# Rayonnement électromagnétique des convertisseurs à découpage

Approche simplifiée par le concept des îlots rayonnants

Jean-Louis Cocquerelle

Docteur ès Sciences Physiques Professeur des universités **Christophe Pasquier** Docteur de l'université de Nantes

Laboratoire de recherches en électronique de puissance et C.E.M. EPUN (École Polytechnique de l'université de Nantes)



17, avenue du Hoggar Parc d'Activité de Courtabœuf, BP 112 91944 Les Ulis Cedex A, France

#### ISBN: 2-86883-560-0

Tous droits de traduction, d'adaptation et de reproduction par tous procédés, réservés pour tous pays. La loi du 11 mars 1957 n'autorisant, aux termes des alinéas 2 et 3 de l'article 41, d'une part, que les « copies ou reproductions strictement réservées à l'usage privé du copiste et non destinées à une utilisation collective », et d'autre part, que les analyses et les courtes citations dans un but d'exemple et d'illustration, « toute représentation intégrale, ou partielle, faite sans le consentement de l'auteur ou de ses ayants droit ou ayants cause est illicite » (alinéa 1<sup>er</sup> de l'article 40). Cette représentation ou reproduction, par quelque procédé que ce soit, constituerait donc une contrefaçon sanctionnée par les articles 425 et suivants du code pénal.

© EDP Sciences 2002

## Préface

Le rayonnement électromagnétique des dispositifs électroniques modernes est une préoccupation majeure des concepteurs et utilisateurs, soucieux de respecter les règles de la compatibilité électromagnétique.

Les mesures directes, bien que parfois délicates, ne présentent pas de problèmes insurmontables pour les laboratoires compétents au sens de la directive CEM. La difficulté concerne en réalité, les études de nature prédictive, qu'il conviendrait de conduire par simulation avant même le routage des cartes. Les circuits analogiques utilisés en traitement de signal, seraient alors examinés principalement dans le contexte de l'immunité ou de la vulnérabilité, alors que les cartes numériques et les cartes de puissance à découpage H.F., le seraient principalement sur le plan de l'émission, respectivement en champ électrique et magnétique.

Ces études sont difficiles et ne sont actuellement développées que par quelques laboratoires de recherche. Elles nécessitent des moyens informatiques puissants et un investissement de temps considérable.

J.L. Cocquerelle et C. Pasquier, dans le cadre du présent ouvrage, présentent une version didactique, donc accessible sur le plan pédagogique, des résultats de travaux de recherche autorisant une approche simplifiée du rayonnement des cartes de puissance à découpage. Ils ont en effet créé dans ce but un concept original, celui des « îlots rayonnants », qui correspondent sur une carte électronique à des zones émettrices de champ magnétique à contribution prépondérante.

Un support informatique est joint au livre, il contient un grand nombre de représentations graphiques très pertinentes permettant la meilleure compréhension possible au lecteur.

Je tenais, en préfaçant cet ouvrage, à souligner l'effort que ces deux chercheurs de l'université de Nantes ont entrepris pour assurer le transfert vers la pédagogie, de travaux de recherche dans un domaine édicté et soutenu par l'évolution des technologies en électronique.

Joseph SAILLARD

Vice-Président du Conseil Scientifique de l'Université de Nantes Chargé de la Recherche

## Note des auteurs

L'évolution des technologies en électronique permet de réaliser des convertisseurs de puissance à fréquence de découpage de plus en plus élevée. L'étude des champs émis par de telles structures devient donc une obligation pour le concepteur soucieux d'éviter la pollution électromagnétique de l'environnement proche et lointain.

Cet ouvrage résulte de travaux de recherche théorique et appliquée, que nous avons conduits dans cette perspective, au laboratoire d'électronique de puissance et de compatibilité électromagnétique (LEPCEM), de l'école polytechnique de l'Université de Nantes.

La représentation des champs, dans un livre, simplement réalisé en monochrome, est forcément réductrice en qualité graphique. Nous avons donc conçu un support informatique, permettant de visualiser en couleurs et avec une meilleure définition, la majorité des illustrations du livre ainsi que de nombreuses autres venant en complément.

Le mode d'emploi est très simple :

• L'icône «  $\square_x$  », portée à droite d'une illustration du livre, indique que celleci est reprise sur le support informatique à la page x de celui-ci ;

• L'icône « CDx-y », portée à gauche dans le texte suivant une illustration du livre, indique que des représentations complémentaires sont disponibles sur le support informatique de la page x à la page y ;

• L'icône « 🖾 Page x », portée en bas et à droite d'une illustration du support informatique, indique que celle-ci est présente ou annoncée, dans le livre à la page x.

# Table des matières

Introduction	1
Chapitre I : Aspects essentiels de l'électronique de puissance	5
I.1 La commutation en électronique de puissance	5
I.1.1 Principes fondamentaux	5
I.1.2 Commutation dure	6
I.1.3 Commutation douce	6
I.1.4 Commutation adoucie	6
I.2 Convertisseurs et composants associés	7
I.2.1 Convertisseurs à la fréquence réseau	7
I.2.2 Convertisseurs à fréquence industrielle (< 16 kHz)	8
I.2.2.1 Les hacheurs de puissance	8
I.2.2.2 Les onduleurs	8
I.2.3 Convertisseurs à fréquence élevée (30k Hz - 100 kHz)	9
I.2.4 Caractéristiques des SC de puissance associés aux convertisseurs	9
1.2.4.1 Le thyristor ou SCR	10
1.2.4.2 Le thyristor GTO	11
1.2.4.3 Le MCT	12
I.2.4.4 L'IGBT	13
1.2.4.5 Le transistor MOS de puissance	14
I.2.4.6 Le transistor bipolaire de puissance	15
1.2.4.7 Le triac	16
I.2.5 Comparatif et bilan	17
I.3 Formes d'ondes des courants et modèles simplifiés correspondants	18
I.3.1 Impulsions très brèves de courant d'un pont à sortie 3 niveaux	18
I.3.2 Oscillations de courant en amont ou aval d'un hacheur rapide	21
I.3.3 Ondes de base dans les domaines temporel et fréquentiel	
I.3.3.1 Onde rectangulaire	23
I.3.3.2 Onde trapézoïdale symétrique	24
I.3.3.3 Onde trapézoïdale asymétrique	
I.3.4 Prise en compte des oscillations de commutation	27
Chapitre II : Présentation simplifiée du rayonnement des cartes de puissance	33
II.1 Îlot rayonnant, boucle « topologique » et boucle « équivalente »	
II.1.1 « Îlot rayonnant »	
II.1.2 « Boucle topologique »	
II.1.3 « Boucle équivalente »	35
II.2 Formulation mathématique et représentation spatiale du champ magnétique	35
II.2.1 Equations électromagnétiques	35
II.2.2 Application à la boucle élémentaire	39
II.2.2.1 Formulation mathématique	
II.2.2.2 Représentations spatiales	41
II.2.3 Application à la boucle rectangulaire	44

II.2.3.1 Formulation mathématique	44
II.2.3.2 Représentations spatiales	
II 2.4 Domaine de validité de l'équivalence « boucle réelle-boucle élémentaire »	
II.2.4.1 Première étude : comparaison directe	
II 2 4 2 Deuxième étude : variation de la taille de la boucle carrée	
II 2 4 3 Troisième étude : variation des dimensions à surface fixée	
II 2 4 4 Quatrième étude : trancature	
II 2 5 Limite de validité des équations simplifiées dans l'hypothèse du « champ proche »	
II 2.5.1 Présentation du paramètre Br	
II 2 5 2 Influence de Br sur l'évolution temporelle du champ	
II 2.5.3 Calcul du champ avec et sans simplification	
II 2 6 Influence d'un plan de masse éventuel	
II.2.7 Etude simplifiée de l'émission conjuguée de deux boucles	
Chapitre III : F.e.m. induite dans une boucle sensible et immunité	79
III.1 Recherche et estimation de la f.e.m. induite	80
III.1.1 Organigramme de la recherche de e(t)	80
III.1.2 Blocs de calcul	
III.1.2.1 Bloc de calcul général	
III.1.2.2 Bloc de calcul avec l'hypothèse du champ uniforme	
III.1.2.3 Bloc de calcul avec les hypothèses du champ uniforme et du flux recueilli maximum	
III.1.2.4 Bloc de calcul avec le maximum de simplification	
III.1.2.5 Bloc de calcul basé sur la notion d'enveloppe	
III.1.3 Application des hypothèses et des méthodes	
III.1.3.1 Calcul général	
III.1.3.2 Hypothèse du champ uniforme	90
III.1.3.3 Hypothèse du flux recueilli maximum	92
III.1.3.4 Hypothèse de la boucle équivalente	
III. 1.3.5 Méthode de l'enveloppe	
III.1.4 Comparaison des résultats obtenus	97
III.2 Cartographie en situations typiques	99
III.2.1 Cas des boucles parallèles	
III.2.1.1 Première position : B <sub>r</sub> est dans un plan parallèle au-dessus de B <sub>P</sub>	100
III.2.1.2 Deuxième position : vues suivant une coupe parallèle au plan YZ	101
III.2.1.3 Equipotentielles de la f.e.m. induite dans l'espace autour de B <sub>p</sub>	101
III.2.2 Cas des boucles perpendiculaires	103
III.3 Optimisation du positionnement de la boucle sensible	107
Conclusion générale	113
Bibliographie	115

# INTRODUCTION

Cet ouvrage s'inscrit dans les activités de compatibilité électromagnétique (CEM) du génie électrique. Il concerne principalement les convertisseurs de puissance à fréquence de découpage élevée, que l'on trouve par exemple dans les alimentations des micro-ordinateurs, celles des matériels audio-vidéo modernes, et tous les dispositifs électroniques de manière générale. Ces structures sont intrinsèquement génératrices de perturbations conduites et rayonnées, ces dernières pouvant altérer le fonctionnement de circuits sensibles proches dont, parfois, la carte de commande de la structure elle-même (autoperturbation).

Les études en CEM concernent généralement le rayonnement à une distance suffisante pour obtenir une onde plane et ne retenir alors que le champ électrique.

Plusieurs d'entre elles s'intéressent plus particulièrement aux convertisseurs de puissance et à la prédiction de leur rayonnement. Les méthodes numériques employées (méthode des moments, des éléments finis...) ont souvent pour objectif la modélisation d'ensemble du convertisseur autorisant l'obtention principalement du champ électrique global émis. Ces études sont complexes et s'adressent à un public averti.

Certains logiciels de CEM commercialisés, essentiellement destinés aux cartes numériques, permettent d'obtenir en 2D et parfois en 3D la cartographie du champ électrique résultant. Ces logiciels sont spécifiques et onéreux ; les moins coûteux d'entre eux procèdent parfois à des simplifications extrêmes basées sur l'estimation dans le « pire des cas » au sens des normes en CEM.

Si l'on se préoccupe du rayonnement électromagnétique dans l'environnement immédiat d'une carte électronique numérique, on sait que le champ électrique sera prépondérant car les circuits utilisés fonctionnent avec des temps de commutation très courts, (quelques ns) et les gradients de tension correspondants (dv/dt) peuvent excéder  $10^9$  V/s, alors que les courants étant très faibles (unité courante : le  $\mu$ A) le champ magnétique proche est très réduit. S'il s'agit en revanche, d'une carte électronique de puissance à découpage, les temps de commutation sont rarement inférieurs à 100 ns, mais, dès lors que les courants mis en jeu se chiffrent en ampères, le champ magnétique devient important, et son évaluation est nécessaire.

Dans cette perspective, les auteurs de cet ouvrage ont mis à profit l'expérience pratique qu'ils ont acquise en laboratoire de tests en CEM concernant diverses cartes électroniques embarquées dans des convertisseurs de puissance à découpage. Cela leur a inspiré une démarche simplifiée particulière. En effet, au voisinage immédiat de telles cartes, le champ magnétique mesurable avec une sonde adaptée est prépondérant, et se situe en des endroits particuliers qu'ils considèrent comme des « îlots rayonnants ». Ces « îlots » sont souvent repérables sur la sérigraphie du circuit imprimé correspondant. Les auteurs ont alors étudié la possibilité d'assimiler ces « îlots », au demeurant peu nombreux sur une carte standard, à de simples « boucles équivalentes ». Cette démarche apporte une simplification évidente accentuée par l'utilisation de calculs associés allégés ; elle peut sembler manquer de précision, mais apparaîtra plus pragmatique à la plupart des industriels concepteurs qui connaissent par expérience les « points chauds » de leur carte.

Les auteurs ont donc conduit avec précaution une étude spécifique sur le rayonnement magnétique des boucles de puissance devant permettre d'obtenir un outil d'évaluation et de représentation du champ magnétique accessible à tous.

Dès lors que le champ est connu en tout point de l'espace, il est possible de rechercher la force électromotrice qui pourrait être induite dans une boucle sensible de l'environnement immédiat du convertisseur. En général, le concepteur ne souhaite pas mettre en place de blindage ni d'écran et dispose, le plus souvent, d'un coffret non métallique. Un apport qui a semblé original aux auteurs de ce livre dans ces conditions, concerne la détermination de l'orientation optimale de cette boucle sensible pour minimiser directement l'amplitude de la f.e.m. induite.

Cela se traduit pour le concepteur de la façon suivante :

- s'il se fixe un point de l'espace environnant, il disposera rapidement, après simple repérage et spécification des « îlots », des données de positionnement et d'orientation d'une carte sensible éventuelle. La perturbation sera alors minimisée.

- s'il dispose de plusieurs emplacements disponibles à l'intérieur du coffret pour y fixer la carte sensible qu'il veut ajouter, il pourra obtenir une information sur les zones à retenir en priorité que nous appellerons par la suite « zones tranquilles ». Dans ces conditions, la f.e.m. induite dans une boucle victime sera déjà réduite, le choix d'une orientation optimale pouvant conduire jusqu'à pratiquement l'annulation.

Le but de cet ouvrage est donc double : proposer au lecteur une approche simple concernant l'analyse des phénomènes électromagnétiques et les calculs associés, et le sensibiliser aux implications industrielles pouvant en découler.

# **CHAPITRE I**

.

ASPECTS ESSENTIELS DE L'ÉLECTRONIQUE DE PUISSANCE

Ce chapitre a pour but de présenter et de caractériser dans une démarche « CEM », les semi-conducteurs utilisés classiquement dans les convertisseurs de l'électronique de puissance.

L'objectif final est de déterminer les formes d'ondes types des courants qui pourront être à l'origine du rayonnement magnétique au sein d'un montage.

Avant tout il est donc nécessaire de rappeler l'essentiel sur la commutation.

#### I.1 La commutation en électronique de puissance

Le fonctionnement des interrupteurs est déterminant au regard de l'importance des champs qui vont résulter de leur insertion dans un montage.

#### **I.1.1 Principes fondamentaux**

Les convertisseurs de l'électronique de puissance sont présents dans la quasitotalité des appareils et systèmes utilisant l'énergie électrique.

Leur rôle est de modifier la source électrique, c'est-à-dire le réseau distribué, soit alternatif, soit continu, pour satisfaire aux exigences édictées par la nature et les caractéristiques du récepteur. Les modifications peuvent concerner la nature même de la source (courant ou tension) ainsi qu'un ou plusieurs de ses paramètres, dont essentiellement : l'amplitude, la fréquence, le régime de mise à la terre, le débit maximum.

Le principe fondamental de l'électronique de puissance est de procéder à l'adaptation des sources uniquement par découpage temporel des tensions et courants, donc sans pertes appréciables d'énergie.

Les composants, qui assurent les découpages, présentent alors deux phases de fonctionnement importantes au regard de la CEM : les commutations à l'ouverture et à la fermeture. Suivant les semi-conducteurs utilisés et la structure du convertisseur considéré, différents types de commutations sont à considérer :

- concernant l'interrupteur, « la commutation » est le « mécanisme » physique d'ouverture ou de fermeture des semi-conducteurs constituant l'interrupteur. Elle est soit « commandée » c'est-à-dire provoquée par l'application d'un signal directement sur la commande du composant, soit « naturelle » ou « spontanée » si elle a lieu sans intervention extérieure. Dans ce dernier cas, elle résulte uniquement du passage par zéro de la tension appliquée au composant ou du courant qui le traverse ;

- pour un convertisseur, le mot commutation est relatif aux événements concernant les éléments de la structure directement associés aux interrupteurs qui peuvent être considérés non plus individuellement, mais assemblés dans des sousensembles appelés « cellules de commutation ».

C'est au niveau de celles-ci que l'on introduit les notions de commutation « dure » et de commutations « douce » et « adoucie ».

#### I.1.2 Commutation dure

La commutation dure, également appelée commutation forcée, résulte de l'emploi d'un composant commandé à l'ouverture et à la fermeture. Les contraintes importantes qui sont alors imposées à celui-ci dépendent fortement des inductances de connexion et de câblage et de diverses capacités parasites, ce qui entraîne :

- des pertes élevées ;
- des surtensions et des surintensités aux bornes de l'interrupteur ;
- de rapides variations de tension et courant (dv/dt et di/dt);
- de fortes oscillations, en particulier pour le découpage à haute fréquence.

Pour limiter ces effets, on peut associer aux semi-conducteurs des circuits d'aide à la commutation (CALC), dont le rôle essentiel est de réduire les pertes correspondantes et de limiter les surtensions et/ou surintensités.

#### I.1.3 Commutation douce

En commutation naturelle ou douce, les interrupteurs présentent une commutation commandée et une commutation spontanée.

Il est possible de regrouper ces convertisseurs en deux familles :

- la première correspond à des commutations pilotées par les grandeurs d'état de nature électrique. Il s'agit par exemple de certains convertisseurs reliés au réseau alternatif. C'est également le cas des convertisseurs quasirésonnants qui utilisent un couple de composants passifs L-C pour provoquer l'annulation du courant ou de la tension.

- la seconde est relative aux structures pour lesquelles les commutations spontanées des interrupteurs sont obtenues consécutivement à la commutation d'autres interrupteurs, c'est le cas pour les hacheurs de puissance à un thyristor principal dont l'extinction est assurée par un circuit auxiliaire de nature oscillante comprenant un deuxième thyristor dit de soufflage.

#### I.1.4 Commutation adoucie

La commutation est adoucie par l'emploi de CALC associés aux composants, dont les deux mécanismes essentiels consistent à :

- ralentir la montée en courant à la fermeture par adjonction en série d'une inductance avec l'interrupteur ;

- ralentir la croissance de sa tension aux bornes par mise en parallèle d'un condensateur.

Avec un CALC, le composant est à même de commuter la totalité du courant alors que la tension à ses bornes reste encore faible ou, par dualité, supporter la totalité de la tension, le courant étant annulé. A noter pour les puristes qu'on ne peut théoriquement pas parler de commutation à zéro de courant (ZCS) ou zéro de tension (ZVS) car ces grandeurs ne font qu'évoluer différemment tout au long de la commutation et ne sont jamais totalement nulles.

#### Chapitre I

L'association de ces éléments passifs a bien entendu ses revers, comme le risque de surtension due à l'inductance à l'ouverture, et de surintensité due au condensateur à la fermeture, ou encore celui de la génération d'oscillations indésirables. Un CALC est en conséquence un circuit plus complexe incluant d'autres éléments comme par exemple une résistance pour dissiper l'énergie liée aux oscillations ainsi que des diodes pour assurer les connexions unidirectionnelles indispensables.

La figure I.1 présente un CALC dissipatif opérationnel à l'ouverture et la fermeture.



Figure I.1 : CALC dissipatif

Pour les petites puissances, des CALC plus élaborés peuvent être mis en œuvre. Ils se composent généralement de condensateurs, d'inductances et d'un autre interrupteur. La commande de ce dernier permet de réaliser une oscillation locale qui provoque la commutation du composant principal au « zéro de tension » ou « zéro de courant ». Ce sont les techniques ZVS et ZCS évoquées précédemment.

En conclusion, les CALC améliorent les commutations puisque les surtensions et surintensités sont réduites au niveau de l'interrupteur qui ne supporte plus seul les différents traumatismes. Cependant, on ne supprime pas les variations rapides de courant et de tension (di/dt et dv/dt) qui sont en fait reportées sur les composants réactifs des CALC, ce qui peut augmenter les probabilités de rayonnement indésirable, en particulier en champ magnétique, par les éléments bobinés. Il faut encore souligner que le renvoi éventuel à la source de l'énergie de commutation ainsi que celle des oscillations parasites peut réduire la qualité du signal en amont.

#### I.2 Convertisseurs et composants associés

Ce paragraphe est une présentation sommaire des différents convertisseurs, qui a pour objectif principal de rappeler quels sont les semi-conducteurs associés, et les perturbations essentielles qui les caractérisent.

#### I.2.1 Convertisseurs à la fréquence réseau

Il s'agit essentiellement des redresseurs commandés, des gradateurs et des cycloconvertisseurs.

Ces structures traditionnelles sont réalisées dans une très large plage de puissance, elles utilisent essentiellement des thyristors commandés par la phase. Les commutations à l'ouverture des composants sont spontanées. Les vitesses de commutation sont peu élevées car limitées par la nature des sources et les caractéristiques des composants. Les principales perturbations observées concernent essentiellement les harmoniques et sous-harmoniques des courants prélevés au réseau. Le rayonnement à proximité immédiate de ces structures peut être élevé, compte tenu des amplitudes très fortes des tensions et courants mis en jeu, mais la fréquence de découpage étant très basse, les champs décroissent très vite avec l'éloignement. On s'intéressera alors en CEM, essentiellement aux champs dits « proches ».

#### I.2.2 Convertisseurs à fréquence in dustrielle (< 16 kHz)

Il s'agit essentiellement des hacheurs de puissance utilisés par exemple dans les variateurs de vitesse pour moteurs à courant continu et des onduleurs destinés aux moteurs alternatifs, ou encore aux alimentations statiques de secours.

#### I.2.2.1 Les hacheurs de puissance

Les sources amont et aval sont de nature continue ce qui n'autorise pas bien sûr la commutation spontanée des interrupteurs employés. Ceux-ci sont donc commandés à l'ouverture et à la fermeture. Les commutations génèrent alors des gradients de courant et de tension importants dans les différentes connexions du convertisseur.

Les composants utilisés en très forte puissance sont des thyristors avec circuit de soufflage, ou des GTO (thyristors blocables par la commande). En moyenne puissance, le transistor IGBT est préféré.

Les perturbations conduites couvrent un spectre plus étendu que précédemment, puisque les fréquences de découpage choisies peuvent atteindre 16 kHz dans un souci de réduction des bruits acoustiques.

Les vitesses de commutation sont encore peu élevées car toujours limitées par la nature des sources et les caractéristiques des composants.

Les champs proches, du fait des amplitudes élevées des tensions et des courants, seront importants et avec un spectre un peu plus étendu en fréquence (pouvant atteindre quelques MHz) que pour les convertisseurs précédents.

#### I.2.2.2 Les onduleurs

Les onduleurs ont une structure en pont ou demi-pont et peuvent être regroupés selon trois familles : les onduleurs de tension, les onduleurs de courant et les onduleurs à résonance (résonance série ou résonance parallèle).

Les deux premières familles utilisent une commande à modulation de largeur d'impulsion (M.L.I.) unipolaire ou bipolaire ou génèrent des niveaux discrédités (marches d'escalier). Chaque commande a pour objectif la réduction des harmoniques de tension ou de courant aux basses fréquences.

Les onduleurs à résonance sont sur charge réactive, ils utilisent un élément dual en série ou parallèle pour créer ainsi une source réceptrice oscillante, dont les passages à zéro des grandeurs électriques autoriseront les commutations naturelles. Les courants et tensions obtenus sont d'allures sinusoïdales. Les fréquences de fonctionnement doivent être proches de la fréquence d'oscillation du dipôle LC pour limiter leurs harmoniques.

Les onduleurs nécessitent généralement des interrupteurs bidirectionnels en tension ou en courant, entièrement commandés (GTO, IGBT ou transistors MOS associés à une diode). Les commutations peuvent avoir lieu plusieurs fois par période et être irrégulièrement réparties (commande à M.L.I.). C'est alors une séquence qui se répète à la fréquence de fonctionnement. Il est ainsi difficile de parler de fréquence de commutation pour ces composants. On peut toutefois introduire la notion de « motif ».

Les perturbations conduites sont observables sur l'entrée continue et sont directement liées aux découpage des ondes réalisant la sortie alternative.

Le rayonnement à proximité dépendra de la puissance mais aussi du type des composants, puisque leur vitesse de commutation peut être, comme nous le verrons ensuite, nettement supérieure dans le cas des MOS ou de certains IGBT de dernière génération.

#### I.2.3 Convertisseurs à fréquence élevée (30 kHz - 100 kHz)

L'utilisation de fréquences de fonctionnement élevées permet de s'affranchir des bruits acoustiques, de diminuer la taille des condensateurs, des inductances, des transformateurs et de faciliter le filtrage. Cependant, les composants capables de fonctionner à ces fréquences admettent des limites en courant et tension restreintes. Ces convertisseurs sont donc principalement utilisés en moyenne et petite puissance.

Les alimentations à découpage constituent l'essentiel de cette famille, elles assurent principalement la conversion continu-continu et alternatif-continu (ajout d'un pont redresseur en tête). Techniquement, ces structures du type « hacheur », relient des sources de nature différente (hacheur sans accumulation) ou identique (hacheur à stockage intermédiaire).

Les composants les plus employés sont les transistors MOS de puissance, les transistors bipolaires et les IGBT rapides. Les vitesses de commutation sont imposées soit par le composant soit par le CALC. En règle générale, les temps de commutation sont réduits au maximum pour conserver au convertisseur la meilleure dynamique possible et de ce fait le rayonnement électromagnétique peut être important. Sa réduction est possible dans les cas particuliers des alimentations « quasirésonnantes ».

#### I.2.4 Caractéristiques des SC de puissance associés aux convertisseurs

Dans cet ouvrage, nous nous limitons aux semi-conducteurs (SC) destinés aux petites et moyennes puissances et cherchons essentiellement les caractéristiques concernant leurs commutations et, plus particulièrement, celles qui déterminent les variations rapides du courant.

Les caractéristiques fournies par les constructeurs sont variées, elles donnent généralement un aperçu des performances optimales du composant. Les tests sont en effet réalisés avec des circuits particuliers qui sont pour la plupart exempts des éléments parasites que l'on peut trouver sur des cartes industrielles (inductances de ligne, capacités entres pistes, éléments parasites d'autres composants...). Compte tenu de cela, certaines valeurs relevables sur des montages industriels pourraient être beaucoup plus importantes que les niveaux proposés.

Les caractéristiques présentées ci-après pour les différents composants signalés précédemment ont été prelevées dans différents recueils de constructeurs connus. Nous y avons sélectionné des semi-conducteurs classiquement utilisés et, pour chaque famille, des caractéristiques types, moyennées, en vue d'établir à terme une forme d'onde de référence du courant commuté.

#### I.2.4.1 Le thyristor ou SCR

Le thyristor (Silicon Controlled Rectifier) est un composant relativement lent, bien adapté pour des fonctionnements aux basses fréquences en forte puissance. C'est un composant unidirectionnel en courant et bidirectionnel en tension, dont la fermeture est commandée, alors que l'ouverture est spontanée au zéro de courant (figure I.2).



Figure I.2 : Thyristor

Le tableau I.1 ci-dessous, accompagné de sa légende (figure I.3), présente quelques caractéristiques sélectionnées de thyristors de différentes gammes.

V <sub>AK</sub> (V)	I <sub>rms</sub> (A)	di/dt max (A/µs)	t <sub>r</sub> min (μs)	t <sub>q</sub> (μs)	dv/dtd max (V/µs)
1 300	630	200	5,5	25	500
400-1 400	450	300	2,6	30	500
500-800	25	200	0,2	70	500
800-1 200	25	500	0,1	60	1 000
800-1 400	69	500	0,2	100	1 000

Tableau I.1 : Caractéristiques sélectionnées de quelques thyristors

Légende :



Figure 1.3 : Ondes du thyristor

-  $t_r$  (min) : temps minimum estimé pour atteindre le niveau  $\sqrt{3}$  Irms(max) ;

di/dt : vitesse maximale de croissance et de décroissance du courant ;

- t<sub>q</sub>: temps de blocage du thyristor. C'est le temps minimum entre le passage à zéro du courant dans le sens direct et la montée de la tension directe sans remise en conduction du thyristor;

- dv/dt : vitesse maximale de croissance de la tension directe du thyristor. Au-delà de cette valeur, il y a risque d'amorçage intempestif du thyristor.

Nous proposons de retenir des ordres de grandeur qui permettront par la suite de définir l'onde type de courant. A noter que la puissance commutée n'atteint pas le maximum possible pour le thyristor, du fait que nous souhaitons pouvoir comparer les différents semi-conducteurs dans une plage de puissance commune.

- temps de commutation à la fermeture :  $0,1 \mu s$  à quelques  $\mu s$ ;
- di/dt : 30 A/µs à 170 A/µs (200 à 1 000 A/µs en non répétitif).

#### I.2.4.2 Le thyristor GTO

Le GTO (Gate Turn Off), est très utilisé dans le domaine des fortes puissances (figure I.4). La fermeture et l'ouverture sont commandées.



Quelques caractéristiques sélectionnées de thyristors GTO sont données dans le tableau I.2.

V (V)	I (A)	t <sub>fq</sub> (μs)	t <sub>rmin</sub> (µs)	di/dt	t <sub>tq</sub> (μs)	dv/dt
				max		max
				(A/μs)		(V/µs)
1 200	300	1	1,5	200	5	600
1 200	200	1	1	200	5	800
1 200	90	0,8	0,45	200	5	800
1 200	50	0,7	0,25	200	5	800
1 200	20	0,7	0,13	150	4	800

Tableau I.2 : Caractéristiques sélectionnées de quelques GTO

#### Légende :

-  $t_{fq}$ : temps de descente rapide du courant durant la conduction en inverse de la jonction gâchette – cathode ;

-  $t_{tq}$ : temps nécessaire au courant de queue pour s'annuler (recombinaison des porteurs libres);

- trmin #  $\frac{\text{ITRMSSM}}{\text{di/dt max}}$ .

Le temps de commutation à l'ouverture peut valoir plusieurs microsecondes  $(t_{fq} + t_{tq})$ , mais dans le contexte CEM, nous retiendrons uniquement le temps  $t_f$  qui correspond à la plus importante variation du courant lors de l'ouverture.  $t_f$  est de l'ordre de la microseconde.

#### I.2.4.3 Le MCT

C'est un thyristor commandé à l'ouverture (figure I.5) disposant d'une grille de type MOS (MOS Controlled Thyristor). Le contrôle des commutations peut être assuré par l'application d'une tension positive ou négative sur la gâchette. Son utilisation est ciblée vers les convertisseurs à résonance.



Figure I.5 : MCT

Le tableau I.3 présente les caractéristiques de quelques MCT, (tests réalisés avec une charge inductive de 200  $\mu H).$ 

A noter que :

- t<sub>r</sub> est le temps de monté du courant à la fermeture ;
- t<sub>f</sub> est le temps de descente du courant à l'ouverture.

V (V)	Ic (A)	t <sub>r</sub> (μs)	t <sub>f</sub> (μs)	di/dt à la fermeture (A/µs)	di/dt à l'ouverture (A/µs)	di/dt (Max) (A/µs)
600	75	0,2	1,15	380	70	2 000
1 000	65	0,16	1,45	410	40	2 000
600	35	0,18	1,1	190	30	800

Tableau I.3 : Caractéristiques sélectionnées de quelques MCT

Temps de commutation typique que nous retiendrons : une à quelques microsecondes.

#### I.2.4.4 L'IGBT

C'est un transistor bipolaire (figure I.6) commandé par une entrée MOS (Insulated Gate Bipolar Transistor). Il est très utilisé de nos jours. Ses performances ne cessent de progresser et les temps de commutation se rapprochent de ceux du transistor MOS de puissance, même si un courant de queue persiste en fin de commutation.



Figure 1.6 : IGBT

Le graphique I.1, construit à partir des recueils de caractéristiques donnés par les fabriquants, présente, les temps de commutation de différents IGBT.



Graphique I.1: t<sub>r</sub> et t<sub>f</sub> de différents IGBT

A l'examen du graphique, on voit que les temps  $t_r$  et  $t_f$  définis sur la figure I.7 peuvent différer fortement d'un composant à l'autre.



Figure 1.7 : Ondes types de l'IGBT

Nous retiendrons :

- Temps de montée t<sub>r</sub> : 30 ns à 200 ns.
- Temps de descente t<sub>f</sub>: 50 ns à 200 ns.

(Il s'agit des temps de montée et de descente et non pas des temps de commutation).

#### I.2.4.5 Le transistor MOS de puissance

C'est le composant le plus rapide utilisé en électronique de puissance (figure I.8), cependant, la valeur du courant qu'il peut commuter limite son utilisation aux petites et moyennes puissances. Les familles usuelles présentent un compromis classique courant /tension, par exemple : (50 A/500 V), (110 A/200 V), (180 A/100 V).



Figure I.8 : Transistor MOS de puissance

Les commutations sont caractérisées uniquement par les temps de montée  $(t_r)$  et de descente  $(t_f)$  du courant. On devra toutefois prêter attention aux éléments parasites des MOS de puissance, à savoir les capacités  $C_i = C_{GD} + C_{GS}$  et  $C_{DS}$ , ainsi qu'à la diode de structure en antiparallèle qui peut rendre le MOS bidirectionnel en courant.

Le graphique I.2 suivant, construit à partir de recueils de caractéristiques des fabricants, indique les temps de commutation de différents types de MOS de puissance.



Graphique I.2 : t<sub>r</sub> et t<sub>f</sub> de différents MOS de puissance

On constate à nouveau une disparité importante entre composants. Nous retiendrons que les temps de commutation des MOS de puissance rapides se situent globalement en dessous de 100 ns, et que les plus rapides d'entre eux peuvent commuter en moins de 40 ns.

L'ordre de grandeur retenue sera donc de 20 à 100 ns.

I.2.4.6 Le transistor bipolaire de puissance

Le transistor bipolaire de puissance est ici utilisé en régime bloqué/saturé pour assurer les commutations.

Il concerne principalement les petites et moyennes puissances (commande de moteurs, alimentation à découpage faible coût).

Il convient ici de citer le montage « darlington » qui permet de réduire le courant de commande, mais qui n'est guère plus usité de nos jours.

Des modules intègrent directement ce montage sur le silicium, mais leur diffusion commerciale diminue au regard de l'intérêt présenté par les IGBT.

Le tableau I.4 suivant donne les temps de commutation de différents transistors bipolaires.

Vce (V)	Ic (A)	$t_{on}(R)(ns)$	$t_{f}(R)(ns)$	t <sub>f</sub> max 100°(L) (ns)
700	1	500	300	200
700	4	520	300	200
700	10	560	350	100
1 000	5	1 000	800	300
1 000	8	1 000	800	300
1 500	12	N.C.	N.C.	200
700	8	350	N.C.	180
450	15	N.C.	N.C.	150
600	10	600	200	300
450	30	N.C.	N.C.	150

Tableau I.4 : Caractéristiques	de différents	transistors	bipol	aires
--------------------------------	---------------	-------------	-------	-------

Légende pour les tests sur charge résistive :

- t<sub>on</sub>: temps entre début de la commande et fin de la fermeture du composant ;
- t<sub>f</sub> (**R**) : temps de descente du courant.

Nous proposons de retenir un temps de commutation « typique » de 100 à quelques centaines de nanosecondes.

#### I.2.4.7 Le triac

Le triac est un composant bidirectionnel en tension et en courant (figure I.9). Il est commandé à la fermeture, et son ouverture est naturelle. Le triac est l'équivalent de deux thyristors montés en antiparallèle. Sa commande est toutefois dissymétrique, et quatre modes de fonctionnement en résultent.



Figure I.9 : Triac

Les principales caractéristiques (tableau I.5), que nous retiendrons de ces composants sont :

- le di/dt à la fermeture ;
- le dv/dt critique à l'ouverture pour un dig/dt de commande donné ;
- le dv/dt à l'état bloqué.

Nous retiendrons que :

- les temps de commutation sont de l'ordre de plusieurs microsecondes ;
- les dv/dt critiques sont assez faibles (10 V/ $\mu$ s) ce qui limite l'utilisation des triacs à des puissances moyennes et aux basses fréquences.

t

V (V)	I <sub>rms</sub> (A)	di/dt (A/µs)	Gâchette	t <sub>r</sub> min (μs)	dv/dt (V/µs)
400	6	10	$dig/dt = 1 A/\mu s,$ Ig = 500mA	0,8	10
400-800	10	10	$dig/dt = 1 A/\mu s,$ Ig = 500mA	1,4	10
400-800	25	10	$dig/dt = 1 A/\mu s,$ Ig = 500mA	3,5	10
500	8	50	$dig/dt = 0.2 \text{ A/}\mu s$ Ig = 200 mA	0,2	20
500	12	50	$dig/dt = 0.2 \text{ A/}\mu s$ Ig = 200 mA	0,3	20
500	25	50	$dig/dt = 0.2 A/\mu s$ Ig = 200mA	0,7	10

Tableau I.5 : Caractéristiques de commutation de triacs de petite puissance

#### I.2.5 Comparatif et bilan

Notre objectif est d'estimer les durées possibles de croissance  $(t_r)$  et de décroissance  $(t_f)$  du courant principal des composants. Pour cela, nous nous limitons au panel retenu précédemment, pour lequel les tensions et courants maximum sont comparables. A noter que  $t_r$  et  $t_f$  sont estimés sur une plage de niveau du courant (10 % - 90 %) ce qui exclut l'intégration des données correspondant aux « courants de queue ». Le tableau I.6 indique les plages de valeurs plausibles de  $t_r$  et  $t_f$  pour les échantillons des diverses familles sélectionnées.

Semi - conducteur	V (V)	I <sub>RMS</sub> ou I <sub>RMSSM</sub> (A)	t <sub>r</sub> (μs)	t <sub>f</sub> (μs)
thyristor	400 - 1 400	12 - 600	0,1 - 5	0,1 - 5
GTO	1200	20 - 300	0,1 - 1 (tr min)	0,7 - 1 (tfq)
МСТ	600 - 1 000	35 - 75	0,16 - 0,2	1 - 1,5
Triac	400 - 800	6 - 25	0,2 - 4	0,2 - 4
Tr. bipolaire	450 - 1 500	1 - 30	0,3 - 1	0,1 - 0,3 (0,8)*
IGBT	300 - 1 200	6 - 80	0,03 - 0,2	0,05 - 0,02 (0,7)*
MOS	30 - 1 000	10 - 450	0,02 - 0,1 (0,3)*	0,02 - 0,1 (0,3)*

(\*) valeur pour des composants de moindre qualité, ou de technologie plus ancienne.

Tableau I.6 : Comparatif des temps  $t_r$  et  $t_f$  des différents semi-conducteurs

En observant le tableau récapitulatif, il ressort que deux groupements essentiels sont envisageables au regard des temps de commutation définis.

- 1<sup>er</sup> groupement : « thyristor + GTO + triac + transistor bipolaire » ;

- 2<sup>e</sup> groupement : « IGBT + transistor MOS de puissance ».

Par recouvrement approximatif des fourchettes de valeurs, nous pourrions retenir pour le premier groupement les chiffres moyens suivants :  $t_r = 0,2 \ \mu s$  et  $t_f = 0,7 \ \mu s$  et pour le deuxième groupement :  $t_r \# t_f \# 0,1 \ \mu s$ . A ces chiffres, on pourrait faire correspondre des fréquences « équivalentes » définies en CEM pour une transition supposée unique par l'expression :  $F_{eq} = \frac{1}{\pi \cdot t_{(r,f)}}$ , ce qui conduirait aux indications de valeurs suivantes :

_	premier groupement	450 kHz < F <sub>eq</sub> < 1,6 MHz
-	deuxième groupement	F <sub>eq</sub> # 30 MHz

#### I.3 Formes d'ondes des courants et modèles simplifiés correspondants

Suivant la nature des sources et le type de conversion, les formes d'ondes des courants seront très variées. Les éléments passifs, mais également les impédances parasites vont influencer fortement les allures. Il est évident que l'on ne peut pas traiter le problème du rayonnement de manière exhaustive. Sachant que les commutations les plus rapides seront les plus gênantes au regard des perturbations conduites et rayonnées, nous proposons alors de traiter plus spécifiquement le cas des cartes de conversion à découpage.

L'onde de base du courant (sans tenir compte de l'environnement, et en privilégiant les aspects haute fréquence) est un trapèze asymétrique ou symétrique, ou éventuellement une onde rectangulaire.

Les ondes particulières, isolées, ou superposées à cette onde de base, sont les impulsions et oscillations inévitables liées aux inductances et aux capacités parasites, des pistes et des SC.

Avant de passer à la détermination dans le domaine fréquentiel de ces ondes, nous jugeons utile de présenter deux montages simples susceptibles de générer ces ondes particulières.

#### I.3.1 Impulsions très brèves de courant d'un pont à sortie 3 niveaux

Voici le schéma de principe d'un pont onduleur (figure I.10), fonctionnant à 20 kHz, équipé de transistors MOS de puissance dont la capacité « drain-source » est de l'ordre de 400 pF. La charge prévue est résistive.

L'onde de sortie est une onde traditionnelle « 120° ».

La commande retenue par le concepteur se veut la plus économique. Les MOS sont contrôlés par paires (une paire = transistor du haut d'un bras et transistor du bas de l'autre bras), avec signal de grille appliqué durant 1/3 de période et sans décalage du deuxième bras sur le premier. On sait que ce choix ne permet pas de forcer la tension de sortie à zéro si la charge n'est pas strictement résistive. Ce sera le cas ici, puisque nous tenons compte de la présence d'une inductance de connexion en sortie.

L'apparition de signaux perturbateurs pouvant être à l'origine de l'apparition des champs proches est dans ces conditions nettement favorisée.



Figure 1.10 : Pont onduleur à transistors MOS de puissance

Les ondes essentielles relatives aux éléments signalés sur le schéma sont obtenues par simulation avec le logiciel EDWIN 32<sup>™</sup> (figure I.11). On distingue :

des oscillations de tension liées à la nature malencontreusement inductive de la charge et à l'existence des capacités « drain-source » des transistors MOS. Elles apparaissent à l'ouverture, aux bornes des MOS et en sortie du montage. Elles se positionnent à mi-amplitude, quand nul semi-conducteur n'est passant. Ces oscillations seront génératrices de champ électrique.

- Des impulsions de courant dans les diodes, à croissance très rapide, de durée dépendant de l'importance du stockage inductif. (On notera que durant ces impulsions, la tension de sortie change de polarité et que le potentiel du drain du transistor MOS rejoint la tension source. Ces niveaux seraient annulés avec une commande de bras décalée qui ferait apparaître, comme il est bien connu des électroniciens de puissance, la conduction mixte « transistor - diode », inexistante dans le cas présent.)





Un zoom de l'encadré 1 est présenté sur la figure I.12 dans lequel on notera les transitions rapides des courants.

Chapitre I



Figure I.12 : Zoom de l'encadré 1

On remarque ensuite dans l'encadré 2 de la figure I.12 (détail donné figure I.13), que des impulsions de courant élevées et beaucoup plus rapides encore, apparaissent à l'instant de fermeture des transistors d'une paire. Cela est dû à l'application brusque qui en résulte de la tension continue d'alimentation sur les jonctions drainsource des autres transistors. En effet, dans l'intervalle précédent de non-conduction globale, les capacités parasites drain-source des quatre transistors s'étaient chargées à hauteur de 50 % de cette tension d'alimentation. Il y a donc doublement brutal de la tension sur ces éléments capacitifs, sans cheminement pour le courant par l'inductance en sortie.



Figure 1.13 : Zoom de l'encadré 2

Ces dernières impulsions de courant, de niveau double dans la boucle d'alimentation, sont de durée très courte, car voisine de 3 à 4 ns. Elles peuvent donc générer un champ magnétique d'amplitude significative dont la fréquence équivalente peut atteindre 100 MHz.

#### I.3.2 Oscillations de courant en amont ou aval d'un hacheur rapide

La figure I.14 représente le schéma d'un hacheur 100 V/100 kHz. La charge est une résistance de 20  $\Omega$ , à laquelle il convient d'adjoindre une inductance de ligne de 2  $\mu$ H. L'interrupteur comprend un transistor MOS de puissance de capacité drainsource relativement élevée (400 pF) et une diode rapide en anti-parallèle.



Figure I.14 : Hacheur rapide

Des oscillations vont naturellement apparaître, aussi bien en tension, qu'en courant. La figure I.15 représente les ondes temporelles qui en témoignent.

Il faut alors constater que l'oscillation de courant, dans la charge, dont la fréquence est voisine de 700 kHz et dont l'amplitude atteint 4 A, sera génératrice d'un champ magnétique perturbateur émis par la boucle indésirable que constitue la liaison au récepteur.



Figure 1.15 : Ondes temporelles du hacheur

Un zoom de l'encadré de la figure I.15, est présenté figure I.16. On peut ainsi observer que la diode est sans effet sur l'oscillation de tension dès lors que l'amplitude de celle-ci est inférieure à la tension source.



Figure I.16 : Zoom de l'encadré de la figure I.15

#### I.3.3 Ondes de base dans les domaines temporel et fréquentiel

Nous allons examiner successivement les différents cas précités, avec pour objectif la détermination de leur spectre fréquentiel, lequel sera utilisé ultérieurement pour le calcul du champ magnétique émis par des boucles de câblage.

Les ondes de bases vont être présentées dans le domaine temporel, leur décomposition spectrale est obtenue par le calcul des coefficients de Fourier.

#### Rappel sur les coefficients de Fourier

Soit x(t) une fonction périodique de période T. Cette fonction peut s'écrire sous la forme d'une somme de fonctions harmoniques :

$$x(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \left( a_n \cos\left(n\frac{2\pi}{T}t\right) + b_n \sin\left(n\frac{2\pi}{T}t\right) \right)$$
(1.1)

avec :

$$a_0 = \frac{1}{T} \int_T x(t) dt \tag{1.2}$$

$$a_n = \frac{2}{T} \int_T x(t) \cdot \cos\left(n\frac{2\pi}{T}t\right) dt$$
(I.3)

$$b_n = \frac{2}{T} \int_T x(t) \cdot \sin\left(n\frac{2\pi}{T}t\right) dt$$
(I.4)

En réécrivant cette égalité sous forme exponentielle complexe, on obtient la décomposition en série de Fourier de la fonction x(t):

$$x(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} c_n \cdot e^{jn\frac{2\pi}{T}t}$$
(1.5)

avec :

$$c_{n} = \frac{1}{T} \int_{T} x(t) \cdot e^{-jn\frac{2\pi}{T}t} dt$$

$$c_{0} = a_{0}, \ c_{n} = \frac{a_{n} - jb_{n}}{2} \quad \text{pour } n > 0, \ c_{n} = \frac{a_{n} + jb_{n}}{2} \quad \text{pour } n < 0.$$
(I.6)

Les coefficients  $c_n$  sont les coefficients de Fourier, mais seuls les  $c_n$  pour n > 0 ont une signification physique. On peut en effet exprimer x(t) comme suit :

$$x(t) = c_0 + \sum_{n=1}^{\infty} 2|c_n| \cdot \cos(n\frac{2\pi}{T}t + \angle c_n) \qquad (\angle c_n : \text{argument du complexe } c_n ). \quad (I.7)$$

I.3.3.1 Onde rectangulaire



Figure I.17 : Onde rectangulaire de rapport cyclique  $\alpha = t_M / T$ 

 $\square$ CD 012 : Onde rectangulaire pour  $\alpha = 0.04$  (figure I.17a)

Pour une onde rectangulaire (figure I.17), les coefficients de Fourier sont :

$$c_n = \frac{A}{n\pi} \cdot \sin\left(\frac{n \cdot \pi \cdot t_M}{T}\right) \tag{1.8}$$

Les amplitudes des harmoniques sont donc :  $H_n = 2|c_n|$  (figure I.18).

$$H_n = \frac{2A}{n\pi} \cdot \left| \sin\left(\frac{n \cdot \pi \cdot t_M}{T}\right) \right|$$
(1.9)



Figure I.18 : Décomposition spectrale de l'onde rectangulaire (rapport cyclique  $\alpha = 0,04$ )

L'enveloppe des amplitudes des harmoniques décroît suivant une pente de moins 20dB/décade à partir du rang T/( $t_M . \pi$ ).

Si le rapport cyclique augmente, l'excursion du piedestal (niveau de départ observable sur la figure I.18) va se réduire et les perturbations liées aux premiers rangs des harmoniques seront minimisées.

Cela est illustré sur le CD d'accompagnement :

**Q**CD 014-015 : Représentations temporelle et fréquentielle de l'onde rectangulaire pour  $\alpha = 0,18$  (figures I.18a et I.18b)

 $\square$ CD 016-017 : Représentations temporelle et fréquentielle de l'onde rectangulaire pour  $\alpha = 0.9$  (figures I.18c et I.18d)

I.3.3.2 Onde trapézoïdale symétrique



Figure I.19 : Onde trapézoïdale symétrique

 $\blacksquare$ CD 018 : Onde trapézoïdale symétrique pour  $\alpha = 0,15$  et t<sub>r</sub> = 500 ns (figure I.19a)

**□**<sub>019</sub>

Pour un trapèze régulier (figure I.19) les coefficients de Fourier sont :

$$C_n = \frac{AT}{t_r \cdot (\pi \cdot n)^2} \cdot \sin\left(\frac{n \cdot \pi \cdot t_r}{T}\right) \cdot \sin\left(\frac{n \cdot \pi \cdot (t_r + t_M)}{T}\right) \cdot e^{-j\frac{2n \cdot \pi \cdot (t_r + t_M/2)}{T}}$$
(I.10)

Les amplitudes des harmoniques sont données par :  $H_n = 2 \cdot |C_n|$  (figure I.20).

$$H_{n} = \frac{2AT}{t_{r} \cdot (\pi \cdot n)^{2}} \cdot \left| \sin\left(\frac{n \cdot \pi \cdot t_{r}}{T}\right) \cdot \sin\left(\frac{n \cdot \pi \cdot (t_{r} + t_{M})}{T}\right) \right|$$
(1.11)

Figure I.20 : Décomposition spectrale de l'onde trapézoïdale symétrique pour  $\alpha = 0,15$ 

Fréquence (Hz)

L'enveloppe des harmoniques présente trois pentes distinctes :

- la première est nulle pour les harmoniques de rang inférieur à  $T/(\pi.(t_r+t_M))$ ;

– la seconde de – 20 dB/décade pour les harmoniques compris entre  $T/(\pi.(t_r+t_M))$  et  $T/(\pi.t_r)$  ;

– la troisième de – 40 dB/décade pour les harmoniques supérieurs à T/ $(\pi.t_r)$ .

Quand le rapport cyclique augmente, le piedestal disparaît, comme illustré sur le CD avec  $\alpha = 0.45$ .

 $\blacksquare$ CD 020-021 : Représentations temporelle et fréquentielle de l'onde trapézoïdale pour  $\alpha = 0.45$  (figures 1.20a et 1.20b)

I.3.3.3 Onde trapézoïdale asymétrique



Figure I.21 : Onde trapézoïdale asymétrique

**ECD** 022 : Onde trapézoïdale asymétrique pour  $\alpha = 0,2$  t<sub>r</sub> = 400 ns t<sub>f</sub> = 2 ms (figure I.21a)

Les expressions des coefficients de Fourier d'une telle (figure I.21) sont :

$$C_{n} = \frac{AT}{t_{r} \cdot t_{f} \cdot (2 \cdot \pi \cdot n)^{2}} \cdot \left( -2 \cdot j \cdot t_{f} \cdot \sin\left(\frac{n \cdot \pi \cdot t_{r}}{T}\right) \cdot e^{-j\frac{n \pi \cdot t_{r}}{T}} + 2 \cdot j \cdot t_{r} \cdot \sin\left(\frac{n \cdot \pi \cdot t_{f}}{T}\right) \cdot e^{-j\frac{n \pi \cdot t_{f}}{T}} \cdot e^{-j\frac{n \pi \cdot (t_{r} + t_{M})}{T}} \right)$$
(1.12)

La figure I.22 donne la décomposition spectrale de ce type d'onde, pour un rapport cyclique  $\alpha = 0,2$  et des temps de transition  $t_r$  et  $t_f$  égaux respectivement à 400 ns et 2 ms.



Figure 1.22 : Décomposition spectrale de l'onde trapézoïdale asymétrique

L'enveloppe des harmoniques présente trois pentes distinctes dont les points d'inflexion sont proches de ceux relatifs au cas de l'onde trapézoïdale symétrique. Les niveaux sont cependant légèrement différents comme indiqué sur la figure.

En augmentant  $\alpha$ , comme précédemment, le piedestal peut de nouveau disparaître et 2 pentes au lieu de 3 subsistent pour l'enveloppe des maximas du spectre. CD 024-025 : Représentations temporelle et fréquentielle de l'onde trapézoïdale pour  $\alpha = 0,5$  (figures 1.22a et 1.22b)

#### I.3.4 Prise en compte des oscillations de commutation

Au sein d'un convertisseur à découpage, il va sans dire que des courants de formes diverses vont apparaître, porteurs d'oscillations. Il est bien évidemment difficile de vouloir prendre en compte toutes les allures possibles.

Nous proposons donc de ne considérer que l'allure trapézoïdale précédemment étudiée, à laquelle nous superposons une oscillation de commutation à l'ouverture mais éventuellement également à la fermeture, sachant que ce cas de figure est tout à fait envisageable.

Formulation mathématique

Les oscillations parasites vont être modélisées par une sinusoïde amortie du type :

$$p(t) = Dp \cdot e^{-\kappa \cdot t} \cos(w_p \cdot t + \varphi_p) \cdot$$

(I.13)

Représentations temporelles et fréquentielles



Cas de l'oscillation isolée





Figure I.24 : Décomposition spectrale de l'oscillation isolée de fréquence 8 MHz

• Cas de l'oscillation à la fermeture portée par une onde trapézoïdale type



Figure 1.25 : Onde temporelle de l'oscillation à la fermeture de fréquence f = 8 MHz


Figure : 1.26 Décomposition spectrale de l'oscillation à la fermeture de fréquence f = 8 MHz

• Cas de l'oscillation à l'ouverture portée par une onde trapézoïdale type



Figure 1.27 : Onde temporelle de l'oscillation à l'ouverture de fréquence f = 8 MHz



Figure I.28 : Décomposition spectrale de l'oscillation à l'ouverture de fréquence f = 8 MHz

## Commentaire

Il apparaît clairement que la présence d'une oscillation parasite modifie l'enveloppe du spectre du courant de manière significative aux fréquences les plus élevées. Le phénomène sera amplifié par dérivation de la fonction comme nous le prendrons en compte ultérieurement.

#### Conclusion du chapitre

Nous venons de voir brièvement ce qu'est la fonction de commutation en électronique de puissance, et quelles sont les structures de conversion classiques qui l'utilisent. Nous avons également présenté une étude statistique des temps de transition d'un échantillonnage de semi-conducteurs associés à ces structures.

Deux groupements de semi-conducteurs peuvent être retenus. Les plus rapides présentent des temps de commutation conduisant à des fréquences équivalentes pouvant atteindre 3 MHz. On peut donc s'attendre à un rayonnement électromagnétique important au voisinage des circuits associés.

De manière à aborder ce problème, nous avons sélectionné des ondes typiques de courant, construites à partir des considérations précédentes sur les temps de transition des semi-conducteurs, mais également sur la présence possible d'oscillations parasites liées aux imperfections des câblages.

# **CHAPITRE II**

PRÉSENTATION SIMPLIFIÉE DU RAYONNEMENT DES CARTES DE PUISSANCE

and the second sec

Les convertisseurs réalisés sur cartes sont de petites et moyennes puissances, mais ils constituent le plus grand nombre. Nous allons donc cibler essentiellement notre présentation sur ces structures coplanaires 2D, sachant que les systèmes de grande puissance nécessairement tri-dimensionnels doivent faire l'objet d'études spécifiques individualisées.

# II.1 Îlot rayonnant, boucle « top ologique » et boucle « équivalente »

#### II.1.1 « Îlot rayonnant »

Les mesures du champ magnétique au-dessus de cartes électroniques, que l'on peut effectuer à l'aide de sondes de champ proche, permettent en général de repérer des « îlots rayonnants » localisés.

Pour une carte simple d'alimentation à découpage par exemple, on pourrait repérer deux ou trois « îlots » localisés prépondérants dont on peut considérer que l'action conjuguée détermine l'essentiel du champ magnétique résultant de la carte. Dans ces conditions, nous allons dans un premier temps étudier tous les aspects du rayonnement de boucles particulières à géométrie simplifiée et conjuguer leurs effets dans un deuxième temps.

#### II.1.2 « Boucle topologique »

La « boucle topologique » voit son nom inspiré par la notion de « topologie » qui est une forme de représentation du schéma structurel limité aux semi-conducteurs et pistes parcourus par des courants. La « boucle topologique » est donc une partie de la structure à un instant donné. Nous allons expliciter cette notion sur quelques exemples.

La présentation qui va être faite se veut didactique et se base sur des schémas simplifiés, auxquels peuvent correspondre des implantations géométriques voisines.

Notre objectif à terme est d'obtenir le rayonnement de « boucles équivalentes » aux îlots précités, dans l'espace environnant (3D).

## Hacheur abaisseur

Le schèma retenu est donné par la figure II.1.

Dans cet exemple, deux topologies essentielles peuvent être sélectionnées, auxquelles correspondent les deux « boucles topologiques » suivantes :

- **B**<sub>t1</sub> : [ **C**, **T**,**Z** ];
- **B**<sub>t2</sub>: [**D**, **Z**]

En implantation réelle, la boucle  $B_{t2}$  peut être constituée simplement par les pistes de sortie vers les bornes de connexion de la charge, souvent reliée par un câble bifilaire ne présentant pas de surface de boucle.



Figure II.1 : « Boucle topologique » d'un hacheur abaisseur

La présence d'un CALC associé au transistor T peut évidemment ajouter d'autres « boucles topologiques ».

#### Pont monophasé

Le schéma de principe d'un onduleur de tension est donné figure II.2.



Figure II.2 : « Boucle topologique » d'un pont monophasé

L'implantation réelle pourrait être de géométrie voisine de celle du schéma, ou très différente suivant, par exemple la disposition du (des) refroidisseur(s), la présence de potentiels communs (exemple celui des émetteurs des semi-conducteurs du bas) etc.

Notre présentation ne pouvant être exhaustive, nous proposons d'observer les topologies sur le schéma de principe.

Les « boucles topologiques »  $B_{t1}$  et  $B_{t2}$  ont pour particularité d'être :

- de même surface ;
- symétriques ;
- parcourues par des courants de mêmes sens.

Elles présentent en outre une partie commune incluant le condensateur haute fréquence C. On notera que la charge supposée ramenée comme précédemment par un câble bifilaire, n'introduit pas de boucle extérieure.

## II.1.3 « Boucle équivalente »

Les logiciels de routage proposent en général des parcours de pistes tenant compte des encombrements des composants, des densités de courant et de règles essentielles pour limiter les effets de diaphonie et de couplage par impédance commune. Les parcours des pistes sont parallèles ou perpendiculaires. Les « boucles topologiques » qui peuvent se dégager sont donc essentiellement des formes géométriques construites à partir de segments perpendiculaires.

Sur une carte réelle, les « boucles topologiques » correspondent à des semiconducteurs, des composants passifs, et des éléments de piste déterminés. Dans leur environnement, il existe également des composants à faible courant destinés par exemple à la commande des interrupteurs, à la régulation, au découplage etc. Sachant que les « boucles topologiques » constituent l'essentiel du champ magnétique rayonné à proximité, on peut alors cerner « géographiquement » un îlot correspondant.

Une carte standard d'alimentation à découpage présentera plusieurs « îlots », donc sera schématisée par autant de « boucles équivalentes » ( $B_e$ ) de forme simples.

Le rayonnement global de la carte observée au travers de celui des « boucles équivalentes » sera estimé au sens de la CEM, c'est-à-dire dans les conditions les plus défavorables.

# II.2 Formulation mathématique et représentation spatiale du champ magnétique

La plupart des ouvrages présentent essentiellement la boucle élémentaire (circulaire infinitésimale). Il convient de s'interroger sur plusieurs points, concernant la comparaison possible de cette boucle élémentaire avec la « boucle équivalente » réelle type de surface finie, de forme rectangulaire ou carrée.

Voici les points d'interrogation qu'il faut retenir :

- quel est le domaine de validité en fonction de l'éloignement, de l'équivalence possible entre la boucle élémentaire et la boucle rectangulaire ?

– quelle est la validité d'une démarche de simplification d'écriture mathématique basée sur le paramètre  $\beta$ r (produit : nombre d'onde × distance) ?

- quelle est l'influence de la dimension des conducteurs constituant la boucle ?

- comment prendre en compte l'effet d'un plan de masse éventuel situé immédiatement sous le circuit ?

## II.2.1 Equations électromagnétiques

Expressions locales des équations de Maxwell :

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \tag{II.1}$$

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial D}{\partial t} \tag{II.2}$$

$$\nabla \cdot \vec{D} = \rho \tag{II.3}$$

 $\nabla \cdot \vec{B} = 0 \tag{II.4}$ 

Précisions sur les opérateurs et grandeurs considérées :

- $\nabla \cdot$ : calcul de divergence ;
- $\nabla \times$ : calcul de rotationnel ;
- $\vec{E}$ : vecteur champ électrique (V/m);
- $\vec{H}$ : vecteur champ magnétique (A/m);
- $\vec{B}$ : vecteur d'induction magnétique (Vs/m<sup>2</sup> ou T);
- $\vec{D}$ : vecteur champ de déplacement (As/m<sup>2</sup> ou C/m<sup>2</sup>);
- $\vec{J}$ : vecteur densité de courant (A/m<sup>2</sup>);
- $\rho$ : densité volumique de charge (C/m<sup>3</sup>).

Dans les milieux isotropes homogènes nous retiendrons les relations suivantes entres les grandeurs :

$$\vec{B} = \mu \vec{H} = \mu_0 \mu_r \vec{H} \tag{11.5}$$

$$\vec{D} = \varepsilon \vec{E} = \varepsilon_0 \varepsilon_r \vec{E} \tag{II.6}$$

(II.7)

$$\vec{J} = \sigma \vec{E}$$

avec :

-  $\varepsilon$ : permittivité absolue,  $\varepsilon r$ : permittivité relative,  $\varepsilon 0 = 1/(36.\pi.109)$ As/Vm;

-  $\mu$ : perméabilité absolue,  $\mu_r$ : perméabilité relative,  $\mu_0 = 4.\pi \cdot 10^{-7} \text{ Vs/Am}$ ;

-  $\sigma$  : conductivité S/m.

Du fait de  $\nabla \cdot \vec{B} = 0$ , il existe un vecteur potentiel magnétique  $\vec{A}$  tel que :

$$\vec{B} = \nabla \times \vec{A} \tag{II.8}$$

Ce vecteur potentiel n'est pas complètement défini par cette relation, il le sera ultérieurement par l'expression de sa divergence.

En introduisant (II.8) dans (II.1) on obtient :

$$\nabla \times \left(\vec{E} + \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}\right) = 0 \tag{II.9}$$

Comme le rotationnel d'un gradient est nul, cela permet de définir le potentiel scalaire électrique  $\vec{V}$  suivant :

$$\vec{E} + \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} = -\nabla(V) \tag{II.10}$$

 $\nabla(V)$  étant le gradient de V.

Ce potentiel scalaire électrique est alors défini à une constante près. A partir de l'équation (2) et en utilisant (8) et (10) on obtient :

$$\nabla \times \nabla \times \vec{A} = \mu \vec{J} - \mu \varepsilon \frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial^2 t} - \mu \varepsilon \nabla \frac{\partial V}{\partial t}$$
(II.11)

En utilisant la relation  $\nabla \times \nabla \times \vec{A} = \nabla (\nabla \cdot \vec{A}) - \nabla^2 \vec{A}$ , (11) devient :

$$\nabla^2 \vec{A} - \mu \varepsilon \frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial^2 t} = -\mu \vec{J} + \nabla \left( \nabla \cdot \vec{A} + \mu \varepsilon \frac{\partial V}{\partial t} \right)$$
(II.12)

En utilisant (10) dans l'équation (3) il vient :

$$\nabla \cdot \left( \nabla (V) + \frac{\partial \bar{A}}{\partial t} \right) = -\frac{\rho}{\varepsilon}$$
(II.13)

Sachant que  $\nabla \cdot \nabla(V) = \nabla^2 V$ , on peut écrire (13) sous la forme :

$$\nabla^2 \vec{V} - \mu \varepsilon \frac{\partial^2 \vec{V}}{\partial t} = -\frac{\rho}{\varepsilon} - \frac{\partial}{\partial t} \left( \nabla \vec{A} + \mu \varepsilon \frac{\partial V}{\partial t} \right)$$
(II.14)

Pour définir complètement le vecteur potentiel magnétique et le potentiel scalaire électrique on impose la condition de Lorentz :

$$\nabla \vec{A} + \mu \varepsilon \frac{\partial V}{\partial t} = 0 \tag{II.15}$$

Il s'en suit que (12) et (14) deviennent :

$$\nabla^2 \vec{A} - \mu \varepsilon \frac{\partial^2 A}{\partial^2 t} = -\mu \vec{J}$$
(II.16)

$$\nabla^2 \vec{V} - \mu \varepsilon \frac{\partial^2 \vec{V}}{\partial^2 t} = -\frac{\rho}{\varepsilon}$$
(II.17)

Ce sont les deux équations d'onde.

Les solutions particulières de ces équations sont :

$$\vec{A}(M,t) = \frac{\mu}{4\pi} \iiint_{v} \frac{\vec{J}(t-\vec{L})}{\vec{r}} dv$$
(II.18)

$$V(M,t) = \frac{1}{4\pi\varepsilon} \iiint_{v} \frac{\rho(t-\frac{r}{u})}{\vec{r}} dv$$
(II.19)

M : point d'observation

R : distance entre le point d'observation M et l'élément dv

Ces solutions vérifient les conditions aux limites suivantes :

 $\lim \vec{A} = 0 \text{ et } \lim V = 0$ 

 $\vec{A}(M,t)$  et V(M,t) sont des potentiels retardés. C'est-à-dire que leurs valeurs à l'instant (t) dépendent du courant ou de la charge à l'instant (t-r/u) correspondant au retard dû à la propagation à la vitesse u des effets électromagnétiques.

Nous allons maintenant uniquement nous intéresser au vecteur potentiel magnétique.

Tout signal périodique pouvant être décomposé sous la forme d'une somme de fonctions sinusoïdales, nous pouvons introduire la notation complexe dans l'écriture des formules.

Soit  $\vec{G}(t)$  un vecteur. En régime sinusoïdal permanent et en coordonnées cartésiennes il peut s'exprimer sous la forme :

$$\vec{G} = G_x \cdot \vec{x} + G_y \cdot \vec{y} + G_z \cdot \vec{z}$$
(II.20)

$$G_x = G_{Mx} \cos(wt + \varphi_x) \tag{II.21}$$

$$G_{y} = G_{My} \cos(wt + \varphi_{y}) \tag{II.22}$$

$$G_z = G_{Mz} \cos(wt + \varphi_z) \tag{II.23}$$

En utilisant l'écriture complexe on obtient :

$$G_x = \Re e \left( G_{Mx} e^{j \varphi_x} \right) = \Re e \left( \frac{G_x}{G_x} e^{j \varphi_x} \right) \text{ avec } : \underline{G_x} = G_{Mx} e^{j \varphi_x}$$
(II.24)

$$G_{y} = \Re e \left( G_{My} e^{jwt} e^{j\varphi y} \right) = \Re e \left( \underline{G_{y}} e^{jwt} \right) \text{ avec} : \underline{G_{y}} = G_{My} e^{j\varphi y}$$
(II.25)

$$G_{z} = \Re e \left( G_{Mz} e^{j w t} e^{j \varphi_{z}} \right) = \Re e \left( \underline{G}_{z} e^{j w t} \right) \text{ avec} : \underline{G}_{z} = G_{Mz} e^{j \varphi_{z}}$$
(II.26)

$$\underline{G_x}$$
,  $\underline{G_y}$ ,  $\underline{G_z}$  sont des grandeurs complexes indépendantes du temps (parfois opplées phaseurs) dont le module représente l'amplitude maximale de  $\vec{G}(t)$  suivant

appelées phaseurs) dont le module représente l'amplitude maximale de G(t) suivant chaque direction.

A partir de ces grandeurs, on peut définir le vecteur  $\underline{\vec{G}}$  (parfois appelé vecteurphaseur) :

$$\underline{\vec{G}} = \underline{G_x} \cdot \vec{x} + G_y \cdot \vec{y} + \underline{G_z} \cdot \vec{z}$$
(II.27)

La relation qui relie 
$$\underline{\vec{G}}$$
 et  $\vec{G}(t)$  est donc :  $\vec{G}(t) = \Re e(\underline{\vec{G}}e^{jwt})$  (II.28)

Remarque :

$$\frac{\partial \vec{G}(t)}{\partial t} = \Re e \left( j w \underline{\vec{G}} e^{j w t} \right)$$
(II.29)

Le vecteur-phaseur sera souvent utilisé dans la suite de cette présentation car il permet de déterminer l'amplitude maximale du champ tout en simplifiant les écritures.

A partir de cette écriture on peut exprimer en régime sinusoïdal les expressions complexes du courant excitateur et du potentiel vecteur :

$$\vec{J} = \Re e\left(\underline{\vec{J}}e^{(jwt)}\right) \tag{II.30}$$

-  $\vec{J}$ : vecteur densité de courant dans le conducteur ;

-  $\vec{J}$ : vecteur-phaseur densité de courant.

$$\vec{A}(M,t) = \frac{\mu}{4\pi} \iiint_{v} \frac{\vec{J}(t-\frac{r}{v})}{\vec{r}} dv = \Re e\left(\underline{\vec{A}}e^{(jwt)}\right)$$
(II.31)

#### II.2.2 Application à la boucle élémentaire

#### II.2.2.1 Formulation mathématique

Le milieu de propagation est l'air, donc  $\mu = \mu_0$  et  $\varepsilon = \varepsilon_0$ . Hypothèses de calcul :

- les conducteurs sont supposés filiformes donc :

$$\iiint_{v} \vec{J} dv = \int_{l} i dl \tag{II.32}$$

- les dimensions des boucles sont petites devant la longueur d'onde des fréquences considérées. Le courant est donc constant tout le long de la boucle.

Nous considérons une excitation sinusoïdale du courant dont nous prenons l'expression complexe :

$$I = I_{M} e^{jwt} \tag{II.33}$$

L'expression complexe du potentiel vecteur magnétique est donc :

$$\vec{A} = \frac{\mu}{4\pi} \oint_{c} \frac{le^{j(wt-\beta r)}}{\vec{r}} d\vec{l}$$
(II.34)

avec :

$$\beta = \frac{2\pi}{\lambda}$$
: nombre d'onde

 $\lambda$  : la longueur d'onde associé à la fréquence f

L'écriture simplifiée (sans faire apparaître la dépendance temporelle) est donc :

$$\vec{\underline{A}} = \frac{\mu}{4\pi} \oint_{c} \frac{le^{-j\beta r}}{\vec{r}} d\vec{l}$$
(II.35)

La détermination du champ magnétique se fait à partir de (II.5) et (II.8) :

$$\vec{H} = \frac{\nabla \times A}{\mu_0} \tag{II.36}$$

Pour une boucle élémentaire (figure II.3), les composantes des champs sont en coordonnées sphériques.

$$\underline{H}_{r} = IS_{e} \left(\frac{\beta^{3}}{2\pi}\right) \left(\frac{1}{(\beta r)^{3}} + \frac{j}{(\beta r)^{2}}\right) (\cos\theta) e^{-j\beta r}$$
(II.37)

$$\frac{H_{\theta}}{H_{\theta}} = IS_{e} \left(\frac{\beta^{3}}{4\pi} \right) \left( -\frac{1}{(\beta r)^{2}} + \frac{j}{(\beta r)^{2}} + \frac{1}{(\beta r)^{3}} \right) (\sin \theta) e^{-j\beta r}$$
(II.38)



Fig.II.3 : Système de coordonnées pour la boucle élémentaire

avec :

- I : amplitude du courant excitateur ;

- S<sub>e</sub>: surface de la boucle élémentaire.

Suivant la valeur du produit  $\beta r$  on distingue deux régions de l'espace ou l'on peut simplifier les écritures du champ magnétique.

En champ proche :  $\beta r \ll 1$ , les termes dominants sont ceux de plus haut degré ; de plus on peut considérer que  $e^{(-j\beta r)} #1$ .

Dans ces conditions, les composantes du champ magnétique deviennent :

$$\underline{H}_{\theta} = \frac{IS_e}{4\pi r^3} \sin\theta \tag{II.39}$$

$$\underline{H}_{r} = \frac{IS_{e}}{2\pi r^{3}} \cos\theta \tag{II.40}$$

L'amplitude du champ magnétique est donc :

$$H = \frac{IS_e}{2\pi r^3} \sqrt{\frac{3\cos(2\theta) + 5}{8}}$$
(II.41)

Donc, en champ proche, l'amplitude du champ magnétique est indépendante de la fréquence. Elle ne dépend que du courant dans la boucle, de la surface de celle-ci et du point d'observation.

La frontière de cette zone de champ proche sera précisée plus loin.

En champ lointain :  $\beta r >> 1$ , ce sont les termes de plus bas degré qui dominent.

$$\frac{H_{\theta}}{H_{\theta}} = \frac{IS_{e}\beta^{3}}{4\pi} \left(\frac{-1}{\beta r}\right) \sin\theta \, \mathrm{e}^{(\cdot;\beta r)} \tag{II.42}$$

$$\underline{H}_{r} = \frac{IS_{e}\beta^{3}}{2\pi} \left(\frac{-j}{(\beta r)^{2}}\right) \cos\theta \,\mathrm{e}^{(-j\beta r)} \tag{II.43}$$

 $H_{\theta}$  est en  $(1/\beta r)$  et  $H_r$  est en  $(1/\beta r)^2$ . Dans ces conditions on ne considère que  $H_{\theta}$ . Dans le cas général :

$$H_{\theta} = Re\left(\underline{H_{\theta}}e^{jwt}\right) = \frac{IS_{e}\beta^{3}}{4\pi} \left[\frac{\cos(wt - \beta r)}{(\beta r)^{3}} - \frac{\cos(wt - \beta r)}{(\beta r)} - \frac{\sin(wt - \beta r)}{(\beta r)^{2}}\right]\sin\theta \qquad (II.44)$$

40

$$H_{r} = Re\left(\underline{H_{r}}e^{jwt}\right) = \frac{IS_{e}\beta^{3}}{2\pi} \left[\frac{\cos(wt - \beta r)}{(\beta r)^{3}} - \frac{\sin(wt - \beta r)}{(\beta r)^{2}}\right] \cos\theta \qquad (II.45)$$

$$H = \frac{IS_{e}\beta^{3}}{2\pi} \times \left\{ \left( \left[ \left(\frac{1}{(\beta r)^{3}} - \frac{1}{(\beta r)}\right)\cos(wt - \beta r) - \frac{\sin(wt - \beta r)}{(\beta r)^{2}}\right] \frac{\sin\theta}{2} \right\}^{2} + \left( \left[\frac{\cos(wt - \beta r)}{(\beta r)^{3}} - \frac{\sin(wt - \beta r)}{(\beta r)^{2}}\right] \cos\theta \right)^{\frac{1}{2}} \qquad (II.46)$$

#### II.2.2.2 Représentations spatiales

L'objectif est de mettre en évidence la distribution du champ en tout point de l'espace sur la base de trois descriptions particulières :

- (a) Le lieu des points est un hémisphère recouvrant la boucle élémentaire.
- (b) Le lieu est constitué par des plans parallèles, tous perpendiculaires au plan de la boucle et régulièrement éloignés de celle-ci.
- (c) Le lieu des points est un quart de plan perpendiculaire à la boucle élémentaire et dont l'intersection avec celle-ci est un rayon (localisation en 2D par r et θ).

#### Représentation suivant la description (a)

La figure II.4 donne l'amplitude maximale et l'orientation en tout point de l'hémisphère, à fréquence donnée, du champ magnétique proche. Cette représentation permet de souligner que les directions du champ ne sont évidemment pas radiales (sauf à  $\theta = 0$ ) mais résultent d'une composition de vecteurs ( $\vec{H}_r$ ,  $\vec{H}_a$ ).



Figure II.4 : Champ magnétique sur un hémisphère centré sur la boucle élémentaire CD 034 : Représentation pour une sphère complète (figure II.4a)

Nous allons examiner maintenant l'influence de l'éloignement (r) sur la variation d'amplitude du champ magnétique en considérant celui-ci dans le plan Y-Z.

Remarque : nous sommes en « champ proche », on pourra vérifier la concordance avec les expressions mathématiques sur le rapport 2 entre les amplitudes observées à la verticale de la boucle et dans son plan.



Figure II.5 : Champ magnétique proche de la boucle (r = 10 cm)



Figure II.6 : Champ magnétique éloigné de la boucle (r = 100m)

*Commentaire* : nous sommes cette fois en zone de transition et le rapport précédent diminue, devenant inférieur à l'unité.

*NB* : les conditions d'affichage sont différentes dans un souci de lisibilité. Il convient évidemment de ne pas effectuer de comparaison directe d'amplitude.

## Représentation suivant la description (b)

La figure II.7 est une illustration de la décroissance rapide de l'amplitude maximale du champ magnétique avec l'éloignement dans deux directions orthogonales (X et Y) pour différentes hauteurs par rapport au plan de la boucle. On observe également les changements d'orientation correspondants.





Figure II.7 : Champ magnétique suivant différents plans parallèles à la boucle

CD 038 : Vision périphérique du champ magnétique suivant différents plans parallèles à la boucle (figure II.7a)

#### Représentation suivant la description (c) de l'espace

La boucle étant circulaire, on peut ne retenir que les variations en r et  $\theta$ , et se situer ainsi dans un plan perpendiculaire à la boucle passant par son centre.  $\blacksquare$ CD 039 : Amplitude du champ H en fonction de (r et  $\theta$ ) à  $\phi = 0^{\circ}$ , avec pour paramètres : f = 100 kHz, S<sub>e</sub> = 4 cm<sup>2</sup>, I=10 A (figure II.7b)

Bien évidemment, on vérifie que l'amplitude maximale du champ magnétique décroît rapidement avec l'éloignement (la fréquence n'étant pas très élevée).

D'autre part, l'influence de  $\theta$  peut être observée aux limites (très près ou très loin de la boucle) faisant ainsi clairement apparaître des sens de variation opposés.

### II.2.3 Application à la boucle rectangulaire

Nous jugeons utile d'intégrer dans ce chapitre le calcul complet des expressions du champ dans le cas de la boucle rectangulaire qui donnera lieu ensuite à une implantation sur MATLAB<sup>TM.</sup>

Une telle boucle est représentée figure II.8, avec le système d'axes associé.



Figure II.8 : Boucle rectangulaire

## II.2.3.1 Formulation mathématique

Pour effectuer le calcul du champ émis par une boucle rectangulaire nous allons décomposer l'équation (II.36) en une somme d'intégrales. Chaque intégrale correspond à un coté du rectangle dans ce cas. (Si la forme géométrique correspondant à la boucle émettrice est plus complexe mais toujours formée de segments, il suffira d'effectuer une décomposition par segment).

$$\vec{A} = \frac{\mu}{4\pi} \oint_{c} \frac{Ie^{-j\beta r}}{\vec{r}} d\vec{l} = \frac{\mu}{4\pi} \int_{l_{1}} \frac{Ie^{-j\beta r}}{\vec{r}} d\vec{l}_{1} + \frac{\mu}{4\pi} \int_{l_{2}} \frac{Ie^{-j\beta r}}{\vec{r}} d\vec{l}_{2} + \frac{\mu}{4\pi} \int_{l_{3}} \frac{Ie^{-j\beta r}}{\vec{r}} d\vec{l}_{3} + \frac{\mu}{4\pi} \int_{l_{4}} \frac{Ie^{-j\beta r}}{\vec{r}} d\vec{l}_{4} + \frac{\mu}{4\pi} \int_{l_{4}} \frac{Ie^{-j\beta r}}{\vec{r}} d\vec{l}_{5} + \frac$$

Le vecteur potentiel s'exprime suivant les coordonnées cartésiennes de la façon suivante :

$$\vec{A} = \vec{A}_x + \vec{A}_y + \vec{A}_z \tag{II.48}$$

donc: 
$$d\vec{A} = \frac{\partial \vec{A}_x}{\partial x} dx + \frac{\partial \vec{A}_y}{\partial y} dy + \frac{\partial \vec{A}_z}{\partial z} dz$$
 (II.49)

On notera que  $\frac{\partial \bar{A}_z}{\partial z} = 0$  car la boucle émettrice est dans le plan z = 0. Nous obtenons donc :

$$\underline{A_{x}} = \frac{\mu_{0}I}{4\pi} \begin{cases} \frac{L_{1}}{2} & \frac{-j\beta r}{\left(y=\frac{L_{2}}{2}\right)} \\ \int \frac{e}{r} & \frac{-L_{1}}{2} & \frac{-j\beta r}{\left(y=\frac{L_{2}}{2}\right)} \\ \frac{-L_{1}}{2} & \frac{e}{r} & \frac{-L_{1}}{2} & \frac{-j\beta r}{\left(y=\frac{L_{2}}{2}\right)} \\ \frac{-L_{1}}{2} & \frac{e}{r} & \frac{-L_{2}}{2} \end{cases} dx + \frac{J_{1}}{2} & \frac{e}{r} & \frac{-L_{2}}{2} \end{cases}$$
(II.50)

44

$$\underline{A}_{\underline{y}} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \left\{ \int_{-\frac{L_2}{2}}^{\frac{L_2}{2}} \frac{e^{-j\beta_{T_{[x=\frac{L_1}{2}]}}}}{\left[\frac{1}{x^{\frac{L_1}{2}}}\right]} dy + \int_{\frac{L_2}{2}}^{\frac{-L_2}{2}} \frac{e^{-j\beta_{T_{[x=\frac{-L_1}{2}]}}}}{\left[\frac{1}{x^{\frac{-L_1}{2}}}\right]} dy \right\}$$
(II.51)

avec: 
$$r = \sqrt{(x_M - x)^2 + (y_M - y)^2 + (z_M - z)^2}$$
 (II.52)

$$\underline{A_{x}} = \frac{\mu_{0}I}{4\pi} \left\{ \int_{-\frac{l_{1}}{2}}^{\frac{l_{1}}{2}} \frac{e^{-j\beta \left[ (x_{M}-x)^{2} + (y_{M}-\frac{l_{2}}{2})^{2} + z_{M}^{2} \right]^{\frac{1}{2}}}}{\left[ (x_{M}-x)^{2} + (y_{M}-\frac{l_{2}}{2})^{2} + z_{M}^{2} \right]^{\frac{1}{2}}} dx + \int_{-\frac{l_{1}}{2}}^{\frac{l_{1}}{2}} \frac{e^{-j\beta \left[ (x_{M}-x)^{2} + (y_{M}+\frac{l_{2}}{2})^{2} + z_{M}^{2} \right]^{\frac{1}{2}}}}{\left[ (x_{M}-x)^{2} + (y_{M}+\frac{l_{2}}{2})^{2} + z_{M}^{2} \right]^{\frac{1}{2}}} dx \right\}$$
(II.53)

$$\underline{A_{y}} = \frac{\mu_{0}I}{4\pi} \left\{ \int_{\frac{-i_{2}}{2}}^{\frac{L_{2}}{2}} \frac{e^{-j\beta \left[ (x_{M} + \frac{i_{1}}{2})^{2} + (y_{M} - y)^{2} + z_{M}^{2} \right]^{\frac{1}{2}}}{\left[ (x_{M} + \frac{i_{1}}{2})^{2} + (y_{M} - y)^{2} + z_{M}^{2} \right]^{\frac{1}{2}}} dy + \int_{\frac{L_{2}}{2}}^{\frac{L_{2}}{2}} \frac{e^{-j\beta \left[ (x_{M} - \frac{i_{1}}{2})^{2} + (y_{M} - y)^{2} + z_{M}^{2} \right]^{\frac{1}{2}}}{\left[ (x_{M} - \frac{i_{1}}{2})^{2} + (y_{M} - y)^{2} + z_{M}^{2} \right]^{\frac{1}{2}}} dy \right\}$$
(II.54)

Calculons le champ magnétique  $\vec{H}$ :

$$\underline{\vec{H}} = \frac{1}{\mu_0} \nabla \times \underline{\vec{A}} = \frac{1}{\mu_0} \det \begin{bmatrix} \vec{x} & \vec{y} & \vec{z} \\ \frac{\partial}{\partial x_M} & \frac{\partial}{\partial y_M} & \frac{\partial}{\partial z_M} \\ \underline{A_x} & \underline{A_y} & \underline{A_z} \end{bmatrix}$$
(II.55)

$$\underline{H}_{x} = -\frac{1}{\mu_{0}} \frac{\partial A_{y}}{\partial z_{M}}$$
(II.56)

$$\underline{H}_{\underline{y}} = \frac{1}{\mu_0} \frac{\partial A_x}{\partial z_M}$$
(II.57)

$$\frac{H_z}{H_z} = \frac{1}{\mu_0} \left( \frac{\partial A_y}{\partial x_M} - \frac{\partial A_X}{\partial y_M} \right)$$
(II.58)

Dans le calcul des expressions des composantes du champ magnétique, on peut remarquer que les opérations de dérivation et d'intégration portent sur des variables différentes. Il est donc possible de permuter ces opérations.

Exemple sur le calcul de 
$$\frac{\partial A_y}{\partial z_M}$$
:  

$$\frac{\partial A_y}{\partial z_M} = \frac{\partial}{\partial z_M} \left\{ \frac{\mu_0 I}{4\pi} \left( \int_{\frac{-L_2}{2}}^{\frac{2}{2}} \frac{e^{-j\beta r} \left(x = \frac{-L_1}{2}\right)}{r\left(x = \frac{-L_1}{2}\right)} dy + \int_{\frac{L_2}{2}}^{\frac{-L_2}{2}} \frac{e^{-j\beta r} \left(x = \frac{L_1}{2}\right)}{r\left(x = \frac{L_1}{2}\right)} dy \right\}$$
(II.59)

、 n

En permutant les opérations on obtient :

$$\frac{\partial A_{y}}{\partial z_{M}} = \frac{\mu_{0}I}{4\pi} \left\{ \int_{\frac{-L_{2}}{2}}^{\frac{L_{2}}{2}} \frac{\partial}{\partial z_{M}} \left( \frac{e^{-I\beta r} \left(x = \frac{-L_{1}}{2}\right)}{r\left(x = \frac{-L_{1}}{2}\right)} \right) dy + \int_{\frac{L_{2}}{2}}^{\frac{-L_{2}}{2}} \frac{\partial}{\partial z_{M}} \left( \frac{e^{-i\beta r} \left(x = \frac{L_{1}}{2}\right)}{r\left(x = \frac{L_{1}}{2}\right)} \right) dy \right\}$$
(II.60)

$$T_{z1} = \frac{\partial}{\partial z_M} \left( \frac{e^{-j\beta r} \left(x = \frac{-L_1}{2}\right)}{r \left(x = \frac{-L_1}{2}\right)} \right)$$
(II.61)

$$T_{z1} = \frac{\partial}{\partial z_M} \left( \frac{e^{-j\beta \left[ (x_M + \frac{L_1}{2})^2 + (y_M - y)^2 + z_M^2 \right]^{\frac{1}{2}}}}{\left[ (x_M + \frac{L_1}{2})^2 + (y_M - y)^2 + z_M^2 \right]^{\frac{1}{2}}} \right)$$
(II.62)

Décomposons cette expression :

$$\frac{\partial}{\partial z_{M}} \left( e^{-j\beta \left[ (x_{M} + \frac{L_{1}}{2})^{2} + (y_{M} - y)^{2} + z_{M}^{2} \right]^{\frac{1}{2}}} \right) = -j\beta z_{M} \left[ (x_{M} + \frac{L_{1}}{2})^{2} + (y_{M} - y)^{2} + z_{M}^{2} \right]^{\frac{1}{2}} \times e^{-j\beta \left[ (x_{M} + \frac{L_{1}}{2})^{2} + (y_{M} - y)^{2} + z_{M}^{2} \right]^{\frac{1}{2}}}$$
(II.63)

et:  

$$\frac{\partial}{\partial z_M} \left[ \left[ (x_M + \frac{L_1}{2})^2 + (y_M - y)^2 + z_M^2 \right]^{-\frac{1}{2}} \right] = -z_M \left[ (x_M + \frac{L_1}{2})^2 + (y_M - y)^2 + z_M^2 \right]^{-\frac{3}{2}}$$
(II.64)

donc :

$$T_{z1} = -z_{M} e^{-j\beta \left[ (x_{M} + \frac{t_{1}}{2})^{2} + (y_{M} - y)^{2} + z_{M}^{2} \right]^{\frac{1}{2}}} \times \left\{ \frac{-j\beta}{\left[ (x_{M} + \frac{t_{1}}{2})^{2} + (y_{M} - y)^{2} + z_{M}^{2} \right]} - \frac{1}{\left[ (x_{M} + \frac{t_{1}}{2})^{2} + (y_{M} - y)^{2} + z_{M}^{2} \right]^{\frac{3}{2}}} \right\}$$
(II.65)

Cette expression peut être mise sous la forme simplifiée suivante :

$$T_{z1} = -z_M \ e^{-j\beta r_{\left(x=\frac{-L_1}{2}\right)}} \left\{ \frac{-j\beta}{r_{\left(x=\frac{-L_1}{2}\right)}^2} - \frac{1}{r_{\left(x=\frac{-L_1}{2}\right)}^3} \right\}$$
(II.66)

de même :

$$T_{z2} = \frac{\partial}{\partial z_M} \left( \frac{e^{-j\beta r_{\left(x=\frac{L_1}{2}\right)}}}{r_{\left(x=\frac{L_1}{2}\right)}} \right) = -z_M e^{-j\beta r_{\left(x=\frac{L_1}{2}\right)}} \left\{ \frac{-j\beta}{r_{\left(x=\frac{L_1}{2}\right)}^2} - \frac{1}{r_{\left(x=\frac{L_1}{2}\right)}^3} \right\}$$
(II.67)

L'expression de  $H_x$  est donc la suivante :

$$\underline{H_{x}} = \frac{1}{4\pi} z_{M} \times \begin{cases} \int_{-\frac{L_{2}}{2}}^{\frac{L_{2}}{2}} e^{-j\beta \left[(x_{M} + \frac{L_{1}}{2})^{2} + (y_{M} - y)^{2} + z_{M}^{2}\right]^{\frac{1}{2}}} \left(\frac{j\beta}{\left[(x_{M} + \frac{L_{1}}{2})^{2} + (y_{M} - y)^{2} + z_{M}^{2}\right]^{\frac{1}{2}}} + \frac{1}{\left[(x_{M} + \frac{L_{1}}{2})^{2} + (y_{M} - y)^{2} + z_{M}^{2}\right]^{\frac{1}{2}}} \right) dy \\
+ \int_{\frac{L_{2}}{2}}^{\frac{-L_{2}}{2}} e^{-j\beta \left[(x_{M} - \frac{L_{1}}{2})^{2} + (y_{M} - y)^{2} + z_{M}^{2}\right]^{\frac{1}{2}}} \left(\frac{j\beta}{\left[(x_{M} - \frac{L_{1}}{2})^{2} + (y_{M} - y)^{2} + z_{M}^{2}\right]^{\frac{1}{2}}} + \frac{1}{\left[(x_{M} - \frac{L_{1}}{2})^{2} + (y_{M} - y)^{2} + z_{M}^{2}\right]^{\frac{3}{2}}} dy \right\} (II.68)$$

Les calculs pour déterminer Hy sont similaires, on obtient donc :

$$\frac{H_{y}}{I_{y}} = -\frac{1}{4\pi} z_{M} \times \left\{ \int_{-\frac{L_{1}}{2}}^{\frac{L_{1}}{2}} e^{-j\beta \left[ (x_{M}-x)^{2} + (y_{M}-\frac{L_{2}}{2})^{2} + z_{M}^{2} \right]^{\frac{1}{2}}} \left( \frac{j\beta}{\left[ (x_{M}-x)^{2} + (y_{M}-\frac{L_{2}}{2})^{2} + z_{M}^{2} \right]^{\frac{3}{2}}} + \frac{1}{\left[ (x_{M}-x)^{2} + (y_{M}-\frac{L_{2}}{2})^{2} + z_{M}^{2} \right]^{\frac{3}{2}}} \right] dy + \int_{\frac{L_{1}}{2}}^{\frac{-L_{1}}{2}} e^{-j\beta \left[ (x_{M}-x)^{2} + (y_{M}+\frac{L_{2}}{2})^{2} + z_{M}^{2} \right]^{\frac{1}{2}}} \left( \frac{j\beta}{\left[ (x_{M}-x)^{2} + (y_{M}+\frac{L_{2}}{2})^{2} + z_{M}^{2} \right]^{\frac{3}{2}}} + \frac{1}{\left[ (x_{M}-x)^{2} + (y_{M}+\frac{L_{2}}{2})^{2} + z_{M}^{2} \right]^{\frac{3}{2}}} dy \right] dy \right\} \quad (II.69)$$

Pour le calcul de H<sub>z</sub> nous déterminons T<sub>x1</sub> :

$$T_{x1} = \frac{\partial}{\partial x_M} \left( \frac{e^{-j\beta r} \left(x_{z=-\frac{L_1}{2}}\right)}{r' \left(x_{z=-\frac{L_1}{2}}\right)} \right) = \frac{\partial}{\partial x_M} \left( \frac{e^{-j\beta \left[ \left(x_M + \frac{L_1}{2}\right)^2 + \left(y_M - y\right)^2 + z_M^2\right]^{\frac{1}{2}}}{\left[ \left(x_M + \frac{L_1}{2}\right)^2 + \left(y_M - y\right)^2 + z_M^2\right]^{\frac{1}{2}}} \right)$$
(II.70)

$$\frac{\partial}{\partial x_M} \left( e^{-j\beta \left[ (x_M + \frac{L_1}{2})^2 + (y_M - y)^2 + z_M^2 \right]^{\frac{1}{2}}} \right) = -j\beta \left( x_M + \frac{L_1}{2} \left[ \left( x_M + \frac{L_1}{2} \right)^2 + (y_M - y)^2 + z_M^2 \right]^{-\frac{1}{2}} \times e^{-j\beta \left[ (x_M + \frac{L_1}{2})^2 + (y_M - y)^2 + z_M^2 \right]^{\frac{1}{2}}}$$
(II.71)

et:  

$$\frac{\partial}{\partial x_M} \left[ \left( \left( x_M + \frac{L_1}{2} \right)^2 + (y_M - y)^2 + z_M^2 \right)^{-\frac{1}{2}} \right] = - \left( x_M + \frac{L_1}{2} \left[ \left( x_M + \frac{L_1}{2} \right)^2 + (y_M - y)^2 + z_M^2 \right]^{-\frac{3}{2}} (\text{II.72}) \right]$$

donc :

$$T_{x1} = \left(x_{M} + \frac{L_{1}}{2}\right) e^{-j\beta \left[\left(x_{M} + \frac{L_{1}}{2}\right)^{2} + \left(y_{M} - y\right)^{2} + z_{M}^{2}\right]^{\frac{1}{2}}} \times \left\{\frac{-j\beta}{\left[\left(x_{M} + \frac{L_{1}}{2}\right)^{2} + \left(y_{M} - y\right)^{2} + z_{M}^{2}\right]^{\frac{1}{2}}} - \frac{1}{\left[\left(x_{M} + \frac{L_{1}}{2}\right)^{2} + \left(y_{M} - y\right)^{2} + z_{M}^{2}\right]^{\frac{3}{2}}}\right\}$$
(II.73)

que l'on peut exprimer sous la forme simplifiée :

$$T_{x1} = \left(x_M + \frac{L_1}{2}\right) e^{-j\beta r \left(x = \frac{-L_1}{2}\right)} \left\{ \frac{-j\beta}{r \left(x = \frac{-L_1}{2}\right)^2} - \frac{1}{r \left(x = \frac{-L_1}{2}\right)^3} \right\}$$
(II.74)  
de même :

$$T_{x2} = \frac{\partial}{\partial x_M} \left( \frac{e^{-j\beta r_{\left(x=\frac{L_1}{2}\right)}}}{r_{\left(x=\frac{L_1}{2}\right)}} \right) = \left( x_M - \frac{L_1}{2} \right) e^{-j\beta r_{\left(x=\frac{L_1}{2}\right)}} \left\{ \frac{-j\beta}{r_{\left(x=\frac{L_1}{2}\right)}^2} - \frac{1}{r_{\left(x=\frac{L_1}{2}\right)}^3} \right\}$$
(II.75)

$$T_{y1} = \frac{\partial}{\partial y_M} \left( \frac{e^{-j\beta r} \left( y = \frac{-L_2}{2} \right)}{r \left( y = \frac{-L_2}{2} \right)} \right) = \left( y_M + \frac{L_2}{2} \right) e^{-j\beta r} \left( y = \frac{-L_2}{2} \right) \left\{ \frac{-j\beta}{r \left( y = \frac{-L_2}{2} \right)^2} - \frac{1}{r \left( y = \frac{-L_2}{2} \right)^3} \right\}$$
(II.76)

$$T_{y2} = \frac{\partial}{\partial y_M} \left( \frac{e^{-j\beta r_{\left(y=\frac{L_2}{2}\right)}}}{r_{\left(y=\frac{L_2}{2}\right)}} \right) = \left( y_M - \frac{L_2}{2} \right) e^{-j\beta r_{\left(y=\frac{L_2}{2}\right)}} \left\{ \frac{-j\beta}{r_{\left(y=\frac{L_2}{2}\right)}^2} - \frac{1}{r_{\left(y=\frac{L_2}{2}\right)}^3} \right\}$$
(II.77)

On obtient alors l'expression de H<sub>z</sub>:

$$\underline{H}_{\underline{z}} = \frac{i}{4\pi} \times \left\{ \left( x_{M} + \frac{i}{2} \right) \int_{-\frac{i}{2}}^{\frac{i}{2}} e^{-j\beta \left[ (x_{M} + \frac{i}{2})^{2} + (y_{M} - y)^{2} + z_{M}^{2} \right]^{\frac{1}{2}}} \times \left( \frac{-j\beta}{\left[ (x_{M} + \frac{i}{2})^{2} + (y_{M} - y)^{2} + z_{M}^{2} \right]^{2}} - \frac{1}{\left[ (x_{M} + \frac{i}{2})^{2} + (y_{M} - y)^{2} + z_{M}^{2} \right]^{\frac{1}{2}}} \right) dy \\
+ \left( x_{M} - \frac{i}{2} \right) \int_{\frac{i}{2}}^{\frac{i}{2}} e^{-j\beta \left[ (x_{M} - \frac{i}{2})^{2} + (y_{M} - y)^{2} + z_{M}^{2} \right]^{\frac{1}{2}}} \times \left( \frac{-j\beta}{\left[ (x_{M} - \frac{i}{2})^{2} + (y_{M} - y)^{2} + z_{M}^{2} \right]^{2}} - \frac{1}{\left[ (x_{M} - \frac{i}{2})^{2} + (y_{M} - y)^{2} + z_{M}^{2} \right]^{\frac{1}{2}}} \right) dy \\
- \left( y_{M} - \frac{i}{2} \right) \int_{\frac{i}{2}}^{\frac{i}{2}} e^{-j\beta \left[ (x_{M} - x)^{2} + (y_{M} - \frac{i}{2})^{2} + z_{M}^{2} \right]^{\frac{1}{2}}} \times \left( \frac{-j\beta}{\left[ (x_{M} - x)^{2} + (y_{M} - \frac{i}{2})^{2} + z_{M}^{2} \right]^{\frac{1}{2}}} - \frac{1}{\left[ (x_{M} - x)^{2} + (y_{M} - \frac{i}{2})^{2} + z_{M}^{2} \right]^{\frac{3}{2}}} \right) dx \\
- \left( y_{M} + \frac{i}{2} \right) \int_{\frac{i}{2}}^{\frac{i}{2}} e^{-j\beta \left[ (x_{M} - x)^{2} + (y_{M} - \frac{i}{2})^{2} + z_{M}^{2} \right]^{\frac{1}{2}}} \times \left( \frac{-j\beta}{\left[ (x_{M} - x)^{2} + (y_{M} + \frac{i}{2})^{2} + z_{M}^{2} \right]^{\frac{1}{2}}} - \frac{1}{\left[ (x_{M} - x)^{2} + (y_{M} + \frac{i}{2})^{2} + z_{M}^{2} \right]^{\frac{3}{2}}} \right) dx$$

$$(II.77)$$

Les différentes expressions obtenues peuvent être implantées sous un logiciel comme MATLAB<sup>TM</sup> ce qui permet de connaître en tout point de l'espace le champ émis par la boucle rayonnante rectangulaire.

#### II.2.3.2 Représentations spatiales

La boucle précédente dite élémentaire donne lieu a une formulation mathématique simplifiée n'autorisant pas l'examen de l'influence de la proximité du conducteur la constituant, puisque seul le produit  $S_e \times I$  (surface×courant maximal) est considéré. En revanche, dans le cas maintenant de la boucle rectangulaire, le courant I est parfaitement localisé dans le conducteur (supposé filiforme) décrivant un contour déterminé. La figure II.9 permet d'illustrer ce préambule. En effet, si l'on recherche le champ H (amplitude maximale et orientation) dans un plan parallèle à la boucle au-dessus de celle-ci, on voit se « dessiner » le profil du contour.



Figure II.9 : Champ  $\vec{H}$  dans un plan au-dessus et parallèle à la boucle (Z = 2,5 cm)

Remarques :

On peut effectuer des rotations en 3D comme représenté sur le CD :

 $\blacksquare$ CD 041-042 : Variantes 3D de représentation du champ H dans un plan au-dessus et parallèle à la boucle pour z = 2,5 cm (figures II.9a et II.9b)

L'incidence du rapprochement est évidemment forte : CD 043 : Champ H dans un plan au-dessus et parallèle à la boucle pour z = 5 mm (figure II.9c)

Il est intéressant de représenter les courbes de même niveau d'amplitude du champ magnétique, dans le plan de la boucle (figure II.10).

L'influence de la proximité des conducteurs est d'autant plus faible, que l'on se place dans un plan de plus en plus éloigné de la boucle. On pourra observer cela sur le CD.

Il est également intéressant de représenter les courbes de même niveau d'amplitude du champ magnétique dans un plan perpendiculaire c'est-à-dire dans le plan YZ, en coupe suivant OX (figure II.11).

L'influence des conducteurs s'atténue cette fois avec l'éloignement suivant OX :



Figure II.10 : Courbes d'égale amplitude du champ H dans le plan (XY)

■CD 045-046 : Courbes d'égale amplitude de H dans un plan situé à z = 2 et 6 cm (figures II.10a et b)



Figure II.11 : Courbes d'égale amplitude du champ H dans le plan (YZ) à X = 0

 $\square$ CD 048-050 : Courbes d'égale amplitude de H dans un plan YZ situé à x = 2,5 cm; 3,75 cm et 5 cm (figures II.11a, II.11b et II.11c)

On notera que le champ est bien plus important à proximité des conducteurs, en particulier à l'intérieur de la boucle.

Si l'on observe la coupe (figure II.11), sachant que le courant est entrant à gauche et sortant à droite (ou l'inverse) les champs autour des fils s'ajoutent dans la boucle et se retranchent pour un point choisi à l'extérieur.

Les figures II.12 et II.12a qui montrent le champ très près de la spire ou du conducteur permettent de confirmer directement cette remarque.



Figure II.12 : Champ  $\vec{H}$  près de la spire

□CD 052 : Champ H très près du conducteur (figure II.12a)

Il est possible d'établir une représentation en trois dimensions à  $\varphi$  donné de l'amplitude maximale du champ magnétique en fonction de r et  $\theta$  (figure II.13).

On voit ainsi pertinemment que l'accroissement marqué d'amplitude est le témoin de l'influence du conducteur proche.

La figure II.14 donne l'amplitude du potentiel vecteur  $\vec{A}$ , dans les mêmes conditions d'observation que pour la figure II.11. Cette nouvelle représentation souligne à nouveau de manière flagrante l'incidence de la proximité du conducteur.

Il convient de rappeler que  $\vec{A}$  est lié au champ par la relation :

$$\vec{H} = \frac{\nabla \times \vec{A}}{\mu_0}$$

#### Remarque sur l'influence éventuelle de la fréquence

Avec les équations simplifiées de la boucle élémentaire sous l'hypothèse du champ proche, nous avons montré aisément l'indépendance de l'amplitude du champ de la fréquence. En ce qui concerne la boucle rectangulaire, la mise en évidence du phénomène est moins directe, c'est pourquoi nous présentons des tracés comparés (figure II.15) pour la boucle élémentaire et la boucle rectangulaire.



*Figure II.13 : Amplitude maximale du champ magnétique en fonction de r et*  $\theta$  ( $\varphi = 0^{\circ}$ )  $\square$ CD 054-055 : Variantes de la figure II.13 (figures II.13a et II.13b)



Figure II.14 : Amplitude du potentiel vecteur  $\vec{A}$  $\blacksquare$ CD 057-058 : Variantes en 3D et 2D de la figure II.14 (figures II.14a et II.14b)

Conditions retenues pour effecter les tracés comparés de la figure II.15 :

- choix du même point d'observation (X = 0, Y = 4 cm, Z = 2,5 cm);

- on évite de situer le point d'observation à proximité immédiate du conducteur (cas de la boucle rectangulaire) ;

on fixe le produit S<sub>e</sub>×I à la même valeur pour les deux boucles.



Figure II.15 : Evolution de l'amplitude du champ H en fonction de la fréquence

**□**059

On remarquera que le changement du champ magnétique ne s'effectue qu'à partir d'une valeur parfaitement identifiable pour laquelle on quitterait les hypothèses du champ proche. Cela souligne à nouveau l'indépendance de l'amplitude du champ d'avec la fréquence (dans la limite d'un éloignement modéré bien sûr).

# II.2.4 Domaine de validité de l'équi valence « boucle réelle-boucle élémentaire »

Nous allons examiner la possibilité d'assimiler, au regard du champ magnétique émis, une boucle de petites dimensions à une boucle élémentaire.

Cette équivalence se fait sur l'hypothèse de la conservation de la valeur du produit  $I \times S$  (courant × surface de la boucle). Il n'est bien sûr pas concevable d'effectuer cet examen pour une boucle réelle de forme trop allongée (pistes parallèles par exemple). De plus, les cas concrets d'implantation conduisent statistiquement dans le cas du rectangle à un rapport longueur/largeur inférieur à 4.

Pour des formes plus complexes, le rectangle à coin tronqué (présentant une enclave) de la figure II.16 est un cas représentatif que nous pouvons retenir.

Pour dégager les conditions d'équivalence, il convient de procéder à plusieurs études comparatives.



Figure II.16 : Piste rectangulaire à coin tronqué

II.2.4.1 Première étude : comparaison directe

Nous évaluons à I×S donné en fonction de la distance r d'éloignement, les champs magnétiques respectifs de la boucle élémentaire et d'une boucle carrée. Le point d'observation est dans le plan des boucles (même circuit imprimé).

La figure II.17 donne l'amplitude maximale  $H_M$  du champ (évaluation par code de couleurs) pour les deux boucles, à z = 0.

Les paramètres pour le tracé sont : f = 100 kHz,  $Se = 25 \text{ cm}^2$ , I = 10 A.



Figure II.17: Amplitude maximale du champ magnétique pour les deux boucles CD 061-062 : Influence de l'éloignement (figures II.17a et II.17b)

On observe que pour r supérieur à deux fois le côté du carré, les amplitudes sont pratiquement équivalentes. On notera également que le champ est maximum au centre de la boucle élémentaire, ce qui est normal puisqu'elle est supposée « infinitésimale », alors que le champ le plus élevé (d'amplitude plus faible) se situe au voisinage du fil pour la boucle carrée.

II.2.4.2 Deuxième étude : variation de la taille de la boucle carrée

Nous proposons maintenant d'examiner l'influence de la taille de la boucle carrée sur l'amplitude du champ magnétique en des points situés dans le plan de la boucle.

Pour des raisons de facilité de représentation, les points suivent une trajectoire rectiligne partant du centre de la boucle et perpendiculaire à un côté (figure II.18).

Nous proposerons ensuite une variante de l'étude dans un plan parallèle à la boucle à quelques millimètres au-dessus de celle-ci.



Figure II.18 : Représentation des différentes boucles carrées étudiées

La figure II.19 représente l'évolution de l'amplitude maximale  $(H_M)$  du champ magnétique en fonction de l'éloignement r, pour les deux types de boucles avec, pour la boucle carrée, un paramétrage par la longueur a du côté.

L'observation est réalisée en 2D dans le plan des boucles (XY).



Figure II.19 : Evolution de H<sub>M</sub> pour les différentes boucles **CD** 064 : Variante en 3D (figure II.19a)

Observations essentielles :

– pour les spires carrées,  $H_M$  présente des pics très marqués quand r = a/2 (situation sur le fil);

– à r = 0, (au centre des spires) les valeurs de  $H_M$  sont distribuées en rapport avec la pondération (à I×S donné) entre la valeur du courant et celle de la surface, ce qui est normal ;

– les courbes  $H_M(r)$  de la boucle carrée se confondent progressivement avec  $H_M(r)$  de la spire élémentaire pour des valeurs de r élevées.

A l'issue de ces observations, il semble que l'équivalence sous condition des boucles élémentaires ( $B_E$ ) et carré ( $B_C$ ) soit envisageable. Pour examiner cette possibilité avec un minimum de rigueur nous proposons maintenant d'étudier l'erreur relative entre les champs des deux boucles types, soit :

$$\Delta\% = \frac{(H_M)_{BC} - (H_M)_{BE}}{(H_M)_{BC}} \times 100 \tag{II.79}$$

La figure II.20 représente les courbes correspondantes  $\Delta \%(R)$ , paramétrées par (a). On observe la convergence asymptotique vers 0 % dès que r est suffisant.



Figure II.20 : Erreur relative sur l'évaluation  $H_M$  entre les deux boucles en fonction de r

La figure II.21 permet d'apprécier l'équivalence en fonction du rapport r/a de l'éloignement au côté de la boucle carrée. Dans ce cas, l'erreur est sensiblement la même quel que soit a.

En acceptant 10 % d'erreur, il suffit de s'éloigner de 2a pour, sans trop d'imprécision, assimiler la boucle carrée à une boucle élémentaire et profiter ainsi de la simplification importante des expressions mathématiques à implanter.



Figure II.21 : Erreur relative sur l'évaluation de l'amplitude maximale entre les deux boucles en f(r/a)

Comme annoncé au début de ce paragraphe, nous proposons de déplacer le point d'observation et sa trajectoire au-dessus de la boucle dans un plan parallèle (élévation suivant l'axe OZ) comme indiqué sur la figure II.22.



Figure II.22 : Représentation de la direction d'observation et des variables X<sub>p</sub> et r

La variable d'éloignement r (coordonnées sphériques) se confondait avec la variable  $X_p$  des coordonnées cartésiennes au point d'observation dans l'étude précédente, maintenant, les variations de H<sub>M</sub> peuvent être observées en fonction de r ou de  $X_p$  de manière différenciée.

La figure II.23 représente les courbes  $H_M(X_p)$  paramétrées par a pour la boucle carrée, l'observation étant réalisée à 1 cm au-dessus de ces boucles.



Figure II.23 Evolution de l'amplitude  $H_m$  en fonction de  $X_p$ 

## CD 068 : Variante en 3D (figure II.23a)

On observe que les pics précédemment évoqués sont maintenant très amortis, et que la convergence vers la courbe  $H_M(X_p)$  tracée pour la boucle élémentaire se produit pour des valeurs de l'éloignement plus réduites.

La figure II.24 montre que l'erreur relative est plus faible que précédemment à éloignement identique.



Figure II.24 : Erreur relative sur l'évaluation de  $H_M$  entre les deux boucles en fonction de r  $\square$ CD 070 : Variante en 3D (figure II.24a)

Remarque : si au lieu de déplacer le point d'observation parallèlement à la boucle au-dessus de celle-ci, on lui fait suivre une trajectoire radiale ( $\theta$  fixé et r variable), l'erreur relative sur H<sub>M</sub>, en fonction de l'éloignement, est différente suivant le choix initial de  $\theta$ . On vérifie ainsi que l'équivalence entre les deux types de boucles est aussi conditionnée par  $\theta$ .

II.2.4.3 Troisième étude : variation des dimensions à surface fixée

Toujours dans l'objectif d'examiner l'équivalence entre les deux boucles, nous allons maintenant étudier l'influence des dimensions d'une boucle rectangulaire.

Nous choisissons de fixer le courant et la surface de la boucle dont le rapport  $\delta$  entre deux côtés adjacents sera néanmoins variable de 0,2 à 5.

La figure II.25 illustre ce choix. Le point d'observation se situe dans le plan de la boucle et sur un axe passant par le centre perpendiculaire à l'un des côtés.



Figure II.25 : Représentation des différentes boucles et de la direction d'observation

La figure II.26 représente l'évolution de l'amplitude maximale ( $H_M$ ) en fonction de l'éloignement r, avec pour paramètre  $\delta$ .

– Au point (0,0), les écarts observés sont liés au rapprochement ou non des fils. Pour les valeurs extrêmes (0,2 et 5) de  $\delta$ , l'amplitude H<sub>M</sub> est maximale, deux côtés étant alors très rapprochés du centre.

- Les pics observables sont à nouveau très marqués. Ils ne dépendent que de la valeur de  $\delta$  (I et S fixés). Ils se produisent toujours quand le point d'observation est sur le fil avec une faible contribution globale des autres côtés de la boucle. La variation d'amplitude des pics est donc non significative sachant que d'autre part

la discrétisation introduite au niveau des calculs numériques ne conduit pas à plus de précision si l'on veut conserver un temps de calcul raisonnable.



Figure II.26 : Évolution de  $H_M$  en fonction de l'éloignement r paramétrée par  $\delta$ 

CD 072 : Variante en 3D (figure II.26a)

La figure II.27 donne l'erreur relative en fonction de r entre le champ de la boucle rectangulaire considérée et celui de la boucle carrée ( $\delta = 1$ ).



Figure II.27 : Erreur relative sur  $H_M$  entre les différentes boucles et la boucle carrée en f(r)

Les trajectoires observées paramètrées par  $\delta$ , « encadrent » la valeur 0 correspondant évidemment à  $\delta = 1$ . Ces trajectoires convergent toutes vers zéro dès que r est suffisante.

La figure II.28 représente à nouveau l'erreur mais en fonction du rapport « r/longueur l du côté parallèle à l'éloignement ».



Figure II.28 : Erreur relative sur  $H_M$  entre les différentes boucles et la boucle carrée en f(r/l)

Toutes les courbes convergent franchement vers zéro avec r/l. Si l'on tient compte du côté considéré et du sens d'éloignement conjointement, la convergence est très comparable.

On peut considérer si le rapport longueur/largeur d'un rectangle n'est pas excessif ni dans un sens ni dans l'autre que l'équivalence sous conditions est acceptable, comme en témoigne à nouveau les isoclines de la figure II.29.

Avec l'éloignement, toutes les amplitudes s'atténuent et tendent vers zéro, comme illustré par les figures complémentaires du CD d'accompagnement.

En conclusion, nous pouvons par «équivalences» successives, sous certaines conditions évoquées auparavant, assimiler une boucle rectangulaire à une boucle élémentaire.



Figure II.29 : Courbes d'égale amplitude du champ H pour  $\delta$ =5 CD 076-077 : Figures complémentaires (figures II.29a et II.29b)

#### II.2.4.4 Quatrième étude : troncature

Nous proposons dans cette dernière étude, comme évoqué en début de paragraphe, de déterminer les conditions d'équivalence entre une boucle rectangulaire à coin tronqué et la boucle élémentaire. Nous ne pouvons bien sûr pas étudier tous les cas possibles. Nous retiendrons donc celui de la boucle carrée avec une « enclave » égale à 25 % de la surface (figure II.30).

De manière à effectuer une étude d'équivalence avec la boucle élémentaire dans les meilleures conditions, il est opportun de centrer cette dernière au centre de gravité ( $O_G$ ) du « carré tronqué » et de retenir une direction d'observation respectant un minimum de symétrie.

Après modélisation et simulation on obtient l'évolution de l'amplitude  $H_M$  en fonction de l'éloignement (figure II.31), suivant la direction d'observation (figure II.30). On observe que deux pics se produisent correspondant aux valeurs  $r_1$  et  $r_2$  de r, ils « encadrent » le pic unique du champ de la boucle élémentaire. Ces pics sont atténués bien sûr avec l'éloignement, comme illustré sur le CD.

Les champs de la boucle tronquée et de la boucle élémentaire convergent rapidement avec l'éloignement vers la même valeur.

La figure II.32 donne l'erreur relative sur le champ de B<sub>T</sub> comparé à celui de B<sub>E</sub>.

L'erreur tend à s'annuler à nouveau rapidement avec l'éloignement mais dépend fortement de la direction retenue, la plus favorable correspondant au choix précédent.



Figure II.30 : Boucle carrée à coin tronqué (25 %)



Figure II.31 : Evolution de  $H_M$  pour  $B_E$  et  $B_T$  suivant la direction d'observation choisie  $\square$ CD 079-080 : Influence de l'éloignement (figures II.31a et II.31b)


Figure II.32 : Courbes représentant l'erreur relative sur H entre  $B_T$  et  $B_E$  $\blacksquare$ CD 082-083 : Influence de l'éloignement (figures II.32a et II.32b)

En conclusion, l'équivalence entre les boucles  $B_T$  et  $B_E$  au regard de l'évolution du champ  $H_M$  serait encore possible, sous réserve d'ajouter aux conditions restrictives des études précédentes une condition liée au respect de l'équilibre de la distribution des surfaces de la forme tronquée. Si l'on s'éloigne trop de cette condition supplémentaire, comme par exemple dans le cas de la boucle tronquée de la figure II.33 qui présente une partie très étroite, on peut avoir une erreur d'amplitude très différente en périphérie de la forme, comme en témoigne la figure II.34. En effet sur celle-ci, sont représentées les courbes d'égale erreur autour de  $B_T$ témoins de cette dernière remarque.



Figure II.33 : Boucle émettrice très dissymétrique



Figure II.34 : Erreur relative sur H entre la boucle dissymétrique et  $B_E$  $\square$ CD 085-086 : Influence de l'éloignement (figures II.34a et II.34b)

# II.2.5 Limite de validité des équations simplifiées dans l'hypothèse du « champ proche »

Avant d'étudier la validité des équations simplifiées, il semble opportun de présenter le paramètre  $\beta$ r et son influence sur l'évolution temporelle du champ magnétique.

## II.2.5.1 Présentation du paramètre βr

Partant d'une boucle carrée, on peut, dans l'hypothèse d'un éloignement faible, apporter un minimum de simplifications aux équations complètes permettant ainsi d'obtenir une résolution numérique plus rapide.

Avec le respect des conditions d'équivalence édictées précédemment, on peut raisonner également sur la boucle élémentaire et obtenir en « champ proche » les équations beaucoup plus simples présentées auparavant.

Les résultats d'analyse de validité sont très comparables, nous exposons simplement ici ceux qui concernent la boucle élémentaire.

Les limites permettant de qualifier de champ « proche » ou « lointain » dépendent du paramètre mixte  $\beta$ r (produit nombre d'onde×éloignement).

Nous jugeons opportun d'étudier préalablement ce produit  $\beta$ r en fonction de la fréquence et de l'éloignement (figure II.35).

La vision 3D (figure II.36) permet d'observer entre autre la « zone de transition » entre le « champ proche » et le « champ lointain » et conduire une première réflexion connexe sur l'influence de la fréquence et/ou de l'éloignement.



Figure II.35 : Evolution de  $\beta$ r en fonction de l'éloignement r et de la fréquence



Figure II.36 : Evolution de  $\beta$ r en fonction de l'éloignement r et de la fréquence en 3D

Suivant que la valeur de  $\beta$ r est très supérieure, très inférieure ou voisine de 1, on sait que l'on est à priori en « champ lointain », en « champ proche » ou en « zone de transition ». La représentation en 3D permet dans chaque cas de conduire une réflexion sur la pondération entre les valeurs de r et f.

Chapitre II

II.2.5.2 Influence de  $\beta$ r sur l'évolution temporelle du champ

Jusqu'à présent nous n'avons retenu que la valeur maximale du champ. Nous allons ici observer son amplitude au cours du temps, le courant d'excitation supposé sinusoïdal de la boucle étant discrétisé en une vingtaine de points. La figure II.37 donne la représentation de  $\vec{H}(t)$  à l'aide de vecteurs, pour  $\theta$  fixé à 45 ° et pour différentes valeurs de  $\beta r$ .

Chaque vecteur correspond à un instant donné.



Figure II.37 : Evolution de  $\vec{H}(t)$  en fonction de  $\beta r$ 

On peut constater qu'il est très difficile de trouver une orientation privilégiée en zone de transition, illustrant ainsi les difficultés d'analyse des convertisseurs de puissance haute fréquence.

La figure II.38 représente  $\vec{H}(t)$  à  $\beta r$  fixé et  $\theta$  variable de 0 à 90 °.

On peut observer que la direction n'est plus unique à chaque instant pour les valeurs intermédiaires de  $\theta$ . Cela traduit le début du passage de la zone de « champ proche » à la zone de transition. Le changement minime sur la figure va s'accentuer avec l'augmentation de  $\beta$ r, ce qui rend difficile la détermination d'une orientation privilégiée en un point de l'espace en zone de transition.



Figure II.38 : Evolution de  $\vec{H}(t)$  à  $\beta$ r fixé en fonction de  $\theta$ 

## II.2.5.3 Calcul du champ avec et sans simplification

La figure II.39 représente l'évolution du module de  $H_M$  en fonction de  $\beta$ r dans le plan de la boucle obtenu par le calcul simplifié en « champ proche » et le calcul exact. On observe une parfaite convergence pour  $\beta$ r < 1, puis une dispersion progressive au-delà de 1.

La figure II.40 donne l'erreur relative sur le champ en un point d'un hémisphère au-dessus de la boucle, en fonction de  $\beta$ r et pour différentes valeurs de  $\theta$ .

On observera que l'erreur est rapidement importante dès que  $\beta$ r devient supérieur à 1, et que  $\theta$  a une influence considérable également (variation de +/- 20 % environ pour  $\beta$ r  $\leq$  1). Dans ces conditions, il était intéressant d'obtenir la plage d'erreur pour  $\beta$ r  $\leq$  1. la figure II.41 présente les courbes correspondantes, à partir desquelles on peut proposer des limites de validité par exemple :

- si l'on tolère 15 % d'erreur, quel que soit  $\theta$ , on prendra  $\beta r < 0.6$ ;
- pour 5 % d'erreur on prendra βr < 0,3 correspondant à r #  $\lambda/6\pi$ .



Figure II.40 : Erreur relative sur H en fonction de  $\beta$ r pour différentes valeurs de  $\theta$  $\blacksquare$ CD 092 : Variantes en 3D en fonction de  $\theta$  (figure II.40a)

En conclusion, nous retiendrons que l'usage des équations simplifiées est envisageable mais conditionné par une valeur de  $\beta$ r « franchement » inférieure à 1.



Figure II.41 : Erreur relative sur H pour  $\beta r \leq 1$ 



En optant pour la valeur 0,3 il suffit enfin de vérifier que la direction de  $\hat{H}$  en un point quelconque et pour chaque instant est pratiquement unique.

La figure II.42 tracée pour  $\beta r = 0.3$  et  $\theta \in [0.90^\circ]$  illustre cela (un vecteur représente  $\vec{H}(t)$  à t donné).



Figure II.42 : Evolution de  $\vec{H}(t)$  à  $\beta r = 0,3$  pour différentes valeurs de  $\theta$ 

#### II.2.6 Influence d'un plan de masse éventuel

Comme présenté dans l'introduction générale, les auteurs de ce livre veulent proposer une piste de réflexion pour définir une position idéale des cartes sensibles dans le boîtier supposé non métallique d'un constructeur. Il est évident que l'intérêt est de minimiser ainsi le nombre d'écrans à mettre en place.

Dans ces conditions édictées par des considérations technico-économiques, la présence d'un plan de masse peut être non souhaitable. C'est pourquoi l'étude qui va suivre a été effectuée à priori sans ce plan de masse et que les auteurs se sont contentés de montrer rapidement les effets essentiels qui seraient liés à sa présence. Ils s'intéressent uniquement au champ magnétique proche. Le plan de masse éventuel en cuivre qui serait disposé à l'encontre du champ électrique a une influence réduite sur le champ magnétique. Une partie du champ est absorbée et une faible partie du champ restant est réfléchie.

Seule est présentée l'influence de l'écartement « boucle - plan de masse » sur le champ résultant après absorption et tenant compte d'une réflexion limitée en amplitude à 20 % par exemple. Compte tenu de ces hypothèses restrictives, l'application de la théorie des images suffira. Voici ainsi l'influence d'un champ réfléchi émis par une boucle image de la boucle réelle pour différentes valeurs de l'écartement boucle - plan.

La figure II.43 donne l'amplitude maximale  $H_M$  résultant, dans un plan perpendiculaire à la boucle coupant celle-ci en son centre suivant OX et situé à 1 cm au-dessus.



Figure II.43 : Evolution de  $H_M$  en fonction de la hauteur du plan de masse

La courbe la plus élevée correspond au champ que l'on obtiendrait sans plan de masse. Les autres courbes sont paramétrées par la distance entre la boucle et le plan de masse.

On observe :

- une réduction du champ quand le plan de masse est très proche de la boucle (face cuivrée du circuit imprimé par exemple) ;

- deux maxima qui correspondent à l'influence du fil (étude précédente).

La figure II.44 montre pour Z = 5 cm que l'orientation du champ résultant peut être un peu différente de celle du champ initial.



Figure II.44 : Champ émis avec et sans plan de masse

#### II.2.7 Etude simplifiée de l'émission conjuguée de deux boucles

Les boucles à priori de tailles différentes, sont supposées proches et dans un même plan (exemple de la figure II.45).

Il est très difficile d'envisager tous les cas de figure suivant les fréquences, les amplitudes et les phases des courants dans les deux boucles. La plupart des logiciels qui permettent d'observer le champ électrique des cartes numériques supposent que les signaux sont identiques dans les différentes pistes excitées. Nous nous contenterons ici d'une approche similaire pour le champ magnétique. Les paramètres essentiels sont donc géométriques.

La figure II.46 donne l'amplitude du champ résultant pour les deux boucles de la figure II.45, excitées par le même signal sinusoïdal avec Z = 2 cm, Y = 0 et X variant de -0.8 à 0.1 m.

L'orientation dans l'espace du vecteur  $\vec{H}$  résultant est évidemment également un peu modifiée.



Figure II.45 : Position des deux boucles émettrices dans le plan XY



Figure II.46 : Amplitude des champs émis par chaque boucle et champ résultant

**CD** 099 : Variante pour deux boucles plus éloignées (figure II.46a)

Les figures II.47 et II.48 donnent les courbes d'égale amplitude du champ magnétique dans un plan parallèle aux boucles, respectivement, pour Z = 2 cm et 0 cm.



Figure II.47 : Courbes d'égale amplitude du champ H pour Z = 2 cm CD 101 : Variante pour deux boucles plus éloignées (figure II.47a)



Figure II.48 : Courbes d'égale amplitude du champ H pour Z = 0 CD 103 : Variante pour deux boucles plus éloignées (figure II.48a)

En conclusion, l'action conjuguée des deux boucles est un problème délicat à traiter dans le cas général, d'autant plus que la proximité des fils modifie fortement l'amplitude du champ résultant comme en témoignent les courbes tracées dans le cas simple retenu.

Dans un contexte de CEM, où l'on estime souvent les perturbations extrêmes, on peut imaginer que l'on ajoute directement les champs en supposant qu'ils ne sont pas déphasés (certains logiciels du commerce procèdent de cette façon).

### Conclusion du chapitre

Dans ce chapitre, nous avons présenté la notion de « boucle équivalente » liée à une « topologie » d'un convertisseur de puissance. Nous avons ensuite estimé les limites raisonnables fixant les conditions d'équivalence possible entre cette boucle et la boucle dite élémentaire. Les paramètres étant liés à l'éloignement, la fréquence, la taille de la boucle et les dimensions du conducteur correspondant.

Au travers de multiples illustrations, nous avons montré comment vérifier que les facteurs déterminants sont essentiellement le produit  $\beta r$  et le rapport entre les dimensions de la boucle et l'éloignement.

Les boucles ne sont pas en général de simples rectangles, c'est la raison pour laquelle nous avons vu le cas particulier d'un carré « tronqué ». L'influence de cette modification géométrique a été examinée en comparant le champ émis à celui de la boucle élémentaire.

Les dimensions du conducteur ont été également prises en compte dans une étude comparative s'appuyant sur le calcul direct et l'application de la méthode des éléments finis.

Enfin, nous avons évoqué l'influence possible d'un plan de masse et l'action conjuguée de deux boucles coplanaires.

En résumé, l'ensemble de ces investigations a permis, sous certaines conditions explicitées, de dégager la notion de boucle « équivalente » pour la recherche simplifiée du champ magnétique proche émis par une carte de puissance.

Dans le chapitre suivant, où nous allons étudier le signal reçu par une boucle victime, nous allons retenir cette notion de « boucle équivalente » de forme simplement circulaire ou carrée supposée réalisée avec un conducteur de section négligeable.

## **CHAPITRE III**

F.E.M. INDUITE DANS UNE BOUCLE SENSIBLE ET IMMUNITÉ

and the second second

La démarche présentée ici est limitée à la recherche d'une stratégie de réduction de la tension que peut induire une boucle perturbatrice (B<sub>P</sub>) dans une boucle (B<sub>r</sub>) victime voisine, réceptrice du champ  $\vec{H}$ .

 $B_p$  est une boucle topologique que l'on assimilera à un simple carré ou à une boucle « équivalente » comme explicité au chapitre II.

La réduction de la tension recueillie par  $B_r$  sera simplement obtenue ici par optimisation de son positionnement par rapport à  $B_P$ . Avec cette démarche, on évitera l'utilisation d'écrans.

L'étude est conduite sur une boucle  $B_P$  unique correspondant à un « îlot » tel que présenté au chapitre II.  $B_r$  est une partie de la carte de commande/contrôle d'une structure de puissance incluant  $B_P$ , ou appartient à une carte additionnelle de traitement de signal d'un capteur extérieur (température par exemple) associé au convertisseur.

La boucle réceptrice  $B_r$  peut ainsi être constituée par les connexions entre la sortie d'impédance Zs et l'entrée d'un autre circuit (d'impédance Ze). Sa géométrie dépend de la trajectoire des pistes (liaison entre nœuds et liaisons au potentiel de référence, 0 V ou +Vcc).

L'impédance de cette boucle potentiellement victime est donc liée à la technologie des circuits et aux longueurs des pistes.

La recherche du courant dans la boucle victime est difficile car liée à de nombreux facteurs (technologiques en particulier). D'autre part, nous savons que les tests habituels d'intégrité de signal procèdent par « excitation » en tension d'une piste. Cela nous a conduit à retenir essentiellement la f.e.m. induite comme grandeur perturbatrice, pouvant introduire par exemple dans le cas d'un amplificateur opérationnel un bruit préjudiciable au signal utile.

Comme précédemment, nous avons eu le souci de simplifier les écritures à implanter, et avons en conséquence conduit une étude comparative tenant compte ou non des simplifications introduites.

Le chapitre se décompose ainsi :

- étude théorique pour la recherche de la f.e.m. induite e(t) incluant plusieurs démarches simplificatrices comparées ;

 $- \ cartographie \ de \ e(t), \ les \ boucles \ B_p \ et \ B_r \ étant \ dans \ des \ plans \\ perpendiculaires ou parallèles correspondant à des assemblages usuels industriels ;$ 

- recherche de la position optimale de  $B_r$  tenant compte des contraintes techniques de fixation de la carte sensible.

## III.1 Recherche et estimation de la f.e.m. induite

Dans le souci de simplification souhaitée, plusieurs démarches sont entreprises pour la détermination de e(t). Pour les présenter de manière cohérente, nous proposons un organigramme incluant des blocs de calcul repérés par les chiffres 1 à 5. Les calculs seront explicités et les résultats comparés.

### III.1.1 Organigramme de la recherche de e(t)

La représentation est donnée figures III.1 et III.2.

#### Description générale

- i(t) est le courant d'entrée dans la boucle perturbatrice B<sub>P</sub>, il est choisi de forme trapézoïdale tel que défini au chapitre I avec ou sans oscillation due par exemple à un CALC associé au composant en commutation ;

- i(f) est ce même courant dans le domaine fréquentiel (spectre) ;

 $- \phi(t)$  est l'onde temporelle de flux ;

– e(t) est l'onde temporelle de la f.e.m. induite dépendante de X, Y, Z ou X, Y, Z,  $\alpha$ ;

-  $e_1(f)$ ,  $e_2(f)$ ,  $e_3(f)$ ,  $e_4(f)$  et  $e_5(f)$  sont les spectres de la f.e.m. induite déterminés pour les blocs de calculs correspondants.

Concernant le paramétrage  $[X,Y,Z,\alpha]$  il convient de préciser que la boucle réceptrice  $B_r$  est centrée au point P de coordonnées Xp, Yp, Zp ( $B_P$  étant centrée en [0,0,0]) et en rotation possible (repérée par un angle  $\alpha$ ) autour d'un diamètre parallèle à OX (figure III.3).

 $- \mu S_r \vec{n} \cdot \vec{H}$  représente le produit scalaire du vecteur normal à la surface de B<sub>r</sub> par

le champ magnétique  $\vec{H}$  multiplié par  $\mu S_r$  (produit perméabilité × surface de  $B_r$ ) de manière à déterminer le flux  $\phi(f)$ ;

 $-\mu S_r H$  représente le produit de la surface de B<sub>r</sub> par la valeur maximale (notée H) du champ au point Xp, Yp, Zp en supposant le champ normal à B<sub>r</sub>. Ce qui correspond également au flux maximal que peut recevoir B<sub>r</sub> (pire des cas au sens de la CEM);

- la notation de bloc « F.F.T. » signifie que l'on applique la transformée de Fourier rapide au signal d'entrée (calcul numérique). « I.F.F.T. » est la transformation inverse ;

- la notation de bloc « dérivation par rang » signifie que l'on applique l'opération de dérivation (par rapport au temps) à chaque onde sinusoïdale de fréquence harmonique constituant le spectre du flux ;

– la notation « dérivation » signifie que l'on effectue directement la dérivation du flux  $\phi(t)$ ;

– la question « champ uniforme ? » signifie que l'on s'interroge sur la possibilité de considérer qu'en tout point de  $B_r$ , le champ  $\vec{H}$  a la même amplitude et la même orientation. Les figures III.4 et III.5 illustrent cette démarche ;



- (1) : Bloc de calcul général
- (2) : Bloc de calcul avec l'hypothèse du champ uniforme

Figure III.1 : Organigramme (1/2)



(3) : Bloc de calcul avec les hypothèses du champ uniforme et du flux recueilli maximum

(4) : Bloc de calcul avec le maximum de simplification

(5) : Bloc de calcul basé sur la notion d'enveloppe

Figure III.2 : Organigramme (2/2)

- la question « simplification des équations ? » signifie que l'on s'interroge sur la possibilité d'appliquer les relations de la boucle élémentaire équivalente en champ proche à la place des relations générales de la boucle carrée retenue initialement ;

- la question « estimation par la méthode des enveloppes ? » concerne la possibilité de retenir essentiellement les points de l'enveloppe des maxima des harmoniques du spectre de i(t), correspondant aux changements de pentes.



Figure III.3 : Position et repérage de Br et B<sub>P</sub>



Figure III.4 : Champ quasi uniforme sur la boucle B<sub>r</sub>



Figure 111.5 : Champ non uniforme sur B<sub>r</sub>

## III.1.2 Blocs de calcul

Le calcul s'effectue dans le domaine fréquentiel en considérant que les harmoniques de champ ont pour amplitude maximale leur valeur à t = 0. Cela limite la validité du calcul à un éloignement raisonnable. Par exemple, pour  $\beta r < 0.3$ , l'erreur relative maximale sur l'amplitude du courant est inférieure à 5 %.

#### III.1.2.1 Bloc de calcul général

Le calcul du flux  $\phi(f)$  peut être effectué sans hypothèse d'uniformité du champ, avec les équations exactes pour le champ émis par la boucle carrée dont toutefois on négligera la section du conducteur et les effets d'interaction avec une boucle réceptrice équivalente circulaire.

$$\phi_{(f)} = \iint_{S_r} \vec{B}(f) \cdot \vec{d}S_r = \iint_{S_r} (\nabla \times \vec{A}(f)) \cdot \vec{d}S_r = \oint_{l_r} \vec{A}(f) \cdot \vec{d}l$$
(III.1)

Nous pouvons réaliser le calcul de l'intégrale curviligne par la méthode des trapèzes. Il suffit pour cela de discrétiser en N points le contour de la boucle réceptrice comme indiqué sur la figure III.6.

Pour chacun de ces points, nous avons déterminé le vecteur potentiel  $\vec{A}_i(f)$  à partir des équations du chapitre précédent et réalisé le calcul du produit scalaire.

$$A_{i}(f) \cdot dl_{i}$$
Pour -90 <  $\alpha$  < 90 :  $\vec{d}l_{i} = -\sin(\psi_{i})\vec{x}' + \cos(\psi_{i})\vec{y}'$ 
avec :  $\vec{y}' = \cos(\alpha)\vec{y} + \sin(\alpha)\vec{z}$  et  $\vec{x}' = \vec{x}$ 
(III.2)

Donc: 
$$\vec{A}_i(f) \cdot dl_i = -A_x(f)\sin(\psi_i) + A_y(f)\cos(\psi_i)\cos(\alpha)$$
 (III.3)



Figure III.6 : Représentation de la discrétisation de la boucle réceptrice dans son plan

Le contour de la spire réceptrice étant circulaire, l'expression du flux est donc la suivante :

$$\phi(f) = \oint_{l_r} \vec{A}(f) \cdot \vec{d}l = \sum_{i=2}^{N} r \times (\psi_i - \psi_{i-1}) \times \left[ \vec{A}_i(f) \cdot \vec{d}l_i + \frac{\vec{A}_{i-1}(f) \cdot \vec{d}l_{i-1} - \vec{A}_i(f) \cdot \vec{d}l_i}{2} \right] (\text{III.4})$$

III.1.2.2 Bloc de calcul avec l'hypothèse du champ uniforme

Une première simplification peut être introduite avec l'hypothèse de l'uniformité du champ recueilli par B<sub>r</sub> mais l'utilisation du produit scalaire  $\vec{n}.\vec{H}$  permet toujours de tenir compte de sa position (Xp, Yp, Zp) et de son orientation ( $\alpha$ ).

Bien entendu l'hypothèse de l'uniformité du champ a une limite de validité liée au rapprochement des boucles.

Une remarque à ce sujet sera présentée au paragraphe (III.1.3).

Calcul du flux à partir du champ au centre de la boucle :

$$\phi = \iint_{S_r} \vec{B} \cdot \vec{d}S_r = \mu_0 S_r \vec{H}_c . \vec{n}$$
(III.5)

 $\vec{n}$  est la normale à la surface de la boucle réceptrice et  $\vec{H}_c$  le champ magnétique au centre de celle-ci.

L'angle  $\alpha'$  entre  $\vec{H}_c$  et le plan de la boucle est déterminé en exprimant  $\vec{H}_c$  dans la base  $(\vec{x}', \vec{y}', \vec{z}')$ . M est alors la matrice de passage des coordonnées de la base  $(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$  à la base  $(\vec{x}', \vec{y}', \vec{z}')$ .

$$M = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\alpha) & \sin(\alpha) \\ 0 & -\sin(\alpha) & \cos(\alpha) \end{vmatrix}$$

donc :

$$\alpha' = \arctan\left(\frac{H_{c'z}}{\sqrt{H_{c'x}^{2} + H_{c'y}^{2}}}\right)$$
(III.6)

le calcul du flux est donc le suivant :

$$\phi = \mu_0 S_r H_c \cos(\frac{\pi}{2} - \alpha') = \mu_0 S_r H_c \sin(\alpha') \tag{III. 7}$$

III.1.2.3 Bloc de calcul avec les hypothèses du champ uniforme et du flux recueilli maximum

Cette hypothèse constitue une étude dans le « pire des cas », correspondant donc au maximum possible de f.e.m. induite obtenu lorsque le champ est perpendiculaire à  $B_r$ . Le flux est donc calculé dans le domaine fréquentiel avec les harmoniques d'amplitude maximum.

Dans ces conditions le flux s'exprime simplement par :  

$$\phi = \mu_0 S_r H_c$$
 (III.8)

III.1.2.4 Bloc de calcul avec le maximum de simplification

Nous mettons à profit ici la notion de boucle équivalente présentée au chapitre II en assimilant la boucle carrée à une boucle élémentaire centrée en [0,0,0] dans le plan X,Y,Z. Par ailleurs, l'hypothèse du champ proche étant retenue, les équations sont très simplifiées dés le départ et autorisent l'obtention directe de la f.e.m. :  $e_4(f)$ .

Le flux est toujours donné par  $\phi = \mu_0 S_r H_c$ .

 $H_c$  est déterminé à partir des équations simplifiées de la boucle élémentaire en champ proche donc :

$$H_c = \frac{IS_e}{2\pi r^3} \sqrt{\frac{3\cos(2\theta) + 5}{8}}$$
(III.9)

La tension induite s'exprime en régime sinusoïdal de la façon suivante :

$$e(f) = -\frac{d\phi}{dt} = -\frac{d}{dt}(\mu_0 H_c S_r) = -jw\mu_0 H_c S_r$$
(III.10)

d'où :

$$e_4(f) = -jw\mu_0 S_r \frac{IS_e}{2\pi r^3} \sqrt{\frac{3\cos(2\theta) + 5}{8}}$$
(III.11)

III.1.2.5 Bloc de calcul basé sur la notion d'enveloppe

Il s'agit ici essentiellement de retenir les points de changement de pente des segments constituant l'enveloppe des maxima du spectre  $e_4(f)$  déterminé par le bloc 4. Cette démarche permet d'obtenir  $e_5(t)$  limitée à l'enveloppe de  $e_4(f)$  résultant de l'application sur B<sub>P</sub> du signal i(t) toujours supposé trapézoïdal mais sans oscillation de commutation superposée.

Les enveloppes sont présentées dans le paragraphe III.1.3.

## III.1.3 Application des hypothèses et des méthodes

## III.1.3.1 Calcul général

Courant i(t) injecté : le courant est de type trapézoïdal symétrique (I.3.3.2) avec superposition d'une oscillation parasite (équation I.13), dont les paramètres sont les suivants :

- courant :  $I_M = 10 \text{ A}$ , f = 100 kHz,  $t_f = t_r = 0.1 \text{ } \mu\text{s}$ 
  - $t_{\rm M} = 2 \ \mu s, \ fp = 10 \ \text{MHz}, \ D_p = 10 \ \text{A};$
- paramètres de  $B_p$ : centrage en (0,0,0), côté de 5cm, surface de 25 cm<sup>2</sup>;
- le point d'observation est repéré par :  $\theta = 60^{\circ}$ ,  $\varphi = 90^{\circ}$ , r = 0.05 m.



Figure III.7 : Courant parcourant  $B_p$  ( $f_p = 10$  MHz)

 $\blacksquare$ CD 107 : Courant parcourant B<sub>p</sub> avec f<sub>p</sub> = 7 MHz (figure III.7a)

Le spectre du courant : i(f) est représenté figure III.8.

On pourra observer que ce spectre est identique à un coefficient peu variable près à H(f) et  $\phi(f)$ .

Le spectre de la f.e.m. induite,  $e_1(f)$ , est présenté figure III.9.

Les paramètres de la boucle  $B_p$  ainsi que le point d'observation sont inchangés. Les paramètres de  $B_r$  sont :

- cercle de 2 cm de diamètre centré en P ( $\theta = 60^{\circ}$ ,  $\phi = 90^{\circ}$ , r = 0.05 m);
- $\alpha = 91^{\circ}$  (choisi de manière à obtenir une f.e.m. quasimaximale).



Figure III.8 : Spectre i(f) du courant parcourant la boucle  $B_P$  avec  $f_p = 10$  MHz  $\blacksquare$ CD 109 : Spectre du courant parcourant  $B_P$  avec  $f_p = 7$  MHz (figure III.8a)



Figure III.9 : Spectre  $e_1(f)$  de la f.e.m. induite dans  $B_r$  avec  $f_p = 10 \text{ MHz}$  $\blacksquare$ CD 111 : Spectre  $e_1(f)$  de la f.e.m. induite dans  $B_r$  avec  $f_p = 7 \text{ MHz}$  (figure III.9a)

A partir du spectre  $e_1(f)$  il est possible de reconstituer l'évolution temporelle de la f.e.m. induite  $e_1(t)$ . Le tracé correspondant est donné figure III.10.



Figure III.10 : Evolution temporelle de la f.e.m. induite  $e_1(t)$ 

 $\blacksquare$ CD 113 : Evolution temporelle de la f.e.m. induite dans B<sub>r</sub> avec f<sub>p</sub> = 7 MHz (figure III.10a)

P Remarque concernant les limites du calcul

Un essai avec un courant i(t) trapézoïdal sans oscillation superposée est réalisé.

La figure III.11 présente sa décomposition spectrale et la figure III.12 la décomposition spectrale du champ magnétique qui lui est associé au point d'observation choisi, avec le paramétrage suivant :

- courant :  $I_M = 10 A$ , f = 1 MHz,  $t_r = t_f = 0.1 \mu s$ ,  $t_M = 0.2 \mu s$ ;

-  $B_p$ : centrage : (0,0,0), côté 5 cm, surface : 25 cm<sup>2</sup>;

- point d'observation :  $\theta = 45^{\circ}$ ,  $\phi = 0^{\circ}$ , r = 1 m.

On observera des variations d'amplitude rapides liées à des conditions paradoxales d'étude. En effet, l'excursion poussée en fréquence nous entraîne en zone de transition où le maximum du champ n'est plus atteint à t = 0 comme retenu en hypothèse de calcul.



Figure III.12 : Spectre du champ magnétique  $\overline{H}$  correspondant

III.1.3.2 Hypothèse du champ uniforme

Le champ supposé uniforme est calculé au centre de Br. Il a pour paramètres :

- courant :  $I_M = 10 \text{ A}$ . f = 100 kHz,  $t_f = t_r = 0,1 \text{ } \mu\text{s}$ ,  $t_M = 2 \text{ } \mu\text{s}$ , fp = 10 MHz,  $D_p = 10 \text{ A}$  ;

- paramètres de  $B_p$ : centrage (0,0,0), côté 5 cm, surface : 25 cm<sup>2</sup>;

- paramètres de B<sub>r</sub>: cercle de 2 cm de diamètre, centre P ( $\theta = 60^{\circ}$ ,  $\phi = 90^{\circ}$ , r = 0.05 m,  $\alpha = 91^{\circ}$ , choisi de manière à obtenir une f.e.m. quasimaximale). Le spectre de la f.e.m. induite  $e_2(f)$  est présenté figure III.13.



Figure III.13 : Spectre de la f.e.m. induite calculé avec l'hypothèse du champ uniforme La f.e.m. induite  $e_2(t)$  est représentée figure III.14.



Figure III.14 : f.e.m. induite calculée avec l'hypothèse du champ uniforme

III.1.3.3 Hypothèse du flux recueilli maximum

Le flux est maximum car le champ en P supposé uniforme est normal à  $B_r$ . Le spectre de la f.e.m. induite  $e_3(f)$ , (figure III.15), a pour paramétrage :

- $I_M = 10 \text{ A}, f = 100 \text{ kHz}, t_f = t_r = 0,1 \text{ } \mu \text{s}, t_M = 2 \text{ } \mu \text{s}, fp = 10 \text{ } \text{ MHz}, D_P = 10 \text{ A};$
- $B_p$ : centrage en (0,0,0), côté 5 cm, surface : 25 cm<sup>2</sup>;
- $B_r$ : cercle de 2 cm de diamètre, centre P ( $\theta = 60^\circ, \phi = 90^\circ, r = 0.05$  m).



Figure III.15 : Spectre de la f.e.m. induite avec l'hypothèse du flux maximum f.e.m. induite e<sub>3</sub>(t) correspondante (figure III.16) :



Figure III.16 : f.e.m. induite avec l'hypothèse du flux maximum

<u>□</u>120

III.1.3.4 Hypothèse de la boucle équivalente

On considère la boucle équivalente (paramètres  $I \times S_p$ ) et les équations simplifiées correspondant au maximum, dans l'hypothèse du champ proche. Le spectre de la f.e.m. induite  $e_4(f)$  est donné figure III.17 (même paramétrage que précédemment).



Figure III.17 : Spectre de la f.e.m. induite

La f.e.m. induite  $e_4(t)$  correspondante est représentée figure III.18.



Figure III.18 : F.e.m. induite  $e_4(t)$ 

## III.1.3.5 Méthode de l'enveloppe

On notera les points P1, P2, P3 correspondant aux changements de pentes. Nous allons chercher l'enveloppe de i(f), avec les mêmes paramètres qu'auparavant, et  $\alpha = 91^{\circ}$  (choisi de manière à obtenir une f.e.m. quasimaximale) Le courant est représenté dans les deux domaines figures III.19 et 20.



Figure III.20 : Décomposition spectrale du courant et points caractéristiques

L'enveloppe de e(f) est donnée par la figure III.21.



Figure III.21 : Enveloppe de la f.e.m. induite

Remarque concernant les limites de la méthode de l'enveloppe

Les figures III.22 et III.23 représentent le spectre de la f.e.m. induite pour un courant i(t) de forme rectangulaire (signal numérique) et de fréquence élevée (>1 MHz) à une distance de 10 cm, puis 3 m.

On constatera qu'il est difficile dans le deuxième cas de situer l'enveloppe. Cela est bien sûr lié à la non-validité des équations, puisqu'à cette fréquence et à cette distance ( $\beta$ r élevé) l'hypothèse du champ proche est erronée !

Pour que la démarche reste valide il faut toujours que les conditions du champ proche soient réunies.







#### III.1.4 Comparaison des résultats obtenus

Les essais avec les blocs 1 à 4 ont été effectués avec superposition d'une oscillation parasite ; dans un but comparatif nous proposons d'examiner e(f) à i(t) donné. Nous observons donc (figure III.24) conjointement  $e_1(f)$ ,  $e_2(f)$ ,  $e_3(f)$  et  $e_4(f)$ .



Figure III.24 : Décomposition spectrale de la f.e.m. pour les différents blocs de calcul

De manière à effectuer la comparaison avec le calcul n°5, nous avons tracé les courbes précédentes avec un courant i(t) sans oscillation haute fréquence. La comparaison s'effectue en examinant directement les courbes de la figure III.25.

#### Interprétation des résultats

Dans la mesure où l'angle  $\alpha$  (calculs 1 et 2) est choisi de manière à obtenir un niveau induit maximum, il est normal, compte tenu des dimensions des boucles et de l'éloignement choisis, d'obtenir des niveaux comparables pour  $e_1(f)$  et  $e_2(f)$ .

Si le flux est supposé maximal, il faut s'attendre à un niveau supérieur, pour la f.e.m. induite  $e_3(f)$ .

La f.e.m.  $e_4(f)$  est très semblable à  $e_3(f)$  dans la mesure où les conditions de champ proche et d'équivalence de la boucle sont alors réunies.

On vérifie enfin que  $e_4(f)$  présente des maxima autorisant le repérage aisé des points particuliers permettant d'obtenir sans difficulté l'enveloppe  $e_5(f)$ .

L'équivalence des résultats est témoin de la validité des calculs et hypothèses.



Figure III.25 : Décomposition spectrale de la f.e.m. pour les différents blocs de calcul

En conclusion, il est possible d'évaluer sans trop d'imprécision la f.e.m. induite dans une boucle victime  $B_r$  avec la notion de boucle équivalente pour la boucle perturbatrice  $B_P$  et les équations du champ proche, sous réserve de respecter les conditions rappelées ci-après :

– dimensions de  $B_r$  relativement petites devant celles de  $B_P$  et devant l'éloignement ;

- forme de B<sub>P</sub> proche du carré comme explicité au chapitre II ;
- produit  $\beta$ r (proportionnel à f×r) inférieur à 0,3 ;

– position de  $B_r$  proche de  $B_p$  mais suffisamment écartée pour éviter les champs à proximité des conducteurs réalisant  $B_p$ .

Cette évaluation donne bien entendu les valeurs extrêmes de la f.e.m. induite (pire des cas).

## **III.2** Cartographie en situations typiques

L'étude précédente avait pour but de montrer les possibilités de simplifications diverses liées à des conditions précises.

Dans ce nouveau paragraphe nous retiendrons essentiellement le calcul général (bloc 1), car notre objectif est maintenant d'évaluer la f.e.m. induite dans la boucle  $B_r$  dont l'orientation est fixée à priori perpendiculairement ou parallèlement à  $B_p$  rendant impossible le choix particulier précédent de  $\alpha$  qui correspondait à la réception maximale du flux.

De manière à présenter le plus simplement possible le problème, nous raisonnons sur une seule fréquence pour i(t) laquelle pourrait être par exemple celle de l'oscillation parasite puisque, à priori, la plus critique au regard de la perturbation engendrée.

Le calcul, en particulier la dérivation, est alors très simple.

### III.2.1 Cas des boucles parallèles

Dans cette hypothèse, les boucles  $B_P$  et  $B_r$  appartiennent à la même carte de circuit imprimé ou à deux cartes distinctes, disposées pour des raisons techniques d'assemblage sur des glissières parallèles.

L'angle  $\alpha$  vaut donc 0 ° et les seuls paramètres à considérer sont Xp, Yp, Zp (coordonnées du centre P de B<sub>r</sub> dans l'espace).

La figure III.26 montre une disposition respectant l'hypothèse annoncée.



Figure III.26 : Disposition possible de B<sub>r</sub> par rapport à B<sub>P</sub>

Le champ est représenté uniquement au centre de la boucle sur la figure précédente, de manière à repérer aisément ses changements d'orientation édictés par la translation de  $B_r$  dans le plan parallèle à  $B_p$ .

On voit de suite l'influence significative de la position sur l'amplitude.

Nous proposons maintenant d'examiner les équipotentielles de la f.e.m induite e(t) obtenues par le calcul général (1) pour différentes positions de  $B_r$  par rapport à  $B_P$ .

Chaque point des équipotentielles est repéré par le point P, centre de  $B_r$ , de coordonnées : Xp, Yp, Zp. Les dimensions des boucles sont fixées comme précédemment (5 cm de côté pour le « carré »  $B_P$  et 2 cm de diamètre pour  $B_r$ ).

III.2.1.1 Première position : Br est dans un plan parallèle au-dessus de BP



Figure III.27 : Equipotentielles de la f.e.m. induite quand  $B_r$  est dans le plan de  $B_p$  ( $Z_p = 0$ )  $\square$ CD 131-134 : Représentations pour  $Z_p$  variable de 0,5 à 5 cm (figures III.27a à III.27d)


III.2.1.2 Deuxième position : vues suivant une coupe parallèle au plan YZ La figure III.28 présente les équipotentielles correspondantes de la f.e.m. induite.

Figure III.28 : Equipotentielles de f.e.m. induite dans le plan YZ pour Xp = 0

CD 136-139 : Représentations pour X<sub>p</sub> variable jusqu'à 5 cm (figures III.28a à III.28d)

A noter que l'une des figures du CD correspond au cas particulier intéressant où un fil de coté est situé dans le plan observé (figure III.28b).

Ces figures bien que non exhaustives permettent de tirer les conclusions suivantes :

- près des conducteurs, la f.e.m. est très élevée, il faudra donc éviter ces positions ;

l'axe de la boucle est bien sûr à éviter également ;

– des zones que nous qualifierons de « tranquilles » notées  $Z_T$  correspondant à des équipotentielles de niveau réduit sont parfaitement repérables et utilisables pour positionner  $B_r$  « au mieux ».

III.2.1.3 Equipotentielles de la f.e.m. induite dans l'espace autour de B<sub>P</sub>

Le paramètre est la valeur efficace E de la f.e.m. induite qui peut être édictée par le seuil de sensibilité d'un circuit sensible (boucle  $B_r$ ).

Les figures III.29 et III.30 de représentation en 3D confirment les remarques précédentes. En effet, les zones « tranquilles » se situent à l'extérieur des volumes maillés avec la possibilité de se rapprocher suffisamment de la périphérie de  $B_P$  avec un niveau de f.e.m. restreint.

Les volumes sont délimités par les équipotentielles de f.e.m. induite.



Figure III.29 : Equipotentielles de la f.e.m. induite pour E = 15 mV $\blacksquare$ CD 141-144 : Représentations pour plusieurs valeurs de E dégressives (figures III.29a à III.29d)



*Figure III.30 : Equipotentielles de la f.e.m. induite dans l'espace pour quelques valeurs de E* **CD** 146-149 : Variantes de représentations dans l'espace (figures III.30a à III.30d)

#### III.2.2 Cas des boucles perpendiculaires

C'est le cas par exemple des cartes en façade d'un appareil perturbées par une carte de puissance sur glissière perpendiculaire à la façade.

La figure III.31 montre une disposition correspondante, avec deux positions possibles de  $B_r$  et indication du champ en son centre. On observe le fort changement d'orientation de celui-ci.



Figure III.31 : Disposition possible de  $B_r$  perpendiculaire à  $B_p$ 

Nous allons à nouveau examiner les équipotentielles de la f.e.m. induite dans  $B_r$  avec les mêmes hypothèses que précédemment sauf pour l'angle  $\alpha$  qui vaut maintenant 90 ° (au lieu de 0 °).

Deux positions sont prises pour exemple :

a) un diamètre de  $B_r$  est dans le plan de  $B_P$  (figure III.32).

Les équipotentielles obtenues sont données figure III.33.

On observe deux zones « tranquilles » de chaque côté de la boucle (la position intérieure n'étant pas envisageable).

b) cette fois, le centre de la boucle a pour coordonnées :

Xp = 0, Yp et Zp variables.

La figure III.34 est le tracé des équipotentielles de f.e.m. induite dans le plan YZ, Br étant comme annoncé, perpendiculaire à  $B_P$ . D'autres tracés disponibles sur le CD, permettent de déduire l'influence d'une augmentation progressive de Xp.

On pourra observer que sur la figure III.34 sont indiquées 2+2 zones « tranquilles » à l'extérieur de  $B_P$  correspondant aux deux cas suivants : Zp # 0 avec Yp variable mais supérieur aux dimensions de  $B_P$  et Yp # 0 avec Zp variable mais supérieur à un minimum (dimension de  $B_r$ ).



Figure III.32 : Le diamètre de  $B_r$  est dans le plan de  $B_P$ 



Figure III.33 : Equipotentielles de la f.e.m. induite dans le plan XY,  $B_r$  perpendiculaire à  $B_P(Zp=1cm)$ 

ECD 152-153 : Réduction de niveau avec l'accroissement de Zp (figures III.33a III.33b)



Figure III.34 : Equipotentielles de la f.e.m. induite dans le plan YZ pour  $B_r$  perpendiculaire à  $B_p(Xp=0)$ 

**CD** 155-156 : Equipotentielles de la f.e.m. dans le plan YZ : Influence de  $X_p$  (figures III.34a et III.34b) **CD** 157-160 : Equipotentielles de la f.e.m. dans le plan XZ : Influence de  $Y_p$  (figures III.34c à III.34f)

L'étude de ces deux positions de  $B_r$  dans un plan perpendiculaire à  $B_p$  montrent que des zones « tranquilles » privilégiées de positionnement de  $B_r$  sont ici à nouveau présentes.

La figure III.35 de représentation en 3D confirme cette remarque. En effet, les zones « tranquilles » se situent à l'extérieur des volumes maillés avec la possibilité de se rapprocher suffisamment de Bp avec un niveau de f.e.m. induite restreint.

Bien entendu, cette étude n'est pas exhaustive.



Figure III.35 : Equipotentielles en 3D de la f.e.m. induite pour E = 3 mV

■CD 161-166 : Equipotentielles en 3D de la f.e.m. induite pour les valeurs dégressives de E suivantes : 40-30-20-15-10 et 5 mV (figures III.35a à III.35f)

**CD** 167-169 : Equipotentielles de la f.e.m. dans l'espace pour quelques valeurs de E (figures III.35g à III.35i)

En conclusion de ce paragraphe, il apparaît que dans les cas typiques d'assemblage industriel des cartes, il soit possible par simple modification de sérigraphie autorisant la « translation » de  $B_r$  sur le circuit imprimé de la carte sensible, de réduire la f.e.m. induite par le champ perturbateur de  $B_P$ .

Pour réduire davantage la f.e.m. induite, il faudrait introduire un degré de liberté supplémentaire en se dégageant des astreintes liées aux dispositions techniques habituelles. Il apparaît néanmoins difficile de faire accepter à des assembleurs des positions totalement quelconques conduisant à la réalisation de fixations de formes non « d'équerre ». Dans ces conditions, nous n'envisageons comme dans l'étude précédente qu'une simple rotation de B<sub>r</sub> suivant un diamètre parallèle à (OX), direction qui peut correspondre à une arête du boîtier non métallique du dispositif global.

Le paramétrage s'effectuera donc en Xo, Yp, Zp et avec  $\alpha$  variable de 0 ° à 90 °.

En un point donné le positionnement pourra donc être optimisé par  $\alpha$ . Le paragraphe suivant concerne cette démarche.

### **III.3** Optimisation du positionnement de la boucle sensible

Nous allons dans un premier temps présenter une recherche des valeurs de  $\alpha$  permettant de réduire la f.e.m. induite, à Xp, Yp, Zp donnés, cela avec les relations générales. Dans un deuxième temps nous examinerons les possibilités de considérer les démarches de calcul simplifié présentées précédemment.

Notre démarche se veut pragmatique, c'est ainsi que nous partons d'un cas concret. Pour une carte incluant  $B_P$  donnée, il existe un boîtier réel dont les dimensions sont en rapport avec celles de la carte. Partant de là, il existe des espaces disponibles dans ce boîtier dans lesquels on peut disposer la carte sensible incluant  $B_r$ . Nous allons donc fixer pour Xp, Yp et Zp des limites minimales et maximales, tenant compte du souci de ne pas « côtoyer » de trop près la boucle  $B_P$  et de ne pas sortir des limites du boîtier.

On a ainsi :

 $\begin{array}{l} Xp_{min} < |Xp| < Xp_{max} \\ Yp_{min} < |Yp| < Yp_{max} \\ Zp_{min} < |Zp| < Zp_{max} \end{array}$ 

Notre démarche consiste à rechercher pour une combinaison Xp, Yp, Zp (à courant donné dans  $B_P$ ) la valeur de  $\alpha$  autorisant la réduction maximale de la f.e.m. induite.

La figure III.36 montre le bornage en Xp, Yp. La variable Zp interviendra plus tard en paramétrage de surfaces gauches, lieux des valeurs particulières de  $\alpha$  (notées  $\alpha_{0}$ ) pour lesquelles la f.e.m. induite sera minimale.

A noter que la boucle  $B_P$  étant carrée, une symétrie évidente apparaît, nous permettant de travailler dans un seul quadrant du plan XY.



Figure III.36 : Limite de Xp et Yp pour  $Z < Zp_{min}$ 

#### Recherche de l'inclinaison optimale

Sur la base de la représentation de la figure III.36, nous pouvons programmer le calcul informatique de manière à obtenir les surfaces gauches, lieux des valeurs de  $\alpha_0$  paramétrées par Zp.

Les figures III.37, III.38 et III.39 donnent  $\alpha_o(Xp, Yp)$  dans un quart de plan (Xp > 0 et Yp > 0) pour Zp = 2 cm, Zp = 5 cm et Zp = 10 cm.

Grâce à la mise en œuvre d'un algorithme relativement simple de recherche de  $\alpha_0$ , on voit qu'un concepteur peut rapidement trouver l'inclinaison idéale de la carte sensible qu'il souhaite inclure dans un boîtier de convertisseur.

Remarque concernant la prise en compte d'un signal i(t) quelconque

L'étude précédente était basée dans un but de simplification sur un courant de fréquence et d'amplitude données.

Si i(t) est périodique de forme quelconque, il suffit de le décomposer en série de Fourier et de raisonner par rang. La courbe 3D de la figure III.40 donne la variation de l'amplitude du flux reçu en fonction de  $\alpha$  et de la fréquence. Le calcul a été effectué pour le calcul général (bloc 1). On voit que l'amplitude du flux à une valeur unique fixée (In) des harmoniques du courant i(t) dans  $B_p$  ne dépend pas de la fréquence, mais exclusivement de  $\alpha$ .

Dans ces conditions l'étude présentée pour la recherche de  $\alpha_0$  est valable pour un signal périodique quelconque.



Figure III.37 : Angle optimal  $\alpha_o$  pour Zp = 2 cm



Figure III.38 : Angle optimal  $\alpha_0$  pour Zp = 5 cm



Figures III.39 : Angle optimal  $\alpha_o$  pour Zp = 10 cm



Figure III.40 : Variation du flux en fonction de la fréquence et de  $\alpha$ 

#### Conclusion du chapitre

Nous avons vu au chapitre précédent que sous certaines conditions, acceptables dans le contexte de notre étude, on peut apporter des simplifications importantes dans la démarche de recherche du champ magnétique induit par une boucle de câblage d'une carte de convertisseur de puissance. Ces simplifications peuvent aller jusqu'à la prise en compte d'une équivalence possible avec une « boucle élémentaire » et le choix des équations du champ proche. L'objectif du présent chapitre était de montrer comment évaluer les effets de ce champ sur une boucle « potentiellement » victime au travers de la recherche de la f.e.m. induite dans celleci. Dans un souci de rigueur, la recherche de la f.e.m. a été présentée suivant un organigramme d'investigation incluant la démarche simplifiée rappelée ci-dessus, mais également une démarche générale sans simplifications importantes de manière à observer les divergences possibles entre les résultats obtenus.

On peut conclure que sous réserve de respecter des contraintes de dimensions et d'éloignement, autorisant l'étude en champ proche, les équations simplifiées permettent d'obtenir la valeur de la f.e.m. avec une erreur raisonnable.

Après avoir calculé ou évalué la f.e.m. dans la boucle « victime », nous avons vu comment mener une recherche d'optimisation de la position puis de son orientation de manière à réduire la pénétration du champ et par suite la f.e.m. induite.

Nous avons ainsi démontré que des zones précises dans l'espace, que nous avons qualifiées de « zones tranquilles » pour lesquelles la f.e.m. recueillie sera minimale, existent à proximité de la boucle émettrice. Si cela est possible, l'assembleur pourra fixer sa carte sensible au mieux, sinon il pourra obtenir par des programmes à complexité réduite, en un point donné de l'espace qu'il aura choisi, les conditions d'orientation optimales à prendre en compte.

En résumé nous avons vu comment apporter une aide au positionnement de cartes sensibles dans un environnement électromagnétique agressif.

# **CONCLUSION GÉNÉRALE**

Dans cet ouvrage les auteurs ont présenté une contribution à la recherche du meilleur positionnement d'un circuit électrique sensible dans l'environnement immédiat d'une carte de puissance (convertisseur en 2D).

L'approche se veut globalement la plus simple possible et répond directement aux interrogations issues des tests de mesure en champ proche sur les cartes de puissance.

Par de multiples comparaisons et tests de validité, les auteurs ont prouvé que l'on peut adopter une démarche très simplifiée sous certaines conditions précises à respecter.

L'intérêt pour le concepteur est une réponse approximative mais quasi immédiate à la question « où placer ma carte sensible ? ».

Bien entendu le champ magnétique a été essentiellement retenu, car le sujet concerne principalement des cartes de puissance, donc des fréquences limitées et des niveaux de courant significatifs.

Ce livre est une contribution à laquelle on pourrait en adjoindre une autre par une démarche « duale » concernant alors le champ électrique, et donc les tensions sur les pistes ou câbles et les courants induits dans les pistes « victimes » d'un circuit sensible.

## **BIBLIOGRAPHIE**

J.-L. Cocquerelle, «CEM et électronique de puissance», Ed. Technip, collection Sciences et Technologies, Paris, 1999. ISBN 2-7108-0764-5 ISSN 1243-0226.

C. Pasquier, P. Levron, J.-L. Cocquerelle, « Fields radiation of an elementary power electronic converter » 8th European Conference on Power Electronics and Applications EPE'99, Lausanne, Switzerland, 7 - 9 Sep. 99 (CDROM édité).

C. Pasquier, P. Levron, J.-L. Cocquerelle, « Simplified model of a 2D power converter "topological" loop, elaborated in order to take into account geometrical design and skin effect », 5th International Symposium on Electric and Magnetic Fields EMF 2000, Gand, 17-19 May 2000.

C. Pasquier, P. Levron, J.-L. Cocquerelle, « Fast calculation method of the near field radiated by a power converter loop in order to optimise the position of the associated sensitive card », International Conference on Power Conversion, Intelligent Motion, Power Quality, PCIM 2000, Nuremberg June 6-8, 2000, Power Conversion proceedings pp 41 - 46.

P. Levron, C. Pasquier, G. Perpera, J.-L. Cocquerelle, « EMI-RFI Mains Filters Modelling and Simulation in order to estimate the probability of trouble due to the realistic impedances of mains and load », 6th International Conference ELECTRIMACS 99, 14 - 16 Sep. 99, Vol. 3, pp. III-189 - III-193.

P. Levron, C. Pasquier, J.-L. Cocquerelle, « Difficultés de mesures d'émissions conduites selon la CISPR 25 », IV<sup>e</sup> congrès sur la compatibilité électromagnétique CEM Expo 99, Paris 13 et 14 Oct. 1999.

C. Pasquier, P. Levron, J.-L. Cocquerelle, « Reduction of the self-disturbance of a power converter due to magnetic field effects. Research of the optimal control card orientation », 5th International Symposium on Electric and Magnetic Fields EMF 2000, Gand, 17-19 May 2000.

J.-L. Cocquerelle, C. Pasquier, « CEM et électronique de puissance », Journées Technologiques : Stratégies de dépollution harmonique des réseaux électriques, 27-28 avril 2000, Saint Nazaire, Département Génie Electrique de l'Ecole Polytechnique de l'Université de Nantes, p. 215-222.

C. Pasquier, M. Ameziani, J.-L. Cocquerelle, « Compatibilité électromagnétique (CEM) en électronique de puissance », colloque sur l'enseignement des technologies et des sciences de l'information et des systèmes en électronique, électrotechnique et automatique, CETSIS-EEA'99, 4 et 5 novembre 1999, université Montpellier II, Ed. Cépaduès, Toulouse, p. 265-268, ISBN 2.85428.515.8.

C. Pasquier, J.-L. Cocquerelle, « Rayonnement en champ proche des boucles "topologiques" des convertisseurs de l'électronique de puissance », colloque électronique de puissance du futur EPF 2000, 29 et 30 Novembre et ler Décembre 2000, Lille.

P. Levron, C. Pasquier, P. Lambert, J.-L. Cocquerelle, « Aspect de la pollution des réseaux en continu des navires de plaisance par les convertisseurs de puissance. Choix de la structure la moins polluante », Troisième symposium international sur le navire tout électrique civil ou militaire, AES 2000 (All Electric ship), Paris, 26 et 27 octobre 2000.