

$$E_{\rm F} = \frac{h^2}{2m_e} \cdot \left(\frac{N}{4L}\right)^2 \tag{4.260}$$

besetzt werden. Diese Energie wird als Fermi-Energie $E_{\rm F}$ bezeichnet. Die Bedingung für die Verwendung des Modells des freien Elektronengases ist die Vernachlässigung des Potentialterms der Schrödinger-Gleichung und somit der Wechselwirkung zwischen negativen Elektronen und positiven Gitterionen durch Coulombkräfte.

Bei einer Erweiterung auf drei Dimensionen, also für ein Volumen $V = L^3$, lässt sich die Zustandsdichte D(E) weiterhin im Sinne von Demtröder (2010) [Dem10, S. 132 ff.]



Abbildung 4.48: Vergleichende Darstellung der diskreten besetzten Energieniveaus für $N \ll N_{\rm A}$ sowie bei großen Teilchenzahlen $N \gtrsim N_{\rm A}$ im Übergang zur kontinuierlichen Zustandsdichte bei T=0 nach [Dem10, S. 458].

in der Form

$$D(E) = \frac{V}{2\pi^2} \cdot \left(\frac{2m_e}{\hbar^2}\right)^{\frac{3}{2}} \cdot \sqrt{E}$$
(4.261)

schreiben. Die Abstände der Zustände im k-Raum betragen, wie im eindimensionalen Fall, $d = 2\pi/L$. Für den dreidimensionalen Potentialtopf gelten analog die Energieeigenwerte

$$E_n = \frac{\hbar^2 \vec{k}^2}{2m_e} = \frac{\hbar^2 k_x^2}{2m_e} + \frac{\hbar^2 k_y^2}{2m_e} + \frac{\hbar^2 k_z^2}{2m_e}, \qquad (4.262)$$

somit wird die Fermi-Energie $E_{\rm F}$ mithilfe der Elektronendichte $n_e = N/V$ als

$$E_{\rm F} = \frac{\hbar^2}{2m_e} \cdot \left(3\pi^2 n_e\right)^{\frac{2}{3}}$$
(4.263)

definiert.

Die Elektronen im Bereich der Fermi-Energie $E_{\rm F}$ sind entscheidend für nahezu sämtliche relevanten physikalischen und chemischen Eigenschaften von Festkörpern, wie die Leitfähigkeit oder auch die magnetischen Eigenschaften. Die Tatsache, dass Elektronen nahe der Fermi-Kante magnetische Phänomene am stärksten beeinflussen, wird in den nachfolgenden Kapiteln 4.2.6.1 bis 4.2.6.3 eingehend beschrieben. Der Begriff Fermi-Kante resultiert aus dem stufenförmigen Übergang von besetzten zu nichtbesetzten Niveaus gemäß Abbildung 4.48. Setzt man Gleichung (4.263) in (4.261) ein und betrachtet somit die Zustandsdichte $D(E_{\rm F})$ im Bereich im Bereich der Fermi-Energie, ergibt sich

$$D(E_{\rm F}) = \left(\frac{m_e}{\pi\hbar}\right)^2 \cdot V \cdot \underbrace{\left(3\pi^2 n_e\right)^{\frac{1}{3}}}_{=:k_{\rm F}}$$
(4.264)

mit dem Fermi-Wellenvektor $k_{\rm F}$. An dieser Gleichung zeigt sich, dass die Zustandsdichte nahe der Fermi-Kante $D(E_{\rm F})$ proportional zum Quadrat der Elektronenmasse m_e^2 ist. Dies erscheint zunächst nicht relevant, ist jedoch im weiteren Verlauf von entscheidender Bedeutung für die Erklärung der Existenz diamagnetischer Metalle. Der Grund liegt in einer Veränderung eben jener Elektronenmasse m_e in Festkörpern durch Einflüsse der Bandstruktur, etc. und wird ebenfalls in Kapitel 4.2.6.3 genauer erklärt. Die Wahrscheinlichkeit, dass ein Zustand der Energie E mit Elektronen besetzt ist, ergibt sich aus der Fermi-Dirac-Verteilung

$$f(E,T) = \left[e^{\frac{E-E_{\rm F}}{k_{\rm B}T}} + 1\right]^{-1}$$
(4.265)

und ist abhängig von der bisher stets als T = 0 betrachteten Temperatur. Für Temperaturen T > 0 eignet sich der Begriff der Fermi-Kante nur noch bedingt, da diese eher als unscharfer Übergangsbereich angesehen werden muss, siehe Abbildung 4.49.

Bezieht man die fachdidaktische Perspektive mit in die fachliche Erklärung ein, stellt der Übergang der fachlichen Beschreibung von diskreten Energieniveaus zur kontinuierlichen Zustandsdichte eine große Hürde dar. Die diskreten Energieniveaus lassen sich für Atome und auch für Moleküle vergleichsweise einfach mithilfe der typischen Kästchenschreibweise für die Elektronenkonfiguration nach Pauling angeben. Die Vorstellung einer Zustandsdichte mit zugehöriger Wahrscheinlichkeitsverteilung ist im Vergleich dazu wesentlich komplexer. Aufgrund der Komplexität sollte in Vermittlungskontexten stets die Notwendigkeit der Zustandsdichte als Größe zur Beschreibung sehr vieler scheinbar diskreter Energieniveaus hervorgehoben werden.

Nach Darstellung der zentralen Eigenschaften des freien Elektronengases, sollen die magnetischen Eigenschaften der Metalle des Periodensystems nachfolgend hergeleitet werden. Zu den Metallen zählen die Alkali- und Erdalkali-Gruppen, sämtliche Lanthanoide und Actinoide, die Elemente Aluminium Al, Gallium Ga, Indium In, Thallium



Abbildung 4.49: Verlauf der Fermiverteilung f(E,T) für unterschiedliche Temperaturen sowie Darstellung der Zustandsdichte D(E). $D(E) \cdot f(E)$ veranschaulicht die Änderung der Zustandsdichte bei T > 0 nach [Lin79, S. 85].

Tl der dreizehnten und Zinn Sn und Blei Pb der vierzehnten Hauptgruppe sowie sämtliche Nebengruppenelemente mit Ausnahme von Eisen Fe, Nickel Ni und Cobalt Co, siehe Abbildung 4.50. Diese drei Stoffe entsprechen den einzigen unter Standardbedingungen ferromagnetischen Elementen. Für diese Elemente gilt ebenfalls zunächst das Modell des freien Elektronengases, wobei im Unterschied zu sämtlichen anderen Elementen Wechselwirkungen der Elektronen untereinander unter Standardbedingungen zu berücksichtigen sind [McN97]. Die Eigenschaften kollektiver, weil wechselwirkender Magnetismusphänomene, werden im Anschluss an die Diskussion freier bzw. quasifreier Elektronen in Kapitel 4.2.7 ausgeführt.

Die nicht gefärbten Elemente in Abbildung 4.50 (grau), die zu einer der genannten Gruppen gehören, sind aufgrund fehlender experimenteller Nachweise für die magnetische Suszeptibilität nicht farbig unterlegt bzw. unter Berücksichtigung der genannten Bedingungen einer anderen Magnetismusform zuzuordnen.

Bereits an dieser Stelle sollte erwähnt werden, dass ein ähnlich einfaches Entschei-



Abbildung 4.50: Darstellung vom Magnetismus quasifreier Elektronen der Elemente im Periodensystem bei Magnetfeldern $B < 10^6$ T unter Standardbedingungen [McN97] nach [Lid05, S. 4-143 ff.], vergleiche Abbildung 2.8. Die Existenz quasifreier Elektronen ergibt viele paramagnetische und einige diamagnetische Stoffe. dungskriterium, wie die Existenz gepaarter bzw. ungepaarter Elektronen beim atomaren Magnetismus, im Fall des freien Elektronengases nicht existiert. Aus diesem Grund werden in Kapitel 4.2.6.1 die grundlegenden Eigenschaften des Landau-Diamagnetismus und in Kapitel 4.2.6.2 die Eigenschaften des Pauli-Paramagnetismus erläutert. Welche Kriterien für die Existenz der einen oder anderen Ausprägung bei realen Festkörpern betrachtet werden müssen, kann erst nach vollständiger Diskussion der beiden Phänomene im abschließenden Kapitel 4.2.6.3 erklärt werden.

Analog zur Betrachtung der atomaren magnetischen Phänomene, ergeben sich nahezu alle Berechnungen aus dem Hamilton-Operator. Für ein freies Elektron, d.h. unter Vernachlässigung des Coulomb-Potentials, gilt der Hamilton-Operator

$$\hat{H} = \underbrace{\frac{1}{2m_e} \left(\hat{\vec{p}} + e\vec{A}\right)^2}_{\hat{H}_{\text{Landau}}} \underbrace{-g_s \cdot \mu_{\text{B}} \cdot B \cdot m_s}_{\hat{H}_{\text{Pauli}}}, \qquad (4.266)$$

mit dem Bohrschen Magneton $\mu_{\rm B}$ und der magnetischen Spinquantenzahl m_s . Die beiden Terme lassen sich, wie beim atomaren Magnetismus, in einen diamagnetischen Beitrag, der der Erscheinungsform Landau-Diamagnetismus zugeordnet wird, und einen paramagnetischen Beitrag, der dem Pauli-Paramagnetismus zugeordnet wird, unterteilen.

4.2.6.1 Landau-Diamagnetismus

Analog zum atomaren Magnetismus lässt sich auch für freie bzw. quasifreie Elektronen durch deren Spins bzw. mikroskopische Ströme ein resultierendes magnetisches Moment bestimmen. Nachfolgend soll zunächst, ebenfalls analog zum atomaren Magnetismus, die diamagnetische Ausprägung des Magnetismus der Leitungselektronen, der Landau-Diamagnetismus, erläutert werden.

"Es wird gezeigt, daß schon freie Elektronen in der Quantentheorie, außer dem Spin-Paramagnetismus, einen von den Bahnen herrührenden, von Null verschiedenen Diamagnetismus haben, welcher in der Teilendlichkeit der Elektronenbahnen im Magnetfeld seinen Ursprung hat."

– Lew Dawidowitsch Landau [Lan30, S. 629]

Für die Erklärungen werden zunächst die fachlichen Grundlagen dargestellt, um anschließend didaktische Hinweis zur Verbindung dieser Theorie zu den zuvor erarbeiteten atomaren Erscheinungsformen Langevin- bzw. Larmor-Diamagnetismus bereitstellen zu können. Dieses sollen einen direkten Anschluss an die bereits erarbeiteten atomaren Zusammenhänge und Visualisierungen in diesem Bereich ermöglichen, sodass auch das Verständnis dieser magnetischen Ausprägungsformen anschlussfähig an die übrigen Inhalten vermittelt werden kann. Dabei ist insbesondere der Bezug zur Darstellung von Atomorbitalen, siehe Kapitel 4.2.3.1, von großem Interesse.

Beim Landau-Diamagnetismus lässt sich, wie bei allen anderen Ansätzen auch, das jeweilige Elektron zunächst mithilfe des Hamilton-Operators beschreiben. Verglichen mit dem Hamilton-Operator des an den Wasserstoffkern gebundenen Elektrons im Magnetfeld, kann der Potentialterm für die Betrachtung freier Elektronen im Modell des freien Elektronengases vernachlässigt werden. Damit gilt, unter Berücksichtigung von

$$\vec{\nabla} \cdot (\vec{A} \cdot \Psi) = \vec{A} \cdot \vec{\nabla} \cdot \Psi + \Psi \cdot \vec{\nabla} \cdot \vec{A}, \qquad (4.267)$$

für den Hamilton-Operator beim Landau-Diamagnetismus

$$\hat{H}_{\text{Landau}} = \frac{1}{2m_e} \left(\hat{\vec{p}} + e\vec{A} \right)^2 = -\frac{\hbar^2}{2m_e} \Delta + \frac{e\hbar}{2mi} \vec{\nabla} \cdot \vec{A} + \frac{e\hbar}{mi} \vec{A} \cdot \vec{\nabla} + \frac{e^2}{2m_e} \vec{A}^2.$$
(4.268)

Die nachfolgenden Ableitungen orientieren sich am Vorgehen von Patterson und Bailey (2010) [Pat10, S. 165 ff.]. Wie im Rahmen der gesamten fachlichen Klärung, wird auch an dieser Stelle das Vektorpotential \vec{A} in Coulomb-Eichung $\nabla \cdot \vec{A} = 0$ betrachtet. Dazu betrachtet man typischerweise ein in z-Richtung orientiertes Magnetfeld $\vec{B} = B \cdot \vec{e}_z$. Mit diesen Annahmen vereinfacht sich der Hamilton-Operator in kartesischen Koordinaten zu

$$\hat{H}_{\text{Landau}} = -\frac{\hbar^2}{2m_e}\Delta + \frac{e\hbar B}{2mi} \cdot \left(x\frac{\partial}{\partial y} - y\frac{\partial}{\partial x}\right) + \frac{e^2B^2}{8m_e} \cdot \left(x^2 + y^2\right).$$
(4.269)

Zur Bestimmung der Eigenwerte der Energie wird für die Lösung der zugehörigen Schrödinger-Gleichung als Ansatz der Wellenfunktion

$$\Psi(x,y,z) = \Phi(x,y,z) \cdot e^{\frac{ieBxy}{2\hbar}}$$
(4.270)

gewählt. Mit dieser Wahl ergibt sich zunächst

$$\hat{E} \cdot \Phi = -\frac{\hbar^2}{2m_e} \Delta \Phi - \frac{e\hbar B}{mi} \cdot x \cdot \frac{\partial \Phi}{\partial y} + \frac{e^2 B^2}{2m_e} \cdot x^2 \cdot \Phi.$$
(4.271)

An diesem Ausdruck sieht man, dass der Hamilton-Operator letztendlich nicht von yund z abhängt und \hat{p}_y sowie \hat{p}_z somit Erhaltungsgrößen darstellen. Eine weitere Transformation der Wellenfunktion, weiterhin im Sinne von Patterson und Bailey (2010) [Pat10, S. 165 ff.], in Form von

$$\Phi(x, y, z) = F(x) \cdot e^{-\mathrm{i}(k_y y + k_z z)}$$

$$(4.272)$$

ergibt

$$\left(E - \frac{\hbar^2 k_z^2}{2m_e}\right) \cdot F(x) = -\frac{\hbar^2}{2m_e} \frac{\mathrm{d}^2 F(x)}{\mathrm{d}x^2} + \frac{\left(\hbar k_y - eBx\right)^2}{2m_e} \cdot F(x).$$
(4.273)

Zusammen mit der Substitution

$$\tilde{x} = -\frac{\hbar k_y}{eB} \tag{4.274}$$

und der Zyklotronfrequenz

$$\omega_{\rm c} = \left| \frac{eB}{m_e} \right| \tag{4.275}$$

entspricht die resultierende Differentialgleichung

$$E \cdot F(x) = \left(-\frac{\hbar^2}{2m_e} \frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}\tilde{x}^2} + \frac{1}{2}m_e\omega_c^2 (x - \tilde{x})^2 + \frac{\hbar^2 k_z^2}{2m_e}\right) \cdot F(x)$$
(4.276)

im Wesentlichen der Gleichung des harmonischen Oszillators. Dementsprechend existieren die Energieeigenwerte

$$E_{n,k_z} = \frac{\hbar^2 k_z^2}{2m_e} + \hbar\omega_c \cdot \left(n + \frac{1}{2}\right) \tag{4.277}$$

mit $n \in \mathbb{N}$. Das ganzzahlige n im Term der Energie
eigenwerte stellt die Landau-Quantenzahl dar. Dieses Ergebnis für die möglichen Energien ermöglicht eine Inter-
pretation der Elektronenbahn der freien Elektronen. Jedes Elektron bewegt sich in-
nerhalb des freien Elektronengases mit einer bestimmten mittleren Geschwindigkeit.
Dabei bleibt die Komponente parallel zum magnetischen Feld $\vec{B} = B \cdot \vec{e}_z$ von diesem
unbeeinflusst. Die x-Komponente kann durch die Wellenfunktionen des harmonischen
Oszillators beschrieben werden. Die Bahn des Elektrons entspricht einer Schraube
bzw. Helix mit Achse parallel zum magnetischen Feld \vec{B} , siehe Abbildung 4.51. Die Bewegung in xy-Richtung wird durch die Wellenzahlkomponenten k_x und k_y genauer definiert. Häufig wird anstelle der Coulomb-Eichung $\nabla \cdot \vec{A} = 0$ auch die Landau-Eichung $\vec{A} = -By \cdot \vec{e}_x$ verwendet. Die Wahl der Eichung besitzt jedoch keinen Einfluss auf die Energieeigenwerte, sondern beeinflusst lediglich die Gestalt der Wellenfunktionen.

Ohne Magnetfeld \vec{B} lassen sich die Elektronen als freie ebene Wellen beschreiben, sodass beim Übergang zum Zustand $\vec{B} \neq 0$ aufgrund der Energieerhaltung die Bedingung

$$k_x^2 + k_y^2 = \frac{2m_e\omega_c}{\hbar} \cdot \left(n + \frac{1}{2}\right) \tag{4.278}$$

folgt, durch die Landau-Röhren beschrieben werden. Durch das Magnetfeld \hat{B} wird die Bewegung senkrecht zum Feld quantisiert [Gro14].

Für das freie Elektronengas beträgt der Abstand zweier Zustände, wie unter Kapitel 4.2.6 beschrieben, $2\pi/L$. Innerhalb einer Ebene nimmt jeder Zustand somit die Fläche

$$A(B=0) = \left(\frac{2\pi}{L}\right)^2$$
 (4.279)

ein, siehe Abbildung 4.51. Bei angelegtem äußerem Magnetfeld $\vec{B} \neq 0$ quantisieren diese Zustände in den eben hergeleiteten Landau-Röhren. Die Fläche zwischen zwei



Abbildung 4.51: Darstellung der möglichen Zustande für das freie Elektronengases (B = 0) und unter dem Einfluss der Landau-Quantisierung $(B \neq 0)$ sowie der helix- bzw. schraubenförmigen Elektronenbahn freier Elektronen bei existierendem Magnetfeld nach [Hun11, S. 368].

Röhren im k-Raum beträgt [Nol14]

$$A(B \neq 0) = A_{n+1} - A_n = \pi \cdot \left(k_{x,n+1}^2 + k_{y,n+1}^2\right) - \pi \cdot \left(k_{x,n}^2 + k_{y,n}^2\right) = \frac{2\pi m_e \omega_c}{\hbar}.$$
 (4.280)

Da die Zustände ohne äußeres Magnetfeld \vec{B} auf die entsprechenden Flächen A_n der Landau-Röhren abgebildet werden, gilt für den Entartungsgrad g der Landau-Niveaus [Czy08]

$$g = \frac{A\left(B \neq 0\right)}{A\left(B = 0\right)} = \frac{\frac{2\pi m_e \omega_c}{\hbar}}{\left(\frac{2\pi}{L}\right)^2} = \frac{m_e \omega_c L^2}{2\pi \hbar} = \frac{eBL^2}{2\pi \hbar} = \frac{\Phi}{\Phi_0}$$
(4.281)

als Flussquantisierung mit dem Flussquantum Φ_0 .

Die Berechnung der Landau-Suszeptibilität, als Kenngröße der magnetischen Momente der Bahnbewegung freier Elektronen im Magnetfeld, orientiert sich an der Herleitung von Opel (2004) [Ope04, S. 79 ff.], die die sehr formalen Schritte der theoretischen Betrachtung an eine direkte Vorstellung zu den Energieniveaus E_n knüpft und den Übergang vom System ohne Magnetfeld $\vec{B} = 0$ zum System mit Magnetfeld $\vec{B} \neq 0$ vollzieht. In diesem Übergang, siehe Abbildung 4.52, stelle man sich zunächst freie Elektronen ohne äußeres Magnetfeld \vec{B} vor. Wie aus den Betrachtungen zum freien Elektronengas folgt, können diese nahezu beliebige Energiezustände bis zur Fermi-Energie $E_{\rm F}$ einnehmen. Bei eingeschaltetem Magnetfeld \vec{B} können die Elektronen jedoch nur noch die den Landau-Niveaus E_n entsprechenden Zustände besetzen. Man teile jedem Landau-Niveau jeweils einen Block kontinuierlicher Energien der Energiebreite $\hbar\omega_c$ zu. Die Landau-Niveaus E_n seien jeweils im Zentrum dieser Blöcke positioniert, siehe Abbildung 4.52.

Die Energie der Elektronen senkrecht zum Magnetfeld beträgt

$$E_{\perp} = E_{\rm F} - \frac{\hbar^2 k_z^2}{2m_e}.$$
 (4.282)

Ohne Magnetfeld \vec{B} kann maximal das Energie-Niveau E_{\perp} besetzt werden. Mit Magnetfeld \vec{B} resultiert die Differenz

$$\kappa = E_{\perp} - E_n \tag{4.283}$$



Abbildung 4.52: Darstellung der möglichen Energiezustände mit und ohne äußeres Magnetfeld als Hilfe zur Herleitung der Landau-Suszeptibilität χ_{Landau} nach [Ope04, S. 82].

zum höchstmöglich besetzten Landau-Niveau. Der oberste besetzte Block besitzt unter Berücksichtigung des Entartungsgrades g ohne äußeres Magnetfeld \vec{B} die Besetzungszahl

$$N\left(B=0\right) = g \cdot \left(\frac{E_{\perp} - \left(E_n - \frac{\hbar\omega_c}{2}\right)}{\hbar\omega_c}\right) = \frac{g}{2}\left(1 + \frac{2\kappa}{\hbar\omega_c}\right). \tag{4.284}$$

Der auf g folgende Faktor entspricht dem Verhältnis der gefüllten Energie zur Breite des gesamten Blockes und somit dem relevanten Anteil des Entartungsgrades g. Um die Energie des obersten Blockes $U(\kappa)$ zu ermitteln, ist es notwendig die Anzahl besetzter Zustände N mit der mittleren Energie zu multiplizieren

$$U\left(B=0,\kappa\right) = N \cdot \left(\frac{E_{\perp} - \left(E_n - \frac{\hbar\omega_{\rm c}}{2}\right)}{\hbar\omega_{\rm c}}\right) = \frac{g}{2} \left(E_{\perp} + \frac{2E_{\perp}\kappa}{\hbar\omega_{\rm c}} - \kappa - \frac{\kappa^2}{\hbar\omega_{\rm c}} - \frac{\hbar\omega_{\rm c}}{4}\right).$$
(4.285)

Da k_z innerhalb einer Fermi-Fläche jedoch nicht konstant, sondern variabel ist, muss der Mittelwert über k_z , in diesem Fall entsprechend dem Mittelwert über κ gebildet werden, um diesen anschließend mit der möglichen Anzahl an Werten von k_z multiplizieren zu können. Für den Mittelwert der Energie $\langle U(B = 0) \rangle$ gilt bei Energiebreite $\hbar\omega_{\rm c}$ des Blockes

$$\left\langle U\left(B=0\right)\right\rangle = \int_{-\hbar\omega_{\rm c}/2}^{+\hbar\omega_{\rm c}/2} \frac{U\left(B=0\right)\left(\kappa\right)}{\hbar\omega_{\rm c}} \cdot \mathrm{d}\kappa = \frac{g}{2} \cdot \left(E_{\perp} + \frac{2E_{\perp}\langle\kappa\rangle}{\hbar\omega_{\rm c}} - \langle\kappa\rangle - \frac{\langle\kappa^{2}\rangle}{\hbar\omega_{\rm c}} - \frac{\hbar\omega_{\rm c}}{4}\right),\tag{4.286}$$

 mit

$$\langle \kappa \rangle = \frac{1}{\hbar\omega_{\rm c}} \cdot \int_{-\hbar\omega_{\rm c}/2}^{+\hbar\omega_{\rm c}/2} \kappa \cdot \mathrm{d}\kappa = 0 \tag{4.287}$$

sowie

$$\langle \kappa^2 \rangle = \frac{1}{\hbar\omega_{\rm c}} \cdot \int_{-\hbar\omega_{\rm c}/2}^{+\hbar\omega_{\rm c}/2} \kappa^2 \cdot \mathrm{d}\kappa = \frac{\hbar^2\omega_{\rm c}^2}{12}. \tag{4.288}$$

Somit erhält man abschließend für die mittlere Energie ohne äußeres Magnetfeld \bar{B}

$$\langle U(B=0)\rangle = \frac{g}{2} \cdot \left(E_{\perp} - \frac{\hbar\omega_c}{3}\right). \tag{4.289}$$

Bei existentem äußeren Magnetfeld $\vec{B}\neq 0$ müssen sich alle Zustände auf die Landau-Niveaus mit Energien E_n verteilen. Für deren Energie gilt

$$U\left(B\neq0,\kappa\right)=N\cdot E_{n}\tag{4.290}$$

und damit analog

$$U(B \neq 0, \kappa) = \frac{g}{2} \cdot \left(E_{\perp} + \frac{2E_{\perp}\kappa}{\hbar\omega_{\rm c}} - \kappa - \frac{2\kappa^2}{\hbar\omega_{\rm c}} \right).$$
(4.291)

Die mittlere Energie beträgt nach ebenfalls analogem Vorgehen für den obersten gefüllten Block

$$\langle U(B \neq 0) \rangle = \frac{g}{2} \cdot \left(E_{\perp} - \frac{\hbar\omega_{\rm c}}{6} \right). \tag{4.292}$$

Die Energiedifferenz für den Fall mit und ohne Magnetfeld beträgt

$$\langle \Delta U \rangle = \langle U (B \neq 0) \rangle - \langle U (B = 0) \rangle = \frac{g\hbar\omega_{\rm c}}{12}. \tag{4.293}$$

Bislang werden in der Herleitung der magnetischen Landau-Suszeptibilität nach Opel (2004) [Ope04, S. 79 ff.] lediglich die mittleren Zustände und Energien, aber nicht die Anzahl der möglichen Zustände, berücksichtigt. Weiterhin folgt jedoch in der eben genannten Herleitung die Berücksichtigung der möglichen Spinzustände mit Spinentartung 2 sowie der Einbezug der Entartung in Richtung von k_z in Form von $k_{\rm F}/(2\pi/L)$. Damit ergibt sich für die Energieverschiebung $\Delta U(B)$ aufgrund des magnetischen Momentes der Bahnbewegung der freien Elektronen durch Hinzufügen eines äußeren Magnetfeldes $\vec{B} \neq 0$ in Abhängigkeit von eben diesem Magnetfeld

$$\Delta U(B) = 2 \cdot \frac{k_{\rm F}}{\frac{2\pi}{L}} \cdot \langle \Delta U \rangle = \frac{k_{\rm F} V e^2 B^2}{24\pi^2 m_e}.$$
(4.294)

Aus diesem Energieunterschied $\Delta U(B)$ ergibt sich direkt die Suszeptibilität

$$\chi_{\text{Landau}} = \mu_0 \cdot \frac{\partial M}{\partial B} = \frac{\mu_0}{V} \cdot \frac{\partial \mu}{\partial B} = -\frac{\mu_0}{V} \cdot \frac{\partial^2 \Delta U(B)}{\partial B^2} = -\frac{\mu_0 k_{\text{F}} e^2}{12\pi^2 m_e}, \qquad (4.295)$$

als zweite Ableitung nach dem äußeren Magnetfeld \tilde{B} analog zu Gleichung (4.241) und unter Berücksichtigung von Gleichung (4.180).

Es existiert somit auch für freie bzw. quasifreie Elektronen eine diamagnetische Erscheinung, die sich ohne Berücksichtigung des Elektronenspins nur aus dem Ortszustand der Elektronen herleiten lässt. An dieser Stelle erscheint es sinnvoll zu erläutern, wie eine Vermittlung dieses Effektes im Anschluss an den Langevin- bzw. Larmor-Diamagnetismus, als dazugehöriger atomarer magnetischer Ausprägung, gestaltet werden kann. Zu diesem Zweck sollte Abbildung 4.53 betrachtet werden.

In der Abbildung ist zunächst ein typisches Atomorbital in drei Dimensionen dargestellt, das im Falle des atomaren Magnetismus zur Erklärung der Ursachen magnetischer Momente genutzt wird. Im Falle des atomaren Diamagnetismus bewirkt das Vektorpotential \vec{A} eine Veränderung der Wellenfunktion, siehe Kapitel 4.2.3.2. Durch das Hinzufügen des Vektorpotentials \vec{A} zur Wellenfunktion resultiert ein messbarer Strom \vec{I} in Form der Wahrscheinlichkeitsstromdichte \vec{j} , der wiederum ein magnetisches Moment $\vec{\mu}$ verursacht. Das Magnetfeld \vec{B} lässt sich in diesem Sinne insbesondere als Veränderung des Elektronenzustandes im Ortsraum interpretieren. An dieser Stelle setzt die Vorstellung zum Landau-Diamagnetismus an. Auch für den Landau-Diamagnetismus sollte die Form der Wellenfunktion bzw. die Gestalt des Orbitals berechnet werden.

Die Berechnung der Gestalt der Atomorbitale im äußeren Magnetfeld ergibt sich aus der Lösung zugehörigen zeitunabhängigen Schrödinger-Gleichung mit Hamilton-Operator

$$\hat{H} = \frac{1}{2m_e} \left(\hat{\vec{p}} - e\vec{A} \right)^2 + V(r) = \hat{H}_0 + \underbrace{\mu_{\rm B} \cdot \frac{\vec{B} \cdot \vec{L}}{\hbar}}_{\hat{H}_{\rm Para}} + \underbrace{\frac{e^2 B^2}{8m_e} \cdot r^2}_{\hat{H}_{\rm Dia}}, \tag{4.296}$$



Abbildung 4.53: Darstellung des Einflusses eines äußeren Magnetfeldes auf die Gestalt eines Atomorbitals verglichen mit dem Einfluss des Potentials für das Coulomb-Potential $V_{\rm C}(r)$ des Wasserstoffatoms sowie V(r) = 0 für freie Elektronen.

der hier noch einmal angegeben wird, um direkt mit diesem Ausdruck arbeiten zu können. Aufgrund der Veränderung, lassen sich die Lösungen der zugehörigen Schrödinger-Gleichung nicht mehr in separierter Form angeben. Die Lösung des Problems mithilfe von Störungsansätzen oder numerischen Kalkulationen erfolgt, in Abhängigkeit von der Stärke des Magnetfeldes \vec{B} , in unterschiedlicher Art und Weise. Als kritisches Magnetfeld wird häufig ein Wert von etwa $B_c \approx 3 \times 10^5$ T betrachtet. Die exakten Werte variieren jedoch je nach Quelle [Smi72, Rau77, Gay83, Win86, Rös84]. Um den Einfluss des äußeren Magnetfelds \vec{B} abschätzen zu können, wird häufig der Parameter

$$\gamma = \frac{B}{B_{\rm c}} \tag{4.297}$$

definiert. Bei Werten für den Parameter von $\gamma \ll 1$ spricht man aufgrund des überwiegenden Einflusses der Coulomb-Kraft vom "coulomb limit" [Gay83, S. 281], wohingegen $\gamma \gg 1$ das "landau limit" [Gay83, S. 282] charakterisiert. Zur Lösung wählt man typischerweise die Ansätze

$$\Psi_{nlm}(r,\vartheta,\varphi) = \sum_{l} \frac{1}{r} f_{l}(r) Y_{lm}(\vartheta,\varphi)$$
(4.298)

für $\gamma \leq 1$ [Rös84] sowie

$$\Psi_{nlm}(r,\varphi,z) = \sum_{n} g_n(z) \cdot \Phi_{nm}(\varphi,z)$$
(4.299)

für $\gamma \ge 1$ verwendet [Can77] zur Beschreibung der Wellenfunktion.

Man kann den Wechsel des Lösungsansatzes als Übergang von einem kugelsymmetrischen Lösungsansatz für schwache zu einem zylindersymmetrischen Lösungsansatz für starke Magnetfelder interpretieren. Für die weiteren Berechnungen ist die Gestalt der Wellenfunktionen von Wasserstoff unter Einfluss des äußeren Magnetfeldes von Interesse. Für analytische Berechnungen mithilfe eines kugel- bzw. zylindersymmetrischen Ansatzes bei Feldstärken mittlerer Größe erscheint es zunächst so, dass sich die Lösung der Schrödinger-Gleichung für ein Elektron des Wasserstoffatoms in einem äußeren Magnetfeld mit den Gesetzen der Quantenmechanik direkt ergeben, da die Änderung des Hamilton-Operators nur einen einzelnen Beitrag zum zu lösenden Problem hinzufügt. "At first sight, the problem of hydrogen atoms in magnetic fields of arbitrary strength appears to be an elementary exercise in quantum mechanics, which in principle - could be solved with any desired accuracy, in the worst case by numerical means."

- [Rös84, S. 29]

Bei näherer Betrachtung muss jedoch festgehalten werden, dass es sich insbesondere für den Fall starker äußerer Magnetfelder bei einem Wasserstoffatom in einem konstanten äußeren Magnetfeld \vec{B} um ein nicht-integrables System handelt, sodass dieses System ein Beispiel für Quantenchaos darstellt [Fri89]. Auf explizite Näherungsansätze für die Wellenfunktionen innerhalb dieses chaotischen Systems soll aufgrund der Komplexität an dieser Stelle verzichtet werden. Eine qualitative Betrachtung ist in diesem Fall dennoch von Interesse.

Ein Blick auf Abbildung 4.54 offenbart zwei fundamentale Änderungen in der Struktur des Wasserstofforbitals bei zunehmender Stärke des äußeren Magnetfeldes. Zunächst wird augenscheinlich, dass sich das gesamte Orbital in allen Raumrichtungen verkleinert, wobei diese Verkleinerung in der Raumrichtung parallel zum äußeren Magnetfeld \vec{B} schwächer erfolgt, als in den beiden übrigen Raumrichtungen. Das kugelsymmetrische Orbital erhält somit die Gestalt eines in Richtung des Magnetfeldes gestreckten und insgesamt verkleinerten Rotationsellipsoids. Als zweite Veränderung lässt sich feststellen, dass diese Variation in der Gestalt des Orbitals immer stärker der zuvor beschriebenen Landau-Quantisierung unterliegt [Rös84]. Gemäß dieser Vorschrift kann ein parallel zu einem homogenen äußeren Magnetfeld \vec{B} bewegtes Elektron nur quantisierte Energiezustände einnehmen [Mar11].



Abbildung 4.54: Qualitative Darstellung von Schnitten durch die Wellenfunktionen Y_{10} und Y_{11} mit linearer Ausrichtung eines magnetischen Felds und unterschiedlicher Stärke nach [Rös84, S. 35]. Bei extrem starken Magnetfeldern ($\gamma > 0$) zeigt sich ein erheblicher Einfluss des Magnetfeldes auf die Gestalt des Atomorbitals.

Zur Einschätzung der Veränderung der Gestalt des Atomorbitals sollte daran erinnert werden, dass für Vermittlungskontexte relevanten typischen Magnetfelder Stärken im Bereich B < 1 T aufweisen. Für solche Magnetfelder ergibt sich für den Parameter γ ein Wert von etwa $\gamma \approx 3 \times 10^{-6} \ll 1$, sodass die Änderungen in der Form des Orbitals praktisch vernachlässigt werden können. Entsprechende Anwendungen für starke Magnetfelder sind insbesondere im Bereich der Astrophysik von Bedeutung, da z. B. Neutronensterne Magnetfelder von $B \approx 10^8 - 10^{11}$ T, d. h. $\gamma \approx 10^3 - 10^6$ [Rom90, Zha00, Pri06a]. Andererseits lässt sich im Bereich von Neutronensternen die Existenz von Materie jedoch nicht mit den irdischen Zuständen vergleichen.

Für extrem starke Magnetfelder existiert somit ein Übergang zu einem chaotischen System, dessen Lösung nur noch näherungsweise angegeben werden kann. Abbildung 4.54 zeigt aber qualitativ, dass bei starken Magnetfeldern das Orbital seine Kugelgestalt verliert und sich in Richtung des äußeren Magnetfeldes \vec{B} streckt [Rös84].

Wie ist dieses Verhalten mit dem Landau-Diamagnetismus zu vereinbaren? Bei sämtlichen Berechnungen in Kapitel 4.2.4.1 wird das Coulomb-Potential $V_{\rm C}(r)$ stets vollständig berücksichtigt. Das Orbital verändert in den Berechnungen erst dann seine Form, wenn der Einfluss des äußeren Magnetfeldes B groß gegenüber dem Potential des Wasserstoffkerns $V_{\rm C}(r)$ ist. Im Grenzwert ist der Einfluss des äußeren Magnetfeldes B bei extremen Feldstärken so groß, dass das Potential $V_{\rm C}(r)$ vernachlässigt werden kann. In dieser Situation weist das Orbital eine stark elliptische Gestalt und einen immer stärkeren Einfluss der Landau-Quantisierung auf [Rös84]. Nimmt man jedoch an, dass das Potential des Kerns sehr klein ist oder wie im Falle des freien Elektronengases sogar verschwindet, bilden sich schon bei deutlich geringeren magnetischen Feldstärken die in Richtung des magnetischen Feldes \vec{B} gestreckten Elektronenbahnen aus, auf denen sich das Elektron bewegt. Diese Bahnen entsprechen den schrauben- bzw. helixförmigen Elektronenbahnen beim Landau-Diamagnetismus. Durch eine Abschätzung der Einflussstärke des Potentials $V_{\rm C}(r)$ und des magnetischen Feldes B ergibt sich somit eine Ableitung der qualitativen Vorstellung des Diamagnetismus quasifreier Elektronen aus den Vorstellungen zu atomaren Diamagnetismus. Dieser Übergang ist in Abbildung 4.53 zusammengefasst dargestellt.

Neben dieser Betrachtung der Auswirkung auf die Atomorbitale, ist das magnetische Moment $\vec{\mu}$ eine Größe, die Aufschluss über Analogien zwischen atomarem Diamagnetismus und dem Diamagnetismus freier bzw. quasifreier Elektronen geben kann. Die Berechnung der Größenordnung typischer magnetischer Momente der mikroskopischen

Ströme atomar gebundener Elektronen ergibt, gemäß Kapitel 4.2.4.5, beispielhaft für jeden Energiezustand des Elektrons von Wasserstoff ein magnetisches Moment der Größenordnung $10^{-30} \text{Am}^2 \leq \mu_{e,I} \leq 10^{-29} \text{Am}^2$. Für das diamagnetische Moment der freien Elektronen kann abermals der Energieunterschied $\Delta U(B)$ genutzt werden. Mit der Definition des magnetischen Momentes, siehe Gleichung (4.180), gilt

$$\mu_{\text{Landau}} = -\frac{\partial \Delta U(B)}{\partial B} = -\frac{k_{\text{F}} V e^2 B}{12\pi^2 m_e} = -\frac{(3\pi^2)^{\frac{1}{3}} e^2 B}{12\pi^2 m_e} \cdot \left(N \cdot V^2\right)^{\frac{1}{3}}.$$
 (4.300)

Wie bei den vorherigen Abschätzungen der magnetischen Momente, soll auch an dieser Stelle zur Abschätzung der Größenordnung die magnetische Flussdichte der Stärke B = 1 T angenommen werden. Des Weiteren kann das magnetische Moment

$$\mu_{\text{Landau}} = -\frac{(3\pi^2)^{\frac{1}{3}} e^2 \cdot 1 \operatorname{T}}{12\pi^2 m_e} \cdot \left(\frac{4}{3}\pi a_0^3\right)^{\frac{2}{3}} \approx 5 \times 10^{-30} \operatorname{Am}^2$$
(4.301)

eines Elektrons bei einem Volumen in der Größenordnung des atomaren Volumens mit Bohrschem Radius a_0 berechnet werden.

Da dieser Wert dieselbe Größenordnung wie die magnetischen Strommomente gebundener Elektronen aufweist, kann der Landau-Diamagnetismus auch in diesem Punkt als direkter Anschluss an die bisherigen Ausführungen zum Diamagnetismus unter Berücksichtigung sehr starken Magnetfeldern betrachtet werden. Dieser Aspekt erscheint im Sinne einer anschlussfähigen Vermittlung hilfreich.

Aus der Abschätzung des magnetischen Momentes resultiert jedoch eine neue Fragestellung. Die atomaren diamagnetischen Momente können nur dann als Hauptfaktor des magnetischen Gesamtmomentes der jeweiligen Materie betrachtet werden, wenn ausschließlich vollständig gepaarte Elektronen vorliegen und somit keine paramagnetischen Momente basierend auf dem Elektronenspins existieren. Für freie bzw. quasifreie Elektronen lässt sich das Kriterium gepaarter Elektronen nicht unmittelbar übernehmen. Für eine sinnvolle Abschätzung des Einflusses von Landau-Diamagnetismus ist zunächst noch die Berechnung des Paramagnetismus quasifreier Elektronen, in Form des Pauli-Paramagnetismus, in Kapitel 4.2.6.2 notwendig. Anschließend kann der Einfluss dieser beiden Größen auf das magnetische Gesamtmoment quasifreier Elektronen μ betrachtet werden, siehe Kapitel 4.2.6.3, um auch für freie bzw. quasifreie Elektronen ein übergeordnetes Kriterium ableiten zu können.

4.2.6.2 Pauli-Paramagnetismus

Den zweiten Beitrag zum magnetischen Gesamtmoment $\vec{\mu}$ eines freien Elektrons liefert, wie beim atomaren Magnetismus, der Elektronenspin. Der für die Berechnungen notwendige Anteil am Hamilton-Operator des freien Elektrons im Magnetfeld kann aus Gleichung (4.269) entnommen werden. Der Beitrag \hat{H}_{Pauli} lässt sich mithilfe des g-Faktors für den Spin von Elektronen $g_s \approx 2$ und der magnetischen Spinquantenzahl $m_s = \pm 1/2$ zu

$$\hat{H}_{\text{Pauli}} = \pm \mu_{\text{B}} \cdot B \tag{4.302}$$

umformen und ist als Zeeman-Aufspaltung bekannt. Er entspricht der Energieänderung $\Delta E = -\mu_{\rm B} \cdot B$ durch Ausrichtung des Elektronenspins in Richtung des äußeren Magnetfeldes bzw. der Energieänderung $\Delta E = +\mu_{\rm B} \cdot B$ bei antiparalleler Ausrichtung [Bie03, Czy08].

Diese Energieänderung ΔE in Abhängigkeit vom Spin hat Einfluss auf die Zustandsdichte D(E), siehe Gleichung (4.261). Während ohne äußeres Magnetfeld \vec{B} jeweils die Hälfte der Spins im Zustand *spin up* $|\uparrow\rangle$ und die andere Hälfte der Spins im Zustand



Abbildung 4.55: Visualisierung der Zustandsdichten D(E) der Zustände spin up $|\uparrow\rangle$ und spin down $|\downarrow\rangle$ zur Veranschaulichung der Verschiebung der Zustandsdichten bei angelegtem äußerem Magnetfeld B.

spin down $|\downarrow\rangle$ existient und die Zustandsdichte jeweils

$$\frac{D(B=0,E)}{2} = \frac{V}{4\pi^2} \cdot \left(\frac{2m_e}{\hbar^2}\right)^{\frac{3}{2}} \cdot \sqrt{E}$$
(4.303)

beträgt, siehe Abbildung 4.55, gilt bei Existenz eines äußeren Magnetfeldes $\vec{B} \neq 0$ für die daraus folgende Energieaufspaltung

$$\frac{D(B\neq0,E)}{2} = \frac{V}{4\pi^2} \cdot \left(\frac{2m_e}{\hbar^2}\right)^{\frac{3}{2}} \cdot \sqrt{E\pm\mu_{\rm B}\cdot B}.$$
(4.304)

Durch diese Energieverschiebung bei gleicher Fermi-Energie $E_{\rm F}$ beider Zustände existieren nun mehr Elektronen im Zustand mit Spin parallel zum äußeren Magnetfeld, siehe Abbildung 4.55. Es ist somit offensichtlich, dass eine Magnetisierung $\vec{M} \parallel \vec{B}$ in Richtung des äußeren Magnetfeldes resultieren muss. Abbildung 4.55 zeigt weiterhin, dass die Energieverschiebung ΔE vor allem im Bereich der Fermi-Energie $E_{\rm F}$ wirksam wird. Dies unterstreicht abermals, dass die relevanten physikalischen Effekte der Leitungselektronen im Wesentlichen durch die Elektronen mit Energien im Bereich eben dieser Fermi-Energie $E_{\rm F}$ verursacht werden. Ohne äußeres Magnetfeld \vec{B} erwartet man für den Unterschied der Teilchenzahlen N_e^{\dagger} und N_e^{\downarrow} im jeweiligen Zustand $\Delta N_e(B = 0) = 0$. Mit äußerem Magnetfeld \vec{B} ergibt sich die Elektronenanzahl N_e jeweils aus dem Integral über das Produkt der Zustandsdichte D(E) und der Fermi-Verteilungsfunktion f(E,T), siehe Gleichung (4.265), und damit der Unterschied als [Nol14]

$$\Delta N_e(B \neq 0) = N_e^{\uparrow} - N_e^{\downarrow}, \qquad (4.305)$$

mit

$$N_e^{\uparrow\downarrow} = \int_{\mp\mu_{\rm B}B}^{\infty} f(E,T) \cdot D^{\uparrow\downarrow}(B \neq 0, E) \,\mathrm{d}E.$$
(4.306)

Zunächst soll dieser Ausdruck für die Temperatur T = 0 betrachtet werden. Weiterhin sei die Energieänderung $\Delta E = \pm \mu_{\rm B} \cdot B$ sehr klein gegenüber der Fermi-Energie $E_{\rm F}$, wodurch $\sqrt{E \pm \mu_{\rm B} \cdot B} \approx \sqrt{E_{\rm F}}$ genähert werden kann. Es folgt

$$\Delta N_e(B \neq 0) = \frac{V}{4\pi^2} \cdot \left(\frac{2m_e}{\hbar^2}\right)^{\frac{3}{2}} \cdot \sqrt{E_F} \cdot 2\mu_B \cdot B.$$
(4.307)
Typischerweise wird angenommen, dass jedes Elektron ein aus dem Spin \vec{s} resultierendes magnetisches Moment $\vec{\mu}$ mit der Größe des Bohrschen Magnetons $\mu_{\rm B}$ trägt. Dieses entspricht dem bereits berechneten magnetischen Spinmoment $\vec{\mu}_{e,s}$ der atomaren Elektronen, siehe Kapitel 4.2.4.3.

Das Bohrsche Magneton $\mu_{\rm B}$ ergibt zusammen mit dem resultierenden Unterschied der Elektronanzahlen $\Delta N_e(B \neq 0)$ die Magnetisierung

$$M(B \neq 0) = \frac{\mu_{\rm B} \cdot \Delta N_e(B \neq 0)}{V} = \frac{1}{4\pi^2} \cdot \left(\frac{2m_e}{\hbar^2}\right)^{\frac{3}{2}} \cdot \sqrt{E_{\rm F}} \cdot 2\mu_{\rm B}^2 \cdot B.$$
(4.308)

Gemäß der üblichen Definition der magnetischen Volumensuszeptibilität, ergibt sich auch für den Pauli-Paramagnetismus ein entsprechender Wert. Die Pauli-Suszeptibilität beträgt hier [Nol14]

$$\chi_{\text{Pauli}} = \mu_0 \cdot \frac{\partial M}{\partial B} = \frac{\mu_0}{4\pi^2} \cdot \left(\frac{2m_e}{\hbar^2}\right)^{\frac{3}{2}} \cdot \sqrt{E_{\text{F}}} \cdot 2\mu_{\text{B}}^2 = \frac{3N\mu_0\mu_{\text{B}}^2}{2VE_{\text{F}}}.$$
(4.309)

Auch für den Pauli-Paramagnetismus lässt sich ein exemplarischer Wert für die Suszeptibilität berechnen. Man wähle dazu das Element Aluminium. Unter Berücksichtigung von Gleichung (4.243) mit dem molaren Volumen $V_{m,Al} = 9.956 \times 10^{-6} \,\mathrm{m^3/mol}$ sowie der Fermi-Energie $E_{\mathrm{F},Al} = 11.63 \,\mathrm{eV}$ [Gro14, S. 268] ergibt sich

$$\chi_{V,Al} \approx 5.263 \times 10^{-6}.$$
 (4.310)

Vergleicht man diesen Wert mit der Literaturangabe $\chi_V = 20.748 \times 10^{-6}$ [Lid05, S. 4-143], ergibt sich im Vergleich zur theoretischen Berechnung für weitere Erscheinungsformen, wie beispielsweise für Wasser in Gleichung (4.244), eine schlechtere Übereinstimmung. Dies stützt die Aussage, dass die Beschreibung von auf Leitungselektronen basierender magnetischer Phänomene deutlich komplexer ist.

Im Gegensatz zur paramagnetischen Langevin-Suszeptibiliät χ_{Langevin} erscheint es zunächst so, dass die Pauli-Suszeptibilität temperaturunabhängig ist. Diese Folgerung ist jedoch aufgrund der anfänglichen Wahl T = 0 an dieser Stelle zwangsläufig. Für die Berücksichtigung der Temperatur T ist die Sommerfeld-Entwicklung von Gleichung (4.310) notwendig. Nach Nolting (2014) [Nol14, S. 206] ergibt sich für die temperaturabhängige Suszeptibilität mit der Fermi-Temperatur $T_{\rm F} = E_{\rm F}/k_{\rm B}$ der Ausdruck

$$\chi_{\rm Pauli}(T) = \frac{3N\mu_0\mu_{\rm B}^2}{2VE_{\rm F}} \cdot \left(1 - \frac{\pi^2}{12} \cdot \left(\frac{T}{T_{\rm F}}\right)^2\right).$$
(4.311)

Am Beispiel von Kupfer mit der Fermi-Temperatur $T_{\rm F} = 8.2 \times 10^4 \,\mathrm{K}$ [Rai06] zeigt sich, dass der temperaturabhängige Term aufgrund der typischerweise großen Fermi-Temperaturen vernachlässigt werden kann und eine temperaturunabhängige Näherung gemäß Gleichung (4.310) in vielen Fällen ausreichend ist. Die nur sehr geringe Temperaturabhängigkeit des spinabhängigen Magnetismus der Leitungselektronen steht im Gegensatz zum Ergebnis für die atomaren Spinmomente der gebundenen Elektronen, die nach dem Curie-Gesetz eine starke Temperaturabhängigkeit aufweisen, siehe Gleichung (4.256).

Auch beim Magnetismus der Leitungselektronen, auf Grundlage der Elektronenspins, ist ein Vergleich mit dem atomaren Äquivalent, d. h. in diesem Fall dem Langevin-Paramagnetismus, für die Vermittlung aus didaktischer Sicht wichtig. Bereits bei der vergleichenden Darstellung der vier möglichen Beiträge zum magnetischen Moment in Kapitel 4.2.4.3 und 4.2.4.5, wird mithilfe einer Abschätzung des möglichen Energiegewinns für Elektronen durch Ausrichtung der Elektronenspins gezeigt, dass bei Raumtemperatur und einem äußeren Magnetfeld der Stärke B = 1 T ohne Wechselwirkung der Spins nur ein geringer Bruchteil der Elektronen seinen Spin \vec{s} zusätzlich parallel zum Magnetfeld \vec{B} ausrichtet. Dieser geringe zusätzliche Anteil ausgerichteter Elektronenspins kann mit den zusätzlichen Zuständen von Elektronenspins parallel zum äußeren Magnetfeld verglichen werden, die aus der Verschiebung der Zustandsdichte resultieren. In diesem Sinne ist die Behandlung der Energieabschätzung und der Hinweis auf die nur zu geringen Teilen zusätzlich ausgerichteten Spins beim atomaren Magnetismus die notwendige Voraussetzung, um den Paramagnetismus der Leitungselektronen im Anschluss thematisieren zu können.

Um auch ohne die formalen Kenntnisse zur Herleitung der Zustandsdichte und der Verschiebung von D(E) bei Energieänderung ΔE Zugang zu diesem Phänomen zu ermöglichen, bietet sich eine Analogie mit einem Wassermodell an, siehe Abbildung 4.56. Zunächst existieren ohne äußeres Magnetfeld \vec{B} zwei Zustände entsprechend zwei Behältnissen mit Wasser. Das Volumen in beiden Behältnissen entspricht der Anzahl der Zustände N. Ohne Magnetfeld existieren gleich viele Anteile für jeden der beiden Zustände. Durch eine Energieänderung ΔE wird dem einen Behältnis Energie E, in diesem Fall potentielle Energie, hinzugefügt, d. h. das Behältnis wird nach oben verschoben. Dieselbe Energie E wird durch eine Absenkung des anderen Behältnisses ausgeglichen. Dies kann als Energieänderung $\Delta E = \pm \mu_{\rm B} \cdot B$ interpretiert werden. Wenn die Behältnisse so beschaffen sind, dass das Wasser die Möglichkeit besitzt zwischen den beiden Behältern zu fließen gleich sich der Wasserstand jedoch wieder auf dem ursprünglichen Niveau, entsprechend der Fermi-Energie $E_{\rm F}$, aus. Für das Verständnis der Vorgänge bei diesem Modell sind Kenntnisse der Mechanik ausreichend. Darüber hinaus kann diese Vorstellung sogar als haptisches Modell realisiert werden. Wichtig ist die Übertragung der Vorstellungen zu den Zuständen auf das Volumen des Wassers bzw. auf die Anzahl der Wassermoleküle sowie die Analogie zwischen magnetischer Energieänderung und potentieller Energieänderung beim Wasser.

Wie bereits im Rahmen der Herleitung des Landau-Diamagnetismus in Kapitel 4.2.6.1 erwähnt, müssen die beiden Einflüsse auf die magnetischen Momente freier bzw. quasifreier Elektronen in Beziehung gesetzt und verglichen werden. Bislang können lediglich die beiden Mechanismen verstanden und interpretiert werden. Warum jedoch einige metallische Elemente des Periodensystems der Elemente diamagnetisch und andere paramagnetisch sind, muss der Vergleich in Kapitel 4.2.6.3 zeigen.



Abbildung 4.56: Modellierung der Verschiebung der Zustandsdichte D(E) durch Änderung der Energie in der Analogie als Wassermodell. Die Analogie zur quantenmechanischen Größe der Zustandsdichte ermöglicht den Aufbau von Vorstellungen bei Gleichsetzung von Wassermolekülen und möglichen Zuständen.

4.2.6.3 Vergleich magnetischer Erscheinungen quasifreier Elektronen ohne Wechselwirkung

Der Vergleich der magnetischen Phänomene freier bzw. quasifreier Elektronen ohne Wechselwirkung lässt sich am einfachsten durch einen Vergleich der zugehörigen Suszeptibilität durchführen. Dafür ist es hilfreich die Pauli-Suszeptibilität χ_{Pauli} aus Gleichung (4.311) durch Einsetzen des Fermi-Wellenvektors k_{F} und des Bohrschen Magnetons μ_{B} in

$$\chi_{\text{Pauli}} = \frac{\mu_0 k_{\text{F}} e^2}{4\pi^2 m_e} \tag{4.312}$$

umzuformen. Man erhält im Vergleich mit der Landau-Suszeptibilität χ_{Landau} aus Gleichung (4.301)

$$\chi_{\text{Landau}} = -\frac{1}{3} \cdot \chi_{\text{Pauli}}.$$
(4.313)

Der Vergleich liefert zunächst ein erstaunliches Ergebnis. Gemäß dieser Aussage ist der aus dem Elektronenspin der freien Elektronen resultierende paramagnetische Beitrag zum magnetischen Moment μ stets dreimal größer, als der entsprechende diamagnetische Beitrag der mikroskopischen Strömen der Bahnbewegung der Elektronen. Wendet man dies auf die magnetischen Eigenschaften der metallischen Elemente des Periodensystems an, siehe Abbildung 4.50, würde man erwarten, dass sämtliche metallischen Elemente paramagnetisches Verhalten aufweisen. Wie Abbildung 4.50 basierend auf Messungen realer Suszeptibilitäten der zugehörigen Stoffe zeigt, ist dies jedoch nicht der Fall [Lid05]. Als experimenteller Nachweis dieser Betrachtung kann eine Messung der magnetischen Eigenschaften von Kupfer mithilfe einer Torsionsdrehwaage durchgeführt werden, siehe Kapitel 5.2. Ein solches Experiment offenbart nachdrücklich den diamagnetischen Charakter von Kupfer, dessen Elektronen aufgrund seiner hohen Leitfähigkeit zudem als freie bzw. quasifreie Elektronen im Modell des freien Elektronengases betrachtet werden können. Dieser experimentelle Umstand widerspricht jedoch dem Vergleich der zuvor abgeleiteten magnetischen Suszeptibilitäten quasifreier Elektronen.

Der Grund für die Abweichung zwischen theoretischer Vorhersage und experimentellem Nachweis liegt in einem Umstand, der bereits in Kapitel 4.2.6 kurz erwähnt wird. In diesem Kapitel wird darauf verwiesen, dass die Zustandsdichte D(E) abhängig von der Elektronenmasse m_e ist und Änderungen der effektiven Elektronenmasse infolge von Wechselwirkungen mit dem Kristallgitter oder weiterer Einflussfaktoren das Verhalten der Elektronen an der Fermi-Kante stark beeinflussen können. Ebenso wirkt sich die Elektronenmasse m_e stark auf die magnetischen Suszeptibilitäten der freien Elektronen aus. Um diese Einflüsse in den vorherigen Rechnungen zu berücksichtigen, wird als als Korrektur der Elektronenmasse m_e typischerweise die effektive Masse m_e^* verwendet. Die effektive Masse m_e^* beinhaltet Informationen über die Veränderung der Elektronenbewegung durch Wechselwirkungen mit dem Kristallgitter. Je nachdem, ob die Bewegung der Elektronen eingeschränkt oder gefördert wird, ergeben sich Werte für die effektive Masse m_e^* , die sehr viel größer oder kleiner als die Elektronenmasse m_e sind [Sim58]. Bei entsprechender Wechselwirkung kann die effektive Elektronenmasse m_e^* sogar negativ werden. Der Einfluss der beiden effektiven Masse m_e^* auf die magnetischen Phänomene beim Landau-Diamagnetismus und Pauli-Paramagnetismus wird in Anhang B.7 hergeleitet. Nutzt man den dort dargestellten Zusammenhang und berücksichtigt die Korrektur der Elektronenmasse, ergibt sich für den Vergleich

$$\chi_{\text{Landau}} = -\frac{1}{3} \cdot \left(\frac{m_e}{m_e^*}\right)^2 \cdot \chi_{Pauli} \tag{4.314}$$

sowie für die gesamte magnetische Volumensuszeptibilität quasifreier Elektronen [Nol14]

$$\chi_{\text{frei}} = \chi_{\text{Pauli}} + \chi_{\text{Landau}} = \chi_{\text{Pauli}} \cdot \left[1 - \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{m_e}{m_e^*} \right)^2 \right].$$
(4.315)

Der Einfluss dieser Korrektur kann an zwei konkreten Beispiel nachvollzogen werden. Aus der Literatur ergibt sich für Silizium als durchschnittliche effektive Masse der Elektronen der Leitungsbänder $m_{e,Si}^* = 0.26 \cdot m_e$ [Mas10, S. 14], während die Elektronen der *d*-Bänder bei Platin einen Wert von $m_{e,Pt}^* = 6.5 \cdot m_e$ [Bab37, S. 396] aufweisen. Berücksichtigt man dies bei der Berechnung der jeweiligen Suszeptibilität ergibt sich

$$\chi_{\text{Landau},Si} = -\frac{1}{3} \cdot \left(\frac{1}{0.26}\right)^2 \cdot \chi_{\text{Pauli},Si} \approx -5 \cdot \chi_{\text{Pauli},Si}, \qquad (4.316)$$

$$\chi_{\text{Landau},Pt} = -\frac{1}{3} \cdot \left(\frac{1}{6.5}\right)^2 \cdot \chi_{\text{Pauli},Pt} \approx -\frac{1}{127} \cdot \chi_{\text{Pauli},Pt}.$$
(4.317)

Aufgrund dieser Abschätzung, erwartet man für Silizium schwach diamagnetisches und für Platin ein stärker ausgeprägtes paramagnetisches Verhalten. Ein Vergleich dieser Abschätzung mit den magnetischen Volumensuszeptibilitäten $\chi_{V,Si} = -0.26 \times 10^{-6}$ und $\chi_{V,Pt} = 21.22 \times 10^{-6}$ aus der Literatur bestätigt diese Erwartung [Lid05, S. 4-143 ff.]. Insgesamt sollte jedoch berücksichtigt werden, dass auch die Korrektur über die effektive Masse m_e^* nur einen weiteren fachlichen Modellierungsschritt darstellt, der genauer als das Modell des freien Elektronengases ist, aber weiterhin nicht alle relevanten Einflüsse beinhaltet. Insbesondere berücksichtigt die effektive Masse m_e^* lediglich den Einfluss des Kristallgitters auf die Bahnbewegung der Elektronen, aber nicht die Wechselwirkung der Spins mit dem äußeren Magnetfeld \vec{B} .

Unter Berücksichtigung der effektiven Masse m_e^* als Einschränkung des Modells des freien Elektronengases, können die Erklärungen zum Landau-Diamagnetismus und Pauli-Paramagnetismus herangezogen werden, um die metallischen Elemente des Periodensystems gemäß Abbildung 4.50 hinsichtlich ihrer magnetischen Eigenschaften zu beschreiben und das Zustandekommen der Phänomene erklären zu können.

4.2.7 Ferromagnetismus als kollektives Phänomen

f In den bisherigen Ausführungen werden die beiden im Alltag weniger präsenten Erscheinungsformen Dia- und Paramagnetismus hinsichtlich ihrer Ursachen untersucht. Dabei wird insbesondere zwischen den magnetischen Momenten atomar gebundener Elektronen und freier bzw. quasifreier Elektronen unterschieden. Es kann gezeigt werden, dass die mikroskopischen Ströme der Elektronen auf der einen und die Elektronenspins auf der anderen Seite die zwei grundlegenden Bausteine magnetischer Momente bilden. Sämtliche dia- und paramagnetischen Erscheinungen lassen sich auf Grundlage dieser beiden Aspekte unter Berücksichtigung der jeweiligen Struktur der Materie, also der Anisotropieeigenschaften oder der Kristallstruktur, erklären bzw. nachvollziehen und auch vorhersagen. Es wird weiterhin gezeigt, dass die magnetischen Momente der Elektronenspins permanent existieren, wohingegen die magnetischen Momente der mikroskopischen Ströme erst durch ein magnetisches Feld \vec{B} induziert werden. Zudem wird errechnet, dass die resultierenden magnetischen Momente der mikroskopischen Ströme der Atomorbitale stets antiparallel zum äußeren Magnetfeld ausgerichtet sind und die magnetischen Momente der Elektronenspins sich bei hinreichender Feldstärke parallel zum angelegten Magnetfeld \vec{B} ausrichten.

In den meisten Alltagskontexten wird mit dem Begriff Magnetismus jedoch die Erscheinungsform Ferromagnetismus verbunden. Für die typischen Eigenschaften ferromagnetischer Erscheinungen, siehe Kapitel 4.1.1, wird bislang keine Erklärungen geliefert. Bezieht man die bei der Diskussion von Dia- und Paramagnetismus gewonnenen Erkenntnisse jedoch auf die zu Beginn der fachlichen Klärung beschriebenen phänomenologischen Erfahrungen lassen sich bereits ohne Erweiterung der Theorien einige Informationen gewinnen. Die Ursache für die bislang fehlenden Erklärungen stellt der Umstand dar, dass sich Ferromagnetismus als kollektives Phänomen mit Wechselwirkungen zwischen den einzelnen magnetischen Momenten grundlegend von den beiden bisher beschriebenen Ausprägungen unterscheidet.

Die wahrscheinlich wichtigste Eigenschaft eines Ferromagneten ist sein Potential zum Erhalt der Magnetisierung \vec{M} auch ohne äußeres Magnetfeld, da nur durch diese Fähigkeit zur Remanenz Magneten permanent die Zettel am Kühlschrank festhalten können. In diesem Sinne kann die Ursache für ferromagnetische Magnetisierungen nur in den magnetischen Momenten von Elektronenspins gefunden werden. Für die magnetischen Momente der Elektronenspins ist bereits nachgewiesen, dass im äußeren Magnetfeld \vec{B} eine parallele Ausrichtung zum Feld erfolgt. Sowohl die Permanenz als auch die Richtung der Magnetisierung führen zur eindeutigen Kennzeichnung der Elektronenspins als zentrale Ursache ferromagnetischer Magnetisierungen.

Für die Remanenz ferromagnetischer Materie stellen die Elektronenspins eine notwendige, aber keine hinreichende Bedingung dar. Trotz der Tatsache, dass sich sowohl Ferro- als auch Paramagnetismus durch die magnetischen Momente von Elektronenspins erklären lassen, kann bei paramagnetischen Stoffen in der Abwesenheit eines äußeren Magnetfeldes \vec{B} unter keinen Umständen eine Magnetisierung \vec{M} der jeweiligen Substanz gemessen werden. Eben diese Eigenschaft kennzeichnet jedoch einen Ferromagneten und grenzt somit die beiden magnetischen Erscheinungsformen voneinander ab. Die Ursache für die Fähigkeit zur Remanenz muss somit unabhängig vom äußeren Magnetfeld \vec{B} existieren.

Zur Erklärung ferromagnetischer Eigenschaften wurde historisch von Weiss (1907) [Coe09, S. 5] zunächst ein sogenanntes Molekularfeld (mean field) postuliert, das für den Erhalt der Magnetisierung im Ferromagneten verantworlich ist. Dieses Feld entspricht weder dem äußeren Magnetfeld \vec{B} noch dem damit verbundenen Vektorpotential \vec{A} , sondern beschreibt ein inneres Feld resultierend aus den Wechselwirkungen der Elektronen. Das Molekularfeld entspricht jedoch keinem real existierenden physikalischen Feld, sondern einem Hilfskonstrukt, das zunächst ohne genaue Kenntnis ursächlicher Zusammenhänge die Erklärung einiger Phänomene ermöglichte. Die nachfolgenden Ausführungen erfolgen gemäß der historischen Beschreibung und basieren zunächst auf den Vorstellungen zum Molekularfeld. Dieses theoretische Hilfskonstrukt wird alternativ auch als Austauschfeld B_{ex} (exchange field) bezeichnet und basiert auf der Vorstellung eines durch den Einfluss aller anderen Elektronen auf ein einzelnes Elektron erzeugten Feldes [Wei07, Sko08]. Unter bestimmten Voraussetzungen kann dieses Feld dazu führen, dass es für die Elektronenspins vorteilhafter ist auch ohne äußeres Magnetfeld \vec{B} eine gleichförmige Ausrichtung einzunehmen. Diese Voraussetzungen führen dann zur Unterscheidung der charakteristischen Phänomenologie von Para- und Ferromagnetismus. Darüber hinaus ergibt die Phänomenologie einen zweiten Aspekt, der Ferromagnetismus von Paramagnetismus unterscheidet. Wie im Modell der Weissschen Bezirke, siehe Kapitel 4.1.4.2, visualisiert, existieren innerhalb eines Ferromagneten auch ohne jeglichen Kontakt mit einem äußeren Magnetfeld \vec{B} gleichförmig magnetisierte Bereiche. Dieser Zustand wird als spontane Magnetisierung beschrieben. Es gilt somit nachfolgend die Remanenz und Stärke ferromagnetischer Phänomene sowie das Auftreten spontaner Magnetisierungen zu erläutern. Wie zu Beginn dieser Sachstruktur bei der Auswahl relevanter Magnetismusformen kurz beschrieben, lassen sich die hier nachfolgend ausgeführten Herleitungen in ähnlicher oder teilweise vollständig identischer Form auch auf die kollektiven magnetischen Erscheinungsformen Ferri- und Antiferromagnetismus übertragen.

Da die Ursachen des zu erklärenden Ferromagnetismus Ähnlichkeiten mit dem bereits erläuterten Paramagnetismus aufweisen, sollen die Erklärungen in ihrer Logik an die Erläuterung zum Pauli-Paramagnetismus anschließen. Der Umstand, dass ferromagnetische Prozesse an Festkörper geknüpft sind, wird mit Blick auf die wenigen ferromagnetischen Elemente der Periodensystems deutlich, siehe Abbildung 2.8 in Kapitel 2.3. Interessant ist an Abbildung 2.8, dass unter Standardbedingungen lediglich drei Elemente ferromagnetisch sind und doch im Alltag den meisten Ferromagnetismus als einzige magnetische Erscheinung bekannt ist [McN97].

Als erster relevanter Aspekt soll die Fähigkeit zum Erhalt der Magnetisierung \dot{M} , d. h. die Remanenz eines Ferromagneten, erläutert werden. Zunächst könnte die Vorstellung entstehen, dass sich die magnetischen Momente der Elektronenspins, ähnlich zweier Kompassnadeln, gegenseitig stabilisieren und somit nach erstmaliger Ausrichtung nicht wieder in einen unmagnetisierten Zustand mit zufälliger Ausrichtung zurückfallen. In der Analogie zu den Kompassnadeln wäre in dieser Betrachtung die magnetische Dipol-Dipol-Wechselwirkung für die Stabilisierung der Magnetisierung \vec{M} verantwortlich. Man betrachte zunächst das kleinste System vieler Elektronen bestehend aus zwei

Elektronen mit magnetischen Momenten $\mu_{\rm B}$ im Abstand $r \approx 0.3 \,\mathrm{nm}$ [Kas05, S. 417]. Hier gilt für die Energie der Dipol-Dipol-Wechselwirkung bei parallel ausgerichteten magnetischen Momenten [Kas05]

$$E = -\frac{2\mu_0\mu_{\rm B}^2}{4\pi r^3} \approx 0.1\,{\rm meV} \,\hat{=}\, k_{\rm B} \cdot 1.2\,{\rm K}. \tag{4.318}$$

Der Temperaturvergleich zeigt, dass die kinetische bzw. thermische Energie bereits bei geringsten Temperaturen zu groß ist, um den Erhalt der Magnetisierung auf die Dipol-Dipol-Wechselwirkung zurückführen zu können.

Um die tatsächliche Ursache zu identifizieren, ist, wie bei sämtlichen magnetischen Phänomenen, eine quantenphysikalische Betrachtung notwendig. In dieser nehme man, im Sinne der Ausführungen von Coey (2009) [Coe09, S. 93 ff.], zunächst an, dass ein ferromagnetischen System aus zwei Elektronen A und B besteht. Diese Annahme scheint der Tatsache zu widersprechen, dass Ferromagnetismus als ein kollektives Phänomen beschrieben werden muss. In einem kollektiven Vielteilchensystem erfolgen jedoch ähnliche Ausführungen, wie im kleinsten Mehrteilchensystem bestehend aus zwei Elektronen. Bei der Vermittlung der Inhalte ist es wichtig zu verdeutlichen, dass alle nachfolgenden Erklärungen für zwei Elektronen in der Realität auf ein System mit sehr großen Elektronenzahl zu übertragen sind und, aufgrund der technischen Komplexität der Rechnungen, an dieser Stelle die Betrachtungen nur für zwei Elektronen ausgeführt werden.

Die beiden Elektronen mit Spinoperator \hat{s}_A und \hat{s}_B besitzen zusammen den Gesamtspinoperator

$$\hat{s} = \hat{s}_A + \hat{s}_B.$$
 (4.319)

Da jeder Spin den Wert $\pm 1/2$ besitzt kann der Gesamtspin nur die Eigenwerte $s_{A,B} = 0$ oder $s_{A,B} = 1$ annehmen. Der Operator

$$\hat{s}^{2} = (\hat{s}_{A})^{2} + (\hat{s}_{B})^{2} + 2 \cdot \hat{s}_{A} \cdot \hat{s}_{B}$$
(4.320)

besitzt die Eigenwerte $s \cdot (s+1)$ und damit $s^2 = 0$ oder $s^2 = 2$. Aufgrund der Eigenwerte $s_{AB}^2 = 3/4$ gilt für das Produkt der Eigenwerte der Spins somit

$$s_A \cdot s_B = \begin{cases} +\frac{1}{4} \text{ für } s = 1\\ -\frac{3}{4} \text{ für } s = 0 \end{cases} .$$
(4.321)

Entsprechend existieren für den Hamilton-Operator $\hat{H} = J\hat{s}_A \cdot \hat{s}_B$ die Eigenwerte E = J/4 (s = 1, Triplett-Zustand) und E = -3J/4 (s = 0, Singulett-Zustand). Dies entspricht einer (2s + 1)-fachen Entartung jedes Zustandes. Für die zugehörige magnetischen Quantenzahl m_s existieren in Abhängigkeit vom Gesamtspin die möglichen Zustände -s < -s + 1 < ... < s - 1 < s. Die entsprechenden Eigenzustände und Spinwellenfunktionen χ werden in Kapitel 4.2.5.1 bereits am Beispiel von molekularem Wasserstoff in Tabelle 4.5 erläutert. Wichtig ist die Folgerung, dass die Spinwellenfunktion des Triplett-Zustandes $\chi_{\rm T}$ einer symmetrischen Ausrichtung der Spins entspricht. Dem Singulett-Zustand lässt sich eine antisymmetrische Spinwellenfunktion $\chi_{\rm S}$ zuweisen. Die exakte Angabe der Wellenfunktionen entspricht derjenigen in Tabelle 4.5.

Aufgrund des bereits an unterschiedlichen Stellen genannten Pauli-Prinzips, muss die Gesamtwellenfunktion

$$\Psi(\vec{r}_1, \vec{r}_2, s_1, s_2) = \Phi(\vec{r}_1, \vec{r}_2) \cdot \chi(s_1, s_2)$$
(4.322)

zweier Elektronen als Produkt der Ortswellenfunktion $\Phi(\vec{r}_1, \vec{r}_2)$ und der Spinwellenfunktion $\chi(s_1, s_2)$ im Allgemeinen stets antisymmetrisch sein. Die Orte \vec{r}_1 und \vec{r}_2 werden den Elektronen A und B zugeordnet. Eine antisymmetrische Ortswellenfunktion $\Phi(\vec{r}_1, \vec{r}_2)$ bedingt somit eine symmetrische Spinwellenfunktion $\chi(s_1, s_2)$ und umgekehrt. Aufgrund dieser Bedingung, muss für die Gesamtwellenfunktion bei symmetrischer Ortswellenfunktion sowie antisymmetrischer Spinwellenfunktion

$$\Psi_{\rm AB} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \left[\Phi_A(\vec{r}_1) \cdot \Phi_B(\vec{r}_2) + \Phi_A(\vec{r}_2) \cdot \Phi_B(\vec{r}_1) \right] \cdot \chi_{\rm S}(s_1, s_2) \tag{4.323}$$

oder bei antisymmetrischer Ortswellenfunktion und symmetrischer Spinwellenfunktion

$$\Psi_{AB} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[\Phi_A(\vec{r}_1) \cdot \Phi_B(\vec{r}_2) - \Phi_A(\vec{r}_2) \cdot \Phi_B(\vec{r}_1) \right] \cdot \chi_T(s_1, s_2)$$
(4.324)

gelten.

Diese Wellenfunktionen lassen sich mit Blick auf die Ausrichtung der magnetischen Momente beim Ferromagnetismus wie folgt interpretieren: Durch Wirkung eines äußeren Magnetfeldes \vec{B} seien die magnetischen Momente $\vec{\mu}$ zweier Elektronen zunächst parallel ausgerichtet. Aus der Summe der magnetischen Momente resultiert eine messbare Magnetisierung \vec{M} . Die Ausrichtung beider magnetischer Momente parallel zum äußeren Magnetfeld \vec{B} entspricht einem symmetrischen Spinzustand und damit einer symmetrischen Spinwellenfunktion, siehe Abbildung 4.57. Direkt verbunden mit dieser symmetrischen Spinwellenfunktion ist eine antisymmetrische Ortswellenfunktion und



Abbildung 4.57: Modellierung der ferromagnetischen Austauschwechselwirkung über die Vorstellungen eines Spin-Schalters zur Transformation der Ortswellenfunktion. Die parallele Spinausrichtung wird durch die notwendige Columobenergie zur Umordnung der Elektronen stabilisiert.

damit ein antibindendes Molekülorbital mit einer messbaren Aufenthaltswahrscheinlichkeit der Elektronen. Wie gesehen, resultiert dieses häufig als Austauschwechselwirkung bezeichnete Phänomen aus rein quantenmechanischen Überlegungen. Dieser Umstand liefert auch hier noch einmal ein Argument für die Notwendigkeit der Verwendung quantenphysikalischer Erklärungen für Magnetismus.

Nachdem dieser Zustand hinreichend beschrieben ist, wird das äußere Magnetfeld Bentfernt. Für die magnetischen Momente $\vec{\mu}$ ergibt sich die Möglichkeit im parallel ausgerichteten Zustand zu verbleiben oder in einen antiparallelen Zustand überzugehen. Der letztgenannte Zustand hätte das Verschwinden der Magnetisierung \vec{M} zur Folge. Der Übergang in den antiparallelen Spinzustand könnte jedoch nicht ohne Berücksichtigung der Folgen für die Ortswellenfunktion durchgeführt werden, da stets Spins- und Ortszustand eines Elektrons gemeinsam betrachtet werden müssen. Infolge der Transformation in einen antisymmetrischen Spinzustand mit antisymmetrischer Spinwellenfunktion durch Umklappen eines magnetischen Momentes, müsste auch die Ortswellenfunktion ihre Gestalt ändern. In diesem Fall müsste die Ortswellenfunktion von einer antisymmetrischen Gestalt in eine symmetrische Gestalt mit bindendem Molekülorbital übergehen. Aufgrund der veränderten Aufenthaltswahrscheinlichkeit der Elektronen, ist für die Transformation der Ortswellenfunktion jedoch ein zusätzlicher Energiebeitrag aufzuwenden. Die notwendige Coulomb-Energie steht dabei nicht zwangsläufig zur Verfügung, sodass die einmal ausgerichteten Spins ihre Ausrichtung erhalten. Erst bei ausreichend großer Temperatur kann die Energiebarriere überwunden werden und die Spins orientieren sich in zufälliger Ausrichtung.

Damit liefert die Modellierung eine anschauliche Erklärung für die stabilen ferromagnetischen Zustände. Es sollte jedoch einschränkend berücksichtigt werden, dass die Betrachtung von zwei Elektronen nur eine erste Näherung darstellt. Insbesondere wird dies deutlich, wenn der symmetrische Spinzustand zur magnetischen Spinquantenzahl $m_s = 0$ betrachtet wird, siehe Tabelle 4.5. Auch für diesen Zustand beschreibt das Modell die notwendige Energie einer Umorientierung der Spins. Im Gesamtkontext ferromagnetischer Phänomene muss jedoch weiterhin beachtet werden, dass für zwei Elektronen aufgrund der magnetischen Spinquantenzahl $m_s = 0$ kein resultierendes magnetisches Moment $\vec{\mu}$ zu beobachten ist. Die starke Magnetisierung für diesen Zustand lässt sich somit nicht mit dem Modell erklären. Betrachtet man jedoch viele Elektronen ergibt sich im Mittel die real zu beobachtende Magnetisierung. Für ein solches Vielteilchensytem mit $N \gg 2$ kann für eine Erklärung in ähnlicher Art und Weise vorgegangen werden. Weiterhin lässt sich das so beschriebene Konzept als Grundlage für die Erklärung von Phänomenen bei weiteren kollektiven Magnetismusformen nutzen.

Der vollständige Zusammenhang dieses Schaltermodells ist in Abbildung 4.57 dargestellt [Lau16c]. In dieser Abbildung wird der Spin als Schalter der Wellenfunktion betrachtet. Ähnlich einem Lichtschalter ist die notwendige Energie nicht durch den Schaltvorgang selbst, d. h. in diesem Fall für das Umklappen des Spins, gegeben, sondern resultiert aus der damit verbundenen Folge, in diesem Fall der veränderten Aufenthaltswahrscheinlichkeit der Elektronen. Als wichtige Erkenntnis ergibt sich die Tatsache, dass die extrem resistenten Magnetisierungen bei einigen ferromagnetischen Stoffen nicht auf magnetische, sondern auf elektrische Kräfte zurückzuführen sind. Um den beschriebenen Energievergleich explizit ausführen zu können, kann der Ener-

gieunterschied ΔE zwischen Singulett- und Triplett-Zustand als

$$\Delta E = E_{\rm S} - E_{\rm T} = 2 \cdot \int \Phi_A^*(\vec{r}_1) \Phi_B^*(\vec{r}_2) \hat{H} \Phi_A(\vec{r}_2) \Phi_B(\vec{r}_1) \,\mathrm{d}\vec{r}_1 \,\mathrm{d}\vec{r}_2 \tag{4.325}$$

berechnet werden.

Das Integral wird in der Regel als Austauschintegral J_{ex} bezeichnet und bietet über die Vereinfachung

$$J_{\rm ex} = \frac{E_{\rm S} - E_{\rm T}}{2} = \frac{\Delta E}{2}$$
(4.326)

eine Möglichkeit das Verhältnis der Energien auszudrücken. Ein positives Austauschintegral weist auf einen energetisch günstigeren Triplett-Zustand und damit auf parallel ausgerichtete Spins hin, während ein negatives Austauschintegral eine antiparallele Ordnung der Spins beschreibt. Diese Unterscheidung lässt sich unmittelbar auf Ferromagnetismus ($J_{ex} > 0$) und Antiferromagnetismus ($J_{ex} < 0$) beziehen und beispielsweise durch die Bethe-Slater-Kurve visualisieren. Das Austauschintegral J_{ex} stellt eine Möglichkeit dar, die zugehörigen Theorien mithilfe des Heisenberg-Modells weiter auszuschärfen.

Im Heisenberg-Modell wird für für jeden Gitterplatz ein Vergleich mit den Spins der nächsten Nachbarn durchgeführt. In Abbildung 4.58 ist das zweidimensionale Ising-Modell als Einschränkung des Heisenberg-Modells mit Reduktion der Spins auf zwei mögliche Zustände, parallel oder antiparallel zu einer ausgezeichneten Achse, dargestellt. Für jeden Gitterplatz kann das Austauschintegral J_{ex} eine Aussage über die



Abbildung 4.58: Darstellung des zweidimensionalen Ising-Modells zum Verständnis des Austauschintegrals J_{ex} bei Wechselwirkung eines Spins mit den nächsten Nachbarn und ausgezeichneter Richtung \vec{e}_z . Die Analyse der nächsten Nachbarn ermöglicht die Angabe des Austauschintegrals des betrachteten Elektrons.

Stellung eines Spins s mit Bezug auf eine ausgezeichnete Richtung im Sinne einer Gesamtenergiebilanz ΔE_{Ges} des jeweiligen Gitterplatzes interpretiert werden. Es gilt

$$\Delta E_{\text{Ges}} = \sum_{i=1}^{4} \Delta E_i, \qquad (4.327)$$

mit

$$\Delta E_i = \begin{cases} +J_{\text{ex}} & \text{für } s \parallel \vec{e}_z \\ -J_{\text{ex}} & \text{für } s \Downarrow \vec{e}_z \end{cases} .$$
(4.328)

Abbildung 4.58 zeigt einige Beispiele mit den entsprechenden Interpretationen. Das Gesamtsystem lässt sich über den Hamilton-Operator

$$\hat{H} = -\sum_{i,j} J_{ij,\text{ex}} \cdot \hat{\vec{s}}_i \cdot \hat{\vec{s}}_j - \mu_{\text{B}} \cdot B \cdot \sum_i \hat{\vec{s}}_i$$
(4.329)

beschreiben.

Für die Berücksichtigung unterschiedlicher Komponenten der Spins in der Form

$$\hat{\vec{s}}_{i} \cdot \hat{\vec{s}}_{j} = \alpha \hat{s}_{i,x} \hat{s}_{j,x} + \beta \hat{s}_{i,y} \hat{s}_{j,y} + \gamma \hat{s}_{i,z} \hat{s}_{j,z}, \qquad (4.330)$$

lässt sich der Hamilton-Operator auf verschiedene Modelle übertragen [Nol14]. Während im Heisenberg-Modell $\alpha = \beta = \gamma = 1$ und im XY-Modell $\alpha = \beta = 1$, $\gamma = 0$ gilt, wird

im Ising-Modell der Fall $\alpha = \beta = 0$, $\gamma = 1$ betrachtet.

Die nachfolgenden Erklärungen beziehen sich auf das Ising-Modell, als einfachster modellhafter Beschreibung. In diesem gilt bei Reduktion auf die z-Komponente für den Hamilton-Operator

$$\hat{H} = -J_{\text{ex}} \cdot \sum_{i,j} \hat{s}_i \hat{s}_j - 2\mu_{\text{B}} \cdot B \cdot \sum_i \hat{s}_i.$$
(4.331)

Dabei wird vorausgesetzt, dass die Spinquantenzahl s gemäß der Quantenzahl m_s nur die Werte +1/2 und -1/2 annehmen kann. Weiterhin wird angenommen, dass das System isotrop ist, wodurch sich ein ortsunabhängiges Austauschintegral $J_{ij,ex} = J_{ex}$ ergibt. Der vom äußeren Magnetfeld \vec{B} abhängige Term entspricht dem Hamilton-Operator des Pauli-Paramagnetismus \hat{H}_{Pauli} aus Gleichung (4.302).

Eine bestimmte Interpretation des Hamilton-Operators ergibt sich durch das bereits erwähnte theoretische Hilfskonstrukt des Molekularfeldes, dessen Kräfte jedes Elektron aufgrund der umgebenden Elektronen erfährt. Für diese Interpretation im Sinne von Kassing (2005) [Kas05, S. 418 ff.] nutzt man den Zusammenhang zwischen dem magnetischen Moment $\hat{\mu}_i$ eines beliebigen Elektrons und seinem Spin \hat{s}_i

$$\hat{\mu}_i = 2\mu_{\rm B} \cdot \hat{s}_i \tag{4.332}$$

sowie die Annahme, dass alle Gitterpunkte äquidistante Abstände aufweisen und jedes Elektron vier nächste Nachbarn besitzt [Kas05]. Der Hamilton-Operator lässt sich damit in

$$\hat{H}_{i} = -\hat{\mu}_{i} \cdot \underbrace{\left(\frac{J_{\text{ex}}}{\left(2\mu_{\text{B}}\right)^{2}} \cdot \sum_{\delta=1}^{4} \mu_{\delta}\right)}_{:=B_{i,\text{ex}}} - 2\mu_{\text{B}} \cdot B \cdot \sum_{i} \hat{s}_{i} = -\hat{\mu}_{i} \cdot \left(\hat{B}_{i,\text{ex}} + B\right)$$
(4.333)

umformen. Die Bezeichnung $B_{i,ex}$ weist auf das für die Beschreibung hilfreiche, aber nicht real existierende, theoretische Hilfskonstrukt des Austauschfeldes (exchange field), erzeugt durch Wechselwirkung eines ausgezeichneten Elektrons mit den Spins aller anderen Elektronen des Gitters, hin. Das Elektron ist gemäß der Annahme dem Molekularfeld $B_{i,ex}$ und dem äußeren magnetischen Feld \vec{B} ausgesetzt. Wie bereits beschrieben, war die Annahme eines solchen Molekularfeldes notwendig, um die ursächlich nicht geklärten Phänomene dennoch mithilfe dieser Hilfsgröße mikroskopisch beschreiben zu können. Ohne äußeres Magnetfeld B lässt sich aus Gleichung (4.333) die Austauschenergie des i-ten Elektrons

$$\hat{E}_{i,\text{ex}} = -J_{\text{ex}} \cdot \hat{s}_i \cdot \sum_{\delta=1}^4 \hat{s}_\delta \tag{4.334}$$

berechnen. Bei weiterhin vier Elektronen als nächsten Nachbarn im zweidimensionalen Gitter mit äquidistanten Abständen und dem Mittelwert des Spinoperator $\langle \hat{s}_{\delta} \rangle$ ergibt sich weiterhin im Sinne der Herleitung von Kassing (2005) [Kas05, S. 418 ff.]

$$\hat{E}_{i,\text{ex}} = -4 \cdot J_{\text{ex}} \cdot \hat{s}_i \cdot \langle \hat{s}_\delta \rangle. \tag{4.335}$$

Unter Berücksichtigung der austauschbedingten Magnetisierung

$$\hat{M}_{i,\text{ex}} = \frac{\hat{\mu}_i}{V} = \frac{2\mu_{\text{B}}}{V} \cdot \hat{s}_i, \qquad (4.336)$$

wird dies zu

$$\hat{E}_{i,\text{ex}} = -\left(2\mu_{\text{B}}\langle\hat{s}_{\delta}\rangle\right) \cdot \left(\frac{J_{\text{ex}}V}{\mu_{\text{B}}^2}\right) \cdot \hat{M}_{i,\text{ex}}.$$
(4.337)

Da der erste Term einem magnetischen Moment entspricht, erhält man explizit für das Molekularfeld

$$\hat{B}_{i,\text{ex}} = \frac{J_{\text{ex}}V}{\mu_{\text{B}}^2} \cdot \hat{M}_{i,\text{ex}} = \lambda_{ex} \cdot \mu_0 \cdot \hat{M}_{i,\text{ex}}.$$
(4.338)

Das Molekularfeld kann in diesem Sinne über den Parameter $\lambda_{\text{ex}} = J_{\text{ex}}V/\mu_0\mu_{\text{B}}^2$ hinsichtlich seiner Stärke beschrieben werden.

Die bisherigen Erläuterungen, zur Entstehung der typischen ferromagnetischen Eigenschaften, beziehen sich lediglich auf lokalisierte Elektronen und ermöglichen somit in der Tat nur die Erklärungen zum Ferromagnetismus in Isolatoren oder Halbleitern. Die metallischen Ferromagneten, zu denen die drei typischen ferromagnetischen Elemente Eisen Fe, Nickel Ni und Cobalt Co zu zählen sind, weisen jedoch nahezu vollständig freie Valenzelektronen auf, deren Verhalten sich innerhalb dieses Schemas nicht erklären lässt. Eine Möglichkeit die Ursachen für den Erhalt der Magnetisierung \vec{M} durch parallele Ausrichtung der Spins ohne Magnetfeld \vec{B} zu erklären, liefert das Stoner-Modell [Sto39]. Dieses Modell erscheint zudem aus zwei weiteren Gründen sehr geeignet zur Erklärung ferromagnetischer Phänomene. Zum einen greift es auf fachlicher Ebene die Erklärungen zum Pauli-Paramagnetismus auf und lässt sich als direkte Erweiterung der dortigen Überlegungen interpretieren. Zum anderen zeigt die Analyse des Stoner-Modells, dass dieses Modell für Leitungselektronen der ferromagnetischen Natur ähnliche Ursachen verglichen mit lokalisierten Elektronen zuweist. Diese Analogien zwischen dem Stoner-Modell und den zuvor ausgeführten Betrachtungen des Ferromagnetismus lokalisierter Elektronen werden innerhalb der nachfolgenden Erklärungen dargestellt.

Die Kernidee des Stoner-Modells, siehe Abbildung 4.59, ist ein Energievergleich zwischen dem Zustand ohne Magnetisierung $\vec{M} = 0$ und demjenigen mit vollständig parallel ausgerichteten Spins bei $\vec{M} \neq 0$. Man nehme an, dass sich die Elektronen zunächst zur Hälfte im Zustand *spin up* $|\uparrow\rangle$ und zur Hälfte im Zustand *spin down* $|\downarrow\rangle$ befinden. Die entsprechende Teilchenanzahl werde jeweils mit $N_0/2$ bezeichnet. Aus diesem Zustand heraus nehme man weiterhin an, dass eine bestimmte Anzahl an Elektronen ΔN zusätzlich ihren Spinzustand ändert. Diese Umorientierung der Spins erfordert die kinetische Energie ΔE_{kin} . Die Anzahl der Elektronen ergibt sich aus dem Produkt



Abbildung 4.59: Visualisierung des Stoner-Modells zur Beschreibung der Entstehung spontaner Magnetisierungen und ferromagnetischer Zustände nach [Nol09, S. 185]. Der zunächst aufzuwenden kinetische Energiebeitrag kann durch den Gewinn potentieller magnetischer Energie ausgeglichen werden.

der Zustandsdichte D(E) und dem entsprechenden Energiebetrag ϵ gemäß

$$\Delta N = \frac{D(E_{\rm F})}{2} \cdot \epsilon. \tag{4.339}$$

Dieser Zusammenhang folgt aus der in Abbildung 4.59 abgebildeten Flächenänderung. Da alle Elektronen die Energie dE mit $\sum dE = \epsilon$ besitzen, folgt für die notwendigerweise aufzuwendende kinetische Energie

$$\Delta E_{\rm kin} = \Delta N \cdot \epsilon = \frac{D(E_{\rm F})}{2} \cdot \epsilon^2. \tag{4.340}$$

Durch die zunächst zusätzlich aufgewendete Energie $\Delta E_{\rm kin}$ gewinnt das System jedoch auch einen Energiebeitrag, da die parallele Ausrichtung der Spins günstiger für die potentielle Energie des Systems ist, siehe Abbildung 4.59. Durch die Änderung der Elektronenzahlen im jeweiligen Zustand

$$N^{\uparrow,\downarrow} = \frac{N_0}{2} \pm \frac{D(E)}{2} \cdot \epsilon \tag{4.341}$$

ergibt sich die Magnetisierung

$$M_{\rm ex} = \frac{\mu_{\rm B} \cdot (N^{\uparrow} - N^{\downarrow})}{V} = \frac{\mu_{\rm B} \cdot D(E_{\rm F}) \cdot \epsilon}{V}.$$
(4.342)

Zur Berechnung der Änderung der potentiellen Energie ΔE_{pot} über die Magnetisierung, kann der aus Gleichung (4.96) bekannte Zusammenhang genutzt werden, sodass sich

$$\Delta E_{\rm pot} = -V \cdot \int M_{\rm ex} \,\mathrm{d}B \tag{4.343}$$

ergibt. Da in Abwesenheit eines äußeren Magnetfeldes lediglich das Molekular- bzw. Austauschfeld $B_{\text{ex}} = \lambda_{\text{ex}} \cdot \mu_0 \cdot M_{\text{ex}}$ existiert, erhält man

$$\Delta E_{\text{pot}} = -V \cdot \int_{0}^{B_{\text{ex}}} \frac{B}{\lambda_{\text{ex}} \cdot \mu_0} \, \mathrm{d}B = -\frac{V}{2} \cdot \lambda_{\text{ex}} \cdot \mu_0 \cdot M_{\text{ex}}^2. \tag{4.344}$$

Es folgt

$$\Delta E_{\text{pot}} = -\frac{V}{2} \cdot \lambda_{\text{ex}} \cdot \mu_0 \cdot \left(\frac{\mu_{\text{B}} \cdot D(E_{\text{F}}) \cdot \epsilon}{V}\right)^2 = -\frac{1}{2} \cdot \underbrace{\frac{\lambda_{ex} \cdot \mu_0 \cdot \mu_{\text{B}}^2}{V}}_{:=U_{\text{ex}}} \cdot \left(D(E_{\text{F}}) \cdot \epsilon\right)^2 \qquad (4.345)$$

mit der potentiellen Energie des Molekular- bzw. Austauschfeldes U_{ex} [Hun11]. Der Vergleich zwischen notwendiger kinetischer Energie ΔE_{kin} und gewonnener potentieller Energie ΔE_{pot} ergibt

$$\Delta E = \Delta E_{\rm kin} + \Delta E_{\rm pot} = \frac{D(E_{\rm F}) \cdot \epsilon^2}{2} \cdot (1 - U_{\rm ex} \cdot D(E_{\rm F})). \qquad (4.346)$$

Somit ist leicht ersichtlich, dass

$$\Delta E = \begin{cases} <0 \text{ für } U_{\text{ex}} \cdot D(E_{\text{F}}) > 1 \text{ (Ferromagnetismus)} \\ >0 \text{ für } U_{\text{ex}} \cdot D(E_{\text{F}}) < 1 \text{ (Paramagnetismus)} \end{cases}$$
(4.347)

gilt.

Wenn das Produkt aus der Stärke des Molekularfeldes B_{ex} und der Zustandsdichte an der Fermi-Kante $D(E_{\rm F})$ somit hinreichend groß wird, ist es für das Gesamtsystem günstiger, auch ohne äußeres Magnetfeld \vec{B} parallele Spinausrichtungen auszubilden. Diese Regel wird typischerweise als Stoner-Kriterium bezeichnet. Da, wie beschrieben, dieser Mechanismus auch für B = 0 gilt, ist er zudem für die spontane Magnetisierung ferromagnetischer Materie verantwortlich, die sich beispielhaft mit dem Modell der Weissschen Bezirke, siehe Kapitel 4.1.4.2, phänomenologisch beschreiben lässt.s In diesem Sinne sind innerhalb der Domänen die magnetischen Momente gleich ausgerichtet. Betrachtet man jedoch mehrere Domänen ist eine von Null verschiedene Gesamtmagnetisierung aufgrund zufälliger Ausrichtungen der einzelnen Domänen weiterhin nicht vorhanden. Die Ausbildung spontaner Magnetisierungen und die Größe der Domänen ist weiterhin von der Temperatur T abhängig, da diese die kinetische Energie E_{kin} des Systems zusätzlich erhöht.

Um das in Abbildung 4.57 abgebildete. wesentlich auf dem Heisenberg-Modell vollständig lokalisierter Elektronen beruhende, und zuvor erläuterte Modell für Ferromagnetismus verwenden zu können, ist es notwendig die Parallelen zwischen diesem Modell und den Ideen von Stoner zu nicht vollständig lokalisierten magnetischen Momenten herauszustellen. In beiden Modellen erhalten die Spins ohne äußeres Magnetfeld \tilde{B} die Möglichkeit sich entweder parallel oder aber antiparallel auszurichten. Beim Stoner-Modell ist der Gewinn an potentieller Energie $\Delta E_{\rm pot}$ durch die parallele Ausrichtung die zentrale Ursache für den Erhalt der Magnetisierung. Vergleicht man dies mit den Erläuterungen zum Ferromagnetismus lokalisierter Elektronen, findet man eine Entsprechung zur für die Änderung der Ortswellenfunktion notwendigen potentiellen Coulomb-Energie, die durch den Erhalt der Magnetisierung gewonnen werden kann. Sowohl für Leitungselektronen im Stoner-Modell als auch für lokalisierte Elektronen im Heisenberg-Modell führt die Reduktion der Gesamtenergie des Systems ΔE durch einen im Vergleich zum kinetischen Energieverlust $\Delta E_{\rm kin}$ größeren potentiellen Energiegewinn $\Delta E_{\rm pot}$ zur Remanenz der Magnetisierung. Das von Weiss postulierte Molekularfeld kann historisch als Ursprung für die weiterführenden Modelle betrachtet werden.

Sowohl für lokalisierte Elektronen als auch für Leitungselektronen erfolgt eine angemessene Modellierung durch das Hubbard-Modell, das die atomare Struktur des Bandmagnetismus in schmalen Bändern durch die Betrachtung eines Hamilton-Operators, der sowohl die Wechselwirkung zwischen Elektronen und Ionengitter als auch der Elektronen untereinander sowie die kinetische Energie der Elektronen berücksichtigt, berücksichtigt. Im Sinne des aktuell noch häufig genutzten Hubbard-Modells lässt sich das historisch ursprünglich eingeführte Molekularfeld als Coulomb-Blockade interpretieren und umdeuten. Das Hubbard-Modell basiert auf dem Hamilton-Operator

$$\hat{H}_{\text{Hubbard}} = \sum_{ij\sigma} T_{ij} c_{i\sigma}^{\dagger} c_{j\sigma} + \frac{U}{2} \sum_{i\sigma} n_{i\sigma} n_{i-\sigma}$$
(4.348)

mit dem Überlapp der Atomorbitale der Elektronen T_{ij} (hopping integral) im Ein-Teilchen-Term, der die kinetische Energie der Elektronen und die Wechselwirkung der Elektronen mit dem periodischen Gitterpotential berücksichtigt, sowie dem Coulomb-Wechselwirkungsterm mit Stärke der Coulomb-Abstoßung U als Einbezug der intraatomaren Matrixelemente. Das Hubbard-Modell beinhaltet in dieser Form die kinetische Energie der Elektronen, ihre Coulomb-Wechselwirkung, das Pauli-Prinzip in Form fermionischer Kletteroperatoren sowie die Gitterstruktur in Form der Annahme von Elektronen in schmalen Bändern. Es wird u. a. zur Beschreibung der elektrischen Eigenschaften schmalbandiger Festkörper, des Bandmagnetismus, der Metall-Isolator-Übergänge oder der Hochtemperatur-Supraleitung genutzt [Gro14]. Mit Bezug zum in diesem Kapitel diskutierten Bandmagnetismus ist das Modell geeignet, da diese magnetische Erscheinungsform insbesondere bei den 3*d*-Übergangsmetallen, in denen dieselben Elektronen für die magnetischen und elektrischen Eigenschaften verantwortlich sind, beobachtet werden kann. In den schmalen *d*-Bändern dieser Übergangsmetalle gilt, dass die Elektronen nur wenig beweglich sind und die Aufenthaltswahrscheinlichkeit Maxima an den Gitterplätzen aufweist (tight binding). Das Hubbard-Modell beschreibt ein Vielteilchen-Problem. Für die Lösung eignen sich sämtliche Methoden zur numerischen Lösung von Vielteilchen-Problemen, wie beispielsweise die Dichtefunktionaltheorie (DFT), oder aber eine Hartree-Fock-Näherung bzw. mean-field-Näherung als Abbildung auf ein Einteilchen-Problem. Bei dieser Fluktuationen vernachlässignenden Näherung nimmt man

$$n_{i\sigma}n_{i-\sigma} \approx \langle n_{i\sigma} \rangle n_{i-\sigma} + n_{i\sigma} \langle n_{i-\sigma} \rangle + \langle n_{i\sigma} \rangle \langle n_{i-\sigma} \rangle$$

$$(4.349)$$

an. Damit ergibt sich der mean-field-Hamiltonian $\hat{H}_{\rm mf}$ als Operator

$$\hat{H}_{\text{Hubbard}} \approx \hat{H}_{\text{mf}} = \sum_{ij\sigma} \left(T_{ij} + U \langle n_{i-\sigma} \rangle \delta_{ij} \right) c_{i\sigma}^{\dagger} c_{j\sigma} + D_s(T)$$
(4.350)

mit c-Zahl

$$D_s(T) = -\frac{U}{2} \sum_{i\sigma} \langle n_{i\sigma} \rangle \langle n_{i-\sigma} \rangle.$$
(4.351)

Aufgrund identischer Zustände bei gleichem Gitterplatz, kann i vernachlässigt werden sodass nach Transformation auf Wellenzahlen

$$\hat{H}_{\rm mf} = \sum_{\vec{k}\sigma} \varepsilon_{\sigma} c^{\dagger}_{\vec{k}\sigma} c_{\vec{k}\sigma} + D_s(T)$$
(4.352)

mit renormalisierter Einteilchen-Entropie

$$\varepsilon_{\sigma}(\vec{k}) = \varepsilon(\vec{k}) + Un_{-\sigma} \tag{4.353}$$

folgt [Nol09]. Durch diesen Ausdruck ergibt sich mithilfe von

$$B_{\rm mf} = \frac{U}{\mu_{\rm B}} n_{-\sigma} \tag{4.354}$$

die Interpretation des Molekularfeldes $B_{\rm mf}$ als Coulomb-Abstoßung aus der Näherung des Hubbard-Modells. Weiterhin kann ebenfalls ausgehend von dieser Näherung das in Gleichung (4.347) formulierte Stoner-Kriterium abgeleitet werden. An dieser Stelle erscheit es weiterhin lohnenswert nachzuweisen, dass es sich beim Molekularfeld in der Tat nicht um ein real existierendes Feld handeln kann. Dazu berechne man näherungsweise mithilfe der Curie-Temperatur $T_{\rm C} \approx 10^3$ K, siehe Kapitel 4.2.4, die die Magnetisierung stabilisierende Energie eines möglichen Austauschfeldes als $E_{\rm mf} = k_{\rm B}T_{\rm C} \approx 10^{-20}$ J. Diese Energie $E_{\rm mf}$ entspricht jedoch der Energie, durch die ein magnetisches Moment der Größenordnung $\mu_{e,s} \approx 10^{-23}$ Am² in einem Magnetfeld der Stärke $B_{\rm mf} = E_{\rm mf}/\mu_{e,s} \approx 10^3$ T stabilisiert wird. Ein Molekularfeld $B_{\rm mf}$ entsprechender Stärke existiert jedoch nicht, sodass die Vorstellung nur als theoretisches Konstrukt und Umdeutung der Coulomb-Blockade angesehen werden sollte.

Aus didaktischer Perspektive erscheint es sinnvoll das Modell des Ferromagnetismus von Leitungselektronen genauso auf die weniger voraussetzungsvollen Vorstellungen des Ferromagnetismus lokalisierter Elektronen zu übertragen, wie dies im Falle des Diamagnetismus beim Übergang vom Landau- zum Langevin- bzw. Larmor-Diamagnetismus oder beim Paramagnetismus und dem Übergang vom Pauli- zum Langevin-Paramagnetismus erfolgt. Durch diese Elementarisierung ist davon auszugehen, dass es Lernenden einfacher fällt ein erstes Verständnis für die für Ferromagnetismus verantwortlichen Ursachen zu erlangen. Die Darstellung der fachliche Inhalte zeigt aber, dass das Modell gemäß Abbildung 4.57 jederzeit auf den kollektiven Magnetismus des freien Elektronengases übertragen werden kann. Besteht also die Notwendigkeit die einzelnen Mechanismen vertieft zu diskutieren, dient der lokalisierte Ferromagnetismus als anschlussfähige Grundlage.

4.2.8 Zusammenfassung der mikroskopischen Beschreibung von Magnetismus

Aufgrund der zahlreichen fachlichen Inhalte und unterschiedlichen Aspekte der mikroskopischen Beschreibung, erscheint es sinnvoll, analog zur makroskopischen Dimension in Kapitel 4.1.6, auch an dieser Stelle in einer kurzen Zusammenfassung die zentralen Inhalte des Kapitels übersichtlich darzustellen. In Ergänzung zu den schriftlichen Ausführungen findet sich in Abbildung 4.60 eine visuelle Zusammenfassung für die mikroskopischen Zusammenhänge, die als Fortsetzung von Abbildung 4.15 verstanden werden kann. Den ersten fundamentalen Aspekt dieses Kapitels stellt der Übergang von der makroskopischen zur mikroskopischen Beschreibung dar. Aufgrund der fachlichen Definition, lässt sich an dieser Stelle die Magnetisierung \vec{M} des gesamten Objektes in die mikroskopischen magnetischen Momente $\vec{\mu}$ unterteilen. Für ein weiterführendes Verständnis der magnetischen Erscheinungsformen Dia-, Para- und Ferromagnetismus und die Erklärung der unterschiedlichen makroskopischen Eigenschaften gilt es, die magnetischen Momente $\vec{\mu}$ genauer zu charakterisieren. Welche Mechanismen verursachen magnetische Momente und auf welche Art und Weise beeinflusst die Struktur der Materie die resultierende Wirkung eben jener Träger der Magnetisierung eines Stoffes?

Die Darstellung klassischer Ansätze zur Beschreibung der Ursachen magnetischer Momente deutet zunächst darauf hin, dass die anschaulichen Konzepte der klassischen Physik, die in vielen traditionellen Lehrkonzepten genutzt werden, die relevanten Größe des Magnetismus, d. h. die Stärke und Richtung magnetischer Momente sowie die damit verbundenen Energien, sinnvoll beschreiben, siehe Kapitel 4.2.1. Insbesondere werden Vorstellungen zur Existenz von permanenten magnetischen Momenten und magnetischen Momente aufgrund induzierter Ströme angeregt. Jedoch lässt sich, wie



Abbildung 4.60: Zusammenfassende Darstellung der relevanten Inhalte zur mikroskopischen Beschreibung von Magnetismus. Die Analyse der magnetischen Momente $\vec{\mu}$ ermöglicht in Abhängigkeit von der Struktur der Materie die Angabe von Kriterien zur Bestimmung der vorliegenden magnetischen Erscheinungsform.

in Kapitel 4.2.2 auf unterschiedliche Art und Weise demonstriert wird, leicht zeigen, dass die klassische Physik bei konsequenter Anwendung der Gesetzmäßigkeiten und angemessener Modellierung, keine der drei relevanten magnetischen Erscheinungsformen beschreiben kann und nur durch die Quantenphysik Erklärungen für magnetische Phänomene abgeleitet werden können.

Wendet man die Gesetzmäßigkeiten der Quantenphysik auf magnetische Phänomene an, so ermöglicht die fachliche Analyse der Größenordnungen magnetischer Momente sowie der dazugehörigen Energien folgende Elementarisierungen, die für die meisten Anwendungen und Phänomene des Magnetismus hinreichende Erklärungen liefern. Die hier beschriebenen Phänomene lassen sich vollständig auf die magnetischen Momente von Elektronen zurückführen. Dabei ergeben sich die Momente einerseits durch mikroskopische Ströme und andererseits durch den Elektronenspin. Weiterhin zeigt sich, dass sich der Diamagnetismus ausschließlich mithilfe der induzierten Strommomente erklären lässt, während Paramagnetismus ausschließlich auf Elektronenspins zurückgeführt werden kann. In Kapitel 4.2.4 werden entsprechende Berechnungen durchgeführt, die die hier beschriebenen Elementarisierungen legitimieren.

Um auch in der mikroskopischen Beschreibung die phänomenologische Grundausrichtung des Lehrkonzeptes beizubehalten, wird im Anschluss an die Herleitung der Mechanismen, die zur Entstehung magnetischer Momente führen, die Erklärung und Vorhersage der vorliegenden Magnetismusform bei realen Stoffen angestrebt. Es erweist sich dabei als hilfreich die Beschreibungen zunächst für atomar gebundene Elektronen durchzuführen. Als Kriterium zur Unterscheidung dia- und paramagnetischer Stoffe kann dabei die Elektronenkonfiguration von Atomen bzw. Molekülen unter Berücksichtigung der Molekülorbitaltheorie genutzt werden, siehe Kapitel 4.2.5. Sobald ungepaarte Elektronenspins existieren wird ein Stoff im Allgemeinen paramagnetische Phänomene offenbaren. Nur bei vollständig gepaarten Elektronenspins wird eine Substanz dem Diamagnetismus zugeordnet. Die magnetischen Erscheinungsformen atomar gebundener Elektronen werden dabei als Langevin-/Larmor-Diamagnetismus bzw. Langevin- oder Van Vleck-Paramagnetismus bezeichnet.

Bei der Betrachtung der Leitungselektronen kann ebenfalls ein einfaches Kriterium abgeleitet werden: Gilt für die effektive Masse eines Stoffes $\sqrt{3}m_e^* < m_e$ so ist die Substanz diamagnetisch, andernfalls ist sie paramagnetisch, siehe Kapitel 4.2.6. Eine Übersicht über die Kriterien und die unterschiedlichen Erscheinungsformen ist in Abbildung 4.61 abgebildet.



Abbildung 4.61: Übersicht über Kriterien zur Bestimmung magnetischer Erscheinungsformen in Abhängigkeit von der Struktur der Materie. Die Existenz gepaarter bzw. ungepaarter Elektronenspins und die Größe der effektiven Elektronenmasse sowie die Analyse der Wechselwirkungen der Elektronen ermöglichen eine eindeutige Zuordnung von Stoffen zu den Magnetismusformen.

Die bisherigen Beschreibungen beziehen sich ausschließlich auf magnetische Phänomene, bei denen die für die magnetischen Momente ursächlichen Elektronen keine Wechselwirkungen zeigen. Genau solche Wechselwirkungen führen jedoch zu den besonderen Merkmalen des Ferromagnetismus. Als mögliche Beschreibung wird bei atomar gebundenen Elektronen das Schaltermodell, siehe Abbildung 4.57, eingeführt. Dieses Modell berücksichtigt die Wechselwirkung von zwei Elektronen und verdeutlicht dem Pauli-Prinzip folgend, dass die Remanenz und Stärke ferromagnetischer Erscheinungen auf Coulomb-Wechselwirkungen zurückzuführen sind. Dabei wird der Erhalt der Magnetisierung durch einen Energiegewinn des Gesamtsystems begründet. Ein ähnliches Argument findet sich im Stoner-Modell, das ein Kriterium für die Existenz von Ferromagnetismus bei freien Elektronen ergibt und anschlussfähig an das Schaltermodell ist, wie in Kapitel 4.2.7 beschrieben wird. Die in diesem Kapitel beschriebenen Zusammenhänge lassen sich leicht auf die weiteren beiden kollektiven Magnetismusformen Antiferro- und Ferrimagnetismus übertragen.

Insgesamt gelingt es somit, die zahlreichen magnetischen Erscheinungen auf zwei Ursachen zurückzuführen und je nach Struktur der Materie, d. h. bei Vorliegen gebundener oder quasifreier Elektronen, ein einfaches Kriterium für das Vorhandensein der jeweiligen magnetischen Erscheinungsform anzugeben. Innerhalb der zuvor beschriebenen Aspekte wird in der mikroskopischen Beschreibung ein weiteres grundlegendes Konzept diskutiert und mithilfe mathematisch und physikalisch fundierter Visualisierungen aufbereitet. Dieses Konzept bezieht sich auf die minimale Kopplung einerseits und das quantenphysikalische Grundprinzip der fehlenden Eindeutigkeit quantenmechanischer Größen andererseits. In Kapitel 4.2.3 wird zunächst erläutert, dass die Darstellung des Ortszustandes von Elektronen aufgrund der unsichtbaren Phasen nicht eindeutig ist und unendlich viele Eichungen existieren. All diese Eichungen ergeben jedoch dieselbe Aufenthaltswahrscheinlichkeit als eindeutiger Observablen. Ein entsprechende Größenpaar findet sich auch bei der Beschreibung magnetischer Felder. Hier existieren zum messbaren magnetischen Feld Bstets unendlich viele erzeugende Vektorpotentiale \tilde{A} . Insbesondere kann jedoch die Eichfreiheit des Vektorpotentials auf die Eichfreiheit der Wellenfunktion bezogen werden und vice versa, wie in Kapitel 4.2.3.2 beschrieben wird. Dieser Zusammenhang eignet sich somit für die Diskussion des Eichprinzips und der minimalen Kopplung und begründet zudem die Notwendigkeit der quantenphysikalischen Beschreibungen. Aufgrund des Einflusses des Vektorpotentials auf die Phase der Wellenfunktion, die bei klassischen Punktteilchen nicht existiert, ist es notwendig Elektronenzustände zur Beschreibung der Elektronen im Kontext magnetischer Phänomene zu nutzen.

4.2.9 Magnetismus an den Grenzen der Physik

Als Abschluss der fachlichen Klärung sollen noch zwei interessant Aspekte magnetischer Phänomene untersucht werden, die sich durch eine Betrachtung der Stärke des äußeren Magnetfeldes \vec{B} und der Temperatur T ergeben. Bei den bisherigen Berechnungen und Herleitungen sowie der expliziten Angabe der magnetischen Eigenschaften der Elemente bzw. natürlichen Verbindungen des Periodensystem in den Abbildungen 4.44, 4.50 und 2.8 werden, wenn nicht ausdrücklich anders erwähnt, jeweils ein Magnetfeld der Stärke B = 1 T und Standardbedingungen, d. h. T = 293.15 K und p = 1 bar vorausgesetzt [McN97]. Dieses Kapitel beschreibt den Einfluss der Stärke eines äußeren Magnetfeldes \vec{B} und der Temperatur T auf magnetische Phänomene genauer und erfüllt damit zwei unterschiedlichen Zwecke. Zum einen ergeben sich aus der Abhängigkeit der tatsächlich vorliegenden Ausprägung von Magnetismus einer Substanz bei Variation beider Größen weitere interessante Phänomene, die das Potential besitzen einen motivierenden Zugang zum Themenfeld Magnetismus bereitzustellen, siehe Kapitel 6.1. Zum anderen ermöglichen die Aspekte implizit eine Überprüfung und den Transfer der im bisherigen Teil der fachlichen Klärung entwickelten und beschriebenen Zusammenhänge und Theorien. Welchen Einfluss besitzt die absolute Stärke des magnetischen Feldes \vec{B} oder eine extreme Temperaturänderung ΔT auf die magnetischen Eigenschaften? Diese Frage kann am Anfang einer Lehreinheit zum Thema Magnetismus zur Erzeugung von Motivation genutzt werden und zudem auch nach abgeschlossener Diskussion der Inhalte eine Überprüfung des Verständnisses zentraler Zusammenhänge ermöglichen.

4.2.9.1 Magnetische Phänomene in ultrastarken Magnetfeldern

In Kapitel 4.2.4 und den nachfolgenden Kapiteln werden die Beiträge zum magnetischen Gesamtmoment $\vec{\mu}$ hergeleitet und mithilfe der Struktur der Materie, d. h. der Existenz atomarer oder lokalisierter Elektronen mit oder ohne Wechselwirkung und weiterer Einflussfaktoren, auf die unterschiedlichen Formen des Dia-, Para- und Ferromagnetismus bezogen. Als Resultat der Erklärungen kann die Zuordnung der magnetischen Eigenschaften zu den Elementen des Periodensystems, siehe Abbildung 2.8, verstanden werden. Bei dieser Darstellung wird jedoch bereits darauf verwiesen, dass die Angabe der Eigenschaften nur für Magnetfelder einer bestimmten Stärke gilt. Man kann festhalten, dass die bisherigen Aussagen näherungsweise für magnetische Felder der Stärke $B < 10^6$ T gelten. Es ergibt sich jedoch die Frage, warum diese Einschränkung getroffen werden muss und inwiefern sich die magnetischen Erscheinungen bei Magnetfeldern der Stärke $B \ge 10^6$ T verändern?

Zur Abschätzung der Veränderung der magnetischen Eigenschaften wird angenommen, dass die Stärke der Magnetisierung \vec{M} bei diamagnetischen Substanzen durch die Stärke der magnetischen Momente der mikroskopischen Ströme der Elektronen, beispielhaft

$$\mu_{e,I_{1s}} = -\frac{e^2 a_0^2 B}{2m_e},\tag{4.355}$$

gegeben ist. Da der genaue Wert vom spezifischen Ortszustand abhängt, wird die Stärke beispielhaft für Elektronen des 1*s*-Orbitals abgeschätzt. Auch für para- und ferromagnetische Stoffe kann das magnetische Moment des Elektronenspins

$$\mu_{e,s} = \gamma_{s,e} \cdot \frac{\hbar}{2} = \mu_{\rm B} \tag{4.356}$$

explizit angeben werden. In den Kapiteln 4.2.4.3 und 4.2.4.4 wird beschrieben, dass keineswegs alle permanenten magnetischen Momente des Elektronenspins unmittelbar im äußeren Magnetfeld \vec{B} ausgerichtet werden. Die Ausrichtung resultiert aus dem Gewinn potentieller magnetischer Energie ΔE_{mag} . Zugleich muss diese Energie jedoch mit der aus der Temperatur T resultierenden thermischen bzw. kinetischen Energie $k_{\text{B}}T$ verglichen werden. Ohne äußeres Magnetfeld \vec{B} existieren, mit der Einschränkung, dass die Elektronenspins \vec{s} sich lediglich parallel oder antiparallel zum magnetischen Feld \vec{B} ausrichten können, die beiden Spinzustände $N_{\uparrow\uparrow}$ und $N_{\uparrow\downarrow}$ jeweils zu gleichen Teilen.

Das Verhältnis der beiden möglichen Zustände lässt sich mithilfe des Boltzmann-Faktors

$$\frac{N_{\uparrow\downarrow}}{N_{\uparrow\uparrow}} = e^{-\frac{\Delta E_{\rm mag}}{k_{\rm B}T}} = e^{-\frac{2\mu_{\rm B}B}{k_{\rm B}T}} = e^{-\frac{e\hbar B}{m_e k_{\rm B}T}} \tag{4.357}$$

angeben und hängt vom angelegten Magnetfeld \vec{B} und der Temperatur T ab [Rob06]. Daraus resultiert das tatsächlich wirkende magnetische Spinmoment $\vec{\mu}_{e,s,\text{eff}}$ bei insgesamt $N = N_{\uparrow\uparrow} + N_{\uparrow\downarrow}$ Zuständen

$$\mu_{e,s,\text{eff}} \cdot N = \mu_{e,s} \cdot N_{\uparrow\uparrow} - \mu_{e,s} \cdot N_{\uparrow\downarrow} = \mu_{e,s} \cdot N \cdot \frac{1 - e^{-\frac{\Delta E_{mag}}{k_{\mathrm{B}}T}}}{1 + e^{-\frac{\Delta E_{mag}}{k_{\mathrm{B}}T}}}.$$
(4.358)

Entsprechend gilt für das magnetische Moment des Elektronenspins eines Elektrons, d. h. für ${\cal N}=1$

$$\mu_{e,s,\text{eff}} = \mu_{e,s} \cdot \frac{1 - e^{-\frac{\Delta E_{\text{mag}}}{k_{\text{B}}T}}}{1 + e^{-\frac{\Delta E_{\text{mag}}}{k_{\text{B}}T}}} = \mu_{\text{B}} \cdot \frac{1 - e^{-\frac{2\mu_{\text{B}}B}{k_{\text{B}}T}}}{1 + e^{-\frac{2\mu_{\text{B}}B}{k_{\text{B}}T}}}.$$
(4.359)

Um den Einfluss des äußeren Magnetfeldes \vec{B} auf die Erscheinungen abschätzen zu können, wird in diesem Kapitel zunächst eine den Standardbedingungen entsprechende Temperatur von T = 293.15 K betrachtet. Diese Annahme ist jedoch nur für die magnetischen Spinmomente $\vec{\mu}_{e,s}$, nicht aber für die Momente der mikroskopischen Ströme $\vec{\mu}_{e,I}$ von Bedeutung. In Abbildung 4.62 ist die Abhängigkeit der Beträge der beiden magnetischen Momente abgebildet. Dabei sollte bedacht werden, dass das magnetische Moment $\vec{\mu}_{e,I}$ stets antiparallel zum magnetischen Moment $\vec{\mu}_{e,s}$ ausgerichtet ist.

Für eine kritische Magnetfeldstärke $B_{\rm krit} \approx 2.35 \times 10^5 \,{\rm T}$ sind die magnetischen Mo-



Abbildung 4.62: Darstellung der \overline{B} -Feld-Abhängigkeit der magnetischen Momente der mikroskopischen Ströme $\overline{\mu}_{e,I}$ und des Spins $\overline{\mu}_{e,s,\text{eff}}$ von Elektronen bei T = 293.15 K. Ab der kritischen Magnetfeldstärke $B_{\text{krit}} \approx 2.35 \times 10^5 \text{ T}$ erscheinen sämtliche Stoffe diamagnetisch.

mente der mikroskopischen Ströme und die des Spins der Elektronen näherungsweise betragsmäßig gleich groß. Der Wert von $B_{\rm krit}$ ergibt sich als Lösung der Gleichung die beim Gleichsetzen der Zusammenhänge (4.355) und (4.359) folgt. Wächst das Magnetfeld B weiter an, lässt sich die Stärke der effektiv wirkenden magnetischen Spinmomente $\vec{\mu}_{e,s,\text{eff}}$ nicht weiter steigern, da alle Momente bereits ausgerichtet sind und effektiv dem Bohrschen Magneton $\mu_{\rm B}$ entsprechen. Aufgrund der linearen Abhängigkeit der magnetischen Momente der mikroskopischen Ströme $\mu_{e,I}$ vom äußeren Magnetfeld, lassen sich jedoch die zugehörigen Beiträge bei entsprechend starken Magnetfeldern für diese Größe weiter verstärken. Ab der kritischen Magnetfeldstärke $B_{\rm krit}$, überwiegen somit die magnetischen Momente der mikroskopischen Ströme. Da diese als Ursache für Diamagnetismus bei sämtlichen Elemente existieren, zeigt ab der Magnetfeldstärke $B_{\rm krit}$ auch jede Form von paramagnetischer Materie diamagnetisches Verhalten. Diese Aussage und die Herleitung der kritischen Magnetfeldstärke $B_{\rm krit}$ basiert auf einer nichtrelativistischen, linearen Theorie, die bei hohen Magnetfeldstärken in dieser Form nicht mehr gültig ist. Sie dient aus diesem Grund nur als Veranschaulichung der Tatsache, dass paramagnetische Effekte bei vollständiger Ausrichtung aller magnetischen Momente eine Sättigung erfahren, aber diamagnetische Phänomene grundsätzlich ohne Beschränkung verstärkt werden können. Der tatsächliche kritische Wert für das Magnetfeld beim Übergang zur Dominanz diamagnetischer Effekte lässt sich ohne weitere Annahmen zur Zustandsgleichung der Materie nicht spezifizieren.

Bei ferromagnetischen Stoffen resultiert aus der Austauschwechselwirkung ein größerer Energiegewinn $\Delta E_{\text{mag}} = 2\mu_{\text{B}} \cdot B + E_{\text{ex}}$, wie in Kapitel 4.2.4.3 beschrieben wird. Auch für diesen magnetische Energiegewinn ΔE_{mag} ergibt sich ein Gleichgewicht der magnetischen Momente bei einer Magnetfeldstärke der Größenordnung $B_{\text{krit}} \approx 2.35 \times 10^5 \text{ T}$. Dieser Wert ergibt sich analog zur Berechnung unter Berücksichtigung der Austauschwechselwirkung, wie oben angegeben. Ab dieser Magnetfeldstärke B_{krit} werden somit nicht nur die zuvor paramagnetischen, sondern auch die typischerweise ferromagnetischen Stoffe und damit sämtliche Atome, Moleküle und Verbindungen diamagnetisch. Interessant ist, dass die in diesem Kontext hergeleitete kritische Magnetfeldstärke B_{krit} in Kapitel 4.2.4.1 näherungsweise als kritische Feldstärke für die Veränderung der kugelsymmetrischen Orbitalgestalt hin zu einer zylindrischen Gestalt angenommen wird [Smi72, Rau77, Gay83, Win86, Rös84].

Auf der Erde kann ein entsprechender Zustand mit stärkeren diamagnetischen im Vergleich zu para- oder ferromagnetischen Momenten jedoch weder mit natürlichen noch mit künstlich hergestellten Labormagnetfeldern realisiert werden. Aus Tabelle 4.6 lässt sich entnehmen, dass typische Magnetfelder die Größenordnung B = 10 T auf der Erde nicht überschreiten. Das stärkste im Labor erzeugte permanente Magnetfeld weist eine Stärke von $B \approx 45$ T auf [Nat13, S. 11]. Bei gepulsten Magnetfeldern ist die maximale Magnetfeldstärke größer und beträgt $B \approx 100$ T [Nat13, S. 11]. Beide Feldstärken liegen jedoch noch deutlich unter dem Grenzwert der kritischen Magnet-

| Objekt | Feldstärke $B/[T]$ | Literatur | | |
|------------------------|---------------------------------------|------------------------|--|--|
| Erde | 3×10^{-5} - 6×10^{-5} | [Haa03, Gri11, Str11] | | |
| Festplatte (Streufeld) | 1×10^{-5} - 1×10^{-2} | [Rod13] | | |
| Kühlschrankmagnet | 0.01 - 0.05 | eigene Messung | | |
| Sonnenflecken | 0.2 - 0.4 | [Cow33, Kop92, Kie13] | | |
| NdFeB-Magnet | 0.2 - 0.5 | eigene Messung | | |
| Lasthebemagnet | 1 - 2 | [Bög13] | | |
| MRT | 1 - 10 | [Büc06, Bec08, Mön13] | | |
| Neutronenstern | 1×10^8 - 2×10^{11} | [Rom90, Zha00, Pri06a] | | |

Tabelle 4.6: Zusammenfassende Darstellung der Übersicht der Größenordnungen der Magnetfeldstärken realer Objekte.

feldstärke $B_{\rm krit}$. Entsprechende Magnetfelder können gemäß Tabelle 4.6 lediglich bei extraterrestrischen Systemen existieren und lassen sich vor allem in Neutronensternen und Pulsaren beobachten. Auf Neutronensternen würde man somit ausschließlich diamagnetische Materie beobachten können, sofern die weiteren physikalischen Gegebenheiten denen der Erde entsprächen. Da jedoch aufgrund der enormen Kräfte in Neutronensternen weder Elektronen noch Atomkerne, sondern näherungsweise ausschließlich Neutronen bzw. Elektron-Neutrinos existieren und das Verhältnis zwischen der Anzahl an Elektronen N_e und der Neutronenanzahl N_n dem Wert $N_e/N_n = 5 \times 10^{-8}$ entspricht, können solche Beobachtungen in der Realität nicht durchgeführt werden [Lux94, Pov02]. Ein ausschließlich diamagnetischer Zustand sämtlicher Materie ist somit nur von theoretischem Interesse. Dieses theoretische Interesse lässt sich jedoch im Sinne der Vermittlung nutzen, da die Vorstellung von magnetfeldabhängigen Strömen und magnetfeldunabhängigen Spins, die bei einer gewissen Feldstärke vollständig ausgerichtet sind, an diesem Beispiel diskutiert werden kann.

4.2.9.2 Temperaturabhängigkeit magnetischer Erscheinungen

Die Betrachtung der B-Feld-Abhängigkeit magnetischer Erscheinungen offenbart, dass die drei zentralen Ausprägungsformen von Magnetismus keineswegs fixe Eigenschaften der Elemente und Verbindungen darstellen, sondern in Abhängigkeit von den Randbedingungen ihres Zustandekommens zu analysieren sind. Während eine Verstärkung des magnetischen Feldes \vec{B} dazu führen kann, dass normalerweise para- und ferromagnetisch erscheinende Substanzen zu einer diamagnetischen Phänomenologie übergehen, lässt sich für die Temperaturabhängigkeit sowohl ein entsprechender Übergang beobachten als auch eine Transformation typischerweise als paramagnetisch definierter Stoffe in einen ferromagnetischen Zustand und vice versa. Beide Phänomene sollen nachfolgend kurz erläutert werden.

Eine Untersuchung des Übergangs von para- und ferromagnetischen Erscheinungen zum Diamagnetismus erfolgt analog zur Herleitung der \vec{B} -Feld-Abhängigkeit in Kapitel 4.2.9.1. Um den Einfluss der Temperatur T unabhängig vom Einfluss des Magnetfeldes \vec{B} betrachten zu können, sei die Magnetfeldstärke B = 1 T angenommen. Unter Zuhilfenahme von Gleichung (4.359) ergibt sich die Abhängigkeit der effektiven magnetischen Momente der Spins von Elektronen $\mu_{e,s,eff}$ von der Temperatur T für paramagnetische Stoffe als

$$\tilde{\mu}_{e,s,\text{eff}}(T) = \mu_{\text{B}} \cdot \frac{1 - e^{-\frac{e\hbar B}{m_e k_{\text{B}}T}}}{1 + e^{-\frac{e\hbar B}{m_e k_{\text{B}}T}}},$$
(4.360)

die in Abbildung 4.63 dargestellt ist.

Der Vergleich der magnetischen Momente in Abhängigkeit von der Temperatur T ergibt zunächst, dass ausschließlich die magnetischen Momente der Elektronenspins von der Temperatur abhängig sind während die Ausbildung der magnetischen Momente der mikroskopischen Ströme von dieser Größe unberührt ist. Je größer die Temperatur T, desto stärker wird der Einfluss der thermischen Energie im Energievergleich des Boltzmann-Faktors wirksam. Die Wahrscheinlichkeit für die Ausrichtung magnetischer Spinmomente in Richtung des äußeren Feldes sinkt somit bei konstantem Magnetfeld B = 1 T und steigender Temperatur T. Für eine kritische Temperatur $T_{\rm krit} \approx 1.58 \times 10^5$ K sind die magnetischen Momente betragsmäßig näherungsweise gleich groß und entsprechen dem magnetischen Moment, das durch das 1*s*-Orbital im Magnetfeld erzeugt wird. Bei größeren Temperaturen T sinkt die Wahrscheinlichkeit für die Ausrichtung der Spinmomente weiter und der dem äußeren Magnetfeld \vec{B} entgegengesetzt ausgerichtete Beitrag zum magnetischen Moment dominiert. Ab $T_{\rm krit}$ erfolgt ein Übergang von paramagnetischen zu diamagnetischen Verhaltensweisen.



Abbildung 4.63: Darstellung der Temperatur-Abhängigkeit der magnetischen Momente der mikroskopischen Ströme $\mu_{e,I}$ und des Spins $\mu_{e,s,eff}$ von Elektronen bei B = 1 T. Ab der kritischen Temperatur $T_{krit} \approx 1.58 \times 10^5 \text{ K}$ erscheinen sämtliche Stoffe diamagnetisch.

Wie in Kapitel 4.2.9.1 beschrieben, ist die magnetische Energie ferromagnetischer Zustände im Vergleich zum Paramagnetismus um ein Vielfaches größer. Hier gilt

$$\Delta E_{\text{mag}} = 2\mu_{\text{B}} \cdot B + E_{\text{ex}} \approx 0.1 \,\text{eV}. \tag{4.361}$$

Für Ferromagnetismus folgt somit der Zusammenhang

$$\tilde{\mu}_{e,s,\text{eff}} = \frac{e\hbar}{2m_e} \cdot \frac{1 - e^{-\frac{0.1\,\text{eV}}{k_B T}}}{1 + e^{-\frac{0.1\,\text{eV}}{k_B T}}}.$$
(4.362)

Einen stärkeren Einfluss der diamagnetischen Momente im Vergleich zur ferromagnetischen Magnetisierung berechnet man jedoch ebenfalls für eine kritische Temperatur von $T_{\rm krit} \approx 1.36 \times 10^9 \,\rm K$, da aufgrund der typischen Größenordnung der Curie-Temperatur von ca. $T_{\rm C} \approx 10^3 \,\rm K$ bereits deutlich unterhalb dieser Temperatur ferromagnetische in paramagnetische Zustände übergehen.

Der Wert der kritischen Temperatur $T_{\rm krit}$ ist jedoch extrem groß und übersteigt beispielsweise die Siedetemperatur des Elements Rhenium Re mit dem höchsten Siedepunkt $T_{\rm Siede} = 5627 \,^{\circ}{\rm C}$ [Her09, S. 609] um zwei Größenordnungen. Im vorherigen Kapitel werden Neutronensterne als Systeme genannt, deren Magnetfeld \vec{B} hinreichend stark wäre, um die kritische Magnetfeldstärke $B_{\rm krit}$ zu übersteigen und somit einen Übergang von para- und ferromagnetischen zu diamagnetischen Phänomene zu ermöglichen. Auch die auf Neutronensternen typischerweise auftretenden Temperaturen in der Größenordnung $6 \times 10^5 \,{\rm K} \leq T \leq 1 \times 10^{11} \,{\rm K}$ würden die Bedingungen für entsprechenden Übergänge erfüllen [Hae07, Bec09]. Dabei muss jedoch berücksichtigt werden, dass die Zustände der Materie auf Neutronensternen, wie in Kapitel 4.2.9.1 beschrieben, nicht mit den terrestrischen Zuständen verglichen werden können. Auf einem Neutronenstern existieren keine Elemente im eigentlichen Sinne, da die äußeren Bedingungen dies nicht ermöglichen, sodass das beschriebene diamagnetische Verhalten von Elementen und Substanzen auch auf einem Neutronenstern nicht in obigem Sinne beobachtet werden könnte.

Den zweiten im Rahmen der Temperaturabhängigkeit zu diskutierenden Aspekt stellen wechselseitige Übergange von Para- und Ferromagnetismus dar. Die Herleitung dieses Zusammenhanges schließt sich an Berechnungen der Eigenschaften des Molekularfeldes in Kapitel 4.2.7 an.

Bereits an verschiedenen Stellen dieser fachlichen Klärung wird die Magnetisierung \vec{M}

über die freie Energie F als

$$M = -\frac{1}{V} \cdot \frac{\partial F}{\partial B} \tag{4.363}$$

definiert. Aus dieser Gleichung lässt sich für die Magnetisierung als Folge des Molekularfeldes $B_{\rm ex}$ der Ausdruck

$$M_{\rm ex} = -\frac{1}{V} \cdot \frac{\partial \left(-k_{\rm B}T\ln(Z)\right)}{\partial B_{\rm ex}} = \frac{2\mu_{\rm B}}{V} \cdot \frac{\sum_{i} s_{i} \cdot e^{-\frac{\hat{H}_{\rm ex}}{k_{\rm B}T}}}{\sum_{i} e^{-\frac{\hat{H}_{\rm ex}}{k_{\rm B}T}}}$$
(4.364)

ableiten. Nimmt man an, dass für den Spin s_i nur die beiden Zustände $s_i = \pm 1/2$ möglich sind, vereinfacht sich Gleichung (4.364) zu

$$M_{\rm ex} = \frac{\mu_{\rm B}}{V} \cdot \left[\frac{e^{-\frac{\hat{H}_{\rm ex}}{k_{\rm B}T}} - e^{\frac{\hat{H}_{\rm ex}}{k_{\rm B}T}}}{e^{-\frac{\hat{H}_{\rm ex}}{k_{\rm B}T}} + e^{\frac{\hat{H}_{\rm ex}}{k_{\rm B}T}}} \right] = \frac{\mu_{\rm B}}{V} \cdot \tanh\left(-\frac{\hat{H}_{\rm ex}}{k_{\rm B}T}\right).$$
(4.365)

Aufgrund der Abhängigkeit des Molekularfeldes B_{ex} von der Magnetisierung M_{ex} , folgt jedoch

$$M_{\rm ex} = \frac{\mu_{\rm B}}{V} \cdot \tanh\left(\frac{4 \cdot \mu_{\rm B} \cdot \lambda_{ex} \cdot \mu_{0}}{k_{\rm B}T} \cdot M_{\rm ex}\right) = \frac{\mu_{\rm B}}{V} \cdot \tanh\left(\underbrace{\frac{4 \cdot J_{\rm ex}}{k_{\rm B}T} \cdot \frac{V}{\mu_{\rm B}} \cdot M_{\rm ex}}_{=:\Gamma}\right)$$
(4.366)

und damit

$$f(M_{\rm ex}) \coloneqq \frac{VM_{\rm ex}}{\mu_{\rm B}} = \tanh\left(\Gamma \cdot \frac{VM_{\rm ex}}{\mu_{\rm B}}\right) \eqqcolon g(M_{\rm ex}).$$
(4.367)

Diese Gleichung entspricht einer analytisch nicht lösbaren Beziehung für die Magnetisierung \vec{M}_{ex} des Molekularfeldes \vec{B}_{ex} . Die Selbstkonsistenz lässt sich jedoch mithilfe einer Interpretation der Schnittpunkte der Graphen $f(M_{ex})$ und $g(M_{ex})$ auflösen. Die in Abbildung 4.64 dargestellten Funktionsverläufe ergeben eine unterschiedliche Anzahl an Schnittpunkten in Abhängigkeit vom Parameter Γ . Für kleine Werte $\Gamma < 1$ existiert lediglich ein Schnittpunkt für $M_{ex} = 0$. Dieses entspricht dem entmagnetisierten Zustand beim Paramagnetismus ohne äußeres Magnetfeld \vec{B} . Für große Werte $\Gamma > 1$ weisen die Graphen drei Schnittpunkte auf. Die Schnittpunkt für $M_{\text{ex}} \neq 0$ entsprechen in diesem Fall einer remanenten Magnetisierung \vec{M} ohne äußeres Magnetfeld \vec{B} . Man sieht für $\Gamma > 1$, dass kleine Änderungen der Magnetisierung \vec{M} nahezu keine Auswirkungen haben. Dies lässt sich als das bekannte Verhalten hartferromagnetischer Stoffe interpretieren. Der Übergang vom para- zum ferromagnetischen Zustand erfolgt für den kritischen Parameter $\Gamma = 1$ und entspricht dem Punkt des Phasenübergangs. Man definiert aufgrund dieses Zusammenhanges häufig

$$\Gamma = \frac{4 \cdot J_{\text{ex}}}{k_{\text{B}} T_{\text{C}}} \tag{4.368}$$

und damit

$$T_{\rm C} = \frac{4 \cdot J_{\rm ex}}{k_{\rm B}},\tag{4.369}$$

als die notwendige Temperatur $T_{\rm C}$ für den Phasenübergang. Dieser Wert wird als Curie-Temperatur $T_{\rm C}$ bezeichnet. Bei Temperaturen $T > T_{\rm C}$ gehen ferromagnetische in paramagnetische Zustände über. Bei Temperaturen $T < T_{\rm C}$ erfolgt der umgekehrte Übergang, sodass sich Weisssche Bezirke ausbilden. Aufgrund der höheren thermischen Energien, entspricht dies dem intuitiv erwartbaren Verhalten. Zudem zeigen die Werte der Curie-Temperatur $T_{\rm C}$ für ausgewählte Elemente des Periodensystems, siehe Tabelle 4.7, dass unter Normalbedingungen nur Eisen Fe, Cobalt Co und Nickel Ni ferromagnetisch erscheinen, da die Curie-Temperatur dieser Elemente deutlich über der typischen Raumtemperatur liegt. Man kann darüber hinaus aber feststellen, dass



Abbildung 4.64: Darstellung zur graphischen Bestimmung der Magnetisierung $\tilde{M}_{ex} = V M_{ex} \mu_{B}$ als Beschreibung des Phasenübergangs.

bei geringeren Temperaturen auch weitere Elemente des Periodensystems ferromagnetische Eigenschaften aufweisen. Insofern ist eine Aussage über die Anzahl ferromagnetischer Stoffe nur bei gleichzeitiger Nennung der Randbedingungen sinnvoll [McN97]. Oberhalb der Curie-Temperatur wird die Wechselwirkung der Elektronen wieder irrelevant, sodass bei diesen Stoffen, ab der entsprechenden Temperatur, Paramagnetismus vorliegt. In diesem Sinne sollten Para- und Ferromagnetismus innerhalb der Sachstruktur als unterschiedliche Konfigurationen desselben Grundphänomens betrachtet werden, da beide auf Elektronenspins zurückgehen und die äußeren Bedingungen über das jeweilige Vorliegen der Erscheinungsform entscheiden. Im nachfolgenden Kapitel 4.3 wird abschließend die hier erarbeitete Sachstruktur zusammenfassend beschrieben. Dabei werden die grundlegenden Kriterien und Zusammenhänge übersichtlich dargestellt.

| Element | Fe | Co | Ni | Gd | Tb | Dy | Ho | Er | Tm |
|---------------------|------|------|-----|-----|-----|----|----|----|----|
| $T_{ m C}/[{ m K}]$ | 1043 | 1388 | 627 | 293 | 220 | 87 | 20 | 32 | 32 |

Tabelle 4.7: Zusammenfassende Darstellung der Curie-Temperatur $T_{\rm C}$ unterschiedlicher Elemente des Periodensystem nach [Lid05, S. 12-119].

4.3 Übersicht und Zusammenfassung der Sachstruktur

Die grundlegende Struktur der fachlichen Klärung wird zu Beginn des gesamten Kapitels dargestellt und lässt sich zusammengefasst Abbildung 4.1 entnehmen. Mithilfe realer Experimente und direkt erfahrbarer Phänomene, können makroskopische Eigenschaften unterschiedlicher Erscheinungsformen von Magnetismus klassifiziert werden. Die Durchführung realer Experimente ist mit einfachen technischen Mitteln vor allem für dia-, para- und ferromagnetische Materie möglich, siehe Kapitel 5, sodass im Verlauf der fachlichen Klärung diese drei Ausprägungen von Magnetismus berücksichtigt werden. Eine solche Einschränkung ist als angemessen zu betrachten, da durch diese drei Erscheinungen für die Vielzahl der elementaren Atome und Moleküle sowie viele weitere Verbindungen hinreichende Erklärungen angegeben werden können. Die Strukturierung des Lehrkonzeptes berücksichtigt, im Gegensatz zu vielen traditionellen Ansätzen eine kontinuierliche Steigerung der Komplexität, sodass die einzelnen Inhalte aufeinander aufbauen und konsistent erweitert werden können.
Dia-, Para- und Ferromagnetismus können zunächst mithilfe einer intuitiven Definition der Magnetisierung M näher beschrieben werden. Die Beschreibung orientiert sich an der Stärke und Richtung der Wechselwirkung mit einem äußeren Magnetfeld B und untersucht zudem den Erhalt einer magnetischen Wirkung der jeweiligen Materie nach Entfernen des zuvor angelegten Magnetfeldes \vec{B} . Um von diesen makroskopischen Beschreibungen auf eine mikroskopische Ebene überzugehen, kann die Magnetisierung \vec{M} in kleinere "Bausteine", die magnetischen Momente $\vec{\mu}$, unterteilt werden. Für die magnetischen Momente $\vec{\mu}$ ergibt die fachliche Klärung vier grundlegende Einflussfaktoren, die sich auf die mikroskopischen Strömen und Spins von Elektronen und Atomkernen beziehen. Allein die Diskussion dieser Beiträge zeigt jedoch, dass in den allermeisten Fällen die Elektronen den Hauptbeitrag zum magnetischen Moment einer Substanz liefern. Um für reale Materie Aussagen über deren magnetische Erscheinungen treffen zu können, ist die Kenntnis der möglichen magnetischen Momente notwendig, aber nicht hinreichend. Tatsächliche Vorhersagen können gemäß der fachlichen Klärung erst getroffen werden, wenn die magnetischen Momente $\vec{\mu}$ zusammen mit der jeweils vorliegenden Struktur der Materie analysiert werden.

In diesem Sinne erfolgt eine genaue Analyse realer Substanzen mit Bezug zum Periodensystem der Elemente. Dabei lassen sich Atome und Moleküle ohne wechselwirkende Elektronen, metallische Elemente ohne wechselwirkende Elektronen und eben solche mit gegenseitiger Beeinflussung der Elektronen als Gruppen mit verschiedenen Voraussetzungen für magnetische Phänomene identifizieren. Die Unterteilung ermöglicht die Diskussion der Erklärungen in gestufter Komplexität. Aus diesem Grund orientiert sich die Analyse der Elemente zunächst an den magnetischen Momenten atomar gebundener Elektronen. Für diesen einfachsten Fall lässt sich anhand der Existenz ungepaarter Elektronen entscheiden, ob Dia- oder Paramagnetismus beim jeweiligen Atom oder Molekül vorliegt. Dabei gilt, dass durch die Existenz ungepaarter Elektronen die magnetischen Momente $\vec{\mu}$ der Elektronenspins aufgrund ihrer Stärke einen größeren Einfluss besitzen und Paramagnetismus erzeugen. An dieser Stelle ist es vollkommen ausreichend den Spinraum der Elektronen zu untersuchen. Bei vollständiger Paarung der Elektronen verschwinden diese Momente und es überwiegt der Einfluss der magnetischen Momente der mikroskopischen Ströme der Atomorbitale, welche zu Diamagnetismus führen und eine Analyse im Ortsraum erfordern. Für freie bzw. quasifreie Elektronen muss anstelle der Elektronenkonfiguration die effektive Masse m_e^* der Elektronen betrachtet werden. Diese Größe stellt ein entsprechendes Kriterium für die Existenz von Dia- oder Paramagnetismus bei delokalisierten und nicht-wechselwirkenden Elektronen dar.

Im Rahmen dieser Erklärungen werden aufgrund unterschiedlichster Argumente jeweils quantenmechanische Theorien genutzt und in Anlehnung an diese Theorien Visualisierungen der quantenphysikalischen Ursprünge des Magnetismus verwendet. Dabei zeigt sich, dass das Vektorpotential \vec{A} sowohl für magnetische Momente als auch weiter gefasst für die Gestalt von Atomorbitalen von entscheidender Bedeutung ist. Somit eignet sich Magnetismus z. B. auch als Einstieg in die Vermittlung weiterer Konzepte, wie dem Eichprinzip oder der minimalen Kopplung. Insbesondere die wechselseitige Abhängigkeit und Eichfreiheit von Wellenfunktion und Vektorpotential gegenüber der eindeutigen Elektronenaufenthaltswahrscheinlichkeit und dem eindeutigen magnetischen Feld als Observablen kann im Sinne der vorliegenden Sachstruktur anschaulich diskutiert werden.

Die fachliche Klärung und Analyse zeigt, dass die Erklärungen von atomarem Diaund Paramagnetismus getrennt im Orts- und Spinraum erfolgen können. Versucht man mithilfe dieser einfach zu erklärenden Erscheinungen einen Übergang zum Ferromagnetismus, wird dies durch die Analyse zweier wechselwirkender Elektronen im Orts- und Spinraum möglich. Dieser Ansatz stellt eine deutliche Elementarisierung der tatsächlichen Verhältnisse dar, da Ferromagnetismus in der Regel bei metallischen Elementen mit freien und somit nicht lokalisierten Elektronen vorliegt und zudem als kollektives Phänomen durch eine große Zahl von wechselwirkenden Elektronen erzeugt wird. Hinsichtlich des zweiten Argumentes eignet sich die Erklärung jedoch insofern, dass der Ansatz theoretisch, mithilfe von Vielteilchenwellenfunktionen, auch auf mehr als zwei Elektronen übertragen werden kann. Weiterhin lässt sich das für gebundene Elektronen gültige und im Rahmen dieser Sachstruktur entwickelte Schaltermodell im Sinne des Stoner-Modells von Leitungselektronen deuten.

Der Transfer von atomaren magnetischen Momenten hin zu den magnetischen Momenten freier Elektronen stellt nicht nur für Ferromagnetismus, sondern auch für Diaund Paramagnetismus eine Herausforderung an die Sachstruktur dar, die in folgender Art und Weise berücksichtigt wird. Um bei Lernenden zunächst ein grundsätzliches Verständnis der Beziehung von Diamagnetismus zu den magnetischen Momenten der mikroskopischen Ströme und von Paramagnetismus zu den Spinmomenten der Elektronen zu erzeugen und weiterhin Ferromagnetismus als möglichen resultierenden Zustand bei der Abwägung des energetisch günstigsten Systems und als kollektives Phänomen



Abbildung 4.65: Zusammenfassende Darstellung der Struktur der fachlichen Klärung in Form einer Strukturierung zentraler Lehrinhalte im Bereich Magnetismus. Die Abbildung vereint die einzelnen Zusammenfassungen der Abbildungen 4.23 und 4.25.

zu identifizieren, eignet sich zu Beginn die Fokussierung auf atomaren Magnetismus. Die wesentlichen Kriterien für diese Konzeption der Sachstruktur stellen die fachliche Richtigkeit und die Möglichkeit zur Erweiterung der Vorstellungen auf andere Strukturen der Materie dar. Die fachliche Richtigkeit der Theorien wird im Rahmen der fachlichen Erklärung detailliert ausgeführt. Auch das Kriterium der Anschlussfähigkeit kann als erfüllt angesehen werden, da die Vorstellungen zum atomaren Magnetismus sich für alle drei Erscheinungsformen konsistent auf die jeweiligen Systeme mit quasifreien, delokalisierten Elektronen übertragen lassen. Bei Wahrung dieser Anschlussfähigkeit sollte der Einstieg in die Erklärungen aber jeweils über das einfachste System erfolgen, um anschließend bei Bedarf erweitert werden zu können. Unabhängig vom Themenfeld Magnetismus sind die Ausführungen der Sachstruktur auch anschlussfähig zu diesen Beschreibungen und Theorien der Quantenphysik.

Durch Berücksichtigung der Struktur der Materie und der dafür geltenden Kriterien für das Vorliegen und die Stärke der unterschiedlichen magnetischen Momente ist somit einerseits die Erklärung der Phänomene der realen Experimente möglich und andererseits können Vorhersagen über das magnetische Verhalten weiterer Stoffe getroffen werden. Damit ermöglicht die Sachstruktur für das Themengebiet Magnetismus eine Vermittlung im anstrebten Sinne, siehe Abbildung 4.1, sodass, ausgehend von realen Phänomenen, mithilfe makroskopischer Beschreibungen und mikroskopischer Erklärungen wieder ein Bezug zur realen Welt hergestellt werden kann.

Das grundlegende Vorgehen in der Vermittlung von Magnetismus im Sinne der beschriebenen fachlichen Klärung ist in Abbildung 4.65 zusammengefasst dargestellt. Diese Abbildung beinhaltet die einzelnen Übersichtdarstellungen der makroskopischen und mikroskopischen Beschreibung aus den Abbildungen 4.15 und 4.60.

5 Experimentelle Zugänge

Die Vermittlung der grundlegenden fachlichen Inhalte zum Magnetismus kann nur dann als umfassend angesehen werden, wenn neben einer fachdidaktisch ausgerichteten Strukturierung und den theoretischen Erklärungen und Modellierungen auch experimentelle Zugänge zu den Fachinhalten für die Vermittlung bereitgestellt werden. Die Nutzung von Experimenten zur Vermittlung physikalischer Zusammenhänge ist insbesondere bei einem phänomenologisch ausgerichteten Lehrkonzept notwendig, welches der Grundkonzeption des Projektes *Magnetismus hoch 4* entspricht. Zusammen mit den digitalen Inhalten ermöglichen experimentelle Zugänge, wie in Kapitel 3 beschrieben, die Vermittlung eines Lehrkonzeptes mit multiplen Repräsentationen. In diesem Sinne sollen reale Phänomene und Bezüge als Motivation dienen und Fragen erzeugen, die mithilfe von Modellierungen und theoretischen Erklärungen beantwortet und anschließend wieder auf die realen Phänomene bezogen werden, siehe Abbildung 4.1 [Wag70, Wag83]. Zudem können auch theoretische Konzepte durch Experimente nachvollzogen oder hinsichtlich der fachlichen Richtigkeit eingeschätzt werden.

Die Bedeutung von Experimenten für physikalische Wissensvermittlung und das damit verbundene Meinungsspektrum zur Sinnhaftigkeit eines Experimentes als Lehrmedium wird in Kapitel 3.1.3 eingehend diskutiert [Wel98, Bör12, Hei14, Naw14]. Um der Forderung nach einer geeigneten Verschränkung von vermitteltem Inhalt und experimentellem Zugang nachzukommen, werden im Rahmen des Projektes *Magnetismus hoch 4* trotz bereits existierender Ansätze insbesondere zum Ferromagnetismus [Auf13, Har13, Möl13], aber auch zum Dia- und Paramagnetismus [Sim94, Saw98, Sim01, Con03, Mal04, Daf09, Che11] eigene Experimente entwickelt, die die Strukturierung des fachlichen Lehrkonzeptes aufgreifen und anwendbar machen.

Die Vorgehensweise ermöglicht neben der expliziten Klärung fachlicher Inhalte auch die Vermittlung von Experimentierkompetenz, die durch die Auseinandersetzung mit den in diesem Kapitel dargestellten Experimenten und Versuchen erworben werden kann. Im Bereich der Lehre werden Experimenten nach Kircher, Girwidz und Häußler (2015)eine Vielzahl funktioneller Aspekte zugeordnet, die in Abbildung 5.1 dargestellt sind $[{\rm Gir}15]$.

Das Aufzeigen von Phänomenen wird in dieser Aufstellung als eine eigenständige Funktion eines Experimentes genannt. Im Bereich Magnetismus sollte diese Funktion bereits zu Beginn der Behandlung der Thematik für die drei zentralen Ausprägungsformen Dia-, Para- und Ferromagnetismus erfolgen. Gleichzeitig werden durch Experimente noch weitere Funktionen erfüllt oder weisen zumindest das Potential auf auch anderweitig genutzt werden zu können. So können durch Experimente beispielsweise zusätzliche Grunderfahrungen aufgebaut werden, siehe Abbildung 5.1. Im Bereich Magnetismus entspricht dies der materialspezifischen Wechselwirkung von Materie mit äußeren Magnetfelder, die in Form einer Anziehung oder einer Abstoßung beobachtet werden



Abbildung 5.1: Funktionelle Aspekte von Experimenten in der Lehre nach [Gir15, S. 229]. Experimente könnten im Physikunterricht zahlreiche Funktionen einnehmen, die der Ausbildung verschiedener Kompetenzen dienen.

kann. Eine solche Beobachtung durch Lernende bewirkt wiederum die Initiation von Denkanstößen, da z. B. die Verdrängung von Materie aus einem Magnetfeld unabhängig von der räumlichen Orientierung des Gegenstandes, den Alltagsvorstellungen vieler Lernenden widerspricht und somit einen kognitiven Konflikt auslöst. Die Abstoßung eines Objektes durch einen Magneten ist den meisten Personen aus Freihandexperimenten mit Permanentmagneten sehr wohl bekannt, jedoch lässt sich durch Drehungen der Magneten stets auch eine Anordnung mit anziehenden Kräften erzeugen. Dies ist bei diamagnetischen Stoffen nicht möglich und steht somit im Widerspruch zum Bekannten. Eng damit verbunden ist die Steigerung der Motivation und des Interesses zur Beschäftigung mit einem physikalischen Thema. Die einführende Demonstration der Phänomenologie bezieht sich insbesondere auf das magnetische Pendel sowie die Drehwaagenexperimente in Kapitel 5.1 bzw. 5.2 und die Magnetismuswaage in Kapitel 5.3. Zusätzlich zur motivationalen Funktion werden durch diese Experimente jedoch auch physikalische Vorstellungen im Bereich Magnetismus aufgebaut und es besteht die Möglichkeit nachhaltige Eindrücke zu vermitteln. Während das magnetische Pendel sich insbesondere zur qualitativen Beobachtung und Strukturierung magnetischer Erscheinungsformen eignet, sind die Magnetismuswaage in Kapitel 5.3 und die Durchführung eines Experimentes zum magnetooptischen Kerr-Effekt in Kapitel 5.4 trotz stark reduzierter technischer Voraussetzungen im Vergleich zu den üblichen Versuchsaufbauten zur Messung magnetischer Suszeptibilitäten (Magnetismuswaage) bzw. zum Nachweis des magnetooptischen Kerr-Effektes auch in der Lage quantitative Messungen durchzuführen. Damit dienen beide Experimente der quantitativen Prüfung von Gesetzen und theoretischen Aussagen und erfüllen so zwei weitere zentrale Funktionen im Sinne von Kircher, Girwidz und Häußler (2015) [Gir15]. Bereits eine erste Untersuchung der Funktionen der nachfolgend in diesem Kapitel beschriebenen Experimente zeigt, dass neben der fachlichen Perspektive auch aus fachdidaktischer Sicht viele sinnvolle Zielsetzungen erfüllt sind. Insbesondere das Aufzeigen von Phänomenen und die Auslösung kognitiver Konflikte, die als zentrale Strukturmerkmale der fachlichen Klärung in Kapitel 4 verstanden werden können, gelten in der Fachdidaktik als Grundfunktionen eines Experimentes [Muc95]. Eine weitere Funktion, die in Abbildung 5.1 nicht explizit genannt wird, ist die Möglichkeit physikalische Inhalte mit unterschiedlichsten Sinnen zu erfahren, siehe Kapitel 3.1, und zudem die praktischen Anforderungen eines Experiments exemplarisch zu erlernen [Muc95].

Bei der Vermittlung physikalischer Inhalte sollte neben dem konkreten fachlichen Kon-

text stets auch der Bereich der naturwissenschaftlichen Grundbildung (scientific literacy) mit berücksichtigt werden [Led92, Grä02, McC02, Höt08]. Die naturwissenschaftliche Grundbildung dient dazu, Lernende in die Lage zu versetzen selbstständig Fragestellungen zu entwickeln und zu bearbeiten, Phänomene zu erkennen und zu untersuchen sowie bereits vorhandenes Wissen auf andere Kontexte zu übertragen [PIS06, Reh10]. Eine Möglichkeit, diese Grundbildung zu vermitteln, stellt die explizite Diskussion typischer Charakteristika der Natur der Naturwissenschaften (nature of science) dar [Led92]. Die Thematisierung der Natur der Naturwissenschaften greift typische Vorstellungen und Mythen zur Entstehung wissenschaftlicher Erkenntnisse, Eigenschaften von Hypothesen und Gesetzmäßigkeiten sowie die Person des Naturwissenschaftlers auf und vergleicht diese mit der intrinsischen Betrachtung der Naturwissenschaften selbst [McC02, Pri06b]. An dieser Stelle soll exemplarisch eine typische Vorstellung über die Genese naturwissenschaftlicher Erkenntnisse diskutiert werden, die im nachfolgenden Zitat festgehalten ist und die Vorstellung beschreibt, dass die Anhäufung sorgfältig gesammelter Erkenntnisse letztendlich zu sicherem Wissen führt. Diese Vorstellung ist bei vielen Novizen im Bereich der Natur der Naturwissenschaften vorhanden und drückt sich insbesondere in den Folgerungen experimenteller Befunde aus.

"Evidence accumulated carefully will result in sure knowledge." - William F. McComas [McC02, S. 58]

Bezieht man diese Aussage auf das Erleben von Phänomenen im Bereich Magnetismus, resultiert daraus oft die Vorstellung, dass die Welt in einerseits magnetische und andererseits unmagnetische Stoffe sowie Objekte unterteilt werden kann [Lau16b, Lau17a]. Da davon auszugehen ist, dass eine solche Aussage sich aus zahlreichen sorgfältig beobachteten und selbst erfahrenen Alltagserlebnissen ergibt, gilt die Vorstellung einer Aufteilung der Welt in magnetische und unmagnetische Materie für einen Lernenden ohne Kenntnis der Natur der Naturwissenschaften als sicheres Wissen. Die Existenz von Dia- und Paramagnetismus verbunden mit dem fachlichen Wissen, dass nahezu sämtliche Materie magnetische Eigenschaften besitzt, widerspricht jedoch dieser Vorstellung und bricht somit mit dem Mythos, dass eine breite Erfahrungsbasis zu sicheren Erkenntnissen führt. Die Erfahrungen im Alltag sind in der Regel praktischer Natur und können selbst erlebt werden. Ein Versuch, die Vorstellungen im Sinne einer fachlich anschlussfähigen Betrachtung aufzubrechen, stellt in der Regel eine komplexe Aufgabe dar und sollte versuchen ebenfalls direkt erfahrbare Phänomene bereitzustellen. Die nachfolgenden Experimente zum magnetischen Pendel in Kapitel 5.1, aber auch zur Magnetismuswaage 5.3 können entsprechende Phänomene mithilfe von Alltagssubstanzen erzeugen und zielen durch ihre Konstruktion auf den Aufbau alternativer Grunderfahrungen ab, die mit den herkömmlichen Erfahrungen des alltäglichen Lebens zu magnetischen Phänomenen brechen. Insbesondere durch das magnetische Pendel knüpft man direkt an Alltagserfahrungen an. Im Alltag ist es möglich mithilfe eines Magneten festzustellen, dass die Büroklammer und der Nagel vom Magneten angezogen werden und somit magnetisch sind, aber Aluminium oder eine Weintraube von Magneten nicht beeinflusst werden. Das magnetische Pendel nutzt exakt dieselbe Grundidee und vergleichbare Stoffe, aber verändert mithilfe einer Variation des Versuchsaufbaus und eines stärkeren Magneten die Sensitivität der Messung und die erwartbare Effektstärke. Der Bezug zu alltäglichen Anwendungen oder Materialien gilt aus Perspektive der Fachdidaktik als wichtiges Kriterium für die Vermittlung von physikalischem Wissen und dient zudem der Steigerung der Motivation von Lernenden für das Fach Physik [Whi79, Sto00].

Für die Mehrzahl der nachfolgenden Experimente zum Dia- und Paramagnetismus gilt, dass sehr starke Magnetfelder notwendig sind, um die Phänomene eindeutig zu demonstrieren. Solche Magnetfelder standen in Schulen und anderen Lehrkontexten lange Zeit nicht zur Verfügung. Dieser Umstand könnte unter anderem auch ein Grund für die traditionelle Vorgehensweise sein, im Physikunterricht lediglich Ferromagnetismus als magnetische Ausprägungsform zu diskutieren. Seit der Entwicklung starker Neodym-Eisen-Bormagneten ($Nd_2Fe_{14}B$), nachfolgend kurz als Neodymmagneten bezeichnet, im Jahr 1983 sind hinreichend starke Magnetfelder nicht nur durch Elektromagneten zu erreichen, sondern können auch durch Permanentmagneten realisiert werden [Wid92, Ham96a]. Durch die kommerzielle Herstellung sind die Preise für diese Form von Permanentmagneten mit den Jahren deutlich gesunken, sodass Neodymmagneten auch von Schulen angeschafft und in jedem Lehrkontext eingesetzt werden können [Coe12].

In den einzelnen Kapiteln werden im Anschluss an diese einführenden Kommentare jeweils Versuchsaufbau und Durchführung sowie exemplarische Messergebnisse der Versuche dargestellt. Zudem erfolgen jeweils didaktische Kommentare zum praktischen Einsatz der Experimente in Lehrkontexten mit eingeschränkten technischen Voraussetzungen. Die Realisierung ohne technisch anspruchsvolle Versuchsaufbauten stellt neben dem Alltagsbezug und der Passung zur Strukturierung der fachlichen Inhalte das dritte Grundkonzept der experimentellen Zugänge dar. Für die beiden Experimente Magnetismuswaage, siehe Kapitel 5.3 und magnetooptischer Kerr-Effekt, siehe Kapitel 5.4, werden nicht nur qualitative Betrachtungen, sondern auch quantitative Analysen durchgeführt. Aus diesem Grunde werden für diese beiden Experimente zusätzlich die theoretischen Grundlagen diskutiert.

5.1 Magnetisches Pendel

Die fachliche Klärung der vorliegenden Arbeit und die Strukturierung der Inhalte im Bereich Magnetismus unterscheidet sich deutlich vom bislang üblichen Vorgehen in Lehrbüchern und Lehrkonzepten [Rai06, Dem09, Tip15]. Besonders die gleichwertige Behandlung von Dia-, Para- und dem normalerweise vornehmlich diskutierten Ferromagnetismus bewirkt eine Verschiebung der inhaltlichen Schwerpunktsetzung. Die Orientierung der fachlichen Klärung in Kapitel 4 an direkt erfahrbaren Phänomenen verlangt für einen fundamentalen Einstieg in den Themenbereich Magnetismus nach einem Experiment, das das Verhalten dia-, para- und ferromagnetischer Objekte mit Bezug zu einem äußeren Magnetfeld direkt beobachtbar macht und gleichzeitig nahezu ohne Vorwissen durchgeführt und interpretiert werden kann. Zudem sollen die ersten Inhalte der fachlichen Strukturierung, siehe Kapitel 4.1.1, allein auf Grundlage der in diesem Experiment beobachtbaren Phänomene diskutiert und untersucht werden können.

Ein Experiment, das nahezu sämtliche zuvor beschriebenen Anforderungen erfüllt und oft als Einstieg in den Themenbereich Magnetismus genutzt wird, findet sich in nahezu sämtlichen Lehrbüchern aus dem Bereich des Sachunterrichts im Elementar- und Primarbereich [Har13, Möl13]. Bei diesem traditionellen Versuch erhalten die Schülerinnen und Schüler jeweils einen Permanentmagneten. Die Aufgabe der Schülerinnen und Schüler besteht darin im Klassenraum Gegenstände zu identifizieren, die vom Magneten angezogen werden, und solche, die keine Kraftwirkung erfahren. Das Experiment weist somit einen starken Alltagsbezug und eine starke Aktivierung der Lernenden auf. Häufig wird im Anschluss an dieses Experiment eine Liste mit solchen Gegenständen erstellt, die eine Anziehung erfahren, und solchen, bei denen dies nicht der Fall ist. In vielen Fällen wird Objekten, die vom Magneten angezogen werden, zusätzlich das Attribut magnetisch zugewiesen. Alle anderen Objekte sind gemäß dieser Unterteilung unmagnetisch. Aus der didaktischen und fachlichen Analyse dieses Experimentes lassen sich zwei Schlüsse ziehen. Zum einen lernen die Schülerinnen und Schüler durch das Experiment eine Welt kennen, in der einige Objekte in Wechselwirkung mit Magnetfeldern treten, und andere Objekte, von Magnetfeldern in keinster Weise beeinträchtigt werden. Diese Vermittlung dichotomer magnetischer Eigenschaften ist aus fachlicher Perspektive nicht nur inadäquat, sondern widerspricht direkt der Tatsache, dass magnetische Phänomene universell existieren und lediglich durch Stärke und Richtung ihrer Wechselwirkung mit äußeren Magnetfeldern sowie die Fähigkeit Magnetisierungen zu erhalten unterschieden werden können. Diese Art und Weise der phänomenologischen Einführung in den Bereich Magnetismus bewirkt u.a. die synonyme Verwendung der Begriffe Magnetismus und Ferromagnetismus in vielen Lehrsituationen. Erfolgt diese Verwendung bewusst erscheint ein derartiger Umstand unter gewissen Voraussetzungen akzeptabel. Ohne Kenntnis der weiteren Magnetismusformen ist die synonyme Bezeichnung jedoch problematisch. In der bisherigen fachdidaktischen Forschung lässt sich nur ein Ansatz identifizieren, der diesen Umstand explizit thematisiert [Bro07]. Dieser Ansatz beinhaltet einen interessanten Hinweis auf mögliche Bezeichnungen für die Unterteilung. Anstelle magnetischer und unmagnetischer Stoffe unterteilt der Ansatz Objekte zunächst in "magnets" bzw. "non-magnets", die wiederum in "attractables" und "non-attractables" [Bro07, S. 425] aufgeteilt werden. Auf diese Art und Weise wird eine eindeutige und andererseits fachliche angemessene Bezeichnung gewählt, die auf die Begriffe Dia-, Para- und Ferromagnetismus verzichtet und somit auch für jüngere Lernende geeignet erscheint. Dies gilt insbesondere für die im Projekt Magnetismus hoch 4 fokussierte Zielgruppe von Studierenden im Fach Physik, bei denen im Rahmen der Praxisdurchführung des Projektes, siehe Kapitel 7, ähnliche Einteilungen in magnetische und unmagnetische Substanzen vor Durchführung der Seminarsitzungen beobachtet werden konnten. Die fehlende oder nachrangige Berücksichtigung von Dia- und Paramagnetismus beim ersten Kontakt mit magnetischen Phänomenen setzt sich auch in traditionellen Lehrmaterialien höherer Stufen des Bildungssystems fort.

Als weiteren Aspekt vermittelt das Experiment eine Ansicht der Natur der Naturwissenschaften, in der einige exemplarische Messungen, deren Randbedingungen, d. h. in diesem Fall die Präzision der Messung sowie die Magnetfeldstärke, als vergleichbar eingeschätzt werden können, allgemeine Aussagen und Gesetzmäßigkeiten zulassen. Die Bedeutung eben dieser Randbedingungen für das Zustandekommen der Phänomene wird in der Regel nicht diskutiert und findet sich weder als Teil der Auswertung des Experimentes noch als Element der Diskussion für die Ergebnisse. In sämtlichen Bereichen naturwissenschaftlicher Forschung im Allgemeinen und physikalischer Forschung im Besonderen gelten Messergebnisse nur im Rahmen der zur Verfügung stehenden Messmethoden als aussagefähig. Beispielsweise ließen sich in der historischen Betrachtung viele Aussagen über die Struktur der Materie erst durch weiterentwickelte Technologien treffen und auch weiterhin ist es möglich, dass hochentwickelte Messmethoden immer wieder neue und erweiterte Erkenntnisse liefern. Da Forschung im naturwissenschaftlichen Kontext sich stets dieses Mangels absoluter und allgemeingültiger Aussagen bewusst ist, gilt es auch in der Lehre ein entsprechendes Bild zu vermitteln.

Mithilfe geringer Variationen des eben beschriebenen Experimentes kann die unter Kapitel 5 beschriebene Auslösung kognitiver Konflikte erreicht werden. Dabei ist es sogar möglich, das eben beschriebene Experiment zusätzlich zum traditionellen Versuch durchzuführen, wie in der in Kapitel 7 beschriebenen Praxisdurchführung erfolgt, um explizit die Unterschiede der Experimente diskutieren zu können und so zu verdeutlichen, in welcher Art und Weise die Randbedingungen eines Experimentes eine weiter gefasste Gültigkeit von Aussagen aus diesem zulassen. Die Erweiterung des Experimentes soll verdeutlichen, dass die Welt des Magnetismus nicht dichotom, sondern vielfältig ist und Phänomene deutlich über das traditionell vermittelte Ausmaß hinausgehen. Zu diesem Zweck kann das magnetische Pendel als einfaches einführendes Experiment genutzt werden. Das Experiment ermöglicht durch die Verwendung starker Neodymmagneten und einer empfindlichen Messapparatur die eindeutige Visualisierung der Wirkung eines Magneten auf viele dia-, para- und ferromagnetische Substanzen. Durch die Verwendung eines Kompasses lassen sich die in Kapitel 4.1.1 beschriebenen makroskopischen Eigenschaften von Dia-, Para- und Ferromagnetismus analysieren, anhand derer erste Kriterien zur Unterscheidung der verschiedenen Ausprägungen aufgestellt werden können. Der Kompass liefert zusätzlich zur Bestimmung der Stärke und Richtung der Wechselwirkung auch Indizien auf das Potential eines Objektes zum Erhalt einer Magnetisierung.

5.1.1 Versuchsaufbau und Durchführung

Der Versuchsaufbau beschränkt sich auf eine Pendelkonstruktion bestehend aus einem Nylonfaden, siehe Abbildung 5.2, an dessen unterem Ende die zu untersuchende Probe befestigt wird. Nähert man einen starken Permanentmagneten an, wird die Probe gemäß ihrer magnetischen Eigenschaften vom Feld des Magneten angezogen oder abgestoßen.

Trotz des einfachen Aufbaus und der simplen Durchführung des Versuches sind im Details jedoch einige Aspekte zu berücksichtigen, die dazu dienen, eindeutige Effekte zu generieren und das System widerstandsfähig gegen äußere Einflüsse zu gestalten. Wie in Abbildung 5.2 zu erkennen, ist der Nylonfaden für die Befestigung der zu untersuchenden Probe an zwei Befestigungspunkten aufgehängt. Die Auslenkung der Probe gemäß Abbildung 5.2 erfolgt in der Darstellung senkrecht zur Papierebene. Die Konstruktion bewirkt, dass die Probe durch den Magneten senkrecht zu dessen Oberfläche ausgelenkt wird und verhindert mögliche Eigendrehungen oder Torsionen des Fadens und der Probe durch die Verwendung einer Zwei-Punkt-Aufhängung, die durch nicht vollkommen parallele Oberflächen des Magneten und der Probe zu Stande kommen können. Je größer der Abstand der Befestigungspunkte gewählt wird, desto wider-



Abbildung 5.2: Versuchsaufbau des magnetischen Pendels als Experiment zur Einführung in die Phänomenologie des Dia-, Para- und Ferromagnetismus.

standsfähiger ist die Pendelkonstruktion gegenüber Torsionen.

Bei der Konstruktion des Fadens sollte weiterhin berücksichtigt werden, dass der beobachtete Effekt mit der Fadenlänge des Nylonfadens skaliert. Nimmt man an, dass sich das magnetische Pendel entsprechend einem mathematischen Pendel verhält, ist das Verhältnis der Beträge der Gewichtskraft \vec{F}_g und der Rückstellkraft \vec{F}_r über den Auslenkungswinkel α näherungsweise für kleine Winkel ($\alpha << 5^{\circ}$) als

$$\alpha \approx \tan \alpha = \frac{F_{\rm r}}{F_g} \tag{5.1}$$

gegeben. Da sich die Stärke der Anziehung bzw. Abstoßung der Probe somit nur auf den Auslenkungswinkel α auswirkt und dieser gleichzeitig über die Fadenlänge L und die absolute horizontale Auslenkung a in gleicher Näherung als

$$\alpha \approx \sin \alpha = \frac{a}{L} \tag{5.2}$$

definiert ist, gilt

$$a = L \cdot \left(\frac{F_{\rm r}}{F_g}\right). \tag{5.3}$$

Je länger der Faden für die Aufhängung gewählt wird, desto größer ist die absolute horizontale Auslenkung. Da letztere primär dem beobachtbaren Phänomen entspricht, sollte der Faden so lang wie möglich gewählt werden.

Während der beobachtbare Effekt durch eine möglichst große Fadenlänge L maximiert werden kann, ist es dennoch in der Praxis nicht zu empfehlen, den Magnet direkt auf dem Fußboden zu positionieren. Der Grund dafür liegt in stärkerer Zugluft, die häufig in der Nähe des Fußbodens auftritt. Da die Messung und die Aufhängung sehr sensibel gegenüber Luftstößen ist, sollte in jedem Fall ein Abstandshalter zum Boden verwendet werden und eine ausreichende Distanz zu eben diesem eingehalten werden. Als Maßnahme gegen mögliche Einflüsse von Luftströmungen in der Umgebung kann der Bereich des Magneten und der Probe auch mit einer äußeren mechanischen Verkleidung abgeschirmt werden. Potentielle Materialien sind solche Stoffe, bei denen sowohl Einflüsse auf das Magnetfeld als auch elektrostatische Kräfte durch Aufladungseffekte ausgeschlossen bzw. als geringfügig angesehen werden können. Dies ist notwendig, um die ohnehin kleinen Effekte nicht zu stören oder zu überlagern.

Nachdem die Probe befestigt worden ist und sich im Ruhezustand befindet, besteht die

Durchführung des Versuchs lediglich in der Positionierung des Magneten in der Nähe der Probe. Die Befestigung der Probe sollte noch ohne Einfluss des Magneten erfolgen. Als Magnet wird ein möglichst starker Neodymmagnet verwendet. Die in Abbildung 5.3 dargestellten Resultate werden jeweils mit einem Neodymmagneten (N40) erzeugt. Die Bezeichnung N40 entspricht der Güte des Magneten und verweist darauf, dass der Magnet bis zu einer Temperatur $T = 80 \,^{\circ}$ C (N) verwendet werden kann und ein Energieprodukt als Maß der Stärke des Magneten von 40 MGOe [Hov16, S. 80] aufweist. Grundsätzlich gilt, dass für geeignete Proben auch etwas schwächere Magneten eindeutig zu beobachtende Effekte erzeugen. In der Regel sollten die jeweils schwächsten Magneten, bei denen eindeutige Phänomene auftreten, verwendet werden, um die Gefahr von Verletzungen beim Einsatz von hochenergetischen Magneten auszuschließen. Nach der Positionierung des Magneten in der Nähe der Probe ist für die weitere Durchführung des Versuchs zwischen dia- und paramagnetischen Proben zu unterscheiden. Diamagnetische Substanzen werden vom Magneten abgestoßen, siehe Kapitel 4.1. Nachdem der Magnet in die Nähe einer diamagnetischen Probe gebracht worden ist und diese sich durch die Abstoßung in einer neuen Ruhelage befindet, lässt sich die Probe durch den Versuch der Annäherung des Magneten weiter aus seiner ursprünglichen Ruhelage entfernen. Dies verstärkt und vereinfacht die Beobachtung des Phänomens. Bei einer paramagnetischen Probe erfolgt eine Anziehung durch den Permanentmagneten, siehe ebenfalls Kapitel 4.1. Nach erfolgter Annäherung sollte hier versucht werden den Magneten zu entfernen. Die Probe wird dadurch weiter aus der Ruhelage abgelenkt, da sie nach dem Ort des stärksten Magnetfeldes strebt.

Um die kleinen Effekte des Experimentes zu verstärken, ist in einem weiterführenden Schritt eine Variation des Versuchsaufbaus möglich. In Gleichung (5.3) zeigt sich, dass eine große Gewichtskraft \vec{F}_g zu kleinen Auslenkungen führt. Die Gewichtskraft \vec{F}_g entspricht in den bisherigen Ausführungen der senkrecht nach unten wirkenden Kraft $\vec{F}_{\downarrow} = \vec{F}_g$ auf die zu untersuchende Probe. Würde diese Kraft \vec{F}_{\downarrow} verringert, wäre es möglich größere Auslenkungen des Pendels zu beobachten. Eine solche Verringerung der Kraft \vec{F}_{\downarrow} ergibt sich durch die Verwendung einer Flüssigkeit mit Dichte $\rho_{\rm Fl}$, beispielsweise Wasser, in die die Probe mit Dichte $\rho_{\rm Pr}$ getaucht wird. In diesem Fall gilt

$$F_{\downarrow} = V_{\rm Pr} \cdot g \cdot (\varrho_{\rm Pr} - \varrho_{\rm Fl}).$$
(5.4)

Mit dieser Methode lassen sich deutliche Reduktionen der nach unten wirkenden Kraft erzielen. Die Methode wird in der Forschung zu unterschiedlichen Zwecken wie beispielsweise der Dichtebestimmung von Flüssigkeiten verwendet und lässt sich mit schulischen Mitteln ebenfalls leicht realisieren [Dun07, Mir09, Bwa13]. Verwendet man beispielsweise eine Probe aus Aluminium mit Dichte $\rho_{Al} \approx 2.7 \text{ g/cm}^3$ und Wasser bei Raumtemperatur mit Dichte $\rho_{H_2O} \approx 1.0 \text{ g/cm}^3$ als Flüssigkeit, ergibt sich theoretisch in etwa eine auf ca. 63 % reduzierte Kraft \vec{F}_{\downarrow} und somit eine entsprechend größere Auslenkung allein auf der Variation des Versuchsaufbaus. Durch die Variation der Dichte der Flüssigkeit bzw. des Pendelmaterials lässt sich diese Kraft weiter reduzieren.

5.1.2 Messergebnisse und Diskussion

Geeignete Materialien für die Durchführung des Versuchs sind u.a. pyrolytisches Graphit, ein stark diamagnetisches Material mit der magnetischen Volumensuszeptibilität $\chi_{V,Gr} \approx -550 \times 10^{-6}$ [Wal66, Koh96, Sim01] und paramagnetisches Aluminium mit einem Wert von $\chi_{V,Al} \approx 20.5 \times 10^{-6}$ [Koh96, Lid05]. Für beide Materialien werden bei der Versuchsdurchführung Proben gleicher Dimensionen verwendet (Breite $B \approx 17 \,\mathrm{mm}$, Höhe $H \approx 25 \,\mathrm{mm}$, Dicke $D \approx 0.75 \,\mathrm{mm}$). Da in der Literatur jeweils abweichende Werte zu finden sind, entsprechen die Angaben den gemittelten Werte der angegebenen Quellen. Für beide Stoffe ist ein exemplarisches Versuchsergebnis in Abbildung 5.3 dargestellt. In der Abbildung ist der Magnet jeweils im gleichen Abstand zur ursprünglichen Ruhelage der Proben positioniert. Es lässt sich eindeutig erkennen, dass die diamagnetische Probe vom Magnetfeld abgestoßen wird und die paramagnetische Probe sich wie erwartet annähert. Berücksichtigt man die Abnahme der magnetischen Feldstärke mit vergrößertem Abstand zum Magneten, lässt sich aus Abbildung 5.3 bereits die deutlich stärkere Wechselwirkung zwischen dem äußeren Magnetfeld und Graphit verglichen mit Aluminium abschätzen, die sich in den zuvor genannten Werte für die magnetische Suszeptibilität ausdrückt.

Ausgehend von der in Abbildung 5.3 dargestellten Position ist es möglich die Auslenkung aus der Ruhelage wie zuvor beschrieben durch den Versuch der Annäherung des Magneten beim pyrolytischen Graphit um dem Entfernen bei Aluminium weiter zu verstärken. Für die in diesem Versuch verwendeten Proben ergibt sich bei einem ursprünglichen Abstand von ca. 1 cm des Magneten zu Ruhelage eine Auslenkung, die ebenfalls in etwa 1 cm beträgt. Dieser Effekt ist somit eindeutig ohne weitere Hilfsmittel zu erkennen. Aus diesem Grund wird auf eine weitere Verschiebung der Proben in diesem Fall verzichtet. Auf eine Durchführung des Versuchs mit einem ferromagnetischen Material, z. B. einem Stück Eisen wird ebenfalls verzichtet, da der Effekt bekannt ist. Außerdem sind die Anziehungskräfte in diesem Fall so stark, dass der Nylonfaden der Pendelkonstruktion leicht reißen kann. Grundsätzlich kann das Experiment nicht nur in qualitativer Form genutzt werden, da über den Auslenkwinkel auch Berechnungen über die wirkenden magnetischen Kräfte angestellt werden können. Im Vergleich zum in Kapitel 5.3 beschriebenen Versuchsaufbau erscheint eine quantitative Auswertung jedoch weniger direkt, sodass eine entsprechende quantitative Auswertung an dieser



Abbildung 5.3: Exemplarisches Versuchsergebnis des magnetischen Pendels für einen Neodymmagneten (N40) und eine Probe aus pyrolytischem Graphit bzw. Aluminium. Während die diamagnetische Graphitprobe abgestoßen wird, erscheint die paramagnetische Aluminiumprobe angezogen.

Stelle nicht erfolgt.

Vergleicht man das Experiment mit dem zu Beginn von Kapitel 5.1 beschriebenen typischen Schulversuch offenbaren nun Materialien, die zuvor scheinbar keine magnetischen Eigenschaften aufweisen konnten, Wechselwirkungen mit magnetischen Feldern. Bei der Auswahl der Materialien wird beachtet, dass sowohl Graphit als auch Aluminium jedem Lernenden aus dem Alltag in Form einer Bleistiftmine oder Alufolie bekannt sind. Weiterhin werden beide Stoffe in entsprechender Form auch im traditionellen Experiment untersucht und dort typischerweise als unmagnetisch eingestuft. Die Verwendung solcher Materialien mit direktem Alltagsbezug ist von großer Bedeutung, da fehlende Bezüge zur Lebenswelt der Lernenden neben der hohem fachlichen Komplexität und dem schlechte Ruf der Naturwissenschaften einen der drei Hauptfaktoren für geringe Erfolge naturwissenschaftlichen Unterrichts ausmachen [Hof08, Mer08, Reh10]. Weiterhin weisen beide Stoffe ausreichend große magnetische Volumensuszeptibilitäten auf.

Mithilfe des bisher beschriebenen Versuchs lässt sich zeigen, dass durch einen Magneten anziehende und abstoßende Kräfte erzeugt werden. Dies ist als solches für Lernende zunächst kein neuer Aspekt, da die Anziehung und Abstoßung je nach gegenseitiger Orientierung zweier Permanentmagneten bereits in der Grundschule betrachtet wird. Im Gegensatz zu zwei Permanentmagneten lässt sich jedoch auch durch eine Drehung des Magneten oder der Probe das jeweilige Verhalten nicht verändern, sodass Graphit unabhängig von der Ausrichtung des Magneten und der Probe stets abgestoßen und Aluminium immer angezogen wird. Dieser Umstand kann im Experiment spielerisch umgesetzt werden und liefert einen ersten Hinweis auf die Existenz anders gearteter magnetischer Phänomene für Lernende, die bis zu diesem Experiment die Grundvorstellung einer dichotomen Einteilung in magnetische und unmagnetische Substanzen besitzen. Mithilfe eines Kompasses lässt sich die Vorstellung, dass die magnetischen Eigenschaften der Graphit- und Aluminiumprobe nicht mit denen eines Permanentmagneten übereinstimmen übereinstimmen, weiter festigen. Nach Annäherung einer Probe aus Eisen an einen Magneten ist die Probe selbst in der Lage eine Kompassnadel auszurichten. Dieser Versuch wird häufig mit einem magnetisierten Nagel durchgeführt, der aufgrund seiner Materialeigenschaften die erzeugte Magnetisierung in Teilen erhält. Bei den Proben aus pyrolytischem Graphit und Aluminium lässt sich ein solches Verhalten nicht beobachten. Beide Proben sind auch nach intensiven Versuchen, eine Magnetisierung durch den Neodymmagneten zu erzeugen, nicht in der Lage eine Kompassnadel auch nur geringfügig zu beeinflussen. Dies kann gewiss nicht als Beweis gegen das Vorliegen eines ferromagnetischen Materials angesehen werden, da extrem weichmagnetische Substanzen sich augenscheinlich ähnlich verhalten würden, aber es führt für den Lernenden zunächst doch zu einem kognitiven Konflikt. Durch diese Konfrontation mit nicht erwarteten Phänomenen wird eine vertiefte Auseinandersetzung mit dem magnetischen Verhalten vieler weiterer Stoffe motiviert.

Um dem beschriebenen Experiment die zuvor diskutierten Schlüsse entnehmen zu können, ist es entscheidend, nur aus dem statischen Zustand der Anziehung oder Abstoßung Schlussfolgerungen über die magnetischen Eigenschaften der Probe zu ziehen. So lange dynamische Prozesse wie die Annäherung des Magneten oder Pendelbewegungen der Probe ablaufen, existiert neben der aus den magnetischen Materialeigenschaften resultierenden Magnetisierung zusätzlich eine Magnetisierung infolge von Relativbewegungen der Probe im stationären Magnetfeld oder aber eine durch Magnetfeldänderung am Ort der Probe induzierte Magnetisierung, siehe Kapitel 4.1.5.2 [Len34, Her81]. Die damit verbundenen makroskopischen Wirbelströme bilden sich vollkommen unabhängig von den magnetischen Materialeigenschaften und geben lediglich Auskunft über den zeitlichen Verlauf der Magnetfeldänderung bzw. die Leitfähigkeit des Probenmaterials. So lassen sich bei den verwendeten Materialien Einflüsse der Wirbelströme bei Aluminium verglichen mit Graphit in deutlich stärkerem Ausmaß erkennen. Im Experiment mit Aluminium ist zu beobachten, dass die Probe bei Annäherung des Neodymmagneten zunächst infolge der Wirbelströme abgestoßen wird, sich anschließend aufgrund der paramagnetischen Eigenschaften langsam dem Magneten annähert und im statischen Zustand angenähert erscheint. Da jedoch für den Lernenden gleichsam eine Abstoßung und Anziehung beobachtet werden kann, ist es notwendig beide Aspekte gesondert zu diskutieren und den statischen Zustand als relevant für die magnetischen Materialeigenschaften zu charakterisieren. Praktisch lassen sich die Einflüsse der induzierten Wirbelströme durch eine sehr langsame Annäherung des Magneten und damit einen sehr kleinen zeitlichen Gradienten des Magnetfeldes am Ort der Probe oder die Untersuchung von Proben mit hohem spezifischem elektrischen Widerstand reduzieren.

Das magnetische Pendel kann grundsätzlich neben den genannten Substanzen auch für die Untersuchung weiterer Materialien genutzt werden. Um jedoch eine Wirkung der magnetischen Wechselwirkung sehen zu können, ist es empfehlenswert nur solche Proben zu untersuchen, deren magnetische Volumensuszeptibilität χ_V zumindest der

Größenordnung von Aluminium entspricht. Für Substanzen mit geringeren Volumensuszeptibilitäten ist ähnlich wie bei der Verfeinerung des zuvor beschriebenen traditionellen Schulexperimentes zur Untersuchung der magnetischen Eigenschaften hin zum magnetischen Pendel vorzugehen. In diesem Sinne sollte also entweder die magnetische Feldstärke weiter verstärkt werden oder eine noch sensiblere Messapparatur verwendet werden. Da der in diesem Experiment verwendete Neodymmagnet (N40) jedoch bereits extrem stark ist und eine Verletzungsgefahr bei falscher Handhabung besteht, sollte von der Verwendung noch stärkerer Magneten in der Lehre abgesehen werden. Eine Möglichkeit, den Versuchsaufbau in ähnlicher Weise zu gestalten und die Sensibilität der Messung weiter zu erhöhen, liefert die Verwendung einer magnetischen Torsionsdrehwaage, die in Kapitel 5.2 beschrieben wird.

5.2 Magnetische Torsionsdrehwaage

Die Drehwaage oder auch Torsionsdrehwaage galt seit dem 18. Jahrhundert für lange Zeit als eine der präzisesten Messmethoden zur Bestimmung kleiner Kräfte und lieferte für viele zuvor qualitative Zusammenhänge und theoretische Vorhersagen dieser Zeit quantitative Ergebnisse. Als Erfinder der Drehwaage gilt der Engländer Michell (1760) [Wes52] auch wenn die Messmethode und die zugehörige Messapparatur landläufig mit Coulomb (1784) [Cou84] in Verbindung gebracht wird. Letzterer lieferte mit seinen Messungen elektrostatischer Kräfte eine der bekanntesten Anwendung der Torsionsdrehwaage in der Geschichte der Physik und konnte auf diese Art und Weise das Coulombsche Gesetz ableiten [Jun96]. Ein weiteres Experiment, das von großer Bedeutung für die Physik ist und von Cavendish (1798) [Cav98] ebenfalls mithilfe einer Torsionsdrehwaage durchgeführt werden konnte, ermöglichte erstmalig die Bestimmung der Gravitationskonstanten der Erde. Eigentlich zielte Cavendish jedoch mit seinem Experiment auf die Bestimmung der Masse bzw. der Dichte unserer Erde ab, was ihm im Vergleich zu heutigen Messungen mit einer Genauigkeit von ca. 0.6%gelang [Cav98, Clo87]. Aus den Angaben für die Abmessungen des Aufbaus und der verwendeten Gewichte bei der Messung von Cavendish lässt sich erkennen, dass dieser mit seiner Torsionsdrehwaage Kräfte der Größenordnung $F_{\rm Cav}\approx 10^{-7}\,{\rm N}$ messen konnte [Mac00]. Diese Kraft entspricht in etwa einem Zehntel der Gewichtskraft eines Sandkorns und verdeutlicht das Potential der Messmethode bezüglich präziser Messungen kleiner Kräfte. Noch präzisere Messungen im Kontext von Gravitationskräften konnte später Eötvös (1906) an einem von ihm in Anlehnung an Cavendish entwickelten Aufbau erzielen [Bod91].

Ein geeignetes Probenmaterial für die Untersuchung der magnetischen Eigenschaften stellt Kupfer dar. Dessen magnetische Wirkung lässt sich aufgrund der geringen Volumensuszeptibilität $\chi_{V,Cu} \approx -9.63 \times 10^{-6}$ [Lid05, S. 4-143 ff.] gerade noch eindeutig mithilfe des magnetischen Pendels untersuchen und kann mithilfe der Torsionsdrehwaage um ein Vielfaches deutlicher wahrgenommen werden. Aber auch diamagnetische Objekte mit einem hohen Wassergehalt, bei denen ein direkter Bezug zur Lebenswelt von Lernenden hergestellt werden kann wie Tomaten oder Weintrauben, stellen potentiell interessante Probenmaterialien dar. Insbesondere beim Einsatz in der Lehre gilt es möglichst eindeutige Effekte abzubilden, deren Zustandekommen reproduzierbar ist und von den Lernenden selbstständig wahrgenommen werden kann. Die Empfindlichkeit der Torsionsdrehwaage erscheint geeignet für den zweifelsfreien Nachweis der diamagnetischen Eigenschaften von Kupfer. Nachfolgend soll kurz ein möglicher Einsatz der Torsionsdrehwaage zur Messung magnetischer Kräfte und zur Demonstration diamagnetischer Abstoßungen und paramagnetischer Anziehungen beschrieben werden. Wie bereits beim magnetischen Pendel in Kapitel 5.1 beschrieben, müssen auch bei der Torsionsdrehwaage dynamisch und statisch erzeugte Magnetisierungen im Probenmaterial unterschieden werden, da diese sowohl Aussagen über die magnetischen Eigenschaften, aber auch Informationen über die elektrische Leitfähigkeit des untersuchten Materials enthalten.

5.2.1 Versuchsaufbau und Durchführung

Für den Versuchsaufbau, siehe Abbildung 5.4, kann zunächst auf eine beliebige Torsionsdrehwaage zurückgegriffen werden. Am Torsionsfaden sollte möglichst mittig ein horizontal gelagerter Probenhalter befestigt werden, an dessen Ende die zu untersuchende Probe angebracht werden kann. Bei der Wahl des Probenhalters sollte auf Materialien mit geringen magnetischen Suszeptibilitäten zurückgegriffen werden, um die Messung der eigentlichen Probe nicht zu beeinflussen. Aufgrund möglicher induzierter Wirbelströme bei dynamischen Prozessen, die wie in Kapitel 5.1 beschrieben ebenfalls magnetische Effekte bewirken können, sollte der Probenhalter zudem einen möglichst großen spezifischen elektrischen Widerstand aufweisen. Eine geeignete Substanz stellt an dieser Stelle die Verwendung eines dünnen Holzstabes dar. Auch für die Befestigung der Probe am Probenhalter und das Material des Torsionsfaden sollten Einflüsse auf die Dynamik der Waage durch zusätzliche magnetische Effekte minimiert oder aber in der Analyse explizit berücksichtigt werden.

Die Versuchsdurchführung soll an dieser Stelle zunächst für eine diamagnetische Kupferprobe beschrieben werden. Zu Beginn des Versuchs ist es wichtig in Abwesenheit des Neodymmagneten dafür Sorge zu tragen, dass sich die Kupferprobe vollständig in Ruhe befindet. Die sehr empfindliche Konstruktion sorgt dafür, dass die Probe einige Zeit benötigt ihre Ruheposition P_0 , siehe Abbildung 5.4, einzunehmen. Um sicherzustellen, dass die Probe ihre Ruheposition aufgrund der Torsion des Fadens und als Resultat einer Potentialmulde findet, muss der Probenhalter vollständig waagerecht befestigt werden. Nachdem dies erfolgt ist, gilt es den Neodymmagneten in der Nähe der Probe zu positionieren. Durch das Einbringen eines Neodymmagneten ergeben sich zwei Effekte, die bei der Interpretation und Durchführung berücksichtigt werden müssen. Zum einen wird die Kupferprobe aufgrund ihrer diamagnetischen Eigenschaften vom Magneten abgestoßen. Dieser Vorgang geht auf die magnetischen Eigenschaften des Materials zurück und entspricht dem zu demonstrierenden Phänomen. Zum anderen ergibt sich aus dem Einbringen des Magneten am Ort der Probe eine Anderung des magnetischen Feldes \vec{B} und damit eine zeitliche Änderung des magnetischen Flusses $-\partial \Phi_{\rm mag}/\partial t$, wodurch eine Spannung $U_{\rm ind}$ induziert wird. Nach dem Lenzschen Gesetz resultiert daraus ein Stromfluss, der seinerseits ein dem ursprünglichen Magnetfeld B



Abbildung 5.4: Versuchsaufbau der magnetischen Torsionsdrehwaage zur Demonstration der Phänomenologie schwach dia- und paramagnetischer Substanzen.

entgegengesetzt ausgerichtetes Magnetfeld erzeugt, um der Ursache des Stromflusses entgegenzuwirken [Len34]. Das entgegengesetzte Magnetfeld sorgt für eine zusätzliche abstoßende Kraft, die jedoch nicht auf die eigentlichen magnetischen Materialeigenschaften, sondern vielmehr auf die elektrische Leitfähigkeit des Materials zurückzuführen ist, siehe Kapitel 5.1. Um diesen zusätzlichen Beitrag ausschließen zu können, ist es notwendig zu warten, bis sich die Probe in einer neuen Ruheposition P_1 eingefunden hat. Diese neue Ruheposition stellt einen statischen Zustand dar. Da sich die Wirbelströme nur im dynamischen Prozess der zeitlichen Magnetfeldänderung ergeben, folgt die Ruheposition P_1 aus dem Kräfteverhältnis der rücktreibenden Kraft, da die Probe nach ihrer ursprünglichen Ruhelage P_0 strebt, und der abstoßenden magnetischen Kraft, die durch die diamagnetischen Eigenschaften von Kupfer bewirkt wird. Befindet sich die Probe im neuen Ruhezustand, gilt B(t) = const. am Ort der Probe, sodass keine Spannung U_{ind} induziert und kein Gegenfeld aufgebaut wird. Wie bereits bei der Beschreibung des magnetischen Pendels dargelegt, müssen die zunächst widersprüchlich erscheinenden Wirkungen in der Lehre mit Lernenden diskutiert und klar getrennt werden. Das eigentlich zu beobachtende Phänomen als Resultat der magnetischen Eigenschaften der Probe und des äußeren Magnetfeldes kann im Rahmen dieser Durchführung nur durch den Vergleich der Ruhepositionen P_0 und P_1 erkannt werden.

Zur Verdeutlichung der Effekte wird beim magnetischen Pendel auf die Möglichkeit verwiesen, eine angezogene bzw. abgestoßene Probe durch behutsames Entfernen oder Annähern des Magneten weiter aus ihrer ursprünglichen Ruhelage zu entfernen. Dieses Vorgehen kann für die Vermittlung der Phänomene je nach Effektstärke auch bei der magnetischen Torsionsdrehwaage als sinnvoll erachtet werden. Auf ähnliche Art und Weise lassen sich auch bei diesem Experiment stärkere Effekte in Form größerer Auslenkungen erzielen. Nachdem die Probe sich in Ruheposition P_1 befindet, kann die Probe vom Magneten durch Annäherung (diamagnetische Probe) bzw. Entfernen (paramagnetische Probe) des Magneten weiter aus ihrer ursprünglichen Ruheposition P_0 ausgelenkt werden. Dabei sollte beachtet werden, dass die Bewegung des Magneten sehr langsam erfolgt und der Magnet jeweils einen näherungsweise konstanten Abstand zur Probe besitzt, um elektromagnetische Induktion und somit die Erzeugung von Gegenfeldern ausschließen oder zumindest vernachlässigen zu können. Durch dieses Vorgehen lässt sich die Drehwaage als qualitatives Experiment mit dem Ziel der Visualisierung der dia- und paramagnetischen Phänomene schwach magnetischer Substanzen ansehen.

In der vorherigen Beschreibung des Versuchs wird jeweils eine Reduktion der durch magnetische Induktion verursachten dynamischen Magnetisierungen angestrebt. Es sollte jedoch an dieser Stelle erwähnt werden, dass die gezielte Nutzung entsprechender Vorgänge ebenfalls interessante Phänomene beinhaltet. Um das Auftreten von Wirbelströmen und daraus folgender Magnetisierungen zu forcieren, kann die Probe aus gewisser Distanz zum Magneten in dessen Richtung gestoßen werden. Wichtig ist, dass die ursprüngliche Ruheposition P_0 der Probe sich hinter dem Magneten befinden sollte. Im Falle diamagnetischer Proben wird der Effekt der Abstoßung durch die forcierte Dynamik weiter verstärkt, sodass die Probe stets nach ihrer Ruheposition P_0 strebt, vom Magneten abgestoßen wird und erneut in Richtung des Magneten schwingt. Aufgrund der Abstoßung stellt sich nach einer gewissen Zeit eine neue Ruheposition P_1 ein. Bei paramagnetischen Proben würde man ohne Berücksichtigung der induzierten Magnetisierung erwarten, dass die Bewegung in Richtung des Magneten, die Ruheposition P_0 hinter dem Magneten und auch die paramagnetischen Anziehung eine positiv beschleunigte Annäherung an den Magneten verursachen. Diese Annähe-



Abbildung 5.5: Qualitative Darstellung der dynamischen Annäherung dia- und paramagnetischer Proben an einen Neodymmagneten mit ursprünglicher Ruheposition P_0 . Die dynamische Annäherung ist mit der Existenz makroskopischer Wirbelströme und damit mit einem induzierten magnetischen Gegenfeld verbunden.

rung stellt sich auch ein, wobei sich jedoch als Folge der dynamisch induzierten magnetischen Momente in einem Abstand von etwa 1 cm zum Magneten eine drastische Abbremsung der Probe beobachten lässt. Am Ende erscheint die paramagnetische Probe jedoch vollständig vom Magneten angezogen. Eine qualitative Darstellung beider Prozesse findet sich in Abbildung 5.5. In dieser Form eignet sich die Torsionsdrehwaage nicht nur zur Analyse magnetischer Materialeigenschaften, sondern kann auch für die Analyse makroskopischer Wirbelströme als Folge elektromagnetischer Induktion durch Magnetfeldänderung genutzt werden. Hierzu lässt sich der dynamische Prozess mithilfe einer Bewegungsgleichung simulieren und auswerten. Die Bewegungsgleichung ergibt sich beispielsweise für eine paramagnetische Substanz aus einem Vergleich der anziehenden magnetischen Kraft sowie der abstoßenden Kraft durch ein induziertes magnetisches Strommoment sowie der gleichförmigen oder beschleunigten Bewegung der Probe.

5.2.2 Messergebnisse und Diskussion

Der Versuch offenbart zusätzlich zum magnetischen Pendel die Existenz magnetischer Eigenschaften bei Stoffen, die in einer ersten Einschätzung und im Sinne der typischen Behandlung von Magnetismus insbesondere in der Schule als unmagnetisch angesehen werden. Aufgrund der Sensitivität der Methode können auch solche Wechselwirkungen zwischen Objekten und Magnetfeldern nachgewiesen werden, bei denen die wirkenden Kräfte für einen eindeutigen Nachweis mithilfe des magnetischen Pendels zu gering sind. Beispielsweise bei Kupfer, das als Alltagsmaterial aufgrund seiner Nähe zur Lebenswelt von Lernenden für die Untersuchung geeignet scheint [Whi79, Sto00], offenbart sich eindeutig die diamagnetische Natur. Weiterhin ist positiv anzumerken, dass die Sensitivität des Versuchsaufbaus keine Verwendung spezieller hochenergetischer Neodymmagneten erfordert. Dieser Umstand macht es grundsätzlich einfacher, das Experiment auch den Lernenden selbst zugänglich zu machen, da die Gefahr von Verletzungen durch eine nicht sachgerechte Verwendung der hochenergetischen Neodymmagnete nicht besteht.

Bei der praktischen Durchführung des Experimentes sollte berücksichtigt werden, dass sich eine Ruheposition der Probe nur bei sehr sorgfältigem Umgang mit dem Versuchsaufbau ergibt. Dabei liegt die Schwierigkeit insbesondere im Auffinden der realen Ruheposition bezüglich der Torsion des Fadens. Durch einen nicht exakt horizontal verlaufenden Stab als Probenbefestigung ist es möglich, dass sich die Probe in einer Art Potentialmulde einpendelt. Wird sie aus dieser durch den Magneten abgelenkt, stellt sich aber keineswegs die gewünscht Ruhelage P_1 über das Kräftegleichgewicht der rücktreibenden Torsionskraft und der magnetischen Kraft ein, da die Probe sich aufgrund der mangelhaften Ausrichtung der Apparatur ein neues Potentialminimum sucht. Die daraus resultierende Ruheposition ist somit das Ergebnis aus der rücktreibenden und der magnetischen Kraft und einer zusätzlichen Kraft, die durch den Aufbau bedingt ist und in jedem Fall minimiert werden sollte. Weiterhin kann das sensible System leicht durch Luftbewegungen gestört werden. Es empfiehlt sich eine Dämpfung für die Bewegung der Probe zu konstruieren, die das System vor leichten Luftzügen schützt. Möglich ist hier beispielsweise die Verwendung einer Wasserdämpfung, wie in Abbildung 5.4 dargestellt. Zur Analyse der dynamischen Prozesse, wie zum Abschluss von Kapitel 5.2.1 beschrieben und in Abbildung 5.5 dargestellt, sollte eine solche Dämpfung jedoch nicht genutzt werden.

Als weiterer Vorteile des Experimentes erscheint es aus fachdidaktischer Perspektive interessant einen Versuchsaufbau, der für die historische Entwicklung der Physik von großer Bedeutung ist, anhand eines einfachen Beispiels einzuführen und exemplarisch Experimente mit diesem Versuchsaufbau durchzuführen. Um mit dem Versuchsaufbau noch stärker im Sinne von Coulomb oder Cavendish zu arbeiten, kann das Experiment auch quantitativ durchgeführt werden. Hierzu ist es notwendig einen Torsionsfaden zu wählen, dessen Torsionsmoment groß genug ist, die in Ruheposition P_1 befindliche Probe wieder auf die ursprüngliche Position P_0 zu bewegen. Die dafür notwendige Torsion der Drehwaage ermöglicht bei Kenntnis des Torsionsmomentes die Berechnung der wirkenden Kräfte und davon ausgehend eine Berechnung der magnetischen Volumensuszeptibilität χ_V des jeweiligen Materials. Das Vorgehen bei dieser quantitativen Methode zur Messung der magnetischen Kraft erfolgt vollständig analog zur Messung elektrostatischer Kräfte mit der Methode der Coulombschen Drehwaage [Bra96].

Die qualitative Variante des Experimentes ist in der Fachdidaktik als Methode zum Nachweis der magnetischen Eigenschaften dia- und paramagnetischer Stoffe bekannt [Daf09]. Ein interessantes Beispiel und häufig durchgeführtes Experiment nutzt als Probenmaterial eine Weintraube [Fea05]. Da diese zum größten Teil aus Wasser besteht, kann auf diese Art und Weise der Nachweis erfolgen, dass Wasser ebenfalls dem Diamagnetismus zuzuordnen ist. Bei vielen in der Literatur vorgeschlagenen Varianten dieses Versuchs wird der Aufbau weiter vereinfacht und verwendet statt einer echten Torsionsdrehwaage lediglich einen im Schwerpunkt gelagerten frei drehbaren Holzstab, an dessen Enden unterschiedliche Proben, u.a. die bereits erwähnten Weintrauben, befestigt werden können. Obwohl dieser Versuchsaufbau sich nicht für quantitative Messungen nutzen lässt, eignet er sich in vielen Lehrsituation aufgrund der sehr geringen technischen Voraussetzungen und ist besonders dann zu empfehlen, wenn keine Drehwaage genutzt werden kann. Inwiefern mit diesen Aufbauten jedoch eine reale Ruheposition hergestellt werden kann, sodass über einen statischen Zustand ohne Magnetfeldänderung verlässliche Aussagen über die magnetischen Eigenschaften zu treffen sind, kann an dieser Stelle nicht geklärt werden, aber erscheint eher fragwürdig. Sowohl das magnetische Pendel in Kapitel 5.1 als auch die magnetische Torsionsdrehwaage haben ihren vorrangigen Nutzen in der qualitativen Demonstration der verschiedenen Ausprägungsarten von Magnetismus und ihrer strukturierenden Eigenschaften. Quantitative Messungen sind möglich, erfordern jedoch jeweils einen sehr sorgfältigen Umgang mit der Justierung des jeweiligen Versuchsaufbaus. Im nachfolgenden Kapitel wird mit der Magnetismuswaage ein Experiment dargestellt, dass sich hervorragend und wesentlich direkter für quantitative Messungen eignet.

5.3 Magnetismuswaage

Während sich das in Kapitel 5.1 beschriebene Experiment zum magnetischen Pendel und der in Kapitel 5.2 dargestellte Versuch zur Torsionsdrehwaage insbesondere für qualitative oder halbquantitative Untersuchungen eignen, soll in diesem Kapitel eine Methode erläutert werden, die sich in besonderem Maße für quantitative Analysen eignet. Das nachfolgend als Magnetismuswaage bezeichnete Experiment verwendet wie auch die vorherigen Experimente einen Neodymmagneten als Quelle eines starken Magnetfeldes und nutzt zusätzlich eine Waage als Analyseinstrument. Während die räumliche Ortsveränderung beim Pendel und der Torsiondrehwaage auf das Vorhandensein magnetischer Kräfte hinweisen, werden diese Kräfte bei der Magnetismuswaage durch die namensgebende Waage nachgewiesen. Bereits an dieser Stelle wird offenbar, dass der Nachweis von Kräften durch eine Waage stets mit einer numerischen Angabe einer Massendifferenz verbunden ist, die sich zur weiteren quantitativen Auswertung direkt eignet [Lau17a, Lau17b].

Bei diesem Experiment wird die zu untersuchende Probe, wie in Abbildung 5.6 dargestellt, auf einer Waage positioniert. Durch die Wirkung eines äußeren Magnetfeldes \vec{B} , welches ein in Probennähe befindlicher Neodymmagnet verursacht, wird die Probe je nach magnetischer Ausprägung angezogen oder abgestoßen. Dies drückt sich im Falle einer Anziehung für paramagnetische Substanzen in einer Entlastung der Waage und damit einer negativen Massendifferenz $\Delta m < 0$ aus. Bei diamagnetischen Objekten resultiert aus der Abstoßung eine Belastung der Waage, wodurch eine positive Massendifferenz $\Delta m > 0$ registriert wird. Die für die Effektstärke relevanten Parameter werden nachfolgend analysiert.

Ein Vergleich des qualitativen Einsatzes zum Nachweis der diamagnetischen Abstoßung bzw. paramagnetischen Anziehung durch einen Permanentmagneten erfordert im Vergleich zum magnetischen Pendel, siehe Kapitel 5.1, und der magnetischen Torsionsdrehwaage, siehe Kapitel 5.2, augenscheinlich einen zusätzlichen Abstraktionsschritt. Bei den vorangehend genannten Experimenten kann die Wirkung der magnetischen Eigenschaften in Form einer mechanischen Kraft und Ortsänderung der Probe direkt vom Beobachtenden wahrgenommen werden. In diesem Experiment ist die anziehende und abstoßende Wirkung jedoch nicht mit einer mit dem bloßen Auge beobachtbaren Ortsveränderung der Probe verbunden, sondern drückt sich als zusätzliche Belastung oder Entlastung einer Waage durch eine entsprechende Massendifferenz Δm aus. Aus diesem Grund erfordert das Experiment einen zusätzlichen Gedankenschritt im Vergleich zum magnetischen Pendel und zur magnetischen Torsionsdrehwaage. Während bei diesen Experimente die Kräfte über Ortsveränderungen unmittelbar abbilden, ist die Übertragung von der registrierten Massendifferenz auf die Anziehung bzw. Absto-



Abbildung 5.6: Darstellung der paramagnetischen Anziehung und diamagnetischen Abstoßung zwischen Probe und Magnet resultierend in einer Belastung bzw. Entlastung der Magnetismuswaage.

ßung der Probe durch die Lernenden erforderlich.

Für eine quantitative Messung eignet sich das Experiment im Vergleich zu den in Kapitel 5.1 und 5.2 beschriebenen Experimenten jedoch wesentlich direkter, da die Wirkung der magnetischen Kräfte sich direkt als Messgröße der Waage ausdrückt. Eine interessante Größe, die sich aus Messungen der magnetischen Kraft \vec{F}_{mag} bzw. des Massenunterschiedes Δm ergibt, ist die magnetische Volumensuszeptibilität χ_V , deren Eigenschaften und Bedeutung innerhalb der fachlichen Klärung in Kapitel 4.1.2 intensiv diskutiert werden. Zusammengefasst lässt sich aus dem Vorzeichen der dimensionslosen Größe erkennen, ob eine Probe diamagnetische Eigenschaften besitzt und abgestoßen wird ($\chi_V < 0$) oder paramagnetisch ist und angezogen wird ($\chi_V > 0$). Zudem gibt der Betrag von χ_V Aufschluss darüber, wie stark die jeweilige Substanz auf ein magnetisches Feld reagiert.

Ein Blick in die historische Entwicklung der Physik zeigt, dass lange Zeit zur Messung magnetischer Volumensuszeptibilitäten Versuchsaufbauten genutzt wurden, die auf der Verwendung von Waagen als Analyseinstrumenten basierten [Mar12]. Als mögliche Experimente zur Messung der materialspezifischen Parameter gelten die Faraday-, Guoyund Evans-Methode [Mor68, Sau68, Woo10], siehe Abbildung 5.7. Bei der Faraday-Methode wird die zu untersuchende Substanz an einer Waage befestigt und vollständig zwischen den Polschuhen eines Elektromagneten positioniert [Mor68]. Der grundlegende Aufbau ist in Abbildung 5.7 dargestellt. Das Magnetfeld dieses Elektromagneten ist inhomogen mit bekanntem Magnetfeldgradienten $\partial \vec{B}/\partial z$. Da paramagnetische Substanzen wie beschrieben von magnetischen Feldern angezogen werden, streben diese Substanzen in den Bereich des Magnetfeldes mit der stärksten Feldstärke. Diamagnetische Proben hingegen richten sich am Ort des schwächsten Magnetfeldes aus. Die Kraft auf die Proben verursacht durch den Gradienten des Magnetfeldes kann mithilfe der Waage beobachtet werden.

"It is curious to see such a list as this of bodies presenting on a sudden this remarkble property, and it is strange to find a piece of wood, or beef, or apple, obedient to or repelled by a magnet. If a man could be suspended, with sufficient delicacy, [...], and placed in the magnetic field, he would point equatorially; for all the substances of which he is formed, including the blood, possess this property."

- Michael Faraday [Far55, S. 36]

Faraday (1855) erkannte erstmalig die für ihn erstaunlichen magnetischen Eigenschaften von Objekten, die zuvor scheinbar auch fachwissenschaftlich als unmagnetisch galten [Far55]. Er untersuchte eine Vielzahl für ihn verfügbarer Gegenstände wie Wasser, Glas, Schwefel, Olivenöl, Kautschuk, Holz, Rindfleisch, Brot und weiterer.

Der experimentelle Aufbau der Gouy-Waage ähnelt demjenigen der Faraday-Waage. Bei der Gouy-Methode wird jedoch ein vollständig homogenes Magnetfeld genutzt. Das



Abbildung 5.7: Darstellung der Versuchsaufbauten für die Messung der magnetischen Suszeptibilität mit der Faraday- (oben), Gouy- (mittig) und Evans-Waage (unten). Die Experimente entsprechen historischen Methoden zur Bestimmung der magnetischen Materialgröße. Fehlen eines Magnetfeldgradienten wird durch die Positionierung der Probe ausgeglichen. Da sich die Probe nicht vollständig zwischen den Polschuhen befindet, ergeben sich lokale Bereiche der Probe mit stärkeren und schwächeren Magnetfeldstärken, sodass sich auch dieses in einer Ortsveränderung der untersuchten Proben ausdrückt [Sau68]. Auch dieser Versuchsaufbau ist in Abbildung 5.7 dargestellt. Ein aktuellere Methode, die sich gewissermaßen als Inversion der Gouy-Methode interpretieren lässt, ist die ebenfalls in Abbildung 5.7 dargestellt Evans-Methode. Bei diesem Aufbau befindet sich eine Probe ebenfalls zum Teil innerhalb und zum Teil außerhalb eines homogenen Magnetfeldes. Jedoch ist in diesem Fall nicht die Probe mit der Waage verbunden, sondern die Magneten selbst. Durch ein zweites Paar Magneten, das ebenfalls an der Waage befestigt ist, und eine darin befindliche Spule kann die Verschiebung des primären Magneten durch den Einfluss der Probe ausgeglichen werden. Das sekundäre Magnetfeld steht dann im Verhältnis zur primären Magnetisierung der Probe [Woo10]. Aktuelle Methoden für Messungen der magnetischen Volumensuzeptibilität nutzen beispielsweise supraleitende Quanteninterferenzeinheiten (SQUID) oder die Magnetresonanztomographie (MRT) [Mar12]. Da diese Methoden jedoch für Messungen mit der Magnetismuswaage keine direkte Relevanz besitzen, sollen sie an dieser Stelle nicht näher erläutert werden.

Während Waagen heutzutage nur noch selten für fachwissenschaftliche Bestimmungen magnetischer Volumensuszeptibilitäten genutzt werden, ist die Magnetismuswaage innerhalb der Didaktik ein durchaus bekanntes Experiment. Vor allem im Bereich der Chemiedidaktik wurden Experimente mit der Magnetismuswaage bereits intensiv analysiert und für die Messung von Volumensuszeptibilitäten verwendet. Die sowohl qualitativ als auch quantitativ verwendeten Experimente fokussierten die Untersuchung paramagnetischer Mineralien ohne direkten Alltagsbezug, wie z. B. Kupfersulfat $CuSO_4$, Eisen(III)-chlorid $FeCl_3$ oder Kaliumhexacyanidoferrat(III) $K_3[Fe(CN)_6]$, die jeweils sehr große Werte für die magnetische Volumensuszeptibilität χ_V aufweisen und deren paramagnetischen Eigenschaften somit sehr leicht nachweisbar sind [Cor98, Ber01, Pea14]. Einen Mangel weisen die bisherigen Analysen der Magnetismuswaage jedoch im Bereich diamagnetischer Materialien und insbesondere solcher mit direktem Bezug zur Lebenswelt von Lernenden auf. Zudem wird das Experiment im Bereich der Physikdidaktik fast nicht berücksichtigt. Es existiert hier lediglich eine Forschungsarbeit zur Untersuchung diamagnetischer Substanzen, in der ausgesagt wird, dass sich das in diesem Kapitel beschriebene Experiment allein zum Nachweis der diamagnetischen Eigenschaften von Bismut Bi eignet und bei sämtlichen anderen Stoffen keine Resultate liefert [Wil97]. Im Rahmen dieser Arbeit kann jedoch gezeigt werden, dass die Magnetismuswaage nachweislich für die Demonstration und quantitativen Bestimmung der dia- oder paramagnetischen Eigenschaften vieler Stoffe, die zudem noch allesamt direkten Alltagsbezug besitzen, geeignet ist. Der Bezug der untersuchten Substanzen zu Realwelt und die Bedeutung entsprechender Objekte im Alltag ist für die Vermittlung, wie bereits in Kapitel 5.1.2 diskutiert, von großer Bedeutung [Whi79, Sto00, Hof08, Mer08, Reh10]. Die untersuchten Substanzen sind Wasser (H_2O) , Kochsalz (NaCl), pyrolytisches Graphit (C_{Gr}) (diamagnetisch) sowie Aluminium (Al) (paramagnetisch). Zusätzlich wird Glas in Form von Borosilikatglas untersucht, das durch Siliziumdioxid (SiO_2) als primären Bestandteil repräsentiert wird [Sch07a]. Mit Ausnahme des pyrolytischen Graphits lässt sich für alle Stoffe unmittelbar der Alltagsbezug erkennen. Betrachtet man jedoch pyrolytisches Graphit als spezielle Graphitart, die durch thermische Behandlung reinen Graphits hergestellt werden kann, und berücksichtigt, dass Graphit jedem Lernenden als schreibfähiger Kern eines Bleistiftes bekannt ist, kann auch für dieses Material leicht ein Bezug zur Lebenswelt hergestellt werden.

Die untersuchten Substanzen spiegeln die Tatsache wider, dass paramagnetische Objekte im Alltag deutlich exotischer sind, als dies bei diamagnetischen Stoffen der Fall ist, da mit Aluminium lediglich eine paramagnetische gegenüber vier diamagnetischen Proben untersucht wird. Die theoretische Herleitung der Eigenschaften ergibt sich auf der fachlichen Klärung, wenn berücksichtigt wird, dass alle vier diamagnetischen Proben aufgrund der geringen Leitfähigkeit dem atomaren Magnetismus gemäß Kapitel 4.2.5.2 zuzuordnen sind und die paramagnetischen Eigenschaften von Aluminium mit den Gesetzmäßigkeiten des Pauli-Paramagnetismus für freie Elektronen, wie in Kapitel 4.2.6.2 beschrieben, erklärt werden können. Die theoretischen Werte für die magnetische Volumensuszeptibilität χ_V von Wasser, siehe Gleichung (4.244), und Aluminium, siehe Gleichung (4.312), finden sich bereits in Kapitel 4. Auch für Siliziumdioxid und Natriumchlorid ergibt sich jeweils ein theoretischer Wert für χ_V unter Berücksichtigung der Elektronenzahl Z_a ($Z_{a,SiO_2} = 30, Z_{a,NaCl} = 28$) sowie des molaren Volumens $V_m (V_{m,SiO_2} = 27.02 \,\mathrm{m^3/mol}, V_{m,NaCl} = 22.67 \,\mathrm{m^3/mol})$. Als mittlerer Elektronenradius wird näherungsweise der Bohrsche Atomradius $r_a = a_0$ angenommen. Damit ergeben sich die Werte $\chi_{V,SiO_2} \approx -11.041 \times 10^{-6}$ und $\chi_{V,NaCl} \approx -12.282 \times 10^{-6}$ für die beiden Substanzen. Beide Werte stimmen näherungsweise mit zugehörigen Literaturwerten überein [Lid05]. In Kapitel 4.2.5.1 wurde bereits die komplexe Erklärung der diamagnetischen Eigenschaften von Graphit durch die magnetischen Momente der π -Elektronen erläutert. Aufgrund dieser Struktur sowie des Einflusses der Pyrolyse auf die Materialeigenschaften ist eine vergleichbare theoretische Abschätzung der magnetischen Volumensuszeptibilität χ_V für pyrolytisches Graphit in entsprechender Form nicht möglich.

Die nachfolgenden theoretischen Ausführungen orientieren sich am Vorgehen von Laumann und Heusler (2017) [Lau17b, S. 327 ff.].

5.3.1 Theoretischer Hintergrund

Ausgehend von der magnetischen Kraft \vec{F}_{mag} zwischen Neodymmagnet und Probe, die sich in Form der Massendifferenz Δm auf der Waage ausgedrückt, soll mithilfe der Magnetismuswaage die für jede Substanz spezifische magnetische Volumensuszeptibilität χ_V als Merkmal der Stärke und Art der vorliegenden Magnetismusform bestimmt werden. In der nachfolgenden theoretischen Betrachtung soll der Zusammenhang zwischen der gemessenen Massendifferenz Δm und der zu bestimmenden Größe χ_V hergeleitet werden.

Durch die Gegenwart eines äußeren Magnetfeldes \vec{B} wird in jedem dia- oder paramagnetischen Objekt ein magnetisches Dipolmoment $\vec{\mu}_{\rm P}$ induziert. Damit ergibt sich die Magnetisierung

$$\vec{M}_{\rm P} = \frac{\vec{\mu}_{\rm P}}{V_{\rm P}} \tag{5.5}$$

als magnetisches Dipolmoment pro Volumen $V_{\rm P}$ der Probe. Für dia- und paramagnetischen Proben kann zudem analog zu Gleichung (4.24) in Kapitel 4.1.3 ein näherungsweise linearer Zusammenhang zwischen äußerem Magnetfeld \vec{B} und Magnetisierung der Probe $\vec{M}_{\rm P}$ angenommen werden. Der Zusammenhang ist durch die magnetische Volumensuszeptibilität χ_V und die Vakuumpermeabilität μ_0 als

$$\vec{M}_{\rm P} = \frac{\chi_V}{\mu_0} \cdot \vec{B} \tag{5.6}$$

gegeben. Da aus der Magnetisierung der Probe ein eigenes magnetische Feld resultiert, ergibt sich insgesamt, je nach vorliegender magnetischer Erscheinungsform, eine Verstärkung oder Abschwächung des Magnetfeldes des Neodymmagneten \vec{B} am Ort der Probe. Es ist zudem für die weiteren Ableitungen wichtig zu bedenken, dass das magnetische Dipolmoment der Probe nicht fix ist, sondern vom äußeren Magnetfeld abhängt. Aufgrund dieser Abhängigkeit ist eine grundlegende Herleitung der magnetischen Kraft \vec{F}_{mag} zwischen Probe und Magnetfeld ausgehend von einer thermodynamischen Betrachtung notwendig.

Die formale Herleitung der magnetischen Kraft orientiert sich in weiten Teilen am Vorgehen von Adkins (1975) [Adk75, S. 251 ff.] und Coey (2009) [Coe09, S. 57 ff.]. Nach dem ersten Hauptsatz der Thermodynamik

$$\mathrm{d}U = \mathrm{d}Q + \mathrm{d}W \tag{5.7}$$

ist eine Änderung der inneren Energie dU eines Systemes nur durch Wärmetransport dQ oder Energietransport dW möglich. Durch Definition der Wärmemenge

$$\mathrm{d}Q = T\mathrm{d}S\tag{5.8}$$

über die Temperatur T und die Entropie S und Angabe der Energieänderung mithilfe der intensiven Zustandsvariablen Y_X sowie der extensiven Zustandsvariablen X ergibt sich

$$\mathrm{d}U = T\mathrm{d}S + Y_X\mathrm{d}X.\tag{5.9}$$

Durch Fixierung jeweils einer Variablen von (T, S) und (Y_X, X) ergeben sich die vier Potentiale

$$G(T, Y_X)$$
 (Gibbs-Energie), (5.10)

F(T,X) (Helmholtz-Energie), (5.11)

$$E(S, Y_X)$$
 (Enthalpie), (5.12)

$$U(S,X)$$
 (Innere Energie). (5.13)

Da typischerweise, so auch im Experiment Magnetismuswaage, die Temperatur als näherungsweise konstant angenommen wird, sind für die weiteren Betrachtungen vornehmlich die Gibbs-Energie G und die Helmholtz-Energie F relevant. Aufgrund der Zusammenhänge für die Helmholtz-Energie

$$F = U - TS \tag{5.14}$$

und die Gibbs-Energie

$$G = F - Y_X X \tag{5.15}$$

ergeben sich die Beziehungen

$$\mathrm{d}F = -S\mathrm{d}T + Y_X\mathrm{d}X\tag{5.16}$$

sowie

$$\mathrm{d}G = -S\mathrm{d}T - X\mathrm{d}Y_X.\tag{5.17}$$

Die bisher allgemein verwendeten Zustandsvariablen Y_X und X müssen an dieser Stelle auf die Änderung des magnetischen Zustandes des Systemes übertragen werden. Zur Ableitung der magnetischen Energieänderung dW betrachtet man eine stromdurchflossene Leiterschleife der Länge L mit Radius R ($L = 2\pi R$, Windungszahl n = 1). Analog zur Betrachtung der ebenen, stromdurchflossenen Leiterschleife in Kapitel 4.1.5.1 nutzt man zur Herleitung das Ampèresche Gesetz

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 \cdot I, \qquad (5.18)$$

siehe Gleichung (4.30). Berücksichtigt man die Länge der Leiterschleife L und nimmt an, dass das Feld \vec{B} im Inneren der Spule konstant ist (Windungszahl 1) und im Äußeren verschwindet, ergibt sich für das Wegintegral

$$B \cdot L = \mu_0 \cdot I. \tag{5.19}$$

Ändert sich das Magnetfeld im Inneren der Spule, wird durch diesen Vorgang aufgrund der Lenzschen Regel eine Spannung

$$U_{\rm Ind} = -\frac{\partial}{\partial t} \int \vec{B} \cdot d\vec{A} = -A \cdot \dot{B}$$
(5.20)

induziert, siehe Gleichung (4.57) in Kapitel 4.1.5.2. Um den Stromfluss zu erhalten, muss eine betragsmäßig gleich große Spannung $U = U_{\text{Ind}}$ bereitgestellt werden. Insgesamt ist somit zur Erzeugung des magnetischen Feldes im Inneren der Spule die Energie

$$W = -\int UI \, \mathrm{d}t \tag{5.21}$$

notwendig. Zusammen mit Gleichung (5.19) und (5.20) ergibt sich

$$W = -\int \left(-A \cdot \dot{B}\right) \cdot \left(\frac{B \cdot L}{\mu_0}\right) \, \mathrm{d}t = \int B \cdot \dot{m}_{\mathrm{P}} \, \mathrm{d}t \tag{5.22}$$

und damit

$$\mathrm{d}W = B\mathrm{d}m_{\mathrm{P}},\tag{5.23}$$

wobei $m_{\rm P}$ ein magnetisches Dipolmoment darstellt und die Bezeichnung analog zur vorherigen Bezeichnung des magnetischen Dipolmomentes einer Probe im Kontext der Magnetismuswaage erfolgt.

Da bei experimentellen Untersuchungen in der Regel das externe Magnetfeld und die Temperatur die entscheidenden Variablen darstellen, erscheint die Verwendung der Gibbs-Energie G zur Bestimmung der magnetischen Kraft \vec{F}_{mag} sinnvoll. Für die Gibbs-Energie ergibt sich aus (5.14), (5.15) sowie (5.22)

$$G = F - m_{\rm P}B = U - TS - m_{\rm P}B \tag{5.24}$$

und somit im thermodynamischen Gleichgewicht

$$\mathrm{d}G = -m_{\mathrm{P}}\mathrm{d}B - S\mathrm{d}T.\tag{5.25}$$

Für die Berechnung der magnetischen Kraft $\vec{F}_{\rm mag}$ bestimmt man abschließend aufgrund des allgemeinen Zusammenhanges

$$\vec{F}_{\rm mag} = -\vec{\nabla}G \tag{5.26}$$
bei konstanter Temperatur T die magnetische Kraft als

$$\vec{F}_{\text{mag}} = \vec{\nabla} \left(\vec{\mu}_{\text{P}} \cdot \vec{B} \right). \tag{5.27}$$

Der in Gleichung (5.27) dargestellte Zusammenhang für die magnetische Kraft zwischen einem Magnetfeld der Flussdichte \vec{B} und einem Dipolmoment $\vec{\mu}_{\rm P}$ ist in der Literatur in dieser Form eindeutig belegt [Jac99, Coe09, Fli12b]. Die thermodynamischen Annahmen, die dieser Beziehung zugrunde liegen und weitere Umformungen bedingen, sind jedoch nicht trivial [Bat48, Adk75, Jac99, Coe09]. Trotz der zunächst intuitiv erscheinenden Annahme, dass aufgrund des magnetfeldabhängigen Dipolmomentes der Probe $\vec{\mu}_{\rm P}(\vec{B})$ zusammen mit (5.5) und (5.6) der Ausdruck

$$\vec{F}_{\text{mag}} = \vec{\nabla} \left(\vec{\mu}_{\text{P}}(\vec{B}) \cdot \vec{B} \right) = \frac{\chi_V \cdot V_{\text{P}}}{\mu_0} \cdot \vec{\nabla} \vec{B}^2 \tag{5.28}$$

folgt, gibt es Grund zur Annahme, dass komplexere Analysen der thermodynamischen Vorgänge möglicherweise einen anderen Umgang mit Gleichung (5.27) verlangen. Die mit der Magnetismuswaage eng verwandten Verfahren von Faraday und Gouy nutzen typischerweise zur weiteren Behandlung von Gleichung (5.27) die Annahme

$$\vec{F}_{\text{mag}} = \vec{\nabla} \left(\vec{\mu}_{\text{P}} \cdot \vec{B} \right) \stackrel{!}{=} \vec{\mu}_{\text{P}} \cdot \vec{\nabla} \vec{B}, \qquad (5.29)$$

sodass verglichen mit Gleichung (5.28)

$$\vec{F}_{\text{mag}} = \vec{\mu}_{\text{P}} \cdot \vec{\nabla} \vec{B} = \frac{\chi_V \cdot V_{\text{P}}}{2 \cdot \mu_0} \cdot \vec{\nabla} \vec{B}^2$$
(5.30)

folgt. Eine entsprechende Vorgehensweise ist für ein feldunabhängiges Dipolmoment direkt einsichtig, verlangt für feldabhängige Magnetisierungen jedoch nach genaueren Erklärungen. Der theoretische Ausdruck zur Berechnung der magnetischen Kraft $\vec{F}_{\rm mag}$ wird sowohl von Gouy selbst [Gou89] als auch von weiteren traditionellen Untersuchungen magnetischer Suszeptilibilitäten mithilfe der Gouy-Waage [Kle36, Sel43, Ihr55, Bru62, Mor68, Sau68, Sul71] und darüber hinaus von aktuellen Anwendungen der Methode verwendet [Ber01, Che11]. Eine aussagekräftige Ableitung oder Begründung für die in Gleichung (5.29) dargestellte Annahme fehlt jedoch bei sämtlichen Quellen. Hinweise auf die Komplexität des Problems sind bereits in der Literatur festgehalten [Adk75].

"There are two forms of the first law which may be found in treatments of magnetic effects, and there has been considerable confusion as to which of them is 'correct'."

- Clement John Adkins [Adk75, S. 251]

Einen Hinweis auf die Richtigkeit der unterschiedlichen Ansätze, siehe Gleichung (5.27) und (5.29), kann eine sehr präzise Ausführung der Messmethode oder eine weitergehende theoretische Betrachtung liefern. Beide Ansätze unterscheiden sich im Wesentlichen durch das betrachtete System, das in Gleichung (5.27) sowohl die Probe als auch den Magnet umfasst und sich in Gleichung (5.29) nur auf die Probe bezieht [Adk75]. Für die präzise Ausführung der Messmethode eignen sich Substanzen mit großer magnetischer Suszeptibilität, die große Effektstärken versprechen. Da die in diesem Kapitel dargestellte Methode jedoch die Untersuchung magnetischer Eigenschaften in der Lehre fokussiert und nicht das Ziel hat eine noch bestehende fachliche Diskussion aufzulösen, soll an dieser Stelle lediglich ein Hinweis auf die offenen Aspekte gegeben werden. Aufgrund der in der Literatur häufiger genutzten Beziehung wird nachfolgend Gleichung (5.29) für die Durchführung weiterer Berechnungen verwendet.

Die magnetische Kraft \dot{F}_{mag} zeigt sich im Experiment in Form einer Massendifferenz, die aus der Verstärkung bzw. Abschwächung der Gewichtskraft der Probe parallel zu \vec{e}_z resultiert, siehe Abbildung 5.6. Aus diesem Grund ist für die magnetische Kraft \vec{F}_{mag} lediglich die Kenntnis des Magnetfeldgradienten in z-Richtung von Bedeutung. Zusätzlich sollte berücksichtigt werden, dass die Stärke des Magnetfeldes bzw. des Magnetfeldgradienten mit der Position im Raum variiert, sodass

$$\vec{F}_{\text{mag}} = \frac{\chi_V}{2 \cdot \mu_0} \cdot \int\limits_{V_{\text{P}}} \frac{\partial B_z^2(x, y, z)}{\partial z} \, \mathrm{d}V \cdot \vec{e}_z \tag{5.31}$$

folgt. Die magnetische Kraft wird in diesem Experiment, wie bereits beschrieben, als Änderung der Gewichtskraft $\Delta \vec{F}_g = \Delta m \cdot g$ detektiert. Da $\Delta \vec{F}_g$ nur entlang der z-Koordinate wirkt, folgt die Beziehung

$$\Delta \vec{F}_g = \vec{F}_{\text{mag}} \iff \chi_V = 2 \cdot \mu_0 \cdot \Delta m \cdot g \cdot \left[\int_{V_P} \frac{\partial B_z^2(x, y, z)}{\partial z} \, \mathrm{d}V \right]^{-1} \tag{5.32}$$

zur Bestimmung der magnetischen Volumensuszeptibilität χ_V .

5.3.2 Versuchsaufbau und Durchführung

Der experimentelle Aufbau der Magnetismuswaage, siehe Abbildung 5.8, setzt sich aus einer elektronischen Waage, einem starken Neodymmagneten, einer Einheit aus Abstands- und Probenhalter zur Positionierung der Probe, unterschiedlichen Komponenten zur Positionierung des Magneten sowie den verschiedenen zu untersuchenden Proben selbst zusammen.

Als zentrale Komponente wird eine elektronische Waage mit einer Genauigkeit von 0.01 g (Kern & Sohn, Typ Kern GS) bzw. eine entsprechende Waage mit einer Genauigkeit von 0.001 g (Kern & Sohn, Typ Kern PRJ) verwendet. Während die Waage 0.001 g-Sensitivität bei hinreichender Genauigkeit der weiteren Messgrößen prinzipiell präzisere Messungen ermöglicht, eignet sich die Waage mit einer Genauigkeit von 0.01 g aufgrund ihrer Verfügbarkeit und des vereinfachten Umgangs eher für Lehrsituationen. Die Nutzung zweier Waagen für die Messung der magnetischen Suszeptibilitäten χ_V der Proben ermöglicht einen Vergleich der Messergebnisse und damit eine Einschätzung über den notwendigen technischen Aufwand für eine bestimmte Güte der resultierenden Messdaten.

Neben der Waage als Analyseinstrument ist für den Nachweis dia- und paramagne-



Abbildung 5.8: Versuchsaufbau der Magnetismus zur quantitativen Bestimmung der magnetischen Volumensuszeptibilität dia- und paramagnetischer Proben.

tischer Stoffeigenschaften ein starkes Magnetfeld notwendig. Zur Erzeugung des Magnetfeldes wird ein quaderförmiger Neodymmagnet (N40) verwendet. Die Kantenlänge der quadratischen Grundfläche des Magneten beträgt $a_{\rm M} = 50 \pm 0.05$ mm, seine Höhe lässt sich als $h_{\rm M} = 20 \pm 0.05$ mm angeben. Weiterhin weist der Magnet die Remanenzflussdichte $B_{\rm r} = 1.275 \pm 0.025$ T auf. Um die erwarteten kleinen Effekte noch eindeutig nachweisen zu können, ist die Existenz eines möglichst starken Magnetfeldes grundlegend. Für die Praxisdurchführung sollte jedoch berücksichtigt werden, dass entsprechend starke Neodymmagneten eine erhebliche Verletzungsgefahr aufweisen, sodass Studierende selbst nur unter Beachtung der notwendigen Sicherheitsvorkehrungen das Experiment selbsttätig durchführen sollten. Die Untersuchung von Substanzen, bei denen auch schwächere Magnetfelder eine deutliche Magnetisierung erzeugen, kann dementsprechend auch mit schwächeren Neodymmagneten durchgeführt werden. Die Positionierung der Probe erfolgt wie im Versuchsaufbau dargestellt, siehe Abbil-

dung 5.8, mithilfe eines hölzernen Abstandshalters sowie eines aufgesetzten Probenhalters aus Kunststoff. Durch den Abstandshalter wird die Distanz $D \ge 30 \,\mathrm{cm}$ zwischen



Abbildung 5.9: Probenhalter mit quaderförmigen Ausschnitt zur Positionierung der Proben im Abstand d zum Neodymmagneten beim Experiment Magnetismuswaage.

Magnet und Waage vergrößert. Ein hinreichend großer Abstand ist notwendig, um direkte Einflüsse des Magneten auf die elektronische Waage weitestgehend zu minimieren und sollte je nach Stärke des Magneten angepasst werden. Weiterhin weisen Holz und Kunststoff geringe magnetische Volumensuszeptibilitäten χ_V auf, sodass Wechselwirkungen des Abstands- und Probenhalters mit dem äußeren Magnetfeld deutlich reduziert werden [Rak03, Sun09]. Durch diese Maßnahmen soll versucht werden Beeinflussungen des magnetischen Feldes des Neodymmagneten zu vermeiden und weitere Messartefakte durch Wechselwirkungen zwischen Magnet und Aufbau auszuschließen. Der zur Positionierung der Proben verwendete Probenhalter besitzt einen quaderförmigen Ausschnitt mit quadratischer Querschnittsfläche $A_{\rm H} = a_{\rm H}^2$ (Grundkante der Seitenlänge $a_{\rm H} = 25.65 \pm 0.05 \,\mathrm{mm}$) und Volumen $V_{\rm H} = a_{\rm H}^2 \cdot h_{\rm H}$ (Höhe des Ausschnittes $h_{\rm H} = 5.40 \pm 0.05 \,\mathrm{mm}$) und ermöglicht so die wohldefinierte Positionierung der Proben, siehe Abbildung 5.9.

Da die Position der Probe relativ zum Neodymmagneten für die quantitative Bestimmung der magnetischen Materialeigenschaften von Bedeutung ist, befindet sich dieser im Experiment an einer aus Stativmaterial sowie einem Mikrometerschraubenpositionierer bestehenden Einheit zur Positionierung des Magneten. Für die Durchführung der Experimente ist es notwendig, den Abstand d zwischen Unterseite des Magneten und Oberfläche der Probe bzw. des Probenhalters konstant zu halten. Weiterhin sollte die laterale Position in x- und y-Richtung ebenfalls möglichst konstant gehalten werden. Für die durchgeführten Experimente lässt sich auch hier aussagen, dass die Praxistauglichkeit des Versuches in Lehrkontexten die Wahl der verwendeten Materialien primär bestimmt und weitere Optimierungen durch Verwendung präziserer Komponenten des Versuchsaufbaus aus diesem Grund ausbleiben. Der Abstand zwischen Oberfläche der Probe und Neodymmagnet beträgt bei den Messungen $d = 0.75 \pm 0.25$ mm. Die verhältnismäßig große Messunsicherheit ergibt sich hier aus der absoluten Messbarkeit des Abstandes zwischen Probe und Magnet und nicht aus Schwankungen der Messwerte zwischen den unterschiedlichen Messungen. Durch die Art und Weise der Positionierung von Magnet und Probe kann der Abstand d zwischen den Messungen als näherungsweise gleich eingeschätzt werden. Für eine qualitative Durchführung des Experimentes sollte ebenfalls nur ein geringer Abstand zwischen Magnet und Probe vorhanden sein. Auf eine Positionierungsvorrichtung, die stets denselben Abstand gewährleistet, kann jedoch bei angepassten Vermittlungszielen verzichtet werden. Für die nachfolgenden Betrachtungen befindet sich der Ursprung des Koordinatensystems auf der Unterseite des Magneten. Die Oberseite der Probe bzw. des Probenhalters befindet sich somit bei $z_o = d = 0.75 \pm 0.25 \text{ mm}$ und die Unterseite bei $z_u = d + h_H = 6.15 \pm 0.25 \text{ mm}$. Bei der Durchführung quantitativer Experimente ist zunächst der Einfluss des Magneten auf den Abstands- und Probenhalter ohne Probe zu untersuchen, der trotz der nur schwach magnetischen Materialien nicht vollständig ausgeschlossen werden kann. Dazu wird der Magnet im Abstand d über dem leeren Probenhalter positioniert. Die Tatsache, dass in der Regel bereits hier ein Massenunterschied auf der Waage angezeigt wird, verweist auf eine Wechselwirkung zwischen Magnet und Versuchsaufbau. Diese Messung kann als Referenzmessung interpretiert werden, zu der alle nachfolgenden Messungen in Beziehung gesetzt werden sollten. Zusätzlich zu den Wechselwirkungen zwischen Magnet und Abstands- bzw. Probenhalter können auf diese Art und Weise auch Wechselwirkungen zwischen Magnet und Waage berücksichtigt werden. Wird die zu untersuchende Probe in den Probenhalter eingesetzt, sollte zunächst kontrolliert werden, dass der Magnet außerhalb des Einflussbereichs in Position A auch mit Probe keine Kraft auf die Waage ausübt. Anschließend wird der Magnet in Position B verfahren und die Kraft zwischen Neodymmagnet und Probe über den Massenunterschied Δm bestimmt. Wiederholt man diesen Vorgang für dieselbe Probe, zeigt sich, dass die Messwerte gewisse Streuungen aufweisen. Dies gilt insbesondere für die Waage mit einer Messgenauigkeit von 0.001 g. Aus diesem Grund sollten stets mehrere Messungen in Position A und B für jede der zu untersuchenden Proben durchgeführt werden. Bei den in Kapitel 5.3.3 dargestellten Ergebnissen werden jeweils fünf Messungen außerhalb des Wirkungsbereiches in Position A und fünf Messungen über der Probe in Position B durchgeführt, um Varianzen der Messwerte zu berücksichtigen.

Um dem Experiment mithilfe von Gleichung (5.32) quantitative Aussagen über die magnetische Volumensuszeptibilität χ_V des jeweiligen Stoffes entnehmen zu können, muss neben der eigentlichen Messgröße Δm sowie den Konstanten $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ und $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ N/A}^2$ die räumliche Verteilung des Magnetfeldgradienten mit Bezug zum Volumen der Probe $V_{\rm P}$ eingebracht werden. Eine exakte Beschreibung des Vorgehens für die Bestimmung der Massendifferenz, der Abmessungen der Probe sowie der räumlichen Verteilung des Magnetfeldgradienten findet sich nachfolgend in den Kapitel 5.3.2.1 bis 5.3.2.3.

5.3.2.1 Bestimmung des Massenunterschiedes

Die Bestimmung des Massenunterschiedes Δm erfolgt experimentell. Dazu werden unterschiedliche Referenzmessungen durchgeführt. Zunächst wird die Waage mit leerem Probenhalter ohne Einfluss des Magnetfeldes tariert, sodass theoretisch $m_{\text{Leer},0} = 0$ gelten sollte. Da der Magnet sowohl mit der Waage als auch mit dem Probenhalter schwach in Wechselwirkung tritt, wird im Anschluss die Masse des leeren Probenhalters unter Einfluss des Magnetfeldes $m_{\text{Leer},B}$ bestimmt. Um die Reproduzierbarkeit der Messungen gewährleisten zu können, werden jeweils fünf Messungen des leeren Probenhalters mit und ohne äußeres Magnetfeld durchgeführt. Dabei zeigt sich, dass insbesondere bei der Waage mit einer Genauigkeit von 0.001 g der Wert $m_{\text{Leer},0}$ trotz Tarierung teilweise leicht von Null abweicht. Für den Massenunterschied des leeren Probenhalters durch Einflussnahme eines äußeren Magnetfeldes gilt somit im Allgemeinen

$$\Delta m_{\text{Leer}} = m_{\text{Leer},B} - m_{\text{Leer},0}.$$
(5.33)

Nach dem Einsetzen der Probe wird analog zunächst die Masse des Probenhalters mit Probe ohne Einfluss des Magnetfeldes $m_{\text{Probe},0}$ und anschließend mit Magnetfeld $m_{\text{Probe},B}$ bestimmt. Auch an dieser Stelle werden jeweils fünf Messungen mit und ohne Einflussnahme des Magneten durchgeführt. Der Massenunterschied des mit der Probe gefüllten Probenhalters durch Einfluss eines äußeren Magnetfeldes Δm_{Probe} ergibt sich somit als

$$\Delta m_{\text{Probe}} = m_{\text{Probe},B} - m_{\text{Probe},0}.$$
(5.34)

Da für die Bestimmung der magnetischen Volumensuszeptibilität Δm jedoch ausschließlich die durch das Magnetfeld an der Probe verursachte Massendifferenz maßgeblich ist, ergibt sich

$$\Delta m = \Delta m_{\text{Probe}} - \Delta m_{\text{Leer}} = (m_{\text{Probe},B} - m_{\text{Probe},0}) - (m_{\text{Leer},B} - m_{\text{Leer},0}). \tag{5.35}$$

Die praktische Durchführung des Experimentes offenbart, dass die Bestimmung der Massen stark vom Abstand zwischen Magnet und Probe abhängt. Die Position der Probe ist im Experiment fixiert. Der Magnet wird jedoch wie zu Beginn von Kapitel 5.3.2 beschrieben mechanisch über die Probe bewegt. Dabei besteht die Gefahr, dass der Abstand zwischen Magnet und Probe sich durch die mechanische Positionierung im Laufe der Messungen ändert. Um diese Veränderungen abschätzen und potentielle Einflüsse berücksichtigen zu können, wird zunächst die Massendifferenz des leeren Probenhalters, im Anschluss daran die Massendifferenz mit eingesetzter Probe bestimmt und zum Abschluss erfolgt eine Wiederholung der Messung der Massendifferenz des leeren Probenhalters. Ein Vergleich sowie eine Mittelwertbildung der zu Beginn und zum Abschluss bestimmten Massendifferenzen des leeren Probenhalters berücksichtigt den Einfluss möglicher mechanischer Veränderungen des Aufbaus auf die Massendifferenzen während der Messungen. Für die absolute Bestimmung des Massenunterschiedes Δm aus den durchgeführten Messungen gilt somit abschließend

$$\Delta m = \Delta m_{\text{Probe}} - \frac{\Delta m_{\text{Leer, Vorher}} + \Delta m_{\text{Leer, Nachher}}}{2}.$$
 (5.36)

Die jeweils fünffache Wiederholung der Messungen der Massen wird durch einfache Mittelwertbildung berücksichtigt.

Für die Angabe der Messunsicherheit der Massendifferenz wird für jede Massenbestimmung bei einer Waage mit einer Genauigkeit von 0.01g eine Unsicherheit von $\Delta m_{0.01} = 0.005$ g und bei einer Waage mit einer Genauigkeit von 0.001g eine Unsicherheit von $\Delta m_{0.001} = 0.0005$ g angenommen. Aufgrund der Messwiederholungen wird zudem zu jedem Mittelwert die Standardabweichung berechnet. Die vollständige Angabe der Messunsicherheit für den Massenunterschied $\Delta(\Delta m)$ gemäß der Gaußschen Fehlerfortpflanzung.

5.3.2.2 Bestimmung der Probenabmessungen

Für die Bestimmung des Probevolumens $V_{\rm P}$ müssen zwei Fälle unterschieden werden. Die Unterscheidung erfolgt je nachdem, in welchem Zustand die zu untersuchenden Proben vorliegen, siehe Abbildung 5.10. Für die Proben aus Aluminium und pyrolytischem Graphit liegen kleine Blöcke vor, deren Volumen $V_{\rm P}$ dem Volumen des Ausschnittes des Probenhalters $V_{\rm H}$ entspricht. Für das Volumen dieser Proben gilt somit $V_{\rm P} = V_{\rm H}$. Die Proben aus Kochsalz und Siliziumdioxid liegen jedoch jeweils in granularer Form vor und füllen das Volumen des Ausschnittes des Probenhalters somit nicht vollständig aus, da zusätzlich Luft eingeschlossen wird. Um das vorhandene Volumen $V_{\rm P}$ dieser Proben bestimmen zu können, lassen sich einzelne Messungen der Massenbestimmung aus Kapitel 5.3.2.1 nutzen. Mithilfe der Bestimmungen der Massen sowie der Berechnung der tatsächlich vorliegenden Probenmasse $m_{\rm P}$ gemäß

$$m_{\rm P} = m_{\rm Probe,0} - \frac{m_{\rm Leer,0,Vorher} + m_{\rm Leer,0,Nachher}}{2}$$
(5.37)

ergibt sich zusammen mit der Dichte $\rho_{\rm P}$ der jeweiligen Substanz das Volumen als

$$V_{\rm P} = \frac{m_{\rm P}}{\varrho_{\rm P}}.\tag{5.38}$$

Auch für Wasser, welches in flüssiger Form untersucht wird und den Großteil des Probenhalters scheinbar ausfüllt, wird sicherheitshalber das Volumen über die bestimmten Massen ermittelt.



Abbildung 5.10: Vergleichende Darstellung der Füllung des Probenhalters bei blockförmigen und flüssigen Proben (links) und Proben in granular Form (rechts).

Für die in Kapitel 5.3.3 dargestellten Ergebnisse liegt für pyrolytisches Graphit und Aluminium ein Probevolumen $V_{\rm P} = 3.553 \pm 0.034 \,{\rm cm}^3$ vor. Für die granularen Proben aus Siliziumdioxid und Salz weicht das reale Volumen stark von diesem Wert ab. Die Massenbestimmung ergibt für die Kugeln aus Borosilikatglas ein Volumen von nur $V_{\rm P} = 1.954 \pm 0.001 \,{\rm cm}^3 \,(0.55 \cdot V_{\rm H})$ für die Waage mit 0.01 g-Genauigkeit bzw. $V_{\rm P} = 1.781 \pm 0.001 \,{\rm cm}^3 \,(0.50 \cdot V_{\rm H})$ für die Waage mit 0.001 g-Genauigkeit und für Kochsalz ein Probevolumen von $V_{\rm P} = 2.099 \pm 0.002 \,{\rm cm}^3 \,(0.59 \cdot V_{\rm H})$ für die Waage mit 0.01 g-Genauigkeit bzw. $V_{\rm P} = 2.348 \pm 0.001 \,{\rm cm}^3 \,(0.66 \cdot V_{\rm H})$ für die Waage mit 0.001 g-Genauigkeit. Für Wasser ergibt sich über die Massenbestimmung das Probevolumen $V_{\rm P} = 3.431 \pm 0.002 \,{\rm cm}^3 \,(0.97 \cdot V_{\rm H})$ für die Waage mit 0.01 g-Genauigkeit bzw. $V_{\rm P} = 3.238 \pm 0.002 \,{\rm cm}^3 \,(0.91 \cdot V_{\rm H})$ für die Waage mit 0.001 g-Genauigkeit, sodass von Wasser nahezu das vollständige Volumen des Probenhalters, wie angenommen, ausgefüllt ist. Diese expliziten Werte für das jeweilige Probevolumen sind für die Berechnungen der magnetischen Volumensuszeptibilität χ_V stets zu berücksichtigen.

5.3.2.3 Bestimmung des Magnetfeldgradienten

Die Bestimmung der räumlichen Verteilung des Magnetfeldgradienten stellt einen zentralen Aspekt der vorliegenden Untersuchung zur Analyse magnetischer Volumensuszeptibilitäten dar. Aufgrund der hervorgehobenen Bedeutung erfolgt die Bestimmung sowohl theoretisch durch die Berechnung des Magnetfeldes des verwendeten Neodymmagneten als auch über reale Messungen der Magnetfeldstärke. Die Notwendigkeit der Bestimmung der räumlichen Verteilung des Magnetfeldgradienten ergibt sich aus Gleichung (5.32). Bevor die theoretische und experimentelle Bestimmung des Gradienten genauer beschrieben wird, soll zunächst der Term $\int_{V_{\rm P}} (\partial B_z^2(x, y, z))/(\partial z) \, dV$ aus Gleichung (5.32) mit Bezug zur Magnetismuswaage weiter vereinfacht werden. Analog zur Bestimmung der Probenabmessungen muss auch an dieser Stelle zwischen den unterschiedlichen vorliegenden Proben unterschieden werden, siehe Abbildung 5.10. Wie bereits erläutert, wird das gesamte Volumen des Probenhalters $V_{\rm H}$ von den Proben aus Aluminium, pyrolytischem Graphit und Wasser nahezu vollständig ausgefüllt. In diesem Fall gilt somit

$$\int_{V_{\rm P}} \frac{\partial B_z^2(x, y, z)}{\partial z} \, \mathrm{d}V = \int_{V_{\rm H}} \frac{\partial B_z^2(x, y, z)}{\partial z} \, \mathrm{d}V \tag{5.39}$$

$$= \int_{-a_{\rm H}/2}^{a_{\rm H}/2} \int_{z_{\rm o}}^{a_{\rm H}/2} \int_{z_{\rm o}}^{z_{\rm u}} \frac{\partial B_z^2(x, y, z)}{\partial z} \, \mathrm{d}x \, \mathrm{d}y \, \mathrm{d}z \tag{5.40}$$

$$= \int_{-a_{\rm H}/2}^{a_{\rm H}/2} \int_{-a_{\rm H}/2}^{a_{\rm H}/2} \left[B_z^2(x, y, z_{\rm u}) - B_z^2(x, y, z_{\rm o}) \right] \, \mathrm{d}x \, \mathrm{d}y \tag{5.41}$$

$$\approx \frac{1}{n_{\rm P}} \cdot \sum_{i=1}^{m_x - 1} \sum_{j=1}^{m_y - 1} \left[\bar{B}_{z,ij}^2(z_{\rm u}) - \bar{B}_{z,ij}^2(z_{\rm o}) \right] \cdot A_{\rm H}$$
(5.42)

$$= \frac{1}{n_{\rm P}} \cdot \sum_{i=1}^{m_x-1} \sum_{j=1}^{m_y-1} \left[\bar{B}_{z,ij}^2(z_{\rm u}) - \bar{B}_{z,ij}^2(z_{\rm o}) \right] \cdot \frac{1}{h_{\rm H}} \cdot V_{\rm P}$$
(5.43)

mit der mittleren Flussdichte pro Flächenstück in z-Richtung

$$\bar{B}_{z,ij}(z) = \frac{1}{4} \cdot \sum_{i}^{i+1} \sum_{j}^{j+1} B_z(x_i, y_i, z).$$
(5.44)

Anstelle einer Integration in x- und y-Richtung wird die Querschnittsfläche der Probe in $n_{\rm P} = (m_x - 1) \cdot (m_y - 1) = 100$ Teilflächen A_{ij} , siehe Abbildung 5.11, unterteilt.



Abbildung 5.11: Schema zur Bestimmung der räumlichen Verteilung des Magnetfeldgradienten nach Messung der z-Komponente des Magnetfeldes im Abstand $z_{\rm u}$ und $z_{\rm o}$ zum Magneten bei Unterteilung in $n_{\rm P} = 100$ Teilflächen A_{ij} im Bereich des Querschnittes der Probe $A_{\rm P}$ und $n_{\rm M} = 400$ Teilflächen im Bereich des Querschnittes des Magneten $A_{\rm M}$.

Dabei entsprechen m_x und m_y den Messpunkten in x- und y-Richtung. Die mittlere Stärke des Magnetfeldes jeder Teilfläche ergibt sich als Mittelwert aus den vier Feldstärken $B_z(x_i, y_j, z)$, $B_z(x_{i+1}, y_j, z)$, $B_z(x_i, y_{j+1}, z)$ und $B_z(x_{i+1}, y_{j+1}, z)$ an den Ecken der Teilflächen, siehe ebenfalls Abbildung 5.11. Diese abschnittsweise Bestimmung des Magnetfeldes in unterschiedlichen Abständen zur Probe, d. h. bei z_o und z_u , ergibt näherungsweise die räumliche Verteilung des Magnetfeldgradienten. Der letzte Umformungsschritt ergibt sich aus der Tatsache, dass die Messgröße im Experiment durch V_P gegeben ist und für die Proben aus Aluminium, pyrolytischem Graphit und Wasser $V_P = V_H = A_H \cdot h_H$ gilt.

Um den mittleren Magnetfeldgradienten zu bestimmen, kann die jeweilige Feldstärke mithilfe einer Magnetfeldsonde gemessen oder aber durch theoretische Berechnungen bestimmt werden. Die Angabe der Werte der expliziten Durchführung beider Bestimmungsmethoden erfolgt im weiteren Verlauf dieses Kapitels. Zuvor ist jedoch eine zu Gleichung (5.39) bis (5.43) analoge Herleitung für die in granularer Form vorliegenden Proben aus Salz und Borosilikatglas anzugeben. Aufgrund der Probenstruktur ähnelt diese der obigen Vorgehensweise, wobei jedoch gewisse Anpassungen vorzunehmen sind.

Im Falle granularer Substanzen ist es notwendig zu berücksichtigen, dass nur die vom Material ausgefüllten Bereiche zur magnetischen Kraft beitragen, siehe Abbildung 5.10. Für die Volumenintegration ergibt sich somit zunächst für k Elemente der granularen Substanz der Ansatz

$$\int_{V_{\rm P}} \frac{\partial B_z^2(x, y, z)}{\partial z} \, \mathrm{d}V = \sum_k \int_{V_{\rm P,k}} \frac{\partial B_z^2(x, y, z)}{\partial z} \, \mathrm{d}V.$$
(5.45)

Da sich jedes der k Elemente der granularen Substanz jedoch in einem anderen Bereich des Magnetfeldes befindet, muss die Integration und damit die Feldmessung somit für sämtliche Koordinaten des Volumens des Probenhalters erfolgen. Es ist jedoch unter gewissen Annahmen möglich die Berechnung analog zu Gleichung (5.43) durchzuführen. Dies soll anhand eines vergleichenden Beispiels für die Integration in einer Raumrichtung erläutert werden. Die Annahmen bedingen, dass die granulare Substanz und die Fehlstellen homogen im gesamten Volumen verteilt sind und das Volumen bis zu den Grenzen ausfüllen. Mit Bezug zur Magnetismuswaage muss der zu untersuchende Stoff somit bis zum Rand des Volumens des Probenhalters eingefüllt werden.

Als vergleichendes Beispiel für die Berechnung in einer Dimension betrachten wir die



Abbildung 5.12: Visualisierung der Flächenberechnung zur Funktion $B_z^2(z) = B_z^2(x = 0, y = 0, z)$ im Intervall $z \in [z_o = 0.75 \text{ mm}; z_u = 6.15 \text{ mm}]$ für das Gesamtintervall und bei Auslassung von Teilintervallen als vergleichendes Beispiel.

Integration bzw. die Flächenberechnung des Gradienten der quadrierten z-Komponente des Magnetfeldes im Zentrum der Probe $\partial B_z^2(z)/\partial z = \partial B_z^2(0,0,z)/\partial z$ im Intervall $z \in [z_0 = 0.75 \text{ mm}; z_u = 6.15 \text{ mm}]$, siehe Abbildung 5.12. Damit entspricht die Rechnung des vergleichenden Beispiels dem tatsächlichen Zusammenhang, siehe Gleichung (5.39), bei Integration in einer Raumdimension. Für die entsprechende Funktion ergibt sich entsprechend der Bestimmung der magnetischen Flussdichte eines Stabmagneten in Richtung der Magnetisierung B_z

$$B_{z}(z) = \frac{B_{\rm r}}{\pi} \cdot \left[\arctan\left(\frac{a_{\rm M}^{2}/z}{2\sqrt{2a_{\rm M}^{2} + 4z^{2}}}\right) - \arctan\left(\frac{a_{\rm M}^{2}/(z+h_{\rm M})}{2\sqrt{2a_{\rm M}^{2} + 4(z+h_{\rm M})^{2}}}\right) \right]$$
(5.46)

nach Kapitel 4.1.3.1 am Ort x = 0 und y = 0 [Eng05]. Um eine analoge Situation zur Berechnung des Magnetfeldgradienten bei granularer Materie für die Magnetismuswaage zu erhalten, betrachten wir die Integration bei Auslassung einzelner Teilintervalle. Diese Auslassung von Teilintervallen und die damit verbundene Berechnung vieler Einzelflächen entspricht der Integration für die k Elemente der granularen Substanz mit leeren Zwischenräumen bei der Magnetismuswaage. Während die von Materie gefüllten und freien Zwischenräume der Magnetismuswaage näherungsweise gleich groß sind, stimmen die zu berechnenden und ausgelassenen Intervalle in ihrer Länge jeweils exakt überein. Es zeigt sich, dass die Berechnung vieler Teilintervalle sehr aufwändig ist.

| Gefüllte Teilintervalle | $\begin{array}{c} {\rm Effektive\ Intervall-}\\ {\rm länge\ L_{eff}/[mm]} \end{array}$ | Exakte Fläche/[T ²] | Genäherte Fläche/[T ²] | Abweichung |
|----------------------------|--|------------------------------------|---------------------------------------|------------|
| 1 | 5.40 | -0.043236 | - | - |
| 2 | 3.60 | -0.028654 | -0.028824 | 0.59% |
| 3 | 3.24 | -0.025832 | -0.025942 | 0.42% |
| 5 | 3.00 | -0.023957 | -0.024020 | 0.26% |
| 8 | 2.88 | -0.023021 | -0.023059 | 0.16% |
| 14 | 2.80 | -0.022398 | -0.022419 | 0.09% |
| 38 | 2.74 | -0.021899 | -0.021906 | 0.03% |

Tabelle 5.1: Zusammenfassende Darstellung der Flächenberechnung zur Funktion $\partial B_z^2(z)/\partial z$ im Intervall $z \in [z_o = 0.75 \text{ mm}; z_u = 6.15 \text{ mm}]$ für das Gesamtintervall und bei Auslassung von Teilintervallen.

In Tabelle 5.1 ist für die in Abbildung 5.12 visualisierten Beispiele jeweils die exakt berechnete Fläche als Summe der Teilintervalle angegeben. Zudem ist jeweils auch die effektive Gesamtintervalllänge $L_{\rm eff}$ angegeben. Im Vergleich zur Magnetismuswaage entspricht das vollständige Volumen des Probenhalters $V_{\rm H}$ in diesem Beispiel der vollständigen Intervalllänge $L_0 = 5.40 \,\mathrm{mm}$ und das real gefüllte Probevolumen $V_{\rm P}$ der effektiven Gesamtintervalllänge $L_{\rm eff}$. Ausgehend von dieser effektiven Intervalllänge $L_{\rm eff}$ soll gemäß

$$\alpha = \frac{L_{\text{eff}}}{L_0} \tag{5.47}$$

ein Korrekturfaktor α definiert werden. Mithilfe dieses Korrekturfaktors und der vollständigen Flächenberechnung über das gesamte Intervall soll die Summe der Teilintervalle näherungsweise mithilfe der Beziehung

$$\sum_{k} \int_{L_{k}} f(x) \, \mathrm{d}x \approx \alpha \cdot \int_{L_{0}} f(x) \, \mathrm{d}x \approx \frac{L_{\mathrm{eff}}}{L_{0}} \cdot \int_{L_{0}} f(x) \, \mathrm{d}x \tag{5.48}$$

berechnet werden. Für das in Abbildung 5.12 dargestellte Beispiel finden sich die Ergebnisse der exakt und mithilfe von Gleichung (5.48) näherungsweise berechneten Flächen in Tabelle 5.1 aufgeführt.

Wie zu erkennen ist, ergibt sich bereits bei 38 Teilintervallen und dementsprechend 37 ausgelassenen Intervallen im Vergleich zur exakten Berechnung durch die angenäherte Flächenberechnung eine Abweichung von ca. 0.03%. Die Anzahl k der Elemente der granularen Substanz im Experiment ist jedoch wesentlich größer, sodass bei einer deutlich größeren Anzahl homogen verteilter Teilintervalle bis zu den Grenzen des gesamten Intervall die Näherung gemäß Gleichung (5.48) als angemessen eingeschätzt werden kann. Nun muss diese Näherung auf das Experiment zur Magnetismuswaage bei Vorliegen granularer Materie übertragen werden. Anstelle der effektiven Intervalllänge $L_{\rm eff}$ wird dort das reale Probevolumen $V_{\rm P}$ verwendet, dessen Bestimmung in Kapitel 5.3.2.2 beschrieben wird. Es gilt somit

$$\sum_{k} \int_{V_{\mathrm{P},k}} \frac{\partial B_{z}^{2}(x,y,z)}{\partial z} \, \mathrm{d}V \approx \frac{V_{\mathrm{P}}}{V_{\mathrm{H}}} \int_{V_{\mathrm{H}}} \frac{\partial B_{z}^{2}(x,y,z)}{\partial z} \, \mathrm{d}V.$$
(5.49)

Mithilfe der Näherung aus Gleichung (5.48) ergibt sich für Gleichung (5.45) und danach analog zur Ableitung von (5.43)

$$\int_{V_{\rm P}} \frac{\partial B_z^2(x, y, z)}{\partial z} \, \mathrm{d}V = \sum_k \int_{V_{\rm P,k}} \frac{\partial B_z^2(x, y, z)}{\partial z} \, \mathrm{d}V \tag{5.50}$$

$$\approx \frac{V_{\rm P}}{V_{\rm H}} \cdot \int_{V_{\rm P}} \frac{\partial B_z^2(x, y, z)}{\partial z} \, \mathrm{d}V$$
 (5.51)

$$= \frac{V_{\rm P}}{V_{\rm H}} \cdot \frac{1}{n_{\rm P}} \cdot \sum_{i=1}^{m_x-1} \sum_{j=1}^{m_y-1} \left[\bar{B}_{z,ij}^2(z_{\rm u}) - \bar{B}_{z,ij}^2(z_{\rm o}) \right] \cdot A_{\rm H}$$
(5.52)

$$= \frac{1}{n_{\rm P}} \cdot \sum_{i=1}^{m_x-1} \sum_{j=1}^{m_y-1} \left[\bar{B}_{z,ij}^2(z_{\rm u}) - \bar{B}_{z,ij}^2(z_{\rm o}) \right] \cdot \frac{V_{\rm P}}{h_{\rm H}}.$$
 (5.53)

Somit entspricht Gleichung (5.53) dem zuvor abgeleiteten Gleichung (5.43) und ermöglicht unabhängig von der Form der Probe für alle fünf untersuchten Substanzen die einheitliche Berechnung der magnetischen Volumensuszeptibilität χ_V . Für die Berechnung ist die Bestimmung des Probenvolumens $V_{\rm P}$, der Höhe des Probenhalters $h_{\rm H}$ sowie die Kenntnis der z-Komponente der magnetischen Flussdichte \vec{B}_z an den in Abbildung 5.11 visualisierten Punkten notwendig. Letztere kann, wie bereits ausgeführt, experimentell und theoretisch bestimmt werden.

Die experimentelle Messung, siehe Abbildung 5.11, erfolgt mithilfe einer Hallsonde. Diese wird mit drei Mikrometerschraubenpositionierern so befestigt, dass die Position in allen drei Raumrichtungen eingestellt werden kann. Es erfolgt im Abstand $z_{\rm o} = 0.75$ mm, $z_{\rm m} = 3.45$ mm und $z_{\rm u} = 6.15$ mm eine Abrasterung mit Aufnahme von jeweils 441 Messpunkten. Der vertikale und horizontale Abstand zwischen zwei Messpunkten beträgt somit 2.5 mm. Da für den Abstand zwischen Probe und Magnet der Abstand $d = 0.75 \pm 0.25$ mm eine vergleichsweise großen Messunsicherheit aufgrund der Bestimmung dieses Abstandes im Experiment Magnetismuswaage angegeben werden muss, wird der Einfluss einer Abstandsvariation um $\Delta d = 0.25$ mm auf B_z ebenfalls untersucht. Es zeigt sich, dass die durchschnittliche Abweichung der Werte der magnetischen Flussdichte in z-Richtung ca. 7.5% des jeweiligen Wertes beträgt.

Für die theoretische Bestimmung der magnetischen Flussdichte kann die Formel für die Bestimmung des Magnetfeldes eines Stabmagneten aus Kapitel 4.1.3.1 verwendet werden [Eng05]. Angewendet auf die für die Komponenten der Magnetismuswaage gewählten Bezeichnungen erhält man

$$B_z(x,y,z) = -\frac{B_r}{4\pi} \cdot \sum_{k,l,m,=1}^2 (-1)^{k+l+m} \cdot \frac{\tilde{x}\tilde{z}}{|\tilde{x}||\tilde{z}|} \cdot \arctan\left(\frac{|\tilde{x}|\tilde{y}|}{|\tilde{z}| \cdot \sqrt{\tilde{x}^2 + \tilde{y}^2 + \tilde{z}^2}}\right)$$
(5.54)

mit

$$\tilde{x} = x + \frac{a_{\mathrm{M}}}{2} \cdot (-1)^k, \quad \tilde{y} = y + \frac{a_{\mathrm{M}}}{2} \cdot (-1)^l, \quad \tilde{z} = z + \frac{h_{\mathrm{M}}}{2} \cdot (-1)^m$$

für die z-Komponente des magnetischen Feldes.

In Abbildung 5.13 ist im Vergleich der Verlauf der z-Komponente des Magnetfeldes für unterschiedliche Abstände zum Magneten in Abhängigkeit von x für y = 0 dargestellt. Es zeigt sich, dass die Profile im Rahmen der Messunsicherheiten übereinstimmen. Aufgrund der starken Randeffekte, siehe Abbildung 5.14, erscheint es sinnvoll das Maß der Proben, wie im Experiment erfolgt, auf das Zentrum des Magneten zu beschrän-



Abbildung 5.13: Vergleich der experimentellen und theoretischen Bestimmung der z-Koordinate des Magnetfeldes B_z bei Variation der horizontalen Position x (y = 0) im Abstand z zum Magneten.

ken. Zudem erweist es sich als sinnvoll den Gradienten, wie zuvor beschrieben, als Mittelwert der einzelnen Teilflächen zu berechnen, um so laterale Abweichungen des Gradienten berücksichtigen zu können, siehe Abbildung 5.11. Im Verlauf der Untersuchungen werden auch Proben mit größeren Querschnittsflächen untersucht. Aufgrund der Randeffekte sind die zugehörigen Werte der magnetischen Volumensuszeptibilität χ_V jedoch schwierig interpretierbar und im Vergleich mit kleineren Querschnitten weniger aussagekräftig.

Eine dritte Möglichkeit den Magnetfeldgradienten zu bestimmen besteht darin, ohne Berücksichtigung der Ober- und Unterseite der Probe den Wert für die Änderung des Magnetfeldes direkt durch Ausführung der analytischen Ableitung innerhalb des Integrals, siehe Gleichung (5.39), auf halber Höhe der Probe bei $z_{\rm m} = d + h_{\rm P}/2$ zu berechnen. Hier ergibt sich ähnlich zum vorherigen Zusammenhang in Gleichung (5.43)

$$\int_{V_{\rm P}} \frac{\partial B_z^2(x, y, z)}{\partial z} \, \mathrm{d}V \approx \frac{1}{n_{\rm P}} \cdot \sum_{i=1}^{m_x - 1} \sum_{j=1}^{m_y - 1} \frac{\partial \bar{B}_{z,ij}^2(z_{\rm m})}{\partial z} \cdot V_{\rm P}$$
(5.55)

mit dem mittleren Wert

$$\frac{\partial \bar{B}_{z,ij}^2(z)}{\partial z} = \frac{1}{4} \cdot \sum_{i}^{i+1} \sum_{j}^{j+1} \left[\frac{\partial B_z^2(x,y,z)}{\partial z} \right]_{x_i,y_j}$$
(5.56)

bei gleicher Aufteilung der Querschnittsflächen in Abschnitte A_{ij} wie bei den vorherigen Rechnungen beschrieben und in Abbildung 5.11 dargestellt. Dabei wird die analytische Ableitung des theoretischen Zusammenhangs für das Magnetfeld aus Gleichung (5.54) genutzt.

Nach Durchführung der Feldmessungen ergibt sich experimentell mit Gleichung (5.43)



Abbildung 5.14: Experimentelle Bestimmung des räumlichen Verlaufes des Magnetfeldes verwendeten Neodymmagneten bei z_o und z_u . Der gekennzeichnete Bereich im Zentrum zeigt den Probenquerschnitt A_P .

bzw. (5.53) für die z-Komponente des quadrierten Magnetfeldgradienten

$$\left[\int_{V_{\rm P}} \frac{\partial B_z^2(x, y, z)}{\partial z} \, \mathrm{d}V\right]_{\rm exp} = \left[-10.577 \pm 1.692 \,\mathrm{T}^2/\mathrm{m}\right] \cdot V_{\rm P}.$$
(5.57)

Die theoretische Berechnung mithilfe von Gleichung (5.53) ergibt für dieselbe Größe

$$\left[\int_{V_{\rm P}} \frac{\partial B_z^2(x, y, z)}{\partial z} \, \mathrm{d}V\right]_{\rm theo, u-o} = \left[-10.275 \pm 0.097 \,\mathrm{T}^2/\mathrm{m}\right] \cdot V_{\rm P}.$$
(5.58)

Durch Gleichung (5.55) ergibt sich zusätzlich der theoretische Wert dieser Größe bei analytischer Berechnung des Gradienten in der Mittel der Probe als

$$\left[\int_{V_{\rm P}} \frac{\partial B_z^2(x, y, z)}{\partial z} \, \mathrm{d}V\right]_{\rm theo,m} = \left[-10.390 \pm 0.122 \,\mathrm{T}^2/\mathrm{m}\right] \cdot V_{\rm P}.$$
(5.59)

Diese Berechnung weist somit zusätzlich zur in Abbildung 5.13 dargestellten Messung auf eine gute Übereinstimmung zwischen dem experimentellen und den theoretischen Werte hin. Für die nachfolgenden Berechnungen soll der experimentell bestimmte Magnetfeldgradient genutzt werden, um die Eigenschaften des jeweiligen Magneten individuell berücksichtigen zu können. Insbesondere bei älteren und bereits vielfach benutzten Magneten kann es durch thermische oder mechanische Einflüsse zu stärkeren Abweichungen zwischen dem real vorliegenden und mithilfe eines Experimentes zu bestimmenden Feldverlauf und der theoretischen Berechnung kommen, die diese Einflüsse nicht berücksichtigen kann. Die nachfolgend in Kapitel 5.3.3 bestimmten Ergebnisse beziehen sich auf den experimentellen Zusammenhang, siehe Gleichung (5.32) und (5.57).

5.3.3 Messergebnisse und Diskussion

Die Darstellung der Messergebnisse zur Bestimmung der magnetischen Volumensuszeptibilität χ_V erfolgt zunächst separat für beide Waagen. Siehe dazu in Kapitel 5.3.3.1 die Ergebnisse für die Waage mit 0.01 g-Sensitivität und in Kapitel 5.3.3.2 für die Waage mit 0.001 g-Sensitivität. Abschließend erfolgt eine vergleichende Diskussion der jeweiligen Werte in Kapitel 5.3.3.3.

5.3.3.1 Messergebnisse der Waage mit 0.01 g-Genauigkeit

Die Ergebnisse des Experimentes Magnetismuswaage zeigen die Werte für die gemessene Massendifferenz Δm einer Probe mit und ohne Einfluss eines externen Magnetfeldes, das in diesem Versuchsaufbau durch einen hochenergetischen Neodymmagneten (N40) erzeugt wird, sowie die daraus mit Gleichung (5.57) bestimmten Werte für die magnetische Volumensuszeptibilität $\chi_{V,M}$ sowie entsprechende Literaturwerte, die als Vergleich dienen, siehe Tabelle 5.2. Die Unsicherheit der Literaturwerte ergibt sich als statistischer Wert aus der Angabe unterschiedliche Werte für die jeweiligen Substanzen in der Literatur.

Zusätzlich sind in Abbildung 5.15 die Literatur- und Messergebnisse graphisch dargestellt. Die zusätzlich visualisierte Gerade entspricht dem Zusammenhang zwischen diesen beiden Werten bei vollständiger Übereinstimmung, sodass der Abstand der Messpunkte von dieser Geraden das Maß der Abweichung zwischen Literatur- und Messwerten angibt.

Berücksichtigt man den einfachen Aufbau, der sich durch den Einsatz einer elektronischen Waage mit 0.01 g-Genauigkeit sogar für Schulexperimente eignet, ergeben sich vor allem für Aluminium erstaunliche Übereinstimmungen zwischen den experimentell bestimmten Werten $\chi_{V,M} = (22.42 \pm 7.11) \cdot 10^{-6}$ und dem Literaturwert $\chi_{V,L} = (20.50 \pm 0.35) \cdot 10^{-6}$. Dies zeigt bereits, dass es mit einem entsprechenden Aufbau, entgegen anders lautender Aussagen [Wil97], möglich ist, die Eigenschaften einer alltagsrelevanten paramagnetischen Substanz mit dem Experiment Magnetismuswaa-

| | Messergebnisse | | Literatur | | | |
|--|--------------------------|---------------------------|---------------------------|-------|--|--|
| Substanz | $\Delta { m m}/[{ m g}]$ | $\chi_{ m V,M}/[10^{-6}]$ | $\chi_{ m V,M}/[10^{-6}]$ | Ref. | | |
| Al | -0.03 ± 0.01 | 22.42 ± 7.11 | 20.50 ± 0.35 | c,e | | |
| H_2O | 0.02 ± 0.01 | -10.30 ± 7.60 | -8.95 ± 0.13 | c,d,e | | |
| SiO_2 | 0.02 ± 0.01 | -18.89 ± 10.74 | -13.52 ± 0.14 | c,e | | |
| NaCl | 0.03 ± 0.01 | -33.32 ± 10.49 | -14.12 ± 0.03 | a,e | | |
| C_{Gr} | 1.04 ± 0.01 | -679.08 ± 108.99 | -549.33 ± 94.45 | b,c,d | | |
| a: [Mye52, S. 17], b:[Wal66, S. 29], c:[Koh96, S. 397], d:[Sim01, S. 704], e:[Lid05, S. 4-143 ff.] | | | | | | |

Tabelle 5.2: Experimentelle Ergebnisse der Messungen der magnetischen Volumensuszeptibilität χ_V unterschiedlicher Proben im Vergleich zu Literaturwerten für die Waage mit 0.01 g-Sensitivität.

ge quantitativ nachzuweisen. Da für die weiteren Substanzen größere Abweichungen zwischen den Messergebnissen und den Literaturwerten existieren, sollen diese nachfolgend genauer diskutiert werden.

Für pyrolytisches Graphit ergeben die Messungen einen experimentellen Wert von $\chi_{V,M} = (-679.08 \pm 108.99) \cdot 10^{-6}$ gegenüber $\chi_{V,L} = (-549.33 \pm 94.45) \cdot 10^{-6}$. Pyrolytisches Graphit weist somit die weitaus stärkste Magnetisierung der untersuchten Substan-



Abbildung 5.15: Darstellung der Ergebnisse der Magnetismuswaage über das Verhältnis von experimentell bestimmten Werte und Literaturwerten für die magnetische Volumensuszeptibilität χ_V für die Waage mit 0.01 g-Sensitivität.

zen auf. Obwohl die Werte im Rahmen der Messunsicherheiten übereinstimmen, ergibt sich eine vergleichsweise große Abweichung. Da die zugehörigen Literaturwerte für die magnetische Volumensuszeptibilität von pyrolytischem Graphit jedoch Werte von $\chi_{V,L} = -450 \cdot 10^{-6}$ [Sim01, S. 704] über $\chi_{V,L} = -560 \cdot 10^{-6}$ [Koh96, S. 397] bis $\chi_{V,L} = -638 \cdot 10^{-6}$ [Wal66, S. 29] ausweisen, existiert hier ein breites Spektrum möglicher Referenzen, sodass insgesamt von einer guten Übereinstimmung ausgegangen werden kann.

Für Wasser ergeben die Experimente die magnetische Volumensuszeptibilität $\chi_{V,M} = (-10.30 \pm 7.60) \cdot 10^{-6}$ verglichen mit dem Literaturwert $\chi_{V,L} = (-8.95 \pm 0.13) \cdot 10^{-6}$. Es sollte berücksichtigt werden, dass die Reinheit des verwendeten destillierten Wassers vor Durchführung des Experimentes nicht gesondert bestimmt werden konnte. Obwohl Wasser darüber hinaus den geringsten Wert der magnetischen Volumensuszeptibilität besitzt, stimmen die Werte in guter Näherung überein.

Weitere Abweichungen zeigen sich für die Proben aus Borosilikatglas bzw. Siliziumdioxid und Kochsalz bzw. Natriumchlorid. Für Kochsalz stimmen die experimentell bestimmten und die in der Literatur angegeben Werte nicht überein und bilden lediglich die Größenordnung und Art der magnetischen Erscheinungsform ab. Mögliche Ursachen für diese Abweichungen werden in der abschließenden vergleichenden Diskussion, siehe Kapitel 5.3.3.3 ausgeführt.

5.3.3.2 Messergebnisse der Waage mit 0.001 g-Genauigkeit

Analog zur Beschreibung der Ergebnisse der Magnetismuswaage in Kapitel 5.3.3.1 erfolgt in diesem Kapitel die Beschreibung für die Waage mit einer Genauigkeit von 0.001 g. In Tabelle 5.3 findet sich wiederum eine Übersicht der experimentell bestimmten Werte $\chi_{V,M}$ im Vergleich zu den jeweiligen Literaturwerten $\chi_{V,L}$, die in Abbildung 5.16 zusätzlich visualisiert sind.

Die größte Übereinstimmung ergibt sich für Aluminium. Hier weisen die Experimente den Wert $\chi_{V,M} = (20.48 \pm 6.80) \cdot 10^{-6}$ aus, während die dazugehörigen Literaturwerte $\chi_{V,L} = (20.50 \pm 0.35) \cdot 10^{-6}$ angeben. Diese Werte stimmen somit bereits ohne Berücksichtigung der Unsicherheiten fast vollständig überein.

Für die am stärksten diamagnetische Substanz pyrolytisches Graphit ergeben die Experimente einen Wert von $\chi_{V,M} = (-651.19 \pm 104.53) \cdot 10^{-6}$ gegenüber einem Literaturwert von $\chi_{V,L} = (-549.33 \pm 94.45) \cdot 10^{-6}$. Hier lässt sich immer noch eine gute Übereinstimmung im Rahmen der Messunsicherheiten verzeichnen. Aufgrund der großen

Abweichungen der Literaturwerte, siehe Kapitel 5.3.3.1, weisen die Messergebnisse hinreichende Übereinstimmungen auf.

Die Untersuchung von Wasser, dessen real vorliegende Zusammensetzung aufgrund von Verunreinigungen nicht vollständig analysiert werden kann, siehe Kapitel 5.3.3.1, ergibt eine Übereinstimmung zwischen dem Messwert $\chi_{V,M} = (-16.51 \pm 7.92) \cdot 10^{-6}$ und dem Literaturwert $\chi_{V,L} = (-8.95 \pm 0.13) \cdot 10^{-6}$ im Rahmen der Messunsicherheiten. Auch mit der Waage mit einer Sensitivität von 0.001 g kann für die Proben aus Borosilikatglas und Kochsalz keine Übereinstimmung erzielt werden. Es ergeben sich für Siliziumdioxid ein experimenteller Wert von $\chi_{V,M} = (-30.58 \pm 11.37) \cdot 10^{-6}$ gegenüber dem Literaturwert $\chi_{V,L} = (-13.52 \pm 0.14) \cdot 10^{-6}$. Bei Natriumchlorid gilt es die Abweichung zwischen den Werten $\chi_{V,M} = (-33.90 \pm 10.71) \cdot 10^{-6}$ sowie $\chi_{V,L} = (-14.12 \pm 0.03) \cdot 10^{-6}$ zu diskutieren. Diese Diskussion erfolgt nachfolgend in Kapitel 5.3.3.3. Es können jedoch für beide Substanzen die Größenordnung der magnetischen Eigenschaften und die Art der Erscheinungsform analysiert werden. Insgesamt zeigt sich bei der Untersuchung der magnetischen Eigenschaften unterschiedlicher Alltagssubstanzen mit einer elektronischen Waage mit 0.001 g-Genauigkeit für drei von fünf Substanzen eine gute Übereinstimmung zwischen den experimentellen festgestellten und den Literaturwerten. Für die beiden übrigen Substanzen lässt sich lediglich die Größenordnung der magnetischen Eigenschaften bestimmen. Die Ursachen werden nachfolgend in Kapitel 5.3.3.3 diskutiert.

| | Messergebnisse | | Literatur | |
|-----------|--------------------------|------------------------------|---------------------------|--------------|
| Substanz | $\Delta { m m}/[{ m g}]$ | $\chi_{ m V,M}/[10^{-6}]$ | $\chi_{ m V,M}/[10^{-6}]$ | Ref. |
| Al | -0.031 ± 0.009 | 20.48 ± 6.80 | 20.50 ± 0.35 | c,e |
| H_2O | 0.023 ± 0.010 | -16.51 ± 7.92 | -8.95 ± 0.13 | c,d,e |
| SiO_2 | 0.023 ± 0.008 | -30.58 ± 11.37 | -13.52 ± 0.14 | c,e |
| NaCl | 0.034 ± 0.009 | -33.90 ± 10.71 | -14.12 ± 0.03 | a,e |
| C_{Gr} | 0.993 ± 0.009 | -651.19 ± 104.53 | -549.33 ± 94.45 | b,c,d |
| a: [Mye52 | , S. 17], b:[Wal66, S. 2 | 9], c:[Koh96, S. 397], d:[Si | m01, S. 704], e:[Lid05, S | . 4-143 ff.] |

Tabelle 5.3: Experimentelle Ergebnisse der Messungen der magnetischen Volumensuszeptibilität χ_V unterschiedlicher Proben im Vergleich zu Literaturwerten für die Waage mit 0.001 g-Sensitivität.



Abbildung 5.16: Darstellung der Ergebnisse der Magnetismuswaage über das Verhältnis von experimentell bestimmten Werte und Literaturwerten für die magnetische Volumensuszeptibilität χ_V für die Waage mit 0.001 g-Sensitivität.

5.3.3.3 Vergleichende Diskussion

Insgesamt zeigen die Versuchsergebnisse, dass die Verwendung der Magnetismuswaage zum quantitativen Nachweis der magnetischen Eigenschaften im Alltag typischerweise als unmagnetisch kategorisierter Stoffen in besonderem Maße geeignet ist. Sowohl die Verwendung einer Waage mit 0.001 g-Genauigkeit als auch die einer Waage mit nur 0.01 g-Genauigkeit erlauben die eindeutige Bestimmung der magnetischen Erscheinungsform sowie der Größenordnung der magnetischen Volumensuszeptibilität χ_V für alle fünf untersuchten Substanzen. Für Proben aus Aluminium, Graphit und Wasser kann, wie in Kapitel 5.3.3.1 und 5.3.3.2 beschrieben auch quantitativ eine gute Übereinstimmung der experimentell bestimmten Werte mit Literaturwerten erzielt werden. Darüber hinaus ergeben sich für diese Substanzen nur geringe Abweichungen zwischen den beiden verwendeten Waagen. Damit zeigt sich, dass der geringe technische Aufwand grundsätzlich die quantitative Bestimmung magnetischer Eigenschaften ermöglicht. Die Übereinstimmung der Ergebnisse mit unterschiedlichen Waagen belegt zudem die Reproduzierbarkeit der Messergebnisse.

Größere Abweichungen von den jeweiligen Literaturwerten und stärkere Abweichungen zwischen den Waagen ergeben sich für die Proben aus Borosilikatglas bzw. Siliziumdioxid und Kochsalz bzw. Natriumchlorid. Für diese Substanzen kann ebenfalls die Größenordnung der magnetischen Suszeptibilität χ_V bestimmt werden. Darüber ergeben sich unter Berücksichtigung der Messunsicherheiten mit Ausnahme der Bestimmung von Siliziumdioxid durch die Waage mit 0.01 g-Sensititivität jedoch keine Übereinstimmung zwischen den Messwerten und Literaturangaben. Inwiefern solche Übereinstimmungen zwischen Experiment und Literatur jedoch erwartet werden können, soll für beide Proben jedoch an dieser Stelle diskutiert werden.

Zusammen mit Kochsalz müssen für Glas bzw. das untersuchte Borosilikatglas die größten Abweichungen konstatiert werden. Eine Ursache für den starken Unterschied zwischen den Mess- und Literaturwerten kann die Annahme darstellen, dass Borosilikatglas durch Siliziumdioxid repräsentiert wird. Die untersuchten Kugeln bestehen neben Siliziumdioxid $(SiO_2, Anteil 80.4\%)$ weiterhin aus Natriumoxid und Kaliumoxid $(Na_2O \text{ und } K_2O, \text{ Anteil je } 2.1\%)$, Bortrioxid $(B_2O_3, \text{ Anteil } 13.0\%)$, Aluminiumoxid $(Al_2O_3, Anteil 2.4\%)$ sowie Eisen(III)-oxid $(Fe_2O_3, Anteil < 0.1\%)$. Die meisten Komponenten von Borosilikat weisen verglichen mit Siliziumdioxid ähnliche magnetische Volumensuszeptibilitäten auf. Eisen(III)-oxid besitzt jedoch eine paramagnetische Volumensuszeptibilität mit Betrag $\chi_{V,Fe_2O_3} = 1478.59$ [Hal98, S. 62], die einen großen Einfluss auf das magnetische Verhalten der Borosilikatkugeln ausüben kann. Präzisere Aussagen über den Einfluss können jedoch aufgrund des nicht eindeutigen Anteils von Fe₂O₃ an der Gesamtmasse der Borosilikatkugeln nicht getroffen werden. Weiterhin kann das untersuchte Borosilikatglas nach Herstellerangaben noch Spuren weiterer Verbindungen enthalten, deren magnetische Eigenschaften den Gesamtwert der Suszeptibilität ebenfalls stark beeinflussen könnten. Aus diesem Grund ist fraglich, ob ein Vergleich der Experimentwerte mit Literaturangaben für Siliziumdioxid durchgeführt werden sollte. Obwohl absolute Vergleiche aufgrund der dargestellten unklaren Zusammensetzung von Borosilikatglas stets kritisch betrachtet werden sollten, kann den Messungen dennoch ein Hinweis auf die schwach diamagnetische Natur von Siliziumdioxid entnommen werden.

Auch für das untersuchte Kochsalz, dessen Messwerte mit Literaturangaben für Natriumchlorid verglichen werden, besteht die Frage nach der Reinheit der im durchgeführten Experiment untersuchten Proben. Das verwendete handelsübliche Kochsalz weist laut Packungsangabe einen nicht näher spezifizierten Anteil des Stoffes Natriumferrocyanid $Na_4 [Fe(CN)_6]$ auf und kann darüber hinaus ebenfalls Spuren weiterer Verbindungen enthalten. Auch hier ist die Gleichsetzung von Kochsalz und Natriumchlorid nur als Näherung zu betrachten, sodass auch für diese Substanz die absoluten Messergebnisse kritisch beurteilt werden sollten. Insgesamt ergeben sich dennoch für beide Substanzen bezüglich der Größenordnung aussagekräftige Resultate.

Die Wahl von Kochsalz als Probe für die Magnetismuswaage ergibt sich aus dem klaren Alltagsbezug dieser Substanz und der direkten Zugänglichkeit im Vergleich zu reineren Proben Natriumchlorids. Diese Alltagsrelevanz begründet auch die Verwendung der Borosilikatkugeln. Um bessere Übereinstimmungen zwischen den experimentellen Befunden und Literaturwerten zu erhalten, sollten Proben untersucht werden, deren chemische Zusammensetzung klarer bestimmt ist. Darüber hinaus zeigen die Messergebnisse, dass kleine Werte für die magnetische Volumensuszeptibilität χ_V präzise Messungen erschweren. Somit sollte für möglichst genaue Messergebnisse auf Substanzen mit stärkeren magnetischen Eigenschaften zurückgegriffen werden. Da diese jedoch in der Regel keine Alltagsrelevanz besitzen, ergibt sich keine Motivation zur Bestimmung der Eigenschaften dieser Stoffe bei der für die Magnetismuswaage definierten Zielsetzung. Die vergleichsweise großen Unsicherheiten resultieren aus dem Versuchsaufbau. Da dieser jedoch ebenfalls auf die Anwendbarkeit in der Lehre ausgerichtet ist, erfüllt das Experiment auch in dieser Hinsicht die zu Beginn genannten Anforderungen.

Der theoretische Hintergrund zur Magnetismuswaage, siehe Kapitel 5.3.1, beschreibt das Problem einer komplexen theoretischen Herleitung des für die magnetische Volumensuszeptibilität notwendigen Zusammenhangs, siehe Gleichung (5.28) und (5.32). Aufgrund der zuvor ausgeführten Eigenschaften des Versuchsaufbaus und der Proben kann die Magnetismuswaage in dieser Form mit den genannten Probe keinen eindeutigen Hinweis auf die korrekte theoretische Beschreibung liefern. In Abbildung 5.17 ist beispielhaft für die Waage mit 0.001 g-Sensititivität die Berechnung der Messergebnisse mit beiden theoretischen Beziehungen durchgeführt. Für die Waage mit 0.01 g-Sensititivität ergeben sich vergleichbare Ergebnisse. Der Vergleich der konkurrierenden theoretischen Beschreibungen zeigt, dass auch für eine Berechnung der magnetischen Volumensuszeptibilität aus den Massendifferenzen ausgehend von Gleichung



Abbildung 5.17: Darstellung der Ergebnisse der Magnetismuswaage als Vergleich zwischen theoretischer Berechnung der experimentellen Werte nach Gleichung (5.28) bzw. (5.30).

(5.28) anstelle der bisher verwendeten Gleichung (5.30) gewisse Übereinstimmungen zwischen Messwerten und Literaturwerten gegeben sind. Die Übereinstimmungen ergeben sich jedoch insbesondere für Substanzen, deren genaue Zusammensetzung, wie vorher beschrieben, nicht eindeutig ist und deren magnetische Eigenschaften zudem eher schwach sind. Aufgrund der guten Übereinstimmung für Aluminium und pyrolytisches Graphit geben die Messungen somit einen schwachen Hinweis auf die Richtigkeit des in Gleichung (5.30) abgeleiteten und in den bisherigen Studien verwendeten Zusammenhangs. Für eine genaue experimentelle Klärung dieser Frage müsste die Magnetismuswaage jedoch wie beschrieben modifiziert werden.

Wie beim Experiment des magnetischen Pendels, siehe Kapitel 5.1, und der magnetischen Torsionsdrehwaage, siehe Kapitel 5.2, lassen sich auch mit der Magnetismuswaage induzierte makroskopische Wirbelströme beobachten, die aufgrund der Lenzschen Regel eine Magnetisierung ausbilden. Diese Wirbelströme ergeben sich auch bei der Magnetismuswaage durch die Annäherung des Magneten und drücken sich in Form eines temporären Massenunterschiedes aus. Befindet sich der Magnet in der Nähe der Probe in Ruhe, verschwinden die Wirbelströme jedoch und es können die magnetischen Stoffeigenschaften untersucht werden. Die Existenz von makroskopischen Wirbelströmen in allen drei Experimenten zur qualitativen bzw. quantitativen Bestimmung grundlegender magnetischer Stoffeigenschaften ist somit universell gegeben.

Es zeigt sich somit, dass das Verfahren der Magnetismuswaage für die Demonstration und insbesondere für die Messung der magnetischen Eigenschaften unterschiedlichster Alltagsmaterialien geeignet ist und auf viele Substanzen und Objekte übertragen werden kann. Dies gilt insbesondere aufgrund des geringen technischen Aufwandes verglichen mit den für die genannten Literaturwerte verwendeten Aufbauten. In diesem Sinne stellt die Magnetismuswaage neben dem magnetischen Pendel und der magnetischen Torsionsdrehwaage ein weiteres Experiment dar, das eine grundlegende Betrachtung und Analyse magnetischer Stoffeigenschaften in Form der magnetischen Volumensuszeptibilität χ_V ermöglicht.

Komplementär zum Realexperiment Magnetismuswaage wird im Projekt Magnetismus hoch 4 eine begleitende interaktive Simulation entwickelt, siehe Kapitel 6.2.1 [Lau15b]. Diese interaktive Simulation versucht das Realexperiment mit der Einführung der makroskopischen Magnetisierung als Modellierungsgröße in Verbindung zu setzen und in dieser Form das experimentell erfahrbare Phänomen mit den fachlichen Inhalte, siehe Kapitel 4.1.1, zu verknüpfen. Weiterhin werden in der interaktiven Simulation die experimentell schwer zugänglichen induzierten Magnetisierungen als Resultat makroskopischer Wirbelströme bei Änderung des Magnetfeldes am Ort der Probe expliziert, die auch bei der Magnetismuswaage wirksam sind, siehe Kapitel 6.2.1.

5.4 Magnetooptischer Kerr-Effekt

Ein Experiment zum magnetooptischen Kerr-Effekt eignet sich, wie in Kapitel 4.1.4.2 beschrieben, für die Bestimmung ferromagnetischer Hysteresekurven beim Übergang von makroskopischen zu mikroskopischen Beschreibungen von Magnetismus.

Der von Kerr (1877) entdeckte und nach ihm benannte magnetooptische Kerr-Effekt stellt eine zentrale Grundlage in der Erforschung ferromagnetischer Domänenstrukturen in der Festkörper- und Materialphysik dar [Ker77, Wei08]. Der magnetooptische Kerr-Effekt beschreibt zum einen die Drehung der Polarisationsebene und zum anderen die Anderung der Intensität von linear polarisiertem Licht bei der Reflexion an einer magnetisierten Oberfläche [Man02]. Die Oberfläche besitzt aufgrund der frequenzabhängigen Eindringtiefe von Licht eine Dicke zwischen 50 und 100 nm [Jac99]. Es existieren drei grundlegende Geometrien für den magnetooptischen Kerr-Effekt, siehe Abbildung 5.18. Die Ausrichtung der Magnetisierung beim polaren magneooptischen Kerr-Effekt erfolgt senkrecht zur Oberfläche (out-of-plane), während sich die Magnetisierung beim longitudinalen und transversalen Kerr-Effekt parallel zur Oberfläche (in-plane) ausbildet [Man02]. Der polare magnetooptische Kerr-Effekt bewirkt sowohl eine Drehung der Polarisationsrichtung als auch eine Intensitätsänderung des reflektierten Laserlichtes. Beim longitudinalen Kerr-Effekt ergibt sich nur die Drehung der Polarisationsrichtung und beim transversalen Kerr-Effekt nur die Intensitätsänderung. Für den longitudinalen Kerr-Effekt ist zudem eine in Richtung des einfallenden Lichts



Abbildung 5.18: Grundlegende Geometrien des magnetooptischen Kerr-Effektes nach [Lüt10, S. 505]. Der Effekt ergibt sich je nach Richtung der Magnetisierung und des Lichteinfalls in polarer, longitudinaler oder transversaler Geometrie.

ausgerichtete Magnetisierung notwendig, siehe Abbildung 5.18. Für die transversale Geometrie ist zusätzlich eine Polarisierung des Lichtes in Einfallsrichtung notwendig [Lüt10]. Die polare und transversale Geometrie weist im Vergleich zur longitudinalen einen um eine Größenordnung stärkere Effekt auf [Jah01, Lüt10]. Hinsichtlich der Effektstärke sollte weiterhin berücksichtigt werden, dass diese in polarer Geometrie maximal wird, wenn das einfallende Licht und die Flächennormale einen kleinen Winkel bilden. In longitudinaler Geometrie ergibt sich eine möglichst große Effektstärke für einen flachen Einfalls, sodass sich größere Winkel zwischen einfallendem Licht und Flächennormalen einstellen sollten [Bru92]. Der magnetooptische Kerr-Effekt besitzt große Ähnlichkeiten mit dem Faraday-Effekt [Far46] und dem Voigt-Effekt [Voi99] auf. Da in diesem Kapitel die Weiterentwicklung eines Experimentes zum magnetooptischen Kerr-Effekt erfolgt, sollen diese beiden Effekte jedoch nicht näher erläutert werden.

Über den magnetooptischen Kerr-Effekt lassen sich in der Forschung Materialparameter wie die spezifische Remanenzflussdichte, die Koerzitivfeldstärke oder ähnliche Eigenschaften einer ferromagnetischen Substanz bestimmen. Zudem wird der magnetooptische Kerr-Effekt in der Datenspeicherung genutzt, um digitale Informationen auf magnetooptischen Disks mit einer Kapazität von bis zu 10 GB auslesen zu können [Man95].

Die Physik nutzt den Effekt für das bildgebende Verfahren der MOKE- bzw. Kerr-Mikroskopie zur mikroskopischen Untersuchung ferromagnetischer Domänen und Um-



Abbildung 5.19: Schematische Darstellung einer ferromagnetischen Domänenstruktur (links) sowie der entsprechenden Abbildung der MOKE- bzw. Kerr-Mikroskopie (rechts).

magnetisierungsprozesse. Die Kerr-Mikroskopie stellt somit eine Alternative zur Magnetkraftmikroskopie (MFM) mit unterschiedlicher Ortsauflösung dar [Kuc15]. Bei der Kerr-Mikroskopie wird die Drehung der Polarisationsebene bei Reflexion an einer magnetisierten Oberfläche genutzt, um magnetische Domänen mit unterschiedlich orientierten Magnetisierungen \vec{M} durch Polarisationsfilter in Form einer Helligkeitsoder Farbcodierung abbilden zu können, siehe Abbildung 5.19. Zunächst fällt linear polarisiertes Licht auf magnetische Domänen Magnetisierungen \vec{M} unterschiedlicher Orientierung und wird von diese reflektiert. Analysiert man dieses reflektierte Licht mithilfe eines Polarisationsfilter wird das Licht in Abhängigkeit von der Drehung der ursprünglichen Polarisationsrichtung absorbiert, siehe Abbildung 5.20. Es ergibt sich somit ein farbcodiertes Bild der magnetischen Domänenstruktur durch die Drehung der Polarisationsebene an unterschiedlich orientierten magnetischen Domänen verglichen mit einer Referenzrichtung der Magnetisierung, siehe Abbildung 5.19.

Die Betrachtung und Analyse des magnetooptischen Kerr-Effektes findet sich an vielen Hochschulen als Bestandteil des Fortgeschrittenenpraktikums [Lau15a]. Dabei wird aufgrund Effektstärke typischerweise in der Lehre lediglich die Drehung der Polarisationsebene analysiert. Die nachfolgenden Beschreibungen und experimentellen Weiterentwicklungen beziehen sich ebenfalls auf diese Wirkung und nicht auf die absolute Intensitätsänderung. Um zudem die absolute Polarisationsrichtung des einfallenden Lichtes vernachlässigen zu können, wird ausschließlich die polare Geometrie des magnetooptischen Kerr-Effektes betrachtet.

Die bisher genutzten Versuchsaufbauten zum Nachweis und zur Analyse des magnetooptischen Kerr-Effektes sind in der Regel durch technisch aufwändige Apparaturen gekennzeichnet. Der hohe technische Aufwand erscheint notwendig, um trotz kleiner Effektstärken das Phänomen eindeutig nachweisen zu können. Oft werden in den Fortgeschrittenenpraktika Lock-in-Verstärker, polarisierende Strahlteilerwürfel oder photoelastische Modulatoren eingesetzt. Aus didaktischer Perspektive verursachen diese komplexen technischen Komponenten jedoch eine zusätzliche Hürde. Die Lernenden müssen vollständig mit der Funktionsweise dieser Geräte vertraut sein, um die Vorgänge beim Experimentieren nachvollziehen zu können, sodass die Auseinandersetzung mit dem eigentlichen Effekt erst nachfolgend geschieht. Es besteht somit die Gefahr, dass die Komplexität der Versuchsaufbauten den Fokus der Lernenden von eigentlichen Lernziel ablenkt.

Ein klassisches Lernziel der Praktikumsversuche zum magnetooptischen Kerr-Effekt ist

die Messung einer ferromagnetischen Hysteresekurve, die Informationen über stoffspezifische Parameter einer untersuchten Probe enthält [Lau15a]. Durch die Verwendung eines handelsüblichen Lasers werden somit keine einzelnen magnetischen Domänen separiert, sondern eine Vielzahl eben dieser simultan untersucht. Die Hysteresekurve ergibt sich durch Variation der Probenmagnetisierung und ermöglicht die Unterteilung in hart- und weichmagnetische Stoffe. Weiterhin wird die quantitative Bestimmung der Koerzitivfeldstärke, der Remanenzmagnetisierung und der Sättigungsmagnetisierung möglich. Ein typisches Probenmaterial zur Demonstration und Untersuchung des magnetooptischen Kerr-Effektes stellt ein Cobalt/Platin-Schichtsystem (Co/Pt) auf Silizium dar [Zep89, Uba96], das auch im hier beschriebenen Experiment genutzt wird. Die bisherigen Versuchsaufbauten und Apparaturen erscheinen effektive Methoden zum Nachweis des magnetooptischen Kerr-Effektes darzustellen. Bei der Effizienz dieser Experimente erscheinen jedoch Optimierungen hinsichtlich des technischen Aufwandes und der konkreten Versuchsdurchführung möglich. Das hier beschriebene Experiment orientiert sich an den existierenden Versuchsaufbauten und versucht diese gezielt und systematisch zu reduzieren, um das eigentliche Phänomen für Lernende direkter zugänglich zu machen. Die Reduktion der technischen Voraussetzungen soll darüber hinaus die Durchführung des Experimentes mit schulischen Mitteln ermöglichen. Durch die Messung einer Hysteresekurve ergibt sich für den magnetooptischen Kerr-Effekt ein Bezug zu den in Kapitel 4.1.4 beschriebenen ferromagnetischen Magnetisierungsprozessen.

5.4.1 Theoretischer Hintergrund

Die theoretischen Ausführungen zum magnetooptischen Kerr-Effektes dienen als Grundlage der nachfolgenden Beschreibung des Versuchsaufbaus, siehe Kapitel 5.4.2, und der Angabe und Diskussion der experimentellen Ergebnisse, siehe Kapitel 5.4.3, und beziehen sich jeweils auf die polare Geometrie. Zur theoretischen Beschreibung des Phänomens existieren das anschauliche und klassische Drude-Lorentz-Modell sowie eine weniger intuitive, aber fachlich exakte quantenmechanische Beschreibung der Phänomene [Hub09, Noo13]. In diesem Kapitel werden die Grundzüge der beiden theoretischen Modellierungen des Phänomens erläutert.

Die Beschreibung des magnetooptischen Kerr-Effektes erfolgt sowohl im Drude-Lorentz-Modell als auch im quantenmechanischen Modell durch zwei zentrale Größen, die die beiden charakteristischen Phänomene, d. h. die Drehung der Polarisationsebene und die Änderung der Intensität des reflektierten Lichtes, beschreiben. Diese beiden Größen sind zum einen die Kerr-Rotation

$$\Theta_{\rm K} = \alpha^{\rm r} - \alpha^{\rm i} = \left(\frac{\alpha_-^{\rm r} + \alpha_+^{\rm r}}{2}\right) - \left(\frac{\alpha_-^{\rm i} + \alpha_+^{\rm i}}{2}\right) \tag{5.60}$$



Abbildung 5.20: Schematische Darstellung der Wirkung einer veränderten Magnetisierung \vec{M} auf links- und rechtszirkular polarisiertes Licht mit Folge einer um Θ_K gedrehten Polarisationsebene von linear polarisiertem Licht nach [Kus07, S. 19 ff.].

sowie zum anderen die Kerr-Elliptizität

$$\epsilon_{\rm K} \approx \tan \epsilon_{\rm K} = \frac{\vec{E}_{\rm min}}{\vec{E}_{\rm max}} \tag{5.61}$$

in Näherung für kleine Winkel [Kus07, Noo13]. Das Prinzip des magnetooptischen Kerr-Effektes und die verwendeten Bezeichnungen finden sich in Abbildung 5.20. Betrachtet man zunächst idealisiert den Kerr-Effekt bei einfallendem linear polarisiertem Licht als elektromagnetische Welle \vec{E}^i , die sich aus linkszirkular polarisiertem Licht \vec{E}^i_+ und rechtszirkular polarisiertem Licht \vec{E}^i_- gleicher Amplitude zusammensetzt, siehe Abbildung 5.20, ergibt sich die Überlagerung allgemein bei Ausbreitung in z-Richtung als

$$\vec{E}^{i} = \frac{1}{2} \left(\vec{E}^{i}_{+} + \vec{E}^{i}_{-} \right) = \frac{E_{0}}{2} \left(\begin{pmatrix} 1 \\ i \\ 0 \end{pmatrix} \cdot e^{i(kz - \omega t)} + \begin{pmatrix} 1 \\ -i \\ 0 \end{pmatrix} \cdot e^{i(kz - \omega t)} \right).$$
(5.62)

Zunächst soll die anschauliche Erklärung des magnetooptischen Kerr-Effektes nach dem Drude-Lorentz-Modell und dem Vorgehen von Noor (2007) [Noo07, S. 18 ff.] beschrieben werden. Die Reflexionskoeffizienten R_{\pm} sind bei der Annahme senkrechten Lichteinfalles und Reflexion über die Brechungsindices η_{\pm} als

$$R_{\pm} = \frac{E_{\pm}^{\rm r}}{E_{\pm}^{\rm i}} = \frac{1 - \eta_{\pm}}{1 + \eta_{\pm}} \tag{5.63}$$

definiert [Fli12b]. Insgesamt erhält man

$$\vec{E}^{\rm r} = \frac{1}{2} \left(\vec{E}_+ + \vec{E}_- \right) = \frac{E_0}{2} \left(R_+ \begin{pmatrix} 1 \\ i \\ 0 \end{pmatrix} \cdot e^{i(kz - \omega t)} + R_- \begin{pmatrix} 1 \\ -i \\ 0 \end{pmatrix} \cdot e^{i(kz - \omega t)} \right)$$
(5.64)

für die reflektierte elektromagnetische Welle. Mit der Definition der Polarisation $\sigma = E_u^r/E_x^r$ [Noo13] ergibt sich für diese explizit mit (5.61) und (5.62)

$$\sigma = \frac{\frac{E_0}{2} \left(iR_+ - iR_- \right) \cdot e^{i(kz - \omega t)}}{\frac{E_0}{2} \left(R_+ + R_- \right) \cdot e^{i(kz - \omega t)}} = i\frac{R_+ - R_-}{R_+ + R_-} = i\frac{\eta_- - \eta_+}{1 - \eta_+\eta_-}.$$
(5.65)

Gemäß einer typischen Definition beschreibt der komplexe Kerr-Winkel

$$\Phi_{\rm K} \approx \Theta_{\rm K} + i\epsilon_{\rm K} \tag{5.66}$$

die vollständige Wirkung des Kerr-Effektes und verbindet die Kerr-Rotation $\Theta_{\rm K}$, siehe Gleichung (5.60), und die Kerr-Elliptizität tan $\epsilon_{\rm K}$, siehe Gleichung (5.61) [Kus07, Noo07]. Eine entsprechende Ableitung identifiziert den komplexen Kerr-Winkel $\Phi_{\rm K}$ näherungsweise mit der Polarisation σ [Kus07], sodass insgesamt

$$\Theta_{\rm K} + i\epsilon_{\rm K} \approx \frac{1 - \eta_{\pm}}{1 + \eta_{\pm}} \tag{5.67}$$

folgt [Noo07]. Die explizite Angabe der Kerr-Rotation $\Theta_{\rm K}$ und der Kerr-Elliptizität tan $\epsilon_{\rm K}$ ergeben sich abschließend als Real- bzw. Imaginärteil von Gleichung (5.66). Für die spezifischen Geometrien ergeben sich jeweils unterschiedliche Spezialfälle, die für die Durchführung und Auswertung der Versuche jedoch nicht relevant sind und aus diesem Grund hier nicht näher spezifiziert werden [Noo07, Wes07].

Weiterhin im Sinne des Vorgehens von Noor (2007) [Noo07, S. 18 ff.] betrachtet man nach dem Drude-Lorentz-Modell die atomar gebundenen Elektronen mit Masse $m_{\rm e}$ der Oberfläche bzw. der Probe als harmonische Oszillatoren, deren Schwingungen durch die periodische Wirkung des Feldes \vec{E} erzeugt werden, die zusätzlich die Dämpfung γ erfahren und einem Magnetfeld \vec{B} ausgesetzt sind [Noo07, Wes07]. Für die Schwingung dieser atomar gebundenen Elektronen gilt die Bewegungsgleichung

$$m_e \ddot{\vec{r}} + m_e \gamma \dot{\vec{r}} + m_e \omega_0^2 \vec{r} = e \vec{E} + e \dot{\vec{r}} \times \vec{B}.$$
 (5.68)

Durch die näherungsweise Annahme $\vec{B} \approx B \cdot \vec{e}_z$ für den in diesem Kapitel betrachten polaren magnetooptischen Kerr-Effekt ergibt sich

$$\ddot{x} + \gamma \dot{x} + \omega_0^2 x = \frac{e}{m_e} E_x - \omega_c \dot{y}$$
(5.69)

$$\ddot{y} + \gamma \dot{y} + \omega_0^2 y = \frac{e}{m_e} E_y + \omega_c \dot{x}$$
(5.70)

$$\ddot{z} + \gamma \dot{z} + \omega_0^2 z = 0 \tag{5.71}$$

als System gekoppelter Differentialgleichungen mit der Zyklotronfrequenz $\omega_c = |eB/m_e|$, siehe Gleichung (4.275). Die Koordinaten $x_{\pm} = x \pm iy$ und $E_{\pm} = E_x \pm iE_y$ ermöglichen eine Entkopplung der Differentialgleichungen und ergeben die Lösung

$$x_{\pm} = \frac{eE_{\pm}}{m_e(\omega_0^2 - \omega^2) + \mathrm{i}m_e\omega\gamma \mp e\omega B}.$$
(5.72)

Zur Bestimmung des Dielektrizitätstensors wird zu
dem der Polarisationstensor α über das elektrische Dipol
moment gemäß $\vec{p} = \alpha \vec{E}$ in der Form

$$\begin{pmatrix} p_x \\ p_y \end{pmatrix} \approx \begin{pmatrix} \frac{e^2}{X} & i\frac{e^3\omega B}{X^2} \\ -i\frac{e^3\omega B}{X^2} & \frac{e^2}{X} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix} \text{ mit } X = m_e \left(\omega_0^2 - \omega^2 + i\omega\gamma\right)$$
(5.73)

unter Berücksichtigung der Näherung $(X - e\omega B)^{-1} \approx X^{-1}$ für kleine Magnetfelder genutzt [Noo07]. Zur Bestimmung des Dielektrizitätstensors ε ist es notwendig analog zu Gleichung (4.3) die Definition der elektrischen Suszeptibilität $\chi_{\rm el} = \varepsilon - 1$ sowie die Definitionen der elektrischen Polarisation \vec{P} , siehe Gleichung (4.26), und des elektrischen Dipolmomentes $\vec{p} = \alpha \vec{E}$ über die Polarisierbarkeit α , siehe Gleichung (5.73), und die elektrische Feldstärke \vec{E} zu nutzen. Es folgt für den Dielektrizitätstensor

$$\varepsilon = \begin{pmatrix} \frac{C}{X} + 1 & i\frac{e\omega BC}{X^2} & 0\\ -i\frac{e\omega BC}{X^2} & \frac{C}{X} + 1 & 0\\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \text{ mit } C = \frac{ne^2}{\epsilon_0}$$
(5.74)

mit der Teilchendichte n und der Beziehung $\varepsilon_{ij} = (n\alpha_{ij}/\epsilon_0) + \delta_{ij}$. Hieraus ergeben sich durch die übliche Definition der Brechungsindices $\eta_{\pm}^2 = \varepsilon_{xx} \pm i\varepsilon_{xy}$ [Gro14] sowie die Gleichungen (5.63) und (5.67) abschließend folgende Beziehungen für den Kerr-Winkel

$$\Theta_{\rm K} = {\rm Re}\left(\frac{{\rm i}\varepsilon_{xy}}{\sqrt{\varepsilon_{xx}}\left(\varepsilon_{xx} - 1\right)}\right) \tag{5.75}$$

sowie die Kerr-Elliptizität

$$\epsilon_{\rm K} = {\rm Im}\left(\frac{{\rm i}\varepsilon_{xy}}{\sqrt{\varepsilon_{xx}}\left(\varepsilon_{xx}-1\right)}\right). \tag{5.76}$$

Zusammengefasst ergeben sich durch die Herleitung unterschiedliche Brechungs- und Reflexionindices für den links- und rechtszirkular polarisierten Anteil der ursprünglich linear polarisierten elektromagnetischen Welle in Abhängigkeit vom angelegten Magnetfeld \vec{B} . Obwohl die im Drude-Lorentz-Modell hergeleiteten Zusammenhänge für den Kerr-Winkel und die Kerr-Elliptizität in gewissen Zusammenhängen qualitativ und quantitativ nutzbar sind, entsprechen die vorherigen Ausführungen keine fachlich umfassenden Beschreibung. Dies gilt insbesondere, da die Ableitungen in Gleichung (5.73) eine Abhängigkeit der Brechungsindices vom äußeren Magnetfeld \vec{B} anstelle der Probenmagnetisierung \vec{M} ergeben. Eine komplexere, aber exakte theoretische Beschreibung des magnetooptischen Kerr-Effekts ergibt sich durch eine quantenmechanische Modellierung des Phänomens. Dennoch erscheint es sinnvoll das Drude-Lorentz-Modell für eine nähernde theoretisch Beschreibung und ein erstes Verständnis des Phänomens zu nutzen. Die grundlegendere quantenmechanische Beschreibung wird nachfolgend in der Struktur von Argyres (1955) ausgeführt [Arg55]. Auch dieses Vorgehen beinhaltet zunächst die Herleitung des Polarisationstensors aus dem sich wiederum der Dielektrizitätstensor und somit die Kerr-Rotation $\Theta_{\rm K}$ und die Kerr-Elliptizität $\epsilon_{\rm K}$ ergeben. Anstelle der klassischen Bewegungsgleichung wird durch den Hamilton-Operator

$$\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{H}' + \hat{H}'' \tag{5.77}$$

mit dem Operator \hat{H}_0 für ein Elektron im Kristallpotential $V(\vec{r})$

$$\hat{H}_0 = \frac{1}{2m_e}\hat{\vec{p}}^2 + V(\vec{r})$$
(5.78)

sowie der Beschreibung der Spin-Bahn-Wechselwirkung über

$$\hat{H}' = \frac{1}{2m_e^2 c^2} \left(\vec{\nabla} V\left(\vec{r} \right) \times \hat{\vec{p}} \right) \cdot \vec{s}$$
(5.79)

mit Elektronenspin \vec{s} und einem Term zur Berücksichtigung des Vektorpotentiales $\vec{A}(\vec{r},t)$

$$\hat{H}'' = \frac{e}{m_e c} \vec{A} \left(\vec{r}, t \right) \cdot \hat{\vec{p}}$$
(5.80)

der Zustand der Festkörperelektronen beschrieben. Der Term \hat{H}'' wird in den Berechnungen von Argyres (1955) als Störungsterm behandelt [Arg55]. Für die Bestimmung der Zustände ist die Gleichung

$$\hat{H}\psi = i\hbar \frac{\partial\psi}{\partial t}$$
(5.81)
zu lösen. Nach Lösung dieser Differentialgleichung führt die Berechnung der Wahrscheinlichkeitsstromdichte \vec{j} zur Leitungsstromdichte

$$\vec{j}_{\rm L} = \sigma_{\rm L}\vec{E} + \alpha_{\rm L}\frac{\partial\vec{E}}{\partial t} \tag{5.82}$$

sowie analog zu Polarisationsstromdichte

$$\vec{j}_{\rm P} = \sigma_{\rm P}\vec{E} + \alpha_{\rm P}\frac{\partial\vec{E}}{\partial t}$$
(5.83)

und damit zum Leitfähigkeitstensor

$$\sigma_{ij} = \sigma_{\rm L} \delta_{ij} + \sigma_{\rm P} \beta_{ij} \tag{5.84}$$

und dem Polarisationstensor

$$\alpha_{ij} = \alpha_{\rm L} \delta_{ij} + \alpha_{\rm P} \beta_{ij} \tag{5.85}$$

mit den Elementen der 3 × 3-Einheitsmatrix δ_{ij} sowie

$$\beta_{ij} \in \beta = \begin{pmatrix} 0 & -\beta_3 & \beta_2 \\ \beta_3 & 0 & -\beta_1 \\ -\beta_2 & \beta_1 & 0 \end{pmatrix}.$$
 (5.86)

Da die spezifischen Berechnungen aufgrund der Zielsetzung dieses Kapitels, d. h. der Weiterentwicklung und vornehmlich qualitativen Nutzung eines Experimentes zum magnetooptischen Kerr-Effekt, für die Lehre wenig Relevanz besitzen, soll an dieser Stelle mit Verweis auf Argyres (1955) nur das abschließende Resultat angegeben werden [Arg55]. Der Dielektrizitätstensor

$$\varepsilon = \begin{pmatrix} \varepsilon_{xx} & -\varepsilon_{xy} & 0\\ \varepsilon_{xy} & \varepsilon_{xx} & 0\\ 0 & 0 & \varepsilon_{xx} \end{pmatrix}$$
(5.87)

mit den Einträgen

$$\varepsilon_{xx} = 1 + 4\pi\alpha_{\rm L} + \frac{4\pi}{\mathrm{i}\omega}\sigma_{\rm L} \tag{5.88}$$

sowie

$$\varepsilon_{xy} = 4\pi\alpha_{\rm P} + \frac{4\pi}{\mathrm{i}\omega}\sigma_{\rm P} \tag{5.89}$$

ergibt abschließend die Kerr-Rotation

$$\Theta_{\rm K} = \operatorname{Re}\left(-\frac{\mathrm{i}\varepsilon_{xy}}{\sqrt{\varepsilon_{xx}\left(\varepsilon_{xx}-1\right)}}\right)$$
(5.90)

und die Kerr-Elliptizität

$$\epsilon_{\rm K} = {\rm Im}\left(-\frac{{\rm i}\varepsilon_{xy}}{\sqrt{\varepsilon_{xx}\left(\varepsilon_{xx}-1\right)}}\right) \tag{5.91}$$

in Analogie zu den in Gleichung (5.75) und (5.76) dargestellten Zusammenhängen des Drude-Lorentz-Modells [Arg55]. Auch in dieser Herleitung sind die unterschiedlichen Brechungsindices

$$\eta_{\pm}^2 = \varepsilon_{xx} \mp i\varepsilon_{xy} \tag{5.92}$$

entscheidend für die unterschiedliche Brechung und Reflexion des links- und rechtszirkular polarisierten Anteils der einfallenden elektromagnetischen Welle, der die charakteristische Drehung der Polarisationsebene durch Reflexion an magnetisierten Oberflächen beim polaren magnetooptischen Kerr-Effekt beschreibt. Die Magnetisierungsabhängigkeit des Kerr-Winkels ist durch den Bezug von ε_{xy} zu $\sigma_{\rm P}$ und $\alpha_{\rm P}$ gegeben, die ihrerseits eine Magnetisierungsabhängigkeit aufweisen [Arg55, Noo13]. Diese Abhängigkeit ist die Voraussetzung für die Messung einer ferromagnetischen Hysteresekurve durch Variation der Magnetisierung einer Probe mithilfe des Kerr-Effektes.

5.4.2 Versuchsaufbau und Durchführung

Die Weiterentwicklung traditioneller und weit verbreiteter Aufbauten zur Untersuchung des magnetooptischen Kerr-Effektes zielt insbesondere auf die Reduktion der technischen Voraussetzungen und die Optimierung der Versuchsdurchführung ab. Die technisch komplexen und aus diesem Grund für viele Lernende nicht direkt zugänglichen Versuchsaufbauten bilden die Grundlage für die Weiterentwicklung. Der nachfolgend beschriebene Aufbau soll zur Aufnahme der Hysteresekurve einer Co/Pt-Probe genutzt werden. Als Einschränkung ist zu berücksichtigen, dass die Apparatur nicht präzise genug ist, um einzelne Domänen lateral aufzulösen, sodass der magnetooptische Kerr-Effekt nur eine Aussage über die Magnetisierung \vec{M} in einem makroskopischen Bereich als Summe der magnetischen Dipolmomente einzelner Domänen $\vec{\mu}_i$ ergibt. Wie ebenfalls bereits beschrieben werden ausschließlich Messungen in polarer Geometrie durchgeführt. In der Literatur wird für die untersuchte Co/Pt-Probe eine der Koerzitivfeldstärke entsprechende magnetische Flussdichte von $B_{c,Lit} = 46 \text{ mT}$ [Maa01, S. 087202-1] bei Magnetisierung senkrecht zur Oberfläche angegeben.

Der gesamte verwendete Versuchsaufbau ist in Abbildung 5.21 dargestellt. Der Laser sendet Licht der Wellenlänge $\lambda = 635 \,\mathrm{nm}$ aus, das vom Polarisator linear polarisiert



Abbildung 5.21: Schematische Darstellung zum verwendeten Versuchsaufbau zur Messung des magnetooptischen Kerr-Effektes in polarer Geometrie.

wird. Da der Laserstrahl auch vor dem Polarisator bereits teilweise polarisiert ist, lässt sich durch den Polarisator zusätzlich die absolute Intensität des Laserstrahls regulieren. Nach Durchgang durch den Polarisator trifft das linear polarisierte Licht auf die Oberfläche der ferromagnetischen Co/Pt-Probe und wird von dieser reflektiert. Der Winkel κ zwischen einfallendem und reflektiertem Strahl liegt bei allen Messungen im Bereich $30^{\circ} \leq \kappa \leq 45^{\circ}$. Wenige Millimeter hinter der Probe ist ein Elektromagnet positioniert. Durch die Variation der Stromstärke des Elektromagneten kann das äußere Magnetfeld B am Ort der Probe variiert werden. Aufgrund der Geometrie des Elektromagneten verläuft das Magnetfeld \vec{B} bei entsprechenden Anisotropieeigenschaften der Probe näherungsweise senkrecht zur Probenoberfläche, sodass sich die Magnetisierung M ebenfalls in dieser Orientierung ausbildet. Nach Reflexion wird das Laserlicht vom Strahlteilerwürfel in zwei räumlich-orthogonale Anteile gleicher Intensität zerlegt. Beide Anteile des reflektierten Laserstrahls werden durch einen zusätzlichen Polarisationsfilter analysiert und abschließend durch Photodioden detektiert. Eine Spannungsbzw. Stromstärkemessung der Photodioden entspricht der Intensität des einfallenden Laserlichts. Die Stromstärkemessung soll zusätzlich zur Spannungsmessung durchgeführt werden, um Verzerrungen der Messwerte durch zu hohe Bestrahlungsstärken der Photodioden bei Spannungsmessungen ausschließen zu können.

Die Verwendung von zwei Photodioden ergibt sich aus der typischen Differenzmessung zum Nachweis des magnetooptischen Kerr-Effektes. Für die Differenzmessung wird das einfallende Licht zunächst im Winkel $\alpha_{\text{Pol}} = 45^{\circ}$ linear polarisiert. Bei Reflexion an der unmagnetisierten Probe $\vec{M} = 0$ werden die Analysatoren auf die Winkel $\alpha_{\text{Ana},1} = 0^{\circ}$ und $\alpha_{\text{Ana},2} = 90^{\circ}$ justiert. In diesem Zustand kann für beide Photodioden dieselbe Spannung bzw. Stromstärke gemessen werden. Die Intensität I des transmittierten Lichtanteils der Analysatoren wird nach dem Gesetz von Malus als

$$I_{\text{Ana1/2},\vec{M}=0} = I_0 \cos^2 \left(\alpha_{\text{Pol}} - \alpha_{\text{Ana1/2}} \right) = I_0 \cos^2 \left(\pm 45^{\circ} \right) = \frac{I_0}{2}$$
(5.93)

beschrieben [Nie04]. Dabei entspricht I_0 der Anfangsintensität des auf die Analysatoren einfallenden Lichtes. Eine Differenzmessung der Form $I_{\text{Ana1},\vec{M}=0} - I_{\text{Ana2},\vec{M}=0}$ führt damit zu einem verschwindenden Signal. Durch die Magnetisierung der Probe dreht sich die Polarisationsebene des reflektierten Lichtstrahls um die Kerr-Rotation Θ_{K} . Aufgrund der anfänglichen linearen Polarisation im Winkel $\alpha_{\text{Pol}} = 45^{\circ}$ ist die Polarisationsebene des an der magnetisierten Probe reflektierten Lichtes insgesamt um den Winkel $\alpha_{\text{Pol}} + \Theta_{\text{K}}$ verkippt. Dies bewirkt, dass bei einem der Analysatoren ein größerer Anteil und beim anderen Analysator ein kleinerer Anteil des Lichtes verglichen mit dem ursprünglichen Zustand transmittiert wird. Hier folgt nach dem Gesetz von Malus

$$I_{\text{Ana1/2},\vec{M}\neq0} = I_0 \cos^2 \left(\alpha_{\text{Pol}} + \Theta_{\text{K}} - \alpha_{\text{Ana1/2}} \right) = I_0 \cos^2 \left(\pm 45^\circ + \Theta_{\text{K}} \right)$$
(5.94)

für die beiden Analysatoren bei Magnetisierung der Probe [Nie04]. Mit dem trigonometrischen Zusammenhang

$$\cos^{2}\left(\pm\frac{\pi}{4}+x\right) = \pm\left(\frac{1}{2}-\sin(x)\cos(x)\right)$$
(5.95)

vereinfacht sich Gleichung (5.94) zu

$$I_{\text{Ana1/2},\vec{M}\neq0} = \pm I_0 \left(\frac{1}{2} - \sin\left(\Theta_{\text{K}}\right)\cos\left(\Theta_{\text{K}}\right)\right).$$
(5.96)

Durch die Differenzmessung wird die relevante Winkeländerung $\Theta_{\rm K}$ jedoch mit zweifacher Effektstärke als

$$I_{\text{Ana1},\vec{M}\neq0} - I_{\text{Ana2},\vec{M}\neq0} = 2 \cdot I_0 \left(\frac{1}{2} - \sin\left(\Theta_{\text{K}}\right)\cos\left(\Theta_{\text{K}}\right)\right)$$
(5.97)

detektiert, sodass das Differenzsignal bei Magnetisierung der Probe eine von Null verschiedene Intensität nachweist. Aufgrund der zu erwartenden kleinen Effekte kann diese Messmethode somit auch als eine Möglichkeit der Signalverstärkung genutzt werden.

Neben der Verwendung zweier Photodioden zur Differenzmessung ist es auch möglich lediglich eine einzelne Photodiode zu nutzen. Hierfür wird der Strahlteilwürfel sowie der senkrecht zum Verlauf des reflektierten Laserstrahls positionierte Analysator mitsamt Photodiode entfernt. Um auch mit dieser Methode ohne Probenmagnetisierung ein verschwindendes Signal an der Photodiode zu erhalten, werden der Polarisator und Analysator im Winkel von 90° gekreuzt ($\alpha_{Pol} = 90^\circ$, $\alpha_{Ana1} = 0^\circ$). Ohne Probenmagnetisierung eisierung ergibt sich somit

$$I_{\text{Ana1},\vec{M}=0} = I_0 \cos^2 \left(\alpha_{\text{Pol}} - \alpha_{\text{Ana1}} \right) = I_0 \cos^2 \left(90^{\circ} \right) = 0 \tag{5.98}$$

als Intensität des transmittierten Lichtanteils des Analysators im Grundzustand. Die Drehung der Polarisationsebene um die Kerr-Rotation $\Theta_{\rm K}$ bei magnetisierter Probe

ergibt somit

$$I_{\text{Ana1},\vec{M}\neq0} = I_0 \cos^2 \left(\alpha_{\text{Pol}} + \Theta_{\text{K}} - \alpha_{\text{Ana1}} \right) = I_0 \cos^2 \left(90^\circ + \Theta_{\text{K}} \right)$$
(5.99)

als nicht verschwindendes Signal der Photodiode. Mit dem trigonometrischen Zusammenhang

$$\cos^{2}\left(\pm\frac{\pi}{2}+x\right) = \sin^{2}(x)$$
 (5.100)

führt dies abschließend zur Vereinfachung

$$I_{\text{Ana1},\vec{M}\neq 0} = I_0 \sin^2(\Theta_{\text{K}}).$$
 (5.101)

Im Vergleich zur Differenzmessung mit zwei Photodioden sind die technischen Voraussetzungen und die Justierung des Versuchsaufbaus bei Nutzung einer einzelnen Photodiode noch stärker vereinfacht. In Kapitel 5.4.3 soll durch unterschiedliche Variationen des Aufbaus erläutert werden, welche Güte die Ergebnisse der beiden Methoden für den Einsatz des Versuchs in der Lehre erwarten lassen. Für die Signale der Photodioden werden zudem Spannungs- und Stromstärkemessungen durchgeführt, um auch hier bestimmte Vor- oder Nachteile der Messmethoden kennzeichnen zu können. Die Messung der Spannung und Stromstärke erfolgt mit einem in der Lehre und vor allem in der Schule häufig genutztem Messwerterfassungssystem (LD Didactic, Typ 524 221, CASSY Lab 2) mit vorgeschaltetem Verstärker. Die Nutzung weiterer technischer Elemente wie dem zuvor genannten photoelastischen Modulator oder ähnlicher Geräte entfällt. Da die Signale der Photodioden gewisse Signalstörungen aufweisen, wird zudem ein Tiefpassfilter zur Unterdrückung störender Einflüsse als möglicherweise sinnvoll erachtet. Auch für dieses Element wird die Notwendigkeit in Kapitel 5.4.3 ausführlich diskutiert.

Der Versuchsaufbau wird vollständig auf einer mikrooptischen Bank montiert. Weitere mechanische Abschirmungen gegen Strahlung der Umgebung werden nicht genutzt, da das elektronische Rauschsignal des verwendeten Messwerterfassungssystem deutlich stärker ist als die Einflüsse der Umgebung.

Für die Magnetisierung der Probe wird ein Elektromagnet bestehend aus drei Spulen (LD Didactic, Typ 562 13, N = 250, I = 5 A, $R = 0.6 \Omega$) auf einem Eisenkern genutzt. Der verwendete Elektromagnet weist den Vorteil auf, dass die angelegte Stromstärke

manuell variiert werden kann. Um hinreichend große Magnetfelder zu erzielen, kann die Stromstärke der Spulen für kurze Zeit auf I = 10 A eingestellt werden. Die Aufnahme der Hysterese erfolgt durch manuelle Regelung der Stromstärke von I = 0 A auf I = 10 A und von dort auf I = 0 A. Nach ebenfalls manueller Umpolung erfolgt die Regelung auf I = -10 A und zurück auf I = 0 A. Auf diese Art und Weise wird die Hysteresekurve vollständig durchlaufen. Ein vollständiger Durchlauf bei manueller Regelung benötigt bei jeder Messung näherungsweise $t \approx 40$ s. Zur Messung der magnetischen Flussdichte des Elektromagneten wird unmittelbar vor der Probe auf der dem Elektromagneten abgewandten Seite eine Hallsonde (LD Didactic Typ, 524 0381, Kombi B-Sonde S) eingebracht. Durch vorherige Messungen wird sichergestellt, dass das Magnetfeld im Bereich der Probe in z-Richtung, d. h. senkrecht zur Probenoberfläche, keine Abweichungen in der Ebene der Probe besitzt.

Insgesamt sollen diese Messungen Auskunft über die Vor- und Nachteile bei Nutzung einer oder zweier Photodioden bzw. Stromstärke- oder Spannungsmessung geben und über die Notwendigkeit eines Tiefpassfilter aufklären. Zudem sollen die grundsätz-



Abbildung 5.22: Foto des Versuchsaufbaus zur Messung des polaren magnetooptischen Kerr-Effekts mit schulischen Mitteln.

lichen Gelingensbedingungen zum Nachweis des magnetooptischen Kerr-Effektes im Vergleich zu technisch komplexeren Aufbauten analysiert werden. Zusätzlich wird der Versuch vollständig mit schulischen Mitteln ohne mikrooptische Bank konstruiert, siehe Abbildung 5.22. Dieser Aufbau verwendet nur die einfachst denkbare Konfiguration mit einer einzelnen Photodiode und Spannungsmessung an eben dieser ohne Tiefpassfilter. Die Messergebnisse dieses Aufbaus sollen ebenfalls mit den zuvor genannten in Kapitel 5.4.3 verglichen werden.

5.4.3 Messergebnisse und Diskussion

Zur Analyse der Gelingensbedingungen und der möglichen Qualität von Ergebnissen bei der Untersuchung des magnetooptischen Kerr-Effekts mit dem in Kapitel 5.4.2 beschriebenen Aufbau werden zunächst Messungen mit acht Variationen des Versuchsaufbaus bzw. der Messgrößen auf der mikrooptischen Bank durchgeführt, siehe Tabelle 5.4.

Die Messergebnisse entsprechen der Bestimmung der ferromagnetischen Hysteresekurve einer Co/Pt-Probe durch eine Messapparatur auf der mikrooptischen Bank. Diese sind für die acht in Tabelle 5.4 aufgeführten Variationen in den Abbildungen 5.23 bei Verwendung einer Photodiode und 5.24 bei Durchführung einer Differenzmessung mit zwei Photodioden dargestellt. Um die Reproduzierbarkeit der Messergebnisse zu gewährleisten werden für jede Konfiguration des Versuchsaufbaus drei separate Messungen durchgeführt bei denen jeweils, wie in Kapitel 5.4.2 beschrieben, die Hysteresekurve vollständig manuell durch Variation der Stromstärke des Elektromagneten vermessen wird.

Ein Gesamtvergleich aller Messungen zeigt, dass die grundsätzliche Form der Hysteresekurve der untersuchten Co/Pt-Probe unter allen acht Variationen gut übereinstimmt. Damit ist zunächst allgemein erwiesen, dass ein Versuchsaufbau mit technisch stark reduziertem Aufwand verglichen mit typischerweise in Praktika verwendeten Ap-

| # Photodioden | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 | 2 |
|----------------|------|----|------|----|------|----|------|----|
| Messgröße | U | U | Ι | Ι | U | U | Ι | Ι |
| Tiefpassfilter | Nein | Ja | Nein | Ja | Nein | Ja | Nein | Ja |

Tabelle 5.4: Übersicht der Variationen des Versuchsaufbaus und der Messgrößen bei Durchführung von Experimenten zum polaren magnetooptischen Kerr-Effekt.

paraturen ausreichend für den Nachweis des magnetooptischen Kerr-Effekts sowie der damit verbundenen Messung einer ferromagnetischen Hysteresekurve ist. Die in Kapitel 5.4.2 beschriebene Gefahr zu hoher Bestrahlungsstärken der Photodioden und daraus resultierender Verzerrungen der Hysteresekurven besteht nach Betrachtung der Messergebnisse nicht. Aus diesem Grund erscheint es bei Reduktion der Bestrahlungsintensität durch eine entsprechende Ausrichtung der Polarisationsebene des Polarisators und der Analysatoren ausreichend eine Spannungsmessung der Photodioden durchzuführen.

Hinsichtlich des Vergleichs der Differenzmessung mit zwei Photodioden und der Messung mithilfe einer einzelnen Photodiode können die Messergebnisse keinen klaren Vorteil einer Differenzmessung beim durchgeführten Experiment nachweisen. Auch aus dieser Erkenntnis folgt, dass ein möglichst reduzierter Versuchsaufbau für die beschriebenen Messungen gute Messergebnisse ermöglicht. Eine quantitative Betrachtung der unterschiedlichen Messkurven in Abbildung 5.23 und 5.24 ergibt eine gemessene Koerzitivfeldstärke bzw. entsprechende magnetische Flussdichte der Probe von $B_{\rm c,Exp} = 35 - 40 \,\mathrm{mT}$. Da die Position der Hallsonde im Vergleich zur Position der Probe ca. einen Abstand von etwa $d = 2 - 3 \,\mathrm{mm}$ aufweist, ist davon auszugehen, dass die tatsächliche Koerzitivfeldstärke etwas größer ist. Aus diesem Grund kann von einer guten Übereinstimmung mit dem Literaturwert $B_{c,Lit} = 46 \,\mathrm{mT}$ bei Magnetisierung senkrecht zur Oberfläche ausgegangen werden [Maa01], sodass sämtliche Messungen auch quantitativ aussagekräftige Ergebnisse liefern. Für die in Tabelle 5.4 aufgeführten Konfigurationen des Versuchsaufbaus gilt es noch den Einfluss des Tiefpassfilters zu beurteilen. Bezüglich dieser Komponente der Apparatur liefern die Messergebnisse unterschiedliche Resultate. Während die Messungen mit zwei Photodioden, siehe Abbildung 5.23, schwach positiv von der Nutzung des Tiefpassfilters erkennbar durch ein geringeres Signalrauschen beeinflusst werden, wird die Form der Hysteresekurve bei den Messungen mit einer Photodiode, siehe Abbildung 5.24 verzerrt. Eine mögliche Erklärung für die unterschiedliche Einflussnahme des Tiefpassfilters könnte die mangelhafte Durchführung der Variation der Stromstärke des Elektromagneten bei den Messungen mit Tiefpassfilter und einer Photodiode sein. Bei zu schneller Variation der Stromstärke bewirkt der Tiefpassfilter eine Signalverzögerung, die sich in einer verzerrten Hysteresekurve abbilden kann. Da jedoch das Signalrauschen im Vergleich zur Effektstärke des magnetooptischen Kerr-Effekts bei allen Messungen als vergleichsweise gering eingeschätzt werden kann, weisen die Messergebnisse des Experimentes



Abbildung 5.23: Messergebnisse der magnetischen Hysterese einer Co/Pt-Probe mit mikrooptischer Bank und einer Photodiode. Zur Darstellung der Reproduzierbarkeit werden pro Versuchsaufbau drei Messungen durchgeführt und angegeben.



Abbildung 5.24: Messergebnisse der magnetischen Hysterese einer Co/Pt-Probe mit mikrooptischer Bank und zwei Photodioden. Zur Darstellung der Reproduzierbarkeit werden pro Versuchsaufbau drei Messungen durchgeführt und angegeben.

nicht auf die Notwendigkeit der Verwendung eines Tiefpassfilters hin.

Zusammenfassend lassen die unterschiedlichen Messungen auf der mikrooptischen Bank den Schluss zu, dass die Zielsetzung des Experimentes, d. h. die Aufnahme einer ferromagnetischen Hysteresekurve ausschließlich mit zwei Polfiltern (Polarisator und Analysator), einem Elektromagneten, einer Photodiode und einer Hallsonde über eine Spannungsmessung erfüllt werden kann. Da das gesamte Projekt *Magnetismus hoch* 4 im Anschluss an diese Arbeit auch die Aufbereitung der Inhalte für die Schule anstrebt, soll zusätzlich eine entsprechende Messung mit schulischen Mitteln durchgeführt werden. Für diese Messung, siehe Abbildung 5.22, stehen sämtliche Materialien typischerweise auch in Physiksammlungen an Schulen zu Verfügung. Einzig für das Probenmaterial muss die spezielle Co/Pt-Probe genutzt werden, deren Fertigung jedoch nur mit geringen Kosten verbunden ist.

Das Messergebnis, siehe Abbildung 5.25, wird mit derselben Probe wie die vorherigen Messungen durchgeführt. Der Verlauf der Hysteresekurve weist sowohl qualitativ als auch quantitativ hinsichtlich der gemessenen Koerzitivfeldstärke der Co/Pt-Probe starke Übereinstimmungen mit den vorherigen Messungen auf. Auch die Reproduzierbarkeit der Messergebnisse scheint für die Verwendung des Experimentes in der Lehre ausreichend gegeben.



Abbildung 5.25: Messergebnis der magnetischen Hysterese einer Co/Pt-Probe bei Spannungsmessung mit einer Photodiode ohne Tiefpassfilter und schulischen Mitteln.

Durch den Versuchsaufbau mit schulischen Mitteln kann die Weiterentwicklung der bestehenden Experimente zum magnetooptischen Kerr-Effekt durch Reduktion der technischen Voraussetzungen als erfolgreich beurteilt werden. Es erscheint sinnvoll, Lernenden ferromagnetische Hysteresekurven nicht nur theoretisch, wie in der fachlichen Klärung in Kapitel 4.1.4 erfolgt, zu vermitteln, sondern diese auch von den Lernenden selbsttätig bestimmen zu lassen. Der komplexe theoretische Hintergrund kann bei der Vermittlung auf die magnetisierungsabhängigen Reflexionseigenschaften zurückgeführt werden und liefert darüber hinaus eine interessante Verbindung elektromagnetischer und optischer Vorgänge. Das in diesem Kapitel beschriebene Experiment liefert hierfür einen Versuchsaufbau, der aufgrund seiner geringen technischen Voraussetzungen in nahezu allen Lehrkontexten realisierbar ist. Die verwendeten Komponenten sind den Lernenden bekannt und verlangen keine gesonderte Auseinandersetzung. Auch die manuelle Variation der Stromstärke zur selbsttägien Magnetisierung und Ummagnetisierung der Probe lässt Lernende vertieftere Einblicke in den Versuchsablauf gewinnen, als dies bei automatisierten Messungen vieler traditioneller Versuchsaufbauten zum magnetooptischen Kerr-Effekt der Fall ist.

Ein wichtiger Aspekt des Experimentes ist der Bezug der Gesamtmagnetisierung der Probe zur Ausrichtung magnetischer Dipolmomente und den Magnetisierungen der einzelnen Domänen. Da diese jedoch experimentell in dieser Form nicht zugänglich sind und im Rahmen des Projektes *Magnetismus hoch 4* nur innerhalb der fachlichen Inhalte und einer modellhaften Beschreibung vermittelt werden können, wird komplementär zu diesem Realexperiment eine interaktive Simulation entwickelt, siehe Kapitel 6.2.2, die eine Verbindung zwischen dem Realexperiment zum magnetooptischen Kerr-Effekt und der mikroskopischen Modellierung der Magnetisierung und Ummagnetisierung einer ferromagnetischen Substanz herstellt.

6 Digitale Inhalte und multimediale Visualisierungen

Digitale Inhalte und multimediale Visualisierungen stellen die dritte Komponente der multiplen Repräsentationen zur Vermittlung von Dia-, Para- und Ferromagnetismus im Projekt *Magnetismus hoch 4* dar. Die theoretischen Grundlagen und Argumente für die Verwendung solcher digitalen Medien zur Vermittlung von Physik werden in Kapitel 3 bereits eingehend beschrieben und diskutiert. Wie bei der Entwicklung der experimentellen Zugänge gilt auch für digitalen Inhalte, dass die Konzeption und Realisierung exemplarisch erfolgt. Mit Bezug zur fachlichen Klärung beziehen sich die multimedialen Visualisierungen ebenso wie die Realexperimente auf die makroskopische Ebene des Magnetismus und bereiten den Übergang zur Betrachtung der mikroskopischen Dimension vor.

Die konkreten Inhalte umfassen einen einführenden Kurzfilm sowie zwei interaktive Simulationen. Der einführende Kurzfilm, siehe Kapitel 6.1, soll Lernende zu Beginn einer Vermittlungseinheit zu den Themen Dia-, Para- und Ferromagnetismus zur Auseinandersetzung mit den Inhalten motivieren, Fragen als Ausgangspunkte für eine vertiefte Auseinandersetzung anregen und erste grundlegende Phänomene und Klassifizierungen darstellen. Der nachfolgend auch als Teaser bezeichnet Kurzfilm orientiert sich am Prinzip der narrativen Wissensvermittlung und entwickelt die Inhalte ausgehend von einem Gedankenexperiment. Die interaktiven Simulationen sind als komplementäre Elemente in Ergänzung zu den Realexperimenten anzusehen und sollen als Vermittler zwischen der theoretischen Sachstruktur und den real erfahrbaren Phänomenen fungieren.

Die Entwicklungsarbeit für sämtliche Inhalte erfolgt in Kooperation mit Designern, Kommunikationswissenschaftlern und Mediengestaltern, die an der Konzeption der Realisierungen beteiligt sind und die tatsächliche Ausgestaltung und Umsetzung der Inhalte durchführen. Bei der Konzeptionsarbeit werden durch die Expertise der Kommunikationswissenschaftler Gestaltungsprinzipien und Leitlinien zur Vermittlung bestimmter Inhalte durch Visualisierungen und andere Darstellungsformen eingebracht. Dies ist notwendig, um im Sinne der Cognitive Load Theory, siehe Kapitel 3.1.2, durch eine angemessene Gestaltung der Lernumgebung die kognitive Beanspruchung der Lernenden auf die Inhalte zu fokussieren und Verständnisschwierigkeiten aufgrund unpassender Realisierungen der digitalen Medien auszuschließen. In diesem Sinne orientiert sich die Vorgehensweise somit beispielsweise am Projekt "Quantendimensionen" von Heusler (2010), das ebenfalls die Vermittlung durch inhaltlich, aber auch gestalterisch professionelle Medien verfolgt [Heu10, Heu13].

6.1 Einführender Kurzfilm und Projektteaser

Der Teaser zum Projekt *Magnetismus hoch 4* bildet einen wichtigen Baustein zur Vermittlung der im Rahmen der fachlichen Klärung, siehe Kapitel 4, abgeleiteten Inhalte bei der praktischen Durchführung einer Lehreinheit. Der Teaser soll die grundlegenden Eigenschaften der drei zentralen magnetischen Erscheinungsformen in Form eines narrativen Animationsfilms einführen und dabei Fragen aufwerfen, die in einer vertieften Auseinandersetzung durch die Lernenden innerhalb einer Lehreinheit zum Thema Magnetismus untersucht werden können [Lau16c].

6.1.1 Planung und Konzeption

Für die Erarbeitung des Teasers muss anfänglich festgelegt werden, in welchem Kontext der Teaser eingesetzt werden soll. Es wäre denkbar, den Kurzfilm als eigenständiges Element bzw. autonomes Lehrmedium zu entwickeln oder aber eine Einbettung in ein bestimmtes Lehrkonzept vorauszusetzen. Weiterhin kann ein Film zur Vermittlung naturwissenschaftlicher Inhalte nur unter Berücksichtigung der Zielgruppe, d. h. bei Kenntnis des Alters und der Beziehung der Personen zum Fach angemessen konzipiert werden, da beispielsweise ein Teaser für jüngere Schülerinnen und Schüler der weiterführenden Schule als Teil des Physikunterrichtes andere Kriterien erfüllen muss, als dies bei einem eher populärwissenschaftlichen Beitrag für Erwachsene ohne direkten Bezug zum Fach der Fall ist.

Da der Teaser in das Projekt *Magnetismus hoch 4* eingebettet ist, ergibt sich, dass die Zielgruppe primär Lehramtsstudierende und Fachstudierende des Faches Physik umfasst. Zudem sollte der Film nicht als autonomes Lehrmedium verstanden werden,

sondern erfüllt seine Funktion als Baustein innerhalb der gesamten Lehreinheit. Durch diese Annahme ergibt sich direkt das Alter der Zielgruppe sowie eine Tendenz hinsichtlich des bisherigen Kenntnisstandes und der Einstellung zum Fach selbst. Es kann davon ausgegangen werden, dass sich eher physikaffine Personen mit Grundkenntnissen oder erweiterten Kenntnissen physikalischer Prinzipien in der Zielgruppe befinden. Es wird auch angenommen, dass diese Personen ein bestimmtes Wissen über die Natur der Naturwissenschaften (nature of science) besitzen. Innerhalb des Projektes soll der Kurzfilm eine erste Einführung in die gesamte Lehreinheit ergeben. Aus dieser Zielsetzung resultieren die zentralen Funktionen, die der Film als Teil des Gesamtprojektes erfüllen soll. Es wird angestrebt die Lernenden zu Beginn der Lehreinheit für die unterschiedlichen Inhalte zu motivieren. Das Aufwerfen von spannenden und interessanten Fragen, die die Studierenden zur vertieften Auseinandersetzung anregen, stellt dabei einen Kernaspekt der motivationalen Funktion des Teasers dar. Weiterhin muss aufgrund der aktuellen Praxis zur Vermittlung von Magnetismus, siehe Kapitel 2.1, davon ausgegangen werden, dass die Studierenden in ihrer bisherigen Auseinandersetzung mit magnetischen Phänomenen in Schule und Hochschule bestenfalls die Begriffe Dia- und Paramagnetismus als solche wahrgenommen haben. Da jedoch davon auszugehen ist, dass bei vielen Lernenden keine Kenntnisse über die den Begriffen zugeordneten Phänomene vorherrschen, soll der Teaser die Bezeichnungen Dia-, Paraund Ferromagnetismus mit dem jeweils grundlegenden typisierenden Verhalten der verschiedenen magnetischen Erscheinungsformen in Verbindung bringen.

Nach Festlegung von Zielgruppe und Zielsetzung des Teasers erfolgt die Planung der fachlichen Inhalte. In einer frühen Phase der Arbeit am Teaser werden sechs Inhaltsbereiche bzw. zu vertiefende Aspekte als relevant für den einführenden Kurzfilm angesehen:

- Da, wie bereits beschrieben, die Vermittlung einer Zuordnung der grundlegenden dia-, para- und ferromagnetischen Phänomene zu den Bezeichnungen der Magnetismusformen erfolgen soll, kann dieser Bereich als erster fachlicher Inhalt betrachtet werden. Der Teaser soll hier die starke oder schwache Anziehung bzw. Abstoßung eines Objektes durch ein inhomogenes äußeres Magnetfeld mit den zugehörigen magnetischen Erscheinungsformen in Verbindung setzen.
- 2. Aufgrund der Funktion als anregendes und motivierendes Element zu Beginn einer Lehreinheit sollten zudem *Alltagsbeispiele* dargestellt werden, sodass Lernende die Relevanz der vermittelten Inhalte erkennen können. Die Berücksichtigung

einer gewissen Nähe zur Lebenswelt der Lernenden wird auch bei der Konzeption der experimentellen Zugänge berücksichtigt, siehe Kapitel 5, da dieser Aspekt sich in allgemeinen Untersuchungen zur Motivation von Lernenden im Bereich der Fachdidaktik als lernförderlich erweist [Whi79, Sto00].

- 3. Die eindeutige Demonstration dia- und paramagnetischer Phänomene in der Lehre ist ausschließlich bei Verwendung starker Neodymmagneten oder durch spezielle Elektromagneten möglich. Die Stärke des äußeren magnetischen Feldes als Kriterium für die Wahrnehmung magnetischer Erscheinungen sollte somit ebenfalls im Teaser angerissen werden. Hinsichtlich der Stärke der Magnetfelder gilt es den Lernenden zu vermitteln, dass kein Zusammenhang zwischen der physischen Dimension eines Objektes und der zugehörigen Magnetfeldstärke existiert, da das Potential zur Erzeugung starker magnetischer Felder lediglich durch den Aufbau der Materie der Stoffe determiniert ist, siehe Abbildung 4.65.
- 4. Da sich der fehlende Zusammenhang zwischen physischer Größe und Stärke des Magnetfeldes beispielsweise durch den Vergleich von Durchmesser der Erde und Stärke des Erdmagnetfeldes offenbart und das *Erdmagnetfeld* zudem einen in der Lehre zum Magnetismus oft verwendeten Kontext darstellt, soll das Erdmagnetfeld ebenfalls im Teaser Berücksichtigung finden.
- 5. Einen wichtigen Aspekt der nachfolgenden vertieften Behandlung von Dia- und Paramagnetismus stellt die Zuordnung von Diamagnetismus zu den magnetischen Momenten mikroskopischer Kreisströme sowie Paramagnetismus zu den magnetischen Momenten der Elektronenspins dar. Um eine Auseinandersetzung mit diesen Inhalten zu motivieren, soll der Teaser bereits dazu anzuregen, dass die Lernenden sich die Frage nach der *Natur dia- und paramagnetischer Phänomene* stellen und nach den Ursachen für das grundlegend unterschiedliche Verhalten suchen.
- 6. Abschließend soll den Lernenden die zentrale Aussagen des Bohr-van Leeuwen-Theorems vermittelt werden, siehe Kapitel 4.2.2, nach dem sämtliche magnetische Eigenschaften sich nur durch eine quantenmechanische Modellierung beschreiben lassen. Dies erscheint notwendig, um den Lernenden zu zeigen, dass die oft durchgeführten semiklassischen Berechnungen, siehe Kapitel 4.2.1, ausschließlich Näherungs- und Anschauungscharakter besitzen und darüber hinaus nur bis zu einer gewissen fachlichen Tiefe tragfähig sind.

Eine Grundlage für den Einbezug unterschiedlicher Magnetfelder mit Alltagsbezug zur Demonstration der Stärke im Vergleich zur physischen Dimension liefert Tabelle 4.6 aus Kapitel 4.2.9.1. Da das Erdmagnetfeld, Kühlschrankmagneten, Lasthebemagneten sowie ein Magnetresonanztomograph in der Medizin den direktesten Bezug zur Lebenswelt der Schülerinnen und Schüler aufweisen, soll der Teaser sich diesen Anwendungen orientieren. Zudem werden diese Anwendungen auch bereits in anderen Vermittlungskonzepten zum Magnetismus eingesetzt, siehe Kapitel 2.3.

Die Anregung von Fragen zu den Ursachen magnetischer Phänomene ist besonders wichtig, da dieser Aspekt für ein Verständnis der verschiedenen Erscheinungsformen und die mikroskopische Dimension der magnetischen Erscheinungen bedeutsam ist. Es existieren unterschiedliche Möglichkeiten diesen Aspekt direkt oder indirekt in den Teaser zu integrieren. Ein möglicher Zugang, der als Ausgangspunkt für den einführenden Kurzfilm gewählt wird, ist folgendes Gedankenexperiment:

Im Alltag scheint es, als würden die allermeisten Objekte durch Magneten und Magnetfelder nicht beeinflusst. Dafür kann es zwei mögliche Ursachen geben. Entweder findet tatsächlich keinerlei Wechselwirkung zwischen Magnetfeldern und den meisten Gegenständen unserer Lebenswelt statt oder diese Wechselwirkung existiert in so schwacher Form, dass sie unbemerkt bleibt. Zur Überprüfung der zweiten Hypothese bräuchte es einen Magneten mit quasi beliebiger magnetischer Feldstärke, der gleichsam auf alle Objekte wirkt, deren magnetische Eigenschaften geprüft werden sollen. Was wäre wenn man das Magnetfeld der Erde verstärken würde? Welche Gegenstände würden nun Wechselwirkungen offenbaren?

Auf diese Art und Weise lässt sich bei starken Magnetfeldern zeigen, dass nahezu alle denkbaren Gegenstände und Substanzen magnetische Eigenschaften besitzen. Bei extrem starken Magnetfeldern folgt, dass in der Theorie, siehe Kapitel 4.2.9.1, und bei Vernachlässigung der Wirkungen auf die Zusammensetzung der Materie, sämtliche Gegenstände dem Diamagnetismus folgen und einen Schwebezustand einnähmen. Dieser Zustand würde sich unabhängig von den vorher nachgewiesenen magnetischen Stoffeigenschaften einstellen. Die Ursache findet sich theoretisch in den verschiedenen Ursachen der magnetischen Ausprägungen. Sobald bei para- und ferromagnetischen Stoffen alle Spins ausgerichtet sind, ist keine weitere Verstärkung der Gesamtmagnetisierung durch die Elektronenspins möglich. Die dem Diamagnetismus zugrunde liegenden Ströme können jedoch quasi beliebig verstärkt werden. Die Demonstration dieses Gedankenexperimentes und der Folgen lässt sich somit auf die unterschiedlichen Bausteine beziehen, sodass Lernende, die sich der Natur der magnetischen Erscheinungsformen im Laufe der Lehreinheit bewusst werden, Verständnis für den im Gedankenexperiment demonstrierten Zustand entwickeln. Ein frühes Storyboard aus der Entwicklungsphase des Teasers nach Bestimmung der Inhalte und Entwicklung des Gedankenexperimentes findet sich in Abbildung 6.1.



Abbildung 6.1: Storyboard einer frühen Phase in der Entwicklung des Projektteasers nach ersten inhaltlichen und konzeptionellen Überlegungen. Der Teaser weist in diesem Fall inhaltlich bereits die finale Grundstruktur auf.

Bei der Entwicklung des Gedankenexperimentes stellt sich die Frage, auf welches Objekt der Ursprung des starken Magnetfeldes bezogen werden soll. Ein wichtiges Kriterium ist hier zum einen, dass das Magnetfeld möglichst in einem großen Raum existiert und zunächst nicht stark lokalisiert erscheint, damit die Eigenschaften stets innerhalb derselben Umgebung für viele Objekte gleichzeitig betrachtet werden können. Das Erdmagnetfeld erfüllt diese Anforderung. Grundsätzlich erscheint auch die Übertragung der Situation auf einen Ort mit natürlicherweise extrem starken Magnetfeld, beispielsweise einen Neutronenstern, anstelle einer Verstärkung des Erdmagnetfeldes als Zustandsänderung auf der Erde möglich. Es besteht dabei jedoch möglicherweise die Gefahr, dass der Zusammenhang zwischen der Verstärkung des Magnetfeldes und dem diamagnetischen Schwebezustand nicht als solcher wahrgenommen, sondern auf weitere Aspekte, wie beispielsweise einen Ort geringer Gravitation, bezogen wird. Dies erscheint insbesondere dann plausibel, wenn man die häufig auftretende Vorstellung von Lernenden zur Gleichsetzung von magnetischen Kräften und Gravitationskräften einbezieht [Bar87, Tar98]. Die Betrachtung der Objekte innerhalb derselben Umgebung auf der Erde verdeutlicht die Variation der magnetischen Feldstärke als einziger Variablen. Zum anderen kann auf diese Art und Weise auch der Ursprung des Erdmagnetfeldes selbst, d. h. die Prozesse im flüssigen Teil des Erdkernes, im Teaser thematisiert und nachfolgend in der Lehreinheit mit Bezug zu diesem behandelt werden. Die Entscheidung, den Teaser als Gedankenexperiment zu konzipieren, stützt sich auf die Bedeutung von Gedankenexperimenten als Methode zur Genese naturwissenschaftlicher Erkenntnisse [Mac76, Wol87, Bot05], die Relevanz von Gedankenexperimenten für die Ausbildung von Kompetenzen im Bereich der Physik [Hel85, Lat01, Kös14] sowie gewisse motivationale Aspekte, die sich in populärwissenschaftlichen physikalischen Beiträgen zeigen [Mun14]. Insofern kann der Teaser auch auf einer Art Metaebene zur Diskussion über die Legitimation und Charakteristika von Gedankenexperi-

Der Teaser orientiert sich zudem am Prinzip der narrativen Wissensvermittlung (story telling). Dieses Prinzip gilt in unterschiedlichen Fächern und auch in der Physik als alternatives Vermittlungskonzept mit einem großen Potential zur Motivation der Lernenden [Abr98, Fuc15]. Die Geschichte im Teaser bezieht sich auf einen Wissenschaftler, der das zuvor genannte Gedankenexperiment entwickelt. Die Verwendung des animierte Kurzfilms ermöglicht weiterhin die scheinbare Realisierung des Gedankenexperimentes durch den Wissenschaftler. Die Darstellung und Eigenschaften der Persönlichkeit des Wissenschaftlers, siehe Abbildung 6.2, weisen viele Attribute auf, die einem Wissenschaftler typischerweise zugewiesen werden. Mögliche negative Aspekte auf die Lernenden bezüglich der Einstellung zum Fach Physik werden aufgrund der ohnehin physikaffinen Zielgruppe nicht erwartet. Eine Verwendung des Teaser mit einer entsprechenden Darstellung des Wissenschaftlers bei jüngeren Lernenden könnte hingegen problematisch sein, wie unterschiedliche Studien zeigen [Hof08]. Wichtig

menten genutzt werden.

für die Wirkung des Wissenschaftlers im Teaser ist, dass diesem die durchgeführten Handlungen und Ideen nachvollziehbar zugewiesen werden und keine Brüche in der Logik der Erzählung resultieren. Für zukünftige Entwicklungsarbeiten sollten jedoch Genderaspekte und Befunde aus dem Bereich der Natur der Naturwissenschaften zur Darstellung von Personen der Wissenschaft in entsprechenden digitalen Medien unabhängig von der Zielgruppe stärker Berücksichtigung finden.

Abbildung 6.2 zeigt die Figur des Wissenschaftler in unterschiedlichen Gefühlszuständen, die verschiedenen Phasen des Teasers zugeordnet werden können. Insgesamt bedient sich die Verwendung der Methode der narrativen Wissensvermittlung an bestimmten Stellen und so auch bei der Persönlichkeit des Wissenschaftlers Übertreibungen und Zuspitzungen, die zusätzlich das Interesse der Lernenden wecken sollen. Diese Stilmittel beziehen sich jedoch ausschließlich auf erzählerische Elemente des Kurzfilmes. Bezüglich der fachlichen Inhalte besteht der Anspruch im Rahmen des Gedankenexperimentes logische Inhalte darzustellen, die sich aus den zugrunde liegenden Theorien ableiten lassen.

Die bisherige Beschreibung der Konzeption des Teaser befasst sich nur mit inhaltlichen Aspekten ohne Berücksichtigung unterschiedlicher Gestaltungselemente. Diese werden zusammen mit einer kurzen Beschreibung der finalen Realisierung nachfolgend in Kapitel 6.1.2 beschrieben.



Abbildung 6.2: Stiltest zur Darstellung des Wissenschaftlers für unterschiedliche Phasen des Teasers. Die Visualisierung unterstützt in diesem Fall die angestrebte Wirkung der Person des Wissenschaftlers.

6.1.2 Gestaltungselemente und Realisierung

Die Realisierung der Darstellung der Inhalte erfolgt durch professionelle Mediengestalter, die kooperativ auch an der gestalterischen Konzeptentwicklung beteiligt sind. Bezüglich der Darstellung des Teaser soll eine Bildsprache und Darstellungsform gewählt werden, die auch für die weiteren digitalen Inhalte des Projektes *Magnetismus hoch* 4, d. h. die interaktiven Simulationen, siehe Kapitel 6.2.1 und 6.2.2, verwendet werden kann [Lau15b].

Die Darstellungsform des Teaser kann als eher abstrakt und comicähnlich bezeichnet werden und grenzt sich damit bewusst von stärker realistischen Formen der Visualisierung ab. Für die Entscheidung eine solche Darstellungsform mit einem verstärktem Maß an Abstraktion zu wählen existieren vornehmlich drei Argumente:

- 1. Der Teaser besitzt aufgrund des Gedankenexperimentes einen theoretischen und hypothetischen Charakter. Die dargestellten Sachinhalte entsprechen in Teilen real beobachtbaren Phänomenen und stellen in anderen Teilen die logischen Schlussfolgerungen theoretischer Annahmen dar. Die abstrakte Darstellungsform soll einen zusätzlichen Hinweis auf die teilweise nur theoretisch und innerhalb des Gedankenexperimentes realisierbaren Zusammenhänge liefern. Für die interaktiven Simulationen wird besonderer Wert auf die Komplementarität dieser Inhalte in Ergänzung zu Realexperimenten gelegt, siehe Kapitel 6.2.1 und 6.2.2. Auch hier erscheint eine comicähnliche Darstellungsform geeignet, um die unterschiedlichen Ebenen klar voneinander abzugrenzen.
- 2. Die verwendete Art der Visualisierung ermöglicht eine Reduktion der Darstellung und damit eine Fokussierung auf die wesentlichen Inhalte. Dieser Aspekt ist notwendig, um die Aufmerksamkeit der Lernenden auf relevante Aspekte zu lenken. Bei realistischeren Darstellungen besteht die Gefahr, dass bestimmte Bildelemente die Lernenden unnötigerweise zusätzlich kognitiv beanspruchen.
- 3. Die abstrakte Darstellung ermöglicht konsistente und bruchlose Übergange zwischen unterschiedlichen Bildebenen. Mit dieser Art der Visualisierung ist es u. a. möglich aus einer Realsituation, wie beispielsweise der Darstellung des Wissenschaftlers auf dem Sofa, direkt in eine abstrakte und formalistische Darstellung, wie beispielsweise der Skala zur Einordnung der magnetischen Feldstärken, überzugehen. Dies erlaubt viele Freiheiten in der Gestaltung und im Zusammenspiel stärker narrativer und eher formalistischer Elemente.

Von besonderer Bedeutung ist das durch den Teaser eingeführte Farbsystem, siehe Abbildung 6.3, das für sämtliche weiterführenden analogen und digitalen Inhalte genutzt werden kann. Die Einführung im Teaser erfolgt implizit durch die Verwendung des Farbsystems, ohne dieses explizit zu benennen oder zu erläutern.

Das Farbsystem weist jeder magnetischen Erscheinungsform eine entsprechende Farbe zu, siehe Abbildung 6.3. Dabei werden für Dia- und Elektromagnetismus sowie Paraund Ferromagnetismus verwandte Farben gewählt, die dem jeweils anderen Paar im Farbkreis gegenüberstehen. Insofern orientiert sich die Zuweisung der Farben an den beiden unterschiedlichen Ursachen für magnetische Momente, d. h. an mikroskopischen Strömen und Elektronenspins im Sinne der fachlichen Klärung. Durch die Intensität der Farbe wird zusätzlich die Stärke der Magnetisierung des Objektes veranschaulicht. Sämtliche nicht magnetisierten Gegenstände und der Hintergrund werden in Grautönen dargestellt. Auf diese Art und Weise wird den magnetischen Erscheinungsformen somit jeweils eine eindeutige Visualisierung zugewiesen und es werden durch die Farbgebung insgesamt die magnetisierten Elemente hervorgehoben.

Bei der finalen Realisierung des Teasers und der abschließenden Version des Storyboards, siehe Abbildung 6.4, werden fünf der insgesamt sechs angestrebten Aspekte und Inhaltsbereiche, siehe Kapitel 6.1.1, tatsächlich berücksichtigt. Ein ursprünglich geplantes Segment zu den quantenmechanischen Ursachen entfällt. Insgesamt orientieren sich sämtliche Inhalte an praktischen Handlungen, Phänomenen und deren Wirkungen. Die Diskussion bzw. Einführung der Quantenmechanik als Erklärungsmodell



Abbildung 6.3: Farbschema für die Visualisierung der Stärke und Art der Magnetismusform eines Objektes. Durch die Zuordnung von Farben zu den magnetischen Erscheinungsformen kann in den digitalen Medien stets ohne explizite Angabe die Information zur Magnetismusform berücksichtigt werden.



Abbildung 6.4: Storyboardähnliche Darstellung der finalen Realisierung des Projektteasers.

zur theoretischen Beschreibung der Phänomene entspricht der Einführung einer zusätzlichen theoretischen Ebene. Dadurch besteht möglicherweise die Gefahr, der angestrebten positiven Wirkung auf die Motivation der Lernenden entgegenzuwirken. Weiterhin entspricht die phänomenologische Ausrichtung des Teaser der einführenden Strukturierung der Sachstruktur. Da in dieser die quantenmechanischen Ursachen erst deutlich später behandelt werden, erscheint es sinnvoll diesen Aspekt auch innerhalb der digitalen Inhalte zu einem späteren Zeitpunkt, beispielsweise in einer Fortsetzung des Teasers für die mikroskopische Ebene des Magnetismus, einzuführen.

Zusätzlich zu den bisher genannten Aspekten zum Magnetismus werden in der finalen Version des Teasers an bestimmten Stellen noch weitere Details eingefügt, die ebenfalls die gesonderte Vertiefung im Rahmen der Lehreinheit ermöglichen. Mithilfe des Teaser erscheint es möglich, folgende Fragen in der vertieften Auseinandersetzung zu behandeln:

- 1. Wie unterscheidet sich das Verhalten von dia-, para- und ferromagnetischen Stoffen im äußeren Magnetfeld?
- 2. Welche physikalischen Ursachen liegen Dia-, Para- und Ferromagnetismus zugrunde?

- 3. Welche typischen Größenordnungen besitzen unterschiedliche Magneten des Alltages?
- 4. Wie entsteht das Erdmagnetfeld und welche Eigenschaften besitzt es?
- 5. Wie lässt sich die diamagnetische Levitation experimentell realisieren?
- 6. Welchen theoretischen Prinzipien folgt der Bau eines Elektromagneten und welche praktischen Grenzen existieren?
- 7. Welche Bedeutung besitzen Gedankenexperimente für die Erkenntnisgewinnung in der Physik?

Neben der Visualisierung durch Mediengestalter und Illustratoren erfolgt eine Vertonung des Films in Form von Geräuschen und Musik. Weiterhin wird ein Erzähler genutzt, der den Verlauf der Geschichte beschreibt und teilweise die Perspektive des Wissenschaftlers verbalisiert. Eine deutsche sowie eine englische Version des Sprechertextes finden sich in Anhang D.1 und D.2.

6.2 Interaktive Simulationen

Die Entwicklung interaktiver Simulationen, nachfolgend teilweise auch als Widgets bezeichnet, erfolgt für die beiden exemplarischen Inhalte jeweils mit direktem Bezugs zu einem der in Kapitel 5 beschriebenen Realexperimente. Während sich die interaktive Simulation Magnetismuswaage am gleichnamigen experimentellen Zugang gemäß Kapitel 5.3 orientiert, besteht für das Widget zur ferromagnetischen Magnetisierungskurve ein Zusammenhang zum magnetooptischen Kerr-Effekt, siehe Kapitel 5.4. Für beide Simulationen gilt, dass der Einsatz jeweils ergänzend zum Realexperiment und nicht als Ersatz erfolgen soll. Die Bedeutung des praktischen Experimentierens wird in Kapitel 3.1.3 eingehend beschrieben.

Die Verbindung von Realexperiment und digitalem Medium beinhaltet überdies Bezüge zu unterschiedlichen Repräsentationsebenen und auch zu unterschiedlichen Zugängen zum sensorischen Gedächtnis, siehe Abbildung 3.2. In den Kapiteln 3.1.1 und 3.1.2 werden allgemeine Prinzipien der Wissensvermittlung mit Bezug zu unterschiedlichen Repräsentationsformen diskutiert. Das in diesem Kontext beschriebene EIS-Prinzip empfiehlt die Verwendung enaktiver, ikonischer und symbolischer Repräsentationen. In Abbildung 3.2 werden diese drei unterschiedlichen Repräsentationsformen auf das Hören, Sehen und Fühlen und somit verschiedene Zugänge zum sensorischen Gedächtnis bezogen. Die nachfolgend beschriebenen interaktiven Simulationen, in ihrer Funktion als ergänzende Lehrelemente in Verbindung zu realen Experimenten, lassen sich im Sinne der in Kapitel 3.1 dargestellten allgemeinen Ausführungen zu Lerntheorien wir folgt deuten.

Die Durchführung eines Realexperimentes ermöglicht einerseits den Aufbau von experimenteller Handlungskompetenz. In dieser Interpretation entspricht das Experiment einer enaktiven Interpretationsform. Darüber hinaus ist es jedoch auch möglich, eher theoriebezogene fachliche Inhalte mithilfe von Experimenten zu erschließen. Damit eine experimentelle Handlung diese Funktion erfüllen kann, ist es jedoch notwendig die Phänomene und Vorgänge zu deuten und mit Modellen zu beschreiben. Diese Modelle sind in der Physik typischerweise zunächst theoretische Konstrukte und werden vielfach mit zugehörigen symbolischen Repräsentationsformen identifiziert. In der Lehre werden Phänomen und Modell häufig in unterschiedlichem Maß aufeinander bezogen. Es erscheint jedoch sinnvoll, einen starken Bezug herzustellen, um theoretischen Erkenntnissen durch reale Erlebnisse eine Sinnhaftigkeit zuzuweisen und umgekehrt Interpretationen für zunächst ungeklärte Phänomene zu ermöglichen. Das digitale Element, in diesem Kapitel also die interaktiven Simulationen, bieten die Möglichkeit, experimentelle Tätigkeiten in ähnlicher Form zu reproduzieren und dabei unmittelbar die Modellierung in Form zugehöriger Visualisierungen einzuführen. Durch den digitalen Inhalt, der in diesem Fall einer ikonischen Repräsentationsform entspricht, werden sowohl das Realexperiment als auch der theoretische Hintergrund in ihrer ursprünglichen Erscheinung leicht angepasst. Dabei bleiben jedoch die Kernelemente der beiden Repräsentationsformen erhalten. Die interaktive Simulation übernimmt in diesem Sinne eine Brückenfunktion in der Übersetzung zwischen Phänomen und Theorie.

Aus der formulierten Zielsetzung resultieren drei Schnittstellen, die sich auf die Beziehung von ikonischer und enaktiver Repräsentationsform (digitaler Inhalt und Realexperiment), enaktiver und symbolischer Repräsentationsform (Realexperiment und Theorie) sowie symbolischer und ikonischer Repräsentationsform (Theorie und digitaler Inhalt) beziehen. In Kapitel 3.1.3 werden diese Schnittstellen bereits teilweise mit Bezug zur aktuellen Forschung und zur aktuellen Vermittlungspraxis beschrieben. Hinsichtlich des Bezuges von Theorie und Realexperiment wird angeführt, dass bereits seit längerer Zeit die Sinnhaftigkeit von Experimenten als Lehrelementen kontrovers diskutiert wird [Bör12]. Für die Vermittlungspraxis stellen Realexperimente jedoch seit jeher wichtige Bestandteile der Lehre dar. Dabei gilt insbesondere die Art und Weise Einbettung eines Experimentes in die Vermittlungssituation als entscheidend für die Wirkung [Tes04, Fis14]. Eben dieser Einbezug des Experimentes in den Lehrkontext kann möglicherweise durch ein entsprechend geartetes digitales Element erleichtert werden. Da diese Arbeit bezüglich der fachlichen Inhalte einem phänomenologischen Ansatz folgt, werden Realexperimente als ergänzende Elemente zur Theorie als bedeutsam angesehen, sodass diese Schnittstelle, auch aufgrund vieler vorheriger Forschungsarbeiten, an dieser Stelle nicht näher zu analysieren ist. Wie ebenfalls in Kapitel 3.1.3 dargestellt, existieren zudem bereits viele digitale Inhalte und ikonische Repräsentationen in Ergänzung zu fachlichen Theorien [Alt04, Wag06a, Wag06b, Kir07, Wie08a, Wie08b, Wie10a, Deb13]. Die bisherigen Studien deuten an, dass bei entsprechender Berücksichtigung von Kriterien zur Erstellung und Wirkung digitaler Inhalte, die sich beispielsweise aus dem Multimedia-Prinzip von Mayer (1997) ergeben [May97, May01, May06], eine lernförderliche Wirkung einstellt. Auch für die Schnittstelle von digitalem Inhalt und Theorie existieren somit bereits unterschiedlichste Forschungsarbeiten.

Ein Defizit weist die physikdidaktische Forschung jedoch bezüglich der Schnittstelle von Realexperiment und digitalem Inhalt auf. Hier existieren bislang lediglich einzelne Ansätze, die Bezüge zwischen diesen beiden Repräsentationsformen darstellen. Beispielhaft sollen an dieser Stelle die "Interaktiven Bildschirmexperimente" der FU Berlin [Kir07, Kir10] sowie die Simulationen und Animationen des Projektes "Physics Education Technology" (PhET) der University of Colorado at Boulder [Per06, Ste09, Pod10, Wie08a, Wie08b, Wie10a, siehe Kapitel 3.1.3, genannt werden. Interaktive Bildschirmexperimente streben u.a. die Ersetzung von realen Experimenten durch digitale Medien an und nutzen häufig nicht die Vorteile digitaler Medien, wie das unbegrenzte Potential zur Modellierung und Visualisierung von Zusammenhängen, siehe Kapitel 3.1.3. Die Applets des Projektes PhET werden vielfach unabhängig vom konkreten Realexperiment konzipiert, sodass dieser Bezug durch die Lehrkraft oder den Lernenden selbst hergestellt werden muss. Die bisherigen Ansätze nutzen die Chancen multipler Repräsentationen somit nicht umfassend. Im Gegensatz dazu besteht durch den integrativen Einsatz der beiden Repräsentationsformen möglicherweise ein entscheidender Vorteil. Während digitale Inhalte große Transparenz aufweisen und quasi beliebige Aspekte visualisiert werden können, beinhaltet das Realexperiment ein hohes Maß an Verbindlichkeit und Glaubwürdigkeit. Aus diesem Grund sollen die nachfolgend beschriebenen interaktiven Simulationen als Ergänzung der spezifischen experimentellen Zugänge betrachtet werden. Dabei gilt es herauszustellen, welche Aspekte eher im Realexperiment erfahrbar sind und an welcher Stelle die Simulation eine vertiefte Auseinandersetzung ermöglicht. Durch diese Grundausrichtung soll vermieden werden, dass es zu starken inhaltlichen Überschneidungen zwischen den beiden Repräsentationsformen kommt. Darüber hinaus beinhalten die digitalen Inhalte stets auch die ikonische Repräsentationen der theoretischen Grundlagen und vereinen somit die drei relevanten Repräsentationsformen. Da der Bedeutung von realem Experiment und digitalem Inhalt somit eine große Bedeutung zukommt, werden nach Beschreibung der beiden interaktiven Simulationen jeweils die charakteristischen Elemente der beiden Repräsentationsformen mit Bezug zum konkreten Inhalt beschrieben.

Die Entwicklung der Widgets erfolgt ebenfalls in Zusammenarbeit mit Illustratoren und Mediengestaltern. Die Entwicklung der interaktiven Simulation zur Magnetismuswaage erfolgt im Anschluss an die Fertigstellung des Teasers, sodass die dort eingeführte eher abstrakter Darstellungsform und die verwendete Farbcodierung, siehe Kapitel 6.1.2, in diesem Widget bereits Berücksichtigung findet. Die Entwicklung der interaktiven Simulation zu den Magnetisierungskurven erfolgt zeitlich vor dem einführenden Kurzfilm. Da hier bereits Ergebnisse der Praxisdurchführung vorliegen, siehe Kapitel 7.5, wird im Anschluss an dieser Arbeit eine ausführliche inhaltliche und gestalterische Überarbeitung dieser Simulation erfolgen, die die einheitliche Bildsprache des Teasers aufgreift. Aus diesen Gründen erfolgt keine gesonderte Beschreibung der Darstellungsform des Widgets zu den Magnetisierungskurven.

6.2.1 Interaktive Simulation I - Magnetismuswaage

Die interaktive Simulation Magnetismuswaage, siehe Abbildung 6.5, wird komplementär zum gleichnamigen Realexperiment, siehe Kapitel 5.3, entwickelt. Die Magnetismuswaage beschäftigt sich mit der Bestimmung magnetischer Materialeigenschaften durch einen simplen Versuchsaufbau. Dieses Messprinzip wird von der Simulation aufgegriffen. Die Funktionsweise der finalen Version der Simulation wird mit Bezug zu den fachlichen Inhalten nachfolgend in Kapitel 6.2.1.2 erläutert. Die Entwicklung der finalen Version des Widgets stellt das Ergebnis eines ausführlichen Entwicklungsprozesses dar. Da das Projekt *Magnetismus hoch 4* nach dem Design-Based Research-Ansatz ausgehend von einer theoretischen Grundlage Inhalte zunächst konzipiert und im Anschluss daran in der Praxis einsetzt, um so Überarbeitungen unter Berücksichtigung der Analyse der Praxiserfahrungen vorzunehmen, müssen bei der Entwicklung bestimmte Entscheidungen zunächst wohlüberlegt getroffen werden. In Kapitel 6.2.1.1 sollen der Entwicklungsprozess und kritische Entscheidungen, die im Rahmen der Praxisdurchführung evaluiert werden müssen, vor der Beschreibung der finalen Version erläutert werden. Da die Simulation als komplementäres Element zum Realexperiment konzipiert wird, erfolgt in Kapitel 6.2.1.3 ein kurzer Vergleich der beiden Repräsentationsformen, der aufzeigen soll, welche inhaltlichen und übergeordneten Konzepte in den jeweiligen Elementen berücksichtigt werden. Dieser Vergleich bezieht sich somit auf die Schnittstelle von enaktiver und symbolischer Repräsentationsform, wie zuvor beschrieben.



Abbildung 6.5: Benutzeroberfläche der interaktiven Simulation zur Magnetismuswaage in einer fortgeschrittenen Ansicht.

6.2.1.1 Entwicklungsprozess und Entscheidungsfindung

Der Entwicklungprozess der interaktiven Simulation stellt einen elementarisierenden Vorgang dar. Dabei gilt es die relevanten fachlichen Inhalte sowie die Elemente der praktischen Durchführung des Experimentes zu analysieren und Entscheidungen zur Berücksichtigung oder dem Ausschluss bestimmter Aspekte bei der Entwicklung der interaktiven Simulation zu treffen.

Das Realexperiment zur Magnetismuswaage ermöglicht die phänomenologische Demonstration der dia- und paramagnetischen Eigenschaften von Alltagsmaterialien. Zudem erlaubt das Experiment die quantitative Bestimmung der magnetischen Volumensuszeptibilität χ_V , siehe Kapitel 5.3. Für das Verständnis der Vorgänge beim Experiment ist es notwendig eine angemessene Modellierung zu wählen, die es ermöglicht die theoretischen Kenntnisse über Dia- und Paramagnetismus, siehe Kapitel 4.1.1, auf das Experiment zu beziehen. Geeignete Größen zur Modellierung der Vorgänge im untersuchten Objekt stellen die Magnetisierung oder die magnetischen Dipolmomente der Probe dar. Im Sinne multipler Repräsentationen kann die interaktive Simulation durch die Visualisierung dieser physikalischen Größen die Durchführung des Experimentes mit der theoretischen Modellierung verknüpfen, wobei das sensorische Ge-



Abbildung 6.6: Visualisierung der Magnetisierung in der interaktiven Simulation zur Magnetismuswaage mit spezieller Pfeilrepräsentation. Die Entwicklung der eigenen Pfeilrepräsentation ist notwendig, um Überschneidungen mit anderen typischen Pfeilen, wie z. B. Kraftpfeilen zu vermeiden.

dächtnis auf vielfältige Art und Weise angesprochen wird.

Für die Visualisierung der magnetischen Momente bzw. der Magnetisierungen ist eine angemessene Repräsentation dieser physikalischen Größe notwendig. Bei Diskussion über potentielle Visualisierungen der Magnetisierung im Rahmen des Entwicklungsprozesses zeigt sich, dass die klassische Pfeilrepräsentation große Übereinstimmungen mit Kraftpfeilen aufweist. Um zu vermeiden, dass die Lernenden die Pfeilrepräsentationen der Magnetisierung mit Kraftpfeilen verwechseln und so fachlich falsche Schlussfolgerungen ziehen bzw. fachlich nicht adäquate Vorstellungen entwickeln, wird in der interaktiven Simulation eine spezielle Repräsentation der Magnetisierungspfeile eingeführt, siehe Abbildung 6.6.

Die gewählte Repräsentation für die Magnetisierung muss einen klar definierten Anfang und ein klar definiertes Ende aufweisen. Weiterhin soll sich die Darstellung eindeutig von traditionellen Kraftpfeilen unterscheiden. Die Verstärkung der Magnetisierung bzw. die Abschwächung muss eindeutig erkennbar sein. Auch das Prinzip der Vektoraddition als mathematischer Formalismus sollte ohne Einschränkungen auf die Repräsentation der Pfeile übertragbar sein. Aus unterschiedlichen Alternativen zur Visualisierung der Magnetisierung wird eine Variante entsprechend Abbildung 6.6 ausgewählt, da diese die notwendigen Kriterien scheinbar bestmöglich erfüllt. Dieser Aspekt soll in einer Evaluation der Simulation beim Praxiseinsatz mit Lernenden jedoch detailliert analysiert und möglicherweise angepasst werden. Die Entwicklung dieser Pfeilrepräsentation beschreibt eine wichtige Phase im Entwicklungsprozess der interaktiven Simulation zur Magnetismuswaage.

Eine weitere grundlegende Entscheidung muss hinsichtlich der Berücksichtigung von Referenzmessungen getroffen werden. Im Realexperiment zeigt sich, dass die Annäherung des Magneten sowohl auf die zu untersuchende Probe als auch auf den Versuchsaufbau selbst Einfluss nimmt. Da jedoch nur die Stoffeigenschaften der Probe bestimmt werden sollen, müssen im Realexperiment unterschiedliche Messungen mit und ohne Probe durchgeführt werden, um die Massendifferenz Δm auf die eigentlichen Eigenschaften der Probe zurückführen zu können, siehe Kapitel 5.3.2.1. Die Durchführung verschiedenartiger Messungen widerspricht jedoch dem Prinzip der minimalen Interaktivität. Dieses Prinzip sagt aus, dass die Funktionalität eines interaktiven, digitalen Lehrmediums eingeschränkt werden sollte, um einen positiven Effekt auf das Verständnis der Lernenden zu ermöglichen [Ski12]. Um die Notwendigkeit einer Referenzmessung auszuschließen, erscheinen zwei Vorgehensweisen plausibel. Einerseits ist es möglich die Position von Magnet und Probe zu vertauschen, siehe Abbildung 6.7 (V1). Bei einer solchen Positionierung wäre der Magnet stets an derselben Position relativ zur Waage und die Annäherung der Probe entspräche direkt der zu messenden Massendifferenz Δm . Allerdings bezieht sich die Massendifferenz nun scheinbar auf den Magneten, sodass die Vorstellung bei Lernenden entstehen könnte, dass die magnetischen Eigenschaften des Magneten bestimmt werden. Die Tatsache, dass dieselben Kräfte auch auf die Probe wirken und somit mithilfe der Massendifferenz des Magneten bestimmt werden können, stellen zwar eine logische Schlussfolgerung dar, aber erfordern gleichsam einen weiteren Abstraktionsschritt, der von den Lernenden erbracht werden muss. Eine alternative Möglichkeit ist die Variation der Eigenschaften der Waage bzw. des Versuchsaufbaus, siehe Abbildung 6.7 (V2). Bei dieser Vorgehensweise bleibt die Probe direkt auf der Waage und der Magnet wird, wie im quantitativen Realexperiment, angenähert. Im Gegensatz zur klassischen Darstellung wird das Volumen der Waage und des Probenhalters in der Visualisierung jedoch drastisch reduziert und erscheint verglichen mit dem Probevolumen vernachlässigbar gering. Da die Wirkung der magnetischen Kräfte proportional zum Volumen der Materie ist, siehe beispielsweise Gleichung (5.31), kann die Massendifferenz Δm somit näherungsweise nur auf Eigenschaften der Probe zurückgeführt werden. Da die







V2: Gestickte Waage

Abbildung 6.7: Variationen zur Berücksichtigung des Versuchsaufbaus in der interaktiven Simulation zur Magnetismuswaage als Maßnahme gegen die Notwendigkeit von Referenzmessungen.

magnetischen Kräfte zudem von der magnetischen Volumensuszeptibilit $\chi_{\rm V}$ abhängen, sollte das Material der Waage und des Probenhalters so gewählt werden, dass die magnetischen Eigenschaften möglichst gering sind. Auch dies kann durch eine entsprechende Visualisierung im Gegensatz zum tatsächlichen Versuchsaufbau leicht realisiert werden. Da bei Version (V2) jedoch das grundsätzliche Messprinzip des Realexperimentes erhalten bleibt und die Massendifferenz Δm direkt mit der Bestimmung der Eigenschaften der Probe verbunden ist, wird für das Widget diese Variante des Versuchsausbaus gewählt.

Das zentrale Ziel des Realexperimentes ist die quantitative Bestimmung der magnetischen Volumensuszeptibilität χ_V . Im Entwicklungsprozess zur interaktiven Simulation wird diskutiert, ob dieses Element ebenfalls in die interaktive Simulation integriert werden soll. Für die Durchführung der Berechnungen ist insbesondere die Kenntnis des räumlichen Magnetfeldverlaufs notwendig, da über diese Daten und den dazugehörigen Gradienten die magnetische Kraft zwischen Magnet und Probe bestimmt werden kann. Für eine interaktive Simulation erscheint der Aspekt der quantitativen Bestimmung der magnetischen Volumensuszeptibilität χ_V jedoch weniger bedeutsam. Da sich im Verlauf der konzeptionellen Arbeit kein Mehrwert der Integration der quantitativen Berechnung erkennen lässt und die Gefahr besteht, dass weitere Inhalte den Fokus vom eigentlichen Kern der Simulation ablenken, wird auf dieses Element des Realexperimentes verzichtet. Bei Verwendung eines einheitlichen Magneten und bei gleichen Dimensionen der Probe ermöglicht das im Widget dargestellte Versuchsergebnis, d. h. die Massenänderung Δm , aufgrund der Proportionalität zur magnetischen Volumensuszeptibilität χ_V auch ohne entsprechende weiterführende Berechnungen sinnvolle Interpretationen. Im Fokus der interaktiven Simulation steht somit die Verbindung von Modellierung und Durchführung des Realexperimentes.

Als ergänzender Aspekt findet sich beim Realexperiment der ebenfalls in Kapitel 5.3 beschriebene, temporäre Einfluss von induzierten Wirbelströmen durch Magnetfeldänderung am Ort der Probe. Dieser Aspekt führt im Realexperiment zu scheinbar zeitlich veränderlichen, magnetischen Stoffeigenschaften. Durch potentielle Idealisierungen einer interaktiven Simulation besteht die Möglichkeit diesen Aspekt im Widget zu vernachlässigen. Andererseits weist die Simulation jedoch auch das Potential auf dieses im Realexperiment häufig vernachlässigte Element bewusst zu thematisieren und somit eine fachliche Klärung zu ermöglichen. Dieser Aspekt beeinflusst weiterhin die Auswahl der Probenmaterialien der interaktiven Simulation, wie nachfolgend in Kapitel 6.2.1.2 beschrieben wird. Bei der Auswahl von nicht bzw. nur in geringem Ausmaß leitenden Probenmaterialien lässt sich auch ohne explizite Idealisierungen der Aspekt der induzierten, temporären Magnetisierungen vernachlässigen. Die Auswahl von leitenden Stoffen, wie beispielsweise Aluminium, ergibt jedoch unmittelbar die Notwendigkeit der Auseinandersetzung mit den durch mikroskopische Kreisströme induzierten Magnetisierungen.

Bezüglich der Probenauswahl muss im Entwicklungsprozess ein weiterer Aspekt berücksichtigt werden. Durch die technischen Voraussetzungen und die praktische Realisierbarkeit lassen sich mithilfe des Realexperimentes nur Substanzen untersuchen, deren magnetische Eigenschaften eine entsprechende Stärke aufweisen. Obwohl Glas, Salz oder Wasser nur schwache Wechselwirkungen mit magnetischen Feldern offenbaren, sind diese für die Untersuchung im Realexperiment noch hinreichend stark. Betrachtet man jedoch beispielsweise Holz kann mithilfe des in Kapitel 5.3 beschriebenen Experimentes aufgrund der sehr schwachen magnetischen Eigenschaften kein experimenteller Nachweis geführt werden. Dieser Aspekt soll durch das Widget ebenfalls aufgegriffen werden. Im Gegensatz zum Realexperiment lassen sich in der interaktiven Simulation scheinbar beliebige Messungen realisieren. Dabei ist jedoch eine Veränderung der Präzision der Waage notwendig. Es erscheint sinnvoll dieses Element im Widget einzubinden, um aufzuzeigen, dass grundsätzlich auch mit dem Realexperiment für beliebige Stoffe magnetische Eigenschaften nachgewiesen werden können und nur die technischen Voraussetzungen dies begrenzen.

Es zeigt sich somit, dass für die Entwicklung der interaktiven Simulation eine umfangreiche Auseinandersetzung mit den experimentellen Vorgängen notwendig ist und bei der Konzeption aus fachlicher und fachdidaktischer Perspektive die Sinnhaftigkeit einzelner Elemente beurteilt werden muss. Nachfolgend wird das Ergebnis des Entwicklungsprozesses in Kapitel 6.2.1.2 beschrieben.

6.2.1.2 Beschreibung und fachlicher Bezug

In Anlehnung an das Realexperiment Magnetismuswaage ermöglicht das gleichnamige Widget die Untersuchung der magnetischen Stoffeigenschaften unterschiedlicher alltagsrelevanter Stoffe. Dabei wird analog zum Versuchsaufbau aus Kapitel 5.3 die zu untersuchende Substanz auf einer Waage positioniert. Im Anschluss daran kann ein starker Permanentmagnet in unterschiedlichen Höhen über der Probe positioniert werden. Die Platzierung des Magneten an fünf vorgegebenen Positionen ist zunächst die einzige Interaktionsmöglichkeit des Nutzers. Die Abstände zwischen den Positionen sind so gewählt, dass der charakteristische Verlauf des Magnetfeldes berücksichtigt wird, d. h. im Fernbereich existieren große Abstände aufgrund geringer Veränderungen der Stärke des Magnetfeld und im Nahbereich weisen bereits kleine Abstandsänderungen große Magnetfeldgradienten auf. Bei Annäherung des Magneten an die Probe erfolgt eine Anziehung bzw. Abstoßung durch magnetische Kräfte für eine para- bzw. diamagnetische Substanz. Die von der Waage registrierte Massenänderung Δm erlaubt somit die Untersuchung von Art und Stärke der magnetischen Eigenschaften der untersuchten Substanz. In der Standardansicht der interaktiven Simulation beschränkt



(a) Standardansicht.



(b) Probenauswahl.



(c) Magnetisierungsmodus.



(d) Induktionsmodus.

Abbildung 6.8: Benutzeroberfläche der interaktiven Simulation zur Magnetismuswaage in unterschiedlichen Betriebsarten. Mithilfe der Betriebsarten lassen sich beispielsweise die Magnetisierung und die induzierten Ströme von den Lernenden untersuchen.
sich das Widget auf genau diesen Versuchsablauf, der dem des Realexperimentes fast vollständig entspricht, siehe Abbildung 6.8 (a). Im Vergleich zum in Kapitel 5.3 beschriebenen Experiment verzichtet das Widget jedoch auf Referenzmessungen. Der Grund findet sich bereits in Kapitel 6.2.1.1 beschrieben. Weiterhin ist zu erwähnen, dass die Anzeige der Massendifferenz Δm auf der Waage das Farbkonzept des Teasers aufgreift, siehe Kapitel 6.1. Die interaktive Simulation verbindet somit dem Prinzip multipler Repräsentationen folgend fachliche, experimentelle und gestalterische Elemente des Gesamtprojektes.

Zusätzlich zur Umpositionierung des Magneten ermöglicht das Widget die Auswahl unterschiedlicher Proben als Objekte der Untersuchung, siehe Abbildung 6.8 (b). Es besteht die Auswahl zwischen Proben aus Aluminium, Glas, Graphit, Kupfer und Holz. Für die Auswahl dieser Stoffe sind unterschiedliche Kriterien bedeutsam, die ebenfalls in Teilen in Kapitel 6.2.1.1 beschrieben werden. Zunächst soll die interaktive Simulation einen Bezug zum Realexperiment aufweisen. Die Übereinstimmung ergibt sich im Bereich der Proben durch die Verwendung von Aluminium, Glas und Graphit. Die dem Widget zugrunde liegenden physikalischen Berechnungen werden im Falle von Glas für Siliziumdioxid durchgeführt. Die im Realexperiment untersuchten Stoffe Wasser und Salz sind nicht Teil der interaktiven Simulation, da diese aufgrund ihrer charakteristischen Struktur von Aluminium, Glas und Graphit abweichen. Für den Vergleich der Messungen unterschiedlichen Proben ist es notwendig, dass Form und Volumen der Proben übereinstimmen. Dies ist für Festkörper wie Aluminium, Glas und Graphit leicht realisierbar. Da bei entsprechender Formgebung von Wasser und Salz weitere Annahmen (Temperatur, etc.) getroffen werden müssen, wird auf die Untersuchung dieser Substanzen verzichtet. Ein weiteres Kriterium ist die Untersuchung von Stoffen mit starker und schwacher magnetischer Wechselwirkung. Gemäß der Literaturwerte für die magnetische Volumensuszeptibilität, siehe Tabelle 6.1, lassen sich die Substanzen im Widget hinsichtlich unterschiedlich starker magnetischer Eigenschaften unterteilen. Die Bestimmung der Massendifferenzen berücksichtigt die unterschiedlichen Stärken magnetischer Wechselwirkungen durch verschiedene Sensititivitäten und Messbereiche der Waage, die sich nach Auswahl der Substanzen direkt anpassen. Ein weiteres Kriterium ist die elektrische Leitfähigkeit der Substanzen. Hier zeigen die Literaturwerten, siehe ebenfalls Tabelle 6.1, dass leitende, schwach leitende und quasi isolierende Stoffe im Widget vorhanden sind. Dieser Aspekt ist notwendig, um den Einfluss elektrischer Wirbelströme durch Induktionseffekte vom Realexperiment in das Widget zu transferieren. Bei der Darstellung der Literaturwerte bezieht sich der spezifische Widerstand von Holz auf eine Feuchtigkeit zwischen 0 und 10%. Die Induktionseffekte stellen bei sämtlichen Experimenten zur Veranschaulichung der typischen dia- und paramagnetischen Phänomene, siehe Kapitel 5.1 bis 5.3, einen interessanten Nebeneffekt dar. Durch die Annäherung des Magneten stellt sich eine Änderung des Magnetfeldes am Ort der Probe ein, sodass durch elektromagnetische Induktion Wirbelströme induziert werden, die ein dem äußeren Magnetfeld entgegen gerichtetes magnetisches Moment aufweisen. Dies bewirkt, dass beispielsweise paramagnetische Substanzen zunächst abgestoßen werden und diamagnetisch erscheinen, sodass die paramagnetischen Stoffeigenschaften erst nach einer gewissen Zeit wahrnehmbar sind. Das Widget berücksichtigt diesen Effekt durch einen eigenen Induktionsmodus, siehe Abbildung 6.8 (d). In diesem Modus kann eine Art Bildschirm heruntergeklappt werden, mithilfe dessen die Wirbelströme im Bereich der Probe visualisiert werden. Dieser Bildschirm lässt sich beispielsweise als eine Art Wärmebild interpretieren, bei dem die thermische Wirkung der magnetischen Wirbelströme dargestellt wird. Auf diese Art und Weise können die Lernenden den Induktionsaspekt gezielt erforschen. Die zu untersuchenden Proben zeigen für die guten Leiter Aluminium und Kupfer starke Wirbelströme, bei Graphit ergeben sich noch schwache Wirbelströme und die als Isolatoren zu kategorisierenden Stoffe Glas und Holz bilden keine messbaren Wirbelströme aus.

| Substanz | $\chi_{ m V}/[10^{	extsf{-6}}]$ | Ref. | $ ho/[\Omega \cdot \mathrm{mm^2/m}]$ | Ref. |
|--|---------------------------------|-------|--------------------------------------|--------------|
| Aluminium | 20.5 | a,b | 2.7×10^{-2} | А |
| Holz | -0.3 | a | $10^{13} - 10^{18}$ | В |
| Kupfer | -9.7 | a,b | $1.7 	imes 10^{-2}$ | А |
| Glas/Siliziumdioxid | -13.5 | a,b | 1×10^{28} | \mathbf{C} |
| Pyrolytisches Graphit | -638.0 | a,c,d | $4 \cdot 10^{0}$ | D |
| a: [Koh96, S. 397], b: [Lid05, S. 4-143 ff.], c: [Wal66, S. 29], d: [Sim01, S. 704] A: [Lid05, S. 12-43], B: [Kol68, S. 258], C: [Sch14a, S. 99], D: [Pie93, S. 61] | | | | |

Das Experiment Magnetismuswaage misst die magnetische Volumensuszeptibilität als

Tabelle 6.1: Übersicht über die magnetischen und elektrischen Stoffeigenschaften für die unterschiedlichen Substanzen der interaktiven Simulation zur Magnetismuswaage.

Folge einer Magnetisierung der Probe im äußeren Magnetfeld. Diese Probenmagnetisierung setzt sich aufgrund der Induktionseffekte in zeitlicher Abhängigkeit aus dem magnetischen Induktionsmoment und dem eigentlichen magnetischen Moment als Resultat der magnetischen Stoffeigenschaften zusammen. Das Widget ermöglicht mithilfe einer Visualisierung die Separation dieser unterschiedlichen Einflussfaktoren, siehe Abbildung 6.8 (c). Es werden im Magnetisierungsmodus auf einer Art Tafel jeweils das aus den Stoffeigenschaften resultierende magnetische Momente, das magnetische Induktionsmoment und die aktuelle Gesammtagnetisierung der Probe als Vektorsumme der beiden einzelnen Momente dargestellt, siehe auch Abbildung 6.6. Durch diese Darstellung, die auch gemeinsam mit dem Induktionsmodus ausgewählt werden kann, wird veranschaulicht, dass die Stoffeigenschaften eine Veränderung des magnetischen Momentes durch die absolute Position des Magneten bewirken und die Induktionseffekte nur während der Annäherung wirksam sind und anschließend abklingen. Damit soll das Widget helfen, mögliche Verständnisschwierigkeiten durch teilweise dia- und paramagnetisch erscheinende Stoffe aufzulösen.

6.2.1.3 Real:Digital

Durch das reale Experiment zur Magnetismuswaage lässt sich das dia- und paramagnetische Verhalten unterschiedlicher Substanzen zunächst qualitativ erfahren. Die präzise Bestimmung des Magnetfeldes und weiterer Parameter des Aufbaus macht jedoch auch eine quantitative Berechnung der magnetischen Volumensuszeptibilität χ_V möglich. Das Realexperiment erfordert aus genannten Gründen, siehe Kapitel 5.3.2.1, die Durchführung von Referenzmessungen. Durch diesen Aspekt werden die allgegenwärtigen magnetischen Wechselwirkungen für den Lernenden sichtbar. Die Verwendung von vergleichenden Referenzmessungen ist zudem eine übergeordnete Methode, die in vielen Experimenten notwendig ist und die anhand der Magnetismuswaage exemplarisch betrachtet werden kann. Weiterhin zeigen sich am Realexperiment die Wirkungen der elektromagnetischen Induktionseffekte durch Magnetfeldänderung im Bereich der Probe.

Genau dieses Phänomen ist jedoch beim tatsächlichen Versuch zunächst für viele Lernende nicht direkt zugänglich. Möglicherweise wird das Vorhandensein einer Induktionsmagnetisierung sogar von Lernenden nur auf die durch äußere mechanische Einflüsse stets latent existenten Schwankungen der Waage zurückgeführt und deshalb nicht als eigenständiges Phänomen interpretiert. Dieser Aspekt wird in Ergänzung zum Realexperiment von der interaktiven Simulation aufgegriffen und thematisiert. Es erscheint wichtig zu verdeutlichen, dass magnetische Momente einerseits durch magnetische Stoffeigenschaften und andererseits determiniert durch die Leitfähigkeit einer Substanz infolge elektromagnetischer Induktion verursacht werden können und somit paramagnetische Substanzen zeitweise diamagnetisch erscheinen. Weiterhin ist es wichtig die Magnetisierung durch eine abstrakte Realisierung zu repräsentieren. Im Projekt Magnetismus hoch 4 soll diese Realisierung durch die spezielle Pfeilform gemäß Abbildung 6.6 dargestellt werden. Diese Repräsentation kann durch die interaktive Simulation parallel zum Realexperiment eingeführt werden. Sowohl beim eigentlichen Versuch als auch beim Widget führt der Lernende eine Annäherung des Magneten an die Probe durch. Während diese Annäherung aufgrund der Kontrolle vieler Parameter beim Realexperiment die Konzentration der Lernenden auf die experimentelle Tätigkeit fokussiert, kann der Fokus beim Widget stärker auf die theoretische Beschreibung und Modellierung gelenkt werden. Ein dritter Aspekt ist die quasi beliebige Präzision der Magnetismuswaage in der interaktiven Simulation. Durch den frei wählbaren Messbereich lassen sich im Widget auch Substanzen wie Holz untersuchen, für die der Versuchsaufbau des Realexperimentes aufgrund zu geringer Effektstärken keine Ergebnisse liefert. Hier sollte jedoch stets ein Hinweis auf den aktuellen Messbereich erfolgen, damit der hypothetische Charakter der Versuchsdurchführung für bestimmte Substanzen verdeutlicht wird. Auf diese Art und Weise ergibt sich durch die gemeinsame Nutzung von Realexperiment und interaktiver Simulation ein Mehrwert für den Lernenden, da unterschiedlichste inhaltliche, phänomenologische, theoretische und beschreibende Komponenten in den beiden Repräsentationen des Experimentes zusammengeführt werden. Die Umsetzung des Widgets zur Magnetismuswaage scheint somit die im Allgemeinen als lernförderlich angesehenen unterschiedlichen Repräsentationsformen des EIS-Prinzips in angemessener Form zu berücksichtigen.

6.2.2 Interaktive Simulation II - Magnetisierungskurven

Die interaktive Simulation zu Magnetisierungskurven, siehe Abbildung 6.9, orientiert sich am Versuchsergebnis des Experimentes zum magnetooptischen Kerr-Effekt, siehe Kapitel 5.4, d. h. an der Messung der ferromagnetischen Hysteresekurve eines Objektes durch Variation des äußeren Magnetfeldes am Ort der Probe [Lau15b]. Neben dem magnetooptischen Kerr-Effekt existieren noch viele weitere Versuche, wie beispielsweise das Magnetisieren eines Nagels durch Überstreichen mit einem starken Permanentmagneten, die ebenfalls in Verbindung mit dem Widget durchgeführt werden können. Weiterhin stellt die Messung einer ferromagnetischen Hysteresekurve eines massiven Eisenkerns einen gängigen Schulversuch dar. Die Beschreibung der Simulation erfolgt analog zum Vorgehen zum Widget der Magnetismuswaage in Kapitel 6.2.1.



Abbildung 6.9: Benutzeroberfläche der interaktiven Simulation zur Untersuchung von ferromagnetischen Magnetisierungskurven. Durch die Auswahl der Magnetfeldstärke orientieren sich die magnetischen Momente der Domänen und bilden ein Element der Hysteresekurve.

6.2.2.1 Entwicklungsprozess und Entscheidungsfindung

Auch für die Entwicklung dieser interaktiven Simulation müssen diverse Aspekte des Realexperimentes, der zugrunde liegenden Theorie und Eigenschaften des interaktiven digitalen Mediums berücksichtigt werden. Da die Messung ferromagnetischer Hysteresekurven bzw. die phänomenologische Realisierung durch die Magnetisierung ferromagnetischer Substanzen als Teil unterschiedlicher Experimente teil der Vermittlungspraxis ist, gilt es zunächst zu analysieren, ob ein direkter Bezug zu einem spezifischen Realexperiment im Widget berücksichtigt werden soll. Gerade die Vielzahl unterschiedlicher realer Repräsentationen führt jedoch zur Entscheidung, dass die Hysterese und die Remanenz des Ferromagnetismus im Widget möglichst allgemein dargestellt werden. Damit lässt sich das Widget sowohl in Verbindung mit sehr einfachen Experimenten, wie dem Magnetisieren eines Nagels, aber auch zur Interpretation bestimmter Aspekte beim Experiment zum magnetooptischen Kerr-Effekt nutzen.

Eine weitere Fragestellung im Prozess der Konzeption und Entscheidungsfindung bezieht sich auf die Darstellung der Weissschen Bezirke. Wie bereits in der fachlichen Klärung in Kapitel 4.2 beschrieben, geht die einheitliche Magnetisierung eines ferromagnetischen Stoffes mit der Verschiebung der Bloch-Wände und der daraus resultierenden Vergrößerung der magnetischen Domänen einher. Im Widget werden die Domänen auch bei gleichgerichteter Magnetisierung weiterhin in ihrer ursprünglichen Form dargestellt, um den Prozess der Ausrichtung magnetischer Momente in den Fokus zu rücken. Damit ist das Widget konsistent zur Modellierung der Sachstruktur, siehe Abbildung 4.16.

Die entscheidende Frage des Entwicklungsprozesses zu dieser interaktiven Simulation bezieht sich auf die Bedienbarkeit, da diese sowohl aus fachlicher Perspektive als auch mit Bezug zur Theorien über die Entwicklung von digitalen Lernumgebungen relevant ist. Aus der Kognitionsforschung, siehe Kapitel 3.1.2, ist bekannt, dass ein zu großes Maß an Interaktivität eine zusätzliche kognitive Beanspruchung der Lernenden bewirken kann. Dies führt möglicherweise zu einer verringerten Effektivität der Lernumgebung, da der Fokus vom eigentlichen Inhalt abgelenkt wird [Jon98, Ner03]. Aus diesem Grund wird die Bedienbarkeit des Widgets im Sinne minimaler Interaktivität konzipiert. Für dieses Prinzip konnte in Studien bereits ein positiver Effekt auf die Lernwirksamkeit nachgewiesen werden [Ski12].

Durch die verringerte Interaktivität werden andererseits die fachlichen Inhalte des Hystereseprozesses stark elementarisiert. Die Auswahl zur Stärke des Magnetfeldes im Widget berücksichtigt nur Werten bei denen das Magnetfeld verschwindet oder eine Stärke im Bereich der Sättigungsmagnetisierung aufweist, sodass stets der untere oder obere Abschnitt genau einer Hysteresekurve durchlaufen wird. Durch eine zusätzliche Feldstärke unterhalb der zur Sättigungsmagnetisierung gehörigen Flussdichte würden sich zusätzliche Hystereseverläufe innerhalb der dargestellten Kurve ergeben. Dabei besteht jedoch die Gefahr, dass durch diese zusätzlichen Hystereseabschnitte der zu vermittelnde Zusammenhang zwischen der Ausrichtung der magnetischen Momente und der Hysterese als Vektorsumme eben dieser Domänenmagnetisierungen nicht mehr klar vermittelt werden kann.

Aufgrund der minimalen Interaktivität und der fachlichen Fokussierung auf den eben beschriebenen Zusammenhang werden die Auswahlmöglichkeiten in entsprechender Form begrenzt. An dieser Stelle kann jedoch möglicherweise die Praxisdurchführung, siehe Kapitel 7.5, zusätzliche Informationen über die Einstellung der Lernenden zu den stark eingeschränkten Bedienmöglichkeiten erbringen, die bei einer Überarbeitung berücksichtigt werden sollten. Es wäre an dieser Stelle beispielsweise möglich, die Anzahl der Bedienmöglichkeiten nach einmaliger vollständiger Betrachtung der Hysterese zu erweitern. Auf diese Art und Weise würden sich die Lernenden zunächst auf das Grundprinzip fokussieren und könnten sich anschließend mit einer erweiterten Version des Widgets und zusätzlichen Bedienmöglichkeiten folgt zudem, dass die Simulation mit einer vormagnetisierten Probe startet und somit nicht der einmalige Aufmagnetisierungsprozess mit in die Darstellung einbezogen wird. Auch dies stellt eine Elementarisierung der fachinhaltlichen Ebene dar.

Für die Überarbeitung des Widgets im Anschluss an die Auswertung der Praxisdurchführung, siehe Kapitel 7.5, sollten sämtliche Entscheidungen, die für die Realisierung der ersten Version getroffen werden, überdacht und wenn notwendig angepasst werden. Bei der Realisierung einer Überarbeitung der Simulation wird zudem das stilistische Konzept des Teasers genutzt. Zudem wird die alternative Pfeilrepräsentation verwendet, die im Rahmen des Widgets Magnetismuswaage eingeführt wird, siehe Kapitel 6.2.1.1 und Abbildung 6.6.

6.2.2.2 Beschreibung und fachlicher Bezug

Die Untersuchung von Magnetisierungskurven ferromagnetischer Substanzen wird im Realexperiment zum magnetooptischen Kerr-Effekt durch die Änderung der Polarisationsrichtung von linear polarisiertem Licht bei Reflexion an einer ferromagnetischen Probe in Abhängigkeit von der Magnetisierung der Probe ermöglicht. Ein alternatives und stärker phänomenologisches Realexperiment demonstriert die Wirkung der Hysterese als Magnetisierung eines Nagels beim Überstreichen mit einem starken Magneten. Die zugehörige interaktive Simulation vernachlässigt den Messprozess, d. h. die Drehung der Polarisationsrichtung des reflektierten Lichtes bzw. das Überstreichen des Nagels, und bezieht sich ausschließlich auf die magnetischen Vorgänge innerhalb der Probe selbst. Um diese untersuchen bzw. darstellen zu können, unterteilt sich das Widget in drei unterschiedliche Bereiche, die nachfolgend beschrieben werden.

Der erste Bereich weist den stärksten Bezug zu den Elementen eines entsprechenden realen Versuchsaufbaus auf, siehe Abbildung 6.10. Hier ist ein Elektromagnet in Form eines mit einem Draht umwickelten hufeisenförmigen Eisenkerns dargestellt. Zwischen den beiden Polen des Eisenkerns befindet sich eine ferromagnetische Probe, die in magnetische Domänen unterteilt ist. Die Weissschen Bezirke besitzen vergleichbare Querschnittsflächen und weisen jeweils eine betragsmäßig identische Magnetisierung \vec{M} bzw. ein identisches magnetisches Dipolmoment $\vec{\mu_i}$ auf. Das Magnetfeld des Elektromagneten wird durch magnetische Feldlinien repräsentiert. Die Anzahl der Feldlinien soll als Visualisierung der aktuellen Feldstärke dienen und stellt einen Vergleichsmaßstab für verschiedene Feldstärken des Elektromagneten dar.

Der zweite Bereich bezieht sich auf das Versuchsergebnis des magnetooptischen Kerr-Effektes oder eines vergleichbaren Experimentes, das sich in Form einer typischen ferromagnetischen Hysteresekurve ausdrückt, siehe Abbildung 6.11. Aufgrund der Entscheidung, die magnetische Flussdichte \vec{B} als charakteristische Größe des magnetischen Feldes zu verwenden und die Gesamtmagnetisierung \vec{M} zur Beschreibung des aktu-



Abbildung 6.10: Darstellung des Teilbereiches der interaktiven Simulation zu Magnetisierungskurven mit Bezug zum realen Versuchsaufbau zur Magnetisierung einer ferromagnetischen Probe durch ein äußeres Magnetfeld.

ellen magnetischen Zustandes einer Substanz zu nutzen, siehe fachliche Klärung in Kapitel 4, wird die Hysteresekurve innerhalb eines *BM*-Diagrammes dargestellt. Dies erfolgt ebenfalls in Übereinstimmung mit den theoretischen Betrachtungen zu Magnetisierungskurven, siehe Kapitel 4.1.4. Die Hysteresekurve selbst lässt sich entweder als Ergebnis des Realexperimentes oder aber als theoretische Beschreibung ferromagnetischer Magnetisierungsprozesse interpretieren. Das entscheidende Merkmal dieses Bereiches stellt jedoch die Vektorsumme der Magnetisierungspfeile aus dem ersten Bereich dar. Diese addieren sich am Ort der aktuellen Feldstärke, sodass der Gesamtbetrag der vorliegenden Magnetisierung entspricht. Auf diese Art und Weise wird ein Zusammenhang zwischen den Magnetisierungspfeilen innerhalb der Weissschen Bezirke der Probe und der theoretischen Magnetisierungskurve hergestellt.

Der dritte Bereich entspricht dem interaktiven Bedienelement des Widgets. Hier erhält der Benutzer die Möglichkeit zwischen fünf Werten für die magnetische Feldstärke des Elektromagneten auszuwählen ($B = 0 \text{ mT}, \pm 30 \text{ mT}, \pm 40 \text{ mT}$), siehe Abbildung 6.12. Das Widget weist zu Beginn jeweils eine magnetische Flussdichte des Elektromagneten von B = 30 mT auf. Der Benutzer erhält durch das Panel die Möglichkeit, die nächstkleinere bzw. nächstgrößere Magnetfeldstärke auszuwählen. Auf diese Art und Weise



Abbildung 6.11: Darstellung des Teilbereiches der interaktiven Simulation zu Magnetisierungskurven in Form einer ferromagnetischen Hysteresekurve im BM-Diagramm als Resultat der Vektorsumme der magnetischen Momente.

soll gewährleistet werden, dass der Nutzer die Entstehung der Hysteresekurve als Gesamtdarstellung sämtlicher möglicher Ausrichtungen innerhalb der ferromagnetischen Probe nachvollziehen kann.



Abbildung 6.12: Darstellung des Teilbereiches der interaktiven Simulation zu Magnetisierungskurven für die Variation der Magnetfeldstärke als interaktives Element.

Es soll an dieser Stelle noch einmal hervorgehoben werden, dass der Bezug zwischen der Ausrichtung der Magnetisierungen der Weissschen Bezirke und der Hysteresekurve, die sich aus der Vektorsumme der eben genannten magnetischen Momente ergibt und der dynamisch visualisiert wird, das zentrale Element der interaktiven Simulation darstellt. Damit wird zudem das sinnvolle Modell magnetischer Domänen als Folge mikroskopischer Magnetisierungen durch die Verbindung des Experimentes, d. h. das Magnetisieren bzw. Entmagnetisieren mithilfe eines äußeren Feldes, mit dem Modell magnetischer Domänen und der Visualisierung der Entstehung der Hysteresekurve des Ferromagneten als Gesamtbild einzelner Magnetisierungszustände aufgegriffen und gestützt.

6.2.2.3 Real:Digital

Die realen Experimente zum magnetooptischen Kerr-Effekt oder der Magnetisierung eines Nagels dienen als Grundlage für die interaktive Simulation. Bei der Durchführung des Realexperimentes zum magnetooptischen Kerr-Effekt oder einem vergleichbaren Versuch kann zusätzlich zur Betrachtung der ferromagnetischen Prozesse der verwendete Messprozess thematisiert werden. Dieser Vorgang wird hingegen beim Widget vernachlässigt. Dadurch soll einerseits verdeutlicht werden, dass das Widget stets in Ergänzung zum Realexperiment genutzt werden sollte, und andererseits erlaubt es den Einsatz des Widgets in Ergänzung zu verschiedenen Versuchen. Das Magnetisieren eines Nagels kann zusätzlich ein haptisches Erlebnis des Magnetisierungsprozesses darstellen. Wenn Lernende einen Nagel immer stärker magnetisieren und die Wirkung auf andere Objekte, z. B. einen Kompass oder Büroklammern, beobachten, werden reale und haptische Erfahrungen möglich. Auch das Erhitzen des Nagels und der damit verbundene Verlust der Magnetisierung kann nur im Realexperiment und nicht im Widget vermittelt werden.

Typischerweise würde nach Experimenten zu Magnetisierungsprozessen die theoretische Grundlage in Form eines Lehrbuchtextes oder ähnlicher Materialien mit mehr oder weniger Bezug zum durchgeführten Versuch thematisiert. Durch das Widget ist es jedoch möglich, die zentrale experimentelle Handlung, d. h. in diesem Fall das Magnetisieren und Ummagnetisieren einer ferromagnetischen Probe, zu reproduzieren und gleichzeitig zusätzliche Informationen zur Modellierung und theoretischen Grundlage zu vermitteln. Im Fall der interaktiven Simulation zu Magnetisierungskurven kann beispielsweise die Ausrichtung magnetischer Domänen im Magnetisierungsprozess interaktiv betrachtet werden. Durch die Möglichkeit mit Animationen dynamische Prozesse darzustellen, können die unterschiedlichen phänomenologischen und modellhaften Ebenen miteinander in Verbindung gebracht werden. Die Remanenz als phänomenologisches Element und somit enaktive Repräsentationsform wird mithilfe der Visualisierung der Magnetisierung als ikonischer Repräsentationsform auf den typischerweise symbolisch dargestellten Zusammenhang zwischen Magnetisierung und magnetischen Momenten bezogen.

Insgesamt besitzen die exemplarisch entwickelten Inhalte des Projektes Magnetismus hoch 4 verschiedenartige Funktionen, die stets in direkter Verbindung zu den fachlichen Inhalten ausgefüllt werden. Die Funktionen umfassen einerseits die Vermittlung von Grundkenntnissen dia- und paramagnetischer Phänomene, die Motivation von Lernenden, die Anregung von vielfältigen Fragen als Grundlage für eine vertiefte Auseinandersetzung und die Erweiterung der experimentellen Zugänge durch die Verbindung eben dieser zur Modellebene. Für alle digitalen Inhalte gilt, dass die Entwicklung im Sinne des Design-Based Research-Ansatzes auf Grundlage existierender theoretischer Kenntnisse erfolgt und der praktische Einsatz erst abschließende Aussagen über den Nutzen sowie Stärken und Schwächen der digitalen Inhalte ermöglicht. Die Dokumentation der Praxisdurchführung sowie der begleitenden empirischen Untersuchung erfolgt in Kapitel 7.

6.2.3 Ausblick Projekt Real:Digital

Wie in den vorherigen Kapiteln 6.2.1 und 6.2.2 am Beispiel der interaktiven Simulationen beschrieben und im allgemeinen in Kapitel 6.2 diskutiert, ergeben sich aus der gemeinsamen Nutzung von digitalen Inhalten und Realexperimenten als Elementen symbolischer und enaktiver Repräsentationen bei wechselseitigem Bezug viele Möglichkeiten für die Vermittlung fachlicher Inhalte und den Aufbau von Modellvorstellungen. Während in traditionellen Ansätzen die theoretischen Beschreibungen und die realen Phänomene in unterschiedlichen Welten aufeinander bezogen werden, ermöglicht das digitale Medium die Modellierung im unmittelbaren Kontext des Experimentes. Wie ebenfalls in Kapitel 6.2 ausgeführt wird, stellt die Schnittstelle von digitalem Inhalt und Realexperiment in Ergänzung zu der Kombination von Realexperiment und Theorie sowie Theorie und digitalem Inhalt ein in dieser Form noch wenig untersuchtes Konstrukt von potentieller, fachdidaktischer Relevanz dar. Als theoretische Grundlage können das EIS-Prinzip, siehe Kapitel 3.1.1 und Abbildung 3.2, sowie das erweiterte Multimedia-Prinzip, siehe Kapitel 3.1.2 und Abbildung 3.3, erachtet werden.

Neben der Berücksichtigung der Verbindung von realem Experiment und digitalem Inhalt in den interaktiven Simulationen des Projektes *Magnetismus hoch 4*, soll der Zusammenhang der beiden Repräsentationsformen zukünftig auch im von der Joachim Herz Stiftung geförderten Projekt *Real:Digital* erforscht werden. Der von der Joachim Herz Stiftung geförderte Projektteil bezieht sich auf die Förderung der Kompetenz von Lehrerinnen und Lehrern hinsichtlich des Einsatzes digitaler Inhalte in Ergänzung zu Realexperimenten.

Obwohl die digitale Infrastruktur deutscher Schule bereits weit fortgeschritten ist, wird die praktische Verwendung der vorhandenen Technik vielfach als stark optimierungsbedürftig beschrieben [Han14, Pfi14]. In Studien zeigt sich, dass Lehrerinnen und Lehrer vielfach ausdrücklich ihr Interesse an weiterqualifizierenden Maßnahmen zum Einsatz digitaler Medien im Unterricht äußern [Pfi14]. Im allgemeinen werden solche Angebote bereits in einigen Projekten und Lehrveranstaltungen realisiert [Gan07, Hof10, Pet12, Kra15]. Keines der bisherigen Projekte bezieht sich dabei jedoch spezifisch auf die gemeinsame Nutzung von digitalen Medien und Experimenten im Bereich der Physik. Da sich jedoch gerade an dieser Schnittstelle ein potentieller Mehrwert erkennen lässt, strebt das Projekt Real:Digital die Förderung entsprechender Kompetenzen bei angehenden Lehrerinnen und Lehrern in der universitären Ausbildung an. Zu diesem Zweck werden Lehrveranstaltungen durchgeführt in denen die Studierenden einerseits reale Experimente zu gegebenen digitalen Inhalten konzipieren und andererseits Kriterien zur Auswahl geeigneter digitaler Medien bei gegebenem Realexperiment erstellen sollen. Darüber hinaus sollen die Fähigkeiten und Techniken der Lernenden bei der Entwicklung eigener digitaler Inhalte mit geringem technischen Aufwand, wie beispielsweise Split-Screen-Darstellungen, Lehrvideos, etc.

gefördert werden.

Als übergeordnetes Projektziel von *Real:Digital* soll untersucht werden, auf welche Art und Weise das Potential der gemeinsamen Verwendung von digitalem Inhalt und Realexperiment genutzt werden kann. Damit verbunden ist ein weiteres Ziel des Projektes, das mittelfristig realisiert werden soll. Während sich digitale Medien durch die eine scheinbar unbegrenzte Transparenz der Inhalte auszeichnen und theoretische Modellierungen auf diese Weise veranschaulicht werden können, wird realen Experimenten typischerweise ein hohes Maß an Glaubwürdigkeit zugewiesen. Um die Transparenz und die Glaubwürdigkeit ebenfalls in einem digitalen Medium zu vereinen, erscheint die Entwicklung adaptiver, interaktiver Simulation sinnvoll. In diesem Fall sollen die realen Messergebnisse der Experimente als Grundlage für die digitalen Inhalte genutzt werden. Somit beziehen sich beispielsweise Simulationen nicht auf vorgegebene Werte und Messungen, sondern passen sich stets an das spezifisch durchgeführte Realexperiment an. Diese adaptiven Applikationen ermöglichen eine neuartige Sicht auf die Physik als phänomenorientierter Naturwissenschaft.

7 Praktische Erprobung der Projektinhalte und empirische Untersuchung

Das Projekt Magnetismus hoch 4 orientiert sich am Forschungskonzept des Design-Based Research. Die allgemeinen Prinzipien und Vorgehensweisen dieser Forschungsmethode werden in Kapitel 3.2 beschrieben. Zusammengefasst lässt sich aussagen, dass nach dem Design-Based Research-Ansatz Lehrinhalte zunächst auf der theoretischen Grundlage bereits existierender Forschungsbefunde konzipiert werden. Die Wirkung der entwickelten Lehrkonzepte und Sinnhaftigkeit der theoretischen Annahmen für die Praxis wird nachfolgend durch empirische Untersuchungen in der realen Lehrsituation analysiert. Durch diese Vorgehensweise wird eine enge Verzahnung zwischen Forschung und Praxis angestrebt, die die Validität der Untersuchungen verbessern soll [Wie10b, Wil11].

Ein wichtiges Prinzip des Design-Based Research Ansatzes, das in besonderer Art und Weise für die Untersuchung der unterschiedlichen Inhalte des Projektes *Magnetismus hoch* 4 genutzt werden kann, ist der Verzicht auf eine zu strenge Variablenkontrolle. In diesem Sinne können, wenn notwendig und für den Praxiseinsatz hilfreich, unterschiedliche Variablen des Lehrkonzeptes auf inhaltlicher oder methodischer Ebene gleichzeitig variiert werden [Wil14]. Da innerhalb dieses Projektes einerseits eine Neukonzeptionen der Sachstruktur zum Magnetismus durchgeführt wird und andererseits spezifische Experimente und multimediale Inhalte entwickelt werden, erscheint es erstrebenswert die gesamte Wirkung des Zusammenspiels dieser Inhalte in der Praxis empirisch zu untersuchen. Bei einer entsprechenden empirischen Untersuchung können auch die Zusammensetzung der Stichprobe und Wahl der Unterrichtsmethode Einfluss auf die Ergebnisse der Untersuchung nehmen. Trotz der wechselseitigen Einflussnahme, lassen die Erhebungen jedoch auch Aussagen über einzelne Projekteinhalte zu und ermöglichen somit nachfolgend die im Design-Based Research angestrebte Überarbeitung der entwickelten Projektinhalte. Diese Überarbeitung erfolgt im Anschluss an diese Arbeit auf Grundlage der in diesem Kapitel dargestellten Befunde.

Nachfolgend soll zunächst der Untersuchungsplan für die Praxisdurchführung, d. h. den Einsatz der konzipierten Inhalte in der universitären Lehre, beschrieben werden, siehe Kapitel 7.1. Die Vermittlung wird durch zusätzliche Lehrmaterialien realisiert, die in Kapitel 7.1 kurz beschrieben werden. Diese Materialien fassen im Wesentlichen einzelne Bereiche der Sachstruktur zusammen und ergänzen diese fachlichen Elemente um Arbeitsaufträge, Aufgaben, Versuchsanleitungen und Sachinformationen. Die einzelnen empirischen Untersuchungen fokussieren das konzeptuelle Verständnis bzw. das Fachwissen der Studierenden zum Magnetismus, siehe Kapitel 7.3, die Einstellungen der Studierenden zum einführenden Projektteaser, siehe Kapitel 7.4, sowie den Umgang und die Beurteilung der interaktiven Simulation zu den ferromagnetischen Magnetisierungskurven durch die Studierenden, siehe Kapitel 7.5. Dabei werden sowohl qualitative als auch quantitative Erhebungsinstrumente eingesetzt. Im Zentrum der Erhebungen stehen qualitative Untersuchungen in Form von Interviews, Gruppendiskussionen und offenen Fragebogenitems. Die Entscheidung für eine vornehmlich qualitative Studie ergibt sich aus der Zielsetzung, fachliche Vorstellungen und Konzepte der Lernenden zu erfassen und bezüglich der konkret entwickelten Inhalte ein Meinungs- und Beurteilungsspektrum abzubilden. Beide Aspekte erscheinen zumindest bei einer erstmaligen Erhebung mithilfe qualitativer Instrumente besser erfasst werden zu können. Die ergänzenden geschlossenen Fragebogenitems sollen vor allem der Kontrolle und Mehrfachuntersuchung bestimmter Konstrukte dienen. Darüber hinaus sollte berücksichtigt werden, dass die in diesem Kapitel beschriebene empirische Untersuchung einer Pilotstudie entspricht. Dieser Aspekt unterstreicht die Sinnhaftigkeit der Verwendung qualitativer Methoden, um für eine kleine Stichprobe sehr umfassende Untersuchungen durchführen zu können und Vorstellungen, Einstellungen und Hinweise seitens der Studierenden angemessen berücksichtigen zu können. Nach Durchführung des Re-Designs erscheinen für weiterführende Untersuchungen auch größere Stichproben und quantitative Methoden sinnvoll.

Bei der Untersuchung der beiden digitalen Inhalte, d. h. des Teasers und der interaktiven Simulation zu den ferromagnetischen Magnetisierungskurven, sollen die Ergebnisse der empirischen Untersuchung zur Praxisdurchführung die Überarbeitung der Medien, wiederum im Sinne des Design-Based Research, ermöglichen. Die Erhebungen zum konzeptuellen Verständnis der Studierenden sollen primär aufzeigen, ob die Elementarisierungen und Strukturierungen der Fachinhalte zum Magnetismus in dieser Form das Verständnis der Studierenden positiv beeinflussen bzw. welche Aspekte notwendig sind, um die Ausbildung fachlich adäquater Vorstellungen zu fördern. Weiterhin lässt die Erhebung der Vorstellungen zu den unterschiedlichen Untersuchungen vor Durchführung der Lehreinheit Rückschlüsse auf charakteristische Vorstellungen der Lernenden zum Magnetismus zu. Hier existieren bislang lediglich Untersuchungen zu den Ausprägungen Ferro- und Elektromagnetismus, siehe Kapitel 2.1.2.1, sodass möglicherweise existierende Konzepte zu Dia- und Paramagnetismus im Rahmen dieser Arbeit erstmalig erhoben werden.

Ergänzend zum konzeptuellen Verständnis und den Einstellungen der Studierenden zu den digitalen Inhalten werden kurz die Befunde zur allgemeinen Beurteilung der Seminarsitzungen durch die Studierenden dargestellt, siehe Kapitel 7.2. Dies ermöglicht einen Einblick in den Ablauf und das grundsätzliche Gelingen der konzipierten Lehrveranstaltungen und stellt den Rahmen für die nachfolgend beschriebenen Untersuchungen der weiteren Konstrukte dar.

7.1 Untersuchungsplan und inhaltliche Gestaltung der praktischen Erprobung

Die Praxisdurchführung nutzt einzelne Projektinhalte aus den experimentellen Zugängen und den digitalen Inhalten, um grundlegende Vorstellungen zu den magnetischen Erscheinungsformen Dia-, Para- und Ferromagnetismus in Lehrveranstaltungen an der Universität zu vermitteln. Konkret werden die Inhalte und das entwickelte Lehrkonzept in Teilen im Wintersemester 2015/16 in zwei Seminaren zur Ausbildung von Lehrerinnen und Lehrern im Fach Physik an der Westfälischen Wilhelms-Universität Münster eingesetzt [Lau16a].

Die Stichprobe umfasst Studierende der Lehramtsstudiengänge Gymnasium/Gesamtschule (GyGe, 1 Seminar, $N_{\rm A} = 12$) sowie Hauptschule/Realschule/Gesamtschule (HR-Ge, 1 Seminar, $N_{\rm B} = 9$). Die relevanten Seminarsitzungen werden vom Autor dieser Arbeit durchgeführt. Um die nachträgliche Kontrolle des Einflusses der Lehrperson zu ermöglichen, werden sämtliche Seminarsitzungen videographiert und es werden Tonaufnahmen angefertigt. Da der direkte Einfluss der Lehrperson in den jeweiligen Sitzungen jedoch grundsätzlich minimiert werden soll, arbeiten die Studierenden selbstständig in Kleingruppen bestehend aus zwei bis vier Personen. Die Studierenden erhalten Materialkisten mit sämtlichem Experimentiermaterialien, siehe Anhang E.1, und Tabletcomputer zur Arbeit mit den digitalen Inhalten. Zudem erhalten die Studierenden eine schriftliche Materialsammlung, siehe Anhang E.2, die auch als Forscherbuch bezeichnet wird und Aufgaben, Anleitungen für Experimente, Hinweise auf fachliche Inhalte, die vollständig in Anhang E.2 angegeben sind umfasst. Die Seminarsitzungen folgen auf diese Art und Weise durch die Inhalte und Aufgabenstellungen dem Prinzip des handlungsorientierten Unterrichts [Jan02]. Um den Einfluss der Lehrperson weitestgehend zu reduzieren, arbeiten die Studierenden ausschließlich mit diesen Materialien. Es werden keine gemeinsamen Phasen zur Klärung von Aufgaben oder zur Diskussion von Ergebnissen, etc. mit allen Teilnehmenden des jeweiligen Seminares durchgeführt. Die Lehrperson steht den Kleingruppen jedoch für Rückfragen und zur Diskussion zur Verfügung. Um auch hier den Einfluss möglicher Äußerungen berücksichtigen zu können, werden für alle Gespräche der Kleingruppen ebenfalls Tonaufzeichnungen durchgeführt. Dieses Lehrkonzept lässt sich für weiterführende Untersuchungen in späteren Studien nach dem Re-Design der Inhalte nutzen, da es aufgrund des stark reduzierten Einflusses der Lehrperson auch an verschiedenen Standorten mit unterschiedlichen Lehrpersonen durchgeführt werden kann.

Die inhaltliche Gestaltung der Sitzungen ist in Abbildung 7.1 zusammengefasst dargestellt. In einer einführenden Sitzung (Sitzung 0) werden die organisatorischen Rahmenbedingungen geklärt. Um die Voraussetzungen für das Erreichen der Lernziele



Abbildung 7.1: Untersuchungsplan zur praktischen Erprobung der Projektinhalte mit Sitzungsinhalten und Erhebungsinstrumenten (FB: Fragebogen, GD: Gruppendiskussion, IV: Interview). Die Praxisdurchführung erfolgt im Wintersemester 2015/16 in zwei Seminaren mit Lehramtsstudierenden im Fach Physik.

zu schaffen, wird mit den GyGe-Studierenden in dieser einführenden Sitzung zudem das Prinzip der Elektronenkonfiguration und Besetzung von Energiezuständen wiederholt. Die Tatsache, dass diese Wiederholung früherer Inhalte nur mit den GyGe-Studierenden erfolgt, ergibt sich aus den unterschiedlichen Lernzielen der beiden Seminargruppen. In der ersten regulären Sitzung der Praxisdurchführung zum Thema Magnetismus (Sitzung 1) soll die Phänomenologie der drei magnetischen Erscheinungsformen Dia-, Para- und Ferromagnetismus vermittelt werden. Zu diesem Zweck wird als motivierender Einstieg und zur Vermittlung der grundlegenden Begrifflichkeiten von jeder Kleingruppe der Projektteaser angesehen. Zusammen mit weiteren Aufgaben, siehe Anhang E.2, wird in dieser Sitzung vor allem das Experiment zum magnetischen Pendel durchgeführt und von den Studierenden analysiert und ausgewertet, siehe Kapitel 5.1. Die nachfolgende Sitzung (Sitzung 2) dient der makroskopischen Beschreibung der zuvor real erfahrenen Phänomene. Hier wird im Sinne der Sachstruktur die Magnetisierung als Größe zur physikalischen Modellierung magnetischer Phänomene eingeführt. Die Erarbeitung der Eigenschaften der Magnetisierung mit Bezug zu den unterschiedlichen Magnetismusformen erfolgt mithilfe der interaktiven Simulation zu Magnetisierungskurven, siehe Kapitel 6.2.2, die die Studierenden zur Bearbeitung unterschiedlicher Aufgaben nutzen. Weiterhin wird in dieser Sitzung zum Abschluss bereits kurz auf die mögliche Unterteilung der Magnetisierung in magnetische Momente, die ebenfalls in dieser interaktiven Simulation berücksichtigt ist, eingegangen. Alle Studierenden erhalten in Sitzung 2 Zugang zum Experiment zum magnetooptischen Kerr-Effektes, siehe Kapitel 5.4, das die Messung der ferromagnetischen Hysteresekurve in Analogie zum Widget ermöglicht. In der abschließenden Sitzung (Sitzung 3) beschäftigen sich die HRGe-Studierenden aufgrund einer angepassten Zeitplanung und eines insgesamt reduzierten Lernzieles weiterhin mit dem Übergang von der makroskopischen zur mikroskopischen Beschreibung. Dazu behandeln beide Studierendengruppen die mikroskopischen Kreisströme und den Elektronenspin als Ursachen für die unterschiedlichen magnetischen Momente beim Dia- und Paramagnetismus. Zusätzlich analysieren die GyGe-Studierenden und Teile der HRGe-Studierenden das Video eines Realexperimentes zum unterschiedlichen Verhalten von flüssigem Sauerstoff und flüssigem Stickstoff in einem äußeren Magnetfeld und bearbeiten Aufgaben zur Erklärung dieses Phänomens, basierend auf den spezifischen Molekülorbitalen dieser Stoffe [Har12]. Insgesamt bearbeiten die HRGe-Studierenden somit in etwa Seite 1 bis 30 und die GyGe-Studierenden Seite 1 bis 34 des Lehrmaterials, siehe Anhang E.2. Beide Gruppen verwenden dabei die exakt gleichen Materialien und nutzen dieselben Elemente des Projektes *Magnetismus hoch 4* in Form zweier experimenteller Zugänge und zweier digitaler Inhalte.

Für die empirische Erhebung sind bei dieser Praxisdurchführung insbesondere drei Konstrukte von Interesse, die auf unterschiedliche Art und Weise untersucht werden. Zunächst soll das Fachwissen der Studierenden bzw. das konzeptuelle Verständnis mit Bezug zu den drei magnetischen Erscheinungsformen Dia-, Para- und Ferromagnetismus erhoben werden. Dazu erhalten die Studierenden vor der einführenden, organisatorischen Seminarsitzung (Sitzung 0) den Fragebogen FB1, siehe Anhang F.1, der das konzeptuelle Verständnis zu diesen Ausprägungen von Magnetismus mittels offener Fragen erhebt. Der Fragebogen fokussiert die grundlegende Phänomenologie, die Konzepte zum Zusammenhang zwischen Magnetisierung und magnetischen Momenten als Vektorsumme, die Ausrichtung dia-, para- und ferromagnetischer Momente im äußeren Magnetfeld, die Ursachen dieser Momente sowie Kenntnisse zu typischen Vertretern der unterschiedlichen Erscheinungsformen. Derselbe Fragebogen FB1 wird zudem nach der abschließenden Seminarsitzung (Sitzung 3) und nach Abschluss des gesamten Seminars etwa drei Monate nach Sitzung 3 von den Studierenden ausgefüllt und ermöglicht somit eine Pre-Post-Follow up-Untersuchung der Entwicklung des konzeptuellen Verständnisses der Studierenden mit Vortest, Nachtest und zeitverzögertem Nachtest. Da es jedoch schwierig ist bei der Fragebogenuntersuchung vertiefte Einblicke in die Vorstellungen der Studierenden zu erhalten und individuelle Rückfragen bzw. Klärungen der Aussagen der Lernenden nicht möglich sind, werden zudem unmittelbar nach der letzten Seminarsitzung (Sitzung 3) teilstrukturierte Leitfadeninterviews durchgeführt, in denen ebenfalls das Verständnis der Studierenden untersucht wird. Eine genaue Beschreibung dieser Interviews und der Fragebogenuntersuchung mithilfe von Fragebogen FB1 findet sich in Kapitel 7.3.1.

Die Untersuchung der Einstellungen der Studierenden zum Projektteaser und zur interaktiven Simulation zu den ferromagnetischen Magnetisierungskurven erfolgt für beide Inhalte analog. Am Ende der jeweiligen Seminarsitzung, Sitzung 1 für den Projektteaser und Sitzung 2 für die interaktive Simulation, werden die Studierenden gebeten innerhalb der Kleingruppen eine Gruppendiskussion zu jeweils vier bzw. drei Leitfragen mit Bezug zum Teaser bzw. dem Widget zu führen. Diese Gruppengespräche erscheinen als Methode sinnvoll, um einen Diskurs unter den Studierenden über kritische Aspekte der jeweiligen Medien anzuregen. Auch die theoretische Rezeption dieser Methode gibt an, dass durch Gruppendiskussionen ein tieferer Einblick in die Denkstrukturen von Lernenden möglich ist [Bil14]. Im Anschluss an die Gruppendiskussionen und an die jeweilige Seminarsitzung erhalten die Studierenden zudem noch jeweils den Fragebogen FB2 bzw. FB3, siehe Anhang F.2 und F.3, sodass auch weiterführende individuelle Einschätzungen der Lernenden zu den Projektinhalten erhoben werden. In diesen Fragebögen wird zusätzlich auch eine allgemeine Beurteilung der jeweiligen Seminarsitzung durch die Studierenden abgefragt. Hierbei soll untersucht werden, welche Aspekte der Seminarsitzung den Studierenden interessant erscheinen und inwiefern das Lehrkonzept zum Magnetismus das künftige Handeln der Studierenden als Lehrpersonen in der Schule beeinflusst. Die dazugehörige Erhebung erfolgt nach Sitzung 1 und Sitzung 2 durch zwei offene und sieben geschlossene Items. Da dieser Aspekt jedoch nicht primär im Fokus der empirischen Untersuchung steht, wird in Kapitel 7.2 lediglich eine kurze Übersicht der Ergebnisse dargestellt.

Durch die eben beschriebene Vorgehensweise, werden die drei untersuchten Bereiche konzeptuelles Verständnis, Projektteaser und interaktive Simulation ferromagnetischer Magnetisierungskurven somit jeweils durch zwei separate Erhebungsinstrumente und Erhebungsmethoden untersucht. Innerhalb dieser Instrumente erfolgt zusätzlich durch die Verwendung offener sowie geschlossener Items eine mehrfache Untersuchung der relevanten Konstrukte. Zudem kann festgestellt werden, dass sich auch aus den Gruppendiskussionen Hinweise auf das konzeptuelle Verständnis der Lernenden ergeben, obwohl die Gruppendiskussionen dieses Ziel nicht bewusst verfolgen. Ebenso zeigen sich durch die Interviews an unterschiedlichen Stellen auch immer wieder Einstellun-



Abbildung 7.2: Konzeption der Triangulation zur Untersuchung in den Bereichen Fachwissen (konzeptuelles Verständnis), Projektteaser und interaktive Simulation (Magnetisierungskurven) mithilfe von Fragebögen, Interviews und Gruppendiskussionen (FB: Fragebogen, GD: Gruppendiskussion, IV: Interview).

gen der Studierenden zu den digitalen Inhalten. Insgesamt werden somit alle drei Konstrukte durch drei Erhebungsmethoden untersucht, sodass die Untersuchung dem Prinzip der Triangulation folgt, bei dem jeweils zwei Methoden ein Konstrukt explizit und eine Methode das Konstrukt implizit untersucht, siehe Abbildung 7.2 [Fli12a]. Zusätzlich wird dieses Portfolio unterschiedlicher Erhebungsmethoden durch die Aufzeichnungen der Studierenden in den Forscherbüchern und die Audio- und Videoaufzeichnungen der Seminarsitzungen ergänzt, sodass umfangreiches Datenmaterial für die Auswertung zur Verfügung steht. Aufgrund des Aufwandes der Erhebung in Ergänzung zu den umfangreichen Entwicklungsarbeiten des Projektes Magnetismus hoch 4, bezieht sich die empirische Untersuchung nur auf die zuvor genannten Inhalte bzw. Konzepte und erhebt nicht den Anspruch eine vollständige Beurteilung sämtlicher entwickelter Inhalte dieses Projektes darzustellen. An dieser Stelle soll noch einmal darauf hingewiesen werden, dass für die Seminardurchführung jeweils eine eher kleine Stichprobe zur Verfügung steht. Die genaue Studierendenanzahl wird in den einzelnen Kapitel angegeben. Aufgrund der kleinen Stichprobe erfolgt die Untersuchung jedoch besonders ausführlich und es werden viele qualitative Methoden gewählt, um auch unter den gegebenen Bedingungen eine bestmögliche Analyse der Praxisdurchführung zu gewährleisten.

7.2 Allgemeine Beurteilung zu Inhalten und Gestaltung der Praxisdurchführung

Gemäß Kapitel 7.1, erfolgt nach Sitzung 1 und Sitzung 2 jeweils in Form der Fragebögen FB2 und FB3 eine kurze Erhebung der allgemeinen Beurteilung der Seminarsitzung durch die Studierenden. Dabei werden die Studierenden gebeten zwei offene Items (FB2.1 bis FB2.2 bzw. FB3.1 bis FB3.2) und sieben geschlossene Items (FB2.6 bzw. FB3.6) entsprechend dem Fragebogen aus Anhang F.2 bzw. Anhang F.3, zu beantworten. Da jedoch die Gesamtbeurteilung eher als hilfreiche Hintergrundinformation angesehen werden kann und nicht im Zentrum der empirischen Untersuchung steht, erfolgt an dieser Stelle nur eine kurze Darstellung und Beschreibung der Ergebnisse. Hinsichtlich der Resultate der geschlossenen Items FB2.6 bzw. FB3.6 zeigt sich zunächst, siehe Abbildung 7.3, dass kaum Unterschiede in der Einschätzung der beiden Seminarsitzungen durch die Lernenden vorliegen. Die Studierenden beurteilen die Sitzungen als inhaltlich eher leicht nachvollziehbar, interessant und motivierend zur Beschäftigung mit dem Thema Magnetismus. Sie geben weiterhin an, dass sie in den Sitzungen neue Erkenntnisse gewonnen haben. Hinsichtlich bereits bekannter Inhalte und der Relevanz von Dia- und Paramagnetismus für den Alltag, lassen sich den Ergebnissen keine eindeutigen Aussagen entnehmen. Aufgrund der geringen Studierendenzahl sollten die quantitativen Daten der Auswertung dieser Items insgesamt nur als Indizien betrachtet werden. Für weiterführende quantitative Analysen wäre es notwendig, das Lehrkonzept mit begleitender empirischer Untersuchung an einer größeren Stichprobe zu testen.

Ergänzend zu diesen geschlossenen Items werden zwei offene Fragen gestellt. Die sich daraus ergebenden qualitativen Daten erscheinen bei der kleinen Stichprobengröße im Vergleich zur quantitativen Analyse der geschlossenen Items möglicherweise hilfreicher.



Abbildung 7.3: Ergebnisse der geschlossenen Fragebogenitems, siehe Anhang F.2 bzw. Anhang F.3, zur allgemeinen Beurteilung der Studierenden der Sitzung 1 und Sitzung 2 der Praxisdurchführung mit Angabe des Mittelwertes und der Standardabweichung (0 = "Stimme nicht zu" bis 3 = "Stimme voll zu").

Die Antworten der Studierenden zu diesen offenen Items sollen an dieser Stelle kurz zusammengefasst beschrieben werden. Die Darstellung erfolgt dabei getrennt für die beiden Sitzungen 1 und 2, aber zusammengefasst für alle Studierenden, da keine Unterschiede zwischen den GyGe-Studierenden und den HRGe-Studierenden festgestellt werden können.

FB2.1 Was hat dich an der Sitzung und den Inhalten am meisten interessiert?

Die Antworten und Aussagen zu dieser Fragestellung weisen darauf hin, dass die Studierenden vor der Seminarsitzung nicht mit den Phänomenen des Dia- und Paramagnetismus vertraut sind. "Am meisten haben mich die Magnetismusformen Paraund Diamagnetismus interessiert [...]. Ich hatte zuvor noch nichts von diesen Formen gewusst" (BE03). Diese Aussage deutet zusätzlich an, dass die Studierenden großes Interesse an den unterschiedlichen magnetischen Phänomenen aufweisen. Entsprechende Aussagen werden von nahezu allen Teilnehmenden innerhalb dieses Items geäußert. Damit erfüllt die Seminarsitzung scheinbar die Funktion Interesse für das Thema Magnetismus zu wecken und auch die Orientierung an der Phänomenologie erweist sich als sinnvolle Vorgehensweise. Insbesondere wird dabei immer wieder die einfache Veranschaulichung der grundlegenden Phänomene am Realexperiment des magnetischen Pendels genannt. Die Lernenden finden es interessant, "dass Dia- und Paramagnetismus durch einen einfachen Versuchsaufbau veranschaulicht werden können" (ER10). Weiterhin erwähnen einige der Studierenden den Teaser als Interesse steigerndes Element in Sitzung 1 der Praxisdurchführung. Die Aussagen unterstützen somit den positiven Eindruck der geschlossenen Items, siehe Abbildung 7.3, und weisen auf die grundsätzliche Erfüllung der zentralen Ziele von Sitzung 1 hin.

FB2.2 Auf welche Art und Weise beeinflusst die Sitzung dein zukünftiges Handeln in der Schule zum Magnetismus?

Dieses Item erscheint wichtig in Abgrenzung zur vorherigen Fragestellung. Während das Interesse der Lernenden ein zeitlich sehr begrenztes Konstrukt darstellt, spiegelt die mögliche Wirkung der Seminarsitzungen auf das zukünftige Handeln einen deutlich stärkeren Einfluss auf die Überzeugung der Studierenden wider. Sollten die Lernenden durch die Seminarsitzungen davon überzeugt werden einzelne Inhalte selbst im Schulunterricht zu nutzen, kann auf diese Art und Weise implizit eine Übertragung der Vorstellung und Ziele des Projektes *Magnetismus hoch 4* auf die Schule erfolgen. Dabei muss jedoch berücksichtigt werden, dass die einmalige Selbstauskunft über den Einfluss auf das zukünftige Handeln nur als erstes Indiz auf eine mögliche Berücksichtigung ausgewählter Inhalte in der späteren Praxis angesehen werden kann.

Bei den Lehramtsstudierenden scheint nach Sitzung 1 Einigkeit darüber zu herrschen, dass es für die Schule wichtig und bedeutsam ist die Unterscheidung von Dia- und Paramagnetismus in den Unterricht einzubeziehen und nicht ausschließlich Ferro- und Elektromagnetismus zu behandeln. Diese Aussage wird von den meisten Lernenden getätigt und zeigt, dass die Inhalte aus Sicht angehender Lehrerinnen und Lehrer scheinbar hohe Relevanz besitzen. Eine typische Aussage lautet: "Ich werde aufgrund der Sitzung zukünftig in der Schule aufmerksam beachten, dass es nicht nur Ferround Elektromagnetismus gibt, sondern auch Para- und Diamagnetismus. Inwiefern ich das im Unterricht behandeln kann bzw. es zu behandeln gut ist, wird sich noch zeigen" (BE03). Dabei wird zudem offenbar, dass die Studierenden teilweise eine gewisse kritische Distanz bezüglich der praktischen Umsetzung offenbaren. Aufgrund strikter Lehrpläne und der geringen Praxiserfahrungen der Studierenden erscheint dies jedoch plausibel und nachvollziehbar. Für die Vermittlung erscheint es den Lernenden hilfreich, "dass man auch mit einfachen Mitteln den Schülerinnen und Schülern Dia-, Paraund Ferromagnetismus vermitteln kann" (PE11). Diese Aussage weist darauf hin, dass der Aufwand zur Demonstration der unterschiedlichen magnetischen Eigenschaften von den Lernenden zumindest als akzeptabel beurteilt wird. In einer weiterführenden Interpretation könnte man die Tatsache, dass die Lernenden die Erscheinungen als relevant für den Unterricht einschätzen und ihnen die reale Demonstration einfach erscheint, auch so deuten, dass sich möglicherweise einige der Lernenden fragen aus welchen Gründen die Inhalte bislang noch nicht in der Lehre im Bereich Magnetismus berücksichtigt werden.

Auch der Teaser wird von vielen Lernenden als Element beurteilt, dass in ihren Unterricht integriert werden könnte. Besonders "die Einführung des Magnetismus mithilfe eines Kurzfilmes" (MA09) erscheint den Lernenden hilfreich. Die Beobachtung der Reaktionen der Studierenden auf den Teaser führen zudem zum subjektiven Eindruck, dass der Film die Lernenden aktiviert und in gewisser Weise motiviert. Übergeordnet lässt sich somit feststellen, dass die angehenden Lehrpersonen insbesondere dort offen für die Übernahme von Inhalte erscheinen, wo scheinbar praxistaugliche und konkrete Materialien, wie Experimente oder digitale Inhalte, existieren, die direkt in den Unterricht integriert werden könnten.

FB3.1 Was hat dich an der Sitzung und den Inhalten am meisten interessiert?

In Sitzung 2 finden es die Studierenden interessant "endlich mal den Unterschied zu verstehen zwischen Para- und Ferromagnetismus" (PE07). Fasst man diese Aussage etwas weiter, findet sich bei den meisten Lernenden eine Äußerung, die auf ein vorhandenes Interesse an den "Ursachen von Dia-, Para- und Ferromagnetismus" (TP01) hinweist. Zur genaueren Beschreibung der unterschiedlichen Magnetisierungen im äußeren Magnetfeld in Abhängigkeit von der magnetischen Erscheinungsform, werden in Sitzung 2 Magnetisierungskurven dia-, para- und ferromagnetischer Stoffe dargestellt. Hier äußeren die Studierenden ihr Interesse am "Verlauf der Kurven" (TP01) im Allgemeinen. "Die Hysteresekurve weckte mein Interesse" (ER10) ist die spezifischere Äußerung eines Seminarteilnehmenden mit Bezug zum ferromagnetischen Magnetisierungsprozess. Einige der Lernenden bekunden zudem Interesse an der "Arbeit mit den Materialien (Arbeitsbuch, Tabletcomputer, …)" (AN05) und am Experimente des fliegenden Frosches im äußeren Magnetfeld aufgrund der diamagnetischen Abstoßung (GN06), das kurz als weiteres Realexperiment zur Demonstration von Diamagnetismus beschrieben wird.

FB3.2 Auf welche Art und Weise beeinflusst die Sitzung dein zukünftiges Handeln in der Schule zum Magnetismus?

Auch in Sitzung 2 werden die Teilnehmenden der Seminarsitzung gebeten, einzuschätzen in welcher Art und Weise die Lerneinheit das zukünftige Handeln der angehenden Lehrerinnen und Lehrer in der Schule beeinflussen wird. Bei dieser Sitzung ergeben sich aus den offenen Items des Fragebogens nur wenige Hinweise. Zudem lassen sich nahezu keinen Aussagen identifizieren, die von mehreren Studierenden gleichsam getätigt werden. Deshalb sollen hier einzelne Äußerungen kurz ausgeführt werden, um einen Einblick in das vorhandene Meinungsspektrum zu ermöglichen.

Die Tatsache, dass Sitzung 2 die interaktive Simulation zu den ferromagnetischen Magnetisierungskurven eingesetzt wird, veranlasst einen Teilnehmenden zur Aussage, dass diese Person später "wahrscheinlich ein digitales Experiment im Unterricht" (PE07) nutzen würde. Der Einsatz digitaler Medien in der Schule wird von zwei weiteren Studierenden als relevant für den späteren Unterricht genannt. In Sitzung 2 wird darüber hinaus das Modell der Elementarmagneten von den Lernenden analysiert und beurteilt. Die Studierenden sagen aus, dass sie das Modell der Elementarmagneten "schwierig" (ME06) finden und sie "vermutlich nicht mehr auf Elementarmagneten zurückgreifen" (ER10) werden. Hinsichtlich der fachlichen Diskussion der unterschiedlichen Ursachen für magnetische Phänomene in Form mikroskopischer Ströme und Elektronenspins, erscheint es einigen Lernenden wichtig diese Ursachen auch in der Vermittlung der unterschiedlichen Erscheinungsformen von Magnetismus im Unterricht zu berücksichtigen.

Im Bewusstsein über die eingeschränkte Aussagekraft der Untersuchungsbefunde zur allgemeinen Beurteilung der Seminarsitzung aufgrund der geringen Studierendenzahl, kann festgestellt werden, dass die Studierenden sich offen gegenüber und interessiert an den weiterführenden Erscheinungsformen von Magnetismus zeigen und sogar angeben diese Erscheinungen in ihre spätere Schulpraxis integrieren zu wollen. Es wird jedoch ebenfalls deutlich, dass viele der angehenden Lehrerinnen und Lehrer sich unsicher sind, ob und in welcher Art und Weise die Inhalte im Unterricht berücksichtigt werden können. Hinsichtlich des Teasers und der interaktiven Simulation äußern ebenfalls viele der Studierenden ihr Interesse. Für diese beiden Aspekte werden detailliertere Analysen zu den Einstellungen der Lernenden in Kapitel 7.4 und 7.5 ausgeführt.

7.3 Entwicklung des konzeptuellen Verständnisses von Magnetismus

Die Vermittlung von Inhalten im Bereich der Physik zielt auf die Ausbildung unterschiedlicher Kompetenzen bei den Lernenden ab. Diese Kompetenzen umfassen stark inhaltlich ausgerichtete Aspekte, wie das Fachwissen und die Erkenntnisgewinnung, aber auch übergeordnete Konzepte, wie die Ausbildung von Kommunikations- und Bewertungskompetenzen, die über das spezifische Fachwissen hinausgehen [Sch06]. Innerhalb der fachlichen Kompetenzen wird insbesondere die Entwicklung von konzeptuellem Verständnis zu bestimmten Fachinhalten angestrebt. Das konzeptuelle Verständnis bezieht sich dabei auf grundlegende Prinzipien eines Themengebietes, die die Grundlage für den Wissenserwerb im entsprechenden Inhaltsbereich darstellen. Der aktuelle Forschungsstand zum konzeptuellen Verständnis der Lernenden mit Bezug zum Magnetismus zeigt, dass das Wissen über die zugehörigen Prinzipien bei vielen Lernenden sowohl im Bereich der Schule als auch an der Hochschule nur gering ausgeprägt ist, wie in Kapitel 2.1.2 eingehend analysiert wird.

Das Projekt *Magnetismus hoch 4* entwickelt ein Lehrkonzept auf Grundlage multipler Repräsentationen. Dabei strebt es den Aufbau von konzeptuellem Verständnis der Lernenden in diesem Themengebiet an. Im Gegensatz zu den meisten bisherigen Konzepten, siehe Kapitel 2.1.1, berücksichtigt dieses Lehrkonzept auch die magnetischen Erscheinungsformen Dia- und Paramagnetismus in Ergänzung zum Ferromagnetismus. Da sich die Entwicklung an der Methode des Design-Based Research orientiert, siehe Kapitel 3.2, folgt auf die stark theoriebasierte Entwicklung eine Erprobung der Inhalte in der realen Praxis, um Hinweise auf notwendige Anpassungen und Überarbeitungen der entwickelten Ansätze zu erhalten, die über die theoretischen Befunde hinausgehen. Aufgrund der zentralen Bedeutung des konzeptuellen Verständnisses für den naturwissenschaftlichen Wissenserwerb, soll der Einfluss des Lehrkonzeptes des Projektes *Magnetismus hoch 4* auf die Vorstellungen der Lernenden über magnetische Phänomene und Prinzipien empirisch untersucht werden. Diese Untersuchung erfolgt innerhalb der Praxisdurchführung und wird nachfolgend erläutert.

An dieser Stelle soll darauf hingewiesen werden, dass die Konzeption eines fachdidaktisch fundierten Lehrkonzeptes zu den Inhaltsbereichen Dia-, Para- und Ferromagnetismus aufgrund der spezifischen inhaltlichen Ausrichtung, siehe Kapitel 4, nur begrenzt mit alternativen Lehrkonzepten zum Magnetismus verglichen werden kann. Insbesondere existieren bislang nahezu keine Untersuchungen zum Verständnis von Lernenden über dia- und paramagnetische Phänomene, da diese typischerweise in der Lehre nicht oder nur am Rande berücksichtigt werden. Die einzige existierende Untersuchung weist darauf hin, dass die Vorstellungen in den Bereichen Dia- und Paramagnetismus stark von den Konzepten zum Ferromagnetismus beeinflusst werden [Tan08]. Für die Entwicklungsarbeit des Lehrkonzepte existieren zu den Inhaltsbereichen Dia- und Paramagnetismus somit nahezu keine theoretischen Grundlagen, die Auskunft über die Vorstellung der Lernenden geben und somit als konstruktive Hinweise für die Konzeption des Lehrkonzeptes angesehen werden könnten. Dieser Aspekt sollte bei der Beurteilung der Wirkung des entwickelten Lehrkonzeptes berücksichtigt werden. Darüber hinaus erfolgt innerhalb der empirischen Untersuchung zum konzeptuellen Verständnis ein erster Versuch, das vorherige Wissen der Lernenden über Diaund Paramagnetismus zu erheben.

7.3.1 Beschreibung der Methoden und Durchführung

Die empirische Untersuchung der Entwicklung des konzeptuellen Verständnisses erfolgt durch unterschiedliche Instrumente. In erster Linie sollen ein Fragebogen mit offenen Items als Pre-Post-Follow up-Untersuchung mit Vortest, Nachtest und zeitverzögertem Nachtest einerseits und leitfadengestützte Interviews im Anschluss an die Praxisdurchführung andererseits Informationen über die Wirkung des Lehrkonzeptes erbringen, siehe Abbildung 7.1 und 7.2. Weiterhin beinhalten auch die Gruppendiskussionen der Sitzungen 1 und 2 sowie die Videoaufzeichnungen der einzelnen Sitzungen und die Forscherbücher der Lernenden potentiell Hinweise auf den Nutzen oder vorhandene Schwierigkeiten des Lehrkonzeptes. Da die Ergebnisse der letztgenannten Instrumente nach Auswertung jedoch verglichen mit der Fragebogen- und Interviewuntersuchung keine weiterführenden Erkenntnisse erbringen, bezieht sich die nachfolgende Beschreibung der Methoden und die daran anschließende Darstellung und Diskussion der Ergebnisse ausschließlich auf die offenen Items des Fragebogens zum konzeptuellen Verständnis und die Leitfadeninterviews.

7.3.1.1 Problemzentrierte Leitfadeninterviews

Das erste zentrale Instrument zur Erhebung des konzeptuellen Verständnisses der Studierenden über die magnetischen Erscheinungsformen Dia-, Para- und Ferromagnetismus stellen leitfadengestützte Interviews dar, die nach Sitzung 3, siehe Abbildung 7.1, mit $N_{\rm I} = 9$ GyGe-Studierenden geführt werden. Es werden keine gesonderten Interviews mit den HRGe-Studierenden geführt. Die Durchführung der Interviews erfolgt durch Expertinnen aus dem Bereich der Physikdidaktik, die mit den Konzepten des Projektes *Magnetismus hoch 4* nur am Rande vertraut sind und nicht durch die Lehrperson des Seminares selbst, um an dieser Stelle die Objektivität der Durchführung der Interviews zu gewährleisten. Die Interviews weisen eine Dauer zwischen ca. 18–36 Minuten, durchschnittlich ca. 27 Minuten, auf.

Die durchgeführten Interviews lassen sich als teilstrukturierte Leitfadeninterviews charakterisieren [Nie14]. Die eingeschränkte Strukturierung ergibt sich durch die Leitfragen des Interviewleitfadens, siehe Anhang F.4. Die Formulierung der Leitfragen und ihre Reihenfolge kann jedoch von den Interviewenden an die jeweilige Interviewsituation angepasst werden, wenn dies sinnvoll erscheint. Auf diese Art und Weise soll versucht werden bestmöglich auf die Äußerungen der Studierenden einzugehen und den Gedankengang der Lernenden im Interview möglichst unmittelbar abzubilden. Ein vollständig strukturiertes Interview scheint diese notwendigen Bedingungen nicht zu erfüllen. Durch die Teilstrukturierung soll jedoch eine angemessene Vergleichbarkeit und Reproduzierbarkeit der Interviews gewährleistet werden. Im Interviewleitfaden sind in Ergänzung zu den Leitfragen einzelne Impulse ergänzt, die von den Interviewenden bei bestimmten Äußerungen der Lernenden eingebracht werden können. Inhaltlich orientiert sich das Interview am Grundkonzept der fachlichen Klärung, siehe Abbildung 4.1, da auch der Interviewleitfaden einen Übergang von der makroskopischen zur mikroskopischen Beschreibung und dann zu den Ursachen für Magnetismus, etc. aufweist, wie nachfolgend beschrieben wird.

Das Interview und somit auch der Leitfaden nutzen als Einstieg den Ausschnitt eines Zeitungsartikels. Dieser Artikel trägt die Überschrift "Überraschung bei Rosetta-Mission - Tschuris Kern ist unmagnetisch" [Wel15] und bezieht sich auf Untersuchungen zum Kometen 67P/Churyumov-Gerasimenko, siehe Anhang F.4. Die Bezeichnung "unmagnetisch" widerspricht einer Kernvorstellung des Projektes Magnetismus hoch 4 und somit dem entwickelten Lehrkonzept und den vermittelten Inhalte der Praxisdurchführung. Diese gehen davon aus, dass Magnetismus eine universelle Eigenschaft der Materie darstellt, die in unterschiedlichen Erscheinungen bei sämtlichen Objekten und Substanzen vorhanden ist. Die Interviewenden geben vor selbst den Artikel geschrieben zu haben und konsultieren die Lernenden als Experten für das Thema Magnetismus zur fachlichen Absicherung der Inhaltes des Zeitungsartikels. Auf diese Art und Weise sollen die Studierenden dazu gebracht werden, die erlernten Inhalte und Konzepte mit Bezug zur konkreten Problemsituation des Zeitungsartikels wiederzugeben. Durch diese Grundkonzeption der Untersuchung ist das Leitfadeninterview als problemzentriertes Interview einzuordnen [Wit85, Nie14]. Es wird erwartet, dass die Lernenden feststellen, dass der Begriff "unmagnetisch" nicht sinnvoll bzw. fachlich nicht angemessen ist und alternative Beschreibungen oder Formulierungen gewählt werden sollten, die sich auf die geringe Stärke der Wechselwirkungen zwischen äußeren Magnetfeldern und dia- bzw. paramagnetischer Materie beziehen. Damit orientiert sich der Beginn des Interviews analog zum Lehrkonzept an einer makroskopischen Beschreibung von Magnetismus, bei der die zentralen Erscheinungsformen durch die charakteristischen Phänomene unterschieden werden. Eine weitere sinnvolle Äußerung der Studierenden an dieser Stelle wäre ein Hinweis auf den universellen Charakter magnetischer Erscheinungen, die bei sämtlichen Materieformen existieren. Der Interviewleitfaden beinhaltet an dieser Stelle weiterführende Impulsfragen, die Äußerungen zur makroskopischen Phänomenologie der unterschiedlichen Erscheinungsformen hervorrufen sollen.

Nach der makroskopischen Beschreibung werden die Studierenden gebeten ein Modell zur Beschreibung von Magnetismus zu nennen und anzugeben welche Eigenschaften der zentralen Erscheinungsformen von Magnetismus mithilfe dieses Modelles beschrieben werden können. Durch diese Leitfrage bzw. die dazugehörigen Impulse sollen zwei Aspekte untersucht werden. Einerseits existieren zahlreiche Modelle für die Beschreibung von Magnetismus bzw. Ferromagnetismus, siehe Kapitel 2.1.1.1, die viele der Studierenden aus der Schule oder der Hochschule bereits vor dem Seminar zum Projekt Magnetismus hoch 4 kennen. Es gilt somit zu untersuchen, ob und in welchem Umfang die bereits bekannten Modelle das Denken der Studierenden weiterhin beeinflussen. Im Seminar selbst werden die Magnetisierung bzw. die magnetischen Momente als Größen zur modellhaften Beschreibung von Magnetismus eingeführt und stets in Form von Pfeilen repräsentiert. Damit untersucht dieser Aspekt, ob die Studierenden die im Seminar vermittelten Modellgrößen übernehmen und auf welche Art und Weise die magnetischen Erscheinungsformen beschrieben werden. Da sich sämtliche Modellierungen vor allem auf die mikroskopische Dimension der unterschiedlichen Erscheinungsformen beziehen, erfolgt, ebenfalls der Sachstruktur und dem Verlauf der Seminarsitzungen folgend, mit dieser Fragestellung ein Übergang von der makroskopischen zur mikroskopischen Beschreibung. Es ist für das Wissen über das konzeptuelle Verständnis der Lernenden wichtig zu erfahren, ob die Beschreibungen magnetischer Phänomene auch auf der mikroskopischen Dimension nach Abschluss der Seminarsitzungen fachlich korrekt erfolgen bzw. welche Vorstellungen die Lernenden nach der Praxisdurchführung besitzen.

Neben der makroskopischen und mikroskopischen Beschreibung und Klassifizierung der magnetischen Eigenschaften, werden in den Seminarsitzungen auch die physikalischen Ursachen magnetischer Momente in Form des Spins und mikroskopischer Ströme von Elektronen diskutiert. Auch dieser Aspekt wird in den Interviews berücksichtigt. Je nachdem welche Vorstellungen der Lernenden zum makroskopischen und mikroskopischen Verhalten dia-, para- und ferromagnetischer Stoffe existieren, soll von den Interviewenden erfragt werden, wie die Magnetisierung oder die magnetischen Momente zu Stande kommen. Da die Ursachen jeweils nur mithilfe der Quantenmechanik fachlich anschlussfähig erklärt werden können, existiert im Interviewleitfaden auch ein Impuls der bei entsprechendem Verlauf der Interviews diesen Aspekt zur Diskussion stellen soll. Grundsätzlich gilt jedoch, dass es nur sinnvoll erscheint, bei angemessener makroskopischer und mikroskopischer Beschreibung die Vorstellungen zu den Ursachen der unterschiedlichen magnetischen Erscheinungsformen zu erheben. Die Interviewenden sind aus diesem Grund angehalten diese Vorgabe zu berücksichtigen und andernfalls eher zu versuchen, weitere Vorstellungen im Bereich der makroskopischen oder mikroskopischen Phänomenologie zu diskutieren.

Abschließend soll in den Interviews untersucht werden, ob die Studierenden in der Lage sind die Kenntnisse über magnetische Erscheinungsformen auf reale Substanzen und Elemente anzuwenden und deren magnetisches Verhalten zu erklären. Zu diesem Zweck nutzt die Praxisdurchführung das Video eines Experimentes in dem das magnetische Verhalten von flüssigem, paramagnetischem Sauerstoff O_2 und flüssigem, diamagnetischem Stickstoff N_2 dargestellt und beschrieben wird [Har12]. Das unterschiedliche magnetische Verhalten lässt sich für beide Substanzen vergleichsweise leicht mithilfe der Elektronenkonfigurationen bzw. der Molekülorbitale erläutern. Diese Erläuterung ist Teil von Sitzung 3 der Praxisdurchführung. Zum Abschluss der Leitfadeninterviews werden die Studierenden gebeten das Experiment aus der Erinnerung zu beschreiben und anhand des Experimentes anzugeben welche Kriterien notwendig sind, um das magnetische Verhalten der unterschiedlichen Moleküle zu beschreiben. Sollten die Studierenden sich nicht an das Experiment erinnern sind die Interviewenden angehalten eine kurze Beschreibung des Videos anzugeben oder das Video den Studierenden erneut zu zeigen. Da jedoch die Durchführung der Interviews zeigt, dass sich alle Studierenden an das Videoexperiment erinnern, ist dieser Schritt in keinem Interview notwendig. Für eine noch genauere Betrachtung des Interviewleitfadens sei an dieser Stelle auf Anhang F.4 verwiesen.

Insgesamt streben die Interviews die Beantwortung folgender Forschungsfragen an, die neben den Elementen der Praxisdurchführung als Grundlage für den Interviewleitfaden dienen:

- 1. Welche Erscheinungsformen von Magnetismus und welche makroskopischen phänomenologischen Aspekte zur Beschreibung eben dieser werden genannt? (FF1)
- 2. Welche Beispiele für die verschiedenen Erscheinungsformen von Magnetismus werden genannt? (FF2)
- 3. Welche physikalischen Ursachen zur Erklärung der Eigenschaften der unterschiedlichen Erscheinungsformen von Magnetismus werden auf mikroskopischer Ebene genannt? (FF3)
- 4. Welche Modelle, Repräsentanten oder physikalischen Größen zur Vermittlung bestimmter Aspekte der verschiedenen Erscheinungsformen von Magnetismus werden genannt und wie werden die Ansätze bewertet? (FF4)

5. Welche Deutungen und Interpretationen existieren zur Erklärung der im Realexperiment "Flüssiger Stickstoff und Sauerstoff im äußeren Magnetfeld" (N_2/O_2) dargestellten Phänomene? (FF5)

Nach Durchführung der Interviews werden diese zunächst transkribiert und sollen im Anschluss daran mit einem an die qualitative Inhaltsanalyse angelehnten Verfahren ausgewertet werden [Krü14, May10]. Das für die qualitative Inhaltsanalyse notwendige Kategoriensystem ergibt sich mit Bezug zu den leitfadengestützten Interviews zunächst über eine deduktive Kategoriendefinition [May10]. Die Ableitung der Kategorien K1' bis K5' bezieht sich dabei zunächst jeweils auf eine der Forschungsfragen FF1 bis FF5, sodass zunächst fünf Kategorien sowie die sechste Kategorie K6' ("Sonstige") gebildet werden, siehe Anhang F.5. In die letztgenannte Kategorie werden Äußerungen eingruppiert, die als relevant die Forschungsfragen erscheinen, aber nicht eindeutig einer Kategorie zugeordnet werden können.

Im Anschluss an die deduktive Kategorienbildung erfolgt die Codierung von zwei exemplarischen und zufällig ausgewählten Interviews mithilfe eines ersten Codierleitfadens, siehe Anhang F.5. Die Codierung dieser beiden Interviews wird simultan von einem zweiten Codierer durchgeführt, der mit den Inhalten des Projektes nicht vertraut ist. Durch diese Maßnahme soll die Realiabilität der empirischen Untersuchung gewährleistet werden. Die Codierung des zusätzlichen Codierers erfolgt ausschließlich mit Bezug zum ursprünglichen Codierleitfaden ohne weitere Erläuterungen oder Kommentare, um die Präzision der schriftlichen Fassung des Codierleitfadens zu optimieren und damit die Objektivität der Untersuchung zu verbessern.

Für die vorliegende Untersuchung erscheint eine quantitative Bestimmung der Reliabilität bzw. der Interrater-Reliabilität nicht sinnvoll, sodass ein alternatives Verfahren gewählt wird [Hei12]. Bei diesem Verfahren erfolgt ein diskursiver Austausch der beiden Codierer über die erfolgte Codierung des exemplarisch ausgewählten Datenmaterials. Die Übereinstimmungen und Abweichungen der Codierungen der beiden zufällig ausgewählten Interviews werden diskutiert und ergeben eine überarbeiteten Fassung des ursprünglichen Codierleitfadens. Die dafür notwendigen Kompromisse der beiden Codierer sind bei der vorliegenden Erhebung gegeben.

Als Grundlage für die Diskussion über den ursprünglichen Codierleitfaden, siehe Anhang F.5, zwischen den beiden Codierern können folgende Fragen angesehen werden:

- Welche Übereinstimmungen und Abweichungen ergeben sich für die Codierungen der beiden unabhängigen Codierer bei den exemplarisch ausgewählten Interviews? [Krü14]
- Werden die Kategorien des ursprünglichen Codierleitfadens als eindeutig und trennscharf betrachtet oder sollten Anpassungen, Erweiterungen oder Reduktionen des Kategoriensystems vorgenommen werden?
- Ist es notwendig, den ursprünglichen Codierleitfaden aufgrund der in der Kategorie "Sonstige" zusammengefassten Aussagen durch eine induktive Kategoriendefinition zu erweitern? [May10]

Die Diskussion der beiden unabhängigen Codierer ergibt vor allem, dass die mikroskopische Beschreibung analog zur makroskopischen Beschreibung in K1' in einer gesonderten Kategorie erfasst werden sollte. Damit ergibt sich zudem eine bessere strukturelle Übereinstimmung mit der Konzeption der Sachstruktur, siehe Kapitel 4. In dieser neu zu erstellenden Kategorie sollen neben Äußerungen zu magnetischen Momenten auch Beschreibungen von Magnetisierungskurven und Hysteresekurven einbezogen werden, da diese typischerweise dem mikroskopischen Modell Weissscher Bezirke zugeordnet werden. In Ergänzung zu dieser grundlegenden Änderung, werden weitere kleinere Anpassungen unter Erhalt der ursprünglichen Struktur des Codierleitfadens vorgenommen. Diese Änderungen beziehen sich insbesondere auf Kategorie K3' und K5'. Ergänzend werden dem ursprünglichen Codierleitfaden auch typische beispielhafte Äußerungen der Lernenden aus den beiden exemplarischen Interviews hinzugefügt, um die Objektivität der Codierung zu optimieren.

Die zuvor beschriebenen Änderungen ergeben eine überarbeitete Fassung des Codierleitfadens. Die Güte der überarbeiteten Fassung des Codierleitfadens wird erneut in ähnlicher Art und Weise überprüft. Zu diesem Zweck werden weitere drei Interviews, die abermals zufällig ausgewählt werden, von den beiden unabhängigen Codierern codiert und es erfolgt wiederum eine Diskussion über Übereinstimmungen und Abweichungen sowie über die Passung des überarbeiteten Codierleitfadens. Bei dieser Überprüfung zeigt sich, dass nur sehr wenige Details am überarbeiteten Codierleitfaden anzupassen sind. Nach Durchführung dieser Anpassungen ergibt sich somit die endgültige Fassung des Codierleitfadens mit den Kategorien K1 bis K6, die zur Codierung sämtlicher Interviews eingesetzt wird, siehe Anhang F.5. Diese Fassung enthält keine Kategorie "Sonstige", da in der Überprüfung des überarbeiteten Codierleitfadens sämtliche Äußerungen den endgültigen Kategorien K1 bis K6 zugeordnet werden können.

In Kategorie K1 des endgültigen Coderleitfadens werden Äußerungen mit Bezug zur makroskopischen Beschreibung der Erscheinungsformen von Magnetismus zusammengefasst. Diese Kategorie umfasst Nennungen der Erscheinungsformen, Beschreibungen der Phänomene, Angaben von Richtung und Stärke typischer Wechselwirkungen sowie die Feststellung, dass Magnetismus als universelle Eigenschaft von Materie anzusehen ist. Analog zur Sachstruktur stellt Kategorie K2 der makroskopischen die mikroskopische Beschreibung gegenüber. Diese Kategorie beinhaltet insbesondere Beschreibungen magnetischer Momente und deren Verhalten sowie die Nennung des von der Erscheinungsform abhängigen Magnetisierungsverhaltens. Die Ursachen von Magnetisierungen und magnetischen Momenten werden hingegen gesondert in Kategorie K3 erfasst. In diese Kategorie können die Nennung und Beschreibung von Spin und mikroskopischen Strömen von Elektronen als zentrale Ursachen für dia-, para- und ferromagnetisches Verhalten unter Nutzung der Elektronenkonfiguration bzw. des Orbitalmodells eingeordnet werden. Die explizite Berücksichtigung von Beispielen, Alltagsanwendungen, Naturphänomenen erfolgt nicht im Rahmen des makroskopischen Beschreibung in Kategorie K1, sondern gesondert in Kategorie K4. Diese Kategorie erscheint bedeutsam, um die Verbindung des fachlichen Wissen zu realen Substanzen oder Bezügen im Alltag analysieren zu können. Da auch Vermittlungskonzepte, wie Modelle oder Experimente, zur Beschreibung magnetischer Erscheinungsformen Teil der Sachstruktur und des Lehrkonzeptes sind und zudem den traditionellen Ansätzen gegenübergestellt werden, erscheint es weiterhin notwendig, diese Beschreibungen in Kategorie K5 zu erfassen. Abschließend beinhaltet Kategorie K6 die Äußerungen zur Magnetisierung von flüssigem Sauerstoff und flüssigem Stickstoff [Har12]. Die Äußerungen in dieser Kategorie beziehen sich auf einen sehr spezifischen Inhalt, aber können teilweise im Sinne der Kategorien K1 bis K3 verallgemeinert werden und liefern somit auch für diese Kategorien in Teilen wichtige Informationen. Eine noch präzisere Beschreibung der Kategorien und Beispiele für typische Codierungen finden sich im Codierleitfaden in Anhang F.5.

Die einzelnen Kategorien bilden somit jeweils einen bestimmten Teil der entwickelten Sachstruktur ab, die dem Lehrkonzept zugrunde liegt. Die grundsätzliche Vorgehensweise der Sachstruktur findet sich in Abbildung 4.1 beschrieben. In Abbildung 7.4 ist dargestellt welche Bereiche der Sachstruktur durch welche Kategorien untersucht und abgebildet werden.

Mithilfe der finalen Fassung des Codierleitfadens erfolgt die vollständige Codierung der neun Interviews bzw. der zugehörigen Transkripte. An dieser Stelle ist es wichtig zu erwähnen, dass die Codierung direkt mit Bezug zu den ursprünglichen Transkripten und somit den ursprünglichen Äußerungen der Lernenden erfolgt, um so näher am eigentlichen Text arbeiten zu können. Alternative Ansätze, die vor der Codierung das Redigieren und Ordnen der Aussagen empfehlen, erscheinen für die vorliegenden



Abbildung 7.4: Zuordnung der Kategorien der empirischen Untersuchung zur Erhebung des konzeptuellen Verständnisses zur Auswertung der Interviews mit Bezug zur Struktur der entwickelten Sachstruktur im Vergleich zu Abbildung 4.1.
Interviews weniger sinnvoll. Nach abgeschlossener Codierung, erfolgt innerhalb eines Schrittes das Redigieren, Ordnen und Explizieren der Aussagen im Sinne des Vorgehens von Krüger und Riemeier (2014) [Krü14]. Das Ordnungskriterium stellen dabei die zuvor definierten Kategorien K1 bis K6 dar. Abschließend ergibt sich die inhaltliche Strukturierung der Interviews nach Mayring (2010) [May10]. Ausgehend von dieser inhaltlichen Strukturierung erfolgt die Darstellung und Diskussion der Ergebnisse der Leitfadeninterviews in Kapitel 7.3.2.2.

7.3.1.2 Offene Items - Fragebogen

In Ergänzung zu den problemzentrierten Leitfadeninterviews, siehe Kapitel 7.3.1.1, wird das konzeptuelle Verständnis der Lernenden im Bereich Magnetismus mit Bezug zum Lehrkonzept des Projektes Magnetismus hoch 4 auch mithilfe des Fragebogens FB1 durch verschiedene offenen Items erhoben, siehe Anhang F.1. Diesen Fragebogen erhalten die Studierenden in Sitzung 0 vor Behandlung des Themas Magnetismus (Vortest) sowie unmittelbar nach Abschluss des Themas Magnetismus in Sitzung 3 (Nachtest) und nach Abschluss des Seminares, etwa drei Monate nach eben dieser Sitzung 3 (zeitverzögerter Nachtest), siehe Abbildung 7.1. Mit Fragebogen FB1 werden zwei grundsätzliche Ziele verfolgt, die gesondert zu betrachten sind. Einerseits dient die Fragebogenerhebung der Absicherung und Überprüfung der Ergebnisse der Leitfadeninterviews zu den Vorstellungen der Studierenden, da dasselbe Konstrukt auf diese Art und Weise durch zwei unabhängige Verfahren und eigenständige Instrumente erhoben wird. Andererseits existieren, aufgrund der bislang fehlenden Berücksichtigung von Dia- und Paramagnetismus in Lehrkonzepten zum Magnetismus, bislang noch keine Untersuchungen zu den Alltagsvorstellungen bzw. Präkonzepten von Lernenden zu diesem Inhaltsbereich. Insbesondere der Vortest dient hier erstmalig zur Erhebung der Lernendenvorstellungen und soll zeigen, welche Konzepte die Studierenden vor Vermittlung der Eigenschaften von Dia- und Paramagnetismus zu diesen magnetischen Erscheinungsformen besitzen.

Der vollständig in Anhang F.1 dargestellte Fragebogen FB1 umfasst insgesamt 9 unterschiedliche Items, die teilweise weiter aufgeteilt sind. Item FB1.1a konfrontiert die Lernenden mit einer typischen Unterrichtssituation zur Einführung in das Thema Magnetismus, bei der Schülerinnen und Schüler mithilfe der Vorstellung von typischen schulischen Permanentmagneten die magnetischen Eigenschaften von Alltagsgegenständen klassifizieren sollen. Die Studierenden werden hier gebeten, mögliche Beispiele und das erwartbare magnetische Verhalten zu nennen. Mithilfe dieser Fragestellung soll untersucht werden, ob die typische Aufteilung von Alltagsgegenständen in "magnetische" und "unmagnetische" Objekte den Studierenden vertraut ist und, ob diese auch nach Durchführung des Seminares in entsprechender Form artikuliert wird. Das Item FB1.1b bezieht sich auf ein hypothetisches Realexperiment zur Untersuchung des magnetischen Verhaltens einer Büroklammer und eines Bleistiftes. Die Studierenden sollen angeben, wie das erwartbare Versuchsergebnis aus Sicht eines Experten für Magnetismus zu deuten ist und, wie ein möglicher Umgang mit dem Resultat des Experimentes im Unterricht erfolgen kann. Auch hier wird Bezug zur typischerweise dichotomen Unterteilung von Alltagsgegenständen hinsichtlich ihres magnetischen Verhaltens genommen. In Ergänzung dazu soll in Item FB1.1c das zuvor beschriebene hypothetische Experiment mithilfe eines sehr starken Lasthebemagneten auf einem Schrottplatz durchgeführt werden. Die Studierenden sollen an dieser Stelle angeben, welche Änderungen im Vergleich zur Verwendung eines klassischen Permanentmagneten zu erwarten sind. In diesem Item stellt die Variation der Feldstärke eine entscheidende Veränderung der Versuchsbedingungen dar, da durch ein starkes magnetisches Feld die typischerweise verborgenen diamagnetischen Eigenschaften eines Bleistiftes demonstriert werden können, während das ferromagnetische Verhalten der Büroklammer grundsätzlich unverändert erscheint.

Bei den vorherigen Items werden die magnetischen Erscheinungsformen Dia-, Paraund Ferromagnetismus bewusst nicht genannt, um hier selbstständige Äußerungen der Lernenden zu ermöglichen. In Item FB1.2 werden die Studierenden jedoch explizit aufgefordert, bei Kenntnis der Begriffe, eine Beschreibung bzw. Erklärung der Bezeichnungen Dia-, Para- und Ferromagnetismus anzugeben. Damit soll untersucht werden, ob den Studierenden die Begriffe bekannt sind und welche charakteristischen Vorstellungen mit den Namen verbunden werden.

Die Items FB1.3a und FB1.3b beziehen sich im Gegensatz zu den vorherigen Items weniger auf die unterschiedlichen magnetischen Erscheinungsformen, sondern vielmehr auf das dem Lehrkonzept zugrunde liegende Prinzip der Vektorsumme. Den Studierenden werden in diesen Items jeweils schematische Darstellungen eines Objektes mit fünf bzw. sechs unterschiedlich ausgerichteten magnetischen Momenten vorgelegt. Damit verbunden ist jeweils die Aufforderung die aus den magnetischen Momenten resultierende Magnetisierung einzuzeichnen und die Antwort zu begründen sowie physikalisch zu interpretieren. Das mathematische Konzept der Vektorsumme muss verstanden werden, um den Übergang von der makroskopischen zur mikroskopischen Beschreibung und somit die Interpretation der Magnetisierung als Vektorsumme magnetischer Momente im Sinne des vorliegenden Lehrkonzeptes nachvollziehen zu können. Die Items FB1.3a und FB1.3b sollen erheben, ob die Studierenden bereits vor oder zumindest nach den Seminarsitzungen in der Lage sind dieses mathematische Konzept sinnvoll anzuwenden.

In den Items FB1.4 bis FB1.6 findet sich jeweils der Zustand einiger magnetischer Momente in einem schematisch dargestellten Objekt im äußeren Magnetfeld. Daneben ist dasselbe Objekte ohne magnetische Momente und ohne äußeres Magnetfeld visualisiert. Die Lernenden werden hier gebeten, den Zustand der magnetischen Momente nach Verschwinden des äußeren Magnetfeldes einzuzeichnen und die Antwort zu begründen. Dabei bezieht sich FB1.4 auf ein ferromagnetisches, FB1.5 auf ein paramagnetisches und FB1.6 auf ein diamagnetisches Objekt. Diese Items untersuchen in Ergänzung zu FB1.2 die Vorstellungen der Studierenden zu den drei Erscheinungsformen Dia-, Para- und Ferromagnetismus, wobei vor allem die mikroskopischen Vorstellungen fokussiert werden.

Nach Untersuchung der makroskopischen und mikroskopischen Eigenschaften bezieht sich Item FB1.7 auf die Ursachen magnetischer Momente. Dabei wird angegeben, dass grundsätzlich magnetische Momente existieren, die parallel und antiparallel zum äußeren Magnetfeld ausgerichtet sind. Dieses Item bezieht sich somit auf ein bereits fortgeschritteneres Konzept innerhalb des Verständnisses für Magnetismus, das jedoch im Seminar mit sämtlichen Studierenden in entsprechender Form diskutiert wird.

Um zu erheben, ob die Studierenden zudem in der Lage sind das Wissen über die grundlegenden Phänomene und die möglichen Ursachen auf reale Substanzen zu übertragen, wird, ähnlich wie bei den Leitfadeninterviews, das Videoexperiment zum magnetischen Verhalten von flüssigem Sauerstoff O_2 und flüssigem Stickstoff N_2 in Fragebogenitem FB1.8 eingebracht [Har12]. Dieses Item bezieht sich jedoch allgemeiner auf die notwendigen Informationen zur Beschreibung der Eigenschaften des magnetischen Verhaltens von Gasen. Die Studierenden können hier mithilfe eines selbstgewählten Beispiels oder mit Bezug zum Videoexperiment erläutern, welche Prinzipien zur Vorhersage oder Erklärung magnetischer Eigenschaften realer Materie genutzt werden müssen. Als Beispiel für notwendige Konzepte sind hier die Elektronenkonfiguration bzw. die Molekülorbitaltheorie und die damit verbundene Vorstellung gepaarter Elektronen zu nennen. Ebenfalls in Analogie zu den problemzentrierten Leitfadeninterviews, siehe Kapitel 7.3.1.1, existiert mit Item FB1.9 ein Element, das einen Bezug zu Beispielen für die drei unterschiedlichen magnetischen Erscheinungsformen herstellt. Dieses Item fordert die Lernenden zur Nennung von Beispielen für dia-, para- und ferromagnetische Substanzen auf und ermöglicht somit ebenfalls die Untersuchung der Vorstellungen der Studierenden zu diesen Erscheinungsformen von Magnetismus vor und nach der Praxisdurchführung.

In den unterschiedlichen Phasen werden mit diesem Fragebogen $N_{\rm V} = 21$ (Vortest), $N_{\rm N} = 20$ (Nachtest) und $N_{\rm Z} = 9$ (zeitverzögerter Nachtest) Studierende befragt. Da der Fragebögen ausschließlich offene Items aufweist, erscheint auch eine Analyse bei geringer Größe der Stichprobe nützliche qualitative Aussagen zu ergeben, die in Ergänzung zu den Ergebnissen der Interviewstudie für die Analyse des konzeptuellen Verständnisses der Studierenden genutzt werden können. Für die Auswertung der Items wird berücksichtigt, dass diese jeweils mit Kategorien des Codierleitfadens der Interviewstudie K1 bis K6 in Verbindung gebracht werden können, siehe Tabelle 7.1. Aus diesem Grund werden die einzelnen schriftlichen Äußerungen der Studierenden in den offenen Items den Kategorien K1 bis K6 zugeordnet und diesbezüglich inhaltlich strukturiert erfasst, zusammengefasst und analysiert. Die Verwendung gleicher Kategorien für die Auswertung der Interviews und der Fragebogenuntersuchung erscheint sinnvoll, um möglichst umfassende Aussagen zu diesen zentralen Aspekten des Lehrkonzeptes ableiten zu können und Informationen über die Vorstellungen der Studierenden zu erhalten. Mit Bezug zu diesen Kategorien erfolgt die Darstellung der Ergebnisse nachfolgend in Kapitel 7.3.2.1. Bei der Betrachtung von Tabelle 7.1 zeigt sich, dass für die Items FB1.3a und FB1.3b keine Zuordnung zu einer Interviewkategorie erfolgt, da das in diesen Items untersuchte Konzept der Vektorsumme für die Interviews nicht relevant ist. Umgekehrt bezieht sich der Fragebogen nicht auf die Vermittlungskonzepte, sodass Kategorie K5 keinem Item der Fragebogenuntersuchung zugeordnet werden kann.

| FB1. | 1a | 1b | 1c | 2 | 3a | 3b | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|------|----|---------|---------|-------|----|----|---|---|---|----------|---|---|
| Κ | 1 | $1,\!2$ | $1,\!2$ | 1,2,3 | - | - | 2 | 2 | 2 | 2,3 | 6 | 4 |

Tabelle 7.1: Zuordnung der Fragebogenitems FB1.1a bis FB1.9 zu den Kategorien K1 bis K6 der problemzentrierten Leitfadeninterviews.

7.3.2 Ergebnisse und Diskussion

Die Ergebnisdarstellung und die zugehörige Diskussion wird zunächst separat für die offenen Items des Fragebogens zum konzeptuellen Verständnis und die problemzentrierten Leitfadeninterviews ausgeführt. Abschließend erfolgt die zusammenfassende Diskussion der unterschiedlichen Ergebnisse unter Berücksichtigung der Kategorien K1 bis K6, die auch in den einzelnen Ergebnisdarstellungen in Kapitel 7.3.2.1 und 7.3.2.2 die Struktur vorgeben.

7.3.2.1 Offene Items - Fragebogen

Die Darstellung der Ergebnisse wird in diesem Kapitel zunächst für die Äußerungen der Studierenden in der Fragebogenuntersuchung ausgeführt. Die Struktur der Ergebnisdarstellung orientiert sich an den Kategorien K1 bis K6, zu denen sich jeweils unterschiedliche Items des Fragebogens zuordnen lassen, siehe Tabelle 7.1. Innerhalb dieser Kategorien wird in der Beschreibung jeweils auch auf die Entwicklung der Vorstellungen der Studierenden unter Berücksichtigung der verschiedenen Untersuchungszeitpunkte eingegangen.

K1 Makroskopische Beschreibung der Erscheinungsformen von Magnetismus

Die Ergebnisse des Vortests zeigen, dass fast allen Studierenden ausschließlich der Begriff Ferromagnetismus geläufig ist. "Die Terme Diamagnetismus und Paramagnetismus kenne ich noch nicht" (BE03) entspricht dem vorherrschenden Kenntnisstand der Lernenden. Nur bei 2 von insgesamt $N_{\rm V} = 21$ Studierenden lässt sich eine adäquate makroskopische Vorstellung von Dia- bzw. Paramagnetismus identifizieren. Diese Studierenden wissen scheinbar, dass "beim Diamagnet [...] die magnetischen Momente auch ausgerichtet [sind], jedoch in die gegensätzliche Richtung zum äußeren Magnetfeld" (CN01) und "paramagnetische Materialien sich durch ein Magnetfeld magnetisieren [lassen]", wobei "sie ihre Magnetisierung verlieren, nachdem das äußere Magnetfeld entfernt wird" (PT01). Die Erscheinungsform Ferromagnetismus scheint vielen Studierenden zumindest begrifflich bekannt zu sein. Auch die Vorstellungen zum makroskopischen Verhalten ferromagnetischer Stoffe weist bei einer größeren Anzahl Studierender fachlich richtige Aspekte auf. Viele Studierende sind sich bewusst, dass "Ferromagnetismus jene Metalle bezeichnet, die sich magnetisieren lassen" (EU09), sodass diese Stoffe somit "ebenfalls in der Lage sind magnetische Anziehung zu bewirken" (EU09). Weiterführende Konzepte zur Stärke ferromagnetischer Wechselwirkungen lassen sich nicht erkennen. Da die besondere Stärke des Ferromagnetismus sich jedoch vor allem im Vergleich zum Dia- und Paramagnetismus zeigt und diese Erscheinungsformen den Studierenden in aller Regel unbekannt sind, erscheint es plausibel, dass keine Äußerungen zur Stärke ferromagnetischer Wechselwirkungen getroffen werden. Die Tatsache, dass den Lernenden die Erscheinungsformen Dia- und Paramagnetismus unbekannt sind, stimmt mit den Erkenntnissen der allgemeinen Äußerungen zum Interesse an den Seminarsitzungen überein, siehe Kapitel 7.2.

Den Studierenden ist bewusst, dass die magnetischen Eigenschaften von Stoffen in Verbindung zum jeweiligen Material stehen, da "es bestimmte Materialien gibt, die vom Magneten angezogen werden" (WN08). Dabei existiert jedoch vielfach die Vorstellung, dass "es Metalle sind, die angezogen werden" (PT03), wie die Äußerungen zu Item FB1.1a und Item FB1.1b zeigen. Nur wenigen Studierenden scheint bekannt zu sein, dass für die Existenz von Ferromagnetismus die Einordnung eines Stoffes als "Metall allein nicht genügt" (BE03). Der aus dem Alltag scheinbar direkte Bezug zwischen Ferromagnetismus und Objekten aus Eisen bzw. Stahl wird von den Studierenden somit auf sämtliche Metalle übertragen. Dies erscheint verwunderlich, da beispielsweise der Unterschied im magnetischen Verhalten von Eisen und Aluminium vielen Lernenden bewusst seien müsste. Weiterhin zeigt sich vor allem in Item FB1.1a, dass die Studierenden sehr radikale Formulierungen zur Klassifizierung magnetischer Stoffe wählen. Dabei werden beispielsweise die Kategorisierungen "Anziehung-keine Anziehung" (RS12) oder "magnetisch-nicht magnetisch" (SI04) verwendet. Der wünschenswerte Bezug zum Messprozess, siehe Kapitel 5, anstelle einer absoluten Kategorisierung, wird nicht vorgenommen und nur wenigen Studierenden scheint bewusst zu sein, dass Magnetismus eine universelle Eigenschaft der Materie darstellt, da beispielsweise geäußert wird, dass "nur bestimmte Stoffe [...] magnetische Eigenschaften" (PE11) haben.

Der Nachtest offenbart insgesamt ein deutlich erweitertes Spektrum an Vorstellungen und Konzepten zu den unterschiedlichen magnetischen Erscheinungsformen. Die Äußerungen zu Item FB1.2 zeigen, dass bei 19 von $N_{\rm N} = 20$ Studierenden fachlich korrekte Vorstellungen zu den makroskopischen Eigenschaften von Dia-, Para- und Ferromagnetismus vorhanden sind. Dabei existieren nicht nur erstmalig Konzepte zum vorher unbekannten Dia- und Paramagnetismus, sondern auch deutlich erweiterte Vorstellungen zu ferromagnetischen Phänomenen. Die Studierenden scheinen nun zu wissen, dass Ferromagnetismus dazu führt, dass ein Stoff vom "Magneten angezogen wird" (TP01). "Paramagnetische Elemente werden erst bei größeren Feldern angezogen" und "Diamagnetismus führt zur Abstoßung" (TP01). Auch das Konzept der Remanenz ist den meisten Studierenden bekannt. Sie geben an, dass ferromagnetische Stoffe ein "magnetisches Gedächtnis" (ME09) besitzen, das bei dia- und paramagnetischen Stoffen nicht vorhanden ist. Auch die typischerweise unterschiedlich starken Wechselwirkungen werden von den Studierenden wahrgenommen, da Äußerungen existieren, dass "Diamagnetismus und Paramagnetismus [...] im Vergleich zum Ferromagnetismus unter alltäglichen Umständen sehr schwach" (BT10) sind. Einige Studierende bringen sogar die Temperaturabhängigkeit in die Beschreibung der drei Erscheinungsformen ein, wenn geäußert wird, dass es "bei Raumtemperatur nur drei ferromagnetische Stoffe gibt" (ME09).

Insgesamt weisen die Studierenden zu allen drei magnetischen Erscheinungsformen sinnvolle und fachlich adäquate Vorstellungen der makroskopischen Eigenschaften auf. Die Verbindung von Metallen und Ferromagnetismus existiert, verglichen mit dem Vortest, weiterhin. Jedoch finden sich diesbezüglich deutlich weniger Äußerungen der Lernenden. Der im Vortest stets als unmagnetisch klassifizierte Bleistift wird im Nachtest zumindest von einigen Studierenden als magnetisch beschrieben. Diese Studierenden erkennen, dass auch "bei einem Bleistift magnetische Kräfte wirken, die zu schwach sind, dass man sie bemerkt", sodass der Bleistift als "nicht ferromagnetisch" (NH06) klassifiziert wird. Diese Einordnung scheint einer fachlich adäquaten Vorstellung zu entsprechen. Insgesamt findet sich im Nachtest in Item FB1.1a und FB1.1b seltener die Unterteilung "magnetisch-nicht magnetisch". An die Stelle dieser Beschreibung tritt häufiger die Unterscheidung "Ferromagnetisch-Nicht ferromagnetisch" (PE07), die aus fachlicher und didaktischer Perspektive anschlussfähiger erscheint. Für den Unterricht selbst gibt es einerseits die Meinung, dass die Studierenden "in der 5. Klasse [...] den Schülern das Wissen lassen [würden], dass es Stoffe gibt, die merkbar angezogen werden und Stoffe, die dies nicht werden" (ME06). Andere äußern jedoch, dass sie im eigenen Unterricht "auf die drei Arten von Magnetismus eingehen und [diese] erklären" (GN06) werden.

Im zeitverzögerten Nachtest können, verglichen mit dem Nachtest, keine deutlichen Unterschiede in den Vorstellungen festgestellt werden. Insgesamt zeigt sich, dass die Studierenden vor der Lerneinheit zum Magnetismus nahezu keine Kenntnisse über die makroskopischen Eigenschaften von Dia- und Paramagnetismus besitzen und die grundlegende Vorstellungen zum Ferromagnetismus nur in Ansätzen gegeben sind. Nach Durchführung der Seminarsitzungen erscheinen die Vorstellungen der Studierenden fachlich anschlussfähig und sinnvoll. Als problematisch ist anzusehen, dass weiterhin einige Studierende Ferromagnetismus mit Metallen im Allgemeinen in Verbindung bringen und die Stoffe teilweise weiterhin als "nicht magnetisch" oder "unmagnetisch" klassifiziert werden, was dem Konzept von Magnetismus als universeller Eigenschaft widerspricht. Hier sollte jedoch berücksichtigt werden, dass die Lernenden mit den Inhalten des Projektes *Magnetismus hoch 4* erstmalig an der Hochschule konfrontiert werden, nachdem sie seit vielen Jahren, aufgrund der Beschränkung auf ferromagnetische Phänomene, mit einem eher einseitigen und unvollständigen Konzept vertraut sind, dass Magnetismus sehr stark auf ferromagnetische Erscheinungen bezieht. Dieser Aspekt muss auch für die nachfolgenden Ergebnisse berücksichtigt werden.

K2 Mikroskopische Beschreibung der Erscheinungsformen von Magnetismus

Auch in dieser Kategorie soll zunächst kurz auf die Vorstellungen der Studierenden vor Durchführung des Seminares eingegangen werden, die sich aus dem Vortest ergeben. Da die Studierenden nahezu keine Konzepte zum makroskopischen Verhalten dia- oder paramagnetischer Stoffe besitzen und sogar die Begriffe vielfach unbekannt sind, können folglich auch keine adäquaten mikroskopischen Vorstellungen identifiziert werden. Dies gilt insbesondere für die Items FB1.5 und FB1.6, in denen die Studierenden den Zustand magnetischer Momente mit und ohne äußeres Magnetfeld beim Para- und Diamagnetismus beschreiben sollen. In diesen Items trifft die überwiegende Mehrheit der Lernenden keine Auswahl und äußert sich nicht zum entsprechenden mikroskopischen Verhalten. Lediglich beim Paramagnetismus finden sich bei 3 von $N_{\rm V} = 21$ Studierenden passende Beschreibungen der mikroskopischen magnetischen Momente. Da jedoch keiner dieser Studierenden die Wahl der mikroskopischen Zustandsbeschreibung weiterführend erläutert, ist nicht sicher, ob den fachlich korrekten Antworten ein entsprechendes adäquates Konzept zugrunde liegt. In Item FB1.4, das die Zustandsbeschreibung für einen ferromagnetischen Stoff abfragt, zeigt sich, dass etwa die Hälfte der Studierenden eine passende Ausrichtung der ferromagnetischen Momente ohne äußeres Magnetfeld angibt. Die erklärenden Äußerungen deuten zudem an, dass den Studierenden auch bewusst ist, dass die Remanenz den Erhalt der Ausrichtung magnetischer Momente bewirkt. Die Tatsache, dass "ferromagnetische Stoffe sich dauerhaft magnetisieren lassen" (PT03), wird somit von etwa der Hälfte der Lernenden mit einer

entsprechenden mikroskopischen Vorstellung verbunden.

Im Nachtest bestätigen sich für die Vorstellungen zum mikroskopischen Verhalten die Ergebnisse zu den Konzepten des makroskopischen Verhaltens aus Kategorie K1. Insgesamt zeigt sich, dass die vorher bereits in Teilen korrekten Vorstellungen zum Ferromagnetismus nun bei nahezu allen Studierenden vorhanden sind und viele Lernende angemessene Konzepte zur mikroskopischen Struktur von Dia- und Paramagnetismus besitzen. Konkret findet sich in Item FB1.4 bei 18 von $N_{\rm N} = 20$ Studierenden eine passende Angabe der mikroskopischen Struktur eines ferromagnetischen Stoffes nach Magnetisierung ohne angelegtes äußeres Magnetfeld. Diese Angabe werden zudem in aller Regel durch korrekte Erklärungen ergänzt, die jeweils die Magnetisierbarkeit oder Remanenz mit der mikroskopischen Struktur in Verbindung setzen. Auch beim Diaund Paramagnetismus äußern sich nun nahezu alle Studierenden in den Items FB1.5 und FB1.6. Es lässt sich feststellen, dass den Lernenden nahezu ausnahmslos bewusst ist, dass dia- und paramagnetische Stoffe ohne äußeres Magnetfeld keine Magnetisierung besitzen. Umgekehrt führen jedoch fast alle dieses Phänomen auf willkürlich ausgerichtete magnetische Momente ohne äußeres Magnetfeld beim Dia- und Paramagnetismus zurück. Während diese Vorstellung für paramagnetische Stoffe als korrekt angesehen werden kann, ist die Existenz zufällig orientierter magnetischer Momente bei einer diamagnetischen Substanz ohne äußeres Magnetfeld als fachlich nicht adäquat zu beurteilen. Das Seminar scheint somit den mikroskopischen Zustand beim Diamagnetismus ohne äußeres Magnetfeld nicht eindeutig zu beschreiben bzw. zu vermitteln, sodass die Studierenden an dieser Stelle ein unpassendes Konzept entwickeln. Aus Item FB1.2 wird jedoch deutlich, dass die entgegengesetzt zum äußeren Magnetfeld orientierte Ausrichtung diamagnetischer Momente den Studierenden ausnahmslos bewusst zu seien scheint, sodass grundsätzlich davon ausgegangen werden kann, dass die Lernenden zwischen diamagnetischen Momenten auf der einen sowie para- und ferromagnetischen Momente auf der anderen Seite unterscheiden.

Der zeitverzögerte Nachtest bestätigt das Ergebnis des Nachtests. Während in Item FB1.4 und FB1.5 ausnahmslos richtige Beschreibungen des mikroskopischen Zustandes beim Ferro- und Paramagnetismus ohne äußeres Magnetfeld zu finden sind, wird der Zustand von allen $N_Z = 9$ Lernenden für Diamagnetismus falsch beschrieben. Die vermittelten Konzepte des Seminares scheinen somit von den Lernenden angenommen und dauerhaft genutzt zu werden. Für diamagnetische Stoffe ist darauf zu achten, dass auch der Zustand ohne äußeres Magnetfeld angemessen vermittelt wird.

K3 Ursachen der Erscheinungsformen von Magnetismus

Die Beschreibungen der Ursachen der Erscheinungsformen von Magnetismus beziehen sich vor allem auf die Items FB1.2 und FB1.7 des Fragebogens, siehe Tabelle 7.1. Im Vortest nennen 4 der $N_{\rm V} = 21$ Studierenden den Begriff des Spins als Ursache magnetischer Phänomene. Keiner dieser Äußerungen folgen genauere Erklärungen oder Beschreibungen, sodass davon auszugehen ist, dass den Studierenden aufgrund ihres Vorwissen teilweise ein loser Bezug von Spin und Magnetismus bekannt ist, wobei dieser Bezug nicht näher erläutert werden kann. Ein weiterer Hinweis darauf ist, dass die Nennung des Spins typischerweise ohne Zuordnung zu Elektronen erfolgt, sodass hier scheinbar kein tragfähiges Konzept vorhanden zu seien scheint. Eine Nennung von mikroskopischen Strömen im Speziellen oder von Strömen im Allgemeinen findet sich bei keinem der Lernenden. Dieses Resultat kann aufgrund der vorherigen Ergebnisse in K1 und K2 als logische Konsequenz der nicht bzw. nur wenig vorhandenen Kenntnisse im Bereich der makroskopischen und mikroskopischen Zustandsbeschreibung erachtet werden.

Der Nachtest zu den Ursachen der unterschiedlichen Erscheinungsformen offenbart unterschiedliche interessante Aspekte. Zunächst zeigt sich, dass die überwiegende Mehrzahl der Studierenden des Studienganges GyGe in der Lage ist den Spin von Elektronen als Ursache für Para- und Ferromagnetismus und mikroskopische Ströme als Grundlage des Diamagnetismus zu nennen. "Ferro- und Paramagnetismus lassen sich durch die Spins der Elektronen erklären" (TP01) und beim Diamagnetismus, d. h. "im antiparallelen Fall, ist der Orbitalstrom der Atome bzw. Moleküle verantwortlich" (BE03) sind exemplarische Beschreibungen der beiden zentralen Ursachen. Dabei wird, verglichen mit dem Vortest, erkennbar häufiger ein Bezug zwischen dem Spin als Eigenschaft und dem Elektron als dem für Magnetismus relevanten Träger dieser Eigenschaft hergestellt. Den Studierenden ist zudem scheinbar bewusst, dass "alle Stoffe die diamagnetischen Eigenschaften" haben, jedoch "nicht alle die paramagnetischen [...], da teilweise alle Orbitale voll besetzt sind" (ER10). Dies weist daraufhin, dass Spin und Strom nicht nur begrifflich mit magnetischen Momenten verbunden werden, sondern weiterführende Konzepte existieren, die erklären, unter welchen Umständen para- und ferromagnetische bzw. diamagnetische Phänomene auftreten. Von den HRGe-Studierenden kann jedoch im Gegensatz zu den GyGe-Studierenden nur eine einzige Person die beiden möglichen Ursachen benennen, sodass an dieser Stelle ein großer Unterschied in den Vorstellungen der Studierenden der beiden Studiengänge nach dem Seminar zu verzeichnen ist. Dieser Unterschied offenbart sich bei den Ursachen der Erscheinungsformen erstmalig, da sowohl für die makroskopische als auch für die mikroskopische Beschreibung keine Unterschiede in den Vorstellungen der Studierenden der unterschiedlichen Studiengänge festgestellt werden können. Bei der Beurteilung dieses Befundes muss jedoch berücksichtigt werden, dass sich die HRGe-Studierenden im Seminar in geringerem Umfang und für eine kürzere Zeitdauer mit den Ursachen magnetischer Momente bezüglich Spin und Strom auseinandersetzen. Die Ergebnisse deuten an, dass die verkürzte Erarbeitungszeit und der verringerte Umfang deutliche Unterschiede im Aufbau des konzeptuellen Verständnisses bewirken. Weiterhin sollte man die Ergebnisse dieser Kategorie auch mit den Vorstellungen der Studierenden zum mikroskopischen Verhalten der unterschiedlichen Erscheinungsformen in Verbindung setzen. Die Analyse von Kategorie K2 zeigt, dass die Lernenden in der Lage sind den Zustand der magnetischen Momente beim Ferro- und Paramagnetismus nach Verschwinden eines äußeren Magnetfeldes korrekt anzugeben. Beim Diamagnetismus sind entsprechende Vorstellungen jedoch nicht vorhanden. Die Tatsache, dass die Studierenden jedoch, wie K3 andeutet, in der Lage sind Ströme grundsätzlich als Ursache für Diamagnetismus anzusehen, weist darauf hin, dass ein präzises Konzept bzw. eine genaue Vorstellung dieser mikroskopischen Ströme bei den meisten Studierenden nicht vorhanden sind. Wäre eine solche Vorstellung existent, müsste sich dies auch in den mikroskopischen Vorstellungen in Kategorie K2 erkennen lassen. Es erscheint ebenfalls möglich, dass die Studierenden bei der Beantwortung des Fragebogens nicht tiefgehend über ihre Konzepte und mögliche physikalische Konsequenzen nachdenken. Auch kann als mögliche Ursache angesehen werden, dass die Studierenden nur einen zeitlich sehr begrenzten Anteil einer Seminarsitzung darauf verwenden den Strom als Ursache magnetischer Momente kennenlernen. An dieser Stelle sollte somit mehr Zeit und mehr inhaltliche Tiefe im Seminar angeboten werden, um den Lernenden die Verknüpfung der Vorstellung an weitere Konzepte sowie eine inhaltliche Durchdringung zu ermöglichen. Auch eine stärkere Betonung der Verbindung mikroskopischer Ströme zur Phänomenologie des diamagnetischen, mikroskopischen Zustandes oder ein Vergleich von mikroskopischen und makroskopischen Strömen erscheint sinnvoll.

Die Ergebnisse des zeitverzögerten Nachtest weisen ebenfalls darauf hin, dass die mikroskopischen Ströme als Ursache diamagnetischer Momente von den Studierenden nicht in angemessenem Umfang verstanden werden. Dies zeigt sich in den eher diffusen Äußerungen, die von einer "Abstoßung durch das durch Hüllenelektronen induzierte magnetische Moment" (TP01) sprechen oder "die Bewegung der Teilchen relativ zum Magnetfeld" (PE07) bzw. den "Bahndrehimpuls" (SR05) als Mechanismus zur Entstehung der Strommomente identifizieren.

Grundsätzlich werden von den Studierenden somit Spins und mikroskopische Ströme von Elektronen als Ursachen magnetischer Erscheinungsformen identifiziert. Insbesondere für die mikroskopischen Ströme, aber auch für den Spin, sollte ein Vermittlungskonzept jedoch ausführlichere Erklärungen bereitstellen, um den Lernenden den Aufbau tragfähigerer Konzepte zu ermöglichen, als dies im aktuellen Lehrkonzept der Praxisdurchführung der Fall ist. Die Sachstruktur ermöglicht hier jedoch unmittelbar die Erweiterung der Inhalte bei erneuter Untersuchung des Lehrkonzeptes.

K4 Beispiele der Erscheinungsformen von Magnetismus

Der Vortest bestätigt auch bezüglich Kategorie K4 die bisherigen Befunde der Kategorien K1 bis K3 insofern, dass auch in Item FB1.9 vor Durchführung des Seminares keine nennenswerten Vorstellungen über Dia- und Paramagnetismus existieren. Nur einer der Studierenden ist vor dem Seminar in der Lage mit Gold ein Beispiel für einen diamagnetischen Stoff zu nennen. Keinem der Lernenden ist gemäß der Aussagen des Fragebogens ein Beispiel für einen paramagnetischen Stoff bekannt. In etwa die Hälfte der Befragten kann jedoch Beispiele für ferromagnetische Stoffe anführen. Hier werden richtigerweise vor allem Eisen, Nickel und Cobalt, aber von einem Studierenden auch Aluminium und Kupfer genannt. Dies weist daraufhin, dass, wie unter Kategorie K1 erläutert, teilweise von den Lernenden angenommen wird, dass sämtliche Metalle ferromagnetische Erscheinungen zeigen.

Im Nachtest bestätigt sich die aus dem Vortest zu K4 und aus K1 abgeleitete Vorstellung der Studierenden zur Zuordnung von Metallen zum Ferromagnetismus. Zwar nennen die meisten Lernenden Eisen, Nickel und Cobalt als Beispiel für Ferromagnetismus, aber eine nicht unerhebliche Anzahl ordnet dieser magnetischen Erscheinungsform auch andere Metalle wie Zink, Aluminium oder vor allem Kupfer zu. Das letztgenannte Element wird von insgesamt 6 der $N_{\rm N} = 20$ Studierenden im Nachtest als Beispiel für ein ferromagnetisches Element angeführt. Dies impliziert, dass bei einer Überarbeitung des Lehrkonzeptes ein Schwerpunkt auf die magnetischen Eigenschaften von Metallen gelegt werden sollte, um zu zeigen, dass grundsätzlich kein Zusammenhang zwischen Metallen und Ferromagnetismus existiert. Vielmehr lassen sich die meisten Metalle unter Standardbedingungen dem Dia- oder Paramagnetismus zuordnen, siehe Kapitel 4.2.6. Eine solcher expliziter Hinweis ist in der bisherigen Fassung des Lehrkonzeptes nicht vorhanden, sodass die empirische Untersuchung hier einen wichtigen Hinweis für eine notwendige Überarbeitung ergibt. Eine Anpassung des Lehrkonzeptes lässt sich an dieser Stelle leicht realisieren, da mit Eisen (ferromagnetisch), Aluminium (paramagnetisch) und Kupfer (diamagnetisch) drei alltagsrelevante Metalle identifiziert werden können, die jeweils einer magnetischen Erscheinungsform zugeordnet werden können. Es sollte weiterhin berücksichtigt werden, dass die magnetischen Eigenschaften von Aluminium von den Studierenden im Seminar selbsttätig untersucht werden und folgerichtig 17 von $N_{\rm N} = 20$ Lernenden Aluminium als Beispiel für eine paramagnetische Substanz im Nachtest nennen. Ein anderes Beispiel für ein paramagnetisches Molekül, das von den Studierenden angeführt wird, ist Sauerstoff in Form des zweiatomigen Moleküls O_2 . Von den Lernenden werden im Bereich Diamagnetismus vor allem Graphit, aber auch Stickstoff als zweiatomiges Molekül, Wasser oder Holz als Beispiele genannt, sodass hier bereits gewisse Vorstellungen zur Präsenz von Diamagnetismus im Alltag aufgrund der Eigenschaften alltäglicher Stoffe vorhanden zu seien scheinen.

Der zeitverzögerte Nachtest zeigt bezüglich Kategorie K4, dass die Studierenden verglichen mit dem Nachtest weniger unterschiedliche Beispiele nennen können. Weiterhin sind aber 6 von $N_{\rm Z}$ = 9 Lernende in der Lage mindestens ein korrektes Beispiel für jede der drei für die Seminarsitzungen relevanten magnetischen Erscheinungsformen zu nennen.

K5 Vermittlungsansätze für Erscheinungsformen von Magnetismus

Wie bereits in Kapitel 7.3.1.2 beschrieben werden die Vermittlungsansätze für Erscheinungsformen von Magnetismus im Sinne des Projektes *Magnetismus hoch 4* in keinem Item des Fragebogens zum konzeptuellen Verständnis berücksichtigt, sodass diesbezüglich keine Befunde existieren.

K6 Videoexperiment N_2/O_2

In Kategorie K6 wird auf ein Experiment zur Untersuchung des magnetischen Verhaltens von flüssigem Sauerstoff O_2 und flüssigem Stickstoff N_2 Bezug genommen, das den Studierenden, wie in Kapitel 7.3.1.1 angegeben, im Rahmen der Seminarsitzungen zur Verfügung gestellt wird [Har12]. Das zugehörige Item FB1.8 des Fragebogens FB1 untersucht etwas allgemeiner die Vorstellungen der Lernenden zum magnetischen Verhalten von Gasen. Damit kann zunächst analysiert werden, ob den Lernenden das Konzept von Magnetismus als universeller Eigenschaft der Materie bewusst ist, da Gase aufgrund der typischen Phänomenologie zunächst keine magnetischen Eigenschaften zu besitzen scheinen. Weiterhin eignen sich Gase aufgrund der häufig leicht zu bestimmenden Elektronenkonfiguration bzw. der Molekülorbitale zur Erklärung und Vorhersage magnetischer Eigenschaften über die Struktur der Materie.

Im Vortest ist einem einzelnen Studierenden bewusst, dass die "chemische Zusammensetzung" (MA09) zur Bestimmung der magnetischen Eigenschaften analysiert werden muss. Teilweise existieren auch Konzepte, die die Frage, ob die "Atome negativ, positiv oder neutral geladen sind" (RI05) als relevant erachten, sodass hier die Ladung eines Teilchens mit den magnetischen Eigenschaften in Verbindung gebracht wird. Die überwiegende Mehrheit der Studierenden äußert sich jedoch nicht zu der in Item FB1.8 angegebenen Fragestellung.

Beim Nachtest finden sich bei allen GyGe-Studierenden und den meisten HRGe-Studierenden Außerungen zu den magnetischen Eigenschaften von Gasen. Die Aussage $_{,,,O_2}$ hat einen Gesamtspin gleich 0 und ist deshalb paramagnetisch, N_2 hat einen Gesamtspin ungleich 0 und ist deshalb diamagnetisch" (BE03) deutet an, dass die Vorstellungen sich zumindest teilweise auf das angesprochene Realexperiment beziehen und in diesem Sinne fachlich angemessene Erklärungen der Phänomene beinhalten. Einigen Studierenden ist auch bewusst, dass sich aus der Betrachtung des Gesamtspins folgende Regel ergibt: "Besitzen sie die Edelgaskonfiguration, haben die Gase keine paramagnetischen, sondern nur diamagnetische Eigenschaften" (ER10). Die meisten Studierenden scheinen die Vorstellung zu besitzen, dass der Spin bzw. die Elektronenkonfiguration als Kriterium zur Angabe der vorliegenden magnetischen Erscheinungsform zu analysieren ist. Einschränkend ist dabei anzumerken, dass sich die Lernenden ausschließlich auf die zweiatomigen Moleküle von Stickstoff und Sauerstoff sowie die Edelgase beziehen. Hier wäre es interessant zu untersuchen, ob die Studierenden auch in der Lage sind ihr Wissen auf Substanzen zu übertragen, die nicht im Rahmen des Seminar diskutiert und behandelt werden, wobei ein Transfer des Wissens zu leisten wäre.

Die Ergebnisse des zeitverzögerten Nachtests bestätigen die aus dem Nachtest ersichtlichen Vorstellungen. Damit scheint bei vielen Studierenden nach dem Seminar die Grundlage zur Erklärung der magnetischen Eigenschaften realer Stoffe vorhanden zu sein. Hier wäre es wünschenswert diese Kenntnisse und Vorstellungen in weiterführenden Lehrveranstaltungen zu vertiefen und auf andere Stoffe zu erweitern. Es zeigt sich auch, dass die unter Kategorie K3 zusammengefassten Äußerungen zu den Ursachen magnetischer Eigenschaften auf ähnliche Vorstellungen der Lernenden hinweisen, sodass die Konzepte der Kategorien K3 und K6 insgesamt ein konsistentes Bild über die Vorstellungen der Lernenden ergeben.

FB1.3 Konzept: Vektorsumme

Wie bereits in der Beschreibung des methodischen Vorgehens in Kapitel 7.3.1.2 beschrieben, untersucht der Fragebogen FB1 in Item FB1.3a und FB1.3b auch die Konzepte der Studierenden zur und den Umgang der Studierenden mit dem mathematischen Prinzip der Vektorsumme. Da dieses Konzept jedoch nicht Teil der Interviewstudie ist und somit von den Kategorien K1 bis K6 nicht erfasst wird, sollen die Ergebnisse der Untersuchung hinsichtlich dieses Konzeptes an dieser Stelle gesondert dargestellt werden.

Wie sich anhand der Äußerungen der Studierenden im Vortest zeigt, existieren bereits vor dem Seminar einige fachlich korrekte Vorstellungen zur Verwendung der Vektorsumme. Bei der Aufforderung die Magnetisierung eines Objektes mit gegebenen magnetischen Momenten anzugeben, ist in etwa der Hälfte der Studierenden bewusst, dass eine "vektorielle Addition" (PE11) durchgeführt werden muss. Wenige Studierende geben auch an, dass sich bei Item FB1.3a "nach dem Superpositionsprinzip die Vektoren nur teilweise aufheben" (MA09) und ein "Vektor übrig bleibt" (BT10). Obwohl etwa der Hälfte der Studierenden scheinbar bewusst ist, dass eine Vektoraddition durchgeführt werden muss, geben nur 5 von $N_{\rm V} = 21$ Studierenden auch die korrekt ausgerichtete Magnetisierung in Item FB1.3a an. Bei Item FB 1.3b, hier heben sich die magnetischen Momente vollständig gegenseitig auf, sodass keine Magnetisierung resultiert, sind sich im Gegensatz dazu die Lernenden zur Hälfte darüber bewusst, dass das Objekt aufgrund entgegengesetzt ausgerichteter magnetischer Momente keine Magnetisierung trägt. Dies deutet darauf hin, dass den Studierenden die Beantwortung der Aufgabe in Item FB1.3b leichter fällt, als dies bei Item FB1.3a der Fall ist. 2 Studierenden ist sogar bereits im Vortest bekannt, dass die "Magnetisierung [das] magnetische Moment pro Volumen" (BE03) angibt. Diese Studierenden sind somit bereits vor den Seminarsitzungen in der Lage auch die korrekte formale Definition der Magnetisierung anzugeben.

Das Ergebnis spiegelt sich in den Äußerungen des Nachtests wieder. In diesem sind 12

von $N_{\rm N} = 20$ Studierenden in der Lage die korrekte Lösung für Item FB1.3a anzugeben. Bei Item FB1.3b findet sich sogar bei 18 von $N_{\rm N} = 20$ Studierenden die fachlich korrekte Antwort. Diese Ergebnisse zeigen somit einerseits, dass Item FB1.3a für die Lernenden, verglichen mit Item FB1.3b, eine größere Herausforderung darstellt. Darüber hinaus deuten jedoch die Erkenntnisse aus beiden Items an, dass das Prinzip der Vektorsumme grundsätzlich von den Studierenden genutzt werden kann und ein scheinbar sinnvolles mathematisches Hilfsmittel darstellt. Die Ergebnisse des zeitverzögerten Nachtests, bei dem 5 bzw. 8 von $N_{\rm Z} = 9$ korrekte Antworten bei Item FB1.3a bzw. FB1.3b existieren, bestätigen dieses Ergebnis scheinbar voll umfänglich.

7.3.2.2 Problemzentrierte Leitfadeninterviews

Die problemzentrierten Leitfadeninterviews, deren Konzeption und methodische Gestaltung in Kapitel 7.3.1.1 beschrieben wird, ermöglichen, in Ergänzung zu den offenen Items des Fragebogens FB1, eine Untersuchung des konzeptuellen Verständnisses der Lernenden zu den magnetischen Erscheinungsformen Dia-, Para- und Ferromagnetismus. Analog zur Ergebnisdarstellung der Befunde der Fragebogenuntersuchung, siehe Kapitel 7.3.2.1, sollen nachfolgend die Vorstellungen der Studierenden für die Kategorien K1 bis K6 im Einzelnen dargestellt und analysiert werden. Da für die Interviewstudie nur ein Nachtest, aber kein Vortest existiert, entfällt an dieser Stelle eine Beschreibung der Entwicklung, sodass nur der Zustand der Vorstellungen der Lernenden im Anschluss an die Seminarsitzungen beschrieben werden kann.

K1 Makroskopische Beschreibung der Erscheinungsformen von Magnetismus

Die Analyse der Studierendeninterviews zum Thema Magnetismus im Kontext des Lehrkonzeptes des Projektes Magnetismus hoch 4 zeigt zunächst eindeutig, dass die Existenz "mehrerer Formen von Magnetismus" (PE07) allen $N_{\rm I}$ = 9 Studierenden nach dem Seminar bekannt ist. Von den meisten Studierenden wird beschrieben, dass es mit Dia-, Para- und Ferromagnetismus "im Grunde genommen drei Magnetismusarten gibt, die bei uns auftreten" (ER10). Da diese drei magnetischen Erscheinungsformen den inhaltlichen Kern des Lehrkonzeptes darstellen und Elektromagnetismus nur stark nachrangig erwähnt und behandelt wird, erscheint es plausibel, dass der Elektromagnetismus nur von 2 Lernenden genannt wird. Weiterhin ist der überwiegenden Mehrheit bewusst, dass "eigentlich jeder Stoff und auch jede Materie magnetisch [ist]" (BE03). Das Seminar scheint somit den universellen Charakter magnetischer Phänomene nachdrücklich hervorzuheben und zu vermitteln. Weiterhin bemerken einige Studierende, dass "Magnetismus [...] ja erst mal bei allen Stoffen vor[liegt], nur wir sehen ihn nicht unbedingt" (SR06). Diese Äußerung weist darauf hin, dass die Typisierung von Magnetismus als universeller Eigenschaft von Materie nicht nur als Faktum gelernt wird, sondern zudem eine Übertragung auf die persönliche Lebenswelt erfordert, wird in der eben viele Objekte aufgrund geringer Wechselwirkungsstärken magnetische Eigenschaften nicht unmittelbar offenbaren. Dieses Problem kann man gemäß einer Äußerung eines Lernenden auflösen, "wenn man genau hinsieht, [...] und exakte Messungen durchführen könnte, dann würde man feststellen, dass jeder Stoff magnetisch ist" (MA09). Aufgrund der stärkeren Wechselwirkungen spielt "der Ferromagnetismus bei uns im Alltag die größte Rolle" (ER10), wie von einigen der Befragten erkannt wird, und infolge dessen ist Ferromagnetismus "das [...], was man klassischerweise unter magnetisch [...] versteht" (SI04). Fachlich ergibt sich der universelle Charakter des Magnetismus aus dem Umstand, dass "jeder Stoff [...] diamagnetisch" (PE07) ist und Para- und Ferromagnetismus den Diamagnetismus unter gewissen Umständen überlagern. Auch dieser Aspekt wird von etwa der Hälfte der Studierenden innerhalb ihrer Außerungen zu Kategorie K1 genannt.

Mit Bezug zu den drei magnetischen Erscheinungsformen beschreiben die Studierenden in den Interviews, den Ferromagnetismus als "starke Anziehung", "Paramagnetismus ist die schwache Anziehung" und "Diamagnetismus ist die schwache Abstoßung" (BE03). Die Zuordnung von Anziehung und Abstoßung wird dabei von allen Studierenden durchgeführt. Der korrekte Vergleich der Wechselwirkungsstärken wird von der Hälfte der Studierenden angegeben, sodass nach dem Seminar davon auszugehen ist, dass die Studierenden in der Lage sind, die grundlegende Phänomenologie dieser drei magnetischen Erscheinungsformen zu beschreiben und entsprechende Phänomene im Realexperiment kategorisieren zu können.

Neben Stärke und Richtung der Wechselwirkung ist der Erhalt der Magnetisierung bzw. von Anteilen der Magnetisierung eine spezifische Eigenschaft, die den Ferromagnetismus von den anderen beiden Erscheinungsformen abgrenzt. Die Studierenden sprechen hier vielfach davon, dass "ferromagnetische Stoffe [...] sich durch eine Art Gedächtnis aus[zeichnen], da diese im Gegensatz zu Dia- und Paramagnetismus auch ohne Magnetfeld die Magnetisierung erhalten" (ME09) oder kurz von einem "magnetischen Gedächtnis" (TP01). Eine alternative Formulierung, die scheinbar denselben Sachverhalt beschreibt, gibt an, dass "es auch nicht möglich ist die [dia- und paramagnetischen] Gegenstände magnetisch aufzuladen" (SI04). Eine solche Äußerung scheint ebenfalls auf die nicht vorhandene Fähigkeit zum Erhalt der Magnetisierung hinzuweisen. Weiterhin deutet das Bild einer "magnetischen Aufladung" auf alternative Konzepte hin, die möglicherweise durch analoge Vorstellungen der Elektrostatik hervorgerufen werden. Diesbezüglich liegen jedoch keine weiterführenden Informationen vor. Die Fähigkeit zum Erhalt der Magnetisierung beim Ferromagnetismus wird von 7 und das Fehlen eben dieser Eigenschaft beim Dia- und Paramagnetismus wird von 6 der insgesamt $N_{\rm I} = 9$ befragten Studierenden genannt.

Insgesamt ergeben sich aus den Interviews sinnvolle phänomenologische Beschreibungen von Dia-, Para- und Ferromagnetismus durch die Studierenden, die auf gewisse, als fachlich adäquat einzuordnende Vorstellungen hinweisen. Insbesondere das Bewusstsein für die Universalität des Magnetismus stellt einen wichtigen Erkenntnisgewinn im Vergleich zu den traditionell vermittelten Vorstellungen dar. Aufgrund der Erkenntnisse der Untersuchung in dieser Kategorie ist davon auszugehen, dass die Lernenden in der Lage sind, die drei magnetischen Erscheinungsformen bei realen Phänomenen voneinander zu unterscheiden.

K2 Mikroskopische Beschreibung der Erscheinungsformen von Magnetismus

Im Anschluss an die makroskopische Phänomenologie erscheinen angemessene Vorstellungen zur mikroskopischen Dimension von Magnetismus für das Verständnis der unterschiedlichen Erscheinungsformen in Anlehnung an die entwickelte Sachstruktur, siehe Kapitel 4, von großer Bedeutung zu sein.

Zur mikroskopischen Beschreibung nutzen viele Studierende ein hypothetisches Objekt, das sie zunächst in kleinere Bereiche unterteilen. Auf diese Art und Weise scheinen die Lernenden selbst den Übergang von der makroskopischen zur mikroskopischen Dimension durchzuführen. Die Unterteilung des Objektes wird dabei nur in wenigen Äußerungen direkt verbalisiert. In den meisten Fällen lässt sich diese Vorstellung jedoch aus den weiteren Beschreibungen und Erläuterungen der Studierenden als Grundannahme ableiten. Die meisten Studierenden weisen den Objekte eine zusätzliche Strukturierung mit Angabe gewisser Repräsentanten zu, die jeweils eine Art vektoriellen Charakter aufweisen. Diese Repräsentanten kann man sich "so vorstellen wie Kompassnadeln" (SR06), sie sind "sowas wie Elementarmagneten" (MA09) oder können "wahlweise als Kompassnadeln, Elementarmagneten oder Pfeile visualisiert" (ME09) werden. Bei den weiterführenden Erklärungen, nutzen sämtliche Studierende jedoch zur Visualisierung und für eigenständige Ausführungen Pfeile als Repräsentanten. Die Kompassnadeln und Elementarmagneten scheinen bekannte Repräsentanten darzustellen, die häufig im Kontext Magnetismus existieren. Für praktische Erklärungen offenbaren die Untersuchungsergebnisse jedoch, dass die Nutzung von Pfeilen an dieser Stelle von den Studierenden als sinnvoll beurteilt wird. Aus den weiterführenden Äußerungen der Studierenden lässt sich erkennen, dass die jeweiligen Repräsentanten als magnetische Momente oder Magnetisierungen der einzelnen Bereiche interpretiert werden. Die Befragten unterscheiden an dieser Stelle jedoch häufig nicht explizit zwischen diesen beiden physikalischen Größen. Eine solche Unterscheidung findet sich nur in 4 von $N_{\rm I}=9$ Fällen, wenn über den Zusammenhang der beiden Größen gesprochen wird. "Wenn ich da über diese [magnetischen Momente] summiere, dann bekomme ich meine Magnetisierung, das ist einfach die Summe darüber" (PE07). An dieser Stelle zeigt sich, dass einige der Befragten für ihre Erklärungen auf das mathematische Konzept der Vektorsumme zurückgreifen. Zudem geben nur 2 der insgesamt $N_{\rm I} = 9$ Studierenden an, dass die Eigenschaft eines magnetischen Momentes bzw. der Magnetisierung den Elektronen zuzuordnen ist. Dieser Aspekt wird nachfolgend in Kategorie K3, bei der Analyse der Außerungen zu den Ursachen magnetischer Phänomene, weiterführend diskutiert.

Fast allen Studierenden ist bewusst, dass sich die magnetischen Momente im äußeren Magnetfeld ausrichten können, obwohl diese im "im Grundzustand [...] relativ wahllos [...] verteilt [sind]" (SI04). "Beim Ferro- und Paramagnetismus ist es [so], dass sie sich in Richtung dieses Magnetfeldes ausrichten. Und beim Diamagnetismus, [...] da richten die sich halt entgegen dieser Magnetfeldlinien aus" (SR06). Entsprechende Beschreibungen der Zuordnung einer parallel bzw. antiparallel zum äußeren Magnetfeld erfolgten Ausrichtung lässt sich ebenfalls in den Aussagen bei 8 von $N_{\rm I} = 9$ Studierenden wiederfinden. Wenige Studierende geben jedoch explizit an, dass ihnen unklar ist warum sich die scheinbar identischen magnetischen Momente im äußeren Magnetfeld unterschiedlich ausrichten. Dieser Aspekt weist auf gewisse Vorstellungen hin, die im Bereich der Ursachen für Magnetismus und somit in Kategorie K3 einzuordnen sind. Es deutet sich an, dass die Verschiedenheit der magnetischen Momente beim Ferround Paramagnetismus auf der einen und beim Diamagnetismus auf der anderen Seite nicht hinreichend verstanden ist. Ein weiterer Aspekt, der auf mangelhafte Vorstellungen zu den unterschiedlichen magnetischen Momenten hinweist, bezieht sich auf den Grundzustand eines diamagnetischen Objektes ohne äußeres Magnetfeld. Diesem Grundzustand werden zum Teil magnetische Momente zugewiesen, deren "Ausrichtungen [sich] gegenseitig aufheben, also zum Beispiel gibt's einen nach unten, einen nach oben, einen nach rechts, dann gibt's einen nach links" (SI04). Dies deutet darauf hin, dass der Grundzustand beim Diamagnetismus mit dem beim Paramagnetismus von den Lernenden gleichgesetzt wird. Eine direkte Nachfrage eines Interviewenden bestätigt, dass teilweise entsprechende Vorstellungen bei den Lernenden vorhanden sind. Es gilt somit zu klären, ob den Lernenden die unterschiedlichen Ursachen der magnetischen Momente beim Dia-, Para- und Ferromagnetismus nicht bewusst sind bzw. aus welchen Gründen keine angemessene Übertragung der Vorstellungen auf den Grundzustand magnetischer Momente erfolgt.

Ein anderer Aspekt zum Zustand magnetischer Momente wird von den Lernenden hingegen passender beschrieben. Nach erfolgter Magnetisierung eines Ferromagneten lässt sich feststellen, dass die magnetischen Momente "nicht in den ursprünglichen Zustand zurück[klappen], sondern die Orientierung wird nicht identisch beibehalten, aber eine gewisse Tendenz in die Richtung, die vorher erzwungen wurde" (MA09) existent ist. Dieser Aspekt bezieht sich auf die ferromagnetische Remanenz. Diesbezüglich wird auch festgestellt, dass die "Hysteresekurve [...] 'n ferromagnetisches Material kennzeichnet" und bei "paramagnetischen Stoffe sieht das Ganze eben 'n bisschen anders aus, da haben wir einfach so 'n linearen Zusammenhang" (RR12). Zusammen mit der makroskopischen Beschreibung dieser Eigenschaft scheinen die Studierenden den Aspekt des Erhaltes der Magnetisierung somit gut verstanden zu haben. Zur Abgrenzung von Ferro- und Paramagnetismus äußern einige Lernende weiterhin, dass "beim Paramagnetismus [...] der Pfeil [der Magnetisierung] sehr viel kleiner wäre" (RR12), sodass auch hier Bezug zur makroskopischen Beschreibung, genauer zur Wechselwirkungsstärke, genommen wird.

Im Vergleich zur makroskopischen Beschreibung, spiegelt sich bei der mikroskopischen Beschreibung der gesteigerte Komplexitätsgrad der Inhalte wider. Dabei ist an dieser Stelle jedoch nicht eindeutig zu klären, aus welchen Gründen die Studierenden nicht in der Lage sind den Grundzustand diamagnetischer Substanzen angemessen zu beschreiben. Dieser Aspekt sollte jedoch in einer Überarbeitung der Seminarinhalte berücksichtigt werden. Weiterführende Erkenntnisse ergeben sich möglicherweise durch die Analyse der Aussagen zu den Ursachen der Erscheinungsformen von Magnetismus.

K3 Ursachen der Erscheinungsformen von Magnetismus

Die Vorstellungen zu den Ursachen der Erscheinungsformen von Magnetismus repräsentieren das fachlich komplexeste Niveau innerhalb der vermittelten Fachinhalte. Da das Verständnis der makroskopischen und mikroskopischen Phänomene gemäß Kategorie K1 und K2 jedoch in weiten Teilen bei den Studierenden gegeben ist und in diesen Bereichen fachlich sinnvolle Konzepte existieren, ist es von großem Interesse zu analysieren, welche Vorstellungen die Lernenden zu den Ursachen der Phänomene besitzen.

"Beim Para- und Ferromagnetismus liegt die Ursache für die magnetischen Momente im Spin" (PE07). Insgesamt 7 der $N_{\rm I} = 9$ an den Interviews teilnehmenden Studierenden äußern sich in dieser oder vergleichbarer Art und Weise zu den Ursprüngen paraund ferromagnetischer Momente. Aufgrund dieser Äußerungen liegt die Interpretation nahe, dass diesen Studierenden auch bewusst seien muss, dass sich diamagnetische Momente nicht auf den Spin zurückführen lassen und somit auf andere Ursachen zurückzuführen sind. Die Ergebnisse der mikroskopischen Beschreibung deuten jedoch an, dass diese Schlussfolgerung von vielen Lernenden nicht direkt gezogen wird. Einige Äußerungen lassen zudem den Schluss zu, dass bei den Studierenden weitere Konzepte zu Eigenschaften des Elektronenspins nicht oder nur in geringem Umfang vorhanden sind. Da eine vertiefte Behandlung der Eigenschaften in der aktuellen Fassung des Lehrkonzeptes nicht berücksichtigt ist, sollte überlegt werden, ob es sinnvoll ist, den Elektronenspin als solchen innerhalb des Lehrkonzeptes ausführlich einzuführen.

Bezüglich der diamagnetischen Momente sehen sich ebenfalls 7 der $N_{\rm I} = 9$ Studierenden in der Lage eine Ursache anzugeben. Während 4 Studierende diamagnetische Momente auf die Bewegung von Elektronen und das daraus resultierende Gegenfeld zurückführen, nennen 3 Lernende die Induktion von Kreisströmen als Ursprung der Erscheinungsform Diamagnetismus. Obwohl diese Äußerungen innerhalb gewisser Denkansätze und Vorstellungen miteinander in Beziehung gesetzt und auf denselben physikalischen Zusammenhang bezogen werden können, weisen die eher diffusen Äußerungen der Studierenden in diesem Punkt auf eher oberflächlich existierende Vorstellungen hin. Die Studierenden sind sich zwar über die notwendige Trennung para- bzw. ferround diamagnetischer Momente bewusst. Genaue Vorstellungen zur Beschreibung der unterschiedlichen Mechanismen, die über die Nennung von Begriffen und erste Teilkonzepte hinausgehen lassen sich in den Interviews jedoch nicht identifizieren. Vielmehr ist "immer noch nicht so tief" verstanden "woran der Diamagnetismus wirklich jetzt koppelt" (PE07). Diese Tatsache stellt darüber hinaus eine mögliche Erklärung für die nicht adäquaten Vorstellungen zum diamagnetischen Grundzustand der magnetischen Momente ohne äußeres Magnetfeld dar.

Ein weiterer Aspekt, der innerhalb der Ursachen der Erscheinungsformen von Magnetismus zu analysieren ist, bezieht sich auf die Zuordnung der Magnetismusarten zu realen Stoffen oder Elementen. Welche Kriterien müssen erfüllt sein, damit ein Stoff dia-, para- oder ferromagnetisch ist? Etwas mehr als die Hälfte der Studierenden ist in der Lage mit unterschiedlichen Formulierungen anzugeben, dass für die Bestimmung der magnetischen Eigenschaften der Gesamtspin zu betrachten ist. Die einzelnen Spins "haben einmal Spin nach oben, Spin up, und einmal Spin nach unten, Spin down und wenn beide zusammenkommen, dann kann man das vernachlässigen, da [...] resultiert kein Spin mehr raus" (BE03), wäre eine charakteristische Beschreibung, die das Zustandekommen von Diamagnetismus beschreibt.

Die unter Kategorie K3 zusammengefassten Äußerungen der Studierenden zu den Ursachen der Erscheinungsformen von Magnetismus bestätigen, dass dieser Aspekt die fachlich höchste Komplexität aufweist. Da sowohl der Spin als auch die mikroskopischen Ströme nur durch quantenphysikalische Vorstellungen verstanden werden können, sind entsprechende ausführliche Erklärungen erforderlich, damit es den Lernenden ermöglicht wird angemessene Konzepte und Vorstellungen zu entwickeln. Insbesondere mit Bezug zur mikroskopischen Phänomenologie zeigt sich jedoch, dass die Inhalte des Lehrkonzeptes der Praxisdurchführung zu den Ursachen umfassender gestaltet werden sollten, um einerseits ein besseres Verständnis der magnetischen Momente zu ermöglichen und andererseits auch dem Anspruch auf Verständnis der Inhalte seitens der Studierenden gerecht zu werden.

K4 Beispiele der Erscheinungsformen von Magnetismus

Um nachhaltige Vorstellungen zu den magnetischen Erscheinungsformen Dia-, Paraund Ferromagnetismus aufzubauen, erscheint es sinnvoll, dass die Studierenden Bezüge zu realen Stoffen oder ihrer persönlichen Lebenswelt herstellen können. Bezüglich der Erscheinungsform Ferromagnetismus existiert bei fast allen Lernenden die naheliegende Verbindung zu Objekten aus Eisen, aber auch die unter Standardbedingungen ebenfalls ferromagnetischen Elemente Nickel und Cobalt finden sich in manchen Äußerungen innerhalb der Interviews.

Auch für die Erscheinungsform Paramagnetismus werden vereinzelt Beispiele für rea-

le Stoffe genannt. Dies sind Aluminium, das im Rahmen des Realexperimentes zum magnetischen Pendel von den Lernenden im Seminar untersucht wird, sowie atomarer Wasserstoff und die natürliche Form von elementarem Sauerstoff O_2 , auf die ebenfalls im Seminar Bezug genommen wird. Verglichen mit Ferromagnetismus werden jedoch deutlich weniger Beispiele für paramagnetische Substanzen genannt. Für die Erscheinungsform Diamagnetismus werden nur wenige Beispiele genannt. Dies sind die Edelgase, Stickstoff in Form des zweiatomigen Gases N_2 sowie Graphit, das auch im Experiment von den Studierenden hinsichtlich seiner magnetischen Eigenschaften analysiert wird. Unabhängig von chemischen Stoffen oder Elementen nennen 2 Studierenden den schwebenden Frosch als Beispiel für ein diamagnetisches Phänomen.

Weitere 2 Studierende führen Sauerstoff und Stickstoff als Beispiele für Dia- und Paramagnetismus an, wobei diese Lernenden eine falsche Zuordnung von Substanz und Magnetismusform wählen. Ein Studierender beschreibt explizit, dass auch ein Stück Holz oder eine Tapete bei hinreichend starken magnetischen Feldern magnetische Eigenschaften offenbaren würden.

Insgesamt ergeben sich somit einige Zuordnungen für Beispiele zu den unterschiedlichen Erscheinungsformen. Die vorherrschende Präsenz des Ferromagnetismus spiegelt sich in dieser Kategorie eindeutig wider. Weiterhin zeigt sich, dass insbesondere solche Stoffe im Gedächtnis der Lernenden bleiben, die im Seminar direkt und selbsttätig untersucht werden.

K5 Vermittlungsansätze für Erscheinungsformen von Magnetismus

In Kategorie K5 werden Äußerungen der Studierenden zur unterschiedlichen Vermittlungsansätzen für Magnetismus zusammengefasst. Diese ergeben sich zum Teil implizit aus der Analyse der verwendeten Modelle, Repräsentanten, etc. sowie aus den fachlichen Erklärungen. Darüber hinaus werden die Studierenden jedoch auch durch einen entsprechenden Impuls der Interviewenden direkt aufgefordert, mögliche Vermittlungsansätze für die eigenen Erklärungen zu nutzen und zudem beurteilend zu reflektieren. Die Äußerungen innerhalb dieser Kategorie lassen erkennen, dass vor allem das Modell der Kompassnadeln und das Modell der Elementarmagneten von den Studierenden genutzt wird bzw. diesen bekannt ist. "Man kann im Prinzip [...] erklären, dass in einem Magneten gewissermaßen [...] viele kleinere Kompassnadeln sind" (RR12) oder "Es gibt halt häufig diese Vorstellung, dass ein Magnet aus kleinen Elementarmagneten aufgebaut ist" (ER10) sind exemplarische Äußerungen, die dies belegen. Das Modell der Elementarmagneten wird dabei einerseits als "einfachstes Modell" (TP01) angesehen. Andererseits existiert jedoch auch Kritik an diesem Modell bzw. am ungeordneten Grundzustand der Elementarmagnete. "Die sind ja zuerst auch total durcheinander und können sich dann auch ausrichten. Das kann ja nicht sein. Naja, [...] weil wenn die alle schon magnetisch wären und alle so dicht zusammen, dann müssten sie sich ja alle schon ausrichten" (SI04). Unabhängig von der Angabe des Modells bzw. der Repräsentanten zeigt die tatsächliche Nutzung in den Erklärungsansätzen und zur mikroskopischen Beschreibung, wie in Kategorie K2 ausgeführt, dass die praktische Erklärung der Phänomene sich stets auf Pfeile bezieht und die charakteristischen Merkmale von Kompassnadeln, Elementarmagneten, etc. scheinbar nicht relevant sind. Ein Studierender nennt auch die Magnetisierungsverläufe im Allgemeinen und die ferromagnetische Hysteresekurve im Besonderen als möglichen Ansatz für die Vermittlung der magnetischen Eigenschaften. Dabei sollte jedoch berücksichtigt werden, dass die Magnetisierungsverläufe zwar sehr anschlussfähige und fachlich sinnvolle Beschreibungen darstellen, aber dabei eher abstrakt und wenig anschaulich wirken.

K6 Videoexperiment N_2/O_2

Das in den Kapiteln 7.1 und 7.3.1.1 beschriebene Experiment zum Verhalten von flüssigem Sauerstoff und flüssigem Stickstoff im äußeren Magnetfeld, das den Studierenden in Form eines Videos demonstriert wird, bildet den Abschluss der inhaltlich strukturierten Analyse der Leitfadeninterviews.

Bei der Durchführung der Interviews zeigt sich, dass alle Studierenden Erinnerungen an das Experiment aufweisen. Der Umfang der Erinnerungen variiert jedoch zwischen den einzelnen Studierenden stark, wie sich aufgrund der Äußerungen vermuten lässt. Um das dargestellte Phänomen zu erklären, wählen die Studierenden in den Interviews scheinbar unterschiedliche Ansätze. Während jeweils einzelne Studierende ihre Erklärungen aus dem "Molekülaufbau" (SR06) oder dem "Orbitalmodell" (MA09) ableiten, geben 5 der $N_{\rm I} = 9$ befragten Studierenden an, dass für Erklärungen die Elektronenkonfiguration zu betrachten ist. Bei korrekter fachlicher Ausdrucksweise muss für die Ableitung der magnetischen Eigenschaften der zweiatomigen Moleküle die Elektronenkonfiguration der Molekülorbitale analysiert werden. Betrachtet man jedoch die konkreten Ausführungen der Studierenden fast ausnahmslos richtige Beschreibungen und Erklärungen wählen. In diesem Sinne erscheinen die fachlich falschen Bezeichnungen nicht wünschenswert, wobei die vorhandenen Konzepte durch die Begriffe scheinbar nicht negativ beeinflusst werden.

Eine sehr wichtige Erkenntnis des Experimentes ist die Tatsache, dass die Berücksichtigung der Struktur der Materie zur Vorhersage magnetischer Eigenschaften den Studierenden bewusst ist. In diesem konkreten Beispiel ist es wichtig Sauerstoff und Stickstoff nicht in atomarer Form zu betrachten, sondern die in natürlicher Form vorliegenden zweiatomigen Moleküle zu analysieren, durch die sich die vorliegenden magnetischen Eigenschaften im Vergleich zu einzelnen Atomen verändern. Ein Studierender bemerkt diesen Aspekt in seiner eigenen Formulierung wenn beschrieben wird, dass "Stickstoff diamagnetisch ist, d. h. also wenn ich Stickstoff [...] als Molekül betrachte" (SR06).

Mit konkretem Bezug zu den drei magnetischen Erscheinungsformen Dia-, Para- und Ferromagnetismus erinnern sich ohne wiederholte Betrachtung des Videos 3 Studierende daran, dass sich beim Diamagnetismus die "magnetischen Momente perfekt paaren" (BE03) würden. Wenn kein Diamagnetismus vorliegt "gibt es irgendwie [...] nicht perfekt gepaarte Elektronen, die dafür sorgen, dass dieses Molekül 'n Gesamtspin hat, der dann irgendwie Ferro- oder Paramagnetismus hervorruft" (BE03). Die Beschreibungen innerhalb dieser Kategorie und insbesondere auch im Rahmen der Ursachenbeschreibung in Kategorie K3 legen jedoch nahe, dass auch weiteren Studierenden die grundsätzliche Zuordnung von ausschließlich gepaarten Elektronenspins beim Diamagnetismus gegenüber einem von Null verschiedenen Gesamtspin beim Ferro- und Paramagnetismus bewusst ist. Die Studierenden werden jedoch in den Interviews möglicherweise durch den Umstand verwirrt, dass ihnen in 6 von $N_{\rm I}$ = 9 Fällen die genaue Zuordnung von Sauerstoff und Stickstoff zur magnetischen Erscheinungsform nicht mehr bekannt ist. Dieser Aspekt ist jedoch unter Berücksichtigung der angestrebten Vermittlungsziele nachvollziehbar. Teilweise geben die Studierenden an, "da müsste man sich halt jetzt auch nochmal die Elektronenkonfiguration von Sauerstoff und Stickstoff anschauen" (ER10). Möglicherweise hätte diese Angabe den Lernenden in den Interviews zusätzlich bereitgestellt werden sollen.

Um den letztgenannten Aspekt dennoch auflösen zu können soll, wie auch für weitere Aspekte im nachfolgenden Kapitel 7.3.2.3, ein Vergleich der Ergebnisse der Interviewstudie mit den Ergebnissen der Fragebogenuntersuchung erfolgen.

7.3.2.3 Zusammenfassende Diskussion zur Untersuchung des konzeptuellen Verständnisses

In den Kapiteln 7.3.2.1 und 7.3.2.2 werden die Ergebnisse der beiden Untersuchungen zur Feststellung der Entwicklung des konzeptuellen Verständnisses in den Seminarsitzungen zum Lehrkonzept des Projektes *Magnetismus hoch 4* getrennt von einander dargestellt und diskutiert. Aufgrund der hervorgehobenen Bedeutung der Entwicklung des konzeptuellen Verständnisses für die Konzeption des Lehrkonzeptes, sollen an dieser Stelle noch einmal die wichtigsten Ergebnisse der beiden Untersuchungen zusammengefasst dargestellt werden. Diese dienen als wichtige Hinweise für notwendige Maßnahmen der bereits an unterschiedlichen Stellen genannten nachfolgenden Überarbeitung des Lehrkonzeptes.

Im Bereich der makroskopischen Beschreibung der Magnetismusformen (K1) deuten sämtliche Ergebnisse darauf hin, dass diesbezüglich nach Durchführung des Seminares angemessene Vorstellungen bei den Studierenden vorhanden sind. Die Studierenden beschreiben die charakteristischen Phänomene der drei magnetischen Erscheinungsformen angemessen und sind sich bewusst, dass jedes Objekt magnetische Eigenschaften offenbart. Kritisch anzumerken ist dabei, dass ein Teil der Studierenden ferromagnetische Phänomene auch nach dem Seminar mit Metallen im Allgemeinen in Verbindung bringt. Eine Überarbeitung des Lehrkonzeptes sollte versuchen unterschiedliche Metalle mit unterschiedlichen magnetischen Eigenschaften zu berücksichtigen, sodass dieser Vorstellung entgegengewirkt werden kann.

Betrachtet man die mikroskopischen Beschreibungen der Magnetismusformen (K2) ergeben sich auch hier grundsätzlich angemessene Vorstellungen, da die Studierenden die Zustände magnetischer Momente im äußeren Magnetfeld und die charakteristischen Magnetisierungsverläufe angemessen reproduzieren und für ihre Erklärungen nutzen. Auch die Vorstellung, dass nur ferromagnetische Objekte ihre Magnetisierung ohne äußeres Magnetfeld erhalten können findet sich bei den meisten Lernenden. Darüber hinaus lässt sich jedoch erkennen, dass fast alle Studierenden den Zustand eines paraund eines diamagnetischen Objektes ohne äußeres Magnetfeld gleichsetzen, d. h. die Lernenden weisen auch einer diamagnetischen Substanz ohne äußeres Magnetfeld willkürlich ausgerichtete magnetische Momente zu.

Der letztgenannte Aspekt zeigt sich weiterhin in den Vorstellungen zu den Ursachen der Erscheinungsformen (K3). Die Studierenden beziehen richtigerweise in den meisten Fällen Para- und Ferromagnetismus auf Elektronenspins. Bezüglich der diamagnetischen Strommomente weisen die Lernenden unterschiedliche Vorstellungen auf, die in verschiedenartiger Form mit mikroskopischen Strömen in Verbindung stehen. Ein tiefergehendes Verständnis für diese beiden Ursachen kann bei den Lernenden jedoch nicht beobachtet werden. Die Vermittlung der Ursachen magnetischer Momente erfolgt im Seminar somit nicht in ausreichender Tiefe. Eine Überarbeitung des Lehrkonzeptes sollte die quantenmechanischen Ursachen in Form des Elektronenspins und mikroskopischer Ströme aus diesem Grund ausführlich und in deutlich erweitertem Umfang berücksichtigen. Das Konzept gepaarter bzw. ungepaarter Elektronenspins als Kriterium für die Existenz von Dia- bzw. Para- oder Ferromagnetismus wird von den Lernenden jedoch nachvollzogen und auch angewendet.

Als Beispiele für die Magnetismusformen (K4) nennen die Lernenden insbesondere solche Beispiele, mit denen im Seminar praktisch oder zumindest theoretisch gearbeitet wird (Aluminium, Graphit, Eisen, etc.). Um weitere Verknüpfungen und Anbindungen herzustellen, ist zu überlegen, ob noch mehr reale Beispiele und unterschiedliche Substanzen in das Seminar integriert werden sollten.

Abschließend nutzt das Lehrkonzept in besonderem Maß das mathematische Konzept der Vektorsumme, um eine Verbindung zwischen der makroskopischen Magnetisierung und den mikroskopischen magnetischen Momenten herzustellen. Da mathematische Formalismen grundsätzlich eine potentielle Hürde für das Lernen physikalischer Inhalte darstellen, ist vor der Praxisdurchführung nicht gewiss, ob die Studierenden das Prinzip der Vektorsumme verstehen und annehmen. Die Ergebnisse der Fragebogenuntersuchung zeigen, dass das Konzept Teilen der Studierenden bereits vor dem Seminar in ausreichender Tiefe geläufig ist. Im Anschluss an die Seminarsitzungen sind sämtliche Studierende in der Lage Aufgaben mit Bezug zu den magnetischen Erscheinungen unter Verwendung der Vektorsumme selbstständig zu lösen, sodass dieses Element für das Lehrkonzept weiter beibehalten werden soll.

Insgesamt deuten die Ergebnisse daraufhin, dass im Seminar bereits viele sinnvolle Vorstellungen zu den magnetischen Ausprägungen Dia-, Para- und Ferromagnetismus vermittelt werden. Die empirische Untersuchung der Praxisdurchführung erbringt jedoch auch wertvolle Hinweise auf notwendige Überarbeitungen, Anpassungen und Erweiterungen des Lehrkonzeptes (diamagnetischer Grundzustand, Ursachen magnetischer Strom- und Spinmomente, magnetische Eigenschaften von Metallen, etc.). Damit kann weiterhin festgestellt werden, dass sich die am Prinzip des Design-Based Research orientierte Methodik des Projektes *Magnetismus hoch 4* durch die Verbindung von theoriebasierten und praktischen Erkenntnissen als geeignet für die praxisbezogene Entwicklungsarbeit zum Magnetismus erweist.

7.4 Studierendeneinstellungen zum Projektteaser

Für die Vermittlung der Phänomenologie von Dia-, Para- und Ferromagnetismus wird den Studierenden in Sitzung 1 zu Beginn des Seminares der Projektteaser, siehe Kapitel 6.1, als einführender Kurzfilm gezeigt. Der Teaser soll Motivation für die Auseinandersetzung mit den nachfolgenden Inhalten des Seminares erzeugen und die Begriffe Dia-, Para- und Ferromagnetismus den charakteristischen Phänomenen, d. h. der starken bzw. schwachen Anziehung und schwachen Abstoßung zuordnen. Darüber hinaus wird durch den Teaser die Farbcodierung, siehe ebenfalls Kapitel 6.1, eingeführt. Die Einführung der Farbcodierung erfolgt sowohl im Teaser als auch im Seminar implizit. In diesem Sinne wird die spezifische Farbgebung des Teasers auch in den nachfolgenden Lehrmaterialien verwendet ohne, dass die Eigenschaften dieser Codierung explizit beschrieben oder angesprochen werden. Abschließend soll der Teaser Fragen aufwerfen, die in der nachfolgenden Lehreinheit zu diskutieren sind. Eine vollständige Darstellung des Teasers, seiner Zielsetzung und seiner Funktionen wird in Kapitel 6.1 ausgeführt. Um den Nutzen des Teasers einordnen zu können, ist es notwendig, die Einstellungen der Lernenden zu diesem digitalen Inhalt zu erheben. Die Erhebung soll vor allem dazu dienen, die Konzeption und Gestaltung des Teasers sowie die Einbettung in die Seminarsitzung in einem möglichen Schritt der Überarbeitung des Filmes bzw. der Lehreinheit, wenn notwendig, anzupassen.

7.4.1 Beschreibung der Methoden und Durchführung

Zur Erhebung der Einstellungen der Studierenden zum Teaser werden der Fragebogen FB2 und eine Gruppendiskussion eingesetzt. Zudem finden sich auch in den Interviews, siehe Abbildung 7.2, einige Äußerungen die das Meinungsbild der Lernenden zum Teaser ergänzen. Da diese Äußerungen jedoch verglichen mit den Ergebnissen der Fragebogenuntersuchung und der Gruppendiskussionen keine weiterführenden Erkenntnisse ergeben, sollen die Äußerungen der Lernenden zum Teaser in den Interviews nicht gesondert diskutiert werden.

Die Gruppendiskussionen zum Teaser werden zum Abschluss von Seminarsitzung 1 von jeder Kleingruppe bestehend aus 2 bis 4 Studierenden individuell durchgeführt. Wie

bereits erwähnt, eignet sich die Methode der Gruppendiskussion aus fachdidaktischer Perspektive zur Anregung eines Diskurses über bestimmte Fragestellungen, sodass diese Methode eine größere Vielfalt unterschiedlicher Meinungen verspricht, als dies bei einer individuellen Befragung einzelner Personen erwartet wird [Bil14]. Die Kleingruppen erhalten jeweils etwa zwei bis drei Minuten Zeit, um die folgenden Leitfragen zu diskutieren:

- 1. Was ist euch vom Teaser inhaltlich besonders in Erinnerung geblieben? (GD1.1)
- 2. Was hat euch am Teaser gefallen und was würdet ihr anders machen? (GD1.2)
- 3. Wie beurteilt ihr die farbliche Gestaltung des Teasers? (GD1.3)
- 4. Welche Attribute würdet ihr dem Teaser zuordnen (motivierend, langweilig, etc.)? (GD1.4)

Damit sollen die Gruppendiskussionen die Stärken und Schwächen des Teasers aufzeigen und, aufgrund der hervorgehobenen Bedeutung dieses Elementes für den weiteren Verlauf des Seminares, die Farbcodierung der magnetischen Erscheinungsformen beurteilen. In beiden Seminaren beteiligen sich in der Summe insgesamt $N_{\rm GT} = 19$ Studierende an den Gruppendiskussionen zum Teaser. Es werden für jede Kleingruppe Tonaufnahmen der Gruppendiskussionen angefertigt. Um die nachfolgende Transkription zu erleichtern und mögliche Handlungen der Lernenden einbeziehen zu können, werden alle Gruppen zusätzlich videographiert. Aus jedem der beidem Seminare stehen vier Einzelgruppen und somit vier Gruppendiskussionen für die Auswertung zur Verfügung.

Ergänzend zu den Gruppendiskussionen, wird jeder Studierende nach der Seminarsitzung gebeten einen Fragebogen zur vorherigen Lehreinheit auszufüllen, siehe Anhang F.2. Dieser Fragebogen beinhaltet ergänzend zu den Fragen GD1.1 bis GD1.3 der Gruppendiskussion offene Fragen in Form der Items FB2.3 bis FB2.5. Dadurch sollen die Studierenden die Möglichkeit erhalten, ihre Einstellungen auch individuell und somit unabhängig von der Gruppendiskussion äußern zu können. Auf diese Art und Weise soll insbesondere ermöglicht werden, dass sich auch solche Lernende frei zum Teaser äußern können, die ihre Meinung in der Gruppendiskussion nicht oder aufgrund der Gruppenkonstellation oder der Situation, etc. nur zurückhaltend äußern. Zusätzlich beinhaltet der Fragebogen mit Bezug auf den Teaser acht geschlossene Items (FB2.6). Bei diesem Items werden die Studierenden gebeten auf einer vierstufigen Skala (0 = "Stimme nicht zu" bis 3 = "Stimme voll zu") Aussagen über den Projektteaser einzuschätzen. Die Aussagen lauten in Ergänzung zum Satzbeginn "Der Teaser *Magnetismus hoch 4...*

- ... ist visuell ansprechend gestaltet."
- ... wirkt wissenschaftlich fundiert."
- ... vermittelt Inhalte in angemessener Geschwindigkeit."
- ... erklärt die Ursachen magnetischer Phänomene."
- ... motiviert mich zur Beschäftigung mit dem Thema Magnetismus."
- ... ist aufgrund der übertriebenen Geschichte unglaubwürdig."
- ... wirft Fragen auf, an die nachfolgend angeknüpft werden kann."
- ... weist dem Wissenschaftler interessante Eigenschaften zu."

Zusätzlich zur vierstufigen Skala beinhalten die geschlossenen Items die Antwortmöglichkeit "Weiß nicht". Für die geschlossenen Items muss jedoch festgestellt werden, dass die Aussagekraft aufgrund der geringen Anzahl an Studierenden stark eingeschränkt ist. Da die Ergebnisse zudem in der Tendenz die nachfolgend in Kapitel 7.4.2 ausgeführten Aspekte der offenen Items und der Gruppendiskussionen untermauern, erfolgt lediglich eine deskriptive Angabe der Ergebnisse in Anhang G.1.

Zur Auswertung der Items und zur Analyse der Studierendeneinstellungen zum Teaser, werden die Fragen der Gruppendiskussionen GD1.1 bis GD1.4 und die entsprechenden offenen Fragebogenitems FB2.3 bis FB2.5 gemeinsam genutzt. Zunächst werden mithilfe der drei offenen Fragebogenitems in einem induktiven Verfahrens jeweils sechs Kategorien für die Stärken und Schwächen des Teasers gebildet. Diese Kategorien sind in Tabelle 7.2 dargestellt.

Die Analyse dieser Kategorien zeigt, dass Zusammenhänge zwischen einzelnen Stärken und Schwächen existieren, sodass zur Auswertung der Fragebogenitems und der Gruppendiskussionen übergeordnete Kategorien aus den vorherigen abgeleitet werden, die sowohl positive als auch negative Äußerungen zum Teaser beinhalten. Diese übergeordneten Kategorien finden sich in Tabelle 7.3 zusammengefasst dargestellt. Die Kategorie "Darstellung & Gestaltung" bezieht sich auf das gesamte Erscheinungsbild des Teasers. Da dieser zusammen mit professionellen Illustratoren erstellt wird, ist es interessant, ob der hohe gestalterische Aufwand von den Studierenden geschätzt wird. Weiterhin beinhaltet diese Kategorie die Äußerungen zur farblichen Gestaltung des Teasers und damit zur Farbcodierung. Die Kategorie "(Weiterführende) Fachliche Inhalte" umfasst Aussagen, die sich nicht unmittelbar auf die drei magnetischen Erscheinungsformen Dia-, Para- und Ferromagnetismus beziehen, aber dennoch einen fachlichen Aspekt betreffen. Dazu gehören beispielsweise Äußerungen zur Berücksichtigung des Erdmagnetfeldes. Die Aussagen in der Kategorie "Narrative Wissensvermittlung" beziehen sich auf die Eigenschaft des Teasers, die Vermittlung der fachlichen Inhalte innerhalb eines narrativen Prozesses durchzuführen. Da der Kurzfilm die Funktion besitzt Fragen anzuregen, die nachfolgend behandelt werden können und die Studierenden dies wahrnehmen, indem sie entsprechende Äußerungen tätigen, existiert die dazugehörige Kategorie "Teasing-Charakter". Die allgemeine Beurteilung des Teasers, ohne spezifischen Bezug zur Gestaltung einerseits oder fachlichen Inhalten andererseits, wird in der Kategorie "(Allgemeine) Attributzuweisungen" erfasst. In der Kategorie "Sonstige" werden weitere Aussagen gesammelt, die für die Analyse der Studierendeneinstellungen zum Teaser bedeutsam erscheinen, aber keine eigene Kategorie rechtfertigen.

Nach Festlegung der Kategorien, gemäß Tabelle 7.3, und Transkription der Gruppendiskussionen, erfolgt die Auswertung ähnlich zum in Kapitel 7.3 angewendeten Verfahren. Zunächst werden dafür die transkribierten Interviews mithilfe des Kategoriensystemes codiert. Dabei zeigt sich, dass alle Aussagen der Studierenden mithilfe dieses Kategoriensystem erfasst werden können und somit kein weiterer Überarbeitungsschritt der Kategorien notwendig ist. Nach abgeschlossener Codierung erfolgt in einem Schritt das Redigieren, Ordnen und Explizieren der einzelnen Aussagen, ent-

| Stärken | Schwächen | | |
|------------------------------|-------------------------------|--|--|
| Darstellung & Gestaltung | Mangelhafter Praxisbezug | | |
| Phänomenologische Einführung | Phänomenologische Einführung | | |
| Unterhaltsame Vermittlung | Attribute der Erzählung | | |
| Motivationaler Charakter | Unklare Begrifflichkeiten | | |
| Typische Lehrelemente | Inhaltliche Unvollständigkeit | | |
| Sonstige | Sonstige | | |

Tabelle 7.2: Induktiv erstellte Kategorien zu den Stärken und Schwächen des Projektteasers nach Auswertung der offenen Fragebogenitems FB2.3 bis FB2.5. sprechend den jeweiligen Schritten des Vorgehens von Krüger und Riemeier (2014) [Krü14]. Als Ordnungskriterium werden die vorgehend definierten Kategorien verwendet. Im Anschluss an diesen Dreischritt wird die inhaltliche Strukturierung im Sinne von Mayring (2010) durchgeführt [May10]. Auch hier werden die Kategorien genutzt, um für jeden Aspekt die Kernaussagen der unterschiedlichen Gruppendiskussionen zusammenfassen und vergleichend darstellen zu können. Diese inhaltliche Strukturierung bildet die Grundlage für die nachfolgend in Kapitel 7.4.2 beschriebenen und diskutierten Ergebnisse.

7.4.2 Ergebnisse und Diskussion

Die Beschreibung und Diskussion der Ergebnisse wird in den nachfolgenden Absätzen getrennt nach den Kategorien aus Tabelle 7.3 durchgeführt. Da die Gruppendiskussionen aufgrund der teilweise kontroversen Diskussionen stärker unterschiedliche Aspekte gegeneinander abwägen und alle Aussagen der offenen Fragebogenitems enthalten, beziehen sich die expliziten Zitate nur auf Aussagen innerhalb der Gruppendiskussionen. Die Kategorie "Darstellung & Gestaltung" wird insbesondere von Äußerungen zur Farbcodierung des Teasers dominiert, da diesbezüglich in Frage GD1.4 der Gruppendiskussionen direkt Aussagen der Studierenden eingefordert werden. Von nahezu allen Gruppen wird die "farbliche Unterscheidung der vier Erscheinungsformen" (z. B. H2) identifiziert, obwohl diese durch den Teaser nur implizit eingeführt wird. Um die farblich unterlegten magnetischen Elemente hervorzuheben, werden sämtliche nicht

| Kategorie |
|------------------------------------|
| Darstellung & Gestaltung |
| Phänomenologische Beschreibung |
| (Weiterführende) Fachliche Inhalte |
| Narrative Wissensvermittlung |
| Teasing-Charakter |
| (Allgemeine) Attributzuweisungen |
| Sonstige |

Tabelle 7.3: Finales Kategoriensystem zur Auswertung der offenen Fragebogenitems und Gruppendiskussionen zum Projektteaser.

magnetisierten Objekte und der Hintergrund in Grautönen gestaltet. Einerseits wirkt der Teaser damit auf einige Studierende "viel zu grau" (H2) und dadurch "halt 'n bisschen trist" (L4), aber andererseits wird die Hervorhebung der magnetisierten Objekte "dadurch [...] doch gut verständlich" (L4). Insgesamt wird dieses Merkmal in den meisten Gruppen zu Beginn kontrovers diskutiert, aber letztendlich überwiegen aus Lernendensicht scheinbar die Vorteile der "farblichen Unterstützung, dessen was wichtig ist" (H2), "weil das dadurch dann besonders zur Geltung kommt" (H4). Der leichte Farbschimmer über den Grautönen hat für manche der Betrachtenden auch "so was Erzählerisches" (H3), wodurch der narrative Charakter des Films hervorgehoben wird. Die Farbcodierung nutzt zusätzlich die Stärke der Farbe als Indikator für die Stärke der Magnetisierung. Die Studierenden nennen hier das Beispiel des Erdmagnetfeldes. Das "war ja erst schwach" (L3), aber dann hat der Teaser "ja sozusagen gezeigt, wie man die Erde stärker machen würde. Und dann wurde die lila und vorher nicht" (L3). Es scheint somit, dass diese Idee zumindest von einigen der Lernenden durch die Darstellung des Teasers nachvollzogen werden kann. Die Beurteilung der Studierenden lässt sich in der Aussage, dass die Farbgebung "halt grau und dadurch 'n bisschen schlicht" war, aber "die Magneten hatten dann halt immer 'ne Farbe entsprechend ihrer Magnetisierung" (L4) zusammenfassen. Neben der Farbcodierung beschreiben die Studierenden oft das "Bild von der Skala", da dieses "schon prägnant gewesen" (H3) zu seien scheint. Trotz der eher formalen Darstellung der Anordnung der magnetischen Feldstärken realer Objekte, wird diese Visualisierung als "coole Idee" (H1) beurteilt. Entgegen vorheriger Annahmen bei der Erstellung des Teasers, scheinen somit auch eher formale Bildelemente bei angemessener Gestaltung durchaus geeignete Komponenten einer entsprechenden Visualisierung darstellen zu können. Die Aussagen weisen darauf hin, dass die Studierenden die Darstellung des Teasers insgesamt als "übersichtlich" und "schön" (H2) beurteilen. Die Studierendeneinstellungen in dieser Kategorie deuten auf eine grundsätzlich gelungene Darstellung hin, bei der die Farbcodierung ihren Zweck erfüllt. Bei ähnlichen nachfolgenden Medien sollten jedoch möglicherweise an geeigneten Stellen auch eher formale Visualisierungen, wie Diagramme oder Skalen, integriert werden, da diese die Erinnerung der Lernenden im Nachhinein stark beeinflussen.

Die zugehörige Seminarsitzung (Sitzung 1) verfolgt, zusammen mit dem Teaser, das Ziel eine "Phänomenologische Beschreibung" der verschiedenen magnetischen Erscheinungsformen zu vermitteln. Die gleichnamige Kategorie untersucht, welche Aspekte der Phänomenologie von den Studierenden bei einer Analyse des Teasers genannt werden. Bei vielen Gruppen wird in den Diskussionen beschrieben, dass der "Unterschied zwischen Dia-, Para- und Ferromagnetismus" (L4) und die Erinnerung an die "Begriffe Para-, Dia- und Ferromagnetismus" (H3) vom Teaser am stärksten im Gedächtnis bleiben. Bei einigen Kleingruppen entsteht jedoch eine Debatte darüber, ob die Präsentation und die Darstellung der Begriffe und der zugehörigen Phänomene mit ausreichender Klarheit erfolgt. Ausgehend von diesem Aspekt macht der Teaser scheinbar weiterhin deutlich, dass "wirklich jeder Stoff irgendwie auf Magnetismus reagiert" (H3) und "halt irgendwie alle Stoffe magnetische Eigenschaften" zeigen würden, wenn "man 'n starken Magneten hätte" (H3). Damit erfüllt der Teaser mit der Vermittlung der typischen Phänomenologie und Universalität magnetischer Eigenschaften eines seiner zentralen Ziele. Es sollte jedoch berücksichtigt werden, dass die Gruppendiskussion am Ende von Sitzung 1 durchgeführt wird, sodass die Äußerungen und Kommentare der Studierenden unter Umständen auch von den weiteren Inhalten aus Sitzung 1 beeinflusst werden.

Zudem werden von den Studierenden auch einige kritische Aspekte angemerkt. Einerseits äußern einige Gruppen, dass die Unterscheidung von Para- und Ferromagnetismus im Film nicht "so ganz klar [...] geworden ist" (H2). Andererseits wird aus wenigen Äußerungen klar, dass der Teaser nicht klärt "warum denn das so ist" (H3). Die Berücksichtigung der Gründe für das unterschiedliche Verhalten der magnetischen Erscheinungen in einem äußeren Magnetfeld ist jedoch bewusst kein Bestandteil des Teasers, sondern soll in den nachfolgenden Sitzungen erarbeitet werden. Deshalb sollte diese Aussage weniger als Kritik beurteilt werden, sondern deutet an, dass der Teaser in der Tat Fragen anregt, mit denen sich die Studierenden aufgrund des einführenden Kurzfilmes gerne beschäftigen würden. Ein weiteres Element der phänomenologischen Beschreibung ist die Erweiterung des Gedankenexperimentes, bei der die wiederholte Verstärkung des Magnetfeldes zur Dominanz diamagnetischer Phänomene führt. Auch dieser Aspekte wird von den Lernenden diskutiert und sie äußeren: "Warum das jetzt genau so ist, weiß ich auch nicht, aber das ist im Film schon klar geworden, dass das so ist" (H1). Teilweise wird die Fokussierung auf die Phänomenologie auch kritisiert, da es scheinbar für einige so wirkt, dass der Teaser "zu wenig physikalische [...] Hinweise" (H2) enthält. Genau die Tatsache, dass der Teaser "jetzt nicht so viele Kernaussagen" besitzt, führt aber dazu, dass diese "drei, vier, die er hat, [...] dann ja auch wirklich hängen[bleiben]" (H3). Damit weisen die Gruppendiskussionen und offenen Fragebogenitems darauf hin, dass der Teaser im Kontext von Sitzung 1 die grundlegenden Vorstellungen zur Phänomenologie der magnetischen Erscheinungsformen vermittelt. Die teilweise vorherrschenden Unklarheiten könnten möglicherweise durch eine wiederholte Betrachtung des Teasers verringert werden. Auch gezielte Aufgaben, die mithilfe des Teaser bearbeitet werden könnten, helfen potentiell die Aussagen des einführenden Kurzfilmes noch stärker zu akzentuieren.

Ergänzend zur eigentlichen Phänomenologie von Dia-, Para- und Ferromagnetismus, werden im Teaser noch weitere fachliche Inhalte berücksichtigt. Inwiefern diese Aspekte von den Studierenden wahrgenommen werden und welche Einschätzungen bezüglich dieser weiterführende Fachinhalte bei den Studierenden vorherrschen, wird in der Kategorie "(Weiterführende) Fachliche Inhalte" erfasst. Die Äußerungen legen die Schlussfolgerung nahe, dass das Erdmagnetfeld den Studierenden im Teaser gemäß der Äußerungen in den Gruppendiskussionen und in den Fragebögen sehr präsent erscheint. Vielen Studierenden ist nach Betrachtung des Teasers bewusst, dass "das Erdmagnetfeld 'n schwaches Magnetfeld ist" (H1). Aus der Darstellung und Beschreibung des Erdmagnetfeldes resultiert jedoch ein Konflikt, da dem Erdmagnetfeld einerseits eine geringe Stärke zugewiesen wird und man es dennoch "quasi überall auf der Erde" spüren kann, obwohl "es stärkere Magneten gibt, [...] deren Auswirkungen nur an bestimmten Stellen" (H1) wahrgenommen werden können. Ein starkes Bild an dieser Stelle scheint der Mixer darzustellen, da die Studierenden sich erinnern, dass "der Erdkern durch den Mixer beschleunigt wird" (L1), wobei es als "total genial" (H2) oder "sehr cool" angesehen wird, "die Lava-Ströme mit'm Mixer zu beschleunigen" (H3). "Warum hat die Erde dieses Magnetfeld?" (H3) ist eine weitere Fragen die von einer Gruppe genannt wird. Die Äußerungen weisen somit darauf hin, dass dem Erdmagnetfeld durch den Teaser eine gewisse Bedeutung zugewiesen wird und die Behandlung dieser Thematik möglicherweise gut an den einführenden Kurzfilm angeschlossen werden könnte. Die Analyse der Gruppendiskussionen und Fragebögen lässt ebenfalls erkennen, dass der Kurzfilm selbst scheinbar nachdrücklich verdeutlicht, dass der Teaser "'n reines Gedankenexperiment" und "nicht realisierbar" (L2) ist. Die Verwendung eines Gedankenexperiments wird von den Studierenden durchaus unterschiedlich wahrgenommen. Einerseits deuten die Aussagen an, dass es positiv seien könnte, wenn "man nicht nur in bekannten Denkstrukturen denkt, sondern auch mal sich auf 'nen neuen Standpunkt stellt" (H4) oder man hypothetisch überlegt, ob "man nicht etwas verändern [kann], um eine gewisse Eigenschaft oder Ausprägung zu verstärken" (H2), damit man sie auch beobachten kann. Andererseits stellt das Gedankenexperiment eben "keine Alltagsphysik" dar und "man wird es im ganzen Leben nicht sehen" (H4), wodurch auch ein negativer Blick auf das Gedankenexperiment des Teasers geworfen wird. Der dritte Aspekte, der von den Studierenden wahrgenommen wird, bezieht sich auf die Tatsache, dass der Teaser "voll mit Beispielen" (H2) und "Alltagsbeispielen" (L3) ist. Ein für die Studierenden scheinbar interessantes Beispiel ist die Beschreibung der Stärke eines Magnetresonanztomographen, da ein "MRT überraschend total stark, stärker als 'n Schrottplatzmagnet" (H3) ist.

Ein zusätzliches Merkmal des Teasers ist die Orientierung am Prinzip der "Narrativen Wissensvermittlung" [Abr98]. Aus diesem Grund erfolgt die Vermittlung der Inhalte "so 'n bisschen geschichtenmäßig" und es hat "nicht so den Dokumentationscharakter" (H3), was von den Studierenden gemäß der Äußerungen scheinbar wertgeschätzt wird. "Es ist nicht einfach nur Info, sondern es ist so 'ne kleine Geschichte" (H2) ist eine weitere Äußerung, die darauf hinweist, dass die Lernenden diese Eigenschaft des Films wahrnehmen und positiv beurteilen. Die für die Geschichte zentrale Figur des Wissenschaftlers wird als "liebevoll gestaltet" (H4) und "auf jeden Fall cool" (L1) aus Sicht der Studierenden beurteilt. Allerdings findet eine Gruppe es auch ein "bisschen doof und albern, dass er ausgerastet ist" (H1). Während die Studierenden weiterhin darauf hinweisen, dass die Verwendung des Films im schulischen Unterricht dabei helfen könnte, dass "Schüler dann, nicht das Interesse verlieren" (H3), legen die weiteren Äußerungen den Schluss nahe, dass der Teaser auf Schülerinnen und Schüler aus Sicht der angehenden Lehrerinnen und Lehrer auch negative Wirkungen haben könnte. Der Teaser ist möglicherweise "interessanter, als wenn da einfach jetzt nur Formeln" (H4) gezeigt würden, aber möglicherweise würden sich Schülerinnen und Schüler "dann längere Zeit darüber lustig machen und den physikalischen Hintergrund vergessen" (H3). Insgesamt sind die Studierenden sich nicht einig, ob die Nutzung in der Schule eher Chancen oder Risiken birgt. An dieser Stelle sei erneut auf die primäre Zielgruppe des Teasers, Studierenden im Fach Physik, hingewiesen. Damit soll unterstrichen werden, dass der Kurzfilm nicht für eine optimale Wirkung auf Schülerinnen und Schüler konzipiert ist.

Ein weiteres Ziel des Teasers, das bereits in dieser Bezeichnung für den einführenden Kurzfilm ersichtlich wird, ist der so genannte "Teasing-Charakter", d. h. es sollen nur wenige Fachinhalte direkt und umfassend vermittelt werden, aber viele Fragen für die nachfolgende Behandlung in der Lehreinheit aufgeworfen werden, siehe Kapitel 6.1.
Die Gruppendiskussionen und offenen Items des Fragebogens sollen Auskunft darüber geben, ob der Teaser diese Funktion erfüllt. Zunächst sollte erwähnt werden, dass die Studierenden den Film "zum Einstieg in das Thema [als] gut geeignet ist" (H2) beurteilen. Einige Studierende bewerten das Fehlen tiefergehender Erklärungen eher negativ. Andere finden es hingegen gut, dass "das gar nicht erklärt, das Video" (H4). In einer weiteren Gruppendiskussion wird der intendierte Charakter des Teasers und die angestrebte Wirkung sehr treffend beschrieben: "Es soll ja so 'n Anstoß geben. Es soll ja Fragen eröffnen, ne? Und erklärt halt keine Fragen" (L1). Die Studierenden erkennen zudem selbständig, das "[der Teaser] eben Fragen aufwirft und dann kann man das im Laufe der Zeit klären" (L1). Ein Studierender äußert hier: "Also ich muss sagen, aus meiner Sicht motiviert der Film zumindest schon dieses Nachdenken darüber, warum ist das so, dass gewisse Stoffe unter bestimmten Umständen magnetisierbar sind" (H4). Es gibt jedoch auch kritische Äußerungen, die darauf hinweisen, dass einige Studierende sich fragen, ob "das als Anreiz genügend funktioniert" (H3). Aufgrund der Vielzahl positiver Außerungen und der Beurteilung der Mehrheit der Lernenden, dass der Teaser "eindeutig motivierend" (H2) ist, lässt die empirische Untersuchung erkennen, dass die angestrebte Zielsetzung mit Blick auf die Studierenden durchaus als erfüllt angesehen werden kann.

Für einen zusammenfassenden Überblick über die Einstellungen der Studierenden zum Kurzfilm eignet sich die Kategorie "(Allgemeine) Attributzuweisungen". Die positiven Kommentare beschreiben den Teaser als "lustig" (z. B. L2), "auf jeden Fall Interesse weckend" (z. B. L1), "spannend" (H1), "alltagsbezogen" (H2), "unterhaltsam" (H3), "anschaulich" (z. B. L3), "informativ" (L2) und "nicht zu theoretisch" (L2). Es wird jedoch auch geäußert, dass der Teaser "aber leicht auch ablenkbar" (H2) wirken könnte. Hinsichtlich der Wirkung auf Schülerinnen und Schüler wird gemutmaßt, dass der Film "zu gruselig für kleine Kinder", aber "für ältere Schüler [...] ganz gut [geeignet]" (H1) seien könnte.

Auf die Kategorie "Sonstige" entfallen lediglich Äußerungen zur Länge des Films. Da sich jedoch hier keine eindeutige Tendenz in der Beurteilung, ob die Studierenden die Dauer des Teasers als angemessen oder zu lang empfinden, erkennen lässt, soll auf eine genauere Beschreibung verzichtet werden.

Insgesamt legt die Auswertung der Items GD1.1 bis GD1.4 der Gruppendiskussionen sowie FB2.3 bis FB2.5 der Fragebögen die Schlussfolgerung nahe, dass der Teaser von den Studierenden grundsätzlich positiv beurteilt wird. Die Einstellungen der Lernenden zum Teaser weisen zudem darauf hin, dass die angestrebten Ziele des Teasers, d. h. die Vermittlung der grundlegenden Phänomenologie dia-, para- und ferromagnetischer Phänomene, die Anregung zugehöriger und tiefergehender Fragen und die Motivation der Studierenden für diesen physikalischen Inhaltsbereich weitestgehend als erfüllt angesehen werden kann. Es wird jedoch auch klar, dass die Art und Weise der Einbettung des Teasers in die Lehreinheit wichtig für den erfolgreichen Einsatz dieses Mediums ist. Einerseits sollten die Sitzungen die Auseinandersetzung mit dem Teaser durch gezielte Aufgaben stärker fokussieren und andererseits sollten die angesprochenen offenen Fragen in nachfolgenden Lehrinhalten aufgegriffen werden, um dem Wissensdrang der Lernenden nachzukommen. Zudem unterscheidet sich die Einschätzung des Einsatzes in der universitären Lehre von der angenommenen Wirkung auf Schülerinnen und Schüler, die von den angehenden Lehrerinnen und Lehrern als bedeutend kritischer eingeschätzt wird. Da diese Lernendengruppe jedoch nicht die primäre Zielgruppe des Teasers darstellt, erscheint es ausreichend diesen Aspekt an dieser Stelle zur Kenntnis zu nehmen. Die positive Beurteilung wird durch die geschlossenen Fragebogenitems FB2.6 unterstützt, siehe Anhang G.1.

Insgesamt erbringen die Aussagen der Studierenden viele wertvolle Hinweise auf besonders interessante oder auch unklare Aspekte des Films, die in den nachfolgenden Lehreinheiten aufgegriffen werden können. Die Befunde deuten weiterhin an, dass die grundsätzliche Konzeption des Teasers von der Zielgruppe positiv beurteilt wird. Dieser Befund wird neben den geschlossenen Fragebogenitems FB2.6 durch ein weitere empirische Erkenntnis gestützt, der hier jedoch nur kurz angeführt werden soll. Bei einer Vorführung des Teasers im Rahmen des Multimedia Science Slams 2015 der Universitäten Münster und Köln, ergibt eine Umfrage unter den Besucherinnen und Besuchern der Filmveranstaltung ($N_{\rm MSS} = 112$), dass der Teaser bei 62% der Befragten sehr starke oder starke Neugier auf das Thema Magnetismus weckt. Weiterhin bewerten 93% der Besucherinnen und Besucher die Gestaltung des Teasers als sehr gut oder gut. Eine ausführliche Darstellung der Ergebnisse dieser Befragung findet sich in Anhang G.2.

Damit scheint der Teaser sowohl Interesse zu erzeugen als auch die grundlegenden Vorstellungen zur Phänomenologie von Dia-, Para- und Ferromagnetismus zu vermitteln, sodass die beiden primär angestrebten Ziele erfüllt zu seien scheinen. Unabhängig von den Ergebnissen der Praxisdurchführung sollte bezüglich des Teasers noch kritisch angemerkt werden, dass die Entwicklung eines motivierenden und unterhaltsamen Kurzfilms zu einem fachlichen Inhalt an unterschiedlichen Stellen einen Kompromiss zwischen fachlicher Präzision und anregender, inhaltlicher Gestaltung finden muss. Als Beispiel für die notwendige Abwägung zwischen Fachinhalt und Erzählelement ist die Verstärkung des Erdmagnetfeldes zu nennen. Zum einen wird die Dynamotheorie zur Beschreibung der Entstehung des Erdmagnetfeldes im Teasers stark vereinfacht dargestellt. Zum anderen beschreibt der Teaser den finalen Schwebezustand als Resultat der Verstärkung des Erdmagnetfeldes, ohne dabei spezifisch den Magnetfeldgradienten als notwendigen Parameter zu nennen. Andererseits zeigt sich durch die empirische Untersuchung, dass das Bild des Mixers und der Schwebezustand in besonderem Maß das Interesse der Lernenden weckt, sodass sich dies scheinbar positiv auf die Motivation der Lernenden auswirkt. Da der Kurzfilm insbesondere als motivierendes Element betrachtet wird und dieses Ziel nach Analyse der Untersuchungsergebnisse erreicht wird, erscheinen die getroffenen Entscheidungen zwischen fachlicher Präzision und erzählerischen Elementen einen sinnvollen Kompromiss darzustellen.

7.5 Studierendeneinstellungen zu interaktiven Simulationen

In Sitzung 2 nutzen die Studierenden die interaktive Simulation zu den Magnetisierungskurven ferromagnetischer Substanzen zusammen mit den Beschreibungen diaund paramagnetischer Magnetisierungsprozesse, die im Forscherbuch graphisch dargestellt sind, zur genaueren Unterscheidung dieser drei Erscheinungsformen von Magnetismus. Eine ausführliche Beschreibung der Funktionsweise des Widgets findet sich in Kapitel 6.2.2. In der interaktiven Simulation lässt sich der Zusammenhang zwischen der Ausrichtung magnetischer Domänen bzw. Momente einer ferromagnetischen Substanz im äußeren Magnetfeld und der charakteristischen ferromagnetischen Hysteresekurve eigenständig mit Bezug zum zugehörigen Realexperiment, siehe beispielsweise Kapitel 5.4, untersuchen. Mithilfe der empirischen Untersuchung soll analysiert werden, ob die Studierenden die Verwendung dieses Widgets im Allgemeinen als sinnvoll erachten. Weiterhin soll versucht werden zu analysieren, welche Elemente des Widgets aus funktionellen Gründen bzw. im Sinne der Wissensvermittlung in einer Überarbeitung angepasst, ersetzt oder hinzugefügt werden sollten. Eine empirische Untersuchung zur interaktiven Simulation zur Magnetismuswaage, siehe Kapitel 6.2.1, kann im Rahmen dieser Arbeit nicht durchgeführt werden, da der Entwicklungsprozess zu Beginn der Praxisdurchführung nicht abgeschlossen war. Durch die hier beschriebene Untersuchung ergeben sich jedoch neben spezifischen Aspekten, die sich auf die interaktive Simulation zum ferromagnetischen Magnetisierungsprozess beziehen, auch übergeordnete Aspekte, die interaktive Simulation als ergänzende Elemente von Realexperimenten im Allgemeinen betreffen und bei der Entwicklung des Widgets zur Magnetismuswaage bereits berücksichtigt werden können [Lau16a].

7.5.1 Beschreibung der Methoden und Durchführung

Die Analyse der Einstellungen der Studierenden zur interaktiven Simulation zu den ferromagnetischen Magnetisierungskurven wird ausgehend von einer Gruppendiskussion in Sitzung 2 und Fragebogen FB3 durchgeführt. Analog zur Erhebung der Studierendeneinstellungen zum Teaser, siehe Kapitel 7.4, finden sich auch bezüglich dieser interaktiven Simulation Äußerungen der Studierenden in den Interviews, siehe Abbildung 7.2. Da diese jedoch wiederum keine weiterführenden Erkenntnisse ergeben, beschränkt sich die nachfolgende Darstellung und Diskussion der Ergebnisse auf die Gruppendiskussionen und den Fragebogen FB3. Die Gruppendiskussionen zur interaktiven Simulation werden am Ende von Sitzung 2 von jeder Kleingruppe durchgeführt. Wie bei den Gruppendiskussionen zum Projektteaser, siehe Kapitel 7.4, erhalten die Studierenden erneut jeweils zwei bis drei Minuten Zeit für die Beantwortung folgender Leitfragen:

- 1. Was ist euch vom Widget besonders in Erinnerung geblieben? (GD2.1)
- 2. Was hat euch am Widget gefallen und was würdet ihr anders machen? (GD2.2)
- 3. Wie beurteilt ihr die Bedienbarkeit des Widgets? (GD2.3)

Die Gruppendiskussionen sollen auf bereits sinnvoll konzipierte Bedienelemente und Eigenschaften der interaktiven Simulation hinweisen und darüber hinaus vor allem Schwachstellen der bisherigen Umsetzung aufdecken. Es beteiligen sich insgesamt $N_{\rm GS}$ = 18 Studierende in Sitzung 2 an den Gruppendiskussionen zur interaktiven Simulation. Für die Erhebung zum Widget stehen in einem der Seminare drei und im anderen vier Einzelgruppen und damit insgesamt sieben Gruppendiskussionen, als Grundlage für die Auswertung, zur Verfügung. Zusätzlich wird den Studierenden eine vierte Leitfrage gestellt, die sich auf den Einsatz digitaler Inhalte in Ergänzung zu realen Experimenten bezieht und an dieser Stelle nicht explizit diskutiert werden soll, da

keine konstruktiven Hinweise auf notwendige Überarbeitungen oder den spezifischen Nutzen der interaktiven Simulation zu den ferromagnetischen Magnetisierungsprozessen zu erwarten sind.

Neben der Gruppendiskussion beteiligt sich jeder der Studierenden an einer kurzen Fragebogenuntersuchung im Anschluss an Sitzung 2, siehe Anhang F.3. Der Fragebogen FB3 ergänzt die Leitfragen der Gruppendiskussionen GD2.1 bis GD2.3 um die offenen Fragebogenitems FB3.3 bis FB3.5. Zusätzlich beinhaltet der Fragebogen mit Bezug zum Widget sechs geschlossene Items (FB3.6). Bei diesem Items werden die Studierenden gebeten auf einer vierstufigen Skala (0 = "Stimme nicht zu" bis 3 = "Stimme voll zu") Aussagen über das Widget zu bewerten. Die Aussagen lauten in Ergänzung zum Satzbeginn "Das Widget zur Ausrichtung magnetischer Momente und der Magnetisierung…

- ... ist visuell ansprechend gestaltet."
- ... ist intuitiv zu bedienen."
- ... vermittelt die Zusammenhänge in angemessener Geschwindigkeit."
- ... weist einen klaren Bezug zum dazugehörigen Realexperiment auf."
- ... benötigt einen Audiokommentar."
- ... ist für Verständnis der vermittelten Inhalte nicht hilfreich."

Zusätzlich zur vierstufigen Skala beinhalten die geschlossenen Items die Antwortmöglichkeit "Weiß nicht". Für diese Items muss jedoch festgestellt werden, dass die Aussagekraft der Befunde aufgrund der geringen Anzahl an Studierenden stark eingeschränkt ist. Da die Ergebnisse zudem in der Tendenz die nachfolgend in Kapitel 7.5.2 ausgeführten Aspekte der offenen Items und der Gruppendiskussionen untermauern, erfolgt lediglich eine deskriptive Angabe der Ergebnisse in Anhang G.3.

Zur Auswertung der Items und zur Analyse der Studierendeneinstellungen zur interaktiven Simulation werden die Fragen der Gruppendiskussionen GD2.1 bis GD2.3 und die entsprechenden offenen Fragebogenitems FB3.3 bis FB3.5 gemeinsam genutzt. Zunächst werden mithilfe der drei offenen Fragebogenitems in einem induktiven Verfahren jeweils sechs Kategorien für die Stärken und Schwächen der interaktiven Simulation zu den Magnetisierungskurven gebildet. Diese Kategorien sind in Tabelle 7.4 dargestellt. Die Analyse der Kategorien aus Tabelle 7.4 deutet an, dass übergeordnete Zusammenhänge zu den einzelnen Stärken und Schwächen existieren, sodass zur Auswertung der Fragebogenitems und der Gruppendiskussionen, wie bei der Analyse der Studierendeneinstellungen zum Teaser in Kapitel 7.4, übergeordnete Kategorien abgeleitet werden, die sowohl positive als auch negative Äußerungen beinhalten. Diese übergeordneten Kategorien werden in Tabelle 7.5 zusammengefasst dargestellt. Das wesentliche Element der interaktiven Simulation stellt, wie bei jeder interaktiven Anwendung, die Benutzeroberfläche dar. Diesbezüglich lassen sich einerseits Äußerungen identifizieren, die das subjektive Empfinden zur Ästhetik offenbaren. Diese Aussagen werden in der Kategorie "Benutzeroberfläche & Gestaltung (Ästhetik)" erfasst. Einen bedeutsameren Anteil nehmen jedoch Kommentare zur Funktionalität der Benutzeroberfläche ein, die in der Kategorie "Benutzeroberfläche & Gestaltung (Funktionalität)" zusammengefasst werden. Weiterhin ist es für eine mögliche Überarbeitung von großem Interesse zu erfahren, ob die gegebene Bedienbarkeit von den Studierenden als sinnvoll erachtet wird bzw. auf welche Art und Weise die Interaktivität des Widgets aus Sicht der Studierenden angepasst werden sollte. Entsprechende Äußerungen der Studierenden beinhaltet die Kategorie "Bedienbarkeit & Interaktivität". Abschließend finden sich Außerungen zu den konkreten fachlichen Inhalten der Vermittlung in der gleichnamigen Kategorie "Fachliche Inhalte". Da sich innerhalb dieser vier Kategorien sämtliche Äußerungen zu den Leitfragen GD2.1 bis GD2.3 und den offenen Fragebogenitems FB3.3 bis FB3.5 einordnen lassen, kann auf eine Kategorie "Sonstige" verzichtet werden.

Im Anschluss an die Erarbeitung der Kategorien gemäß Tabelle 7.5 und Transkription

| Stärken | Schwächen |
|-------------------------------------|-------------------------------|
| Darstellung & Gestaltung | Darstellung & Gestaltung |
| Intuitive Bedienbarkeit | Fehlende Beschriftungen |
| Inhalt ferromagnetischer Hysterese | Erweiterung der Bedienbarkeit |
| Verständlichkeit fachlicher Inhalte | Fehlende Zusatzinformationen |
| Sonstige | Sonstige |

Tabelle 7.4: Induktiv erstellte Kategorien zu den Stärken und Schwächen der interaktiven Simulation zu Magnetisierungskurven nach Auswertung der offenen Fragebogenitems FB3.3 bis FB3.5. der Gruppendiskussionen, erfolgt die Auswertung vollständig analog zum Vorgehen in Kapitel 7.4, sodass für eine ausführliche Beschreibung der Vorgehensweise auf dieses Kapitel verwiesen sei.

| Kategorie | |
|--|--|
| Benutzeroberfläche & Gestaltung (Ästhetik) | |
| Benutzeroberfläche & Gestaltung (Funktionalität) | |
| Bedienbarkeit & Interaktivität | |
| Fachliche Inhalte | |

Tabelle 7.5: Finales Kategoriensystem zur Auswertung der offenen Fragebogenitems und Gruppendiskussionen zur interaktiven Simulation zu Magnetisierungskurven.

7.5.2 Ergebnisse und Diskussion

Die Darstellung der Ergebnisse und Diskussion eben dieser soll nachfolgend für die einzelnen Kategorie aus Kapitel 7.5 erfolgen [Lau16a]. Auch an dieser Stelle beschränkt sich der Einbezug expliziter Zitate auf Äußerungen innerhalb der Gruppendiskussionen, da diese gegenüber den offenen Fragebogenitems mehr Informationen und aufgrund der Diskussionen tiefergehendere Auseinandersetzungen mit den Inhalten aufweisen.

In den Gruppendiskussionen und offenen Fragebogenitems finden sich zahlreiche Aussagen zur Gestaltung der Benutzeroberfläche. Nur wenige dieser Äußerungen beziehen sich dabei jedoch auf die Kategorie "Benutzeroberfläche & Gestaltung (Ästhetik)". Diese wenigen Nennungen vermitteln den Eindruck, dass das Widget eine "sehr gute Darstellung" (H2) aufweist, die als "irgendwie cool" (L2) wahrgenommen wird.

Für die empirische Untersuchung wesentlich bedeutsamer und von den Studierenden auch um ein Vielfaches intensiver diskutiert sind Aspekte, die der Kategorie "Benutzeroberfläche & Gestaltung (Funktionalität)" zugeordnet werden können. Das Widget ist aus Sicht der Lernenden "so einfach aufgebaut, dass man schnell alles überblicken kann" (H1) und insofern "relativ übersichtlich" (L3) gestaltet, sodass die Gesamtbeurteilung der Gestaltung positiv wahrgenommen wird. Die weiteren Äußerungen zu unterschiedlichen Details deuten jedoch die Notwendigkeit bestimmter Überarbeitungen an. So wird beispielsweise der animierte Übergang zwischen dem Bereich des Widgets mit Bezug zum Realexperiment und der Hysteresekurve als "leicht träge" (H2) und "zu langsam" (L2) eingeschätzt. Hier sollte bei einer Überarbeitung der zeitliche Ablauf der Animation angepasst werden. Die Idee des Überganges an sich bewirkt, dass "du 'ne Verbindung herstellen kannst, zwischen dem Experiment und der Kurve" (H2). Da das Widget als Vermittler zwischen Experiment und theoretischer Beschreibung bzw. Modellierung, im Sinne des Projektes Real: Digital, siehe Kapitel 6.2.3, fungieren soll, lässt diese Äußerung erkennen, dass das angestrebte Ziel zumindest aus Sicht einiger Studierender erfüllt wird. Ein weiteres Element des Überganges ist die Ein- und Ausblendung von Elementen der Simulation während der Animation. Obwohl die Studierenden erkennen, dass durch diese Vorgehensweise "der Fokus gelenkt wird" (H2) damit man weiß "worauf man achten soll" (L3), "irritiert das Ganze" und "macht's merkwürdig" (H2). Bei einer Überarbeitung sollte somit versucht werden den Fokus auf andere Art und Weise zu lenken. Möglicherweise bewirkt jedoch auch die gemeinsame Wirkung der zu langsamen Animation sowie der Ein- und Ausblendung, dass "das dann so langsam ist, da fällt's halt besonders auf" (H2). Die Bedienung im Widget wird durch fünf Buttons realisiert mithilfe derer die äußere, magnetisierende Feldstärke ausgewählt werden kann. Aufgrund der Visualisierung empfinden die Studierenden die Buttons jedoch als "nicht so gut hervorgehoben" und wissen nicht, ob "man da auch wirklich klicken" (H4) kann. Eine weitere Äußerung diesbezüglich lautet: "Also es ist irgendwie cool dargestellt. Aber erst dachte ich, hmm, guckste drauf und kannst nicht drauf tippen" (L2). Es muss somit bei der Überarbeitung zwangsläufig dafür Sorge getragen werden, dass die Verfügbarkeit interaktiver Bedienelemente stärker hervorgehoben wird. Eine Möglichkeit, die auch von den Studierenden selbst genannt wird, wäre "vorab 'ne kleine Erklärung" (L2) in der die grundlegenden Elemente des Widgets beschrieben werden und in der ein Hinweis auf die interaktiven Buttons gegeben wird. Diese Buttons beinhalten mit der Angabe der äußeren Feldstärke in Ergänzung zu den Formelzeichen für das Magnetfeld und die Magnetisierung an den Achsen des Koordinatensystemes die einzigen Beschriftungen des Widgets. Die Lernenden kritisieren, dass es ihnen "n bisschen fehlt, dass es nicht beschriftet ist" (L1|4), weil sie beispielsweise nicht mehr wissen welches Formelzeichen "für das Magnetfeld steht" (L3). Auch ", ne kleine Legende" (H2) oder ", ne Anzeige, die halt immer sagt bei wie viel Tesla man gerade ist" (H4) wird hier als sinnvoll beschrieben. Abschließend bemerkt eine Gruppe, dass bei der Visualisierung des Elektromagneten auf die fachliche Richtigkeit der Abbildung geachtet werden sollte. Die Studierenden empfehlen, dass hier noch stärker die Verbindung zwischen dem Stromfluss und der Magnetisierung der Spule dargestellt wird. Mit ihren Äußerungen und Kommentaren leisten die Studierenden einen wichtigen Beitrag zur Optimierung des Widgets in der nachfolgenden Überarbeitung. Dies verdeutlicht abermals, den Wert der Forschungsmethode des Design-Based Research für die Entwicklung digitaler Inhalte in Lehrkontexten, siehe Kapitel 3.2. Die vorherigen Aspekte beziehen sich jeweils auf notwendige Überarbeitungen bei der Gestaltung und Darstellung bestimmter Komponenten des Widgets. Ebenso bedeutsam für eine Beurteilung der aktuellen Version der Simulation ist die Kategorie "Bedienbarkeit & Interaktivität". In der vorliegenden Version der interaktiven Simulation ergibt sich die Bedienbarkeit aus der Auswahl der Stärke des äußeren Magnetfeldes, das zur Magnetisierung einer ferromagnetischen Probe genutzt wird. Dabei können fünf Werte für das Magnetfeld ausgewählt werden. Wichtig ist, dass sich jedoch immer nur das nächstgrößere bzw. nächstkleinere Feld im Vergleich zum jeweils aktuellen Zustand auswählen lässt. Dieser Aspekt wird ausnahmslos von allen Studierenden diskutiert. "Es ist 'n bisschen schade [...], dass man nicht direkt auf die, auf die übernächste Stufe gehen kann. [...] Okay wodurch auf der anderen Seite wieder gewährleistet seien soll, dass man im Prinzip wirklich diesen Ablauf nachvollzieht" (H4). Genau diese Aussage fasst den in nahezu sämtlichen Gruppen existierenden Diskurs zusammen. Einerseits weisen die Äußerungen auf den Wunsch einer uneingeschränkten Bedienbarkeit hin, aber andererseits ist es den Lernenden auch wichtig auf diese Art und Weise den gesamten Kurvenverlauf der Hysterese nachzuvollziehen. An dieser Stelle ergibt sich kein eindeutiger Hinweis, ob eine Überarbeitung vorgenommen werden sollte. Ebenfalls bezogen auf die Einstellung der Magnetfeldstärke wird von den Lernenden diskutiert, welche Folgen sich ereben, wenn ein Objekt "zuvor negativ, stark negativ magnetisiert war und dann nur leicht positiv magnetisiert wird oder umgekehrt" (H1). Die Studierenden empfinden es insgesamt als positiv, dass "man nicht so viele Optionen hatte" und denken, dass andernfalls "das auch nicht so deutlich geworden [wäre], mit dieser Vektoraddition" (H3). Insgesamt wird aber Wunsch zusätzlicher Einstellmöglichkeiten geäußert, der bei einer Überarbeitung berücksichtigt werden sollte. Da jedoch die Erweiterung der Einstellungen der Magnetfeldstärke um Werte im mittleren Bereich zwischen der Koerzitivfeldstärke und der Sättigungsmagnetisierung jeweils eine veränderte Form der Hysterese bewirken würde, sollte die Anzahl der zusätzlichen Feldstärken dennoch begrenzt werden. Von einigen Lernenden wird ein Schieberegler zur Variation des Magnetfeldes vorgeschlagen (H3). Diese Option erscheint jedoch in zweierlei Hinsicht ungeeignet, da das Spektrum möglicher Feldstärken somit um ein Vielfaches vergrößert werden müssten und zusätzlich keine Zwischenzeiten für den Ablauf des Überganges realisiert werden können. Insgesamt lassen die Äußerungen der Studierenden erkennen, dass die Auswahl der Feldstärke eine grundlegende Überarbeitung in einer nachfolgenden Version des Widgets erfordert. Eindeutig positiv ist aus Sicht der Studierenden die animierte und interaktive Beschreibung der Hysteresekurve. "Ja es war halt cool, dass man sich das selber so aussuchen konnte" (L3) und "Man könnte sonst ja auch 'n Bild nehmen, wo die Hysteresekurve drauf ist. Aber dadurch, dass man beim Widget eben einstellen konnte, wie sieht das aus oder was passiert jetzt bei verschiedenen Feldstärken, konnte man sozusagen die Entstehung so 'n bisschen besser nachvollziehen" (H4) sind Äußerungen, die diesen Schluss nahe legen.

Die vierte Kategorie, in der die Einstellungen der Studierenden zur interaktiven Simulation zu den ferromagnetischen Magnetisierungskurven erfasst werden, bezieht sich auf "Fachliche Inhalte". Hier ergeben sich die meisten Äußerungen durch Frage GD2.1 der Gruppendiskussion. Den Studierenden "ist [...] diese Kurve in Erinnerung geblieben" (H4) bei der, je nach aktuellem Zustand der Magnetisierung, ein anderer Magnetisierungsverlauf erfolgen kann, sodass "das Magnetfeld die Magnetisierung irgendwie beeinflusst "(L3). Das Bild der Hysteresekurve ist scheinbar sehr einprägsam und bleibt vielen Lernenden im Gedächtnis. Vereinzelt wird die Art der Berücksichtigung der Hysteresekurve jedoch auch kritisiert, weil "die Erklärung selbst muss man dann [...] selber schon suchen" (H2). Da das Widget jedoch die Prozesse beschreibt und die mikroskopischen magnetischen Momente mit der makroskopischen Magnetisierung in Verbindung bringt, scheint die Berücksichtigung einer Erklärung für magnetische Momente innerhalb der Simulation nicht sinnvoll und ergibt sich aus den nachfolgenden Inhalten der Lehreinheit. Ein erstaunlich positiv bewertetes Element des Widgets ist die Verwendung der Vektorsumme. Wenn sich die magnetischen Momente "in eine Reihe legen oder aneinander legen" (L1|4) bzw. "rüber wandern und sich aufsummieren" (H2) und sich dadurch "sozusagen diese Vektoren da aufsummiert haben" (H1), wird dies als "wirklich cool" (H3) beschrieben. Die Verwendung der mathematisch motivierten Interpretation und Darstellung der Magnetisierung kann scheinbar von den Lernenden gut nachvollzogen werden und sollte bei einer Überarbeitung der interaktiven Simulation erhalten bleiben. Dieser Aspekt bestätigt die Beurteilung des Elementes der Vektorsumme, die sich aus den Untersuchungsergebnissen zur Entwicklung des konzeptuellen Verständnisses aus Kapitel 7.3.2.1 ergibt.

Insgesamt deutet die Auswertung der Items GD2.1 bis GD2.3 der Gruppendiskussionen sowie der Items FB3.3 bis FB3.5 der Fragebögen an, dass die Studierenden die interaktive Simulation zu den ferromagnetischen Magnetisierungskurven als gewinnbringendes Element der Wissensvermittlung im Bereich Magnetismus erachten. Die empirische Untersuchung des Widgets in der konkreten Vermittlungssituation zeigt zudem, dass der für das Projekt Magnetismus hoch 4 gewählte Design-Based Research-Ansatz eine sinnvolle Methode für fachdidaktische Entwicklungsarbeit darstellt. Obwohl das Grundprinzip des Widgets von den Studierenden positiv beurteilt wird, offenbaren sich vor allem hinsichtlich der Funktionalität der Benutzeroberfläche und der konkreten Realisierung der Bedienbarkeit und Interaktivität einige Aspekte, die notwendigerweise bei einer Überarbeitung der Simulation berücksichtigt und angepasst werden müssen, um einen optimalen Einsatz zu ermöglichen. Die Änderungen sind vor allem im Bereich der Beschriftungen und Bedienungshilfen sowie der Bedienung selbst vorzunehmen. An dieser Stelle zeigt sich auch der Mehrwert der qualitativen Erhebung mithilfe offener Fragebogenitems und Gruppendiskussionen gegenüber geschlossenen Items. Während die Ergebnisse aus den Fragebogenitems FB3.6, siehe Anhang G.3, lediglich erkennen lassen, dass das Widget grundsätzlich positiv beurteilt wird, ermöglicht die vorherige qualitative Analyse tiefergehende Einblicke, die für eine fundierte Überarbeitung benötigt werden. Unter Berücksichtigung der genannten Änderungen scheint das Widget ein sinnvolles Element für die Vermittlung von ferromagnetischen Magnetisierungsprozessen in Ergänzung zum dazugehörigen Realexperiment darzustellen.

8 Fazit und Ausblick

Die vorliegende Arbeit beschreibt als Teil des Projektes *Magnetismus hoch 4* die Entwicklung eines neuartigen Lehrkonzeptes zur Vermittlung von Dia-, Para- und Ferromagnetismus auf Hochschulniveau und umfasst die Konzeption einer Sachstruktur, die Erarbeitung experimenteller Zugänge und digitaler Inhalte sowie die empirische Untersuchung der Projektinhalte.

Als Hintergrund für die durchgeführte Entwicklungsarbeit ist die ausführliche Analyse traditioneller Vermittlungskonzepte zum Magnetismus sowie empirischer Untersuchungen zu Vorstellungen und zum konzeptuellen Verständnis von Lernenden in Kapitel 2 anzusehen. Diese zeigt, dass die bisherigen Ansätze das konzeptuelle Verständnis der Lernenden nicht im gewünschten Ausmaß positiv beeinflussen. Als entscheidende Ursachen lassen sich die zu geringe Anschlussfähigkeit und die fehlende Berücksichtigung von quantenmechanischen Konzepten zur Vermittlung von Magnetismus identifizieren. Weiterhin ergibt sich aus der Analyse der traditionell vermittelten Inhalten ein Defizit hinsichtlich des Einbezuges von Dia- und Paramagnetismus insbesondere im Bereich der schulischen Lehre. Ausgehend von dieser Analyse lässt sich die Notwendigkeit eines neuartigen Lehrkonzeptes für die Vermittlung der unterschiedlichen Ausprägungen von Magnetismus ableiten, das inhaltlich die traditionellen Ansätze erweitert und das konzeptuelle Verständnis von Lernenden in stärkerem Ausmaß fördert. Um ein selbstkonsistentes Gesamtkonzept realisieren zu können, bezieht sich die vorliegende Arbeit gänzlich auf Entwicklungen für die Hochschule, sodass davon ausgehend fachdidaktische Elementarisierungen zur Anpassung der Inhalte an die Erfordernisse der schulischen Lehre angewendet werden können und sollen. In Kapitel 3 wird zudem das Prinzip multipler Repräsentationen im Allgemeinen und mit Bezug zu physikalischen Inhalten diskutiert. Aufgrund der Komplexität der Fachinhalte des Magnetismus erscheint es sinnvoll, die Erarbeitung des Lehrkonzeptes durch multiple Repräsentationen zu realisieren. In der Diskussion wird dabei vor allem die Bedeutung experimenteller Handlungen als Element der Informationsverarbeitung hervorgehoben. Hinsichtlich der für diese Arbeit relevanten magnetischen Erscheinungsformen werden die formale Sachstruktur, ergänzende Visualisierungen, experimentelle Zugänge sowie unterschiedliche digitale Inhalte als Elemente multipler Repräsentationen konzipiert. Die Entwicklung eines Lehrkonzeptes, das ein hohes Maß an Selbstkonsistenz aufweist, anschlussfähig an weiterführende Inhalte ist, die magnetischen Erscheinungsformen Dia-, Para- und Ferromagnetismus berücksichtigt und insbesondere die Bedeutung quantenphysikalischer Prinzipien zur Vermittlung von Magnetismus hervorhebt, basiert grundlegend auf der in Kapitel 4 entwickelten Sachstruktur. Die fachliche Klärung der vorliegenden Arbeit in Kapitel 4 zeigt zunächst, dass das Themenfeld Magnetismus äußerst vielfältig und komplex ist, sodass einheitliche und anschauliche Erklärungen besondere fachdidaktische Maßnahmen zur Elementarisierung und Strukturierung erfordern. Im Rahmen der Konzeption der Sachstruktur zu Dia-, Para- und Ferromagnetismus gelingt es jedoch gemeinsame Grundmerkmale und Kriterien zu identifizieren, mit deren Hilfe magnetische Phänomene angemessen beschrieben werden können.

Ausgehend von der Beschreibung realer magnetischer Phänomene von Dia-, Paraund Ferromagnetismus, sollte zunächst eine makroskopische Beschreibung durchgeführt werden, bei der die Merkmale der jeweiligen Magnetismusform mit Bezug zu den weiteren Ausprägungen bestimmt werden. Als physikalische Größe zur Beschreibung eignet sich dabei die Magnetisierung, die im weiteren Verlauf beim Übergang zur mikroskopischen Dimension als Vektorsumme magnetischer Dipolmomente interpretiert werden kann. Für die meisten magnetischen Phänomene ist es hinreichend, einerseits die magnetischen Strommomente und andererseits die magnetischen Spinmomente von Elektronen zu berücksichtigen. Während sich die Strommomente antiparallel zum induzierenden Magnetfeld ausbilden und somit auf die Existenz von Diamagnetismus hinweisen, erfolgt bei Spinmomenten eine Ausrichtung parallel zum äußeren magnetischen Feld. Diese parallele Orientierung der Dipolmomente deutet auf ein para- oder ferromagnetisches Phänomen hin. Um entscheiden zu können, welche magnetische Erscheinungsform bei einem spezifischen Stoff vorliegt, gilt es unter Berücksichtigung der äußeren Feldstärke und weiterer Einflussfaktoren wie beispielsweise der Temperatur, zu bestimmen ob die für die magnetischen Momente relevanten Elektronen in atomar gebundener oder freier Form vorliegen und ob Wechselwirkungen zwischen den Elektronen zu berücksichtigen sind. Ohne solche Wechselwirkungen ergeben sich in Abhängigkeit von der Struktur der jeweiligen Materie Kriterien zur Bestimmung der magnetischen Erscheinungsform. Bei atomar gebundenen Elektronen führen nur

für vollständig gepaarte Elektronenspins zum diamagnetischen Verhalten eines Stoffes. Sobald Elektronenspins auch ungepaart existieren, wird die betreffende Substanz sich im äußeren Magnetfeld paramagnetisch verhalten. Bei quasifreien Elektronen entscheidet das Verhältnis von effektiver Masse und Elektronenmasse über das Vorliegen von Dia- oder Paramagnetismus. Offenbaren sich zudem Wechselwirkungen zwischen den Elektronen, ergibt sich durch das Schaltermodell bei atomar gebundenen oder das Stoner-Kriterium bei quasifreien Elektronen eine Aussage über die Existenz von Ferromagnetismus bzw. einem alternativen kollektiven Phänomen. Eine übersichtliche Darstellung dieser Kriterien und der vollständigen Sachstruktur findet sich in den Abbildungen 4.61 und 4.65.

Die Kriterien ermöglichen somit einerseits die Erklärung der einführend zu untersuchenden Phänomene und andererseits erlauben sie eine Prognose zum erwartbaren magnetischen Verhalten spezifischer Substanzen vor der Durchführung von Experimenten. Insbesondere für die Entwicklung des konzeptuellen Verständnisses über Magnetismus kann ein derartiges, strukturiertes Kriteriensystem, das wenige grundlegende Eigenschaften der Struktur der Materie zur Ordnung berücksichtigt, als hilfreich angesehen werden. Weiterhin soll an dieser Stelle noch einmal die Bedeutung der phänomenologischen Konzeption der Sachstruktur hervorgehoben werden. Nur durch genaue makroskopische Beobachtungen, Beschreibungen und Strukturierungen der Phänomene ist der Aufbau komplexerer Vorstellungen möglich. Aus diesem Grund erscheint es möglich und sogar empfehlenswert, mikroskopische Modelle erst nach dem Aufbau bestimmter Grundvorstellungen einzusetzen. Durch das Kriteriensystem, die kontinuierliche Steigerung der Komplexität und den stärken phänomenologischen Bezug unterscheidet sich die vorliegende Sachstruktur von traditionellen Ansätzen zur Vermittlung von Magnetismus.

Eine weitere Herausforderung für die Entwicklungsarbeit ergibt sich aus der Tatsache, dass magnetische Phänomene nur durch quantenphysikalische Modellierungen anschlussfähig erklärt werden können. Zur Reduktion der formalen Komplexität der quantenphysikalischen Rechnungen nutzt die vorliegende Sachstruktur visuelle Repräsentanten, mithilfe derer die Vermittlung der jeweiligen Sachinhalte realisiert werden kann. Die Visualisierungen zur Entstehung der Strommomente und dem Verhalten der Spinmomente ermöglichen erstmalig eine anschauliche Beschreibung und Analyse der vielfältigen Ausprägungen von Magnetismus und erklären zudem auf anschauliche Art und Weise, aus welchen Gründen die Gesetzmäßigkeiten der klassischen Physik keine magnetischen Phänomene ergeben.

Während die Elektronen in klassischen Modellen ausdehnungslosen Punktteilchen entsprechen, nutzt die Quantenmechanik den Orts- und Spinzustand von Elektronen als Basis für weiterführende Erklärungen. Die für Beschreibung des Ortszustandes relevanten Wellenfunktionen sind jedoch aufgrund der Eichfreiheit im Gegensatz zur zugehörigen Aufenthaltswahrscheinlichkeit als Observablen nicht eindeutig. Vielmehr lassen sich mit der Phase als quantenmechanischer Größe beliebig viele Umeichungen der Wellenfunktion bei gleicher Aufenthaltswahrscheinlichkeit durchführen. Ein vergleichbares Schema aus eichfreier, quantenmechanischer Größe und zugeordneter Observablen ergibt sich auch für das magnetische Feld. Dieses wird durch das Vektorpotential erzeugt, dessen Konfiguration durch beliebige Gradientenfelder variiert werden kann, sodass auch für diese Größe unendlich viele Zustände bei gleicher Observablen möglich sind. Verknüpft man die Phase und die Gradientenfelder, ergibt sich eine Vorschrift für die Kopplung des magnetischen Feldes und der Wellenfunktion des Elektrons. Durch die Existenz von magnetischen Feldern ändert sich somit die Phase der Wellenfunktion. Da klassische Punktteilchen jedoch keine Phase besitzen, kann nur die quantenphysikalische Beschreibung von Magnetismus diese Tatsache angemessen berücksichtigen. Ein besonderes Merkmal dieser Arbeit ist die visuelle Veranschaulichung der eben beschriebenen Zusammenhänge zwischen Elektronenzustand und magnetischem Feld, die u.a. in Abbildung 4.26 zusammengefasst dargestellt ist. Durch die Visualisierung wird eine neue Repräsentationsebene für die Bedeutung der Quantenphysik für den Magnetismus ermöglicht.

Trotz der Veranschaulichung und Strukturierung der mikroskopischen Zusammenhänge beim Magnetismus lässt sich feststellen, dass das Verständnis der Ursachen magnetischer Phänomene an komplexe Vorstellungen geknüpft ist. Um das Verständnis in diesem Bereich zu fördern, erscheint die Verknüpfung mit real erfahrbaren Phänomenen von großer Bedeutung zu sein. Der Arbeit gelingt es diesbezüglich, wie in Kapitel 5 beschrieben, unterschiedliche experimentelle Zugänge neu- oder weiterzuentwickeln. Dabei unterscheiden sich auch die konzipierten Experimente durch die Komplexität und Zugänglichkeit der Phänomene. Das neu entwickelte Experiment zum magnetischen Pendel eignet sich zur einführenden Demonstration der klassischen Phänomenologie der drei relevanten Erscheinungsformen, d. h. der schwachen diamagnetischen Abstoßung, der schwachen paramagnetischen Anziehung sowie der starken ferromagnetischen Anziehung. Lernende können das Experiment selbsttätig mit sehr geringem technischen Aufwand durchführen. Ein phänomenologisch vergleichbares Experiment, das sich jedoch in stärkerem Ausmaß auch für quantitative Untersuchungen eignet, stellt die Magnetismuswaage dar. Auch mit diesem Versuch lassen sich die eben beschriebenen Phänomene demonstrieren. Darüber hinaus sind jedoch auch quantitative Messungen der magnetischen Volumensuszeptibilität als magnetischer Materialkonstante möglich. Diese Arbeit zeigt erstmals, dass dieses aus der Literatur bereits bekannte Experimente, dem in ähnlicher Form aufgrund der Nähe zur Faraday- und Gouy-Waage auch eine historische Bedeutung zugemessen werden kann, auch zur Untersuchung alltagsrelevanter Stoffe wie Aluminium, Graphit, Glas, Salz und Wasser geeignet ist. Auch dieses Experiment zeichnet sich in der dargestellten Form durch den geringen technischen Aufwand aus und ermöglicht somit einen neuen, einfach zu realisierenden, quantitativen und experimentellen Zugang zu Dia- und Paramagnetismus. Die Reduktion des technischen Aufwandes stellt die wesentliche Leistung dieser Arbeit bezüglich des Experimentes zum magnetooptischen Kerr-Effekt dar. Das Experiment eignet sich zur Untersuchung des Hystereseverhaltens ferromagnetischer Stoffe und lässt sich in diesem Zusammenhang beim Übergang von der makroskopischen zur mikroskopischen Beschreibung von Ferromagnetismus nutzen. Durch die Reduktion der technischen Erfordernisse ist das Experiment in der beschriebenen Form einerseits mit schulischen Mitteln durchzuführen und andererseits wird das eigentlich zu untersuchende Phänomen bei der Versuchsdurchführung stärker fokussiert.

Als Forschungsmethode wird für die vorliegende Arbeit der Design-Based Research-Ansatz gewählt. Für die Verwendung dieser Methode spricht zunächst die Möglichkeit, unterschiedliche Parameter gemeinsam ohne vollständige Variablenkontrolle zu variieren, wie in Kapitel 3.2 beschrieben wird. Zudem zeichnet sich der Design-Based Research Ansatz durch die enge Verbindung von Entwicklungsarbeit und Vermittlungspraxis aus, sodass die Wirkung innovativer Konzeptionen stets im Zielkontext zu untersuchen ist, um die Erfahrungen der praktischen Lehrsituation nach einem ersten theoriebasierten Entwicklungszyklus für die Weiterentwicklung berücksichtigen zu können. Die vorliegende Arbeit leistet dies durch die Erhebung des praktischen Einsatzes des Lehrkonzeptes in zwei Seminaren im WS2015/16. Ein für die Untersuchung relevantes Konstrukt ist das konzeptuelle Verständnis der Lernenden zu Dia-, Paraund Ferromagnetismus. Die in Kapitel 7.3 dargestellten Ergebnisse zeigen, dass die Studierenden vor Durchführung der Lehrveranstaltungen keine oder nur rudimentäre Vorstellungen zu Dia- und Paramagnetismus besitzen. Diesbezüglich ergibt sich aus der vorliegenden Untersuchung erstmalig eine Untersuchung der Lernendenvorstellungen zu Dia- und Paramagnetismus. Hinsichtlich des Ferromagnetismus sind die grundlegenden phänomenologischen Eigenschaften bekannt. Die Ergebnisse der empirischen Erhebung deuten auf eine positive Beeinflussung des konzeptuellen Verständnisses der Lernenden zu allen drei magnetischen Erscheinungsformen hin. Die Studierenden scheinen ein angemessenes Verständnis der makroskopischen Eigenschaften aufzuweisen. Auch die mikroskopische Beschreibung der Zustände magnetischer Momente erfolgt in weiten Teilen in angemessener Form. Die Ergebnisse deuten jedoch darauf hin, dass der Grundzustand einer diamagnetischen Substanz, d. h. die Konfiguration magnetischer Momente ohne äußeres Magnetfeld, unklar bleibt. Dies weist zusammen mit den weiterführenden Untersuchungen zu Vorstellungen bezüglich der Entstehung magnetischer Momente auf Defizite in diesem Bereich hin. Dies verdeutlicht die Komplexität der mikroskopischen Zusammenhänge und insbesondere der Ursachen magnetischer Momente, sodass bei einer wiederholten Praxisdurchführung mehr Raum zur Auseinandersetzung mit diesen Inhaltsbereichen zur Verfügung gestellt werden sollte.

Als weiteres Element multipler Repräsentationen, das von großer Bedeutung für die Praxisdurchführung und Gegenstand der empirischen Untersuchungen ist, werden in der vorliegenden Arbeit exemplarische digitale Inhalte entwickelt. Diese digitalen Inhalte umfassen einen Kurzfilm sowie zwei interaktive Simulationen. Der Kurzfilm dient der Einführung in das Thema und soll als motivierendes Element als Einstieg in eine Lehreinheit zum Magnetismus die für die nachfolgende Auseinandersetzung bedeutsamen Fragen aufwerfen. Die empirische Untersuchung zur Praxisdurchführung zeigt, dass dieses Ziel scheinbar erfüllt wird. Die Zielgruppe des Kurzfilmes, d. h. die Studierenden, scheinen durch die Inhalte motiviert zu werden. Auch die unterhaltsame Konzeption und die Gestaltung werden von den Lernenden an der Hochschule positiv beurteilt. Die beiden interaktiven Simulationen beziehen sich auf die Realexperimente zur Magnetismuswaage und zum ferromagnetischen Hystereseverhalten und sollen diesbezüglich als ergänzende Lehrelemente verstanden werden. Beiden Medien wird in der Konzeption eine Brückenfunktion zugewiesen, d. h. mithilfe der Simulationen sollen die experimentellen Erkenntnisse nachvollzogen und mit theoretischen Beschreibungen, Modellierungen und weiterführenden Fachinhalten verknüpft werden. Die interaktive Simulation zur Untersuchung ferromagnetischer Hysteresekurven ist zudem Element der Praxisdurchführung. Dabei zeigt sich, dass die Studierenden die Simulation scheinbar gewinnbringend einsetzen und den vermittelnden Charakter dieses Lehrelementes

erkennen und wertschätzen. Insbesondere für die Entwicklung der interaktiven Simulation erbringt die empirische Untersuchung jedoch auch wertvolle Hinweise auf notwendige Überarbeitungen hinsichtlich Darstellung sowie Bedienbarkeit und Interaktivität. Weiterhin deuten die Untersuchungsergebnisse sowohl mit Bezug zum Kurzfilm als auch hinsichtlich der interaktiven Simulation auf eine angemessene Einbettung in den Lehrkontext hin. Mit der Praxisdurchführung und der Diskussion der Ergebnisse ist im Sinne des Design-Based Research ein erster Entwicklungszyklus aus Design, Durchführung und Analyse abgeschlossen.

Durch die Entwicklung des Lehrkonzeptes zum Projekt Magnetismus hoch 4 im Rahmen dieser Arbeit existiert nun ein neuartiger Ansatz für die Vermittlung vielfältiger magnetischer Phänomene für die Hochschule auf Grundlage multipler Repräsentationen. Durch diese Arbeit und das innovative Lehrkonzept eröffnen sich jedoch auch weitere Fragestellungen und interessante Themenfelder. Zunächst ergibt sich mit unmittelbarem Bezug zu den Inhalten der Arbeit aufgrund der Ergebnisse der Praxisdurchführung die Notwendigkeit des Re-Designs im Sinne des Design-Based Research-Ansatzes. Dabei gilt es die beschriebenen Anpassungen am Lehrkonzept und den einzelnen Elementen vorzunehmen und die Praxisdurchführung sowie eine entsprechende Untersuchung zu wiederholen. Weiterhin strebt das Projekt Magnetismus hoch 4 die Entwicklung eines selbstkonsistenten und anschlussfähigen Lehrkonzeptes für Magnetismus an, dass die Vermittlung von der Schule bis zur Hochschule umfasst. Im Bereich der Hochschule sollte zudem weitergehende konzeptionelle Arbeit zum Elektromagnetismus mit Bezug zu den Inhalten dieser Arbeit geleistet werden. Die Integration von Elektromagnetismus in das Lehrkonzept Magnetismus hoch 4 erscheint dabei notwendig und hilfreich für ein umfassendes Verständnis zum Magnetismus. Nach abgeschlossener konzeptioneller Arbeit im Bereich der Hochschule gilt es darüber hinaus durch Elementarisierungen und unter Berücksichtigung der Vorstellungen der Lernenden ein entsprechendes Lehrkonzept für die Schule zu entwickeln. Als vielversprechendes Element für die Vermittlung in der Schule lassen sich möglicherweise vor allem die Inhalte der makroskopischen Beschreibung mit starkem Bezug zu realen Phänomenen nutzen. Auf einer übergeordneten Ebene verdeutlicht das Projekt Magnetismus hoch 4 das Potential interaktiver und multimedialer Lehrinhalte mit unmittelbarem Bezug zu realen Experimenten und Phänomenen. Wie bereits in Kapitel 6.2.3 beschrieben, soll der potentielle Nutzen dieses wechselseitigen Bezuges im nachfolgenden Forschungsprojekt Real:Digital ebenfalls näher untersucht werden.

Literaturverzeichnis

- [Abr98] Abrahamson, C. E. (1998). Storytelling as a Pedagogical Tool in Higher Education. Education 118(3), 440-451.
- [Ada07] Adams, A. (2007). Spherical Rare-Earth Magnets in Introductory Physics. The Physics Teacher 45(7), 409-415.
- [Adk75] Adkins, C. J. (1975). Equilibrium Thermodynamics. New York, NY: McGraw-Hill.
- [Aha59] Aharonov, Y. & Bohm, D. (1959). Significance of Electromagnetic Potentials in the Quantum Theory. Physical Review 115(3), 485-491.
- [Aha61] Aharonov, Y. & Bohm, D. (1961). Further Considerations on Electromagnetic Potentials in the Quantum Theory. Physical Review 123(4), 1511-1522.
- [Ain06] Ainsworth, S. (2006). DeFT: A conceptual framework for considering learning with multiple representations. Learning and Instruction 16(3), 183-198.
- [Ain99] Ainsworth, S. (1999). The functions of multiple representations. Computer & Education 33(2-3), 131-152.
- [Alt04] Altherr, S., Wagner, A., Eckert, B. & Jodl, H. J. (2004). Multimedia material for teaching physics (search, evaluation and examples). European Journal of Physics 25(1), 7-14.
- [Amp23] Ampère, A. M. (1823). Mémoire sur la théorie mathématique des phenomènes électrodynamiques uniquement déduite de l'experiénce. Mémoires de l'Académie Royale des Sciences de l'Institut de France 6, 175-388.
- [And11] Anderson, T. & Shattuck, J. (2012). Design-Based Research: A Decade of Progress in Educational Research? Educational Researcher 41(1), 16-25.
- [And96] Anderson, J. R. (1996). Kognitive Psychologie. Heidelberg: Spektrum Akademischer Verlag.
- [Ang08] Angell, C., Kind, P. M., Henriksen, E. K. & Guttersrud, Ø. (2008). An empiricalmathematical modelling approach to upper secondary physics. Physics Education 43(3), 256-264.

- [Arg55] Argyres, P. N. (1955). Theory of the Faraday and Kerr Effects in Ferromagnetics. Physical Review 97(2), 334-345.
- [Art02] Arthurs, O. J. & Boniface, S. (2002). How well do we understand the neural origins of the fMRI BOLD signal? Trends in Neurosciences 25(1), 27-31.
- [Auf13] von Aufschnaiter, C. & Wodzinski, R. (2013). Spiralcurriculum Magnetismus. Naturwissenschaftlich arbeiten und denken lernen: Sekundarbereich (Bd. 3). Seelze: Friedrich.
- [Bab37] Baber, W. G. (1937). The Contribution to the Electrical Resistance of Metals from Collisions between Electrons. Proceedings of the Royal Society of London A 158(894), 383-396.
- [Bac08] Backhaus, U., Boysen, G., Burzin, S., Heise, H., Lichtenberger, J., Schlichting, H. J.
 & Schön, L.-H. (2008). Fokus Physik Gymnasium 5./6. Schuljahr. Mannheim: Cornelsen.
- [Bad00] Baddeley, A. D. (2000). The episodic buffer: a new component of working memory? Trends in Cognitive Science 4(11), 417-423.
- [Bad01] Bader, F., Oberholz, H.-W. & Dorn, F. (Hrsg.) (2001). Physik SI Ausgabe 2001 Bremen, Hamburg, Niedersachsen, Nordrhein-Westfalen, Rheinland-Pfalz, Saarland. Braunschweig: Schroedel.
- [Bad74] Baddeley, A. D. & Hitch, G. (1974). Working memory. In G. H. Bower (Ed.): The psychology of learning and motivation: Advances in research and theory (pp. 47-89). New York, NY: Academic Press.
- [Bad92] Baddeley, A. D. (1992). Working Memory. Science 255(5044), 556-559.
- [Bai07] Baigrie, B. S. (2007). Electricity and Magnetism A Historical Perspective (Greenwood Guides to Great Ideas in Science). Westport, CT: Greenwood.
- [Bak99] Baker, O. (1999). Scientists eye whirlpool in Earth's core. Science News 156(20), 310.
- [Ban36] Banholzer, A. (1936). Die Auffassung physikalischer Sachverhalte im Schulalter. Dissertation. Eberhard Karls Universität Tübingen.
- [Bar00] Barrow, L. H. (2000). Do Elementary Science Methods Textbooks Facilitate the Understanding of Magnet Concepts? Journal of Science and Education Technology 9(3), 199-205.
- [Bar04] Barab, S. & Squire, K. (2004). Design-Based Research: Putting a Stake in the Ground. The Journal of the Learning Sciences 13(1), 1-14.
- [Bar07] Barrow, L. H. & Robinson, R. D. (2007). Magnet Trade Books: Attracting and Repelling Concepts. Journal of Elementary Science Education 19(2), 1-12.

- [Bar10] Barmeier, M. (2010). Prisma Physik 1 Ausgabe f
 ür Nordrhein-Westfalen. Stuttgart: Klett.
- [Bar12] Bard, A. J., Inzelt, G. & Scholz, F. (Hrsg.) (2012). Electrochemical Dictionary. Heidelberg: Springer.
- [Bar15] Bartelmann, M., Feuerbacher, B., Krüger, T., Lüst, D., Rebhan, A. & Wipf, A. (2015). Theoretische Physik. Berlin: Springer Spektrum.
- [Bar87] Barrow, L. H. (1987). Magnet Concepts and Elementary Students' Misconceptions. In J. D. Novak (Ed.): Misconceptions and Educational Strategies in Science and Mathematics. Proceedings of the International Seminar, Volume III (pp. 17-22). Ithaca, NY: University Press.
- [Bat48] Bates, L. F. (1948). Modern Magnetism. Cambridge: Cambridge University Press.
- [Bea11] Bean, D. E., Muya, J. T., Fowler, P. W., Nguyen, M. T. & Ceulemans, A. (2011). *Ring currents in boron and carbon buckyballs*, B₈₀ and C₆₀. Physical Chemistry Chemical Physics 13(46), 20855-20862.
- [Bec08] Becht, S., Bittner, R., Ohmstede, A., Pfeiffer, A. & Roßdeutscher, R. (Hrsg.) (2008). Lehrbuch der röntgendiagnostischen Einstelltechnik. Heidelberg: Springer Medizin.
- [Bec09] Becker, W. (Ed.) (2009). Neutron Stars and Pulsars. Berlin: Springer.
- [Beg12] Begall, S., Malkemper, E. P., Červenyý, J., Neměc, P. & Burda, H. (2012). Magnetic alignment in mammals and other animals. Mammalian Biology - Zeitschrift für Säugetierkunde 78(1), 10-20.
- [Ber01] de Berg, K. C. & Chapman, K. J. (2011). Determination of the Magnetic Moments of Transition Metal Complexes Using Rare Earth Magnets. Journal of Chemical Education 78(5), 670-673.
- [Ber02] Bereiter, C. (2002). Design Research for Sustained Innovation. Cognitive Studies: Bulletin of the Japanese Science Society 9(3), 321-327.
- [Ber04] Berger, R. (2004). Das Prinzip der Magnetresonanztomographie. Praxis der Naturwissenschaften - Physik in der Schule 53(6), 44-46.
- [Ber09] Berthold, K. & Renkl, A. (2009). Instructional Aids to Support a Conceptual Understanding of Multiple Representations. Journal of Educational Psychology 101(1), 70-87.
- [Bet04] Bethge, K., Gruber, G. & Stöhlker, T. (2004). Physik der Atome und Moleküle -Eine Einführung. Weinheim: Wiley-VCH.
- [Bie03] Bienlein, J. K. & Wiesendanger, R. (2003). Einführung in die Struktur der Materie
 Kerne, Teilchen, Moleküle, Festkörper. Wiesbaden: Teubner.

- [Bil14] Billmann-Mahecha, E. & Gebhard, U. (2014). Die Methode der Gruppendiskussion zur Erfassung von Schülerperspektiven. In D. Krüger, I. Parchmann & H. Schecker (Hrsg.): Methoden in der naturwissenschaftsdidaktischen Forschung (S. 147-158). Berlin: Springer.
- [Ble13] Bleck-Neuhaus, J. (2013). Elementare Teilchen Von den Atomen über das Standard-Modell bis zum Higgs-Boson. Berlin: Springer Spektrum.
- [Ble91] Bleichroth, W. (1991). Elementarisierung, das Kernstück der Unterrichtsvorbereitung. Naturwissenschaften im Unterricht Physik 2(39), 4-11.
- [Ble99] Bleichroth, W., Dahnke, H., Jung, W., Kuhn, W., Merzyn, G. & Weltner, K. (1999). Fachdidaktik Physik. Köln: Aulis.
- [Bod91] Bod, L., Fischbach, E., Marx, G. & Náray-Ziegler, M. (1991). One Hundred Years of the Eötvös Experiment. Acta Physica Hungarica 69(3), 335-355.
- [Bög13] Böge, A. (Hrsg.) (2013). Handbuch Maschinenbau Grundlagen und Anwendungen der Maschinenbau-Technik. Wiesbaden: Springer Vieweg.
- [Bör12] Börlin, J. (2012). Das Experiment als Lerngelegenheit Vom interkulturellen Vergleich des Physikunterrichts zu Merkmalen seiner Qualität. In H. Niedderer, H. Fischler & E. Sumfleth (Hrsg.): Studien zum Physik- und Chemielernen (Bd. 132). Berlin: Logos.
- [Böt05] Böttinger, C. (2005). Komponenten beim Wechsel der Repräsentationsebenen. In G. Graumann (Hrsg.): Beiträge zum Mathematikunterricht 2005 (S. 119-122). Hildesheim: Franzbecker.
- [Boh11] Bohr, N. (1972). Studier over Metallernes Elektrontheori. Dissertation. Kobenhavns Universitet. Zitiert nach: Rosenfeld, L., Nielsen, J. & Rud, J. (1972). Early Works (1905-1911). Amsterdam: North-Holland.
- [Boh13] Bohr, N. (1913). On the constitution of atoms and molecules. Philosophical Magazine Series 6 26(151), 1-25.
- [Bot05] Botzer, G. & Reiner, M. (2005). Imagery in Physics Learning From Physicists' Practice to Naive Students' Understanding. In J. K. Gilbert (Ed.): Visualization in Science Education (pp. 147-168). Dordrecht: Springer.
- [Bra07] Bradamante, F. & Viennot, L. (2007). Mapping Gravitational and Magnetic Fields with Children 9-11: Relevance, difficulties and prospects. International Journal of Science Education 29(3), 349-372.
- [Bra96] Brandt, S. & Dahmen, H. D. (1996). Mechanik Eine Einführung in Experiment und Theorie. Berlin: Springer.

- [Bre07] Bredthauer, W., Bruns, K. G. & Klar, G. (2007). Impulse Physik 8-10 Nordrhein-Westfalen. Stuttgart: Klett.
- [Bro07] Browne, K. & Jackson, D. P. (2007). Simple Experiments to Help Students Understand Magnetic Phenomena. The Physics Teacher 45(7), 425-429.
- [Bro24] de Broglie, L. (1924). *Recherches sur la théorie des Quanta*. Dissertation. Université de Paris.
- [Bru62] Brubacher, L. J. & Stafford, F. E. (1962). Magnetic Susceptibility A Physical Chemistry Laboratory Experiment. Journal of Chemical Education 39(11), 574-575.
- [Bru66] Bruner, J. S. (1966). *Towards a theory of instruction*. Cambridge, MA: Harvard University Press.
- [Bru70] Bruner, J. S. (1970). Gedanken zu einer Theorie des Unterrichts. In G. Dohmen, F. Maurer & W. Popp (Hrsg.): Unterrichtsforschung und didaktische Theorie (S. 188-218). München: Piper.
- [Bru92] Brundle, C. R., Evans, C. A. & Wilson, S. (1992). Encyclopedia of Materials Characterization. Boston, MA: Butterworth-Heinemann.
- [Buc06] Buchner, A. (2006). Funktionen und Modelle des Gedächtnisses. In H.-O. Karnath & P. Thier (Hrsg.): Neuropsychologie (S. 437-447). Heidelberg: Springer.
- [Büc06] Bücheler, E., Lackner, K.-J. & Thelen, M. (2006). *Einführung in die Radiologie Diagnostik und Interventionen*. Stuttgart: Georg Thieme.
- [Büt88] Büttiker, M. (1988). Absence of backscattering in the quantum Hall effect in multiprobe conductors. Physical Review B 38(14), 9375-9389.
- [Bwa13] Bwambok, D. K., Thuo, M. M., Atkinson, M. B. J., Mirica, K. A., Shapiro, N. D.
 & Whitesides, G. M. (2013). Paramagnetic Ionic Liquids for Measurements of Density Using Magnetic Levitation. Analytical Chemistry 85(17), 8442-8447.
- [Cab12] Cabahug, J. A. (2012). The Use of Bruner's Modes of Representations in Teaching Factoring Second-Degree Polynomials. International Journal of Education 1(1), 85-103.
- [Can77] Canuto, V. & Ventura, J. (1977). Quantizing Magnetic Fields in Astrophysics Fundamentals of Cosmic Physics 2, 203-353.
- [Cav98] Cavendish, H. (1798). Experiments to Determine the Density of the Earty. Philosophical Transactions of the Royal Society of London 88, 469-526.
- [Cha08] Chasteen, S. V. & Pollock, S. J. (2008). Transforming Upper-Division Electricity and Magnetism. In C. Henderson, M. Sabella & L. Hsu (Eds.): AIP Conference Proceedings (pp. 91-94). Edmonton, AB: AIP Press.

- [Cha12] Challapalli, S. R. C. P., Michelini, M. & Vercellatti, S. (2012). Informal Learning in CLOE Labs to Build the Basic Conceptual Knowledge of Magnetic Phenomena. In M. F. Taşar (Ed.): Proceedings of the World Conference on Physics Education 2012 (pp. 741-745). Ankara: Pegem Akademi.
- [Cha60] Chambers, R. G. (1960). Shift of an Electron Interference Pattern by Enclosed Magnetic Flux. Physical Review Letters 5(1), 3-5.
- [Che11] Chen, Z. & Dahlberg, E. D. (2011). Deformation of Water by a Magnetic Field. The Physics Teacher 49(3), 144-146.
- [Cid05] Cid, R. (2005). Contextualized magnetism in secondary school: learning from the LHC (CERN). Physics Education 40(4), 332-338.
- [Cla14] Clauser, C. (2014). Einführung in die Geophysik Globale physikalische Felder und Prozesse in der Erde. Berlin: Springer Spektrum.
- [Cla91] Clark, J. M. & Paivio, A. (1991). Dual Coding Theory and Education. Educational Psychology Review 3(3), 149-210.
- [Clo87] Clotfelter, B. E. (1987). The Cavendish experiment as Cavendish knew it. American Journal of Physics 55(3), 210-213.
- [Clo96] Cloete, J. H. (1996). Is B or H the fundamental magnetic field? In IEEE Institute of Electrical Electronics Engineers (Eds.): 1996 IEEE Africon - 4th Africon Conference in Africa (pp. 354-361). Piscataway, NJ: IEEE Press.
- [Coe09] Coey, J. M. D. (2009). Magnetism and Magnetic Materials. Cambridge: Cambridge University Press.
- [Coe12] Coey, J. M. D. (2012). Permanent magnets: Plugging the gap. Scripta Materialia 67(6), 524-529.
- [Coh07] Cohen-Tannoudji, C., Diu, B. & Laloë, F. (2007). *Quantenmechanik Band 1.* Berlin: Walter de Gruyter.
- [Col04] Collins, A., Joseph, D. & Bielaczyc, K. (2004). Design Research: Theoretical and Methodological Issues. The Journal of the Learning Sciences 13(1), 15-42.
- [Com07] Comenius, J. A. (2007). Große Didaktik. Die vollständige Kunst, alle Menschen alles zu lehren. Stuttgart: Klett-Cotta.
- [Com12] Comensanãna-Hermo, M., Ciuculescu, D., Li, Z.-A., Stienen, S., Spasova, M., Farle, M. & Amiens, C. (2012). Stable single domain Co nanodisks: synthesis, structure and magnetism. Journal of Materials Chemistry 22(16), 8043-8047.

- [Con01] Constantinou, C., Raftopoulos, A. & Spanoudis, G. (2001). Young Children's Construction of Operational Definitions in Magnetism: The role of cognitive readiness and scaffolding the learning environment. In J. D. Moore & K. Stenning (Eds.): Proceedings of the Twenty-Third Annual Conference of the Cognitive Science Society (pp. 232-237). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- [Con03] Conery, C., Goodrich, L. F. & Stauffer, T. C. (2003). More Diamagnetism Demonstrations. The Physics Teacher 42(2), 74-75.
- [Cor98] Cortel, A. (1998). Demonstrations on Paramagnetism with an Electronic Balance. Journal of Chemical Education 75(1), 61-63.
- [Cou84] de Coulomb, C.-A. (1784). Recherches théoriques et expérimentales sur la force de torsion et sur l'élasticité des fils de metal. Histoire de l'Académie Royale des Sciences 87, 229-269.
- [Cou91] Coughlan, G. & Dodd, J. (1991). The Ideas of Particle Physics: An Introduction for Scientists. Cambridge: Cambridge University Press.
- [Cow33] Cowling, T. G. (1933). The magnetic field of sunspots. Monthly Notices of the Royal Astronomical Society 94, 39-48.
- [Cra94] Crangle, J. & Gibbs, M. (1994). Units and unity in magnetism: a call for consistency. Physics World 7(11), 31-32.
- [Czy08] Czycholl, G. (2008). Theoretische Festkörperphysik Von den klassischen Modellen zu modernen Forschungsthemen. Berlin: Springer.
- [Daf09] Daffron, J. A. (2009). A Para- and Dia-Magnetism Balance. The Physics Teacher 47(6), 395.
- [Dea14] Dean, J. & Allwood, A. (2014). From compass to hard drive integrated activities for studying magnets. Physics Education 49(6), 663-670.
- [Deb13] Dębowska, E., Girwidz, R., Greczyło, T., Kohnle, A., Mason, B., Mathelitsch, L., Melder, T., Michelini, M., Ruddock, I. & Silva, J. (2013). Report and recommendations on multimedia materials for teaching and learning electricity and magnetism. European Journal of Physics 34(3), L47-L54.
- [Dem09] Demtröder. W. (2009). Experimentalphysik 2 Elektrizität und Optik. Berlin: Springer.
- [Dem10] Demtröder, W. (2010). Experimentalphysik 3 Atome, Moleküle und Festkörper. Berlin: Springer.

- [Des03] Design-Based Research Collective (2003). Design-Based Research: An Emerging Paradigm for Educational Inquiry. Educational Researcher 32(1), 5-8.
- [Die00] Diemann, E. (2000). Ein magnetisches Gas? Praxis der Naturwissenschaften Chemie 49(1), 37.
- [Din06] Ding, L., Chabay, R., Sherwood, B. & Beichner, R. (2006). Evaluating an electricity and magnetism assessment tool: Brief electricity and magnetism assessment. Physical Review Special Topics - Physics Education Research 2(1), 010105.
- [Dör72] Döring, W. (1972). Theoretische Physik / Mechanik. Berlin: Walter de Gruyter.
- [Don09] Donose, G., Ladera, C. L. & Martín, P. (2009). Magnet fall inside a conductive pipe: motion and the role of the pipe wall thickness. European Journal of Physics 30(4), 855-869.
- [Don22] Donath, B. (1922). *Physikalisches Spielbuch für die Jugend*. Wiesbaden: Springer Fachmedien.
- [Dür12] Dür, W. & Heusler, S. (2012). Was man vom einzelnen Qubit über Quantenphysik lernen kann. PhyDid - Physik und Didaktik in Schule und Hochschule 11(1), 1-16.
- [Dür14a] Dür, W. & Heusler, S. (2014). Was man von zwei Qubits über Quantenphysik lernen kann: Verschränkung und Quantenkorrelationen. PhyDid - Physik und Didaktik in Schule und Hochschule 13(1), 11-34.
- [Dür14b] Dür, W. & Heusler, S. (2014). Visualization of the Invisible: The Qubit as Key to Quantum Physics. The Physics Teacher 52(8), 489-492.
- [Dui12] Duit, R., Kraus, M. E. & Rincke, K. (2012). Magnetismus im Physikunterricht -Fachliche und didaktische Informationen zu einem komplexen Thema. Naturwissenschaften im Unterricht Physik 23(127), 4-9.
- [Dui15] Duit, R. (2015). Alltagsvorstellungen und Physik lernen. In E. Kircher, R. Girwidz & P. Häußler (Hrsg.): Physikdidaktik - Theorie und Praxis (S. 657-680). Berlin: Springer Spektrum.
- [Dui89] Duit, R. (1989). Vorstellungen von Magnetismus. Naturwissenschaften im Unterricht Physik/Chemie 37(44), 4-5.
- [Dun07] Dunne, P. A., Hilton, J. & Coey, J. M. D. (2007). Levitation in paramagnetic liquids. Journal of Magnetism and Magnetic Materials 316(2), 273-276.
- [Ell79] Elliott, R. S. (1979). Some Useful Analogies in the Teaching of Electromagnetic Theory. IEEE Transactions on Education E22(1), 7-10.

- [Eng05] Engel-Herbert, R. & Hesjedal, T. (2005). Calculation of the magnetic stray field of a uniaxial magnetic domain. Journal of Applied Physics 97(7), 074504.
- [Eri94] Erickson, G. (1994). Pupils' Understanding of Magnetism in a Practical Assessment Context: The Relationship Between Content, Process and Progression. In P. J. Fensham, R. F. Gunstone & R. T. White (Eds.): The Content of Science: A Constructivist Approach to its Teaching and Learning (pp. 80-97). London: Routledge.
- [Eth99] Etheredge, J. A., Perez, S. M., Taylor, O. R. & Jander, R. (1999). Monarch butterflies (Danaus plexippus L.) use a magnetic compass for navigation. Proceedings of the National Academy of Sciences 96(24), 13845-13846.
- [Etk06] Etkina, E., Warren, A. & Gentile, M. (2006). The Role of Models in Physics Instruction. The Physics Teacher 44(1), 34-39.
- [Fan60] Fano, R. M., Chu, L. J. & Adler, R. B. (1960). Electromagnetic Fields, Energy and Forces. Hoboken, NJ: John Wiley & Sons.
- [Far46] Faraday, M. (1846). Experimental Researches in Electricity. Philosphical Transactions of the Royal Society of London 136, 1-20.
- [Far55] Faraday, M. (1855). Experimental Researches in Electricity Volume 3. London: Taylor & Francis.
- [Fea05] Featonby, D. (2005). *Experiments with neodymium magnets*. Physical Education **40**(6), 505-508.
- [Fel15] Felder, G. N. & Felder, K. M. (2015). Mathematical Methods in Engineering and Physics. Hoboken, NJ: John Wiley & Sons.
- [Fey64] Feynman, R. P., Leighton, R. B. & Sands, M. (1964). The Feynman Lectures on Physics - Mainly Electromagnetism and Matter. Reading: Addison-Wesley.
- [Fey88] Feynman, R. P. (1988). QED Die seltsame Theorie des Lichts und der Materie. München: Piper.
- [Fis05] Fischer, F., Waibel, M. & Wecker, C. (2005). Nutzenorientierte Grundlagenforschung im Bildungsbereich. Zeitschrift für Erziehungswissenschaft 8(3), 427-442.
- [Fis14] Fischer, H. E., Labudde, P., Neumann, K. & Viiri, J. (Eds.) (2014). Quality of Instruction in Physics - Comparing Finland, Germany and Switzerland. Münster: Waxmann.
- [Fli12a] Flick, U. (2012). Triangulation. In G. Oelerich & H.-U. Otto (Hrsg.): Empirische Forschung und Soziale Arbeit: Ein Studienbuch (S. 323-328). Wiesbaden: VS Verlag für Sozialwissenschaften.

- [Fli12b] Fließbach, T. (2012). Elektrodynamik Lehrbuch zur theoretischen Physik II. Berlin: Springer.
- [Fos04] Fossheim, K. & Sudbø, A. (2004). Superconductivity Physics and Applications. Hoboken, NJ: John Wiley & Sons.
- [Fox06] Fox, M. (2006). Quantum Optics An Introduction. Oxford: Oxford University Press.
- [Fri89] Friedrichs, H. & Wintgen, D. (1989). The Hydrogen Atom in a Uniform Magnetic Field - An Example of Chaos. Physics Repprts 183(2), 37-79.
- [Fuc15] Fuchs, H. U. (2015). From Stories to Scientific Models and Back: Narrative Framing in Modern Macroscopic Physics. International Journal of Science Education 37(5-6), 934-957.
- [Gan07] Ganz, A. & Reinmann, G. (2007). Blended Learning in der Lehrerfortbildung -Evaluation einer Fortbildungsinitiative zum Einsatz digitaler Medien im Fachunterricht. Unterrichtswissenschaftn 35(12), 169-191.
- [Gau34] Gauß, C. F. (1834). Mesure absolute de l'intensité du magnétisme terrestre. Annales de Chimie et de Physique 57, 5-69.
- [Gay83] Gay, J.-C. & Delande, D. (1983). The Hydrogen Atom in a Magnetic Field Symmetries in the Low Field Diamagnetic Limit. Comments on Atomics and Molecular Physics 13(6), 275-297.
- [Gen83] Gentner, D. & Stevens, A. L. (1983). Mental Models. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- [Ger22a] Gerlach, W. & Stern, O. (1922). Der experimentelle Nachweis der Richtungsquantelung im Magnetfeld. Zeitschrift für Physik 9(1), 349-352.
- [Ger22b] Gerlach, W. & Stern, O. (1922). Das magnetische Moment des Silberatoms. Zeitschrift f
 ür Physik 9(1), 353-355.
- [Gia06] Giancoli, D. C. (2006). Physik. München: Pearson Studium.
- [Gio13] Giordano, N. (2013). College Physics: Reasoning and Relationships. Boston, MA: Brooks/Cole.
- [Gir15] Girwidz, R. (2015). Medien im Physikunterricht. In E. Kircher, R. Girwidz & P. Häußler (Hrsg.): Physikdidaktik - Theorie und Praxis (S. 193-246). Berlin: Springer Spektrum.
- [Gla96] Glatzmaier, G. A. & Roberts, P. H. (1996). Rotation and Magnetism of Earth's Inner Core. Science 274(5294), 1887-1891.

- [Gle05] Gleich, B. & Weizenecker, J. (2005). Tomographic imaging using the nonlinear response of magnetic particles. Nature 435(7046), 1214-1217.
- [Gou26] Goudsmit, S. A. & Uhlenbeck, G. E. (1926). Spinning Electrons and the Structure of Spectra. Nature 117(2938), 264-265.
- [Gou65] Goudsmit, S. A. (1965). Die Entdeckung des Elektronenspins. Physikalische Blätter 21(10), 445-453.
- [Gou89] Gouy, L. G. (1889). Sur l'énergie potentielle magnétique et la mesure des coefficients d'aimantation. Comptes Rendus des Séances de l'Académie des Science 109, 935-937.
- [Gra03] Graf, J. (2003). Holz, Papier, Eisen Welche Gegenstände zieht der Magnet an? Förderschulmagazin 25(3), 19-21.
- [Grä02] Gräber, W., Nentwig, P., Koballa, T. R. & Evans, R. H. (Hrsg.) (2002). Scientific Literacy: Der Beitrag der Naturwissenschaften zur Allgemeinen Bildung. Opladen: Leske und Budrich.
- [Grä16] Gräbner, F. (2016). EMV-gerechte Schirmung. Magnetmaterialien für die Schirmung - Praxisbeispiele - Gerätedesign. Wiesbaden: Springer Vieweg.
- [Gre28] Green, G. (1828). An Essay on the Application of Mathematical Analysis to the Theory of Electricity and Magnetism. Nottingham: Private Veröffentlichung.
- [Gre95] Grevsmühl, U. (1995). Mathematik für Grundschullehrer Ein Fernstudienlehrgang. Tübingen: Deutsches Institut für Fernstudienforschung.
- [Gri11] Griffiths, D. J. (2011). *Elektrodynamik Eine Einführung*. München: Pearson Studium.
- [Gro00] Grombach, P., Haberer, K., Merkl, G. & Trueb, E. U. (2000). Handbuch der Versorgungstechnik. München: Oldenbourg.
- [Gro14] Gross, R. & Marx, A. (2014). Festkörperphysik. Berlin: Walter de Gruyter.
- [Gui04] Guisasola, J., Almudí, J. M. & Zubimendi, J. L. (2004). Difficulties in learning the introductory magnetic field theory in the first years of university. Science Education 88(3), 443-464.
- [Gut71] Gutzwiller, M. C. (1971). Periodic Orbits and Classical Quantization Conditions. Journal of Mathematical Physics 12(3), 343-358.
- [Haa03] Haak, V., Maus, S., Korte, M. & Lühr, H. (2003). Das Erdmagnetfeld Beobachtung und Überwachung. Physik in unserer Zeit 34(5), 218-224.

- [Hae07] Haensel, P., Potekhin, A. Y. & Yakolev, D. G. (2007). Neutron Stars 1 Equation of State and Structure. New York, NY: Springer Science + Business Media.
- [Hah14] Hahn, U. (2014). Physik f
 ür Ingenieure Band 2: Elektrizit
 ät und Magnetismus, Optik, Messungen und ihre Auswertung. Berlin: Walter de Gruyter.
- [Hak00] Haken, H. & Wolf, H. C. (2000). Atom- und Quantenphysik Einführung in die experimentellen und theoretischen Grundlagen. Berlin: Springer.
- [Hak06] Haken, H. & Wolf, H. C. (2006). Molekülphysik und Quantenchemie: Einführung in die experimentellen und theoretischen Grundlagen. Berlin: Springer.
- [Hal94] Halliday, D. & Resnick, R. (1994). Physik 2. Berlin: Walter de Gruyter.
- [Hal98] Hallenburg, J. K. (1998). Non-Hydrocarbon Methods of Geophysical Formation. Boca Raton, FL: CRC Press.
- [Ham96a] Hameyer, K. & Belmans, R. J. M. (1996). Permanent Magnet Excited Brushed DC Motors. IEEE Transactions on Industrial Electronics 43(2), 247-255.
- [Ham96b] Hammer, D. (1996). More than misconceptions: Multiple perspectives on student knowledge and reasoning, and an appropriate role for education research. American Journal of Physics 64(10), 1316-1325.
- [Han14] Hanekamp, G. (2014). Zahlen und Fakten: Allensbach-Studie 2013 der Deutsche Telekom Stiftung. In J. Maxton-Küchenmeister & J. Meßinger-Koppelt (Hrsg.): Digitale Medien im naturwissenschaftlichen Unterricht (S. 21-28). Hamburg: Joachim Herz Stiftung Verlag.
- [Har10] Harlow, D. B. (2010). Structures and improvisation for inquiry based science instruction: A teacher's adaption of a model of magnetism activity. Science Education 94(1), 142-163.
- [Har12] Harvard Natural Sciences Lecture Demonstrations (2012). Paramagnetism of Oxygen. Online: https://www.youtube.com/watch?v=Lt4P6ctf06Q (Abruf: 08.06.2016).
- [Har13] Hardy, I. & Steffensky, M. (2013). Spiralcurriculum Magnetismus. Naturwissenschaftlich arbeiten und denken lernen: Elementarbereich (Bd. 1). Seelze: Friedrich.
- [Har99] Harlen, W. (1999). Effective Teaching in Science A Review of Research. Edinburgh: Scottish Council for Research in Education.
- [Hau15] Haupt, J. S. & Nordmeier, V. (2015). Ergebnisse einer Bedarfsanalyse zur unterrichtlichen Aufbereitung der Nichtlinearen Physik. PhyDid B - Didaktik der Physik - Beiträge zur DPG-Frühjahrstagung, Frankfurt am Main.

- [Hee08] Hees, B. (2008). Das Elementarmagneten-Modell im Physikunterricht am Gymnasium. Eine fachdidaktische Analyse der klassischen Modelle & Konzeption und Erprobung eines alternativen Modells. Dissertation. Universität Duisburg-Essen.
- [Hei12] Heinicke, S. (2012). Aus Fehlern wird man klug Eine historisch-didaktische Rekonstruktion des "Messfehlers". Berlin: Logos.
- [Hei14] Heinicke, S. & Peters, S. (2014). Was ist Experimentieren? Populäre Sichtweisen unter der Lupe. Naturwissenschaften im Unterricht Physik 25(144), 10-13.
- [Hei89] Heinzerling, H. & Schön, L. (1989). Wie sieht ein Magnet von innen aus? Versuche, die zu einer Modellvorstellung führen. Naturwissenschaften im Unterricht Physik/Chemie 37(44), 6-8.
- [Hel85] Helm, H., Gilbert, J. & Watts, D. M. (1985). Thought experiments and physics education - part 2. Physics Education 20, 211-217.
- [Her09] Hering, E., Martin, R. & Stohrer, M. (2009). Taschenbuch der Mathematik und Physik. Dordrecht: Springer.
- [Her11a] Heran-Dörr, E., Rachel, A., Waltner, C. & Wiesner, H. (2011). Sind im Eisen wirklich kleine Pfeilchen - Versuche und Repräsentationsmöglichkeiten zum "Eisen-Magnet-Modell" im Sachunterricht. MNU Primar 3(1), 26-31.
- [Her11b] Hermann, F. & von Baltz, R. (2011). Altlasten der Physik (128): Geschlossene magnetische Feldlinien. Praxis der Naturwissenschaften - Physik in der Schule 60(3), 48-49.
- [Her14] Herrmann, M. (2014). Magische Bilder Mit PROFILES das Phänomen Magnetismus mit ästhetischen Bildern sichtbar machen. MNU 67(6), 353-356.
- [Her81] Herman, S. & Prodan, R. S. (1981). A Macroscopic Model of Eddy Currents. In G. Birnbaum & G. M. Free (Eds.): Eddy-Current Charaterization of Materials and Structurs (pp. 86-93). Philadelpia, PA: ASTM.
- [Her84] Hertz, H. (1884). Ueber die Beziehung zwischen den Maxwell'schen electrodynamischen Grundgleichungen und den Grundgleichungen der gegnerischen Electrodynamik. Annalen der Physik und Chemie 259, 84-103.
- [Her91] Herrmann, F. (1991). Teaching the magnetostatic field: Problems to avoid. American Journal of Physics 59(5), 447-452.
- [Her93] Hertz, H. (1893). Electric Waves. London: Macmillan. Zitiert nach: Hertz, H. (1962). Electric Waves. New York, NY: Dover.

- [Her95] Herrmann, F. (1995). Magnetische Eigenschaften von Materialien im Unterricht. Praxis der Naturwissenschaften - Physik 8(44), 17-22.
- [Hes97] Hestenes, D. (1997). Modeling Methodology for Physics Teachers. In E. F. Redish & J. S. Ridgen (Eds.): The changing role of the physics department in modern universities: Proceedings of the ICUPE (pp. 935-957). Woodbury, NY: American Institute of Physics.
- [Het13] Hettmannsperger, R. (2015). Lernen mit multiplen Repräsentationen aus Experimenten. Ein Beitrag zum Verstehen physikalischer Konzepte. Wiesbaden: Springer VS.
- [Heu10] Heusler, S. (2010). Quantendimensionen Doppelspalt, Verschränkung, Quantencomputer. Stuttgart: Klett.
- [Heu13] Heusler, S. (2013). Visualisierungen ein Schlüssel zu moderner Physik im Schulunterricht. Habilitationsschrift. Westfälische Wilhelms-Universität Münster.
- [Heu17] Heusler, S. (2017). Quantenspiegelungen. Münster: SCIENCeMOTION.
- [Hod14] Hodge, W. B., Migirditch, S. V. & Kerr, W. C. (2014). Electron spin and probability current density in quantum mechanics. American Journal of Physics 82(7), 681-690.
- [Höf07] Höffler, T. N. & Leutner, D. (2007). Instructional Animation Versus Static Pictures: A Meta-Analysis. Learning and Instruction 17(6), 722-738.
- [Höt08] Höttecke, D. (Hrsg.) (2008). Was ist Naturwissenschaft? Physikunterricht über die Natur der Naturwissenschaften. Naturwissenschaften im Unterricht Physik 19(103), 4-11.
- [Hof04] Hofstein, A. & Lunetta, V. N. (2004). The Laboratory in Science Education: Foundations for the Twenty-First Century. Science Education 88(1), 28-54.
- [Hof08] Hofheinz, V. (2008). Erwerb von Wissen über "Nature of Science". Eine Fallstudie zum Potenzial impliziter Aneignungsprozesse in geöffneten Lehr-Lern-Arrangements am Beispiel von Chemieunterricht. Dissertation. Universität Siegen.
- [Hof10] Hoffmann, S. & Bresges, A. (2010). Medienentwicklung als fester Bestandteil der Physiklehrerausbildung. PhyDiD B - Didaktik der Physik - Beiträge zur DPG-Frühjahrstagung, Hannover.
- [Hol86] Holle, A., Wiebusch, G., Main, J., Hager, B., Rottke, H. & Welge, K. H. (1986). Diamagnetism of the Hydrogen Atom in the Quasi-Landau Regime. Physical Review Letters 56(24), 2594-2597.
- [Hol95] Hollemann, A. F. & Wiberg, E. (1995). Lehrbuch der anorganischen Chemie. Berlin: Walter de Gruyter.

- [Hoo07] Van Hook, S. J. & Huziak-Clark, T. L. (2007). Tip-to-Tail: Developing a Conceptual Model of Magnetism with Kindergartners Using Inquiry-Based Instruction. Journal of Elementary Science Education 19(2), 45-58.
- [Hov16] Hovanec, M., Gorzás, M. & Glatz, J. (2016). The application of magnetic materials for a neodymium-based thermal fuse in sprinklers. In M. Majernik, N. Daneshjo & M. Bosák (Eds.): Production Management and Engineering Sciences (pp. 79-82). London: Taylor & Francis.
- [Hub09] Hubert, A. & Schäfer, R. (2009). Magnetic Domains The Analysis of Magnetic Microstructures. Berlin: Springer.
- [Hub10] Hubber, P., Tytler, R. & Haslam, F. (2010). Teaching and Learning about Force with a Representational Focus: Pedagogy and Teacher Change. Research in Science Education 40(1), 5-28.
- [Hud74] Hudgens, S., Kastner, M., & Fritzsche, H. (1974). Diamagnetic Susceptibility of Tetrahedral Semiconductors. Physical Review Latters 33(26), 1552-1555.
- [Hun11] Hunklinger, S. (2011). Festkörperphysik. München: Oldenbourg.
- [Hur82] Hurd, C. M. (1982). Varieties of magnetic order in solids. Contemporary Physics 23(5), 469-493.
- [Ihr55] Ihrig, J. L. & Caldwell, R. G. (1955). Magnetic Susceptibility Balance. Journal of Chemical Education 32(6), 320-323.
- [Jac99] Jackson, J. D. (1999). Classical Electrodynamics. Hoboken, NJ: John Wiley & Sons.
- [Jah01] Jahns, J. (2001). Photonik Grundlagen, Komponenten und Systeme. München: Oldenbourg.
- [Jan02] Jank, W. & Meyer, H. (2002). *Praxisbuch Meyer Didaktische Modelle*. Berlin: Cornelsen.
- [Jim01] Jimenéz-Valladares, J. & Perales-Palacios, F. J. (2001). Graphic representation of force in secondary education: analysis and alternative educational proposals. Physics Education 36(3), 227-235.
- [Jön61] Jönsson, C. (1961). Elektroneninterferenzen an mehreren künstlich hergestellten Feinspalten. Zeitschrift für Physik 161(4), 454-474.
- [Jon98] de Jong, T. & van Joolingen, W. R. (1998). Scientific Discovery Learning with Computer Simulations of Conceptual Domains. Review of Educational Research 68(2), 179-201.

- [Jun96] Jungnickel, C. & McCormmach, R. (1996). Cavendish. Philadelphia, PA: American Philosophical Society.
- [Kas05] Kassing, R. (Hrsg.) (2005). Bergmann Schaefer Lehrbuch der Experimentalphysik Band 6 Festkörperphysik. Berlin: Walter de Gruyter.
- [Kat97] Kattmann, U., Duit, R., Gropengießer, H. & Komorek, M. (1997). Das Modell der Didaktischen Rekonstruktion - Ein Rahmen für naturwissenschaftsdidaktische Forschung und Entwicklung. Zeitschrift für Didaktik der Naturwissenschaften 3(3), 3-18.
- [Kek66] Kekulé, A. (1866). Untersuchungen über aromatische Verbindungen. Annalen der Chemie und Pharmacie 137(2), 129-196.
- [Kel11] Keller, O. (2011). Quantum Theory of Near-Field Electrodynamics. Berlin: Springer.
- [Ker77] Kerr, J. (1877). On rotation of the plane of polarization by reflection from the pole of a magnet. Philosophical Magazine Series 5 3(19), 321-343.
- [Kes11] Kesonen, M. J. P., Asikainen, M. A. & Hirvonen, P. E. (2011). University students? conceptions of the electric and magnetic fields and their interrelationships. European Journal of Physics 32(2), 521-534.
- [Kie13] Kiepenheuer, K. O. (2013). Die Sonne. Berlin: Springer.
- [Kir07] Kirstein, J. & Nordmeier, V. (2007). Multimedia Representation of Experiments in Physics. European Journal of Physics 28(3), 115-126.
- [Kir10] Kirstein, J., Fröhlich, A., Hoedt, S. & Nordmeier, V. (2010). Lernen mit Interaktiven Bildschirmexperimenten in virtuellen Räumen. PhyDid B - Didaktik der Physik - Beiträge zur DPG-Frühjahrstagung, Hannover.
- [Kir15a] Kircher, E. (2015). Warum Physikunterricht? In E. Kircher, R. Girwidz & P. Häußler: Physikdidaktik - Theorie und Praxis (S. 15-74). Berlin: Springer Spektrum.
- [Kir15b] Kircher, E. (2015). Elementarisierung und didaktische Rekonstruktion. In E. Kircher, R. Girwidz & P. Häußler: Physikdidaktik - Theorie und Praxis (S. 107-140). Berlin: Springer Spektrum.
- [Kir15c] Kircher, E. (2015). Modellbegriff und Modellbildung in der Physikdidaktik. In E. Kircher, R. Girwidz & P. Häußler: Physikdidaktik - Theorie und Praxis (S. 735-762). Berlin: Springer Spektrum.
- [Kir93] Kircher, E. & Rohrer, H. (1993). Schülervorstellungen zum Magnetismus in der Primarstufe. Sachunterricht und Mathematik in der Primarstufe 21(8), 336-342.
- [Kis11] Kiselev, N. S., Bogdanov, A. N., Schäfer, R. & Rößler, U. K. (2011). Chiral skyrmions in thin magnetic films: new object for magnetic storage? Journal of Physics D Applied Physics 44(39), 392001-392004.
- [Kle36] Klemm, W. (1936). Magnetochemie. Leipzip: Akademische Verlagsgesellschaft.
- [Kli07] Klieme, E., Avenarius, H., Blum, W., Döbrich, P., Gruber, H., Prenzel, M., Reiss, K., Riquarts, K., Rost, J., Tenorth, H.-E. & Vollmern, H. J. (2007). Zur Entwicklung nationaler Bildungsstandards. Bonn: BMBF.
- [Kne90] Kneubühl, F. K. (1990). Repetitorium der Physik. Stuttgart: Teubner.
- [Köh11] Köhnlein, W. (2011). Aufgaben und Ziele des Sachunterrichts. In W. Einsiedler, M. Götz & F. Heinzel (Hrsg.): Handbuch Grundschulpädagogik und Grundschuldidaktik (S. 494-503). Bad Heilbrunn: Klinkhardt.
- [Kös14] Kösem, Ş. & Özdemir, O. F. (2014). The Nature and Role of Thought Experiments in Solving Conceptual Physics Problems. Science & Education 23(4), 865-895.
- [Koh05] Kohl, P. B. & Finkelstein, N. D. (2005). Student representational competence and self-assessment when solving physics problems. Physical Review Special Topics - Physics Education Research 1(1), 010104.
- [Koh12] Kohnle, A., Cassettari, D., Edwards, T. J., Ferguson, C., Gillies, A. D., Hooley, C. A., Korolkova, N., Llama, J. & Sinclair, B. D. (2012). A new multimedia resource for teaching quantum mechanics concepts. American Journal of Physics 80(2), 148-153.
- [Koh96] Kohlrausch, F. (1996). Praktische Physik. Band 1. Stuttgart: Teubner.
- [Kol68] Kollmann, F. F. P. & Côté Jr., W. A. (1968). Principles of Wood Science and Technology. New York, NY: Springer.
- [Kop04] Kopitzki, K. & Herzog, P. (2004). *Einführung in die Festkörperphysik.* Wiesbaden: Teubner.
- [Kop10] Kopp, B. & Martschinke, S. (2010). Lernvoraussetzungen zum Thema Magnetismus. In K.-H. Arnold, K. Hauenschild, B. Schmidt & B. Ziegenmeyer (Hrsg.): Zwischen Fachdidaktik und Stufendidaktik: Perspektiven für die Grundschulpädagogik (S. 189-192). Wiesbaden: VS Verlag für Sozialwissenschaften.
- [Kop92] Kopp, G. & Rabin, D. (1992). A relation between magnetic field strength and temperature in sunspots. Solar Physics 141(2), 253-265.
- [Kou16] Koudelkova, V. (2016). How to simply demonstrate diamagnetic levitation with pencil lead. Physics Education 51(1), 1-3.

- [Kra15] Krause, M. & Eilks, I. (2015). Lernen über digitale Medien in der Chemielehrerausbildung. Chemie konkret 22, 173-178.
- [Kro03] Kronmüller, H. & Fähnle, M. (2003). Micromagnetism and the Microstructure of Ferromagnetic Solids. Cambridge: Cambridge University Press.
- [Kro95] Kronmüller, H. (1995). Micromagnetism in Modern Magnetic Materials. In F. C. Pu, Y. J. Wang & H. Shang (Eds.): Aspects of Modern Magnetism: Lecture Notes of the Eigth Chinese International Summer School of Physics (pp. 33-56). Singapore: World Scientific.
- [Krü14] Krüger, D. & Riemeier, T. (2014). Die qualitative Inhaltsanalyse eine Methode zur Auswertung von Interviews. In D. Krüger, I. Parchmann & H. Schecker (Hrsg.): Methoden in der naturwissenschaftsdidaktischen Forschung (S. 133-146). Berlin: Springer.
- [Kuc15] Kuch, W., Schäfer, R., Fischer, P. & Hillebrecht, F. U. (2015). Magnetic Microscopy of Layered Structures. Heidelberg: Springer.
- [Küb15] Küblbeck, J. (2015). Quantenphysik. In E. Kircher, R. Girwidz & P. Häußler (Hrsg.): Physikdidaktik - Theorie und Praxis (S. 479-502). Berlin: Springer Spektrum.
- [Kuh06] Kuhn, W. (2006). Physik 1.1. Braunschweig: Westermann.
- [Kuh95] Kuhn, W. (1995). Das Elementarmagneten-Modell Didaktische Implikationen einer wissenschaftlichen Analyse. Praxis der Naturwissenschaften - Physik 8(44), 4-10.
- [Kul04] Kultusministerkonferenz (2004). Beschlüsse der Kultusministerkonferenz Bildungsstandards im Fach Physik für den Mittleren Schulabschluss. München: Luchterhand.
- [Kus07] Kuschel, T. (2007). Aufbau einer Apparatur zur Messung des magnetooptischen Kerr-Effekts. Diplomarbeit. Universität Osnabrück.
- [Lan05] Langevin, P. (1905). Magnétisme et théorie des électrons. Annales de Chimie et de Physique 5(8), 70-127.
- [Lan30] Landau, L. D. (1930). Diamagnetismus der Metalle. Zeitschrift f
 ür Physik 64(9-10), 629-637.
- [Lat01] Lattery, M. J. (2001). Thought Experiments in Physics Education: A Simple and Practical Example. Science & Education 10(5), 485-492.
- [Lau15a] Laumann, D. (2015). Der magnetooptische Kerr-Effekt als Praktikums- und Schulversuch. PhyDid B - Didaktik der Physik - Beiträge zur DPG-Frühjahrstagung, Wuppertal.

- [Lau15b] Laumann, D. & Heusler, S. (2015). Konzept für den Einsatz von Tablets zur multimedialen Visualisierung von Magnetismus. MNU Themenspezial MINT - Unterricht mit Tablet-Computern lebendig gestalten, 89-95.
- [Lau15c] Laumann, D. & Heusler, S. (2015). Magnetismus hoch 3 Selbstkonsistente Modellierung von Dia-, Para- und Ferromagnetismus. PhyDid B - Didaktik der Physik -Beiträge zur DPG-Frühjahrstagung, Wuppertal.
- [Lau16a] Laumann, D. (2016). Magnetismus hoch 4 Evaluation des praktischen Einsatzes des Lehrkonzeptes f
 ür die Hochschule. PhyDid B - Didaktik der Physik - Beiträge zur DPG-Fr
 ühjahrstagung. Hannover.
- [Lau16b] Laumann, D. & Heusler, S. (2016). Welche Stoffe sind "nicht" magnetisch? In C. Maurer (Hrsg.): Authentizität und Lernen - das Fach in der Fachdidaktik. Gesellschaft für Didaktik der Chemie und Physik. Jahrestagung in Berlin 2015 (S. 367-369). Universität Regensburg.
- [Lau16c] Laumann, D. & Heusler, S. (2016). Why Point Particles Lead to a Dead End: A New Visualization Scheme for Magnetism Based on Quantum States. In L.-J. Thoms & R. Girwidz (Eds.): Proceedings of the 20th International Conference on Multimedia Physics in Teaching and Learning (pp. 61-67). European Physical Society.
- [Lau17a] Laumann, D. (2017). Is an Apple Magnetic: Response of Everyday Materials Supporting Views About the Nature of Science. The Physics Teacher 55(3), 142-145.
- [Lau17b] Laumann, D. & Heusler, S. (2017). Determining Magnetic Susceptibilities of Everyday Materials Using an Electronic Balance. American Journal of Physics 85(5), 327-332.
- [Lea13] Leathem, J. G. (1913). Volume and Surface Integrals Used in Physics. Cambridge: Cambridge University Press.
- [Led92] Lederman, N. G. (1992). Students' and Teachers' Conceptions of the Nature of Science: A Review of the Research. Journal of Research in Science Teaching 29(4), 331-359.
- [Lee21] van Leeuwen, H.-J. (1921). Problèmes de la théorie électronique du magnétisme. Journal de Physique et Le Radium 2(12), 361-377.
- [Leh15] Lehéricy, S., Leclercq, D., Duffau, H., Van de Moortele, P.-F. & Delmaire, C. (2015). Presurgical Functional Localization Possibilities, Limitations, and Validity. In C. Stippich (Ed.): Clinical Functional (pp. 247-268). Berlin: Springer.
- [Len34] Lenz, E. (1834). Ueber die Bestimmung der Richtung der durch elektrodynamische Vertheilung erregten galvanischen Ströme. Annalen der Physik und Chemie 107, 483-494.

- [Les05] Lesser, L. M. & Tchoshanov, M. A. (2005). The Effect of Representation and Representational Sequence on Students' Understanding. In G. M. Lloyd, M. Wilson, J. L. M. Wilkins & S. L. Behm (Eds.): Proceedings of the 27th annual meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (pp. 1-7). N. Dartmouth, MA: UMass Dartmouth Foundation.
- [Lev12] Levi, A. F. J. (2012). Applied Quantum Mechanics. Cambridge University Press.
- [Lew97] Lewalter, D. (1997). Lernen mit Bildern und Animationen. Münster. Waxmann.
- [Lid05] Lide, D. R. (2005). CRC Handbook of Chemistry and Physics. Boca Raton, FL: CRC Press.
- [Lin79] Lindner, H. (1979). Grundriß der Festkörperphysik. Braunschweig: Vieweg.
- [Lip10] Lippstreu, M. & Girwidz, R. (2010). Multimodale, animierte Lernangebote im Physikunterricht - Zur Unterstützung von Visualisierungen durch Text und Ton. Notes on Educational Informatics - Section A: Concepts and Techniques 6(2), 1-23.
- [Loh01] Lohmann, K. J., Cain, S. D., Dodge, S. A. & Lohmann, C. M. F. (2001). Regional Magnetic Fields as Navigational Markers for Sea Turtles. Science 294(5541), 364-366.
- [Loh04] Lohmann, K. J., Lohmann, C. M., Erhart, L. M., Bagley, D. A. & Swing, T. (2004). Geomagnetic map used in sea-turtle navigation. Nature 428(6986), 909-910.
- [Lon70] Bence, J. (1870). The Life and Letters of Faraday Volume II. London: Longmans, Green & Co.
- [Lop14] Lopéz, V. & Pintó, R. (2014). Students' Difficulties when Reading Interactive Scientific Visual Representations. In C. P. Constantinou, N. Papadouris & A. Hadjigeorgiou (Eds.): E-Book Proceedings of the ESERA 2013 Conference: Science Education Research For Evidence-Based Teaching and Coherence in Learning (pp. 729-739). Nicosia: European Science Education Research Association.
- [Lor09] Lorentz, H. A. (1909). The Theory of Electrons. Leipzig: Teubner.
- [Lor36] Lorentz, H. A. (1936). Collected Papers Volume 3. Den Haag: Nijhoff.
- [Lüt10] Lüth, H. (2010). Solid Surfaces, Interfaces and Thin Films. Heidelberg: Springer.
- [Luk95] Lukner, C. (1995). Die Magnetschnellbahn Transrapid als aktuelles Thema eines projektorientierten Unterrichts. Praxis der Naturwissenschaften - Physik 44(8), 32-36.
- [Lux94] Lux-Steiner, M. C. & Hohl, H. H. (1994). Aufgabensammlung zur Festkörperphysik. Berlin: Springer.

- [Maa01] Maat, S., Takano, K., Parkin, S. S. P. & Fullerton, E. E. (2001). Perpendicular Exchange Bias of Co/Pt Multilayers. Physical Review Letters 87(8), 087202.
- [Mac00] MacKenzie, A. S. (1900). The Laws of Gravitation: Memoirs by Newton, Bouguer and Cavendish. New York, NY: American Book Company.
- [Mac76] Mach, E. (1976). Knowledge and Error Sketches on the Psycholohy of Enquiry. Dordrecht: Reidel.
- [Mac93] MacLatchy, C. S., Backman, P. & Bogan, L. (1993). A quantitative magnetic braking experiment. American Journal of Physics 61(12), 1096-1101.
- [Mal01] Maloney, D. P., O'Kuma, T. L., Hieggelke, C. J. & Van Heuvelen, A. (2001). Surveying students' conceptual knowledge of electricity and magnetism. American Journal of Physics 69(7), 12-23.
- [Mal04] Malerich, C. & Ruff, P. K. (2004). Demonstrating and Measuring Relative Molar Magnetic Susceptibility Using a Neodymium Magnet. Journal of Chemical Education 81(8), 1155-1160.
- [Man02] Mansuripur, M. (2002). *Classical Optics and Its Applications*. Cambidge: Cambridge University Press.
- [Man95] Mansuripur, M. (1995). The Physical Principles of Magneto-optical Recording. Cambridge: Cambridge University Press.
- [Mar11] Marinescu, D. C. & Marinescu, G. M. (2011). Classical and Quantum Information. Waltham, MA: Academic Press.
- [Mar12] Marcon, P. & Ostanina, K. (2012). Overview of Methods for Magnetic Susceptibility Measurement. In The Electromagnetic Academy (Eds.): PIERS 2012 Kuala Lumpur Proceedings (pp. 420-424). Cambridge, MA: The Electromagnetic Academy.
- [Mas10] Mastro, M. (2010). Fundamentals and the Future of Semiconductor Device Technology. In T. Li, M. Mastro & A. Dadgar (Eds.): III-V Compound Semiconductors -Integration with Silicon-Based Microelectronics (pp. 3-50). Boca Raton, FL: CRC Press.
- [Mas80] Mason, J. (1980). When is a Symbol Symbolic? For the Learning of Mathematics 1(2), 8-12.
- [Max73] Maxwell, J. C. (1873). A Treatise on Electricity and Magnetism Volume 2. Oxford: Clarendon.
- [Max90] Maxwell, J. C. (1890). The Scientific Papers of James Clerk Maxwell Volume 1. Cambridge: Cambridge University Press.

- [May01] Mayer, R. E. (2001). Multimedia Learning. Cambridge: Cambridge University Press.
- [May06] Mayer, R. E. (2006). Ten Research-Based Principles of Multimedia Learning. In
 H. F. O'Neil & R. S. Perez (Eds.): Web-Based Learning Theory, Resarch, and Practice (pp. 371-390). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- [May10] Mayring, P. (2010). Qualitative Inhaltsanalyse: Grundlagen und Techniken. Weinheim: Beltz.
- [May97] Mayer, R. E. (1997). Multimedia Learning: Are We Asking the Right Questions? Educational Psychologist 32(1), 1-19.
- [McB10] McBride, D. L., Murphy, S. & Zollman, D. A. (2010). Student Understanding of the Correlation between Hands-on Activites and Computer Visualizations of NMR/MRI. In C. Singh, N. S. Rebello & M. Sabella (Eds.): AIP Conference Proceedings (pp. 225-228). Portland, OR: AIP Press.
- [McC02] McComas, W. F. (Ed.) (2002). The Nature of Science in Science Education Rationales and Strategies. New York, NY: Kluwer Academic.
- [McD90] McDermott, L. C. (1990). A View from Physics. In M. Gardner, J. G. Greeno, F. Reif, A. H. Schoenfeld, A. A. diSessa & E. Stage (Eds.): Toward a Scientific Practice of Science Education (pp. 3-30). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- [McD99] McDermott, L. C. & Redish, E. F. (1999). Resource Letter: PER-1: Physics Education Research. American Journal of Physics 67(9), 755-767.
- [McK08] McKagan, S. B., Perkins, K. K., Dubson, M., Malley, C., Reid, S., LeMaster, R. & Wieman, C. E. (2008). Developing and researching PhET simulations for teaching quantum mechanics. American Journal of Physics 76(4-5), 406-417.
- [McN97] McNaught, A. D. & Wilkinson, A. (1997). IUPAC. Compendium of Chemical Terminology. Oxford: Blackwell Scientific Publications.
- [Mel05] Meltzer, D. E. (2005). Relation between students' problem-solving performance and representational format. American Journal of Physics 73(5), 463-478.
- [Mer08] Merzyn, G. (2008). Naturwissenschaften, Mathematik, Technik immer unbeliebter? Die Konkurrenz von Schulfächern um das Interesse der Jugend im Spiegel vielfältiger Untersuchungen. Hohengehren: Schneider.
- [Mer89] Merzyn, G. (1989). Unterricht zum Magnetismus und das Elementarmagnet-Modell. Naturwissenschaften im Unterricht Physik/Chemie 37(44), 2-3.
- [Mes10] Meschede, D. (Hrsg.) (2010). Gerthsen Physik. Berlin: Springer.

- [Mey03] Meyer, G. (2003). In situ Abbildung magnetischer Domänen in dünnen Filmen mit magnetooptischer Rasternahfeldmikroskopie. Dissertation. Freie Universität Berlin.
- [Mey91] Meyer, K. (1991). Children as Experimenters: Elementary Students' Actions in an Experimental Context with Magnets. Dissertation. University of British Columbia.
- [Mic12] Michelini, M. & Vercellatti, S. (2012). Magnetic Field Nature and Magnetic Flux Changes in Building Formal Thinking at Secondary School Level. In M. F. Taşar (Ed.): Proceedings of the World Conference on Physics Education 2012 (pp. 559-566). Ankara: Pegem Akademi.
- [Mic14] Michelini, M., Santi, L., Stefanel, A. & Vercellati, S. (2014). Building vertical paths in exploring magnetic phenomena developing formal thinking. In C. P. Constantinou, N. Papadouris & A. Hadjigeorgiou (Eds.): E-Book Proceedings of the ESERA 2013 Conference: Science Education Research For Evidence-Based Teaching and Coherence in Learning (pp. 974-981). Nicosia: European Science Education Research Association.
- [Mik05] Mikelski-Seifert, S., Thiele, M. & Wünscher, T. (2005). Modellieren Schlüsselfähigkeit für physikalische Forschungs- und Lernprozesse. PhyDid - Physik und Didaktik in Schule und Hochschule 4(1), 30-46.
- [Mil56] Miller, G. A. (1956). The Magical Number Seven, Plus or Minus Two: Some Limits on Our Capacity for Processing Information. Psychological Review 63(2), 81-97.
- [Min08] Ministerium für Schule und Weiterbildung des Landes Nordrhein-Westfalen (2008). Kernlehrplan für das Gymnasium - Sekundarstufe I in Nordrhein-Westfalen - Physik. Frechen: Ritterbach.
- [Min11a] Ministerium für Schule und Weiterbildung des Landes Nordrhein-Westfalen (2011). Kernlehrplan für die Hauptschule in Nordrhein-Westfalen - Lernbereich Naturwissenschaften Biologie, Chemie, Physik. Frechen: Ritterbach.
- [Min11b] Ministerium für Schule und Weiterbildung des Landes Nordrhein-Westfalen (2011). Kernlehrplan für die Realschule in Nordrhein-Westfalen - Physik. Frechen: Ritterbach.
- [Min12] Ministerium für Schule und Weiterbildung des Landes Nordrhein-Westfalen (2012). Richtlinien und Lehrpläne für die Grundschule in Nordrhein-Westfalen - Deutsch, Sachunterricht, Mathematik, Englisch, Musik, Kunst, Sport, Evangelische Religionslehre, Katholische Religionslehre. Frechen: Ritterbach.
- [Min13a] Ministerium f
 ür Schule und Weiterbildung des Landes Nordrhein-Westfalen (2013).
 Kernlehrplan f
 ür die Sekundarstufe II Gymnasium/Gesamtschule in Nordrhein-Westfalen
 Physik. Frechen: Ritterbach.

- [Min13b] Ministerium für Schule und Weiterbildung des Landes Nordrhein-Westfalen (2013). Kernlehrplan für das Gymnasium - Sekundarstufe I in Nordrhein-Westfalen - Physik. Frechen: Ritterbach.
- [Mir09] Mirica, K. A., Shevkoplyas, S. S., Phillips, S. T., Gupta, M. & Whitesides, G. M. (2009). Measuring Densities of Solids and Liquids Using Magnetic Levitation: Fundamentals. Journal of the American Chemical Society 131(29), 10049-10058.
- [Mit10] Mitin, V. V., Sementsov, D. I. & Vagidov, N. Z. (2010). Quantum Mechanics for Nanostructures. Cambridge: Cambridge University Press.
- [Möl01] Möller, K. (2001). Genetisches Lehren und Lernen Facetten eines Begriffs. In D. Cech, B. Feige, J. Kahlert, G. Löffler, H. Schreier, H.-J. Schwier & U. Stoltenberg (Hrsg.): Die Aktualität der Pädagogik Martin Wagenscheins für den Sachunterricht (S. 15-30). Bad Heilbrunn: Klinkhardt.
- [Möl07] Möller, K. (2007). Genetisches Lernen und Conceptual Change. In J. Kahlert, M. Fölling-Albers, M. Götz, A. Hartinger, D. von Reeken & S. Wittkowski (Hrsg.): Handbuch Didaktik des Sachunterrichts (S. 258-266). Bad Heilbrunn: Klinkhardt.
- [Möl13] Möller, K., Bohrmann, M., Hirschmann, A., Wilke, T. & Wyssen, H.-P. (2013). Spiralcurriculum Magnetismus. Naturwissenschaftlich arbeiten und denken lernen: Primarbereich (Bd. 2). Seelze: Friedrich.
- [Mön13] Mönninghoff, C., Ladd, M. E. & Forsting, M. (2013). 7-Tesla-MRT in der Neuroradiologie. Nervenheilkunde 7, 485-492.
- [Mol12] Molina-Bolívar, J. A. & Abella-Palacios, A. J. (2012). A laboratory activity on the eddy current brake. European Journal of Physics 33(3), 697-707.
- [Moo09] Moormann, M. (2009). Begriffliches Wissen als Grundlage mathematischer Kompetenzentwicklung. Eine empirische Studie zu konzeptuellem und prozeduralen Aspekten des Wissens von Schülerinnen und Schülern zum Ableitungsbegriff. Dissertation. Ludwig-Maximilians-Universität München.
- [Mor07] Moreno, R. & Mayer, R. E. (2007). Interactive Multimodal Learning Environments. Educational Psychology Review 19(3), 309-326.
- [Mor68] Morris, B. L. & Wold, A. (1968). Faraday Balance for Measuring Magnetic Susceptiblity. Review of Scientific Instruments 39(12), 1937-1941.
- [Muc95] Muckenfuß, H. (1995). Lernen im sinnstiftenden Kontext: Entwurf einer zeitgemäßen Didaktik des Physikunterrichts. Berlin: Cornelsen.

- [Mül03] Müller, R. (2003). *Quantenphysik in der Schule*. In H. Niedderer, H. Fischler & E. Sumfleth (Hrsg.): Studien zum Physik- und Chemielernen (Bd. 26). Berlin: Logos.
- [Mul08a] Muller, D. A. (2008). Designing Effective Multimedia for Physics Education. Dissertation. University of Sydney.
- [Mul08b] Muller, D. A., Bewes, J., Sharma, M. D. & Reimann, P. (2007). Saying the wrong thing: improving learning with multimedia by including misconceptions. Journal of Computer Assisted Learning 24(2), 144-155.
- [Mul11] Müller, R., Wodzinski, R. & Hopf, M. (Hrsg.) (2011). Schülervorstellungen in der Physik. Köln: Aulis.
- [Mun14] Munroe, R. (2014). What if? Was wäre wenn: Wirklich wissenschaftliche Antworten auf absurde hypothetische Fragen. München: Knaus.
- [Mye52] Myers, W. R. (1952). The Diamagnetism of Ions. Reviews of Modern Physics 24(1), 15-27.
- [Nac11] Nacev, A., Beni, C., Bruno, O. & Shapiro, B. (2011). The behaviors of ferromagnetic nano-particles in and around blood vessels under applied magnetic fields. Journal of Magnetism and Magnetic Materials 323(6), 651-668.
- [Naj14] Najiya Maryam, K. M. (2014). EM induction experiment to determine the moment of a magnet. Physics Education 49(3), 319-325.
- [Nak14] Nakamura, E. (2014). Butsuri kiso. Tokyo: Daiichi Gakushusha.
- [Nat02] National Research Council (2002). Scientific Research in Education. Washington, D. C.: The National Academies Press.
- [Nat13] National Research Council (2013). High Magnetic Field Science and Its Application in the United States. Washington, D. C.: The National Academies Press.
- [Naw14] Nawrath, D. & Peters, S. (2014). Experimente f
 ür das Lernen nutzen. Naturwissenschaften im Unterricht Physik 25(144), 4-9.
- [Neb12] Neb, R., Sebastian, T., Pirro, P., Hillebrands, B., Pofahl, S., Schäfer, R. & Reuscher, B. (2012). Fabricating high-density magnetic storage elements by low-dose ion beam irradiation. Applied Physics Letters 101(11), 112406.
- [Ner03] Nerdel, C. (2003). Die Wirkung von Animation und Simulation auf das Verständnis von stoffwechselphysiologischen Prozessen. Dissertation. Christian-Albrechts-Universität zu Kiel.

- [Neu04] Neumann, K. (2004). Didaktische Rekonstruktion eines physikalischen Praktikums für Physiker. In H. Niedderer, H. Fischler & E. Sumfleth (Hrsg.): Studien zum Physikund Chemielernen (Bd. 38). Berlin: Logos.
- [Nie04] Niedrig, H. (Hrsg.) (2004). Bergmann Schaefer Lehrbuch der Experimentalphysik Band 3 Optik. Berlin: Walter de Gruyter.
- [Nie14] Niebert, K. & Gropengießer, H. (2014). Leitfadengestützte Interviews. In D. Krüger,
 I. Parchmann & H. Schecker (Hrsg.): Methoden in der naturwissenschaftsdidaktischen Forschung (S. 121-132). Berlin: Springer.
- [Nol07] Nolting, W. (2007). *Grundkurs Theoretische Physik 3 Elektrodynamik* Berlin: Springer.
- [Nol09] Nolting, W. & Ramakanth, A. (2009). Quantum Theory of Magnetism Berlin: Springer.
- [Nol12] Nolting, W. (2012). Grundkurs Theoretische Physik 5/2 Quantenmechanik Methoden und Anwendungen. Berlin: Springer.
- [Nol14] Nolting, W. (2014). Grundkurse Theoretische Physik 6 Statistische Physik. Berlin: Springer.
- [Nol86] Nolting, W. (1986). Quantentheorie des Magnetismus 1. Stuttgart: Teubner.
- [Noo07] Noor, S. (2007). Untersuchung zum magnetooptischen Kerr-Effekt und zur Kerr-Mikroskopie. Diplomarbeit. Ruhr-Universität Bochum.
- [Noo13] Noor, S. (2013). Structural and magnetic properties of ultrathin Fe₃Si layers epitaxially grown on GaAs(001) and GaAs(110). Dissertation. Ruhr-Universität Bochum.
- [Ode01] Odenbach, S. (2001). Ferrofluide ihre Grundlagen und Anwendungen. Magnetische Flüssigkeiten kontrollieren. Physik in unserer Zeit 32(3), 122-127.
- [Øst08] Østergaard, E., Dahlin, B. & Hugo, A. (2008). Doing phenomenology in science education: a research review. Studies in Science Education 44(2), 93-121.
- [Ols10] Olszewski, J., Neumann, K. & Fischer, H. E. (2010). Measuring Physics Teachers' Declarative and Procedural PCK. In M. F. Taşar & G. Çakmakci (Eds.): Contemporary Science Education Research: Teaching - A Collection of Papers Presented at ESERA 2009 Conference (pp. 87-94). Ankara: Pegem Akademi.
- [Ols13] Olson, M. (2013). Common Magnets, Unexpected Polarities. The Physics Teacher 51(8), 454-455.
- [Ope04] Opel, M. (2004). Magnetismus. Vorlesungsskript zur Veranstaltung "Magnetismus". TU München.

- [Ost12] Ostersehlt, D. (2012). Wie finden Zugvögel den richtigen Weg? Navigieren im Magnetfeld der Erde. Naturwissenschaften im Unterricht Physik/Chemie 23(127), 36-42.
- [Pae09] Paetzold, P. (2009). Chemie Eine Einführung. Berlin: Walter de Gruyter.
- [Pai78] Paivio, A. (1978). Mental comparisons involving abstract attributes. Memory & Cognition 6(3), 199-208.
- [Pai86] Paivio, A. (1986). Mental Representations A Dual Coding Approach. New York, NY: Oxford University Press.
- [Pat10] Patterson, J. & Bailey, B. (2010). Solid-State Physics Introduction to the Theory. Berlin: Springer.
- [Pat14] Pathare, S. R., Huli, S., Lahane, R. & Sawant, S. (2014). Low-Cost Timer to Measure the Terminal Velocity of a Magnet Falling Through a Conducting Pipe. The Physics Teacher 52(3), 160-163.
- [Pau27] Pauli, W. (1927). Zur Quantenmechanik des magnetischen Elektrons. Zeitschrift für Physik 43(9-10), 601-623.
- [Pau35] Pauling, L. (1935). The Oxygen Equilibrium of Hemoglobin and Its Structural Interpretation. Proceedings of the National Academy of Sciences 21(4), 186-191.
- [Pau84] Pauli, W. (1984). Physik und Erkenntnistheorie. Braunschweig: Vieweg.
- [Pea14] Pearson, W. H. (2014). A General Chemistry Laboratory Experiment Relating Electron Configuration and Magnetic Behavior. Journal of Chemical Education 91(1), 116-118.
- [Pei06] Peirce, C. S. (1906). Prolegomena to an apology for pragmaticism. The Monist 16(4), 492-546.
- [Pep12] Pepper, R. E., Chasteen, S. V., Pollock, S. J. & Perkins, K. K. (2012). Observations on student difficulties with mathematics in upper-division electricity and magnetism. Physical Review Special Topics - Physics Education Research 8(1), 010111.
- [Per06] Perkins, K., Adams, W., Dubson, M., Finkelstein, N., Reid, S., Wieman, C. & Le-Master, R. (2006). *PhET: Interactive Simulations for Teaching and Learning Physics*. The Physics Teacher 44(1), 18-23.
- [Pet12] Petko, D. (2012). Teachers' pedagogical beliefs and their use of digital media in classrom: Sharpening the focus of the 'will, skill, tool' model and integrating teachers' constructivist orientations. Computers & Education 58(4), 1351-1359.
- [Pfe04] Pfeifer, H., Schmiedel, H. & Stannarius, R. (2004). Kompaktkurs Physik mit virtuellen Experimenten und Pr
 üfungsaufgaben. Wiesbaden: Teubner.

- [Pfi14] Pfisterer, S. (2014). Eine digitale Agenda f
 ür die Schule. In J. Maxton-K
 üchenmeister & J. Me
 ßinger-Koppelt (Hrsg.): Digitale Medien im naturwissenschaftlichen Unterricht (S. 15-20). Hamburg: Joachim Herz Stiftung Verlag.
- [Pie93] Pierson, H. O. (1993). Handbook of Carbon, Graphite, Diamond and Fullerenes. Park Ridge, NJ: Noyes.
- [Pie95] Pientka, H. (1995). Ferrofluide. Physikalische Eigenschaften, Versuche, Anwendungen. Praxis der Naturwissenschaften - Physik 44(8), 28-31.
- [PIS06] PISA Konsortium Deutschland (Hrsg.) (2006). PISA 2006 Die Ergebnisse der dritten internationalen Vergleichsstudie. Münster: Waxmann.
- [Pla00] Planck, M. (1900). Zur Theorie des Gesetzes der Energieverteilung im Normalspectrum. Verhandlungen der Deutschen Physikalischen Gesellschaft 2(17), 237-245.
- [Poc07] Pocovi, M. C. (2007). The effect of a history-based instructional material on the students' understanding of field lines. Journal of Research in Science Teaching 44(1), 107-132.
- [Pod10] Podolefsky, N. S., Perkins, K. K. & Adams, W. K. (2010). Factors promoting engaged exploration with computer simulations. Physical Review Special Topics - Physics Education Research 6(2), 020117.
- [Poi21] Poisson, S. D. (1821). Mémoire sur la théorie du magnétisme. Mémoires de l'Académie Royale des Sciences de l'Institut de France 5, 247-338.
- [Pol09] Pollock, S. J. (2009). Longitudinal study of student conceptual understanding in electricity and magnetis. Physical Review Special Topics - Physics Education Research 5(2), 020110.
- [Pov02] Povh, B. & Rosina, M. (2002). Streuung und Strukturen Ein Streifzug durch die Quantenphänomene. Berlin: Springer.
- [Pre12] Prediger, S. & Link, M. (2012). Die fachdidaktische Entwicklungsforschung Ein lernprozessfokussierendes Forschungsprogramm mit Verschränkung fachdidaktischer Arbeitsbereiche. In Vorstand der Gesellschaft für Fachdidaktik (GFD) (Hrsg.): Formate fachdidaktischer Forschung. Empirische Projekte - historische Analysen - theoretische Grundlegungen (S. 29-46). Münster: Waxmann.
- [Pri06a] Price, D. J. & Rosswog, S. (2006). Producing Ultrastrong Magnetic Fields in Neutron Star Mergers. Science 312(5774), 719-722.
- [Pri06b] Priemer, B. (2006). Deutschsprachige Verfahren der Erfassung von epistemologischen Überzeugungen. Zeitschrift für Didaktik der Naturwissenschaften 12, 177-197.

[Pur98] Purchase, H. (1998). Defining Multimedia. IEEE MultiMedia 5(1), 8-15.

- [Qia13] Qian, A. R., Yin, D. C., Yang, P. F., Lv, Y., Tian, Z. C. & Shang, P. (2013). Application of Diamagnetic Levitation Technology in Biological Sciences Research. IEEE Transactions on Applied Superconductivity 23(1), 3600305.
- [Rac09] Rachel, A., Heran-Dörr, E., Wiesner, H. & Waltner, C. (2009). Verstehen bereits Grundschulkinder das Elementarmagnet-Modell? In D. Höttecke (Hrsg.): Chemie- und Physikdidaktik für die Lehramtsausbildung. Gesellschaft für Didaktik der Chemie und Physik. Jahrestagung in Schwäbisch Gemünd 2008 (S. 107-109). Münster: LIT.
- [Rac12] Rachel, A., Heran-Dörr, E., Waltner, C. & Wiesner, H. (2012). Das Eisen-Magnet-Modell im Unterricht - Chance und Grenzen. Naturwissenschaften im Unterricht Physik 23(127), 10-15.
- [Rac13] Rachel, A. (2013). Auswirkungen instruktionaler Hilfen bei der Einführung des (Ferro-)Magnetismus. In H. Niedderer, H. Fischler & E. Sumfleth (Hrsg.): Studien zum Physik- und Chemielernen (Bd. 157). Berlin: Logos.
- [Rai06] Raith, W. (Hrsg.) (2006). Bergmann Schaefer Lehrbuch der Experimentalphysik Band 2 Elektromagnetismus. Berlin: Walter de Gruyter.
- [Rak03] Rákoš, M., Murín, J., Kafka, D., Varga, Z. & Olčák, D. (2003). NMR and magnetic susceptibility study of woods and cellulose. Czechoslovak Journal of Physics 34(4), 332-340.
- [Ram53] Ramsauer, C. (1953). Grundversuche der Physik in historischer Darstellung 1.
 Band: Von den Fallgesetzen bis zu den elektrischen Wellen. Berlin: Springer.
- [Rau77] Rau, A. R. P. (1977). Phenomena exhibiting strong magnetic field mixing. Physical Review A 16(2), 613-617.
- [Rav94] Ravanis, K. (1994). The Discovery of Elementary Magnetic Properties in Preschool Age - Qualitative and Quantitative Research within a Piagetian Framework. European Early Childhood Education Research Journal 2(2), 79-91.
- [Rei05a] Reinmann, G. (2005). Innovation ohne Forschung? Ein Plädoyer für den Design-Based Research-Ansatz in der Lehr-Lernforschung. Unterrichtswissenschaft 33(1), 52-69.
- [Rei05b] Reiss, G. & Hütten, A. (2005). Applications beyond data storage. Nature Materials 4(10), 725-726.
- [Rei12] Reich, K. (2012). Konstruktivistische Didaktik: Das Lehr- und Studienbuch mit Online-Methodenpool. Weinheim: Beltz.
- [Reh10] Rehm, M. & Stäudel, L. (2010). Nature of Science Erwartungen und Ansätze. Naturwissenschaften im Unterricht Chemie 21(118/119), 14-15.

- [Rik66] Rikitake, T. (1966). *Electromagnetism and the Earth's Interior*. Amsterdam: Elsevier.
- [Rio04] Riordan, R. D., Khonsari, M., Jeffries, J, Maskell, G. F. & Cook, P. G. (2004). Pineapple juice as a negative oral contrast agent in magnetic resonance cholangiopancreatography: a preliminary evaluation. The British Journal of Radiology 77(924), 991-999.
- [Rob06] Robitaille, P.-M. & Berliner, L. (2006). Ultra High Field Magnetic Resonance Imaging. New York, NY: Springer Science + Business Media.
- [Roc00] Roche, J. J. (2000). B and H, the intensity vectors of magnetism: A new approach to resolving a century-old controvery. American Journal of Physics **68**(5), 438-449.
- [Rod13] Roddeck, W. (2013). Grundprinzipien der Mechatronik Modellbildung und Simulation mit Bondgraphen. Wiesbaden: Springer Vieweg.
- [Rös84] Rösner, W., Wunner, G., Herold, H. & Ruder, H. (1984). Hydrogen atoms in arbitrary magnetic fields: I. Energy levels and wavefunctions. Journal of Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics 17, 29-52.
- [Rom90] Romani, R. W. (1990). A unified model of neutron-star magnetic fields. Nature 347, 741-743.
- [Ros05] Rosengrant, D., Van Heuvelen, A. & Etkina, E. (2005). Free-Body Diagrams: Necessary or Sufficient? In J. Marx, P. Heron & S. Franklin (Eds.): AIP Conference Proceedings (pp. 177-180). Sacramento, CA: AIP Press.
- [Ros06] Rosengrant, D., Van Heuvelen, A. & Etkina, E. (2006). Case Study: Students' Use of Multiple Representations in Problem Solving. In P. Heron, L. McCullough & J. Marx (Eds.): AIP Conference Proceedings (pp. 49-52). Sacramento, CA: AIP Press.
- [Rub06] Rubitzko, T. (2006). Aktives Lernen mit multiplen Repräsentationen Zur Vermittlung komplexer physikalischer Inhalte mit Texten, Bildern, Animationen und Simulationen. Dissertation. P\u00e4dagogische Hochschule Ludwigsburg.
- [Sad11] Sadaghiani, H. R. (2011). Using multimedia learning modules in a hybrid-online course in electricity and magnetism. Physical Review Special Topics - Physics Education Research 7(1), 010102.
- [Sag06] Saglam, M. & Millar, R. (2006). Upper High School Students' Understanding of Electromagnetism. International Journal of Science Education 28(5), 543-566.
- [Sar12] Sarafoglou, N., Kafatos, M. & Beall, J. H. (2012). Simultaneity in the Scientific Enterprise. Studies in Sociology of Science 3(3), 20-30.

- [Sau68] Saunderson, A. (1968). A permanent magnet Gouy balance. Physics Education 3(5), 272-273.
- [Sav05] Savinainen, A., Scott, P. & Viiri, J. (2005). Using a Bridging Representation and Social Interactions to Foster Conceptual Change: Designing and Evaluating and Instructional Sequence for Newton's Third Law. Science Education 89(2), 175-195.
- [Saw98] Sawicki, C. A. (1998). Inexpensive demonstration of the magnetic properties of matter. The Physics Teacher 36(9), 553-555.
- [Sca11] Scaife, T. M. & Heckler, A. F. (2011). Interference between electric and magnetic concepts in introductory physics. Physical Review Special Topics - Physics Education Research 7(1), 010104.
- [Sch03] Schnotz, W. & Bannert, M. (2003). Construction and interference in learning from multiple representation. Learning and Instruction 13(2), 141-156.
- [Sch06] Schecker, H. & Parchmann, I. (2006). Modellierung naturwissenschaftlicher Kompetenz. Zeitschrift für Didaktik der Naturwissenschaften 12, 45-66.
- [Sch07a] Schittich, C., Staib, G., Balkow, D., Schuler, M. & Sobek, W. (2007). Glass Construction Manual. Basel: Birkhäuser.
- [Sch07b] Schwabl, F. (2007). Quantenmechanik Eine Einführung. Berlin: Springer.
- [Sch10] Schneider, M. B. (2010). Quantum Mechanics for Beginning Physics Students. The Physics Teacher 48(7), 484-486.
- [Sch13] Schomaker, C. (2013). Magnetismus ein faszinierendes (Alltags-)Phänomen. Didaktische Zielsetzungen im Kontext von Sachunterricht. Grundschule Sachunterricht 15(59), 2-3.
- [Sch14a] Schaeffer, H. A. & Langfeld, R. (2014). Werkstoff Glas Alter Werkstoff mit großer Zukunft. Berlin: Springer Vieweg.
- [Sch14b] Schnotz, W. (2014). Integrated Model of Text and Picture Comprehension. In R. E. Mayer (Ed.): The Cambridge Handbook of Multimedia Learning (pp. 72-103). Cambridge: Cambridge University Press.
- [Sch14c] Schreiber, N., Theyßen, H. & Schecker, H. (2014). Diagnostik experimenteller Kompetenz: Kann man Realexperimente durch Simulationen ersetzen? Zeitschrift für Didaktik der Naturwissenschaften 20, 161-173.
- [Sch14d] Scheid, J., Müller, A., Hettmannsperger, R. & Schnotz, W. (2013). Fostering the Understanding of Scientific Experiments and Phenomena Through Representational Analysis Tasks. In C. P. Constantinou, N. Papadouris & A. Hadjigeorgiou (Eds.): E-Book

Proceedings of the ESERA 2013 Conference: Science Education Research For Evidence-Based Teaching and Coherence in Learning (pp. 103-109). Nicosia, Cyprus: European Science Education Research Association.

- [Sch94] Schnotz, W. (1994). Wissenserwerb mit logischen Bildern. In B. Weidemann (Hrsg.): Wissenserwerb mit Bildern: Instruktionale Bilder in Printmedien, Film/Video und Computerprogrammen (S. 95-147). Bern: Hans Huber.
- [Sch97] Schadt, M. (1997). Liquid Crystal Materials and Liquid Crystal Displays. Annual Review of Materials Science 27, 305-379.
- [Sed11] Sederberg, D. (2011). Trajectories of Middle School Students' Mental Models of Magnetism Across Scale. Dissertation. Purdue University.
- [Sel43] Selwood, P. W. (1943). Magnetochemistry. New York, NY: Interscience.
- [Sem87] Semon, M. D. & Taylor, J. R. (1987). Expectation Values in the Aharonov-Bohm Effect. Nuovo Cimento B 100(3), 389-401.
- [Sim00] Simon, M. D. & Geim, A. K. (2000). Diamagnetic levitation: Flying frogs and floating magnets. Journal of Applied Physics 87(9), 6200-6204.
- [Sim01] Simon, M. D., Heflinger, L. O. & Geim, A. K. (2001). Diamagnetically stabilized magnet levitation. American Journal of Physics 69(6), 702-713.
- [Sim58] Simon, H. & Suhrmann, R. (Hrsg.) (1958). Der lichtelektrische Effekt und seine Anwendungen. Berlin: Springer.
- [Sim94] Simmonds, R., Browning, K., Rinker, A., Gastouniotis, T. & Ion, D. (1994). Demonstrating paramagnetism using liquid nitrogen. The Physics Teacher 32(6), 374-375.
- [Ski12] Skinner, B. F. (2012). The science of learning and the art of teaching. In E. Stones (Ed.): Reading in Educational Psychology (pp. 301-312). London: Routledge.
- [Sko08] Skomski, R. (2008). Simple Models of Magnetism. Oxford: Oxford University Press.
- [Smi72] Smith, R., Henry, R. J. W., Surmelian, G. L., O'Connel, R. F. & Rajagopal, A. K. (1972). Energy Spectrum of the Hydrogen Atom in a Strong Magnetic Field. Physical Review D 6(12), 3700-3701.
- [Sta21] Starling, S. G. (1921). Electricity and Magnetism. London: Longmans.
- [Ste09] Stelzer, T., Gladding, G., Mestre, J. P. & Brookes, D. T. (2009). Comparing the efficacy of multimedia modules with traditional textbooks for learning introductory physics content. American Journal of Physics 77(2), 184-190.

- [Ste10] Stelzer, T., Brookes, D. T., Gladding, G. & Mestra, J. P. (2010). Impact of multimedia learning modules on an introductory course on electricity and magnetism. American Journal of Physics 78(7), 755-759.
- [Ste16] Steffensky, M. & Hardy, I. (2016). Ein Bildungsangebot zum Thema Magnetismus für den Kindergarten. In K. Liebers, B. Landwehr, S. Reinhold, S. Riegler & R. Schmidt (Hrsg.): Facetten grundschulpädagogischer und -didaktischer Forschung (S. 249-250). Wiesbaden: Springer.
- [Ste94] Stepans, J. (1994). Targeting Students' Science Misconceptions: Physics Science Conepts Using the Conceptual Change Model. Riverview, FL: Idea Factory.
- [Stö10] Stöcker, H. (2010). Taschenbuch der Physik. Frankfurt am Main: Harry Deutsch.
- [Sto00] Stokking, K. M. (2000). Predicting the choice of physics in secondary education. International Journal of Science Education 22(12), 1261-1283.
- [Sto39] Stoner, E. C. (1939). Collective electron ferromagnetism. II. Energy and specific heat. Proceedings of the Royal Society of London A 169(938), 339-371.
- [Sto97] Stokes, D. E. (1997). Pasteur's Quadrant Basic Science and Technological Innovation. Washington, D. C.: Brookings Institution Press.
- [Str11] Stroth, U. (2011). Plasmaphysik Phänomene, Grundlagen, Anwendungen. Wiesbaden: Vieweg + Teubner.
- [Sul12] Suleder, M. (2012). Pfeil- und Liniendarstellungen in elektrischen und magnetischen Feldern Vor- und Nachteile. Praxis der Naturwissenschaften - Physik in der Schule 61(4), 29-33.
- [Sul71] Sullivan, S., Thorpe, A. N. & Hambright, P. (1971). An Inexpensive Magnetic Susceptibility Balance. Journal of Chemical Education 48(5), 345-347.
- [Sun09] Sunderland, A., Ju, L., Blair, D. G., McRae, W. & Golden, H. (2009). Low magnetic susceptibility materials and applications in magnetic gradiometry. Smart Materials and Structures 18(9), 095038.
- [Swe03] Sweller, J., Kalyuga, S., Ayres, P. & Chandler, P. (2003). The Expertise Reversal Effect. Educational Psychologist 38(1), 23-31.
- [Swe11] Sweller, J., Ayres, A. & Kalyuga, P. (2011). Cognitive Load Theory. New York, NY: Springer.
- [Swe05] Sweller, J. (2005). Implications of cognitive load theory for multimedia learning.
 In R. E. Mayer (Ed.): The Cambridge Handbook of Multimedia Learning (pp. 19-30).
 Cambridge: Cambridge University Press.

- [Swe88] Sweller, J. (1988). Cognitive Load During Problem Solving: Effects on Learning. Cognitive Science 12(2), 257-285.
- [Tan08] Tanel, Z. & Erol, M. (2008). Students' Difficulties in Understanding the Concepts of Magnetic Field Strength, Magnetic Flux Density and Magnetization. Latin-American Journal of Physics Education 2(3), 184-191.
- [Tar98] Tarciso Borges, A. & Gilbert, J. K. (1998). Models of magnetism. International Journal of Science of Education 20(3), 361-378.
- [Tes04] Tesch, M. & Duit, R. (2004). Experimentieren im Physikunterricht Ergebnisse einer Videostudie. Zeitschrift für Didaktik der Naturwissenschaften 10, 51-69.
- [Tip15] Tipler, P. A. & Mosca, G. (2015). Physik f
 ür Wissenschaftler und Ingenieure. Berlin: Springer Spektrum.
- [Tho72] Thomson, W. (1872). Reprint of Papers on Electrostatics and Magnetism. London: Macmillan.
- [Ton86] Tonomura, A., Osakabe, N., Matsuda, T., Kawasaki, T., Endo, J., Yano, S. & Yamada, H. (1986). Evidence for Aharonov-Bohm Effect with Magnetic Field Completely Shielded from Electron Wave. Physical Review Letters 56(8), 792-795.
- [Tor07] Torigoe, E. & Gladding, G. (2007). Same to Us, Different to Them: Numeric Computation versus Symbolic Representation. In L. McCullough, L. Hsu & P. Heron (Eds.): AIP Conference Proceedings (pp. 153-156). Syracuse, NY: AIP Press.
- [Uba96] Uba, S., Uba, L., Yaresko, A. N., Perlov, A. Y., Antonov, V. N. & Gontarz, R. (1996). Optical and magneto-optical properties of Co/Pt multilayers. Physical Review B 53(10), 6526-6535.
- [Uhd12] Uhden, O. (2012). *Mathematisches Denken im Physikunterricht*. Dissertation. Technische Universität Dresden.
- [Uhl25] Uhlbeck, G. E. & Goudsmit, S. A. (1925). Ersetzung der Hypothese vom unmechanischen Zwang durch eine Forderung bezüglich des inneren Verhaltens jedes einzelnen Elektrons. Naturwissenschaften 13(47), 953-954.
- [Ull83] Ullmann, D. (1983). Ernst Florens Friedrich Chladni. Leipzig: Teubner.
- [Urb12] Urban-Woldron, H. & Hopf, M. (2012). Entwicklung eines Testinstruments zum Verständnis in der Elektrizitätslehre. Zeitschrift für Didaktik der Naturwissenschaften 18, 201-227.

- [Vag08] Vagin, D. V., Gerasimenko, T. N. & Polyakov, P. A. (2008). Exact Analytical Expression for Magnetic Field Induction of Rectangular Shape Sample. Moscow University Physics Bulletin 63(6), 422-424.
- [Ver14] Vercellati, S. & Michelini, M. (2013). Pupils' Discussion to Understand Magnetic Interactions. In C. P. Constantinou, N. Papadouris & A. Hadjigeorgiou (Eds.): E-Book Proceedings of the ESERA 2013 Conference: Science Education Research For Evidence-Based Teaching and Coherence in Learning (pp. 457-463). Nicosia: European Science Education Research Association.
- [Vle32] Van Vleck, J. H. (1932). The Theory of Electric and Magnetic Susceptibilities. Oxford: Clarendon.
- [Vle78] Van Vleck, J. H. (1978). Quantum mechanics The key to understanding magnetism. Review of Modern Physics 50(2), 181-189.
- [Völ10] Völker, C. (2010). Mobile Medien: Zur Genealogie des Mobilfunks und zur Ideengeschichte von Virtualität. Bielefeld: transcript.
- [Voi99] Voigt, W. (1899). Zur Theorie der magneto-optischen Erscheinungen. Annalen der Physik 303(2), 345-365.
- [Wag06a] Wagner, A., Altherr, S., Eckert, B. & Jodl, H. J. (2006). Multimedia in physics education: a video for the quantitative analysis of the centrifugal force and the coriolis force. European Journal of Physics 27(5), 27-30.
- [Wag06b] Wagner, A., Altherr, S., Eckert, B. & Jodl, H. J. (2006). Multimedia in physics education: two teaching videos on the absorption and emission spectrum of sodium. European Journal of Physics 27(6), 31-35.
- [Wag37] Wagenschein, M. (1937). Zusammenhänge der Naturkräfte. Braunschweig: Vieweg.
- [Wag70] Wagenschein, M. (1970). Ursprüngliches Verstehen und exaktes Denken II. Stuttgart: Klett.
- [Wag83] Wagenschein, M. (1983). Erinnerungen f
 ür morgen: Eine p
 ädagogische Autobiographie. Weinheim: Beltz.
- [Wal10] Waldrip, B., Prain, V. & Carolan, J. (2010). Using Multi-Model Representations to Improve Learning in Junior Secondary Science. Research in Science Education 40(1), 65-80.
- [Wal11] Waltner, C., Heran-Doerr, E., Rachel, A. & Wiesner, H. (2011). How iron becomes magnetized - the introduction of a model of ferromagnetism in secondary school physics. Physics Education 46(3), 259-264.

- [Wal66] Waldron, R. D. (1966). *Diamagnetic Levitation Using Pyrolytic Graphite*. Review of Scientific Instruments **37**(1), 29-35.
- [Wan27] Wang, S. C. (1927). The Diamagnetic Susceptibility of Hydrogen Molecule and of Helium in the New Quantum Mechanics. Proceedings of the National Academy of Sciences 13(12), 798-800.
- [Wat07] Watt, J. I. & Roth, B. J. (2007). An Elementary Model of the Earth's Magnetic Field. The Physics Teacher 45(3), 168-170.
- [Web98] Weberruß, V. A. (1998). Quantenphysik im Überblick: Ein Buch zum schnellen Einstieg in die verschiedenen Arbeitsmethoden der Quantenphysik. München: Oldenbourg.
- [Wei07] Weiss, P. (1907). L'hypothèse du champ moléculaire et la propriété ferromagnétique. Journal da Physique Théorique et Appliquée **6**(1), 661-690.
- [Wei08] Weinberger, P. (2008). John Kerr and his effects found in 1877 and 1878. Philosophical Magazine Letters 88(12), 897-907.
- [Wel15] Die Welt (2015). Überraschung bei "Rosetta"-Mission Tschuris Kern ist unmagnetisch. Online: http://www.welt.de/newsticker/news2/article139541946/Ueberraschungbei-Rosetta-Mission-Tschuris-Kern-ist-unmagnetisch.html (Abruf: 08.06.2016).
- [Wel98] Welzel, M., Haller, K., Bandiera, M., Hammelev, D., Koumara, P., Niedderer, H., Paulsen, A., Robinault, K. & von Aufschnaiter, S. (1998). Ziele, die Lehrende mit dem Experimentieren in der naturwissenschaftlichen Ausbildung verbinden - Ergebnisse einer europäischen Umfrage. Zeitschrift für Didaktik der Naturwissenschaften 4(1), 29-44.
- [Wer01] Wernig, S. (2001). Magnetismus Zauberei? In Universitäten Klagenfurt, Wien, Innsbruck, Graz (Hrsg.): Pädagogik und Fachdidaktik für Lehrer/Innen (S. 1-10). Klagenfurt: IFF.
- [Wes07] Westphalen, A. (2007). Advanced MOKE Investigations: Remagnetization Processes of Microsized Structures. Dissertation. Ruhr-Universität Bochum.
- [Wes11] Westphal, N., Schön, L.-H. & Grebe-Ellis, J. (2011). Die Merkmale phänomenbasierten Physikunterrichts. PhyDid B - Didaktik der Physik - Beiträge zur DPG-Frühjahrstagung, Münster.
- [Wes52] Westphal, W. H. (1952). *Physikalisches Wörterbuch*. Berlin: Springer.
- [Whi79] White, R. T. (1979). Relevance of practical work to comprehension of physics. Physics Education 14(6), 384-387.
- [Wid92] Wida, S. (1992). *Neodymium Magnets*. The Science Teacher **59**(1), 28-31.

- [Wie08a] Wieman, C. E., Adams, W. K. & Perkins, K. K. (2008). PhET: Simulations That Enhance Learning. Science 322(5902), 682-683.
- [Wie08b] Wieman, C. E., Perkins, K. K. & Adams, W. K. (2008). Oersted Medal Lecture 2007: Interactive simulations for teaching physics: What works, what doesn't, and why. American Journal of Physics 76(4-5), 393-399.
- [Wie10a] Wieman, C. E., Adams, K. K., Loeblein, P. & Perkins, K. K. (2010). Teaching Physics Using PhET Simulations. The Physics Teacher 48(4), 225-227.
- [Wie10b] Wiesner, H., Tobias, V., Waltner, C., Hopf, M., Wilhelm, T. & Sen, A. I. (2010). Dynamik in den Mechanikunterricht. PhyDid B - Didaktik der Physik - Beiträge zur DPG-Frühjahrstagung, Hannover.
- [Wie92] Wiesner, H. (1992). Elementarisierung der Quantenphysik: Didaktische Erfordernisse und fachliche Bedenken. In H. Fischler (Hrsg.): Quantenphysik in der Schule (S. 184-200). Kiel: IPN.
- [Wie95] Wiesner, H. (1995). Physikunterricht an Schülervorstellungen und Lernschwierigkeiten orientiert. Unterrichtswissenschaft 23(2), 127-145.
- [Wil11] Wilhelm, T., Tobias, V., Waltner, C., Hopf, M. & Wiesner, H. (2011). Design-Based Research am Beispiel der zweidimensional-dynamischen Mechanik. In S. Bernholt (Hrsg.): Konzepte fachdidaktischer Strukturierung für den Unterricht. Jahrestagung in Oldenburg 2011 (S. 31-47). Münster: LIT.
- [Wil12] Wilcox, J. & Richey, L. R. (2012). May the Magnetic Force be With You. Science and Children 50(2), 62-67.
- [Wil14] Wilhelm, T. & Hopf, M. (2014). Design-Forschung. In D. Krüger, I. Parchmann & H. Schecker (Hrsg.): Methoden in der naturwissenschaftsdidaktischen Forschung (S. 31-42). Berlin: Springer.
- [Wil24] Wills, A. P. & Hector, L. G. (1924). The Magnetic Susceptibility of Oxygen, Hydrogen and Helium. Physical Review 23(2), 209-220.
- [Wil72] Wiltschko, W. & Wiltschko, R. (1972). Magnetic Compass of European Robins. Science 176(4030), 62-64.
- [Wil97] Willems, P. L. (1997). Demonstrating diamagnetism. The Physics Teacher 35(8), 463.
- [Win86] Wintgen, D. & Friedrich, H. (1986). Matching the low-field region and the high-field region for the hydrogen atom in a uniform magnetic field. Journal of Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics 19(7), 991-1011.

- [Wit74] Wittrock, M. C. (1974). Learning as a Generative Process. Educational Psychologist 11(2), 87-95.
- [Wit85] Witzel, A. (1985). *Das problemzentrierte Interview*. In G. Jüttemann (Hrsg.): Qualitative Forschung in der Psychologie (S. 227-255). Weinheim: Beltz.
- [Wol01] Wolf, S. A., Awschalom, D. D., Buhrmann, R. A., Daughton, J. M., von Molnár, S., Roukes, M. L., Chtchelkanova, A. Y. & Treger, D. M. (2001). Spintronics: A Spin-Based Electronics Vision for the Future. Science 294(5546), 1488-1495.
- [Wol08a] Wolfschmidt, G. (2008). Von Kompaß und Sextant zu Radar und GPS Geschichte der Navigation. In G. Wolfschmidt (Hrsg.): Navigare necesse est - Geschichte der Navigation (S. 17-144). Norderstedt: Books on Demand.
- [Wol08b] Wolfsperger, H. A. (2008). Elektromagnetische Schirmung Theorie und Praxisbeispiele. Berlin: Springer.
- [Wol87] Wolters, G. (1987). Mach I, Mach II, Einstein und die Relativitätstheorie Eine Fälschung und ihre Folgen. Berlin: Walter de Gruyter.
- [Won10] Wong, D., Lee, P. & Foong, S. K. (2010). A datalogger demonstration of electromagnetic induction with a falling, oscillating and swinging magnet. Physics Education 45(4), 394-401.
- [Woo10] Woollins, J. D. (2010). Inorganic Experiments. Weinheim: Wiley-VCH.
- [Woo13] Wood, D. & Sebranek, J. (2013). Electromagnetic Induction with Neodymium Magnets. The Physics Teacher 51(6), 344-345.
- [Yin11] Yin, S.-N., Wang, C.-F., Yu, Z.-Y., Wang, J., Liu, S.-S., Chen, S. (2011). Versatile Bifunctional Magnetic-Fluorescent Responsive Janus Supraballs Towards the Flexible Bead Display. Advanced Materials 23(26), 2915-2919.
- [Zep89] Zeper, W. B., Greidanus, F. J. A. M., Carcia, P. F. & Fincher, C. R. (1989). Perpendicular magnetic anisotropy and magneto-optical Kerr effect of vapor-deposited Co/Ptlayered structures. Journal of Applied Physics 65(12), 4971-4975.
- [Zha00] Zhang, B. & Harding, A. K. (2000). High Magnetic Field Pulsars and Magnetars: A Unified Picture. The Astrophysical Journal 535(1), 51-54.
- [Zol02] Zollman, D. A., Rebello, S. & Hogg, K. (2002). Quantum mechanics for everyone: Hands-on activities integrated with technology. American Journal of Physics 70(3), 252-259.

Abbildungsverzeichnis

| 1.1 | Ausschnitt aus dem Projektteaser Magnetismus hoch 4 | 3 |
|-----|--|----|
| 2.1 | Darstellung unterschiedlicher Modelldimensionen zur Kategorisierung | |
| | von Modellen | 12 |
| 2.2 | Visuelle Realisierungen von Modellen zur Beschreibung von | |
| | ferromagnetischen Phänomene. | 14 |
| 2.3 | Variationen der visuellen Realisierung des Modells der | |
| | Elementarmagneten | 15 |
| 2.4 | Darstellung von typischen Schülervorstellungen zu magnetischen | |
| | Phänomenen | 27 |
| 2.5 | Ergebnisse zu Item 2.1. der Fragebogenuntersuchung zur | |
| | Berücksichtigung von Magnetismus in der schulischen Praxis. \ldots . | 39 |
| 2.6 | Ergebnisse zu Item 3.1. der Fragebogenuntersuchung zur Behandlung | |
| | von Magnetismus in der schulischen Praxis. | 50 |
| 2.7 | Ergebnisse zu Item 3.2. der Fragebogenuntersuchung zur Behandlung | |
| | von Magnetismus in der schulischen Praxis. | 51 |
| 2.8 | Darstellung der dia-, para- und ferromagnetische Elemente im | |
| | Periodensystem bei Magnetfeldern $B < 10^6{\rm T}$ unter | |
| | Standardbedingungen. | 54 |
| 2.9 | Fachliche Bezüge der vier zentralen Erscheinungsformen von | |
| | Magnetismus. | 57 |
| 3.1 | Multiple Repräsentationen des Projektes Magnetismus hoch 4 | 64 |
| 3.2 | Zusammenhang zwischen der Nutzung unterschiedlicher | |
| | Repräsenationsebenen nach dem EIS-Prinzip sowie der | |
| | verschiedenartigen Informationsverarbeitung im sensorischen | |
| | Gedächtnis und den drei zentralen Projektinhalten | 66 |

| 3.3 | Darstellung des Prozesses der Informationsverarbeitung ergänzt um experimentelle Repräsentationsformen und die haptische | |
|------|---|-----|
| | Sinnesverarbeitung. | 73 |
| 3.4 | Einordnung des Design-Based Research in das Quadrantenschema | |
| | wissenschaftlicher Forschung | 80 |
| 3.5 | Darstellung der typischen Vorgehensweise bei Forschungsprojekten | |
| | nach dem Prinzip des Design-Based Research. | 82 |
| 4.1 | Struktur der Vorgehensweise der fachlichen Klärung zum Magnetismus | |
| | unter Berücksichtigung fachlicher und didaktischer Aspekte | 86 |
| 4.2 | Phänomenologische Betrachtung fünf ausgewählter | |
| | Magnetismusformen bei Wechselwirkung einer Substanz mit einem | |
| | äußeren Magnetfeld unter Ausbildung der Magnetisierung \dot{M} | 90 |
| 4.3 | Phänomenologische Betrachtung fünf ausgewählter | |
| | Magnetismusformen nach Wechselwirkung einer Substanz mit einem | |
| | äußeren Magnetfeld. | 94 |
| 4.4 | Darstellung unterschiedlicher Erscheinungsformen von Magnetismus | 95 |
| 4.5 | Darstellung möglicher Ansätze zur Analyse einer Phänomenologie von | |
| | Magnetismus. | 96 |
| 4.6 | Darstellung der analytischen Berechnung des Verlaufs der Feldlinien | |
| | eines Permanentmagneten. | 105 |
| 4.7 | Schematische Darstellung des Verlaufs der magnetischen Feldstärke H | |
| | und der magnetischen Flussdichte B im Inneren und Außeren von | |
| | Materie mit Magnetisierung M | 106 |
| 4.8 | Darstellung der analytischen Berechnung des Feldlinienverlaufs bei | |
| | gegenseitiger Annäherung parallel bzw. antiparallel magnetisierter | |
| | Objekte | 108 |
| 4.9 | Visualisierung der Abhängigkeit der Magnetisierung M dia- und | |
| | paramagnetischer Stoffe von der magnetischen Flussdichte B | 117 |
| 4.10 | Visualisierung der Abhängigkeit der Magnetisierung M | |
| | ferromagnetischer Stoffe von der magnetischen Flussdichte B | 119 |
| 4.11 | Visualisierung der BM -Hysteresekurven hart- und weichmagnetischer | |
| | Substanzen. | 122 |
| 4.12 | Schematische Darstellung der Wirkung eines stromdurchflossenen | |
| | Leiters auf eine Kompassnadel (Oersted-Versuch) | 125 |

| 4.13 | Schematische Darstellungen der Stromdichteverteilung im Allgemeinen und im Falle einer stromdurchflossenen Leiterschleife | 128 |
|------|--|-----|
| 4.14 | Schematische Darstellung des Gedanken experiments zur Äquivalenz des \vec{B} - und \vec{E} -Feldes. | 131 |
| 4.15 | Visualisierung der relevanten Inhalte zur makroskopischen Beschreibung von Magnetismus | 140 |
| 4.16 | Schematische Darstellung des Modells der Weissschen Bezirke für unterschiedliche Grade der Magnetisierung. | 142 |
| 4.17 | Schematische Darstellung der Weissschen Bezirke in Verbindung mit einer ferromagnetischen Hysteresekurve. | 145 |
| 4.18 | Schematische Darstellung zur klassischen Berechnung des diamagnetischen Moments eines an einen Wasserstoffkern gebundenen Elektrons im Magnetfeld. | 151 |
| 4.19 | Schematische Darstellung zur klassischen Berechnung des paramagnetischen Moments als Resultat eines Kreisstroms. | 159 |
| 4.20 | Schematische Darstellung zur Entstehung von "skipping orbits" im Kontext diamagnetischer Momente. | 168 |
| 4.21 | Visualisierung der Wellenfunktion $\Psi_{210}(r, \vartheta, \varphi)$ (p-Welle) nach Transformation (T.2) und (T.3), d. h. nach Schnitt durch die <i>xz</i> -Ebene und Transformation auf den Kreis mit Radius R_0 | 175 |
| 4.22 | Visualisierung der Wellenfunktion $\Psi_{210}(r, \vartheta, \varphi)$ (p-Welle) nach Transformation (T.4), d. h. nach Hinzufügen der drehenden Räder für zwei exemplarische Werte der Phase ϕ | 176 |
| 4.23 | Visualisierung der Wellenfunktion $\Psi_{210}(r, \vartheta, \varphi)$ (p-Welle) und der zugehörigen Aufenthaltswahrscheinlichkeit für unterschiedliche Phasen ϕ in Ergänzung zu Abbildung 4.25 | 178 |
| 4.24 | Darstellung des Erhaltes von sechs Knotenpunkten am Beispiel der Wellenfunktion Ψ_{431} (f-Welle) nach Transformation (T.4) bei Variation der Phase φ | 179 |
| 4.25 | Visualisierung des Vektorpotentials \vec{A}_0 zum Feld $\vec{B} = B \cdot \vec{e}_z$ für unterschiedliche Skalarfelder Λ in Ergänzung zu Abbildung 4.23 | 183 |

| 4.26 | Visualisierung der Wellenfunktion Ψ_{320} , der | |
|------|---|-----|
| | Aufenthaltswahrscheinlichkeit $\varrho_{320},$ des Magnetfeldes $\vec{B}=B\cdot\vec{e}_y$ und | |
| | des Vektor potentials \vec{A} zur Veranschaulichung der Eichfreiheit bei der | |
| | Phase ϕ bzw. des Skalarfeldes A | 187 |
| 4.27 | Schematische Darstellung zum Versuchsaufbau des zum | |
| | Aharonov-Bohm-Effekt gehörigen Interferenzexperimentes | 191 |
| 4.28 | Schematische Darstellung des Elektrons als klassisches Punktteilchen | |
| | mit Bahnbewegung um eine Achse und Eigendrehung um die Spinachse. | 193 |
| 4.29 | Schematische Darstellung des Versuchsaufbaus zum | |
| | Stern-Gerlach-Experiment. | 194 |
| 4.30 | Darstellung des Spins als Qubit in Form einer Zeigerposition auf dem | |
| | Einheitskreis. | 197 |
| 4.31 | Messung des Spins in z -Richtung und Angabe der Wahrscheinlichkeit | |
| | für zwei exemplarische Zeigerpositionen bei Beschreibung durch Qubits. | 198 |
| 4.32 | Schematische Darstellung des Stern-Gerlach-Experimentes unter | |
| | Berücksichtigung des Spins der Silberatome bei Modellierung durch | |
| | Qubits | 200 |
| 4.33 | Darstellung kreisförmiger Elektronenzustände im Bohrschen | |
| | Atommodell sowie der Erweiterung nach de Broglie durch Zuordnung | |
| | stehender. | 202 |
| 4.34 | Interpretation der Energiezustände n des Bohrschen Atommodells als | |
| | Anzahl der Knotenlinien klassischer Schwingungszustände in zwei | |
| | Dimensionen. | 204 |
| 4.35 | Darstellung des Spektrums der Elektronenzustände bei Energieniveau | |
| | \boldsymbol{n} und Interpretation des Elektrons als zweidimensionales Objekt unter | |
| | Berücksichtigung der Ortszustände | 205 |
| 4.36 | Darstellung des Spektrums der Elektronenzustände bei Energieniveau | |
| | \boldsymbol{n} und Interpretation des Elektrons als dreidimensionales Objekt unter | |
| | Berücksichtigung der Ortszustände | 206 |
| 4.37 | Visualisierung des höherdimensionalen Elektronenzustands als | |
| | Produkt aus Ortszustand und Spinzustand | 207 |
| 4.38 | Darstellung der Anordnung und Symmetrien der Eigenzustände $n, l,$ | |
| | \boldsymbol{m} und \boldsymbol{s} und Interpretation des Elektrons als vierdimensionales | |
| | Objekt unter Berücksichtigung der Orts- und Spinzustände | 208 |

| 4.39 | Zusammenfassende Darstellung der wesentlichen Beiträge und Träger | |
|------|---|-----|
| | magnetischer Momente | 211 |
| 4.40 | Darstellung des Einflusses des Vektor potentials \vec{A} auf den | |
| | Wellenfunktionsanteil $R_0+\tilde{Y}_{3\pm 1}$ unter Ausbildung des magnetischen | |
| | Strommomentes des Elektrons $\vec{\mu}_{e,I}$ | 223 |
| 4.41 | Visualisierung der Wahrscheinlichkeit für eine parallele $(\uparrow\uparrow)$ bzw. | |
| | antiparallele $(\uparrow\downarrow)$ Ausrichtung von Spins zu einem äußeren Magnetfeld | |
| | \vec{B} in Abhängigkeit von der Temperatur T | 227 |
| 4.42 | Zusammenfassende Darstellung einer Abschätzung der | |
| | Größenordnungen der Beiträge zum atomaren magnetischen | |
| | Gesamtmoment $\vec{\mu}$, ihrer Ursachen und Träger für $B \approx 1 \text{ T.} \dots \dots$ | 233 |
| 4.43 | Visualisierung mikroskopischer Ströme der Atomorbitale und des | |
| | Elektronenspins als zentrale Ursachen für die Erklärung der Natur | |
| | magnetischer Momente | 234 |
| 4.44 | Darstellung von atomarem Magnetismus der Elemente im | |
| | Periodensystem bei Magnetfeldern $B < 10^6{\rm T}$ unter | |
| | Standardbedingungen | 236 |
| 4.45 | Darstellung des Molekül orbitals des Wasserstoffmoleküls H_2 | 239 |
| 4.46 | Darstellung der atomaren Struktur von Graphen. | 243 |
| 4.47 | Darstellung des Molekül orbitals des Sauerstoffmoleküls O $_2.$ | 245 |
| 4.48 | Vergleichende Darstellung der diskreten besetzten Energieniveaus für | |
| | $N \ll N_{\rm A}$ sowie bei großen Teilchenzahlen $N \gtrsim N_{\rm A}$ im Übergang zur | |
| | kontinuierlichen Zustandsdichte bei T=0 | 250 |
| 4.49 | Verlauf der Fermiverteilung $f(E,T)$ für unterschiedliche | |
| | Temperaturen sowie Darstellung der Zustandsdichte $D(E)$ | 252 |
| 4.50 | Darstellung vom Magnetismus quasifreier Elektronen der Elemente im | |
| | Periodensystem bei Magnetfeldern $B < 10^6{\rm T}$ unter | |
| | Standardbedingungen | 253 |
| 4.51 | Darstellung der möglichen Zustande für das freie Elektronengases | |
| | $(B=0)$ und unter dem Einfluss der Landau-Quantisierung $(B\neq 0)$ | |
| | sowie der helix- bzw. schraubenförmigen Elektronenbahn freier | |
| | Elektronen bei existierendem Magnetfeld. | 257 |
| 4.52 | Darstellung der möglichen Energiezustände mit und ohne äußeres | |
| | Magnetfeld als Hilfe zur Herleitung der Landau-Suszeptibilität $\chi_{\rm Landau}.$ | 259 |

| 4.53 | Darstellung des Einflusses eines äußeren Magnetfeldes auf die Gestalt eines Atomorbitals verglichen mit dem Einfluss des Potentials für das Coulomb-Potential $V_{\rm C}(r)$ des Wasserstoffatoms sowie $V(r) = 0$ für freie Elektronen. | 262 |
|------|---|-----|
| 4.54 | Qualitative Darstellung von Schnitten durch die Wellenfunktionen Y_{10} und Y_{11} mit linearer Ausrichtung eines magnetischen Felds und unterschiedlicher Stärke. | 264 |
| 4.55 | Visualisierung der Zustandsdichten $D(E)$ der Zustände <i>spin up</i> $ \uparrow\rangle$ und <i>spin down</i> $ \downarrow\rangle$ zur Veranschaulichung der Verschiebung der Zustandsdichten bei angelegtem äußerem Magnetfeld <i>B</i> | 267 |
| 4.56 | Modellierung der Verschiebung der Zustandsdichte $D(E)$ durch Änderung der Energie in der Analogie als Wassermodell | 271 |
| 4.57 | Modellierung der ferromagnetischen Austauschwechselwirkung über die Vorstellungen eines Spin-Schalters zur Transformation der Ortswellenfunktion. | 279 |
| 4.58 | Darstellung des zweidimensionalen Ising-Modells zum Verständnis des Austauschintegrals J_{ex} bei Wechselwirkung eines Spins mit den nächsten Nachbarn und ausgezeichneter Richtung \vec{e}_z . | 282 |
| 4.59 | Visualisierung des Stoner-Modells zur Beschreibung der Entstehung spontaner Magnetisierungen und ferromagnetischer Zustände | 285 |
| 4.60 | Visualisierung der relevanten Inhalte zur mikroskopischen Beschreibung von Magnetismus | 291 |
| 4.61 | Übersicht über Kriterien zur Bestimmung magnetischer Erscheinungsformen in Abhängigkeit von der Struktur der Materie | 293 |
| 4.62 | Darstellung der \vec{B} -Feld-Abhängigkeit der magnetischen Momente der mikroskopischen Ströme $\vec{\mu}_{e,I}$ und des Spins $\vec{\mu}_{e,s,\text{eff}}$ von Elektronen bei T = 293.15 K. | 297 |
| 4.63 | Darstellung der Temperatur-Abhängigkeit der magnetischen Momente der mikroskopischen Ströme $\mu_{e,I}$ und des Spins $\mu_{e,s,eff}$ von Elektronen bei $B = 1$ T | 300 |
| 4.64 | Darstellung zur graphischen Bestimmung der Magnetisierung $\tilde{M}_{ex} = V M_{ex} \mu_{B}$ als Beschreibung des Phasenübergangs | 303 |

| 4 | 1.65 | Zusammenfassende Darstellung der Struktur der fachlichen Klärung in |
|---------|------|--|
| | | Form einer Strukturierung zentraler Lehrinhalte im Bereich |
| | | Magnetismus |
| L, | 5.1 | Funktionelle Aspekte von Experimenten in der Lehre |
| L. | 5.2 | Versuchsaufbau des magnetischen Pendels als Experiment zur |
| | | Einführung in die Phänomenologie des Dia-, Para- und |
| | | Ferromagnetismus |
| 5 | 5.3 | Exemplarisches Versuchsergebnis des magnetischen Pendels für einen |
| | | Neodymmagneten (N40) und eine Probe aus pyrolytischem Graphit |
| | | bzw. Aluminium |
| 5 | 5.4 | Versuchsaufbau der magnetischen Torsionsdrehwaage zur |
| | | Demonstration der Phänomenologie schwach dia- und |
| | | paramagnetischer Substanzen |
| Ц. | 5.5 | Qualitative Darstellung der dynamischen Annäherung dia- und |
| | | paramagnetischer Proben an einen Neodymmagneten |
| L, | 5.6 | Darstellung der paramagnetischen Anziehung und diamagnetischen |
| | | Abstoßung zwischen Probe und Magnet resultierend in einer |
| | | Belastung bzw. Entlastung der Magnetismuswaage |
| L U | 5.7 | Darstellung der Versuchsaufbauten für die Messung der magnetischen |
| | | Suszeptibilität mit der Faraday-, Gouy- und Evans-Waage |
| L, | 5.8 | Versuchsaufbau der Magnetismus zur quantitativen Bestimmung der |
| | | magnetischen Volumensuszeptibilität dia- und paramagnetischer Proben.343 |
| 5 | 5.9 | Probenhalter mit quaderförmigen Ausschnitt zur Positionierung der |
| | | Proben im Abstand d zum Neodymmagneten beim Experiment |
| | | Magnetismuswaage |
| 5 | 5.10 | Vergleichende Darstellung der Füllung des Probenhalters bei |
| | | blockförmigen und flüssigen Proben und Proben in granular Form 349 |
| 5 | 5.11 | Schema zur Bestimmung der räumlichen Verteilung des |
| | | Magnetfeldgradienten nach Messung der z-Komponente des |
| | | Magnetfeldes im Abstand $z_{\rm u}$ und $z_{\rm o}$ zum Magneten |
| Ц. С | 5.12 | Visualisierung der Flächenberechnung zur Funktion |
| | | $B_z^2(z) = B_z^2(x=0, y=0, z).$ 352 |

| 5.13 | Vergleich der experimentellen und theoretischen Bestimmung der z-Koordinate des Magnetfeldes B_z bei Variation der horizontalen Position x ($y = 0$) im Abstand z zum Magneten | 56 |
|------|--|----|
| 5.14 | Experimentelle Bestimmung des räumlichen Verlaufes des Magnetfeldes verwendeten Neodymmagneten bei z_0 und z_u | 57 |
| 5.15 | Darstellung der Ergebnisse der Magnetismuswaage über das Verhältnis von experimentell bestimmten Werte und Literaturwerten für die magnetische Volumensuszeptibilität χ_V für die Waage mit 0.01 g-Sensitivität | 60 |
| 5.16 | Darstellung der Ergebnisse der Magnetismuswaage über das Verhältnis von experimentell bestimmten Werte und Literaturwerten für die magnetische Volumensuszeptibilität χ_V für die Waage mit 0.001 g-Sensitivität. | 63 |
| 5.17 | Darstellung der Ergebnisse der Magnetismuswaage als Vergleich zwischen theoretischer Berechnung der experimentellen Werte nach Gleichung (5.28) bzw. (5.30) | 66 |
| 5.18 | Grundlegende Geometrien des magnetooptischen Kerr-Effektes 3 | 68 |
| 5.19 | Schematische Darstellung einer ferromagnetischen Domänenstruktur sowie der entsprechenden Abbildung der MOKE- bzw. Kerr-Mikroskopie.3 | 69 |
| 5.20 | Schematische Darstellung der Wirkung einer veränderten Magnetisierung \vec{M} auf links- und rechtszirkular polarisiertes Licht mit Folge einer um $\Theta_{\rm K}$ gedrehten Polarisationsebene von linear polarisiertem Licht | 72 |
| 5.21 | Schematische Darstellung zum verwendeten Versuchsaufbau zur Messung des magnetooptischen Kerr-Effektes in polarer Geometrie 3 | 79 |
| 5.22 | Foto des Versuchsaufbaus zur Messung des polaren magnetooptischen Kerr-Effekts mit schulischen Mitteln | 83 |
| 5.23 | Messergebnisse der magnetischen Hysterese einer <i>Co/Pt</i> -Probe mit mikrooptischer Bank und einer Photodiode. Zur Darstellung der Reproduzierbarkeit werden pro Versuchsaufbau drei Messungen durchgeführt und angegeben | 86 |

| 5.24 | Messergebnisse der magnetischen Hysterese einer Co/Pt -Probe mit | |
|------|--|-----|
| | mikrooptischer Bank und zwei Photodioden. Zur Darstellung der | |
| | Reproduzierbarkeit werden pro Versuchsaufbau drei Messungen | |
| | durchgeführt und angegeben | 387 |
| 5.25 | Messergebnis der magnetischen Hysterese einer Co/Pt -Probe bei | |
| | Spannungsmessung mit einer Photodiode ohne Tiefpassfilter und | |
| | schulischen Mitteln. | 388 |
| 6.1 | Storyboard einer frühen Phase in der Entwicklung des Projektteasers | |
| | nach ersten inhaltlichen und konzeptionellen Überlegungen. | 396 |
| 6.2 | Stiltest zur Darstellung des Wissenschaftlers für unterschiedliche | |
| | Phasen des Teasers. | 398 |
| 6.3 | Farbschema für die Visualisierung der Stärke und Art der | |
| | Magnetismusform eines Objektes. | 400 |
| 6.4 | Storyboardähnliche Darstellung der finalen Realisierung des | |
| | Projektteasers. | 401 |
| 6.5 | Benutzeroberfläche der interaktiven Simulation zur | |
| | Magnetismuswaage in einer fortgeschrittenen Ansicht | 406 |
| 6.6 | Visualisierung der Magnetisierung in der interaktiven Simulation zur | |
| | Magnetismuswaage mit spezieller Pfeilrepräsentation. | 407 |
| 6.7 | Variationen zur Berücksichtigung des Versuchsaufbaus in der | |
| | interaktiven Simulation zur Magnetismuswaage als Maßnahme gegen | |
| | die Notwendigkeit von Referenzmessungen. | 409 |
| 6.8 | Benutzeroberfläche der interaktiven Simulation zur | |
| | Magnetismuswaage in unterschiedlichen Betriebsarten. | 412 |
| 6.9 | Benutzeroberfläche der interaktiven Simulation zur Untersuchung von | |
| | ferromagnetischen Magnetisierungskurven | 417 |
| 6.10 | Darstellung des Teilbereiches der interaktiven Simulation zu | |
| | Magnetisierungskurven mit Bezug zum realen Versuchsaufbau zur | |
| | Magnetisierung einer ferromagnetischen Probe durch ein äußeres | |
| | Magnetfeld. | 420 |
| 6.11 | Darstellung des Teilbereiches der interaktiven Simulation zu | |
| | Magnetisierungskurven in Form einer ferromagnetischen | |
| | Hysteresekurve im BM -Diagramm als Resultat der Vektorsumme der | |
| | magnetischen Momente. | 421 |

| 6.12 | Darstellung des Teilbereiches der interaktiven Simulation zu | |
|------|--|-----|
| | Magnetisierungskurven für die Variation der Magnetfeldstärke als | |
| | interaktives Element. | 422 |
| 7.1 | Untersuchungsplan zur praktischen Erprobung der Projektinhalte mit Sitzungsinhalten und Erhebungsinstrumenten. | 430 |
| 7.2 | Konzeption der Triangulation zur Untersuchung in den Bereichen Fachwissen (konzeptuelles Verständnis), Projektteaser und interaktive Simulation (Magnetisierungskurven) mithilfe von Fragebögen, Interviews und Gruppendiskussionen | 433 |
| 7.3 | Ergebnisse der geschlossenen Fragebogenitems, siehe Anhang F.2 bzw. Anhang F.3, zur allgemeinen Beurteilung der Studierenden der Sitzung 1 und Sitzung 2 der Praxisdurchführung mit Angabe des Mittelwertes und der Standardabweichung. | 435 |
| 7.4 | Zuordnung der Kategorien der empirischen Untersuchung zur Erhebung des konzeptuellen Verständnisses zur Auswertung der Interviews mit Bezug zur Struktur der entwickelten Sachstruktur im Vergleich zu Abbildung 4.1. | 448 |
| B.1 | Darstellung einer leichten und schweren Achse als Analogie der Ausrichtung von Kompassnadeln mit und ohne äußeres Magnetfeld $B.$. | 561 |
| B.2 | Exemplarische Darstellung zweier makroskopischer Objekte zur Darstellung der Formanisotropie und Angabe der Entmagnetisierungsfaktoren N_i . | 562 |
| B.3 | Darstellung der Ursache für die magnetokristalline Anisotropie bei Spinausrichtung und Umorientierung der Elektronenverteilung durch Spin-Bahn-Kopplung. | 563 |
| B.4 | Visualisierung der Abhängigkeit der Magnetisierung \vec{M} von der magnetischen Flussdichte \vec{B} für eine singuläre Domäne nach dem Stoner-Wohlfarth-Modell bei Ausrichtung des äußeren Magnetfeldes parallel zur leichten Achse der magnetokristallinen Anisotropie und Abbildung der zu unterschiedlichen Zuständen gehörigen | |
| | Potentialzustände. | 567 |

| B.5 | Darstellung des Feldlinienverlaufs bei Annäherung parallel | |
|-----|--|---|
| | magnetisierter Objekte. Vergleich des Feldlinienverlaufs bei | |
| | theoretischer Berechnung und experimenteller Realisierung 57 | 0 |
| B.6 | Darstellung des Feldlinienverlaufs bei Annäherung antiparallel | |
| | magnetisierter Objekte. Vergleich des Feldlinienverlaufs bei | |
| | theoretischer Berechnung und experimenteller Realisierung 57 | 1 |
| G.1 | Darstellungen der Ergebnisse der geschlossenen Fragebogenitems unter | |
| | FB2.6 zu den Einstellungen der Studierenden zum Projektteaser | |
| | (0 = Stimme nicht zu" bis $3 = $ Stimme voll zu") 62 | 1 |
| G.2 | Ergebnisse einer Erhebung zur Beurteilung des Projektteaser beim | |
| | Multimedia Science Slam 2015 | 2 |
| G.3 | Darstellungen der Ergebnisse der geschlossenen Fragebogenitems unter | |
| | FB3.6 zu den Einstellungen der Studierenden zur interaktiven | |
| | Simulation zu ferromagnetischen Magnetisierungsprozessen | |
| | (0 = Stimme nicht zu" bis $3 = $ Stimme voll zu") 62 | 3 |
| | | |

- Die Abbildungen 1.1, 6.1, 6.2 und 6.4 sowie Teile von Abbildung 3.1 zum Kurzfilm *Magnetismus hoch 4* wurden von Matthias Ries und Lukas von Berg erstellt.
- Die Abbildungen 6.5, 6.6, 6.7 und 6.8 zur interaktiven Simulation Magnetismuswaage wurden von Matthias Ries erstellt.
- Die Abbildungen 6.9, 6.10, 6.11 und 6.12 zur interaktiven Simulation zu ferromagnetischen Magnetisierungskurven wurden von Stefan Denecke erstellt.
- Die Abbildung 4.8 wurde in Teilen mithilfe der freien Software *VectorFieldPlot* als *Python*-Skript unter der GNU General Public License erstellt.
- Alle weiteren Abbildungen wurden vom Autor der vorliegenden Arbeit eigenständig erstellt.

Tabellenverzeichnis

| 2.1 | Kategoriensystem zur Auswertung der Stärken und Schwächen des |
|-----|---|
| | Modells der Elementarmagnete im Rahmen der Befragung von |
| | Lehrpersonen zur schulischen Behandlung von Magnetismus 42 |
| 2.2 | Ergebnisse der Analyse der Stärken des Modells der |
| | Elementarmagneten nach empirischer Untersuchung |
| 2.3 | Ergebnisse der Analyse der Schwächen des Modells der |
| | Elementarmagneten nach empirischer Untersuchung |
| 4.1 | Zusammenfassende Darstellung der charakteristischen Gleichungen der |
| | Magneto- und Elektrostatik |
| 4.2 | Zusammenfassende Darstellung der mikroskopischen und |
| | makroskopischen Maxwell-Gleichungen |
| 4.3 | Zusammenfassende Darstellung der Resultate des klassischen |
| | Berechnung der magnetische Momente und Energiebeiträge beim Dia- |
| | und Paramagnetismus |
| 4.4 | Zusammenfassende Darstellung der Eigenschaften der vier Beiträge |
| | zum atomaren magnetischen Gesamtmoment $\vec{\mu}$ |
| 4.5 | Zusammenfassende Darstellung des Triplett- und Singulett-Zustandes |
| | des Wasserstoffmoleküls H_2 |
| 4.6 | Zusammenfassende Darstellung der Übersicht der Größenordnungen |
| | der Magnetfeldstärken realer Objekte |
| 4.7 | Zusammenfassende Darstellung der Curie-Temperatur $T_{\rm C}$ |
| | unterschiedlicher Elemente des Periodensystem |
| 5.1 | Zusammenfassende Darstellung der Flächenberechnung zur Funktion |
| | $\partial B_z^2(z)/\partial z$ für das Gesamtintervall und bei Auslassung von |
| | Teilintervallen |

| 5.2 | Experimentelle Ergebnisse der Messungen der magnetischen | |
|-----|---|-----|
| | Volumensuszeptibilität χ_V unterschiedlicher Proben im Vergleich zu | |
| | Literaturwerten für die Waage mit 0.01 g-Sensitivität. | 359 |
| 5.3 | Experimentelle Ergebnisse der Messungen der magnetischen | |
| | Volumensuszeptibilität χ_V unterschiedlicher Proben im Vergleich zu | |
| | Literaturwerten für die Waage mit 0.001 g-Sensitivität. | 362 |
| 5.4 | Übersicht der Variationen des Versuchsaufbaus und der Messgrößen bei | |
| | Durchführung von Experimenten zum polaren magnetooptischen | |
| | Kerr-Effekt. | 384 |
| 6.1 | Übersicht über die magnetischen und elektrischen Stoffeigenschaften | |
| | der Substanzen zur interaktiven Simulation zur Magnetismuswaage | 414 |
| 7.1 | Zuordnung der Fragebogenitems FB1.1a bis FB1.9 zu den Kategorien | |
| | K1 bis K6 der problemzentrierten Leitfadeninterviews | 452 |
| 7.2 | Induktiv erstellte Kategorien zu den Stärken und Schwächen des | |
| | Projektteasers nach Auswertung der offenen Fragebogenitems FB2.3 | |
| | bis FB2.5 | 479 |
| 7.3 | Finales Kategoriensystem zur Auswertung der offenen Fragebogenitems | |
| | und Gruppendiskussionen zum Projekt teaser | 480 |
| 7.4 | Induktiv erstellte Kategorien zu den Stärken und Schwächen der | |
| | interaktiven Simulation zu Magnetisierungskurven nach Auswertung | |
| | der offenen Fragebogenitems FB3.3 bis FB3.5 | 490 |
| 7.5 | Finales Kategoriensystem zur Auswertung der offenen Fragebogenitems | |
| | und Gruppendiskussionen zur interaktiven Simulation zu | |
| | Magnetisierungskurven. | 491 |
| B.1 | Angabe des Radialanteils der Wellenfunktion $R_{nl}(r)$ und der | |
| | Kugelflächenfunktion $Y_{lm}(\vartheta, \varphi)$ für Wasserstoff für $n = 1, 2, 3$ | 572 |
| B.2 | Angabe der zu n gehörigen (2 $l+1)$ -reelen Orbitale für Wasserstoff bis | |
| | zur Nebenquantenzahl $l = 2$ | 573 |
Anhang

- A.1 Übersicht Grunddaten empirischer Untersuchungen
- **B.1** Magnetische Anisotropie
- **B.2** Theorie des Mikromagnetismus
- B.3 Feldlinienbilder bei Anziehung und Abstoßung zweier Permanentmagneten
- B.4 Wellenfunktionen des Wasserstoffatoms
- **B.5** Reelle Atomorbitale des Wasserstoffatoms
- B.6 Wahrscheinlichkeitsstromdichte im äußeren Magnetfeld
- B.7 Magnetische Suszeptibilität des Magnetismus quasifreier Elektronen
- C.1 Version A Fragebogen Lehrerbefragung
- C.2 Version B Fragebogen Lehrerbefragung
- D.1 Sprechertext zum einführenden Kurzfilm (deutsch)
- D.2 Sprechertext zum einführenden Kurzfilm (englisch)
- E.1 Materialien Praxisdurchführung
- E.2 Forscherbuch Praxisdurchführung
- F.1 Fragebogen konzeptuelles Verständnis
- F.2 Fragebogen Projektteaser
- F.3 Fragebogen interaktive Simulation Magnetisierungskurven
- F.4 Interviewleitfaden: Konzeptuelles Verständnis

- ${\bf F.5}$ Codierleitfaden: Konzeptuelles Verständnis
- G.1 Ergebnisse geschlossene Items Einstellung der Studierenden (Projektteaser)
- G.2 Ergebnisse Befragung Multimedia Science Slam 2015 (Projektteaser)
- ${\bf G.3}$ Ergebnisse geschlossene Items Einstellung der Studierenden (Widget)

A.1 Übersicht Grunddaten empirische Untersuchungen

Nachfolgend finden sich die Grunddaten der Stichproben der empirischen Untersuchungen zum konzeptuellen Verständnis und Vorstellungen von Lernenden über Magnetismus, die in Kapitel 2.1.2 zur Darstellung des aktuellen Forschungsstandes beschrieben werden:

| Quelle | Studie | Land | Stichpro | be | Methode |
|---------|--------------------------------|------|----------------------------|----------------------------|--|
| [Ban36] | Banholzer, 1936 | GER | <i>N</i> = 212 | Kl. 1-9 | Qual. Interviews |
| [Bar87] | Barrow, 1987 | USA | N = 78 | Kl. 5 | Qual. Interviews |
| [Cha12] | Challapalli et al., 2012 | ITA | N = 201 N = 114 | Kl. 1-5 Kl. 6-8 | CLOE Labs CLOE Labs |
| [Con01] | Constantinou et al., 2001 | CYP | <i>N</i> = 165 | Vorschule | Qual. Interviews |
| [Dui89] | Duit, 1989 | GER | - | - | Metaanalyse |
| [Eri94] | Erickson, 1994 | CAN | $N\approx 120$ | Kl. 4,7,10 | Quant. Fragebögen |
| [Gui04] | Guisasola et al., 2004 | ESP | N = 235 N = 24 | Kl. 11-12 Kl. 11-12 | Qual. Fragebögen Qual. Interviews |
| [Kes11] | Kesonen et al., 2011 | FIN | <i>N</i> = 33 | Studierende | Quant. Fragebögen |
| [Kir93] | Kircher & Rohrer, 1993 | GER | <i>N</i> = 38 | Kl. 2-4 | Qual. Interviews (CSEM) |
| [Kop10] | Kopp & Martschinke, 2010 | GER | N = 69 N = 10 N = 80 | Kl. 2 Kl. 3 Kl. 4 | Qual. Fragebögen Qual. Interviews Qual. Fragebögen |
| [Mal01] | Maloney et al., 2001 | USA | N > 1500 | Studierende | Quant. Fragebögen (CSEM) |
| [Mey91] | Meyer, 1991 | USA | N = 8 N = 8 | Kl. 4 Kl. 7 | Qual. Interviews Qual. Interviews |
| [Pep12] | Pepper et al., 2012 | USA | N > 210 - | Studierende Studierende | Quant. Fragebögen Qual. Interviews |

| Anhang |
|--------|
|--------|

| [Rac09] | Rachel et al., 2009 | GER | N = 538 N = 538 | Kl. 4 Kl. 7 | Quant. Fragebögen Quant. Fragebögen |
|---------|---------------------------------|-----------|--------------------|----------------------------|--|
| [Sag06] | Saglam & Millar, 2006 | TUR UK | N = 120 N = 152 | Studierende Studierende | Qual. Fragebögen Qual. Fragebögen |
| [Sed11] | Sederberg, 2011 | USA | <i>N</i> = 148 | Kl. 10-12 | Qual. & quant. Fragebögen |
| [Ste94] | Stepans, 1994 | USA | - | - | Metaanalyse |
| [Tan08] | Tanel & Erol, 2008 | TUR | <i>N</i> = 169 | Studierende | Quant. Fragebögen |
| [Tar98] | Tarciso Borges Gilbert, 1998 | BRA | <i>N</i> = 56 | Studierende | Qual. Interviews |
| [Ver14] | Vercellati & Michelini, 2014 | ITA | - | Kl. 4 | CLOE Labs |

B.1 Magnetische Anisotropie

Kollektive magnetische Phänomene weisen sich durch das Potential zum Erhalt einer Magnetisierung aus. Auf diese Art und Weise lassen sich, wie in Kapitel 4.1.4 beschrieben, insbesondere ferro- und ferrimagnetische Stoffe von dia- und paramagnetischen Substanzen unterscheiden. Analog zur Sachstruktur in Kapitel 4 beziehen sich die nachfolgenden Ausführungen zur magnetischen Anisotropie exemplarisch auf ferromagnetische Phänomene. Die Übertragbarkeit und anschlussfähige Erläuterung für den Ferrimagnetismus ist jedoch gegeben.

Das Phänomen der magnetischen Anisotropie beschreibt die Existenz einer Vorzugsrichtung zur Ausbildung einer remanenten Magnetisierung \vec{M} bei einem realen ferromagnetischen Objekt. Als Maß für die magnetische Anisotropie wird typischerweise die Anisotropieenergie E_{ani} , die den Energieunterschied zwischen der energetisch günstigsten und ungünstigsten Richtung der Magnetisierung angibt, genutzt. Man unterscheidet bei der Ausrichtung üblicherweise die energetisch günstige leichte Achse (easy axis) und die energetisch ungünstige schwere Achse (hard axis), siehe Abbildung B.1. Die Unterscheidung ergibt sich bei spezifischer Übertragung auf ausgezeichnete Raumrichtungen über den Entmagnetisierungsfaktor N. Dabei gilt, dass der Entmagnetisierungsfaktor N_{easy} der leichten stets größer als der Entmagnetisierungsfaktor N_{hard} der schweren Achse(n) ist.



(a) Ausrichtung ohne äußeres Magnetfeld \vec{B} ent- (b) Ausrichtung mit äußerem Magnetfeld \vec{B} entlang der leichten Achse. lang der schweren Achse.

Abbildung B.1: Darstellung einer leichten und schweren Achse als Analogie der Ausrichtung von Kompassnadeln mit und ohne äußeres Magnetfeld B.

Die magnetische Anisotropie existiert in den drei Ausprägungen Formanisotropie, magnetokristalline Anisotropie und induzierte Anisotropie, die sich jeweils ursächlich auf Dipol-Dipol-Wechselwirkungen oder die Spin-Bahn-Kopplung zurückführen lassen. Die nachfolgenden Ausführungen orientieren sich strukturell und inhaltlich an Skomski (2008) [Sko08, S. 114 ff.] sowie Gross und Marx (2014) [Gro14, S. 731 ff.].

Formanisotropie

Die magnetische Formanisotropie beschreibt die vorzugsweise Ausrichtung der Magnetisierung \vec{M} in Abhängigkeit von der makroskopischen geometrischen Struktur des zu magnetisierenden bzw. magnetisierten Objektes, siehe Abbildung B.2. Für einen dünnen ferromagnetischen Film in der *xy*-Ebene bildet sich die Magnetisierung unter Berücksichtigung der makroskopischen Erscheinung stets in der Filmebene aus, siehe Abbildung B.2(a). Bei einem einkristallinen ferromagnetischen Zylinder ($L \gg R$) verläuft die leichte Achse parallel zur Symmetrieachse des Zylinders, siehe Abbildung B.2(b).

Ursächlich für die magnetische Formanisotropie sind Dipol-Dipol-Wechselwirkungen. Die zugehörige Anisotropieenergie E_{form} ergibt sich durch das Streben nach Minimierung der Streufeldenergie des Entmagnetisierungsfeldes, siehe Kapitel B.2, und lässt sich mithilfe des Entmagnetisierungsfaktor N als

$$E_{\rm form} = \frac{\mu_0}{2} \int\limits_V N \vec{M}^2 \,\,\mathrm{d}V \tag{B.1}$$

ausdrücken.

Betrachtet man die Ursache der Formanisotropie stellt man zunächst fest, dass die Wechselwirkung zwischen den Dipolmomenten mit $1/r^3$ abnimmt. Gleichsam wächst die Anzahl der Dipolmomente jedoch proportional zur dritten Potenz der linearen Abmessung, sodass sich die Abhängigkeit von der makroskopischen Form einstellt.



(a) Dünner ferromagnetischer Film. (b) Einkristalliner Zylinder $(L \gg R)$.

Abbildung B.2: Exemplarische Darstellung zweier makroskopischer Objekte zur Darstellung der Formanisotropie und Angabe der Entmagnetisierungsfaktoren N_i .

Neben dem dünnen Film und dem Zylinder lässt sich auch eine einkristalline ferromagnetische Kugel betrachten. Aufgrund der isotropen Form ist für ein entsprechendes Objekt keine Vorzugsrichtung der Magnetisierung zu erwarten. Reale Experimente zur Magnetisierung einer ferromagnetischen Kugel zeigen jedoch, dass eine leichte Achse existiert. Dieser Widerspruch bedingt somit die Existenz einer weiteren Ursache der Anisotropie.

Magnetokristalline Anisotropie

Neben der Formanisotropie stellt die magnetokristalline Anisotropie eine weitere Ausprägung der magnetischen Anisotropie dar. Die magnetokristalline Anisotropie beschreibt die vorzugsweise Ausrichtung der Magnetisierung relativ zu den Kristallachsen und lässt sich insbesondere bei den 3d-Elektronen der Übergangsmetalle oder den 4f-Elektronen der Seltenen Erden beobachten. Neben der nur im geringen Umfang zum Phänomen beitragenden und damit vernachlässigbaren Dipol-Dipol-Wechselwirkung beruht das Phänomen der magnetokristallinen Anisotropie vornehmlich auf der Spin-Bahn-Kopplung, siehe Abbildung B.3. Aufgrund dieser ergibt sich bei Umorientierung der magnetischen Momente im äußeren Magnetfeld und somit Neuausrichtung der Elektronenspins auch eine Umordnung der Bahnmomente.



Abbildung B.3: Darstellung der Ursache für die magnetokristalline Anisotropie bei Spinausrichtung und Umorientierung der Elektronenverteilung durch Spin-Bahn-Kopplung.

Bei anisotroper Elektronenverteilung, also außer bei Elektronen der s-Orbitale, verändert sich durch diese Umorientierung der Überlapp der Wellenfunktionen, sodass sich der Ausrichtung der Magnetisierung unterschiedliche Energien zuweisen lassen. Als Beitrag zur Anisotropieenergie E_{ani} liefert die magnetokristalline Anisotropie

$$E_{\rm mc,uni} = K_1 V \sin^2 \vartheta + K_2 V \sin^4 \vartheta + \dots \tag{B.2}$$

im Falle einer uniaxialen Anisotropie, d. h. es existiert eine ausgezeichnete Symmetrieachse oder -ebene. Dabei bezeichnen K_i die uniaxialen Anisotropiekonstanten und ϑ den Winkel zwischen Magnetisierung \vec{M} und der leichten Achse. Ein typisches Beispiel für ein Material mit uniaxialer magnetokristalliner Anisotropie ist aufgrund seiner hcp-Gitterstruktur Cobalt.

Weiterhin erscheint die magnetokristalline Anisotropie bei anderen Stoffen in Form einer kubischen Anisotropie mit Energiebeitrag

$$E_{\rm mc,kub} = K_1 V \left(\alpha^2 \beta^2 + \beta^2 \gamma^2 + \gamma^2 \alpha^2 \right) + K_2 V \left(\alpha^2 \beta^2 \gamma^2 \right) + \dots$$
(B.3)

mit kubischen Anisotropiekonstanten K_i in Polarkoordinaten $\alpha = \cos \varphi \sin \vartheta$, $\beta = \sin \varphi \sin \vartheta$ und $\gamma = \cos \vartheta$. In diesem Fall existieren im Gegensatz zur uniaxialen Anisotropie mehrere leichte Achsen. Typische Beispiele für diese Ausprägung der magnetokristallinen Anisotropie stellen Eisen (bcc-Gitter, drei leichte Achsen) und Nickel (fcc-Gitter, vier leichte Achsen) dar [Gro14].

Induzierte Anisotropie

Die induzierte Anisotropie umfasst unterschiedliche Beiträge zur gesamten Anisotropie
energie $E_{\rm ani}$. Ein typisches Beispiel stellt die verspannungs
induzierte Anisotropie bei elastischer Verspannung σ e
ines Materials mit Energiebeitrag

$$E_{\rm ind, stress} = \frac{3}{2} \int \sigma \lambda_{\rm s} \, \mathrm{d}V \tag{B.4}$$

dar. λ_s bezeichnet dabei die Sättigungsmagnetostriktion. Die elastische Verspannung σ bewirkt eine Verzerrung der Ladungsverteilung, sodass sich aus der Vorzugsrichtung der Bahndrehimpulse und der Spin-Bahn-Kopplung eine Vorzugsrichtung der Spins ergibt.

Andere Beispiele für die induzierte Anisotropie finden sich bei der Austauschanisotropie, die durch die Austauschkopplung in kollektiv-magnetischen Schichtsystemen eine Hystereseverschiebung bewirkt, der magnetfeldinduzierten Anisotropie, bei der die thermische Behandlung einer metallischen Legierung zur Atomdiffusion und damit zur Ausbildung einer rechteckigen Hysteresekurve führt, oder der Walzanisotropie, die aufgrund mechanischer Materialbehandlungen Rekristallisierungsprozesse verursacht.

B.2 Theorie des Mikromagnetismus

Die Theorie des Mikromagnetismus beschreibt die für kollektiven Magnetismus relevanten Energie- bzw. Enthalpiebeiträge zur Gesamtenergie eines kollektiv magnetischen Systems. Ausgehend von dieser Theorie ist u. a. die Beschreibung und Erklärung ferromagnetischer Magnetisierungskurven möglich, siehe Kapitel 4.1.4.2.

Je nach Literatur werden im Rahmen der Theorie des Mikromagnetismus die Beiträge leicht unterschiedlich bezeichnet bzw. ausgewählt [Kro95, Coe09, Gro14]. Die zentralen Energiebeiträge sind jedoch unabhängig von der jeweiligen Quelle unverändert und sollen nachfolgend erläutert werden. Jedes System strebt danach die Gesamtenergie zu minimieren.

Den ersten Beitrag zur Gesamtenergie repräsentiert stets die Austauschwechselwirkungsenergie E_{ex} . Insbesondere durch Austauschwechselwirkung unterscheidet sich kollektiver Magnetismus von dia- und paramagnetischen Phänomenen. Erläuterungen zur Austauschwechselwirkung und der damit verbundenen Energie finden sich bereits innerhalb der Sachstruktur in Kapitel 4.2.7.

Der zweite Beitrag entspricht der magnetostatischen Energie $E_{\rm ms}$, die in einigen Fällen auch als Entmagnetisierungsenergie bezeichnet wird und der Formanisotropie entspricht. Dieser Energiebeitrag begründet sich durch die Wechselwirkung zwischen einem magnetisierten Körper und dem ihm selbst erzeugten magnetischen Feld. Man betrachte das Streufeld $\vec{H}_{\rm s}$ sowie das Entmagnetisierungsfeld $\vec{H}_N = -N\vec{M}$ mit dem Entmagnetisierungsfaktor N und der Magnetisierung \vec{M} der Formanisotropie und erhält als magnetostatische Energie

$$E_{\rm ms} = \frac{\mu_0}{2} \int_V \vec{H}_{\rm s}^2 \, \mathrm{d}V = -\frac{\mu_0}{2} \int_V \vec{H}_N \cdot \vec{M} \, \mathrm{d}V = \frac{\mu_0}{2} \int_V N\vec{M}^2 \, \mathrm{d}V = E_{\rm form}. \tag{B.5}$$

Ein Vergleich mit Gleichung (B.1) zeigt die Übereinstimmung zwischen der magnetostatischen Energie $E_{\rm ms}$ und der Energie der Formanisotropie $E_{\rm form}$. Das Entmagnetisierungsfeld wird durch die nicht-kompensierten Ladungen an der Oberfläche eines Festkörpers im Inneren eben dieses Objektes erzeugt. Das im Äußeren erzeugte Feld wird dabei als Streufeld bezeichnet [Gro14].

Weitere Beiträge ergeben sich aus der Zeeman-Energie $E_{\rm Z}$ mit

$$E_{\rm Z} = -\mu_0 \int\limits_V = \vec{M} \cdot \vec{H} \, \mathrm{d}V, \tag{B.6}$$

565

die jedoch ebenfalls bereits im Rahmen der fachlichen Klärung in Kapitel 4.2.1.1 und Gleichung (4.96) erläutert wurde, sowie aus den weiteren Beiträgen der magnetischen Anisotropie, d. h. der magnetokristallinen Anisotropieenergie $E_{\rm mc}$ sowie der induzierten Anisotropieenergie $E_{\rm ind}$.

Der letzte und bislang im Rahmen dieser Arbeit noch vollständig vernachlässigte Energiebeitrag entspricht der Wandenergie magnetischer Domänen bzw. Weissscher Bezirke $E_{\rm w}$. Dieser Beitrag beinhaltet die Austauschsteifigkeit A sowie die Anisotropiekonstante K und lässt sich als

$$E_{\rm w} = 4\sqrt{AK} \tag{B.7}$$

formulieren [Mey03]. Der Energiebeitrag stellt sich als Gleichgewicht von Austauschenergie E_{ex} und magnetokristalliner Anisotropieenergie E_{mc} ein und beschreibt somit den Aufbau magnetischer Domänen unter Reduktion der Streufeldenergie.

Als Gesamtenergie des kollektiv magnetischen Systems folgt

$$E = E_{\rm ex} + E_{\rm Z} + \underbrace{E_{\rm ms} + E_{\rm mc} + E_{\rm in}}_{E_{\rm ani}} + E_{\rm w}.$$
 (B.8)

Wie beschrieben, gilt es für jedes System das energetische Minimum zu finden. Die Berechnung eben dieses Zustandes stellt jedoch ein komplexes nicht-lineares Problem dar, das nur näherungsweise zu lösen ist.

"The local magnetiztation $\hat{M}(\vec{r})$ is determined by the competition between interatomic exchange, anisotropy, Zeeman energy, and magnetostatic self-interaction. The energy contributions establish a complicated nonlinear and nonlocal problem, involving metastable magnetic energy minima and leading to a history dependence known as hysteresis."

– Ralph Skomski [Sko08, S. 116]

Aufgrund der Komplexität der Lösung, eignet sich eine Betrachtung des Stoner-Wohlfarth-Modells zum näherungsweisen Verständnis der Vorgänge. Das Stoner-Wohlfarth-Modell beschreibt den Magnetisierungsverlauf einer singulären Domäne in Ellipsoidform unter der Annahme einer uniaxialen magnetokristallinen Anisotropie $E_{\rm mc}$ und betrachtet die Wechselwirkung dieses Energiebeitrags mit der Zeemann-Energie $E_{\rm Z}$

$$E_{\rm SWM} = KV\sin^2\left(\vartheta\right) - \vec{B}\cdot\vec{M} = KV\sin^2\left(\vartheta\right) - BM\cos\left(\gamma - \vartheta\right). \tag{B.9}$$

Dabei bezeichnet γ den Winkel zwischen der leichten Achse und dem äußeren Magnetfeld \vec{B} und ϑ den Winkel zwischen der Magnetisierung \vec{M} und eben dieser Achse. Man betrachte exemplarisch ein System mit Einheitsvolumen $V = 1 \text{ m}^3$, Anisotropiekonstante $K = 1 \text{ J/m}^3$ und Magnetisierung M = 1 A/m. Das äußere Magnetfeld sei in Richtung der leichten Achse mit $\gamma = 0$ ausgerichtet. In diesem Fall folgt für die Energie des Systems

$$E_{\text{SWM}} = E\left(\vartheta\right) = \sin^2\left(\vartheta\right) - \tilde{B}\cos\left(\vartheta\right) \tag{B.10}$$

mit $\hat{B} = B \cdot 1$ A/m. Um für diesen Fall den energetisch günstigsten Zustand des Systems zu bestimmen, d. h. die Vorzugsrichtung der Magnetisierung \vec{M} in Form des Winkels ϑ , ist die Gleichung

$$\frac{\mathrm{d}E(\vartheta)}{\mathrm{d}\vartheta} = 2\sin(\vartheta)\cos(\vartheta) + \tilde{B}\sin(\vartheta) = 0 \tag{B.11}$$

zu lösen. Als Energieminima ergeben sich die Richtungen parallel ($\vartheta = 0$) und antiparallel ($\vartheta = \pi$) zur leichten Achse.

Die Form des Energiepotentials verändert sich mit Variation der magnetischen Feldstärke, siehe Abbildung B.4. Für das zuvor beschriebene Beispiel mit $\gamma = 0$ ergibt sich der in dieser Abbildung dargestellte Hystereseverlauf durch das jeweils existierende



Abbildung B.4: Visualisierung der Abhängigkeit der Magnetisierung M von der magnetischen Flussdichte \vec{B} für eine singuläre Domäne nach dem Stoner-Wohlfarth-Modell bei Ausrichtung des äußeren Magnetfeldes parallel zur leichten Achse der magnetokristallinen Anisotropie und Abbildung der zu unterschiedlichen Zuständen gehörigen Potentialzustände.

Doppelmuldenpotential, bei dem der stabile Zustand sich nur durch Variation des äußeren Magnetfeldes \vec{B} in umgekehrter Richtung verändert und zur Ausbildung einer invers orientierten Magnetisierung \vec{M} führt.

Der in Abbildung B.4 dargestellte Hystereseverlauf entspricht aufgrund der Annahme $\gamma = 0$ einer idealisierten Hysterese eines perfekt hartmagnetischen Materials mit vollständigem Erhalt der Magnetisierung bis zur Koerzitivfeldstärke B_c . Somit stellt der Magnetisierungsvorgang einen vollständig irreversiblen Prozess dar. Der reale Verlauf ähnelt dabei eher dem in Abbildung 4.10 und 4.11 dargestellten Zusammenhang. Für $\gamma = \pi/2$ würde die Hysterese einen vollständig reversiblen Prozess bei einem ideal weichmagnetischen Material repräsentieren, siehe Kapitel 4.1.4.2.

B.3 Feldlinienbilder bei Anziehung und Abstoßung zweier Permanentmagneten

Im Kontext der Diskussion und Beschreibung des Feldlinienverlaufs eines Stabmagneten in Kapitel 4.1.3.1 wird in Abbildung 4.8 der Feldlinienverlauf zweier sich anziehender bzw. abstoßender Ferromagneten, die durch Objekte mit paralleler bzw. antiparalleler Magnetisierung repräsentiert werden, für unterschiedliche Abstände zwischen den Objekten dargestellt. Die Darstellung ermöglicht eine anschauliche Erklärung der Anziehung und Abstoßung mithilfe magnetischer Feldlinien.

Bei antiparalleler Magnetisierung $\vec{M}_1 \uparrow \downarrow \vec{M}_2$ entsteht durch die Abbildung die Vorstellung der gegenseitigen Verdrängung der Felder, da beide Ferromagneten scheinbar danach streben ihr eigenes ursprüngliches Feld zu erhalten. Bei paralleler Magnetisierung $\vec{M}_1 \uparrow \downarrow \vec{M}_2$ gehen die Felder aufgrund der gleichförmigen Ausrichtung einander über und ergänzen sich zu einem Gesamtfeld.

Die in Abbildung 4.8 dargestellte Visualisierung ergibt sich aus der theoretischen Berechnung des Feldlinienverlaufes und stellt die typische ikonische Repräsentation des zu Grunde liegenden symbolischen Zusammenhanges dar. Die Verwendung eines Realexperimentes mit zwei Permanentmagneten, die in unterschiedlichem Abstand und in paralleler bzw. antiparalleler Ausrichtung zueinander positioniert werden können, erlaubt eine enaktive Repräsention des Zusammenhangs. Diese Ergänzung erscheint sinnvoll im Sinne der Verwendung multipler Repräsentationen. In den nachfolgenden Abbildungen B.6 und B.5 werden die theoretisch berechneten Visualisierungen mit Abbildungen der Zustände im zugehörigen Realexperiment vergleichen dargestellt.

Mit beiden Repräsentationsformen lassen sich die gegenseitige Abstoßung der Felder bzw. die Vereinigung bei Annäherung der Permanentmagneten erkennen. Die beiden Ebenen vereinen einerseits ein sehr klares Feldlinienbild der theoretischen Berechnung mit den Erfahrungen einer enaktiven Auseinandersetzung. Nur durch das Realexperiment lassen sich die Kräfte der Anziehung und Abstoßung unmittelbar erfahren, sodass die gemeinsame Betrachtung beider Repräsentationsformen ein umfassendes Bild vermittelt.



(a) $\vec{M}_1 \uparrow \uparrow \vec{M}_2$ - Großer Abstand - Theor. Berechnung.



(c) $\vec{M}_1 \uparrow \uparrow \vec{M}_2$ - Mittlerer Abstand - Theor. Berechnung.



(e) $\vec{M}_1 \uparrow \uparrow \vec{M}_2$ - Geringer Abstand - Theor. Berechnung.



(b) $\vec{M}_1 \uparrow \vec{M}_2$ - Großer Abstand -Exp. Realisierung.



(d) $\vec{M}_1 \uparrow \uparrow \vec{M}_2$ - Mittlerer Abstand - Exp. Realisierung.



(f) $\vec{M}_1 \uparrow \uparrow \vec{M}_2$ - Geringer Abstand -Exp. Realisierung.

Abbildung B.5: Darstellung des Feldlinienverlaufs bei Annäherung parallel magnetisierter Objekte. Vergleich des Feldlinienverlaufs bei theoretischer Berechnung und experimenteller Realisierung.



(a) $\vec{M}_1 \uparrow \downarrow \vec{M}_2$ - Großer Abstand - Theor. Berechnung.



(c) $\vec{M}_1 \uparrow \downarrow \vec{M}_2$ - Mittlerer Abstand - Theor. Berechnung.



(e) $\vec{M}_1 \uparrow \downarrow \vec{M}_2$ - Geringer Abstand - Theor. Berechnung.



(b) $\vec{M}_1 \uparrow \downarrow \vec{M}_2$ - Großer Abstand - Exp. Realisierung.



(d) $\vec{M}_1 \uparrow \downarrow \vec{M}_2$ - Mittlerer Abstand - Exp. Realisierung.



(f) $\vec{M}_1 \uparrow \downarrow \vec{M}_2$ - Geringer Abstand -Exp. Realisierung.

Abbildung B.6: Darstellung des Feldlinienverlaufs bei Annäherung antiparallel magnetisierter Objekte. Vergleich des Feldlinienverlaufs bei theoretischer Berechnung und experimenteller Realisierung.

B.4 Wellenfunktionen des Wasserstoffatoms

Nachfolgend in Tabelle B.1 finden sich die Wellenfunktionen $\Psi_{nlm}(r, \vartheta, \varphi)$ des Wasserstoffatoms. Diese werden als Produkt aus Radialanteil $R_{nl}(r)$ und winkelabhängiger Kugelflächenfunktion $Y_{lm}(\vartheta, \varphi)$ dargestellt.

| \overline{n} | l | m | $R_{nl}(r)$ | $Y_{lm}(artheta,arphi)$ |
|----------------|---|----|---|--|
| 1 | 0 | 0 | $R_{10} = \frac{2}{\sqrt{a_0^3}} e^{-\frac{r}{a_0}}$ | $Y_{00} = \sqrt{\frac{1}{4\pi}}$ |
| 2 | 0 | 0 | $R_{20} = \frac{1}{2\sqrt{2a_0^3}} \left(2 - \frac{r}{a_0}\right) e^{-\frac{r}{2a_0}}$ | $Y_{00} = \sqrt{\frac{1}{4\pi}}$ |
| 2 | 1 | 0 | $R_{21} = \frac{1}{2\sqrt{6a_0^3}} \frac{r}{a_0} e^{-\frac{r}{2a_0}}$ | $Y_{10} = \sqrt{\frac{3}{4\pi}} \cos \vartheta$ |
| 2 | 1 | 1 | $R_{21} = \frac{1}{2\sqrt{6a_0^3}} \frac{r}{a_0} e^{-\frac{r}{2a_0}}$ | $Y_{11} = -\sqrt{\frac{3}{8\pi}}\sin\vartheta \ e^{\mathrm{i}\varphi}$ |
| 2 | 1 | -1 | $R_{21} = \frac{1}{2\sqrt{6a_0^3}} \frac{r}{a_0} e^{-\frac{r}{2a_0}}$ | $Y_{1\text{-}1} = \sqrt{\tfrac{3}{8\pi}} \sin \vartheta \ e^{-\mathrm{i}\varphi}$ |
| 3 | 0 | 0 | $R_{30} = \frac{2}{81\sqrt{3a_0^3}} \left(27 - 18\frac{r}{a_0} + 2\frac{r^2}{a_0^2}\right) e^{-\frac{r}{3a_0}}$ | $Y_{00} = \sqrt{\frac{1}{4\pi}}$ |
| 3 | 1 | 0 | $R_{31} = \frac{4}{81\sqrt{3a_0^3}} \left(6\frac{r}{a_0} - \frac{r^2}{a_0^2} \right) e^{-\frac{r}{3a_0}}$ | $Y_{10} = \sqrt{\frac{3}{4\pi}}\cos\vartheta$ |
| 3 | 1 | 1 | $R_{31} = \frac{4}{81\sqrt{3a_0^3}} \left(6\frac{r}{a_0} - \frac{r^2}{a_0^2} \right) e^{-\frac{r}{3a_0}}$ | $Y_{11} = -\sqrt{\tfrac{3}{8\pi}}\sin\vartheta \ e^{\mathrm{i}\varphi}$ |
| 3 | 1 | -1 | $R_{31} = \frac{4}{81\sqrt{3a_0^3}} \left(6\frac{r}{a_0} - \frac{r^2}{a_0^2} \right) e^{-\frac{r}{3a_0}}$ | $Y_{1-1} = \sqrt{\frac{3}{8\pi}} \sin \vartheta \ e^{-\mathrm{i}\varphi}$ |
| 3 | 2 | 0 | $R_{32} = \frac{4}{81\sqrt{30a_0^3}} \frac{r^2}{a_0^2} e^{-\frac{r}{3a_0}}$ | $Y_{20} = \sqrt{\frac{15}{16\pi}} \left(3\cos^2\vartheta - 1 \right)$ |
| 3 | 2 | 1 | $R_{32} = \frac{4}{81\sqrt{30a_0^3}} \frac{r^2}{a_0^2} e^{-\frac{r}{3a_0}}$ | $Y_{21} = -\sqrt{\tfrac{15}{8\pi}}\sin\vartheta\cos\vartheta\ e^{\mathrm{i}\varphi}$ |
| 3 | 2 | -1 | $R_{32} = \frac{4}{81\sqrt{30a_0^3}} \frac{r^2}{a_0^2} e^{-\frac{r}{3a_0}}$ | $Y_{2\text{-}1} = \sqrt{rac{15}{8\pi}}\sinartheta\cosartheta e^{-\mathrm{i}arphi}$ |
| 3 | 2 | 2 | $R_{32} = \frac{4}{81\sqrt{30a_0^3}} \frac{r^2}{a_0^2} e^{-\frac{r}{3a_0}}$ | $Y_{22} = \sqrt{\frac{15}{32\pi}} \sin^2 \vartheta \ e^{2\mathrm{i}\varphi}$ |
| 3 | 2 | -2 | $R_{32} = \frac{4}{81\sqrt{30a_0^3}} \frac{r^2}{a_0^2} e^{-\frac{r}{3a_0}}$ | $Y_{2-2} = \sqrt{\frac{15}{32\pi}} \sin^2 \vartheta \ e^{-2i\varphi}$ |

Tabelle B.1: Angabe des Radialanteils der Wellenfunktion $R_{nl}(r)$ und der Kugelflächenfunktion $Y_{lm}(\vartheta, \varphi)$ für Wasserstoff für n = 1, 2, 3.

B.5 Reelle Atomorbitale des Wasserstoffatoms

Nachfolgend in Tabelle B.2 finden sich die Wellenfunktionen der reellen Atomorbitale $\Psi_{\text{Orb}}(r, \vartheta, \varphi)$ des Wasserstoffatoms als Überlagerung der Wellenfunktionen $\Psi_{nl\pm m}(r, \vartheta, \varphi)$ dargestellt.

| l | Orbital | $\Psi_{\mathrm{Orb}}\left(Y_{lm} ight)$ | $\Psi_{ m Orb}(r,artheta,arphi)$ |
|---|----------------|---|--|
| 0 | ns | $1 \cdot Y_{00}$ | $\Psi_{ns} = \sqrt{\frac{1}{4\pi}} R_{n0}(r)$ |
| | np_z | $1 \cdot Y_{10}$ | $\Psi_{np_z} = \sqrt{\frac{3}{4\pi}} R_{n1}(r) \cos \vartheta$ |
| 1 | np_x | $-\frac{1}{\sqrt{2}} \cdot Y_{11} + \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot Y_{1-1}$ | $\Psi_{np_x} = \sqrt{\frac{3}{4\pi}} R_{n1}(r) \sin \vartheta \cos \varphi$ |
| | np_y | $\frac{i}{\sqrt{2}} \cdot Y_{11} + \frac{i}{\sqrt{2}} \cdot Y_{1-1}$ | $\Psi_{np_y} = \sqrt{\frac{3}{4\pi}} R_{n1}(r) \sin \vartheta \sin \varphi$ |
| | nd_{z^2} | $1 \cdot Y_{20}$ | $\Psi_{nd_{z^2}} = \sqrt{\frac{15}{16\pi}} R_{n2}(r) \left(3\cos^2\vartheta - 1\right)$ |
| | nd_{xz} | $-\frac{1}{\sqrt{2}} \cdot Y_{21} + \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot Y_{2-1}$ | $\Psi_{nd_{xz}} = \sqrt{\frac{15}{4\pi}} R_{n2}(r) \sin \vartheta \cos \vartheta \cos \varphi$ |
| 2 | nd_{yz} | $\frac{i}{\sqrt{2}} \cdot Y_{21} + \frac{i}{\sqrt{2}} \cdot Y_{2-1}$ | $\Psi_{nd_{yz}} = \sqrt{\frac{15}{4\pi}} R_{n2}(r) \sin \vartheta \cos \vartheta \sin \varphi$ |
| | $nd_{x^2-y^2}$ | $\frac{1}{\sqrt{2}} \cdot Y_{22} + \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot Y_{2-2}$ | $\Psi_{nd_{x^2-y^2}} = \sqrt{\frac{15}{16\pi}} R_{n2}(r) \sin^2 \vartheta \cos 2\varphi$ |
| | nd_{xy} | $-\frac{i}{\sqrt{2}} \cdot Y_{22} + \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot Y_{2-2}$ | $\Psi_{nd_{xy}} = \sqrt{\frac{15}{16\pi}} R_{n2}(r) \sin^2 \vartheta \sin 2\varphi$ |

Tabelle B.2: Angabe der zu n gehörigen (2l + 1)-reelen Orbitale für Wasserstoff bis zur Nebenquantenzahl l = 2.

B.6 Wahrscheinlichkeitsstromdichte im äußeren Magnetfeld

Die Herleitung der Wahrscheinlichkeitsstromdichte j_{nlm} aus Gleichung (4.208) in Kapitel 4.2.4.1 unter Berücksichtigung eines äußeren Magnetfeldes erfolgt analog zur Herleitung ohne äußeres Magnetfeld, siehe Gleichung (4.193) bis (4.197). Im Gegensatz zur Schrödinger-Gleichung aus Gleichung (4.195) ist es jedoch bei Existenz eines äußeren Magnetfeldes notwendig den Impulsoperator $\hat{p} = (i\nabla/h) - e\vec{A}$ zu nutzen. Damit gilt für die zeitliche Ableitung der Wellenfunktion

$$\frac{\partial\Psi}{\partial t} = -\frac{\hbar}{2m_e i} \Delta\Psi + \frac{e\vec{\nabla}\cdot\vec{A}\Psi}{2m_e} + \frac{e\vec{A}\cdot\vec{\nabla}\Psi}{2m_e} + \frac{e^2\vec{A}^2\Psi}{2m_e i\hbar} + \frac{V\Psi}{i\hbar}.$$
 (B.12)

Unter Berücksichtigung der Coulomb-Eichung $\nabla \cdot \vec{A} = 0$ vereinfacht sich dieser Ausdruck und es ergibt sich

$$\frac{\partial\Psi}{\partial t} = -\frac{\hbar}{2m_e i} \Delta\Psi + \frac{e\vec{A}\cdot\vec{\nabla}\Psi}{2m_e} + \frac{e^2\vec{A}^2\Psi}{2m_e i\hbar} + \frac{V\Psi}{i\hbar}.$$
(B.13)

Ersetzt man die zeitlichen Ableitungen der Wellenfunktion in der Kontinuitätsgleichung, siehe Gleichung (4.193) bzw. (4.194), durch Gleichung (B.2) für die Wellenfunktion und die komplex konjugierte Wellenfunktion erhält man

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{j} = -\Psi \cdot \left(\frac{\hbar}{2m_e \mathbf{i}} \Delta \Psi^* + \frac{e\vec{A} \cdot \vec{\nabla} \Psi^*}{2m_e} - \frac{e^2 \vec{A}^2 \Psi^*}{2m_e \mathbf{i}\hbar} - \frac{V\Psi^*}{\mathbf{i}\hbar} \right) -\Psi^* \left(-\frac{\hbar}{2m_e \mathbf{i}} \Delta \Psi + \frac{e\vec{A} \cdot \vec{\nabla} \Psi}{2m_e} + \frac{e^2 \vec{A}^2 \Psi}{2m_e \mathbf{i}\hbar} + \frac{V\Psi}{\mathbf{i}\hbar} \right).$$
(B.14)

Abermals ergibt sich durch die Coulomb-Eichung und die daraus folgende Relation $\vec{\nabla} \cdot (\vec{A}\Psi) = \vec{A} \cdot \vec{\nabla}\Psi$ eine Vereinfachung, sodass sich Gleichung (B.4) als

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{j} = \frac{\hbar}{2m_e \mathrm{i}} \left(\Psi^* \Delta \Psi - \Psi \Delta \Psi^* \right) - \frac{e}{2m_e} \left(\Psi \vec{\nabla} \cdot \left(\vec{A} \Psi^* \right) + \Psi^* \vec{\nabla} \cdot \left(\vec{A} \Psi \right) \right) \tag{B.15}$$

formulieren lässt. Nach Integration ergibt sich für die Wellenfunktion des Wasserstoffatoms Ψ_{nlm} die Wahrscheinlichkeitsstromdichte

$$\vec{j}_{nlm} = \frac{\hbar}{2m_e i} \left(\Psi_{nlm}^* \Delta \Psi_{nlm} - \Psi_{nlm} \Delta \Psi_{nlm}^* \right) - \frac{e\vec{A}}{m_e} \cdot \left| \Psi_{nlm} \right|^2 \tag{B.16}$$

aus Gleichung (4.208).

Um zu zeigen, dass \vec{j}_{nlm} eich invariant unter der Transformation

$$\vec{A} \to \vec{A} + \vec{\nabla}\Lambda$$
 (B.17)

und damit unter

$$\Psi_{nlm} \to \Psi_{nlm} \cdot e^{\frac{ie}{\hbar}\Lambda(x,t)} =: \Psi_{nlm} \cdot \xi \tag{B.18}$$

ist, d. h. durch Hinzufügen des Gradienten eines beliebigen Skalarfeldes $\Lambda(x,t)$ ändert die Wahrscheinlichkeitsstromdichte ihren Wert nicht, setze man die transformierten Ausdrücke für Vektorpotential und Wellenfunktion in Gleichung (B.5) ein. Der Nachweis ergibt sich direkt durch

$$\vec{j} = \frac{\hbar}{2m_e \mathrm{i}} \left((\Psi^* \cdot \xi^*) \vec{\nabla} (\Psi \cdot \xi) - (\Psi \cdot \xi) \vec{\nabla} (\Psi^* \cdot \xi^*) \right) - \frac{e\vec{A}}{m_e} \cdot |\Psi\xi|^2 \tag{B.19}$$

$$=\frac{\hbar}{2m_e i} \left(\Psi^* \vec{\nabla} \Psi + \frac{ie}{\hbar} \Psi^* \Psi \vec{\nabla} \Lambda - \Psi \Psi^* \xi + \frac{ie}{\hbar} \Psi \Psi^* \vec{\nabla} \Lambda\right) - \frac{e\left(A + \vec{\nabla} \Lambda\right)}{m_e} \cdot |\Psi|^2 = \vec{j}. \quad (B.20)$$

B.7 Magnetische Suszeptibilität des Magnetismus quasifreier Elektronen

Die Bestimmung der magnetischen Suszeptibilität quasifreier Elektronen der Erscheinungsformen Landau-Diamagnetismus, siehe Kapitel 4.2.6.1, und Pauli-Paramagnetismus, siehe Kapitel 4.2.6.2, erfolgt im Rahmen von Kapitel 4.2.6 ohne die effektive Masse m_e^* als Korrekturgröße zur Berücksichtigung der Wechselwirkungen zwischen Elektronen und dem Kristallgitter sowie weiterer Einflussfaktoren. Zur adäquaten Beschreibung der Eigenschaften dieser beiden magnetischen Erscheinungsformen muss bei der Herleitung der jeweiligen magnetischen Volumensuszeptibilität jedoch die effektive Elektronenmasse m_e^* berücksichtigt werden.

Landau-Diamagnetismus

Zunächst gilt es für die Herleitung der magnetischen Volumensuszeptibilität des Landau-Diamagnetismus in Anlehnung an Kapitel 4.2.6.1 den zugehörigen Hamilton-Operator, siehe Gleichung (4.268), anzupassen. Dieser lässt sich unter Berücksichtigung der effektiven Masse m_e^* als

$$\hat{H}_{\text{Landau}} = \frac{1}{2m_e^*} \left(\hat{\vec{p}} + e\vec{A}\right)^2 \tag{B.21}$$

schreiben. Bei analoger Vorgehensweise der Herleitung zu Kapitel 4.2.6.1 findet man die Energieeigenwerte

$$E_{n,k_z} = \frac{\hbar^2 k_z^2}{2m_e^*} + \hbar\omega_c \cdot \left(n + \frac{1}{2}\right),\tag{B.22}$$

siehe Gleichung (4.277), mit Landau-Quantenzahl $n \in \mathbb{N}$, die als Energie der Elektronenbahnen quasifreier Elektronen mit ungestörter Komponente parallel zum magnetischen Feld $\vec{B} = B \cdot \vec{e}_z$ interpretiert werden können. Damit lassen sich die Landau-Röhren als

$$k_x^2 + k_y^2 = \frac{2m_e^*\omega_c}{\hbar} \cdot \left(n + \frac{1}{2}\right) \tag{B.23}$$

beschreiben, siehe Gleichung (4.278). Die Beschreibung des Entartungsgrades g sowie der Besetzungszahlen für besetzte Zustände mit und ohne äußeres Magnetfeld

B erfolgt analog zu Gleichung (4.279) bis (4.293). Die Herleitungen ergeben einen Ausdruck für die aus der magnetischen Bahnbewegung der Elektronen resultierende Energieverschiebung

$$\Delta U(B) = \frac{k_{\rm F} V e^2 B^2}{24\pi^2 m_e^*},\tag{B.24}$$

siehe Gleichung (4.294), womit sich unmittelbar die magnetische Volumensuszeptibilität unter Berücksichtigung der effektiven Masse m_e^* als

$$\chi_{\text{Landau}} = \mu_0 \cdot \frac{\partial M}{\partial B} = -\frac{\mu_0}{V} \cdot \frac{\partial^2 \Delta U(B)}{\partial B^2} = -\frac{\mu_0 k_{\text{F}} e^2}{12\pi^2 m_e^*} \tag{B.25}$$

bestimmen lässt. Der so gefundene Ausdruck sollte für einen geeigneten Vergleich mit der Suszeptibilität des Pauli-Paramagnetismus noch etwas verändert dargestellt werden. Dazu nutzt man zunächst den Zusammenhang zwischen Fermi-Wellenvektor $k_{\rm F}$ und Fermi-Energie $E_{\rm F}$ gemäß Gleichung (4.259) und erhält

$$\chi_{\rm Landau} = -\frac{\mu_0 e^2 \sqrt{2m_e^* E_{\rm F}}}{12\pi^2 m_e^* \hbar}.$$
 (B.26)

Wichtig dabei ist, dass der Zusammenhang zwischen Fermi-Wellenvektor $k_{\rm F}$ und Fermi-Energie $E_{\rm F}$ aufgrund des Einflusses der effektiven Masse auf die Zustandsdichte $D(E_{\rm F})$ ebenfalls die Größe m_e^* beinhaltet. Führt man in Gleichung (B.15) weiterhin zunächst das Bohrsche Magneton $\mu_{\rm B}$, siehe Gleichung (4.101), und dann die feststehende Definition der Fermi-Energie $E_{\rm F}$ aus Gleichung (4.264) ein, erhält man

$$\chi_{\text{Landau}} = -\frac{N\mu_0\mu_{\text{B}}^2}{2VE_{\text{F}}} \cdot \left(\frac{m_e}{m_e^*}\right)^{\frac{1}{2}}.$$
(B.27)

Pauli-Paramagnetismus

Die Herleitung der magnetischen Volumensuszeptibilität χ_V für den Pauli-Paramagnetismus orientiert sich zunächst an Gleichung (4.304) der Ausführungen in Kapitel 4.2.6.2. Der Ausdruck für die Energieaufspaltung im äußeren Magnetfeld lässt sich über die effektive Elektronenmasse als

$$\frac{D(B\neq 0, E)}{2} = \frac{V}{4\pi^2} \cdot \left(\frac{2m_e^*}{\hbar^2}\right)^{\frac{3}{2}} \cdot \sqrt{E \pm \mu_{\rm B}B}$$
(B.28)

formulieren. Folgt man den Herleitungen aus Gleichung (4.304) bis (4.308) ergibt sich für die Magnetisierung im äußeren Magnetfeld gemäß Gleichung (4.309)

$$M(B \neq 0) = \frac{1}{4\pi^2} \cdot \left(\frac{2m_e^*}{\hbar^2}\right)^{\frac{3}{2}} \cdot \sqrt{E_F} \cdot 2\mu_B^2 \cdot B.$$
 (B.29)

Durch die Definition der Fermi-Energie $E_{\rm F}$ aus Gleichung (4.264) findet man

$$M(B \neq 0) = \frac{3N\mu_{\rm B}^2 B}{2VE_{\rm F}} \cdot \left(\frac{m_e^*}{m_e}\right)^{\frac{3}{2}} \tag{B.30}$$

und somit die magnetische Volumensuszeptibilität

$$\chi_{\text{Pauli}} = \frac{3N\mu_0\mu_{\text{B}}^2}{2VE_{\text{F}}} \cdot \left(\frac{m_e^*}{m_e}\right)^{\frac{3}{2}},\tag{B.31}$$

in Analogie zu Gleichung (4.310).

Vergleich magnetischer Erscheinungen quasifreier Elektronen ohne Wechselwirkung

Für einen Vergleich der Effektstärken der beiden Erscheinungsformen betrachte man die Ausdrücke aus Gleichung (B.16) und (B.20). Es zeigt sich, dass

$$-2 \cdot \chi_{\text{Landau}} \cdot \left(\frac{m_e^*}{m_e}\right)^{\frac{1}{2}} = \frac{N\mu_0\mu_B^2}{VE_F} = \frac{2}{3} \cdot \chi_{\text{Pauli}} \cdot \left(\frac{m_e}{m_e^*}\right)^{\frac{3}{2}}$$
(B.32)

$$\chi_{\text{Landau}} = -\frac{1}{3} \cdot \left(\frac{m_e}{m_e^*}\right)^2 \cdot \chi_{\text{Pauli}} \tag{B.33}$$

gilt, siehe Gleichung (4.314).



C.1 Version A Fragebogen Lehrerbefragung







C.2 Version B Fragebogen Lehrerbefragung







D.1 Sprechertext zum einführenden Kurzfilm (deutsch)

- 00:10 00:26 Magnetismus beherrscht unsere Welt und versteckt sich in unserem Alltag überall. Magnete lassen sich zu den unterschiedlichsten Zwecken nutzen. Zum Beispiel an einem faulen Sonntag-Nachmittag.
- 00:33 00:45 Permanentmagnete finden sich in jedem Haushalt, aber für die wirklich wichtigen Dinge im Leben sind sie oft zu schwach.
- 00:53 01:06 Mit Elektromagneten können vielfach stärkere Magnetfelder durch elektrische Ströme erzeugt werden. Der Umgang mit zu hohen Stromstärken ist zu Hause jedoch nicht so einfach.
- 01:07 01:23 Am Ende scheint es so als blieben die meisten Objekte in unserer Welt von Magneten vollkommen unbeeindruckt. Oder bräuchte es dazu etwa stärkere Magnete? Machen wir uns als auf die Suche nach stärkeren Magneten, als sie im Haushalt zu Verfügung stehen.
- 01:24 01:43 Typische Permanentmagnete sind häufig recht schwach. Elektromagnete sind im Vergleich dazu stärker. Wirklich starke Elektromagnete gibt es zum Beispiel auf dem Schrottplatz. Noch stärkere Elektromagnete verwenden Krankenhäuser unter anderem in der Kernspintomographie.
- 01:45 02:04 Vergleicht man die magnetischen Feldstärken erscheint es zunächst so, dass größere Objekte stärkere Magnetfelder besitzen. Betrachten wir nun die Erde müsste deren Feld doch extrem stark sein, aber trotz ihrer Größe besitzt die Erde doch ein überraschend schwaches Magnetfeld.
- 02:05 02:18 Wobei? Haha. Moment mal... Das lässt sich ändern!
- 02:20 02:41 Der Ursprung des Erdmagnetfelds liegt im Inneren der Erde. Genauer gesagt im äußeren Erdkern. Hier führen Rotationen und Strömungen im flüssigen Metall zu elektrischen Strömen. Durch diese wird, ähnlich wie bei einem Elektromagnet, ein magnetisches Feld erzeugt.
- 02:44 02:50 Annahme 1: Es wäre möglich Zugang zu den Strömen im Erdkern zu bekommen.
- 02:51 02:58 Annahme 2: Jemand würde eine Maschine bauen, die in der Lage ist diese Ströme zu beschleunigen.

- 02:58 03:05 Annahme 3: Dieser jemand wäre so wahnsinnig diese Maschine in Gang zu setzen.
- 03:05 03:10 Was würde dann eigentlich passieren?
- 03:20 04:05 Alle Gegenstände auf der Erde befänden sich jetzt in einem unglaublich starken Magnetfeld. Sie würde zuvor unbemerkte Ausprägungen von Magnetismus zeigen. Aluminium beispielsweise ist paramagnetisch und würde vom Magnetfeld angezogen. Die Mehrheit der Stoffe selbst viele Flüssigkeiten würden abgestoßen. Sie sind diamagnetisch. Eisen und wenige andere Elemente sind ferromagnetisch. Sie würden extrem stark angezogen. Insgesamt würde uns auffallen, dass nahezu jede Materie auf Magnetfelder reagiert.
- 04:09 04:30 Nehmen wir zusätzlich an, das Magnetfeld verstärkte sich weiter und erreichte durch einen dummen Zufall die Größenordnung eines Neutronensterns. Das hätte überraschende Konsequenzen.
- 04:31 05:00 Obwohl wir Magnetismus normalerweise mit anziehenden Kräften verbinden, überlagert in extrem starken Magnetfeldern Diamagnetismus die anderen Ausprägungen. Auch Eisen und Aluminium wären jetzt leicht diamagnetisch. Holz würde zu schweben beginnen und Wasser hoch durch die Luft fliegen. Ebenso alle Lebewesen, die ja zum Großteil aus Wasser bestehen.
- 05:02 05:15 Aber da sich auch Gedankenexperimente streng an die Gesetze der Physik halten, bleibt ein solcher Zustand blanke Theorie.

D.2 Sprechertext zum einführenden Kurzfilm (englisch)

- 00:10 00:26 Magnetism has a great impact on our world and is everywhere in our daily lives. Magnets can be used for all kinds of purposes. On a lazy Sunday afternoon, for instance.
- 00:33 00:45 There are permanent magnets in every home. But they are often too weak for the really important things in life.
- 00:53 01:06 Electromagnets can produce far more powerful magnetic fields through electric currents. However, strong electric currents are difficult to handle at home.
- 01:07 01:23 Ultimately, it seems that most everyday objects remain completely unimpressed by magnets. Would stronger magnets make a difference? Let's try and find stronger magnets -A-Choo!- than those available at home.
- 01:24 01:43 Typically, permanent magnets tend to be rather weak. Electromagnets are more powerful by comparison. Some really strong electromagnets are used on scrapyards. Even more powerful electromagnets are used in hospitals in magnetic resonance imaging, for example.
- 01:45 02:04 When you compare the intensity of the magnetic fields it initially appears as if larger objects have stronger magnetic fields. Regarding Earth then, its magnetic field should be extremely powerful. But regardless of its size, Earth has a surprisingly weak magnetic field.
- 02:05 02:18 But then... Wait a moment... That can be changed! Ha, ha, ha, ha, ha!
- 02:20 02:41 Earth's magnetic field is generated inside the Earth. In its outer core to be more exact. Here, rotations and currents in the liquid metal generate electrical currents. And these in turn generate a magnetic field much like in an electromagnet.
- 02:44 02:50 Assumption 1: It is possible to access the currents at the Earth's core.
- 02:51 02:58 Assumption 2: Someone constructs a machine capable of accelerating these currents.

- 02:58 03:05 Assumption 3: This somebody is mad enough to activate that machine.
- 03:05 03:10 What would happen then?
- 03:20 04:05 All objects on Earth would now be immersed in an incredibly strong magnetic field. They would display types of magnetism that went unnoticed before. Aluminum, for one, is paramagnetic and would be attracted by the magnetic field. Most substances, including many liquids, would be repulsed they are diamagnetic. Iron and a few other elements are ferromagnetic. The attraction would have an extremely strong impact on them. On the whole, we would notice that almost every substance reacts to magnetic fields.
- 04:09 04:30 Let's also assume that the strength of magnetic field continually increases and, by some silly coincidence, reaches the scale of a neutron star. The effects would be quite surprising.
- 04:31 05:00 Even though we usually associate magnetism with attractive forces, in ultra-strong magnetic fields diamagnetism outweighs the other types of magnetism. Iron and aluminum would now also be slightly diamagnetic. Wood would start to levitate and water would fly straight up into the air. And so would all living creatures as water makes up the largest part of their bodies.
- 05:02 05:15 But as thought experiments also adhere strictly to the laws of physics, that kind of situation is a purely theoretical one.

E.1 Materialien Praxisdurchführung

Für die Praxisdurchführung erfordern die Aufgaben und Arbeitsaufträge unterschiedliche Materialien, die allen Kleingruppen zur Verfügung gestellt werden. Folgende Materialien erhalten die Studierenden:

- Memory "Magnetismusformen und Anwendungen",
- Stabmagnet,
- Kompass,
- Bleistift,
- Aluminiumfolie,
- Neodymmagnete (ca. $0.8 \times 0.8 \times 0.8$ cm, N40),
- Nylonfaden,
- Aluminiumplättchen (ca. $1.5 \times 1 \times 0.2 \,\mathrm{cm}$),
- Graphitplättchen (ca. $1.5 \times 1 \times 0.2 \,\mathrm{cm}$),
- Stahlplättchen (ca. $1.5 \times 1 \times 0.2 \,\mathrm{cm}$),
- Stativmaterial,
- Tabletcomputer.

Auf dem Tabletcomputer stehen die interaktive Simulation zum ferromagnetischen Magnetisierungsprozess, der Projektteaser und das Video des Experimentes zum magnetischen Verhalten von flüssigen Sauerstoff und flüssigem Stickstoff zur Verfügung [Har12].

Zusätzlich erhalten alle Studierende bei Bedarf ergänzende Materialien, die selbstständig genutzt werden können. Dies sind beispielsweise typische Schulmagneten und andere möglicherweise für die Experimente hilfreiche Experimentierutensilien.

E.2 Forscherbuch Praxisdurchführung






Was ist zu tun?

Schaut euch im Raum um und findet heraus welche Gegenstände vom Magneten angezogen werden. Tragt diese Gegenstände in die Tabelle unten stehende Tabelle ein! Beginnt mit der Untersuchung einer Büroklammer, eines Bleistiftes

| leistift | |
|------------|----|
| lufolie | |
| üroklammer | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | 1. |

Zur Einführung in das Thema Magnetismus wurde ein Kurzfilm (Teaser) 2. TEASER "MAGNETISMUS HOCH 4"

entwickelt! Den Teaser könnt ihr euch auf den iPads unter "Fotos" ansehen. Nehmt euch dafür in Ruhe Zeit. Im Teaser werden einige Inhalte dargestellt, die in den beiden Seminarsitzungen genauer untersucht werden sollen. Aus diesem Grund liefert der Teaser noch keine vollständigen Erklärungen, sondern versucht Fragen aufzuwerfen, die anschließend im Seminar behandelt werden.



magnetischen Erscheinungsformen Dia- und Paramagnetismus in Ergänzung zum Ein wichtiger Aspekt des Teasers ist die Beschreibung der eher unbekannten ferromagnetischen Stoffen in äußeren Magnetfeldern beschrieben? Ferromagnetismus! Wie wird das Verhalten von dia-, para- und

rougeore dezig international and detainteen austral die Bedeutung diese Aufgabe für das Verständnis von Magnetismus verdeutlicht werden...































F.1 Fragebogen FB1: Konzeptuelles Verständnis













| sist mir leicht gefallen der Sitzung zu | u nicht |
|--|---------|
| h finde das Thema Magnetismus teressant. habe in der Sitzung etwas Neues lemt. eschäftigung motiviert mich zur schäftigung mit dem Thema lagnetismus. | |
| h habe in der Strung etwas Neues elemt. elemt. eschäftigung motiviert mich zur eschäftigung mit dem Thema elementismus. | |
| te Strzung motiviert mich zur sschäftigung mit dem Thema segenstsmus. | |
| in committee to be also died au | |
| ie vermitteiten innakte sinu zu 🛛 🗠 🗠 | |
| a- und Paramagnetismus besitzen | |
| ie vermittelten inhalte der Sitzung aren mir vorher bereits bekannt. | |
| . ist visuell ansprechend gestaltet. | |
| wirkt wissenschaftlich fundiert. | |
| vermittelt Inhalte in angemessener | |
| erklärt die Ursachen magnetischer | |
| motiviert mich zur Beschäftigung mit | |
| ist auf Grund der übertriebenen eschichte unglaubwürdig. | |
| wirft Fragen auf an die nachfolgend 🛛 🗠 🗠 | |
| . weist dem Wissenschaftler tteressante Eigenschaften zu. | |

F.3 Fragebogen FB3: Widget Magnetisierungskurven



| 5 | cimme oll zu | Stimme eher zu | Stimme eher nicht zu | Stimme nicht zu | Weiß nicht |
|---|-----------------|-------------------|----------------------------|--------------------|---------------|
| s ist mir leicht gefallen der Sitzung zu | | | | | |
| orgent. :h finde das Thema Magnetismus hteressant. | | | | | |
| h habe in der Sitzung etwas Neues elemt. | | | | | |
| ie Sitzung motiviert mich zur eschäftigung mit dem Thema Aagnetismus. | | | | | |
| ie vermittelten Inhalte sind zu chwierig zu verstehen. | | | | | |
| ia- und Paramagnetismus besitzen eine Relevanz für den Alltag. | | | | | |
| vie vermittelten Inhalte der Sitzung varen mir vorher bereits bekannt. | | | | | |
| as Widget zur Ausrichtung magnetischer N ier Magnetisierung | Noment | e und | | | |
| ist visuell ansprechend gestaltet. | | | | | |
| . ist intuitiv zu bedienen. | | | | | |
| . vermittelt die Zusammenhänge in ngemessener Geschwindigkeit. | | | | | |
| . weist einen klaren Bezug zum azugehörigen Realexperiment auf. | | | | | |
| . benötigt einen Audiokommentar. | | | | | |
| . ist für Verständnis der vermittelten halte nicht hilfreich. | | | | | |

F.4 Interviewleitfaden: Konzeptuelles Verständnis



F.5 Codierleitfaden: Konzeptuelles Verständnis

Ursprüngliche Fassung des Codierleitfadens vor Überarbeitung:

| Kategorie | Codierregel | |
|-----------------------------|---|--|
| K1' | Nennung der EvM; Makroskopische Beschreibung der EvM; Be- | |
| Phänomenologie | schreibung der Stärke und Richtung der Wechselwirkung mit | |
| $\mathrm{der}~\mathrm{EvM}$ | einem äußeren Magnetfeld; Feststellung von Magnetismus als | |
| | universelle Eigenschaft der Materie; | |
| K2' Beispiele für | Nennung von Alltagsanwendungen, Naturphänomenen, Sub- | |
| \mathbf{EvM} | stanzen oder chemischen Elementen mit Bezug zu einer ${\rm EvM};$ | |
| K3' Ursachen | Mikroskopische Beschreibung der EvM; Charakterisierung von | |
| der EvM | Strömen bzw. Spins als Ursprung magnetischer Momente; Er- | |
| | klärung der Unterschiede der EvM unter Nutzung des Orbi- | |
| | talmodells, der Elektronenkonfiguration, etc.; | |
| K4' Vermitt- | Angabe unterschiedlicher Modelle bzw. Repräsentanten glei- | |
| lungsansätze für | cher Modelle oder physikalischer Größen als Ansätze zur Ver- | |
| \mathbf{EvM} | mittlung der EvM; Klassifizierung der EvM im Sinne des aus- | |
| | gewählten Vermittlungsansatzes; Beschreibung von Bezügen | |
| | zu konkreten Vermittlungssituationen; Bewertung des Vermitt- | |
| | lungsansatzes; | |
| K5' Erklärungen | Beschreibung der beobachteten Realphänomene; Zuordnung | |
| Realexperiment | der EvM zu den Substanzen auf Grundlage der makroskopi- | |
| N_2/O_2 | schen Phänomenologie; Erklärung der Phänomene unter Zuhil- | |
| | fenahme fachlicher Aspekte; Kennzeichnung zu (K1) und (K2) | |
| | beim spezifischen Inhalt des Realexperimentes; | |
| K6' Sonstige | Weitere Äußerungen, die sich nicht innerhalb der Kategorien | |
| | (K1) bis (K5) einordnen lassen; | |

Die Abkürzung "EvM" aus der Tabelle bezeichnet "Erscheinungsformen von Magnetismus" und wird im Rahmen dieser Arbeit nur in diesem Anhang verwendet.

| Kategorie | Codierregel | Beispiele |
|---------------------|---------------------------------|-------------------------------------|
| K1 Makro- | Nennung der EvM; Makroskopi- | "Es gibt im Grunde genommen |
| skopische | sche Beschreibung der EvM; Be- | drei Magnetismusarten, die bei |
| Beschrei- | schreibung der Stärke und Rich- | uns auftreten. Das ist der Ferro- |
| bung der | tung der Wechselwirkung mit ei- | magnetismus, der Paramagne- |
| \mathbf{EvM} (MA) | nem äußeren Magnetfeld; Fest- | tismus und der Diamagnetis- |
| | stellung von Magnetismus als | mus, die treten im Grunde im- |
| | universelle Eigenschaft der Ma- | mer auf." |
| | terie; | |
| K2 Mikrosko- | Mikroskopische Beschreibung | "[] man summiert die einzel- |
| \mathbf{pische} | der EvM; Beschreibung magne- | nen Kompassnadeln auf, sodass |
| Beschrei- | tischer Momente sowie deren | sie halt alle so zusammen wir- |
| bung der | Ausrichtung und Überlagerung; | ken, dann haben wir halt hier |
| EvM (MI) | Nutzung von Magnetisie- | das Magnetfeld in die Richtung |
| | rungskurven (ferromagnetische | und das Objekt will auch in |
| | Hysteresekurve, etc.) zur | die Richtung, also zieht sich das |
| | mikroskopischen Beschreibung; | an." |
| K3 Ursachen | Charakterisierung von Strömen | "[] Magnetismus ist [] bei je- |
| der EvM | bzw. Spins als Ursprung magne- | der Materie vorhanden, weil es |
| (UR) | tischer Momente; Erklärung der | $Spins\ gibt\ und\ Elektronenbewe-$ |
| | Unterschiede der EvM unter | gung, die halt den Magnetismus |
| | Nutzung des Orbitalmodells, | $ausl\"ösen.$ " |
| | der Elektronenkonfiguration, | |
| | etc.; | |
| K4 Beispiele | Nennung von Alltagsanwendun- | "[] Metalle, zum Beispiel Ei- |
| der EvM | gen, Alltagsbeispielen, Natur- | sen, ist halt ein Ferromagnet.", |
| (BS) | phänomenen, Substanzen oder | "Zum Beispiel unsere Erde hat |
| | chemischen Elementen bzw. Ele- | ein Magnetfeld, weil sich im |
| | mentgruppen mit Bezug zu ei- | Erdkern, ähm, ja die Lava be- |
| | ner EvM; | wegt." |

Endgültige Fassung des Codierleitfadens nach Überarbeitung:

| K5 Vermitt- | Angabe unterschiedlicher Mo- | "[] kann man sich das vor- |
|---------------------------|---|------------------------------------|
| lungsansätze | delle bzw. Repräsentanten glei- | stellen, dass der in einzelne Be- |
| für EvM | cher Modelle oder physikalischer | reiche unterteilt ist, wenn wir |
| (VM) | Größen als Ansätze zur Vermitt- | uns das so vorstellen wie Kom- |
| | ${\rm lung} \; {\rm der} \; {\rm EvM}; {\rm Beschreibung} \; {\rm von}$ | passnadeln. Wir kennen das ja: |
| | Bezügen zu konkreten Vermitt- | so~`ne~Kompassnadel~richtet~sich |
| | lungssituationen; Bewertung des | im Erdmagnetfeld aus []." |
| | Vermittlungsansatzes; Nennung | |
| | und Beschreibung von Nach- | |
| | weismethoden; | |
| K6 Videoex- | Beschreibung der beobachteten | "Ja das gibt quasi wieder die, die |
| $\operatorname{periment}$ | Realphänomene; Zuordnung der | Elektronenkonfiguration an des |
| $N_2/O_2~(VE)$ | EvM zu den Substanzen auf | Sauerstoff bzw. des Stickstoffs. |
| | Grundlage der makroskopischen | Also man kann jetzt quasi dar- |
| | Phänomenologie; Erklärung der | aus wiederum ableiten, inwie- |
| | Phänomene unter Zuhilfenahme | weit die einzelnen Spinzustände, |
| | fachlicher Aspekte; Kennzeich- | ähm, sich halt gegenseitig aufhe- |
| | nung des Bezuges zu K1 bis K4 | ben bzw. nicht aufheben." |
| | beim spezifischen Inhalt des Vi- | |
| | deoexperimentes; | |
| | | |

sich das vor-

Die Abkürzung "EvM" aus der Tabelle bezeichnet "Erscheinungsformen von Magnetismus" und wird im Rahmen dieser Arbeit nur in diesem Anhang verwendet.

G.1 Ergebnisse geschlossene Items Einstellung der Studierenden (Projektteaser)

Die Ergebnisse der geschlossenen Fragebogenitems unter FB2.6, siehe Anhang F.2, zu den Einstellungen der Studierenden zum Projektteaser mit Angabe des Mittelwertes und der Standardabweichung finden sich in Abbildung G.1 zusammengefasst dargestellt. Die Untersuchung wird mit N = 15 Studierenden durchgeführt, sodass die Ergebnisse dieser Untersuchung aufgrund der kleinen Stichprobe nur als Indizien betrachtet werden sollten.



Abbildung G.1: Darstellungen der Ergebnisse der geschlossenen Fragebogenitems unter FB2.6 zu den Einstellungen der Studierenden zum Projektteaser (0 ="Stimme nicht zu" bis 3 ="Stimme voll zu").

G.2 Ergebnisse Befragung Multimedia Science Slam 2015 (Projektteaser)

Die Ergebnisse einer Befragung zur Beurteilung des Projektteasers zum Projekt *Magnetismus hoch 4* im Rahmen des Multimedia Science Slams 2015 der Universitäten Münster und Köln finden sich in Abbildung G.2 dargestellt. Die Stichprobe dieser Untersuchung umfasst insgesamt $N_{\rm MSS} = 112$ Personen.



Abbildung G.2: Ergebnisse einer Erhebung zur Beurteilung des Projektteaser beim Multimedia Science Slam 2015.

G.3 Ergebnisse geschlossene Items Einstellung der Studierenden (Widget)

Die Ergebnisse der geschlossenen Fragebogenitems unter FB3.6, siehe Anhang F.3, zu den Einstellungen der Studierenden zur interaktiven Simulation zu ferromagnetischen Magnetisierungskurven mit Angabe des Mittelwertes und der Standardabweichung finden sich in Abbildung G.3 zusammengefasst dargestellt. Die Untersuchung wird mit N = 13 Studierenden durchgeführt, sodass die Ergebnisse dieser Untersuchung aufgrund der kleinen Stichprobe nur als Indizien betrachtet werden sollten.



Abbildung G.3: Darstellungen der Ergebnisse der geschlossenen Fragebogenitems unter FB3.6 zu den Einstellungen der Studierenden zur interaktiven Simulation zu ferromagnetischen Magnetisierungsprozessen (0 ="Stimme nicht zu" bis 3 ="Stimme voll zu").

Danksagung

Nach fast drei Jahren intensiver Arbeit im Projekt *Magnetismus hoch 4* am Institut für Didaktik der Physik, möchte ich die Gelegenheit nutzen mich bei vielen Personen herzlich für ihre Hilfe, Unterstützung, Ideen, Anregungen und vieles mehr zu bedanken, die das Entstehen dieser Arbeit erst ermöglicht haben.

Mein Dank gilt zunächst und ganz besonders meinem Doktorvater Stefan Heusler, für die Betreuung dieser Arbeit, die durch ein von mir als nicht selbstverständlich empfundenes Ausmaß an Engagement und Unterstützung seinerseits geprägt war. Nur durch die Anregungen bei der Themenfindung, die vielen fachlichen Diskussionen, die Gewährung großer Freiheiten und zahlreiche Denkanstöße konnte die Arbeit in dieser Form gelingen. Weiterhin möchte ich Markus Donath für die Begleitung meiner Arbeit, den fachlichen Austausch sowie die Begutachtung danken.

Für eine produktive und anregende Arbeitsatmosphäre danke ich meiner Arbeitsgruppe. Die vielfältige Unterstützung von Susanne Heinicke bei praktischen Problemen und konzeptionellen Fragestellungen, die Ideen und der Erfahrungsschatz beim Experimentieren von Wilfried Suhr und die freundschaftliche Zusammenarbeit mit meiner Mitdoktorandin Lisa Stinken haben meine Arbeit an vielen Stellen bereichert.

Für die Durchführung meiner empirischen Untersuchung zur praktischen Anwendung des Lehrkonzeptes, die engagierte Mitarbeit und interessante Erfahrungen danke ich den Studierenden.

Ein großer Dank gilt auch denjenigen, ohne die viele Ideen und Einfälle zur Visualisierung der Inhalte meiner Arbeit "blanke Theorie" geblieben wären. Ich freue mich sehr über die produktive und kreative Zusammenarbeit mit Matthias Ries und bin dankbar für seine Anstöße, Gedanken und gestalterischen Fähigkeiten. Auch Stefan Denecke danke ich für die gemeinsame Arbeit an den digitalen Inhalten.

Sehr herzlich danke ich zudem meinen Eltern, Gaby und Detlef Laumann, für jede Form der Unterstützung, nicht nur im Kontext dieser Arbeit, sowie Jutta und Michael Dewender. Ich bin froh über das Interesse, die Aufmunterungen, die Hilfe und das Verständnis, die ich erhalten habe. Meiner Familie und meinen Freunden danke ich für interessante Gespräche und die angenehmen Unterbrechungen in den intensiven Arbeitsphasen.

Ganz besonders gilt mein Dank Heleen, die mich vom ersten Tag dieser Arbeit an begleitet, mir Mut zugesprochen, mich aufgeheitert, viel Verständnis gezeigt, mir zugehört und mich immer bestärkt hat. Danke!

Lebenslauf

| Name | Daniel Laumann |
|---------------------|---|
| Geburtsdatum | 22. Januar 1988 |
| Geburtsort | Dortmund |
| Staatsangehörigkeit | Deutsch |
| Eltern | Detlef Laumann & Gabriele Laumann, geborene Bierhoff |
| | |
| | Schulausbildung |
| 15.06.2007 | Allgemeine Hochschulreife |
| 08/1998-06/2007 | Adalbert-Stifter-Gymnasium, Castrop-Rauxel |
| 08/1994-06/1998 | Cottenburgschule, Castrop-Rauxel |
| | |
| | Studium |
| 12/2013-01/2017 | Promotionsstudium der Didaktik der Physik (Dr. rer. nat.) an der |
| | Westfälischen Wilhelms-Universität Münster |
| Dissertation | Magnetismus hoch 4 - Fachliche Strukturierung und Entwicklung |
| | multipler Repräsentationen zum Magnetismus für die Hochschule |
| | unter der Betreuung von Prof. Dr. Stefan Heusler |
| 18.07.2016 | Abgabe der Dissertationsschrift |
| 09.01.2017 | Abschluss Dr. rer. nat. |
| 04/2010-08/2013 | Studium der Physik und Mathematik (M. Ed.) und |
| - / / / | Studium der Physik (M. Sc.) an der |
| | Ruhr-Universität Bochum |
| Masterthesis | Elektronenenergieverlustspektroskopie und Rastertunnelmikroskopie |
| | an adsorbierten Molekülen auf Elementhalbleitern |
| | unten den Detreuung von Dref. Dr. Ulrich Kählen |
| | unter der Detreuung von Prof. Dr. Unren Komer |
| 22.03.2010 | Abschluss Master of Education |

- 06/2010-07/2010 Summer Session im Fach Physik und Mathematik an der University of California, Los Angeles, USA
- 10/2007-03/2010 Studium der Physik und Mathematik (B. A.) an der Ruhr-Universität Bochum
 - BachelorthesisTheoretisches Modell und Videoanalyse einer Bananenflankeunter der Betreuung von Prof. Dr. Burkhard Priemer
 - $22.03.2010 \quad {\rm Abschluss \ Bachelor \ of \ Arts}$

Berufstätigkeit

- Seit 12/2013 Wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Didaktik der Physik der Westfälischen Wilhelms-Universität Münster
- 05/2013-09/2013 Studentische Hilfskraft in der Arbeitsgruppe für Didaktik der Physik der Ruhr-Universität Bochum
- 04/2012-06/2012 Studentische Hilfskraft am Leibniz-Institut für die Pädagogik der Naturwissenschaften und Mathematik der Christian-Albrechts-Universität zu Kiel
- 04/2011-07/2013 Projektleitung im Alfried Krupp-Schülerlabor der Ruhr-Universität Bochum
- 09/2008-07/2014 Nachhilfelehrer für Physik und Mathematik im Förderland Waltrop

Auszeichnungen

- 05/2017-04/2018 Förderung des Projektes Real:Digital die Integration zweier Welten durch das Junior-Fellowship Fachdidaktik MINT der Deutschen Telekom Stiftung
 - 12/2016 3. Platz beim Wissenschaftsfilmwettbewerb Fast Forward Science der Initiative Wissenschaft im Dialog mit dem Kurzfilm Magnetismus hoch 4
- 08/2016 Official Selection beim Filmwettbewerb Science Film Festival des Goethe-Instituts mit dem Kurzfilm Magnetismus hoch 4
- 04/2016-12/2017 Förderung des Projektes Real:Digital die Integration zweier Welten und Ernennung zum Junior-Fellow durch das Kolleg Didaktik:digital der Joachim Herz Stiftung

Münster, den 10. Oktober 2017

Publikationsliste

Veröffentlichungen in referierten Fachzeitschriften und Tagungsbänden

2017 Hergemöller, T. & Laumann, D. (2017). Smartphone Magnification Attachment: Microscope or Magnifying Glass? The Physics Teacher 55(6), 361-364.

Laumann, D. & Heusler, S. (2017). Determining Magnetic Susceptibilites of Everyday Materials Using an Electronic Balance. American Journal of Physics 85(5), 327-332.

Reimer, M., Niemeier, S., Laumann, D., Denz, C. & Heusler, S. (2017). An acoustic teaching model illustrating principles of dynamic mode magnetic force microscopy. Nanotechnology Reviews 6(2), 221-232.

Laumann, D. (2017). Is an Apple Magnetic: Magnetic Response of Everyday Materials Supporting Views About the Nature of Science. The Physics Teacher 55(3), 142-145.

- 2016 Laumann, D. & Heusler, S. (2016). Why Point Particles Lead to a Dead End
 A New Visualization Scheme for Magnetism Based on Quantum Particles.
 In L.-J. Thoms & R. Girwidz (Eds.): Proceedings of the 20th International Conference on Multimedia in Physics Teaching and Learning (pp. 61-67). European Physical Society.
- 2014 Pierucci, D., Naitabdi, A., Bournel, F., Gallet, J.-J., Tissot, H., Carniato, S., Rochet, F., Köhler, U., Laumann, D., Kubsky, S., Silly, M. & Sirotti, F. (2014). Benzaldehyde on Water-Saturated Si(001): Reaction with Isolated Dangling Bonds versus Concerted Hydrosilylation. Journal of Physical Chemistry C 118(19), 10005-10016.

Veröffentlichungen in unreferierten Fachzeitschriften und Tagungsbänden

2017 Laumann, D. (zur Veröffentlichung eingereicht). Integrativer Einsatz realer und interaktiver digitaler Repräsentationen in der Physik. PhyDid B - Didaktik der Physik - Beiträge zur DPG-Frühjahrstagung, Dresden.

Laumann, D. (zur Veröffentlichung eingereicht). Integrativer Einsatz realer und interaktiver digitaler Repräsentationen in der Physik. In M. Schuhen & M. Froitzheim (Hrsg.): Das Elektronische Schulbuch 2017. Fachdidaktische Anforderungen und Ideen treffen auf Lösungsvorschläge der Informatik. Münster: LIT Verlag.

Wosnitzka, D., Laumann, D., Wilhelm, T. & Kuhn, J. (angenommen). Smarte Physik - LightSpectra macht das Smartphone zum Spektrometer. Physik in unserer Zeit.

Laumann, D. (angenommen). Magnetismus hoch 4 - Studierendenvorstellungen beim Praxiseinsatz am Beispiel eines einführenden Lehrfilmes. MNU Themenspezial MINT.

Heusler, S. & Laumann, D. (2017). *Himmlische Physik - Wolkenbilder als Ausgangspunkt für die digitale Modellierung von Strukturbildungsprozessen.* Naturwissenschaften im Unterricht Physik: Naturphänomene mit digitalen Medien wahrnehmen **28**(159/160), 69-73.

Laumann, D. & Hergemöller, T. (2017). Von der Natur lernen - Experimente zur Untersuchung bionischer Phänomene mit dem Smartphone. Naturwissenschaften im Unterricht Physik: Naturphänomene mit digitalen Medien wahrnehmen **28**(159/160), 49-55.

2016 Laumann, D. (2016). Magnetismus hoch 4 - Evaluation des praktischen Einsatzes des Lehrkonzeptes für die Hochschule. PhyDid B - Didaktik der Physik
- Beiträge zur DPG-Frühjahrstagung, Hannover.

Laumann, D., Wilhelm, T. & Kuhn, J. (2016). Smarte Physik - Die smarte Lupe. Physik in unserer Zeit 47(6), 307-308.

Laumann, D. & Heusler, S. (2016). Welche Stoffe sind "nicht" magnetisch? In C. Maurer (Hrsg.): Authentizität und Lernen - das Fach in der Fachdidaktik. Gesellschaft für Didaktik der Chemie und Physik. Jahrestagung in Berlin 2015 (S. 367-369). Universität Regensburg.

2015 Laumann, D. (2015). Der magnetooptische Kerr-Effekt als Praktikumsund Schulversuch. PhyDid B - Didaktik der Physik - Beiträge zur DPG-Frühjahrstagung, Wuppertal.

Laumann, D. & Heusler, S. (2015). Magnetismus hoch 3 - Selbstkonsistente Modellierung von Dia-, Para- und Ferromagnetismus. PhyDid B - Didaktik der Physik - Beiträge zur DPG-Frühjahrstagung, Wuppertal.

Laumann, D. & Heusler, S. (2015). Konzept für den Einsatz von Tablets zur multimedialen Visualisierung von Magnetismus. MNU Themenspezial MINT - Unterricht mit Tablet-Computern lebendig gestalten, 89-95.

 2014 Laumann, D. (2014). Theoretisches Modell und Videoanalyse einer Bananenflanke. PhyDid B - Didaktik der Physik - Beiträge zur DPG-Frühjahrstagung, Frankfurt am Main.

Monographien

2011 Laumann, D. (2011). Theoretisches Modell und Videoanalyse einer Bananenflanke. Saarbrücken: VDM.

Bisher erschienene Bände der Reihe

Lernen in Naturwissenschaften

ISSN 2566-493X

| 1 | Maria Egbers | Konzeptentwicklungs- und Gesprächsprozesse im Rahmen der Unterrichtskonzeption "choice2learn" ISBN 978-3-8325-4510-9 53.00 EUR | |
|---|----------------|--|--|
| 2 | Daniel Laumann | Magnetismus hoch 4 Fachliche Strukturierung und Entwicklung multipler Repräsentationen zum Magnetismus für die Hochschule | |

Alle erschienenen Bücher können unter der angegebenen ISBN-Nummer direkt online (http://www.logos-verlag.de) oder per Fax (030 - 42 85 10 92) beim Logos Verlag Berlin bestellt werden.

Verstehen und *Entwickeln* bilden eine fachdidaktische Einheit: das Verstehen von Lernprozessen hilft uns, innovative Lernangebote zu entwickeln und an Rahmenbedingungen anzupassen. Die Erprobung und Analyse dieser Angebote kann wiederum zu erweiterten Erkenntnissen und einem tieferen Verstehen führen. Diese Schriftenreihe rückt daher beide Aspekte in den Fokus – mit dem Ziel, das zu fördern, was uns als Naturwissenschaftsdidaktikern am Herzen liegt: das Lernen in Naturwissenschaften!

Magnetische Phänomene sind die Grundlage für eine Vielzahl technologischer Anwendungen und deshalb für unseren Alltag hochrelevant. Auch in der schulischen und universitären Lehre wird das Themenfeld Magnetismus traditionell berücksichtigt. Trotz der unbestrittenen Bedeutung dieses Inhaltsbereiches, weist der aktuelle fachdidaktische Forschungsstand auf Defizite der existierenden Vermittlungsansätze hin.

Das Projekt Magnetismus hoch 4 strebt die Entwicklung eines neuartigen und anschlussfähigen Lehrkonzeptes zum Magnetismus an. Die Entwicklung des Lehrkonzeptes beinhaltet eine fachdidaktisch fundierte Sachstruktur, experimentelle Zugänge sowie digitale Medien und fokussiert in der vorliegenden Arbeit die Erscheinungsformen Diamagnetismus, Paramagnetismus und Ferromagnetismus als Lerninhalte der Hochschullehre. Im Sinne des Design-Based Research-Ansatzes erfolgt die konzeptionelle Erarbeitung des Designs zunächst auf Grundlage theoretischer und empirischer Befunde. Nachfolgend an die Entwicklungsarbeit sieht die Methode die praktische Erprobung der Inhalte mit ergänzenden empirischen Untersuchungen vor. Beide Phasen werden für das Projekt Magnetismus hoch 4 ebenfalls im Rahmen dieser Arbeit dargestellt.

ISBN 978-3-8325-4571-0

Logos Verlag Berlin

ISSN 2566-493X