



Forschungen des Instituts
für Archäologische Wissenschaften,
Denkmalwissenschaften und Kunstgeschichte 4



Olaf Huth

Entwurfs- und Konstruktionsprinzipien des spätgotischen Netzgewölbes der Kirche St. Peter und Paul in der Lutherstadt Eisleben



University
of Bamberg
Press

**Entwurfs- und Konstruktionsprinzipien
des spätgotischen Netzgewölbes der
Kirche St. Peter und Paul in der
Lutherstadt Eisleben**



**Forschungen des Instituts
für Archäologische Wissenschaften,
Denkmalwissenschaften und Kunstgeschichte**

herausgegeben vom Institut für Archäologische Wissenschaften, Denkmalwissenschaften
und Kunstgeschichte der Otto-Friedrich-Universität Bamberg

Abteilung
Archäologische Wissenschaften

Michaela Konrad
Andreas Schäfer
Rainer Schreg
Till Sonnemann

Abteilung
Denkmalwissenschaften

Paul Bellendorf
Stefan Breitling
Rainer Drewello
Mona Hess
Gerhard Vinken

Abteilung
Kunstgeschichte

Stephan Albrecht
Wolfgang Brassat

Band 4

Abteilung Denkmalwissenschaften

Verantwortlicher Herausgeber: Stefan Breitling

Olaf Huth

**Entwurfs- und Konstruktionsprinzipien
des spätgotischen Netzgewölbes der
Kirche St. Peter und Paul in der
Lutherstadt Eisleben**

Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek: Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.dnb.de> abrufbar.

Dieses Werk ist als freie Online-Version über den Publikationsserver (FIS; <https://fis.uni-bamberg.de>) der Universität Bamberg erreichbar. Das Werk steht unter der Creative-Commons-Lizenz CC BY-SA 4.0.



Lizenzvertrag: Creative Commons CC BY-SA 4.0
<https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/deed.de>

Satz und Layout: Gerhard Gresik
Herstellung und Druck: docupoint Magdeburg
Umschlaggestaltung: University of Bamberg Press
Umschlagbild: Netzgewölbe im nördlichen Seitenschiff der Kirche St. Peter und Paul © Olaf Huth

© University of Bamberg Press, Bamberg 2020
<http://www.uni-bamberg.de/ubp/>

ISSN: 2196-4505
ISBN: 978-3-86309-727-1 (Druckausgabe)
eISBN: 978-3-86309-728-8 (Online-Ausgabe)
URN: urn:nbn:de:bvb:473-irb-477262
DOI: <http://dx.doi.org/10.20378/irb-47726>

Inhalt

	Vorwort des Herausgebers	7
	Vorwort und Danksagung des Verfassers	9
1	Einleitung	11
2	Entwurf und statisch-konstruktive Prämissen gotischer Gewölbe	15
	2.1 Das Kreuzrippengewölbe.	15
	2.1.1 Bauhistorische Entwicklung	15
	2.1.2 Bautechnische und konstruktive Grundlagen	16
	2.2 Das figurierte Gewölbe	20
	2.2.1 Bautechnische Besonderheiten	20
	2.2.2 Der Prinzipalbogen als Entwurfsprämisse	22
	2.2.3 Prinzip von der gleichen Höhe der Rippenkreuzungen	26
3	Das Netzgewölbe der Kirche St. Peter und Paul in der Lutherstadt Eisleben.	29
	3.1 Beschreibung und Baugeschichte	29
	3.2 Vermessung des spätgotischen Netzgewölbes	31
	3.2.1 Messtechnik.	31
	3.2.2 Durchführung der Messung	32
	3.2.3 Bestimmung der Messkenngrößen	33
	3.3 Geometrie und Befundung.	36
	3.4 Entwurf, Konstruktion und Bauausführung des Netzgewölbes	58
	3.5 Instandsetzung des Netzgewölbes	61
4	Zusammenfassung und Ausblick.	63
5	Literaturverzeichnis	65
6	Abbildungsverzeichnis.	67
 Anhänge		
	A.1 Risskartierung an der Unterseite des Gewölbes	69
	A.2 Darstellung des Baus eines Bogenrippengewölbes	70
	A.3 Vermessung der Bogengeometrie der Gewölberippen	71
	A.4 Rekonstruktion des Schlingrippengewölbes in der Dresdner Schlosskapelle	87

Vorwort des Herausgebers

Wenn wir in unsere Reihe „Forschungen des IADK“ Abschlussarbeiten aufnehmen, dann handelt es sich um herausragende Arbeiten, die eines der in unserem Institut vereinigten Fächer auf besondere Weise repräsentieren, Perspektiven für die methodische Weiterentwicklung eröffnen und fachübergreifend Impulse setzen. Die umsichtige Gewölbe-Analyse und Fallstudie, die wir hier vorlegen dürfen, setzt meines Erachtens Standards in der sachgerechten Erfassung, Vermessung und Beurteilung mittelalterlicher Rippengewölbe, sowohl hinsichtlich der Ansprache dieser Objekte als historische und bautechnikgeschichtliche Quelle, als auch hinsichtlich der technischen Begutachtung von Rissbildern und Verformungen, des langfristigen Monitorings und der Entscheidung, ob und wenn ja welche Maßnahmen zur Erhaltung geeignet wären. Die modernen Grundlagen für die konstruktive Analyse historischer gemauerter Gewölbe hat, aufbauend auf der Traglasttheorie Jacques Heymans, in den letzten Jahrzehnten Santiago Huerta gelegt. Für den Sonderfall der figurierten Gewölbe haben die umfangreichen Forschungen David Wendlands überdies auf die enge Verbindung hingewiesen, die zwischen dem Tragverhalten und den speziellen historischen Entwurfs- und Ausführungsroutinen besteht. Trotz der eindeutigen Ergebnisse Huertas, die zeigen, dass Rissbilder zu den meisten gemauerten Gewölbefigurationen notwendig dazu gehören und zumeist keinesfalls eine Schädigung oder Handlungsnotwendigkeit anzeigen, werden Gewölbe leider nach wie vor oft zu wenig in ihrer historischen Technologie verstanden, zu sehr aus dem Blickwinkel der heutigen Statik heraus eingeschätzt und mit fragwürdigem und übertriebenem Aufwand bei gleichzeitiger Teilerstörung des Originals „saniert“, wobei das Tragverhalten, das Jahrhunderte überdauert hat, nun plötzlich künstlich verändert wird. Die Bamberger Bauforschung betont traditionell, wie wichtig es für die sach- und denkmalgerechte Beurteilung einer historischen Baukonstruktion ist, die Entstehungsbedingungen dieses einen originalen, wunderbarerweise überlieferten Objektes genau zu studieren, sich in das Denken der Erbauer einzufühlen und die Bau- und Veränderungsgeschichte anhand der Baubefunde detailliert zu rekonstruieren. Nur wer den oft komplexen Zusammenhang zwischen dem heutigen Erscheinungsbild und den zahlreichen

Einflussfaktoren für sein Zustandekommen kennt, kann ein Bauwerk fachgerecht in die Zukunft begleiten. Die vorliegende Publikation stellt am Beispiel des Netzgewölbes der Kirche St. Peter und Paul in der Lutherstadt Eisleben diesen Zusammenhang mit der notwendigen methodischen Präzision und einem fachübergreifenden Wissenshintergrund mustergültig vor. Ich freue mich daher sehr, dass wir Herrn Huth, dessen Forschungsansätze inzwischen mit einer Professur in Coburg auch die gebührende Anerkennung gefunden haben, gewinnen konnten, seine Abschlussarbeit in unserer Reihe zu veröffentlichen und für die Publikation noch einmal zu aktualisieren. Ich danke allen, die zum Zustandekommen beigetragen haben, und wünsche der Arbeit die Aufmerksamkeit der Fachcommunity, die sie verdient.

Bamberg, den 26.05.2020

Stefan Breitling

Vorwort und Danksagung des Verfassers

Die vorliegende Arbeit entstand als Masterarbeit während meines Teilzeitstudiums der Denkmalpflege an der Otto-Friedrich-Universität Bamberg. Diese wäre in der Form, wie sie jetzt vorliegt, nicht ohne die Hilfe von nachfolgend aufgeführten Personen möglich gewesen.

Besonders möchte ich dafür Herrn Prof. Dr.-Ing. S. Breitling danken. Wesentliche Impulse zu dieser Arbeit stammen von ihm, in sehr angenehmen und zugleich regen Diskussionen hat er meine Arbeit stets wohlwollend begleitet. Zugleich hat er das Gutachten übernommen und sich als Mit-Herausgeber für die Aufnahme dieser Arbeit in die Reihe „Forschungen des Instituts für Archäologische Wissenschaften, Denkmalwissenschaften und Kunstgeschichte (IADK)“ eingesetzt.

Herrn Dipl.-Ing. (FH) G. Gresik danke ich für seine stete Offenheit in zahlreichen Gesprächen, zugleich für die Mitwirkung an der Messkampagne in der Kirche St. Peter und Paul und nicht zuletzt für die Gestaltung des Satzes als auch des grafischen Layouts dieser Arbeit.

Für die präzise inhaltliche und formale Durchsicht, für die zahlreichen Anregungen, welche die Publikation dieser Arbeit betreffen, möchte ich Herrn Giese, M.A. außerordentlich danken.

Die Diskussionen und Treffen mit Herrn Prof. Dr.-Ing. D. Wendland sind mir in besonderer Erinnerung. Wertvolle Hinweise zu dieser Arbeit stammen von ihm. Zudem ermöglichte er mir die mehrmalige Besichtigung der Baustelle zur Errichtung des Schlingrippengewölbes in der Dresdner Schlosskirche.

Herrn Seeber danke ich für die Anfertigung der Zeichnungen in den Abbildungen 2.1 und 2.6.

Die Arbeit wurde mit Mitteln des Innovationsfonds der Evangelischen Landeskirche Mitteldeutschlands (EKMD) gefördert. Der EKMD sowie der Eignerin der Kirche, die Gemeinde Andreas-Nicolai-Petri (ANP), danke ich für die Unterstützung dieser Arbeit. Der ehemaligen Amtsleiterin des Kreiskirchenamtes Sangerhausen, Frau Härtel, möchte ich besonders danken. Sie hat maßgeblich Anteil daran, dass mir dieses Teilzeitstudium von Seiten des Arbeitgebers ermöglicht werden konnte.

Meiner Familie danke ich für das Interesse, Verständnis und Vertrauen, aber auch für die Geduld, welche sie mir für das Studium als auch für die Masterarbeit entgegenbrachte.

Nicht zuletzt möchte ich dem Herausgeber, dem IADK, als auch dem Verlag, University Bamberg Press, für die Publikation dieser Arbeit herzlich danken.

Erfurt, Mai 2020

Olaf Huth

Verwendete Symbole

x	Messvektor
x_1, x_2, \dots, x_3	Messwerte des Messvektors x
E	Erwartungswert
n	Anzahl der Messungen
σ	Standardabweichung
Var	Varianz

Die stark hervorgehobenen Symbole kennzeichnen die entsprechende Variable als Vektor.

1 Einleitung

Mit der Umgestaltung des Innenraumes der Kirche St. Peter und Paul¹ der Lutherstadt Eisleben zum Zentrum Taufe² wurden dessen Sanierung und insbesondere die statisch-konstruktive Instandsetzung des Netzgewölbes dringend erforderlich. Die Schädigung des Netzgewölbes war bereits bekannt, aber erst mit der vollständigen Einrüstung des Innenraumes (Abb. 1.2) konnte das gesamte Ausmaß dieser wahrgenommen und systematisch erfasst werden.³ Das Schadensbild war durch mehrere signifikante Merkmale gekennzeichnet. Die große Zahl der Risse in der Gewölbeschale konzentrierten sich entlang der Längsachse der Kirche in der Mitte des Mittelschiffes im Langhaus sowie im Chor und in der Chorapsis.⁴ Die maximalen Rissweiten waren beträchtlich: In der Chorapsis wurden 2 mm, im Chor 1 mm und im Langhaus 0.5 mm gemessen (Anhang A.1). Tendenziell nahmen die Rissweiten – vom Chor ausgehend – zum Langhaus und zur Orgelempore sowie zu den Seitenschiffen hin, ab. Auf den Oberseiten der Gewölbe konnte das Rissbild nicht systematisch erfasst werden, da dort Bauschutt gelagert war. In mehreren Jochen waren Abrisse der Gewölbekappen von den Schildwänden (Abb. 1.3) zu erkennen. Ein weiteres Merkmal der Schädigung bildete der in weiten Teilen – vorrangig entlang der Mittelachse des Mittelschiffes und des Chors – vorhandene Abriss der Rippen von den Gewölbekappen (Abb. 1.4). Die Rippen wiesen dabei die Verformungen einer Biegebeanspruchung mit einer durch eine klaffende Fuge gekennzeichneten Zugzone sowie einer Druckzone auf, die durch den im oberen Querschnitt der Rippen in der Stoßfuge zusammengedrückten bzw. aus der Fuge gepressten Kalkmörtel ausgewiesen war. Entlang der gerissenen Bereiche war somit ein Verbund zwischen Rippen und Gewölbeschale nicht mehr gegeben.

Als Ursachen für dieses umfangreiche Schadensbild wurden während einer Begehung am 22.03.2011 verschiedene Ansätze diskutiert. Einige Zugbalken des Dachtragwerkes waren geschädigt. Infolgedessen war in einigen Gebinden das Kraftdreieck zwischen Sparren und Zugbalken nicht mehr geschlossen und eine Einleitung horizontaler Lasten aus Eigengewicht und Wind in das Gewölbe schien möglich.⁵ Nicht klar voneinander getrennte statische Systeme, z.B. das Aufliegen der Zugbalken auf den Kappen des Gewölbes,

konnten ebenfalls zu einem von den Erbauern nicht beabsichtigten statisch relevanten Lasteintrag in das Gewölbe führen und eine entsprechende Schädigung hervorrufen. Ferner waren die Gewölbekappen mit großen Mengen von Bauschutt bedeckt. Das Volumen, die Masse, aber auch die Verteilung des Bauschuttes konnten aufgrund der Krümmung der Kappen und ihres Rissbildes – auch aus Arbeitsschutzgründen – nicht ermittelt werden. Einflüsse aus einem eventuell wenig tragfähigen Baugrund wurden in Erwägung gezogen, aber aufgrund des nahezu intakten Mauerwerksgefüges im Langhaus und Chor als nicht maßgeblich erachtet.

- 1 In der Lutherstadt Eisleben sind drei Stadtkirchen eng mit dem Leben und Wirken von Martin Luther verknüpft. In der Kirche St. Peter und Paul wurde er getauft („Im übrigen bin ich in Eisleben geboren und dort in St. Peter getauft.“ - Martin Luther 1520 in einem Brief an Kurfürst Friedrich den Weisen); er wirkte seit 1515/16 als Distriktsvikar im ehemaligen Augustiner-Eremitenklöster St. Annen (Brief vom 30.6.1516 an L. Lange LUTHER, MARTIN, S. 48). Die Kirche St. Andreas war seine letzte Predigerstätte.
- 2 Seit der Jahrtausendwende wurde die Frage des Umgangs und der Nutzung des großen Erbes innerhalb der Stadt Eisleben und der Evangelischen Kirche rege diskutiert. BERGMANN, C. 2010 formulierte für die St. Peter und Paul Kirche (Abb. 1.1) die Konzeption eines Zentrums Taufe. Grundgedanke war, in dieser Kirche neben dem Gedenken der Taufe von Martin Luther, das Sakrament der Taufe der Allgemeinheit - konfessionsübergreifend - nahe zu bringen. Mit einem in den Boden eingelassenen Taufbecken sollte ein Ort geschaffen werden, der jede Form der Taufe - einschließlich der Ganzkörpertaufe - ermöglicht. Für die bauliche Umsetzung der Konzeption wurde im Jahr 2010 ein Architektenwettbewerb ausgelobt. Eine einberufene Jury empfahl der Kirchengemeinde die Verwirklichung des architektonischen Entwurfs des Büros AFF Architekten aus Berlin. Die Umgestaltung der Kirche zum Zentrum Taufe wurde am 12.4.2013 mit dem Architekturpreis des Landes Sachsen-Anhalt ausgezeichnet.
- 3 Begehung am 22.3.2011 durch Frau Pfarrerin Carstens-Kant, Herrn Daum, Herrn Architekt Hermanns, Frau Prohl, Herrn KOBR Rüttinger sowie den Verfasser.
- 4 Die Risskartierung durch den Verfasser erfolgte an der Unterseite des Gewölbes am 18.4.2011 (Chor und Mittelschiff) und am 7.6.2011 (Seitenschiffe).
- 5 Die Instandsetzung des Dachtragwerkes erfolgte in den Jahren 2012/13.

Die Vorstellung, nach welchen Prinzipien ein Gewölbe entworfen und konstruiert wurde und wie dessen bauliche Umsetzung erfolgt ist, stellt eine entscheidende Grundlage bei der Instandsetzung des Gewölbes dar und besitzt daher unmittelbare denkmalpflegerische Relevanz. Dadurch erschließt sich dem Planer nicht nur die Formfindung des Gewölbes, sondern auch das Tragverhalten im Ist-Zustand kann auf bestimmte Prämissen zurückgeführt werden. Pläne, Aufzeichnungen und Befunde lassen sich besser einordnen.⁶ Auf die Schwierigkeiten, die auftreten, wenn dieses Wissen nicht vorhanden ist, verweist bereits MÜLLER 1989 bei der Rekonstruktion der Gewölbe im Xantener Dom⁷: Da man im Fall „des Xantener Doms auf keine exakte Vermessung des Rippensystems zurückgreifen konnte – eine Situation, die den Forschungsstand über spätgotische Rippengewölbe noch lange kennzeichnen wird, war man bei der Restaurierung allein auf solide handwerkliche Erfahrung, gepaart mit kunsthistorischem Einfühlungsvermögen, angewiesen.“ Mit der Entwicklung des 3D-Laserscannings hat sich das Aufmaß wesentlich vereinfacht. Die Methodik erlaubt eine umfängliche und schnelle Bestandserfassung z.B. von Gewölben berührungsfrei sowie über größere Distanzen hinweg. Damit kann in der folgenden Analyse schrittweise nachvollzogen werden, wie präzise die mittelalterlicher Baumeister bereits bestehende Baustrukturen einmessen konnten, welchen Entwurfsprinzipien sie beim Bau von Gewölben folgten, wie sie diese bei notwendig gewordene Planungswechseln abwandeln und über welche Planungskompetenz und Abstraktionsvermögen sie insgesamt bereits verfügten - BREITLING 2015.

Die vorliegende Arbeit greift diese Problematik mit dem Ziel auf, gestützt auf eine exakte Vermessung des spätgotischen Netzgewölbes der Kirche St. Peter und Paul, die Entwurfs- und Konstruktionsprinzipien, die seiner Errichtung zugrunde liegen, zu rekonstruieren. Sie ist entstanden als Abschlussarbeit im Masterstudiengang Denkmalpflege – Heritage Conservation der Otto-Friedrich-Universität Bamberg und der Hochschule für angewandte Wissenschaften Fachhochschule Coburg. Mit ihrer Fragestellung fügt sie sich in die vergangene und gegenwärtige Forschungstätigkeit ein, die diese Thematik zum Inhalt hat. Die Aufsätze von MÜLLER 1975, WENDLAND 2009, WENDLAND 2010, BREITLING 2012, BREITLING 2015 stellen wesentliche Beiträge auf diesem Gebiet dar. Das Tragverhalten von Gewölben sowie ihre statisch-konstruktive Instandsetzung ist Thema zahlreicher Publikationen u.a. von GRASSNICK 1963, PIPER 1983, BARTHEL 1991, HEYMAN 1995, FALTER 1999, JAGFELD 2000, HUERTA 2008, HOLZER 2013.

Die Arbeit gliedert sich in zwei Hauptabschnitte. Im ersten Abschnitt werden anhand einer bewerteten Literaturlauswertung grundlegende Entwurfs- und Konstruktionsprinzipien von Kreuzrippengewölben und figurierten Gewölben erläutert. Die Breite der Darstellung nimmt die dazu rege geführten Diskussionen auf und bildet gleichzeitig einen entsprechenden Kontext für den zweiten Abschnitt, indem die Befunde und Erkenntnisse der Untersuchung des Netzgewölbes der Kirche St. Peter und Paul thematisiert sind. Die dazu notwendige Vermessung des Gewölbes, das angewendete Messprinzip sowie die Datenauswertung werden erläutert. Basierend auf der Auswertung der Messkenngrößen erfolgt die Rekonstruktion der für das Netzgewölbe angewandten Entwurfs- und Konstruktionsprinzipien. Bemerkungen zur durchgeführten Instandsetzung sowie eine Zusammenfassung der Ergebnisse mit einem kurzen Ausblick auf weitere Fragestellungen vervollständigen diesen Abschnitt. Wesentliche, die Arbeit ergänzende Befunde und Quellen bzw. Beschreibungen sind im Anhang enthalten.

6 Exemplarisch verdeutlicht sich dieser Sachverhalt am Befund des Netzgewölbes, dass sich die Gewölberippen von den Kappen gelöst hatten: Welche Funktion ist den Rippen zugeordnet? Sind diese soweit in das Gewölbe eingebunden, dass ein Schubverbund in Rippenlängsrichtung mit den Gewölbekappen entsteht? Wenn dies der Fall ist, wie saniert man ein Gewölbe, bei dem offensichtlich kein Schubverbund mehr existiert?

7 MÜLLER 1989, 88.

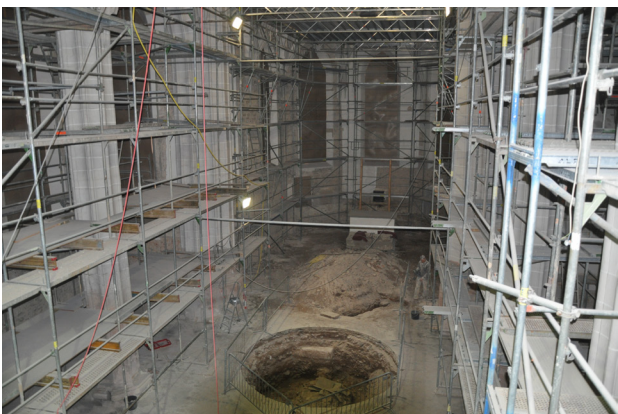
8 GRASSNICK 1963.



1.1 Die Kirche St. Peter und Paul nach der Sanierung des Kirchenschiffdaches, Ansicht von Süden



1.3 Abriss einer Gewölbekappe von der Schildwand; Foto: WITTMAR, WITTMAR - TOMASCHEK 2011, Weimar



1.2 Im April 2011 vollständig eingerüsteter Innenraum; in der Mitte ist der Aushub des Taufbeckens zu erkennen



1.4 Abriss der Rippen von der Gewölbeschale; in der Zugzone der Rippen aufgehender Riss in der Stoßfuge zweier Werksteine

2 Entwurf und statisch-konstruktive Prämissen gotischer Gewölbe

Der Entwurf eines Bauwerks wird vorrangig durch die architektonische Idee, seine statisch-konstruktive Durchbildung und seine spätere Bauausführung geprägt. Diese Informationen werden in gezeichneten Plänen niedergelegt. Die baubare Form unterliegt mehreren Einschränkungen. Sie muss geometrisch eindeutig beschreibbar sein, um von allen Beteiligten in gleichem Sinn verstanden werden zu können, und sie unterliegt insbesondere den Grenzen des verfügbaren geometrischen Instrumentariums, mit denen der Baukörper abgesteckt und in seiner Form kontrolliert werden kann.⁹ Dies trifft besonders auf komplexe Formgebungen, wie diese z. B. Gewölbekonstruktionen darstellen, zu. Der Entwurf von Gewölben ist in engem Zusammenhang zur Bauausführung zu sehen, und das Verständnis jener Prinzipien wird erleichtert, wenn neben der geometrischen Form die technischen Randbedingungen, die Herstellungsprozesse sowie die Formkontrolle mit untersucht werden. Die Frage, welche Entwurfs- und Konstruktionsprinzipien dem Bau gotischer Gewölbe zugrunde liegen, hat Autoren vom ausgehenden Mittelalter bis in die jüngste Zeit bewegt - diese Literatur wird im Folgenden ausgewertet.

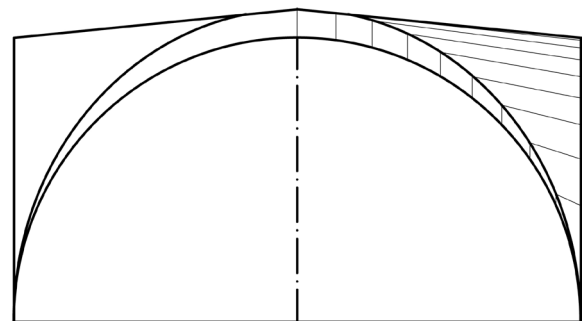
2.1 Das Kreuzrippengewölbe

2.1.1 Bauhistorische Entwicklung

Seinen Ursprung besitzt das Kreuzgratgewölbe in den Monumentalbauten der römischen Kaiserzeit und besondere Verbreitung erhält dieses in der spätantiken Thermenarchitektur.¹⁰ Durch ein Auflösen der trennenden Wände sollen in diesen Räumen Weg- und Blickbeziehungen geschaffen werden – eine Forderung an die Funktionalität des Raumes, die das Kreuzgratgewölbe erfüllt. Dieses ist über der Grundrissfigur eines Quadrates aufgespannt und erhält seine Form als Durchdringung zweier sich im rechten Winkel schneidender halbylindrischer Tonnen gleicher Sehnenweite und gleicher Scheitelhöhe. Durch Grate getrennt, ruhen die Kreuzkappen an den vier Ecken auf nahezu punktförmigen Auflagern. Die Tonnenquerschnitte bilden Halbkreise, und die Form der Grate entsprechen dazu in direkter Kausalität Halbellipsen. Die Form des

Kreuzgewölbes ist in sich abgeschlossen und eignet sich als Modul zur additiven Raumbildung. Wesentlich wird die räumliche Gestalt des Kreuzgewölbes in der Epoche der Romanik erweitert.¹¹ Beim Ausschalen des Gewölbes setzt sich dieses. Um das Maß der Setzung zu verringern, verlaufen die Scheitellinien des Gewölbes nicht mehr gerade, sondern werden mit einem geraden Stich versehen, der zum Kreuzungspunkt hin ansteigt (Abb. 2.1a). Es bildet sich eine Überhöhung der Kreuzungspunkte der Scheitel gegenüber den Scheiteln der Randbögen heraus. Die Grate bilden daher nicht mehr Halbellipsen, sondern Spitzbögen mit elliptisch gebogenen Schenkeln. Um Kehlen zwischen den Kappenscheiteln und den spitzbogigen Graten zu vermeiden, wird der Stich mit einem Bogen ausgeführt (Abb. 2.1b). Werden die Kappen mit einem sphärischen Bogen zwischen ihren Scheiteln versehen, so entsteht ein gebustes Kreuzgewölbe (Abb. 2.1c). Diese Anpassungen der räumlichen Gestalt des Kreuzgewölbes setzen aber keine Veränderungen des quadratischen Grundrisses voraus.

Die gewünschte Variabilität der Innenarchitektur und des Raumkonzeptes erfordert rechteckige Grundrissfiguren, welche aber die konstruktive Schwierigkeit bedingen, dass die von dem römischen Kreuzgewölbe abgeleitete Durchdringungsfigur zweier halbzylin-

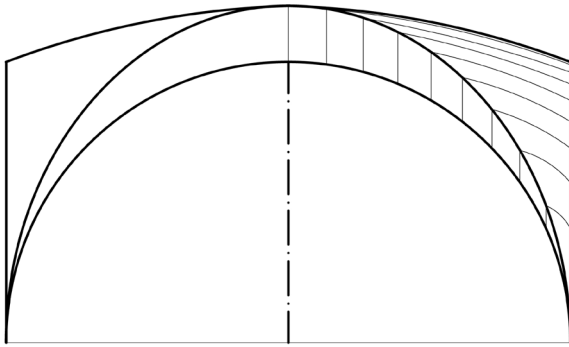


2.1a Kreuzgewölbe mit geradem Stich; Zeichnung SEEBER

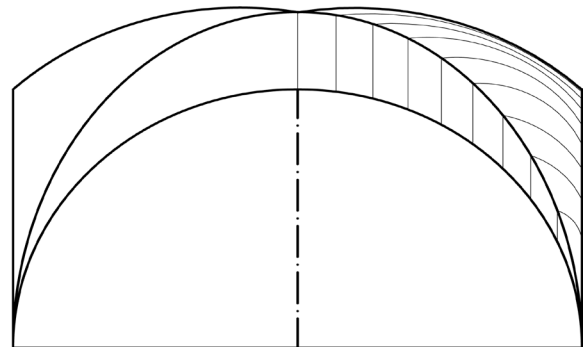
9 WENDLAND 2009, 244.

10 NUSSBAUM - LEPSKY 1999, 9.

11 NUSSBAUM - LEPSKY 1999, 15.



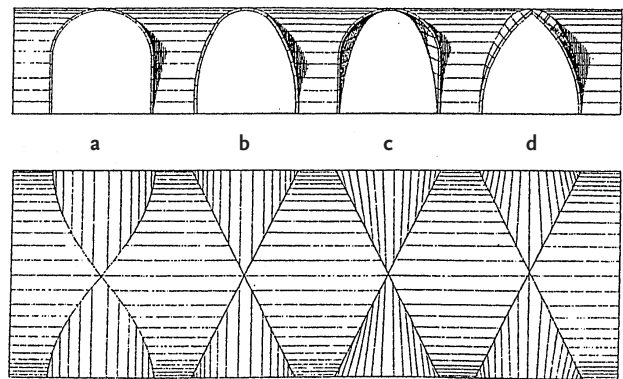
2.1b Kreuzgewölbe mit Bogenstich; Zeichnung SEEBER



2.1c Kreuzgewölbe mit Bogenstich und Busung; Zeichnung SEEBER

drischer Tonnen aufgrund ihrer unterschiedlichen Stich- und Sehnenmaße nicht mehr angewendet werden kann. Werden die Bögen der Tonnen nicht modifiziert, entstehen an den Graten s-förmig geschwungene Linien.¹² Die Lösung dieses geometrischen Problems liegt darin, dass die Krümmung der schmalen Tonne nicht mehr halbzylindrisch ausgebildet, sondern parabelförmig an die breitere Tonne angepasst wird (Abb. 2.2). Mit der Einführung der rechteckigen Grundrissform vollzieht sich der Wandel vom Rund zum Spitzbogen in der Konstruktion der Randbögen. Dieser ermöglicht die gleichhohe Positionierung der Kämpfer und Scheitel in einem Gewölbejoch, denn die Brechungswinkel zwischen den Halbbögen und ihrer Schenkelkrümmung lassen sich den unterschiedlichen Bogenspannen anpassen. Zudem weist der Spitzbogen gegenüber dem Rundbogen statische Vorteile auf.

Den baugeschichtlichen Übergang vom Kreuzgewölbe zum Kreuzrippengewölbe zeichnen NUSSBAUM - LEPSKY 1999 als einen vorrangig architektonisch motivierten Prozess nach.¹³ Durch die Möglichkeit, die im Gewölbe auftretenden Kräfte punktförmig auf Ecklager zu übertragen, können die Wände und Arkaden durch Fenster durchbrochen werden. Eine großzügige Belichtung des Raumes wird ermöglicht. Die Kräftekonzentrationen in den Ecklagern finden ihre architektonische Entsprechung in den an Pfeilern vorgesetzten Wandvorlagen. Der Übergang des von der romanischen Architektur übernommenen massiven Wandaufbaus hin zu einer Gerüstbauweise mit reduzierten Füllmassen und versteifenden Stützelementen deutet sich an. Die Wände nehmen die Funktion einer Membran an, die die eingebauten Gitterstrukturen (Fenster, Arkaden) aussteift. Die Übertragung dieses sich entwickelnden architektonischen Ausdrucks in das Gewölbe gelingt durch die Betonung der Kreuzgrate in ihrer Ausformung als Rippenfiguren. Die Gewölbeschale



2.2 UNGEWITTER - MOHRMANN 1901, Tafel III, Abb. 20 Durchdringungsfiguren in rechteckigen Kreuzgewölben; a - halbzylindrischer Bogen, b - parabelförmiger Bogen, c - gestelzter Rundbogen, d - Spitzbogen

wird als dünnwandiges Schalentragwerk wahrgenommen und korrespondiert mit der Membranwirkung der Wand. Somit klar akzentuiert, hebt sich das Gewölbe als raumabschließender Schirm von den Wänden ab. Die ästhetische Wirkung erhält ihren Kulminationspunkt im ausgeformten Schlussstein, der im Gewölbescheitel die sich kreuzenden Rippen zusammenfasst.

2.1.2 Bautechnische und konstruktive Grundlagen Quellenlage

Es sind im europäischen Raum viele Sakral- und Profanbauten mit Kreuzrippengewölben aus der Epoche des Hochmittelalters erhalten geblieben. Die Form-

12 UNGEWITTER - MOHRMANN 1901, 9–11; NUSSBAUM - LEPSKY 1999, 16.

13 NUSSBAUM - LEPSKY 1999, 21–53.

findung von Gewölben entspricht einem komplexen Entwurfsprozess, der von raumfunktionalen und gestalterischen Überlegungen, von der konstruktiven Durchbildung und dem Tragverhalten, aber auch von der Art und Weise ihrer Errichtung beeinflusst ist. Es ist daher anzunehmen, dass Schriftstücke, Pläne oder Werkrisse für diese anspruchsvollen Bauglieder angefertigt worden sind. Entsprechend der Größe des Verbreitungsgebietes, der Vielgestaltigkeit der Anforderungen an die Gewölbe und des Sachverhaltes, dass Bauwerke Unikate darstellen und ein Planungsprozess notwendig ist, sollten diese Zeugnisse in einer großen Zahl vorliegen. Tatsächlich scheinen aber keine Quellen, welche den Entwurf, die Konstruktion und die Bauweisen von Kreuzrippengewölben im Hochmittelalter dokumentieren können, erhalten geblieben zu sein.¹⁴ Auch unter den jüngeren Werkrisen lassen sich keine Zeichnungen finden, die auf angewandte Entwurfsprinzipien Rückschlüsse liefern.¹⁵ Erst aus der Zeit des ausgehenden Mittelalters sind Verfahren wie das der Bogenaustragung bzw. die Anwendung des Prinzipalbogens überliefert.¹⁶ Rückschlüsse auf die früheren Entwurfsverfahren der Gotik lassen diese aber nicht zu.

Die Ursachen für das Fehlen dieser Zeugnisse sind vielfältig, und es existieren dazu in der Literatur verschiedene Auffassungen. GRASSNICK 1963, der den Wiederaufbau des Doms zu Xanten nach dem Zweiten Weltkrieg leitete, sieht einen Grund im fehlenden Wissensaustausch der Bauhütten.¹⁷ Hingegen kommt HEIDELOFF 1851 zu einem anderem Schluss: „Man kann das praktische und moralische Verfahren der Alten nicht genug bewundern, sie waren praktisch, weil sie nicht, wie heut zu Tage, einzeln für sich wirkten, sondern in Verbindung und brüderlich mit tüchtigen Männern im In- und Ausland zusammenlebten, die ihre Kenntnisse und Ideen einander aufrichtig mitteilten.“¹⁸ Welche Zeugnisse HEIDELOFF 1851 zu dieser Aussage führten, lässt sich nicht ohne weitere Recherchen nachvollziehen. Er berichtet aber, dass ihm spätmittelalterliche Quellen vorlagen.¹⁹ Seinem II. Curs²⁰, der sich mit der Konstruktion der Gewölbe näher befasst, fehlt eine solche Vorbemerkung, und es ist nicht einsehbar, aus welchem Grund.²¹ Das Fehlen von Quellen kann auch darauf zurückgeführt werden, dass, wenn Pläne und Skizzen erstellt wurden, diese dem alleinigen Ziel der Errichtung des Baus dienten. Die Einsicht und Sorgsamkeit, sie zu dokumentarischen Zwecken zu archivieren – auch um sie als auswertbare Grundlage für die Planung weiterer Bauten oder auch als Basis zur Erhaltung dieser nutzen zu können – bildete sich wahrscheinlich erst zu einem späteren Zeitpunkt heraus. Dass ein kompletter Verlust der Zeugnisse bis zum Ausgang des 12. Jhs. eingetre-

ten ist, wie dies NUSSBAUM - LEPSKY 1999 annehmen, ist, wenn die Anzahl der Zeugnisse groß war, nicht wahrscheinlich. Wenn es hingegen dem damaligen Stand der Technik entsprach, kaum Entwurfsskizzen anzufertigen, so ist der Fall des nahezu vollständigen Quellenverlustes wahrscheinlicher. Dieser Überlegung widersprechen jedoch die beiden genannten Autoren²² dahingehend, dass bestimmte komplizierte Raumgefüge, wie sie bereits im Hochmittelalter ausgeführt wurden, zwingend einer Vorplanung bedurften. Denkbar ist, dass eine große Anzahl von Quellen durch Kriege und in der Zeit der Säkularisierungen verlorengegangen ist, während ein anderer Teil des Wissens in Privatbesitz verstreut erhalten geblieben ist. Letztlich stellt das Fehlen dieser Zeugnisse in der Abbildung der bauhistorischen Entwicklung von Gewölben eine gravierende Zäsur dar.²³

Tragverhalten

Das Tragverhalten von Kreuzgrat- und Kreuzrippengewölben ist immer wieder Ausgangspunkt ingenieurwissenschaftlicher Untersuchungen gewesen. UNGEWITTER - MOHRMANN 1901 führen die Hypothese ein, dass „...

14 NUSSBAUM - LEPSKY 1999, 55: „... ist jedoch nicht eine einzige Bauzeichnung des 12. Jahrhunderts bekannt.“

15 NUSSBAUM - LEPSKY 1999, 56.

16 Vgl. Abschnitt 2.2.2.

17 GRASSNICK 1963, 72: „Durch die Geheimnistuerie der mittelalterlichen Bauhütten stehen so gut wie keine schriftlichen Quellen über den Bau von Gewölben zur Verfügung.“

18 HEIDELOFF 1851, VII.

19 So setzt er seinem Buch (ebenda 1.) voran: „Fortsetzung der Constructionen aus der Bauhütte des 14. und 15. Jahrhundert nach alten Steinmetzbüchlein und pergamentenen Fragmenten und anderen Urkunden über die alte Kirchenbaukunst und Clasifizierung der Kirchen von der Kapelle an bis zum erzbischöflichen Dom.“

20 HEIDELOFF 1850

21 Die Suche nach Quellen sollte in ein weiteres Forschungsprojekt über Gewölbe integriert werden. Ansatzpunkte dazu stellen Recherchen zu den Nachlässen der Autoren der Neugotiker – z.B. HEIDELOFF und HOFFSTADT 1840 – wie auch der Autoren des Historismus UNGEWITTER - MOHRMANN 1901 oder die Bestände alter, jedoch kaum erfasster Bibliotheken – wie die Turmbibliothek der Kirche St. Andreas in der Lutherstadt Eisleben – oder wie die Bibliothek der Kirche St. Martini in Stolberg dar.

22 NUSSBAUM - LEPSKY 1999, 56.

23 Eine Annäherung an diese Entwurfsprinzipien kann über eine messtechnische Aufnahme gebauter Beispiele erfolgen. Vorrangig sind die Art der Parabel der Rippen sowie Radius und Länge der Sehne zu bestimmen. Die Erfassung der Werksteine der Rippen kann weitere Hinweise geben. Um verallgemeinernde Aussagen treffen zu können, ist eine große Zahl dieser Aufnahmen notwendig. Unschärfen, die z.B. durch die Bauausführung entstanden sind, sind in der Bewertung zu berücksichtigen.

in einer gewölbten Kappenfläche jedes Kappenteilchen vorwiegend in derjenigen Richtung seinen Druck nach dem Widerlager fortpflanzt, welche eine rollende Kugel verfolgen würde, oder mit anderen Worten, dass der Druck sich immer in der steilsten Richtung zu übertragen sucht.“²⁴ Sie entwickeln das Stützlinienmodell, das auf einer Aufteilung des Gewölbes in aneinandergereihte Bogenstreifen beruht. Durch die Einführung der Finite-Elemente-Methode in der statischen Berechnung kann das Tragverhalten von Gewölben wesentlich präziser beschrieben werden und MARK 1982 postuliert, dass das Kappenmauerwerk als statisch wirksame dreidimensionale Struktur zu verstehen ist. Diese Aussage der Abbildung des Tragverhaltens als ein doppelt gekrümmtes Flächentragwerk, einer Schale, wird von BARTHEL 1991 und HOLZER 2013 bestätigt. BARTHEL 1991 zeigt, dass die Spannungen entlang nicht gerader (wie beim Stützlinienmodell vorausgesetzt), sondern gekrümmter Trajektorien zum Auflager hin verlaufen. Wesentliche Hinweise für baupraktische Verfahren zur Standsicherheitsbeurteilung von Gewölben geben PIEPER 1983 und HOLZER 2013.

Ästhetische und statisch-konstruktive Funktion der Rippen

Als zentrales Bauglied gotischer Gewölbe sind den Rippen mehrere Funktionen zugeordnet. Ihre ästhetische Aussage liegt in der Umdeutung der Einheit des Kreuzgratgewölbes in stark akzentuierte parzellierte Wölbflächen. Dabei greift ihre Linearstruktur den durch die Dienste der Mittelpfeiler vorgegebenen Rhythmus auf und überträgt diesen in den überwölbten Raum. Die Rippen sind damit Teil der der Gotik zugrundeliegenden Entwurfsidee, nach der ein Baugliedergerüst den Raum abbildet und dieser durch zwischenliegende Wände, welche ästhetisch auf die Wirkung einer Membran reduziert werden, geschlossen wird. Es soll eine Formensprache entstehen, nach der „jede Einzelform die ihr zukommende Funktion ausfüllt und zugleich ausdrückt“.²⁵ Das genaue Tragverhalten der Rippen und ihr Beitrag zur Lastableitung des Gewölbes ist Teil einer lang anhaltenden Diskussion.²⁶ Hinter dieser steht die Fragestellung, ob die Rippen die Lasten der überliegenden Kappen aufnehmen und diese den Kämpferpunkten zuleiten oder Rippen und Kappen zwei nahezu unabhängig voneinander wirkende Tragsysteme bilden. Dabei kristallisiert sich eine wesentliche architekturtheoretische Problemstellung heraus: Welche Tragwirkung der Rippen war von den Baumeistern der Gotik beabsichtigt? War von jenen eine Mitwirkung

der Rippen in der Kraftableitung der Kappen, wenn nicht sogar deren vollständige Bündelung vorgesehen, so entspricht dies der These, nach der das Baugliedergerüst als der Gotik inhärentes Konstruktionsprinzip aufzufassen ist; hingegen im anderen Fall dieses der Veranschaulichung des Kräfteflusses dient.²⁷ Bis um 1900 war die Lehrmeinung von der tragenden Funktion der Rippen geprägt.²⁸ Diese Position wird auch von UNGEWITTER - MOHRMANN 1901 vertreten.²⁹ Diesen Autoren ist die Möglichkeit einer Einbindung der Rippe in die Kappe bewusst: „Besonders nahm der Ziegelbau das angeformte Widerlager auf, das auch für Neuausführungen wieder beliebt geworden ist. Es hat unter anderem den Vorteil, dass sich die Rippe nicht unter der Kappe verschieben kann . . .“³⁰ – ein direkter Hinweis, dass den Autoren die Problematik der schubsteifen Verbindung zwischen Rippen und Kappen gegenwärtig war. BARTHEL 1991 untersucht diese Thematik näher, indem er Modellberechnungen mit der Methode der Finiten Elemente durchführt. Er geht davon aus, dass erst dann eine maßgebliche Kräfteinteraktion zwischen Rippen und Kappen stattfindet, wenn ein sehr großer Rippenquerschnitt in die Kappen einbindet. Das bedeutet, dass Rippen und Kappen eigene voneinander nahezu unabhängige Tragwirkungen ausbilden – eine Schlussfolgerung, die NUSSBAUM - LEPSKY 1999 wie auch der Verfasser bestätigen.³¹ Die Vielgestalt möglicher Rippenformen verdeutlicht Abb. 2.4. Bilden sie z.B. eine flache Fläche oder ein geneigtes Dach (Fig. 152 und 153 der Abb. 2.4), so ist ein Schubverbund zwischen Rippe und Gewölbekappe nicht gegeben. Bindet das Rippenprofil direkt in die Gewölbekappen ein (Fig. 154 - 157 der Abb. 2.4), so liegt ein Form- und Kraftschluss zwischen beiden Bauteilen vor und ein Schubverbund kann wirksam werden.

24 UNGEWITTER - MOHRMANN 1901, 50 ff.

25 NUSSBAUM - LEPSKY 1999, 68.

26 Für einen historischen Abriss dieser Thematik wird auf NUSSBAUM - LEPSKY 1999, 60 ff. verwiesen.

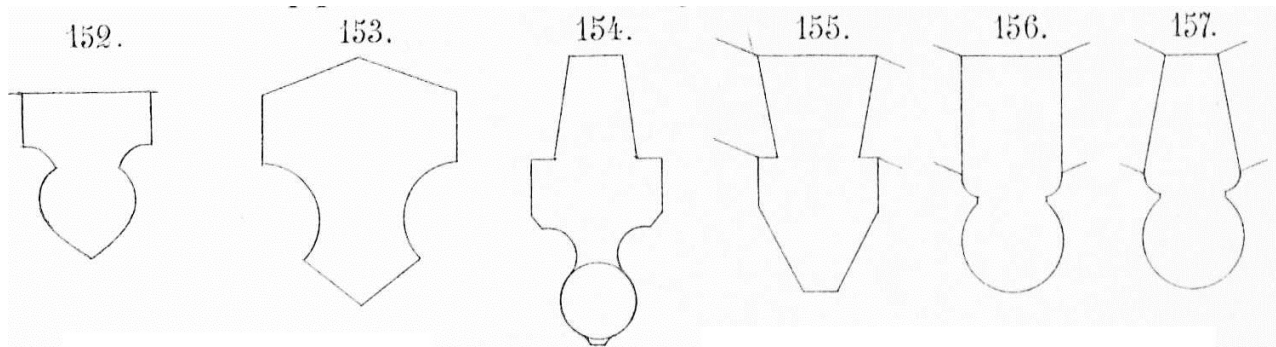
27 Allein eine Betrachtung der Statik eines Mittelpfeilers zeigt, dass das Baugliedergerüst kein durchgängiges statisch wirksames Konstruktionsprinzip der Gotik ist. Die Horizontalkräfte in den Gurt- und Schildbögen werden nicht in den profilierten Diensten abgetragen, sondern in Abhängigkeit der vorhandenen vertikalen Auflast im Kern des Pfeilerquerschnittes zum Fundament geleitet. Die Dienste deuten hingegen an, wo die Kraftableitung geschieht, sie stehen dieser in reiner Wortbedeutung vor.

28 NUSSBAUM - LEPSKY 1999, 61.

29 UNGEWITTER - MOHRMANN 1901, 69: „Den wirksamsten Anstoss zur Einführung der Rippen gaben die Schwierigkeiten bei Herstellung der unregelmäßigen Gratkante und die große Beanspruchung der letzteren durch die gerade in diesen Schnittlinien zu übertragenden Kräfte.“

30 UNGEWITTER - MOHRMANN 1901, 69.

31 NUSSBAUM - LEPSKY 1999, 23; hier Abschnitt 2.2.2..



2.4 Rippenquerschnitte, UNGEWITTER - MOHRMANN 1901, Ausschnitt aus der Tafel XX

Das abschließende Fazit von NUSSBAUM - LEPSKY 1999 aus der Debatte lautet, „dass die Rippen das Tragverhalten des Kreuzgewölbes nicht wesentlich verbessern“. Diese Aussage bestätigt HOLZER 2013.³² Im Versuch von NUSSBAUM - LEPSKY 1999, Aufschluss über die der Formgebung zugrundeliegenden statischen Absichten zu erhalten, untersuchen sie im bauhistorischen Sinn den Querschnitt der Rippen. Sie stellen die deutliche Tendenz fest, dass seit der Mitte des 12. Jhs. Rippen mit einer immer schwächer ausgebildeten Schulter eingesetzt wurden. Der Rippenrücken bindet nicht mehr in das Kappenmauerwerk ein, sondern bleibt unter den Graten. Mit Bezug zu BARTHEL 1991 wurden zunächst Rippen mit, später ohne Schubverbund bevorzugt.

Im zweiten Fall werden typische Auswirkungen dieses Wandels registriert: größere Rissbildungen und Ablösungen der Rippen von den Kappen bei Setzungen und ausweichenden Gewölbelagern. NUSSBAUM - LEPSKY 1999 fragen nach der Absicht der Gewölbebauer, die Rippenquerschnitte immer weiter auszudünnen. Existieren – wie bereits skizziert – stilistische Gründe, oder vertrauen die Baumeister darauf, dass die Rippen trotz Ausdünnung einen Beitrag zur Kraftableitung der Kappen leisten? Nach Meinung des Verfassers sind Lastfälle z. B. Temperatureinwirkungen zu beachten. Besonders in der Sommerzeit sind große Temperaturunterschiede zwischen dem Dachraum und dem Kircheninnenraum zu beobachten. Entsprechend führen diese zu unterschiedlichen Längenausdehnungen zwischen Kappen und Rippen. Um die auftretenden Längsspannungen abzubauen, entstehen Risse. Binden die Kappen direkt in die Rippenschulter ein, und sind die Steine mit der Schulter an mehreren Seiten vermörtelt, so ist wahrscheinlich, dass oberhalb des Grates und damit in der Kappe unkontrolliert die Lagerfuge aufreißt. Binden die Gewölbeschalen hingegen nicht ein, so entsteht eine Sollbruchstelle auf der Rippenschulter zwischen Rippen und Kappen, die zwar die Ausbildung eigener Tragssysteme von Rippen und Kappen hervorruft, aber die Tragfähigkeit des Gesamtsystems insgesamt weniger

negativ beeinflusst. Empirisch haben die Baumeister auf diesen Zusammenhang hin eine Lösung gefunden.

HOLZER 2013 weist auf das konstruktive Detail der oft vorhandenen Einbindung der Schlusssteine in die Gewölbeschale hin. Zwischen den Schlusssteinen und Kämpferpunkten spannen sich – bei Durchbiegung des Gewölbes – die Rippenbögen ein. Diese Situation ist für engmaschige spätgotische Gewölbe üblich.³³ Bei stärkeren Verformungen entsteht in den Rippen ein Zwang, die diese zum Teil durch die Ausbildung „plastischer Gelenke“ abzubauen versuchen.

Über die konstruktive Funktion der Rippen existieren verschiedene Auffassungen, die NUSSBAUM - LEPSKY 1999 in zwei Hypothesen zusammenfassen.³⁴ Die Rippe wird als Deckprofil betrachtet, das die in vielen Kreuzgewölben vorhandenen Verkrümmungen der Gratlinien verdeckt. Autoren der anderen Hypothese gehen von einem steinernen Lehrbogen aus, der den Kappen als Auflager dient bzw. Teil der Vollschalung sein kann.³⁵ Die Schalung der Kappen erübrigen diese aber nicht; nur durch eine ausgeführte Busung kann das Gewölbe freihändig errichtet werden.

Ausmauerung der Kappen

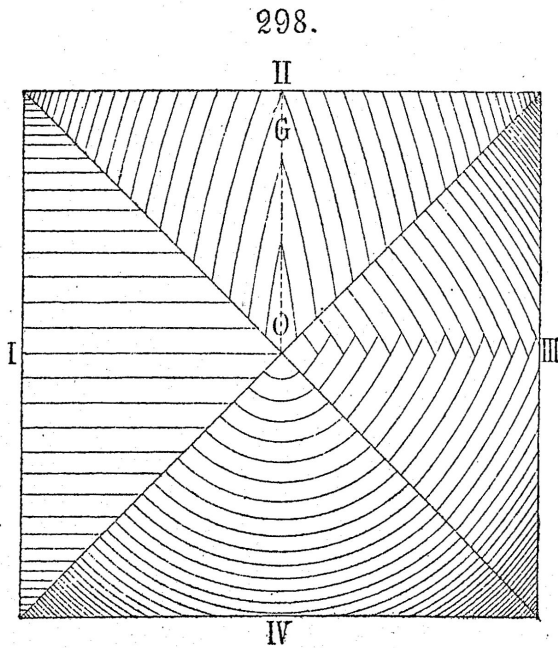
Für das Kappenmauerwerk werden Bruch- oder Ziegelsteine verwendet. Besonders für den Gewölbebau eignen sich Steine, die eine geringe Dichte zur Verringerung des Eigengewichtes, eine moderate Druckfestigkeit sowie eine hohe Rauigkeit und Porosität für die Haftung des Mörtels aufweisen. Als natürliches Gestein wird vorrangig Kalk- und Sandstein, seltener Schiefer verwendet. Besonders geeignet sind Kalktuffe, wie sie u. a. bei Göttingen, Mühlhausen bzw. in Franken und Oberbayern vor-

³² HOLZER 2013, 165.

³³ HOLZER 2013, 218.

³⁴ NUSSBAUM - LEPSKY 1999, 63.

³⁵ HOLZER 2013, 162.



2.5 Figur 298; I. und II. Kufverbände, III. Schwalbenschwanzverband, IV. Ringschichtenverband; UNGEWITTER UND MOHRMANN (1901)

kommen.³⁶ Als Bindemittel wird ein steifer Kalkmörtel bevorzugt. Im 19. und 20. Jh. findet Zementmörtel Verwendung. Obwohl in der Literatur nicht erwähnt, werden auch Gipsmörtel, wie im Landkreis Mansfeld-Südharz verbreitet, im Gewölbebau eingesetzt.

Die Ausmauerung der Kappen kann bei einem Kreuzgratgewölbe auf einer Unterschalung in einer oder mehreren Schichten, oder auch ohne Schalung – bei kräftiger Busung des Gewölbes – errichtet werden. Die Anordnung der Mauerwerksschichten kann aufsteigend zum Scheitel hin variieren.³⁷ Bei serieller Fertigung der Steine werden diese in einem Kufverband mit einer Verzahnung im Grat gemauert. Bei der Anordnung von Schichten gleichlaufend mit der Firstlinie werden vorrangig größere Bruchsteine verwendet. Diese Art ist nahezu typisch für Gewölbe ohne Überhöhung und Busung. Jede Schicht verläuft geradlinig vom Schildbogen herüber (Fig. 298-I der Abb. 2.5). Werden die Wölbungen überhöht, entsteht der Fugenverband entsprechend Fig. 298-II der Abb. 2.5. Der Ringschichtenverband ist in gebusten kupelartigen Kreuzgewölben anzutreffen (Fig. 298-IV der Abb. 2.5). In Kreuzgratgewölben finden auch Gratsteine Verwendung, die sich in Kreuzrippengewölben erübrigen.³⁸ Ab dem 16. Jh. sind Kreuzgratgewölbe im Schwalbenschwanzverband häufiger anzutreffen. Die Steine verlaufen über den Kappen schräg über den Scheitel, und eine Verzahnung im Scheitel (Fig. 298-III

der Abb. 2.5) wird damit erleichtert.³⁹ Dieser Verband erlaubt ebenfalls die freihändige Mauerung, sofern die Adhäsion des Mörtels genügt, die Steine bis zum Bogenschluss am Ort zu halten. Übereinstimmend berichten KOWALSKI 1984, PIEPER 1983 und WENDLAND 2010 von den positiven Erfahrungen des freihändigen Mauerns der Gewölbekappen.⁴⁰ Wesentlich ist, dass die Kappen bei einer freihändigen Ausmauerung intuitiv vom Maurer aus der Leibungsebene heraus geführt werden und sich damit der dreidimensionale Spannungszustand einer Schale ausbilden kann. Ein Musterbeispiel dafür ist die in vielen Kreuzgewölben ausgeführte Busung. Es bleibt ein wesentlicher Verdienst der Maurermeister gotischer Gewölbe, die günstigen Trageigenschaften von Schalentragerwerken intuitiv erfasst zu haben, vgl. hierzu auch GRASSNICK 1963⁴¹.

Die Einführung der Kreuzrippen erleichtert das freihändige Wölben, denn anstelle der hölzernen Lehrbögen treten die Rippenwerksteine, die die einzuhaltende Geometrie im Grund- und Aufriss verformungsarm vorgeben. Eventuell wird das Mauern ohne Schalung durch Latten oder Ruten unterstützt.⁴² Ein weiterer wesentlicher Vorteil in der freihändigen Mauerung besteht darin, dass das Eigengewicht des Gewölbes schrittweise und nicht plötzlich wie beim Ausschalen des Gewölbes aufgebracht wird.

2.2 Das figurierte Gewölbe

2.2.1 Bautechnische Besonderheiten

Schon um 1200 lösen englische Architekten die Kreuzform von Gewölben auf und schaffen damit den Typus der figurierten Gewölbe.⁴³ Das Querschiff der Kathedrale von Lincoln erhält um 1210 sechsteilige Gewölbe. Bei der Einwölbung der Vierung und des Mittelschiffes

36 UNGEWITTER - MOHRMANN 1901, 103.

37 UNGEWITTER - MOHRMANN 1901, 110 ff.

38 HOLZER 2013, 151.

39 HOLZER 2013, 153.

40 KOWALSKI 1984, 18; PIEPER 1983, 197; WENDLAND 2010, 264. Siehe auch Anhang 5.

41 GRASSNICK 1963, 75: „Ein guter Maurer mauert die Kappen frei aus der Hand, die richtige Busung ergibt sich dabei notwendigerweise von selbst. Die Busung ist keine Formfrage, sondern technisch notwendig, um freihändig mauern zu können, weil jede Schicht für sich einen Bogen bildet.“

42 HOLZER 2013, 162.

43 NUSSBAUM - LEPSKY 1999, N., 175.

werden Scheitelrippen und Flechrippen verwendet.⁴⁴ Bedingt durch die Beeinflussung englischer Baukultur entsteht in Pelplin 1276 eine Einwölbung mit Scheitelrippen sowie ein Dreistrahl anstelle der Flechrippen.⁴⁵ Maßgeblich beeinflussen die Wölbungen unter der Aufsicht von Heinrich Parler ab 1351 die Figurationen im böhmischen und sächsischen Raum.⁴⁶ Im Verlauf des 15. Jhs. sind die Formen Allgemeingut sächsischer Bauhütten.⁴⁷ Das bedeutet, dass Kreuzrippengewölbe und figurierte Gewölbe über einen Zeitraum von mehreren Jahrhunderten parallel errichtet werden und nicht in ihrer Formensprache einander zeitlich ablösen. Die von den Neugotikern favorisierte Theorie, dass figurierte Gewölbe ausufernde Modifikationen einer genialen Idee – der Kreuzrippengewölbe – darstellen, ist also abzulehnen.⁴⁸ Schon UNGEWITTER - MOHRMANN 1901 widersprechen dieser These: „Es wäre Unrecht, die Entstehung des Netzgewölbes nur auf eine willkürliche Formenbereicherung zurückführen zu wollen.“⁴⁹

Ein gemeinsames Merkmal der Kreuzrippengewölbe und der mit ihnen verwandten Gewölbe besteht darin, dass alle Rippen den Graten bzw. Kehlen folgen. Hingegen werden im figurierten Gewölbe auch die Kappen durch Rippen parzelliert, und es wird die gesamte Gewölbefläche für die Darstellung einer Rippenfigur genutzt.⁵⁰ Schwieriger ist die Unterscheidung zwischen Netz- und Sternengewölbe. Nach einer Definition von BÜRGER 2007 kennzeichnen Sternengewölbe „die annähernde Gleichförmigkeit aller Gewölbesegmente, die zentripetale Ausrichtung auf den Gewölbescheitel und die Ausformung der Gewölbefläche mit kreuz- oder kuppelförmigen Wölbgründen.“⁵¹ Ein Netzgewölbe entspricht hingegen nach NUSSBAUM - LEPSKY 1999⁵² einem Gewölbe mit einer flächendeckenden, netzartigen Rippenfigur. Wesentliches beschreibendes Merkmal der Netzgewölbe ist, dass die benachbarten Joche durch übergreifende Rippensysteme miteinander gekoppelt sind.⁵³ Für die Gewölbe der Kirche St. Peter und Paul in der Lutherstadt Eisleben können die Gewölbearten weiter spezifiziert werden. Dreibahnige Parallelrippengewölbe sind in den Seitenschiffen des Langhauses, im Mittelschiff bzw. im Chor aber sind Rautennetzgewölbe errichtet worden.⁵⁴

Die bautechnischen Besonderheiten gegenüber einem Kreuzrippengewölbe ergeben sich einerseits daraus, dass der Entwurf der Figurierung an eine bestimmte geometrische Grundfigur mit einer entsprechenden Wölbkurvatur gebunden ist und auf dieser de facto „aufliegt“. So eignen sich kuppelige Gewölbe für punktsymmetrische Figuren; von Stichkappen geränderte Tonnen für netzartige Formverbindungen (z.B. das Gewölbe der Kirche St. Peter und

Paul in der Lutherstadt Eisleben). Über Mittelstützen errichtete Schirmgewölbe für polygonale und zweischiffige Räume sowie Fächergewölbe leiten sich aus stützenden Halbkegeln ab.⁵⁵ Andererseits führt die Vermehrung der Rippen zu erheblichen Mehrkosten durch die Fertigung der Rippen, Rippenkreuzungen und Schlusssteine; diese sind aber auch bedingt durch die Erstellung der Lehrbögen. Gleichzeitig reduziert sich die Kappenfläche, was deren Einwölbung durch freihändiges Mauern erheblich begünstigt.⁵⁶ Auch können bestimmte Arten von Gewölben wie das Tonnengewölbe in ihrer Stärke erheblich verringert werden.⁵⁷ Die geometrische Abbildung eines Tonnengewölbes mit Stichkappen erläutert HOLZER 2013 in den verschiedenen Variationen.⁵⁸ Auf eine dieser Variationen, die Konstruktion eines Netzgewölbes mit der geometrischen Grundform einer Halbtonne mit spitzbogigen Stichkappen, ist hier aufgrund der Ähnlichkeit zum Gewölbe der Kirche St. Peter und Paul näher einzugehen.⁵⁹ Ein zu überwölbender quadratischer Grundriss wird in zwei querrrechteckige Ausschnitte zerlegt (Abb. 2.6). In diesen wird der Anschluss der Halbtonne durch eine spitzbogige Stichkappe vorgegeben. Diagonal über das Quadrat spannen sich kreisförmige Rippenbögen, die die Jocheckpunkte miteinander verbinden. Im Grundriss entsteht dadurch die Figur von sich rechtwinklig schneidenden Diagonalrippen mit

44 BÜRGER 2007, 132.

45 BÜRGER 2007, 135.

46 BÜRGER 2007, 137.

47 BÜRGER 2007, 140 ff.

48 NUSSBAUM - LEPSKY 1999, 175.

49 UNGEWITTER - MOHRMANN 1901, 35.

50 NUSSBAUM - LEPSKY 1999, 175.

51 BÜRGER 2007, 80.

52 NUSSBAUM - LEPSKY 1999, 384.

53 BÜRGER 2007, 89: „Ungeachtet dessen, dass der Netzcharakter nur in mehrjochigen Räumen zum Tragen kommt, können die entsprechenden Figurationen auch als Einzeljochwölbung existieren.“

54 Vgl. BÜRGER 2007, 97 f.; vgl. Abb. 3.3 sowie Abb. 3.48.

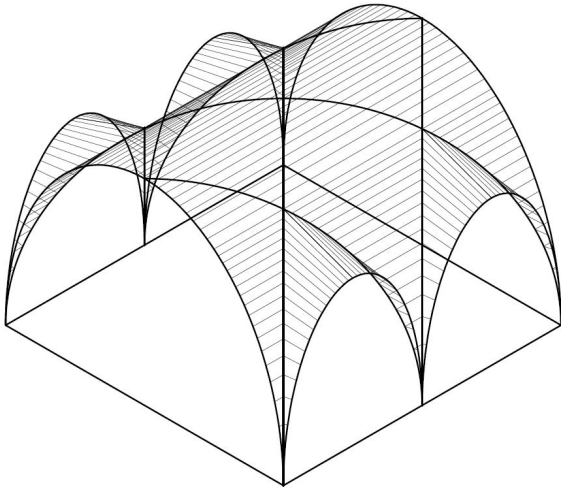
55 NUSSBAUM - LEPSKY 1999, 175.

56 Diese These wird durch NUSSBAUM - LEPSKY 1999, 176 bestätigt: „Die Ausführung des komplizierten Rippenwerks war kostspielig. ... Immerhin brachte der hohe Aufwand auch einen betriebswirtschaftlichen Nutzen mit sich: Die gegenüber dem Kreuzrippengewölbe drastisch verkleinerten Kappen ließen sich ohne Schalung mauern.“ Auch HOLZER 2013, 175 bemerkt im Rahmen der Einwölbung eines Sterngewölbes, dass „die verbleibenden kleineren Kappenteilflächen ... allerdings förmlich dazu ein[laden], die Einwölbung freihändig vorzunehmen.“

57 NUSSBAUM - LEPSKY 1999, 176.

58 HOLZER 2013, 177 ff.

59 HOLZER 2013, 180.



2.6 Prinzipskizze eines spätgotischen Netzgewölbes nach HOLZER 2013 - 181; Zeichnung SEEBER 2019

rautenförmigen Feldern, die längs der Tonne gereiht sind. Die Tonne besitzt einen elliptischen Querschnitt ohne spitzbogigen Knick. Sie erscheint im Scheitel besonders flach gerundet. HOLZER 2013 geht davon aus, dass die quadratischen Wölbfelder der Tonne von Rippe zu Rippe auf einer leichten Schalung im Kufverband gemauert werden können. Für die steil stehenden Stichkappen mit einer nur geringen Lagerfugeneigung ist eine minimale Unterschalung notwendig. Gegebenenfalls können diese auch gebüst in freihändiger Mauerung errichtet werden. Die Stabilisierung des Rippensystems erfolgt teilweise durch Verdübelung der Rippenwerksteine untereinander, denn das Rippensystem entspricht – vom statischen Gesichtspunkt her betrachtet – einer Kette von Stäben, die gelenkig miteinander verbunden sind und ohne Verdübelung kinematisch bzw. statisch unterbestimmt sind.⁶⁰ Dies trifft insbesondere auf die horizontalen Richtungen der Grundrissebene zu.⁶¹ Die Ausführung der Verdübelung wird mit Eichenholzdübeln oder Dübeln aus Eisen bewerkstelligt,⁶² Eisendübel können ferner als Korrosionsschutz mit Blei vergossen werden.⁶³

In seinem Tragverhalten entspricht das Tonnengewölbe einem einfach gekrümmten Flächentragwerk mit Bogenwirkung. Durch die Faltenwirkung der Stichkappen wird dieses zusätzlich ausgesteift. Vereinfacht kann das Tonnengewölbe in seiner Tragwirkung mit Hilfe der von HEYMANN 1966 angewendeten, auf statischen Gleichgewichtsbetrachtungen beruhenden Membrantheorie modelliert werden. Die durch die Stichkappen bedingte Verengung des Querschnittes führt am Auflager zu erheblich größeren Druckspannungen als im ungestörten Bereich der Tonne und bleibt innerhalb dieser Rechenmodells nicht berücksich-

tigt. Für weitergehende Betrachtungen wird auf BARTHEL 1991 und HOLZER 2013 verwiesen.

2.2.2 Der Prinzipalbogen als Entwurfsprämissse

Der Entwurf figurierter Gewölbe basiert nicht auf einer Beschreibung ihrer komplexen Form, sondern folgt der Tendenz einer technologischen Vereinfachung.⁶⁴ Durchgesetzt hat sich die Absteckung der Rippen und Grate in Kreisen und Kreissegmenten, die in ihrer Abwicklungsfigur eindeutig wiedergegeben und kontrolliert werden können.⁶⁵ Daraus leitet sich das Prinzip des Prinzipalbogens ab, welches besagt, dass sämtliche Rippen eines Gewölbes mit ein und demselben Radius konstruiert werden, gleich welche Grund- und Aufrissfigur das Gewölbe besitzt. Dies bedeutet weiterhin, dass die Leibung des Gewölbes der Form eines unabhängig konstruierten Rippensystems angepasst wird und nicht wie im umgekehrten Fall die Rippengeometrie aus der Projektion der vorgegebenen Leibungsfläche des Gewölbes erzeugt wird.

Der Prinzipalbogen wird in der Literatur stark diskutiert. Eine erste Sammlung von Gewölberissen fertigt der Meister Jacob Facht von Andernach zwischen 1593 und 1596 an, die MÜLLER 1974 untersucht hat.⁶⁶ MÜLLER 1974 betrachtet dabei auch die Einflüsse der österreichischen und böhmisch-sächsischen Spätgotik auf das Werk des Meisters mit Hilfe eines technologischen Stilvergleichs, der auf der Untersuchung

60 Bei statisch unterbestimmten Tragwerken ist die Anzahl der Lagerreaktionen kleiner als die Anzahl der möglichen Bewegungsrichtungen. Diese sind demnach ungeeignet, ein stabiles Gleichgewicht zu halten.

61 Mit steigender Anzahl und Länge der Rippen ist die horizontale Verschieblichkeit in einem immer größeren Maße gegeben. Gerade für die figurierten Gewölbe erscheinen im Unterschied zu den Kreuzrippengewölben diese Stabilisierungsmaßnahmen demnach als notwendig (jedoch nicht zwingend unter der Voraussetzung, dass beim Ausrüsten der Lehrbögen die Bogenwirkung eine solche Größe erreicht, dass die in die horizontale Richtung strebenden Kräfte im Kern des Querschnittes verbleiben). Von bauhistorischem Interesse ist daher, ab welchem Zeitraum und bei welchen Gewölben sich diese Verdübelungen finden lassen.

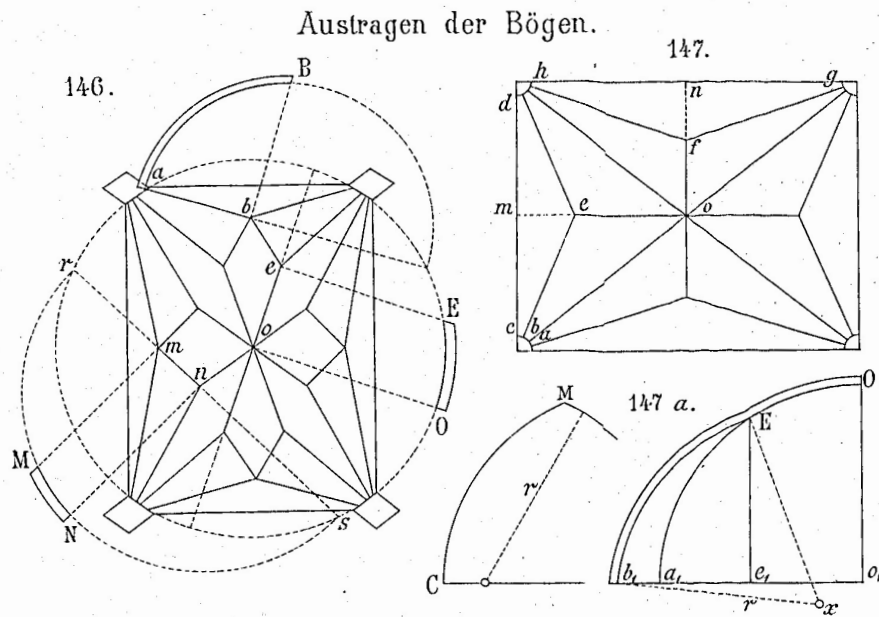
62 MECKEL 1933, 113 f.: „Bei dem Abbruch der spätgotischen St. Peterskirche zu Frankfurt am Main fand sich als Verdübelung der Rippenstücke des fast 13 m weit gespannten Sternengewölbes eine Eichenholzverdübelung vor. Die Dübel waren ca. 4 cm lang und hatten 1,5 cm Quadratseite.“ Eisendübel hatten ähnliche Abmessungen, s. beispielsweise GRASSNICK 1963, 111.

63 BÜRGER 2007, 332 ff.

64 HOLZER 2013, 176: „Auf jeden Fall ist in spätgotischer Zeit eine Tendenz zur Vereinfachung des Entwurfsprozesses auch komplexer Rippengewölbe anhand weniger geometrischer Parameter zu konstatieren.“

65 WENDLAND 2009, 245.

66 MÜLLER 1974, 66.



2.7 Grundriss eines Sterngewölbes aus UNGEWITTER - MOHRMANN 1901, Tafel XIX, Abb. 146 - 147a

des Prinzipalbogens beruht. Ohne dieses Prinzip zu benennen, beschreibt RANISCH 1695 in seiner Studie über die Kirchen der Stadt Danzig verschiedene Möglichkeiten des Entwurfs von Gewölben.⁶⁷ Die Präzision in der Beschreibung und zeichnerischen Darstellung der Konstruktionsprinzipien lassen vermuten, dass ihm, wie HEIDELOFF 1852, Planrisse vorlagen. Weitere Quellen aus dem Kontext der spätgotischen Architektur stellen die Wiener Plansammlungen sowie das auf „WB 1572“ signierte Werkmeisterbuch in Frankfurt dar.⁶⁸ Übereinstimmend wird in der Literatur davon ausgegangen, dass noch im 17. Jh. die Konstruktionsregeln gotischer Gewölbe in den Erfahrungen der Baumeister tradiert waren.⁶⁹ UNGEWITTER und MOHRMANN 1901 schreiben: „Wissen wir auch, dass Reste gotischer Konstruktionsregeln sich fort und fort vererbt haben bis fast auf unsere Tage, ...“.⁷⁰ Zwei Mitbegründer der deutschen Neugotik, HOFFSTADT 1840 und HEIDELOFF 1852,⁷¹ versuchen, vornehmlich mit dem Ziel, gotische Architektur zu reproduzieren, Entwurfsverfahren für Rippengewölbe zu rekonstruieren, in dem sie, so MÜLLER 1975: „an die bis in die Barockzeit reichenden Ausläufer gotischer Tradition in der Handwerkslehre der oberdeutschen Steinmetzzünfte“ anknüpfen.⁷² Noch zur Wende vom 18. zum 19. Jh. gehören zu den Meisterstücken, die von den Steinmetzen der Stadt Nürnberg verlangt wurden, die Anfertigung von Zeichnungen und Lehrbogenmodellen für das Rippensystem eines gotischen Kirchenchores.⁷³ HOFFSTADT 1840 berichtet über den Besitz eines solchen Lehrbogenmodells für die Gewölbereihungen eines achteckigen Kirchen-

chores aus dem Jahr 1755⁷⁴, angefertigt von Johann Wolfgang Völckel. Ein weiteres Modell mit der Darstellung der geometrischen Bezüge eines Rippensystems, das von Hans Heiß 1659 als Meisterstück angefertigt worden war, machte MÜLLER 1975 bekannt.⁷⁵ MÜLLER 1975 verweist auf die Unmaßstäblichkeit des Modells, auf das Fehlen vieler Details und auf die teilweise nicht handwerklich ausgefeilte Bearbeitung des Modells. Letztere ist gerade auch für die Anfertigung eines Meisterstücks bemerkenswert. Offensichtlich war den Prüfern des werdenden Meisters lediglich wichtig, dass dieser die Konstruktionsprinzipien gotischer Rippensysteme verinnerlicht hatte. Einschränkend weist MÜLLER 1975 darauf hin, dass es sich bei den genannten Beispielen um Lehrstücke handelt.⁷⁶ Das heißt, dass mit diesen Modellen nicht beantwortet werden kann, wie die Konstruktionsregeln in die Praxis umgesetzt wurden, und eine Überprüfung der Regeln kann seiner Meinung nach nur durch eine messtechnische Aufnahme von Gewölben erfolgen. Für ein vertieftes Verständnis des Prinzipalbogens werden daher im

67 RANISCH 1695.

68 WENDLAND 2009, 261.

69 MÜLLER 1974, 67.

70 UNGEWITTER - MOHRMANN 1901, 68.

71 HOFFSTADT 1840; HEIDELOFF 1852.

72 MÜLLER 1975, 171.

73 MÜLLER 1973, 1.

74 HOFFSTADT 1840, 65 f.

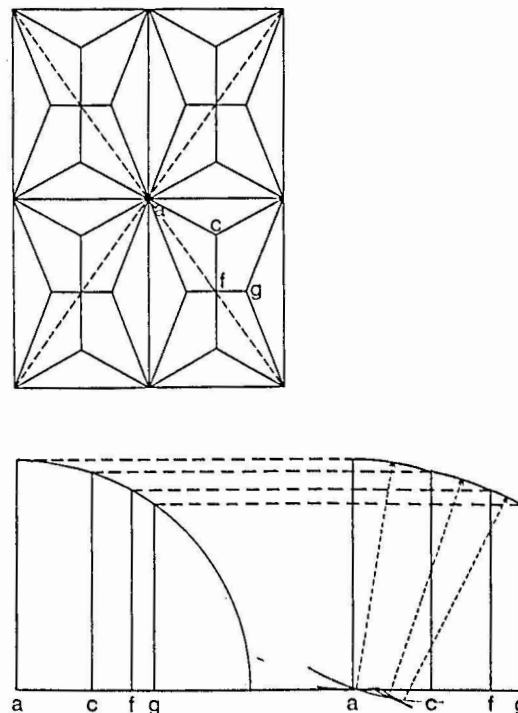
75 MÜLLER 1975, 179 ff.

76 MÜLLER 1975, 171 ff.

folgenden seine heterogenen Konstruktionsprinzipien vorgestellt.⁷⁷

1. *Konstruktion eines Gewölbes, bei dem alle Rippenbögen mit dem Radius der halben Diagonale des Jochs geschlagen werden.*

Die Kreuzrippe, oder wenn diese durch andere Rippen substituiert wird die „gedachte“ Kreuzrippe, kann die Form eines Spitz-, Flach- oder Rundbogens annehmen. Anhand der Figur 147 in Abb. 2.7 soll diese Konstruktion erläutert werden. Die Rippe über a – o ist direkt gegeben, in der Nebenfigur 147a wird dieser Bogen als Viertelkreis gezeichnet. Auf der Grundlinie erfolgt additiv der Abtrag der Strecken e – o als e1 – o1 und b – e als b1 – e1 nach links. Der Schnittpunkt der über e1 errichteten Senkrechten mit dem Viertelkreis liefert die Höhenordinate E der Rippenkreuzung über e. Da sich die Rippe b – e im Grundriss über b1 – e1 befinden muss, wird über b1 und E ein neuer Bogen mit dem bekannten Prinzipalbogenradius abgetragen. Der Mittelpunkt x1 ergibt sich, indem von E und b1 mit bekanntem Radius ein Kreuzschnitt erzeugt wird. UNGEWITTER - MOHRMANN 1901 empfehlen als Möglichkeit zur weiteren Verfeinerung dieses Prinzips, den Knick im Punkt E abzurunden.⁷⁸ Ein weiteres Beispiel dieser Art liefert RANISCH 1695.⁷⁹ Im Unterschied zum vorhergehenden Beispiel wird in dieser Figur auf die Ausbildung der Kreuzrippe verzichtet, in der Konstruktion des Gewölbes aber wird der Radius des Prinzipalbogens als Radius des Halbkreises der Diagonale erneut angenommen (Abb. 2.8). Mit dem bekannten Radius wird der Viertelkreis gezeichnet. Nachfolgend werden im Grundriss die Punkte c, f und g senkrecht auf die (gestrichelte) Linie der Diagonale projiziert. Der Abstand dieser projizierten Punkte zum Mittelpunkt a wird unterhalb des Viertelkreises auf der Grundlinie abgetragen. Der Schnittpunkt der über diesen Punkten gebildeten Senkrechten mit dem Viertelkreis bestimmt die Höhenordinaten der Rippenkreuzungen. Damit ist die Konstruktion des Gewölbes bereits bestimmt, denn zwischen den Rippenkreuzungen wird ein Lehrbogen mit bekanntem Radius eingesetzt. Hier deutet sich bereits eine gewisse Freiheit in der bautechnischen Umsetzung an. Die Sicherung der Form des Gewölbes ist auch dann annähernd gewährleistet, wenn die Bögen zwischen den Rippenkreuzungen Toleranzen aufweisen. Sollen hingegen auch die Form der Rippenbögen zwischen den Kreuzungen geometrisch eindeutig konstruiert werden, wird die Abb. 2.8 noch in der Weise ergänzt, dass auf der verlängerten Grundlinie die wahren Längen der Strecken a – c, c – f, f – g additiv abgetragen werden. Auf den Punkten werden die



2.8 Umzeichnung der Konstruktion eines Netzgewölbes nach MÜLLER 1975 - Abb. 4, nach RANISCH 1695 - Tafel Pag. 55

Senkrechten erneut gezeichnet. Deren Schnittpunkte mit den projizierten Höhenordinaten ergeben jene Einstichpunkte des Zirkels, auf denen der Abtrag von Kreisbögensegmenten erfolgt, deren Kreuzungspunkte den Mittelpunkt zum Zeichnen der zugehörigen Bogenabschnitte liefern. Für die Konstruktion eines Tonnengewölbes lässt sich diese Vorgehensweise noch einen Schritt vereinfachen (Abb. 2.9). Die Strecken der Punkte c, f und l zur Mittellinie des Gewölbes können direkt innerhalb des Viertelkreises ohne Projektion aufgetragen werden.⁸⁰

2. *Konstruktion eines Gewölbes, bei denen alle Rippenbögen und Rippenkreuzungen sich auf einer über dem Grundriss aufgezogenen gedachten Halbkugel fläche befinden.*

Alle Rippen werden im Grundriss entsprechend ihrer wahren Länge und Lage gezeichnet (Figur 146 der Abb. 2.7).⁸¹ Es befinden sich die Kämpfer an der Linie des

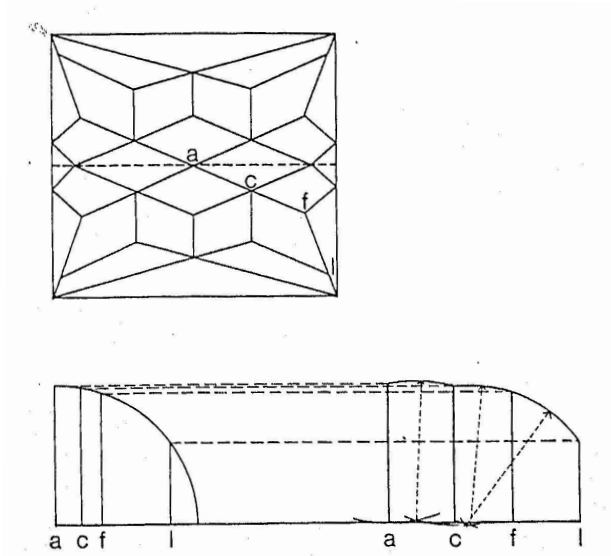
77 Vgl. RANISCH 1695; UNGEWITTER - MOHRMANN 1901, 66–69; MECKEL 1933; MÜLLER 1975, 172–184.

78 UNGEWITTER - MOHRMANN 1901, 67.

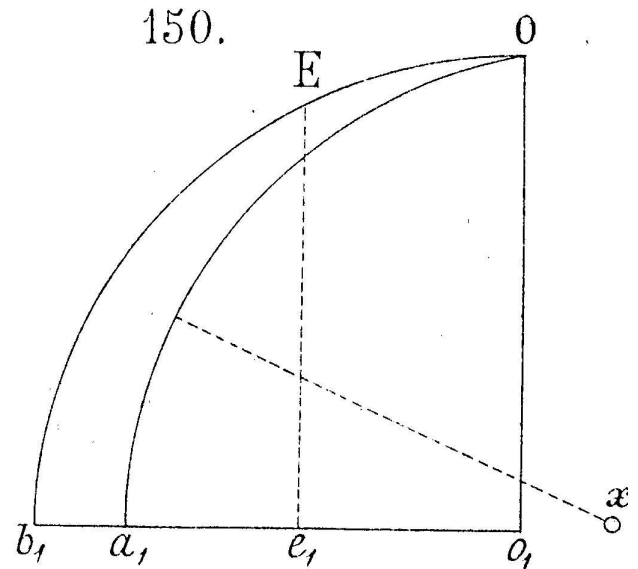
79 RANISCH 1695, 55.

80 Eine vollständige Beschreibung dieser Prinzipalbogenkonstruktion findet sich bei RANISCH 1695, 38–41.

81 UNGEWITTER - MOHRMANN 1901, Taf. XIX.



2.9 Umzeichnung der Konstruktion eines Tonnengewölbes nach MÜLLER 1975 Abb. 3, nach RANISCH 1695 - Tafel Pag. 44



2.10 UNGEWITTER - MOHRMANN 1901, Ausschnitt aus Tafel XIX, Abb. 150

Kreises, dessen Mittelpunkt die Wölbmitte o darstellt. Für die Austragung der Rippe $m - n$ wird selbige als Sehne $r - s$ bis zu diesem Kreis verlängert. Auf einer über der Sehne $r - s$ senkrecht erzeugten Fläche, deren Rand die gedachte Halbkugelfläche beschreibt, liegt die Rippe $m - n$ in ihrer wahren Länge und Form. Für die zeichnerische Darstellung wird der über der Sehne erzeugte Halbkreisbogen in den Grundriss projiziert, indem dieser mit der Hälfte der Länge der Sehne $r - s$ abgetragen wird. Der Zirkeleinstich befindet sich in der Mitte der Sehne $r - s$. Die nun in der Grundrissebene errichteten Senkrechten schneiden sich mit dem Halbkreisbogen in den Punkten M und N , deren Länge die Höhenordinaten der Punkte M und N liefert. Das Bogenstück $M - N$ beschreibt die Form der Rippe $m - n$. Analog wird mit dem Austragen der anderen Rippen verfahren.

3. Konstruktion eines Gewölbes nach dem Prinzipalbogen über einem im Grundriss gebrochenen Rippenzug.

Es liegt wieder die Grundrissfigur 147 der Abb. 2.7 vor. Der Prinzipalbogen wird jetzt nicht als halbe Diagonale, sondern als Summe der Längen des vom Kämpferpunkt zur Wölbmitte verlaufenden Rippenzuges, in diesem Fall $b - e - o$ geschlagen. Mit dem Radius $b_1 - e_1 - o_1$ wird er als Viertelkreis gezeichnet.⁸² Die erhaltenen Bogensegmente $b_1 - E$ und $E - O$ beschreiben die Gestalt der Rippen. Gegenüber des Verfahrens mit dem Prinzipalbogen der halben Diagonale ist das Gewölbe mit einer größeren Höhe ausgebildet. Die Konstruktion der Kreuzrippe erfolgt, indem der

Schnittpunkt x durch Abtragen der Bogensegmente in O und a_1 erzeugt und von diesem ausgehend das Bogensegment $a_1 - O$ gezeichnet wird.

Über die Bedeutung des Prinzipalbogenprinzips für die Konstruktion und bauliche Umsetzung, aber auch für die Instandsetzung bzw. Rekonstruktion von Gewölben werden verschiedene Ansichten vertreten. RANISCH 1695, HOFFSTADT 1840⁸³ und HEIDELOFF 1852 nehmen in ihren Schriften an, dass dieses Prinzip nicht nur in der Theorie sondern auch in der baupraktischen Umsetzung streng eingehalten wurde.⁸³ UNGEWITTER - MOHRMANN 1901 gehen hingegen von „schematischen Konstruktionsregeln“ aus, die sich zum Teil aus Bequemlichkeit herausgebildet haben.⁸⁴ GRASSNICK 1963, der beim Wiedererrichten des Doms zu Xanten vielfältige Erfahrungen in der Rekonstruktion gotischer Gewölbe sammelte, hält die Konstruktion des Prinzipalbogens für einen Gewölbereinbau für unerheblich:

82 Figur 150 der Abb. 2.10.

83 HOFFSTADT 1840, 169 f. schreibt: „Vor allem bemerke ich hier, daß der eigentliche Grund, warum die Steinmetzen der gothischen Periode mit so bewundernswürdiger Sicherheit arbeiteten, darin liegt, dass sämtliche Rippen eines Gewölbes, mochte dasselbe auch aus noch so complicirten und verwickelten, in den verschiedensten Reihungen bestehen, dennoch nach einem und demselben Lehrbogen gearbeitet wurden, welcher nach dem Schenkel, der sich am längsten gegen das Centrum des Gewölbes streckt, gesucht wurde, und nach dem Rund- oder Spitz-Bogen formiert werden konnte. Auf diese Art mußten die einzelnen Stücke, wenn es dann zum Versetzen kam, auf das genaueste zusammenpassen.“

84 UNGEWITTER - MOHRMANN 1901, 66.

„Gewölbebau ist Sache des Handwerks im Sinne einer echten Wortbedeutung.“⁸⁵ Bei der Sicherung einer dreischiffigen Hallenkirche im Dom zu Zeitz schließt sich KOWALSKI 1984 indirekt der Meinung von GRASSNICK 1963 an, dass für einen ehemals notwendigen Gewölbeneubau das Prinzip des Prinzipalbogens keine Berücksichtigung findet. Existieren wie im zuletzt genannten Beispiel ausreichend Befunde, wie sie bei Gewölben mit mehreren in Gestalt und Geometrie ähnlichen, nebeneinander errichteten Jochen vorliegen können, erscheint die Frage nach den mittelalterlichen Konstruktionsprinzipien natürlich weitaus weniger dringlich als zu Zeiten der Neugotik, als gotische Architektur gänzlich reproduziert werden sollte oder als in den Fällen, in denen Gewölbe vollständig ersetzt werden sollen. Nach GRASSNICK 1963 bietet die Anwendung des Prinzipalbogens aber auch Vorteile: „So können Gurt- und Rippenmaterial vor dem Lehrgerüstbau bestellt werden, denn nur in den seltensten Fällen haben diese zusammengesetzte Radien. Es genügt, dem Steinbruch das Sehnenstichmaß für einen laufenden Meter Gurt- oder Rippenlänge zu geben.“

Allen genannten Untersuchungen bleibt gemeinsam, dass diese nicht auf exakten Aufmaßen gotischer Gewölbe beruhen und somit noch verifiziert werden müssen. Auf dieses Desiderat weisen bereits UNGEWITTER - MOHRMANN 1901 explizit hin: „Dass die Ausgangszeit des Mittelalters bei ihren Wölbungen wie überall gewisse handwerksmässige Regeln gepflegt hat, ist sehr wohl denkbar, einen Aufschluss über dieselben würden vielleicht zahlreiche genaue Messungen liefern können, die sich besonders an den Decken der Kreuzgänge leicht ausführen liessen.“⁸⁶ MÜLLER 1975 bestätigt diesen Ansatz: „Es muß weiteren, an Hand genauer Vermessungen eines großen Materials durchgeführten Untersuchungen vorbehalten bleiben, zu entscheiden, ob die Bedeutung des Prinzipalbogens allein darauf beruhte, daß er eine konstruktivistische Grundlage spätgotischer Formphantasie bildete, oder ob er tatsächlich auch als praktische Richtschnur des Bauens diente.“⁸⁷ Erst mit zunehmender Erweiterung der vorhandenen Datenbasis lassen sich verallgemeinernde Aussagen über die Entwurfsprinzipien spätgotischer Gewölbe treffen.

MÜLLER 1975 erkennt in der Prinzipalbogenkonstruktion das entscheidende Prinzip des Entwurfs. Er weist aber darauf hin, „daß das Verhältnis des Entwurfverfahrens zur Praxis besondere Beachtung verdient... Übertrug man aber den Entwurf in die Praxis, so mußte man die Höhen der Schlußsteine in Schuh und Zoll angeben.“⁸⁸ Er bemerkt weiter „daß die entscheidenden Maße eines Gewölbes nicht rein geometrisch definiert wurden und durch die Prinzipalbogenkon-

struktion höchstens mit einer solchen Genauigkeit festgelegt worden sind, daß sie, in Schuh und Zoll ausgedrückt, den auf geometrischem Wege gewonnenen Maßen möglichst nahe kamen.“ Seine Vermessung des Gewölbes der Nürnberger Lorenzkirche führt zu dem Ergebnis, dass die Rippenbögen unterschiedliche Radien besitzen und zudem innerhalb eines Bogens unterschiedliche Radien auftreten.⁸⁹ WENDLAND 2009 findet diese Ergebnisse in der messtechnischen Untersuchung des Parallelrippengewölbes im Mittelschiff des Chores der Petrikerkirche in Bautzen bestätigt.⁹⁰ Bei diesem Gewölbe treten unterschiedliche Bogenradien selbst innerhalb einzelner Rippenzüge auf. Gleiches gilt für das untersuchte Zellengewölbe in Trebsen, bei dem die Radien einiger Bögen der halben Jochdiagonalen entsprechen, daneben aber systematisch andere Bogenradien auftreten und dies ebenfalls innerhalb der einzelnen Abfolge von Rippenbögen.

2.2.3 Prinzip von der gleichen Höhe der Rippenkreuzungen

Den Sachverhalt, dass die Höhen der Schlußsteine und Kreuzungen bis auf wenige Zentimeter Abweichung übereinstimmen, hat WENDLAND 2010 in seinen Untersuchungen zu spätgotischen Zellengewölben beobachtet, und er schließt daraus, „dass beim Bau des Gewölbes ein effizientes Mittel zur Positionskontrolle der Kreuzungspunkte zur Verfügung gestanden haben muss, und dass der Position der Kreuzungspunkte offenbar größere Bedeutung beigemessen wurde als der genauen Einhaltung der vorgegebenen Bogenradien.“⁹¹ Die Positionskontrolle ist für die Funktion des Gewölbes von zentraler Bedeutung und daher wahrscheinlich Bestandteil des Lehrgerüsts gewesen. Realisiert werden kann diese durch vertikale Pfosten. WENDLAND 2009 hat eine um 1560 entstandene Skizze des spanischen Architekten R. Gil de Hontañón zur Errichtung eines figurierten Gewölbes veröffentlicht, nach der in einem ersten Arbeitsgang die Kreuzungspunkte im Gewölbe festgelegt werden.⁹² Durch Verteilung kann die Höhe der Werksteine justiert, und

85 GRASSNICK 1963, 74.

86 UNGEWITTER - MOHRMANN 1901, 68.

87 MÜLLER 1975, 196.

88 MÜLLER 1975, 172.

89 MÜLLER 1975, 183.

90 WENDLAND 2009, 260.

91 WENDLAND 2010, 263.

nach dem Errichten des Gewölbes können die Stempel entfernt werden. Dies bedeutet, dass zuerst die Stempel für die Schlusssteine und Rippenkreuzungen als unabänderliche Randbedingungen gesetzt werden. Zwischen diesen Höhen werden einfache, wahrscheinlich nicht sehr steif ausgebildete Lehrgerüste integriert. Eine solche Verfahrensweise ist mit Erfolg bei der Rekonstruktion der Schlingrippengewölbe der Dresdner Schlosskapelle angewendet worden.⁹³

Mit dem geltenden Prinzip der gleichen Höhe der Rippenkreuzungen wird das des Prinzipalbogens – wie die Neugotiker es verstanden und entsprechend an die Nachwelt weitergaben – in seiner Bedeutung als maßgebliche Entwurfsidee figurierter Gewölbe relativiert. Für die messtechnische Aufnahme von Gewölben leitet sich daher das Ziel ab, diese Entwurfsprinzipien nachweisen und die Art und Weise zu klären, wie diese ineinander greifen. Es ist MÜLLER 1975, der nach der Untersuchung des Sterngewölbes in der Nürnberger Kirche St. Lorenz eine Uminterpretation des Prinzipalbogens formuliert:⁹⁴ „Es wäre immerhin möglich, daß die später unter dem Oberbegriff Prinzipalbogenkonstruktion zusammengefassten verschiedenen Systeme der Bogenaustragung ursprünglich nur dazu dienten, die Höhe der Rippenkreuzungen festzulegen, ohne gleichzeitig für die Radien der Rippenbögen verbindlich zu sein.“

92 Die Skizze ist durch ein Manuskript des 17. Jhs. überliefert worden, s. WENDLAND 2009, 250; vgl. auch hier Anhang A.2..

93 Anhang A.5, vgl. besonders Abb. A.3 und Abb. A.6.

94 MÜLLER 1975, 196.

3 Das Netzgewölbe der Kirche St. Peter und Paul in der Lutherstadt Eisleben

Messtechnisch sind bisher nicht genügend figurierte Gewölbe erfasst worden, um Aussagen über deren Entwurfs- und Konstruktionsprinzipien verallgemeinern zu können. Mit der Untersuchung des spätgotischen Netzgewölbes der Kirche St. Peter und Paul in der Lutherstadt Eisleben und der Rekonstruktion der hierin angewendeten Regeln soll hierzu ein vertieftes Verständnis erarbeitet werden.

3.1 Beschreibung und Baugeschichte

Der Baukörper der Kirche St. Peter und Paul ist geometrisch klar gegliedert (Abb. 3.1). An den quereckigen Westturm ist das dreischiffige, in seinem Grundriss nahezu quadratische Hallenlanghaus angelehnt. Das Mittelschiff und die Seitenschiffe sind in je vier Joche unterteilt. An das Langhaus, in einem geringen Winkel nach Süden gegen die Schwerachse des Langhauses orientiert, schließt sich der in zwei Joche unterteilte Chor mit der Chorapsis an. Die Sakristei ist als Anbau zwischen die Südseite des Chores und der Ostseite des Langhauses gelegt. Erschlossen wird die Kirche vorrangig über eine nordseitig angelegte gewölbte Vorhalle. Dem Rhythmus der Jochaufteilung folgend, gliedern vertikale Wandvorlagen – Strebpfeiler – und dreibahnige Maßwerkfenster die Außenwände.

Eine regionaltypische Besonderheit des Kirchenbaus in der Region Mansfelder Land ist die Ausbildung des Turmes als ein die Kirche gegen Westen abschirmender quereckiger Riegel. Dies trifft ebenso auf den Turm der Kirche St. Peter und Paul zu. Sein besonderes architektonisches Erscheinungsbild erhält er durch einen massiv ausgeführten Schaft aus Bruchsteinmauerwerk und durch den oktogonalen – verschieften – und nach oben in eine Welsche Haube übergehenden Fachwerkaufsatz. Den Abschluss des Turms bildet eine Laterne mit einem auf einen Stiel aufgesetzten Knopf (Abb. 1.1). An den Turmschaft legt sich, nahezu bis zur Höhe des Kranzgesimses, das Dach des Langhauses an. Dieses weist eine ausgeprägte Steilheit auf; die Neigung im Querschnitt beträgt ca. 65°. Es ist ca. 19,8 m hoch und übertrifft die Höhe des Chordaches von ca. 12,8

m. Wesentliche Konstruktionselemente des spätgotischen Hallendaches stellen stehende Stühle mit aufgesetzten liegenden Stühlen mit Firstdreieck dar.⁹⁵ Das Chordach ist entsprechend der geringeren Breite des Chores weniger hoch konstruiert, besitzt aber wie das Langhausdach eine ähnliche Neigung von 60°.

Das Innere des Kirchenraumes ist geprägt vom hallenartigen Charakter des Langhauses (Abb. 3.2). Gegliedert wird der Raum durch drei in Achteckform gehaltene, mit kräftigen Kehlungen versehene Stützenpaare. Alle Räume der Kirche sind überwölbt. Das in seinen Überschneidungen die Form von Rauten bildende Netzrippengewölbe des Mittelschiffes (Abb. 3.3) wiederholt sich als „Thema“ im Chorpolygon.

Baugeschichte

Eine ausführliche Beschreibung der Bau- und Restaurierungsgeschichte der Kirche ist bereits an anderer Stelle vorgelegt worden.⁹⁶ Die folgende Darstellung bleibt daher knapp und soll nur den bauhistorischen Kontext verdeutlichen, in dem das Netzgewölbe errichtet wurde.

Die Kirche St. Peter und Paul wird 1282 und 1309 erstmalig urkundlich erwähnt.⁹⁷ Dem heute vorhandenen Baukörper geht eine Vorgängerkirche voraus, von der aber keine baulichen Befunde erhalten geblieben sind. Die Kirche in ihrem heutigen Erscheinungsbild wird – mit dem Turm beginnend – abschnittsweise von West nach Ost errichtet. Der Turm wird in den Jahren 1447–1474 errichtet.⁹⁸ Wenige Jahre später erfolgt 1486 der Baubeginn am Langhaus⁹⁹, und nach 1500/01(d) wird der Bau der Kirche mit der Errichtung des Hallendaches fortgesetzt.¹⁰⁰ Nach einer Inschrift am Nordportal des Chores werden die Arbeiten am Chor 1513 aufgenommen. Ab dem Jahr 1515 erfolgt

95 EISSING 2009A; EISSING 2009B.

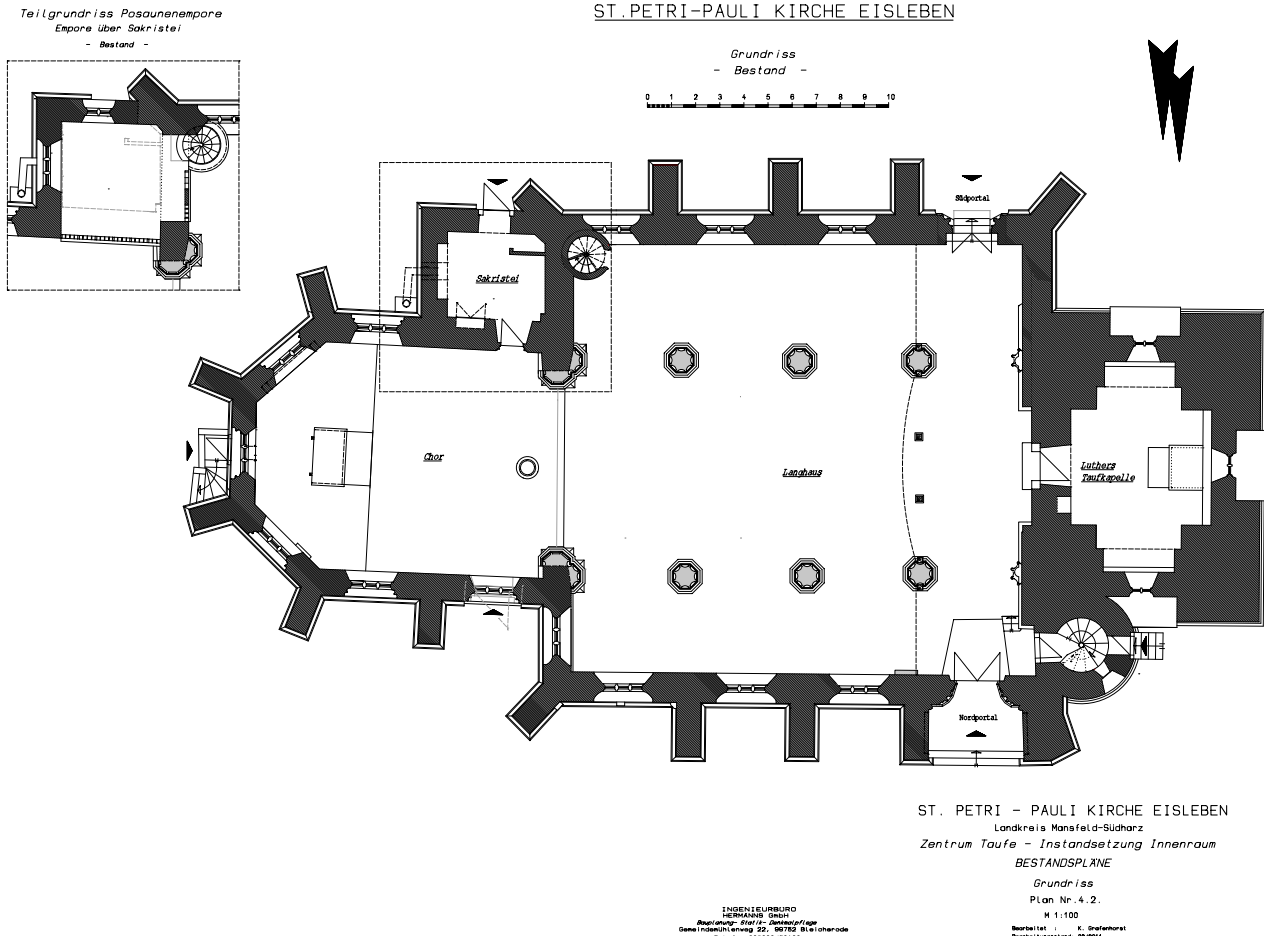
96 BEDNARZ - CREMER - KRAUSE 1999; EISSING 2009B; WITTWAR - TOMASCHEK 2011; KÖHLER 2012.

97 BEDNARZ - CREMER - KRAUSE 1999, 454.

98 WITTWAR - TOMASCHEK 2011.

99 WITTWAR - TOMASCHEK 2011, Befund 20.

100 EISSING 2009B, 27.



3.1 Grundriss der St. Peter und Paul Kirche; HERMANNS 2011

die Eindeckung des Chorthallendaches.¹⁰¹ Die Zimmermannszeichen der Gespärre sind von West nach Ost aufsteigend nummeriert (Abb. 3.4). Dies bedeutet, dass das Langhausdach spätestens mit Beginn der Errichtung des Chordaches nach 1515 fertiggestellt ist. Gleichzeitig deutet eine im Dachraum erhaltene Fachwerkwand darauf hin, dass das Langhausdach vor der Errichtung des Chordaches ostseitig – provisorisch – geschlossen wird. Nach der Dacheindeckung werden die Gewölbe eingezogen. Darauf weisen im Chordach die die Gewölbekappen schneidenden Zerrbalken des Dachtragwerkes hin (Abb. 3.5).

Im Jahr 1566 wird die gotische Turmspitze durch einen Achteckaufsatz mit Haube ersetzt.¹⁰² In den folgenden Jahrhunderten erfährt die Kirche eine wechselvolle Restaurierungsgeschichte. Anfang des 19. Jh. ist der Kirchenraum mit einer reichen Ausstattung versehen, die trotz gegenteiliger Anweisungen des zuständigen Konservators Ferdinand von Quast und des Regierungsbaurates Friedrich August Ritter in der Umgestaltung 1834–37 zugunsten einer neugotischen Ausstattung aufgegeben wird.¹⁰³ GRÖSSLER - BRINKMANN 1895 sehen die Turmkapelle als Taufort von

Martin Luther an, die 1904 durch den Innenarchitekten und Maler August Oetken eine farbenprächtige Ausmalung erhält, welche 1905 auf das Langhaus und den Chor übertragen wird. 1928/29 wird eine neue Orgel durch die Fa. Rühlmann eingebaut. In der nachfolgenden Zeit erfolgt eine immer stärkere Purifizierung des Innenraumes. 1957 wird die späthistoristische Raumfassung übermalt, und bei einer umfassenden Restaurierung 1976–82 unter Leitung von Reinhard Rüter wird die gesamte Ausstattung des 19. Jhs. außer der Orgelempore entfernt. In der Mitte der 1990er Jahre wird die Nordseite des Langhauses neu geschiefert, ohne jedoch die notwendige zimmermannsmäßige Instandsetzung des Dachtragwerkes durchzuführen. Seit der Jahrtausendwende wird die Kirche erneut umfassend saniert. In mehreren Bauabschnitten wird der durch Setzungen schwer geschädigte, stark gerissene Turm instand gesetzt. Dies ermöglicht auch wieder die klangliche Entfaltung des für Sachsen-Anhalt

101 EISSING 2009B, 27.

102 BEDNARZ - CREMER - KRAUSE 1999, 455.

103 KÖHLER 2012, 12.



3.2 Chor und Teil des Langhauses nach der Sanierung 2011

bedeutenden spätgotischen Geläuts. Die Sanierung der Außenfassade des Chores beginnt 2009 und kann 2010 vollendet werden. Innerhalb des zweiten Bauabschnittes erfolgt die Restaurierung der Chorfenster. Mit der Umgestaltung zum „Zentrum Taufe“ erhält der Innenraum zwischen 2010 und 2012 sein heutiges Erscheinungsbild. Im Rahmen dieser Baumaßnahme können die stark gerissenen Gewölbe statisch-konstruktiv instand gesetzt, die Innenschale erneuert und auf einem Teil des Gewölbes im Chor die Farbfassung von August Oetken wiedergewonnen werden. Die Sanierung des Dachtragwerkes sowie die Neueindeckung des Kirchenschiffdaches werden 2013 beendet. Im Jahr 2014 wird schließlich die Fassadeninstandsetzung am Langhaus und am Treppenturm durchgeführt.

3.2 Vermessung des spätgotischen Netzgewölbes

Die Umsetzung der Forderungen beispielsweise von UNGEWITTER - MOHRMANN 1901, Gewölbe messtechnisch zu erfassen, um die ihnen zugrunde liegenden Entwurfsregeln zu untersuchen, ist bis vor kurzer Zeit wesentlich an der Unzugänglichkeit der Gewölbe und der fehlenden Messtechnik gescheitert. Maßgebliche Erkenntnisse werden erst dann gewonnen, wenn die Gewölbe z.B. von einem Gerüst aus innerhalb eines Sanierungsabschnittes erreichbar sind. Die an der Kirche St. Lorenz von MÜLLER 1975 durchgeführten Messungen basieren auf der Bestimmung des Bogenstichmaßes und der Sehnenlänge, welche händisch vom Gerüst aus aufgenommen worden sind. Durch die Entwicklung der reflektorlosen Tachymetrie, die eine berührungslose Ermittlung der Messelemente über große Entfernungen erlaubt, entfällt die Abhängigkeit von einem zuvor gestellten Gerüst. Die tachymetrische Datenerfassung



3.3 Chorgewölbe nach der Sanierung 2011

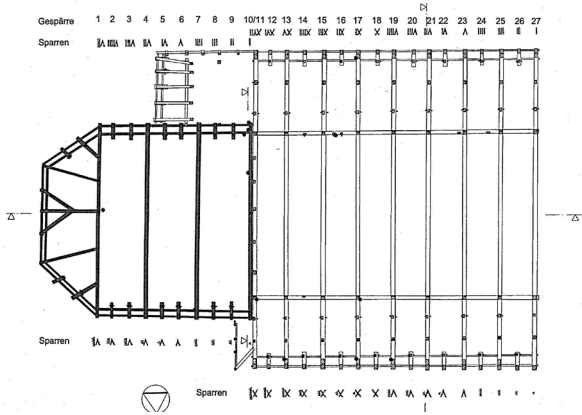
besitzt für diese Anwendung jedoch noch den Nachteil, dass die Geometrie des Innenraumes bzw. des Gewölbes nur selektiv erfolgt und die Messpunktauswahl vor Ort maßgeblich die Auswertemöglichkeiten bestimmt. Die Anwendung der 3D-Laserscantechnik generiert hingegen Messdaten ohne Vorauswahl und in einem Umfang, der die Sichtbarmachung und Prüfung beliebiger geometrischer Beziehungen ermöglicht. Die Daten können durch den Auswerter entsprechend des Zuwachses seines Erkenntnisgewinns daher auch sukzessive befundet werden. Damit ist der entscheidende Vorteil des 3D-Scannings benannt, der den Verfasser motiviert hat, diese Technik bei der Vermessung des spätgotischen Netzgewölbes der Kirche St. Peter und Paul anzuwenden.

3.2.1 Messtechnik

Für die Messungen kam der terrestrische 3D-Laserscanner „Focus3D“ der Fa. Faro der Universität Bamberg zum Einsatz. Dieser nutzt für die Messung das Prinzip eines mit einer bekannten Frequenz gepulsten, zu einem Messobjekt gesendeten Laserstrahls. Ein Teil des Strahls wird vom Messobjekt zum System zurück reflektiert. Die Phasenverschiebung zum ausgesendeten Laserstrahl wird vom Messsystem bestimmt.¹⁰⁴

Für das Messen ist die Zugänglichkeit des Messobjektes in direkter gerader Linie notwendig. Wird diese Linie durch ein anderes Objekt unterbrochen, entstehen aufgrund dieses Objektes Verschattungen. Notwendig ist dadurch das mehrfache Umstellen des

¹⁰⁴ FARO 2013, 3. Die Darstellung des Messprinzips ist leider in der Quelle nicht ausführlicher bzw. mathematisch herleitbar geschildert.



3.4 Grundriss des Dachtragwerkes EISSING 2009b, Tafel 22

Laserscannern und das Einbinden in ein zuvor tachymetrisch angelegtes Festpunktnetz. Der Laserscanner Focus3D kann bis zu einer Entfernung von maximal 120 m im Innenraum angewendet werden. Sein Messbereich umfasst 360° horizontal, vertikal 270°. Der mittlere Abstand der erfassten Messpunkte beträgt 2–25 mm.

Die Messergebnisse sind durch das Messrauschen fehlerbehaftet. Die Abweichungen besitzen Zufallscharakter. Das Messergebnis kann durch Wiederholung der Messungen mit anschließender Mittelwertbildung verbessert werden.¹⁰⁶ Im Messsystem des Focus3D ist eine solche Option integriert.

3.2.2 Durchführung der Messung

Die Vermessung des Netzgewölbes der Kirche St. Peter und Paul erfolgte im Mai 2012. Aufgrund der zu erwartenden Verschattungen – bedingt durch die Pfeiler und Wände aber auch durch die Krümmung des Gewölbes – wurden insgesamt vier Innenstandorte für den Scanner gewählt (Abb. 3.7). Die Einbindung der von den einzelnen Standorten erfassten Punktwolken in ein gemeinsames Festpunktnetz erfolgte mit tachymetrisch erfassten Passmarken. Die in den Abb. 3.8–3.11 rot markierten Flächen kennzeichnen die Bereiche, die von den jeweiligen Standorten des Scanners erfasst werden konnten, die grau hinterlegten Bereiche sind verschattet.

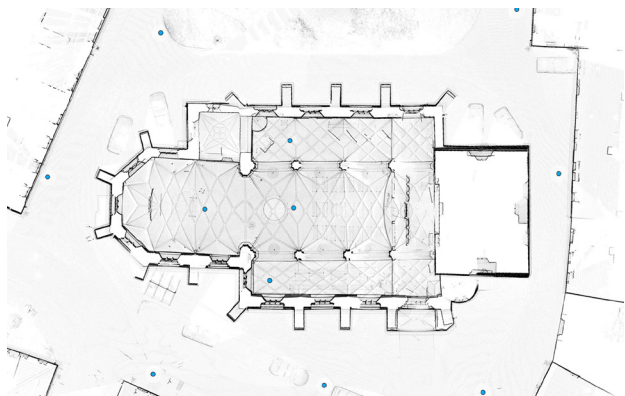
Nach dem Durchführen der Messung werden die Messdaten im Programmsystem Faro Scene¹⁰⁷ bearbeitet. In diesem erfolgt eine automatische Zuordnung der Referenzpunkte durch das Einfügen der Datei, in der das Messpunktnetz aufgezeichnet ist. Ein automatisches Einfärben der Scanaufnahmen mit den Farbphotographien der Faro-Farboption ist möglich (vgl. Abb. 3.8–3.11). Die Messdaten werden in Punktwolken abgespeichert, deren Dateiformat mit dem Programm-



3.5 Durch die Gewölbe geführte Zerrbalken des Chordaches

system AutoCAD¹⁰⁸ kompatibel ist und entsprechend in dieses eingelesen werden kann.

Für ein vollständiges 3D-Abbild der Raumgeometrie werden die einzelnen Punktwolken nacheinander in AutoCAD eingeladen. Diese Schnittstelle wird entscheidend durch den vorhandenen Arbeitsspeicher des Rechners bestimmt.¹⁰⁹ Die Abbildung 3.13 zeigt die 3D-Visualisierung des vermessenen Innenraumes der Kirche St. Peter und Paul basierend auf den Scannerstandorten 1 und 2 bzw. 3. Für die später erfolgten Auswertungen der Messungen zeichnet sich ab, dass die Anzahl der Standorte des 3D-Laserscanners für eine vollständige auswertbare Vermessung des Netzgewölbes zu klein gewählt worden ist. Wie in den



3.7 Standorte (blaue Kreise) der Messkonfigurationen

106 Vgl. Abschnitt 3.2.3 die Herleitung zur Gl. 3.3.

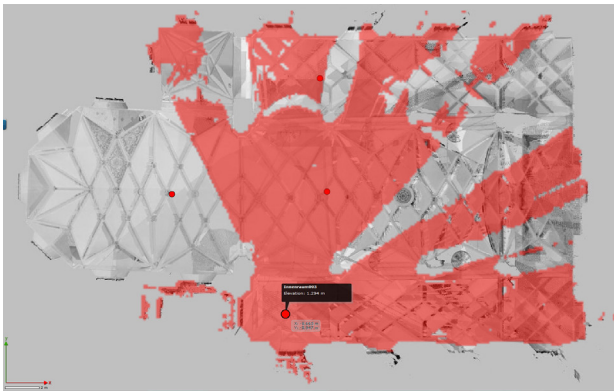
107 FARO 2012.

108 AUTODESK 2012.

109 Der Bearbeiter hat bereits im Vorfeld der Messung über die Dichte der Messpunkte zu entscheiden. Ziel sollte sein, die Dateigröße gering und die Informationsdichte hoch zu halten. Diese Optimierung setzt beim Bearbeiter eine gewisse Erfahrung mit dem Messsystem und der anschließenden Auswertung voraus .



3.8 Messkonfiguration 1 mit erfasstem Messbereich (rot)



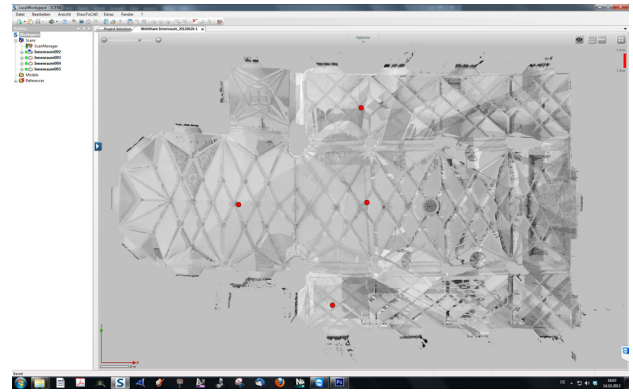
3.9 Messkonfiguration 2 mit erfasstem Messbereich (rot)



3.10 Messkonfiguration 3 mit erfasstem Messbereich (rot)



3.11 Messkonfiguration 4 mit erfasstem Messbereich (rot)



3.12 Registrieren der Messdaten mit dem Programm Faro Scene 5.1

Abb. 3.8–3.11 und auch in der Abb. 3.13 zu erkennen ist, können die Joche 5, 6–9, 10–13, 14 messtechnisch nicht in der Qualität erfasst werden, die eine sinnvolle Auswertung dieser Daten ermöglicht.¹¹⁰

3.2.3 Bestimmung der Messkenngrößen

Eines der wesentlichen Ziele der Vermessung des Netzgewölbes ist die Bestimmung der Bogenradien. Dazu wird nach dem Einlesen der entsprechenden Punktwolke der zu vermessende Rippenzug zunächst herausgeschnitten. Dabei wird der Schnittverlauf parallel zur Rippe festgelegt, um die Vermessung des Bogenradius nicht durch projektionsbedingte Verkürzungen zu verfälschen. Mit dem Schnitt reduziert sich der benötigte Arbeitsspeicher signifikant. Anschließend erfolgt die Projektion in den Aufriss. Einen solchen zeigt die Abb. 3.15 für einen Teil des Bogensegmentes 4.1 des Joches 3.¹¹¹

Als signifikant erscheint eine Häufung der Messpunkte an der Unterseite der Rippe. Verursacht wird dieses Band von Messpunkten dadurch, dass

- a) die dort sichtbaren Messpunkte die Summe der auch in der Tiefe (die z-Richtung in Abb. 3.15) erfassten Messpunkte darstellen,
- b) die Unterseite der Rippe in ihrer Tiefe nicht exakt eben ist,
- c) diese Messpunkte fehlerbehaftet sind bzw. das deterministische Signal von regellosen Störungen überlagert ist.

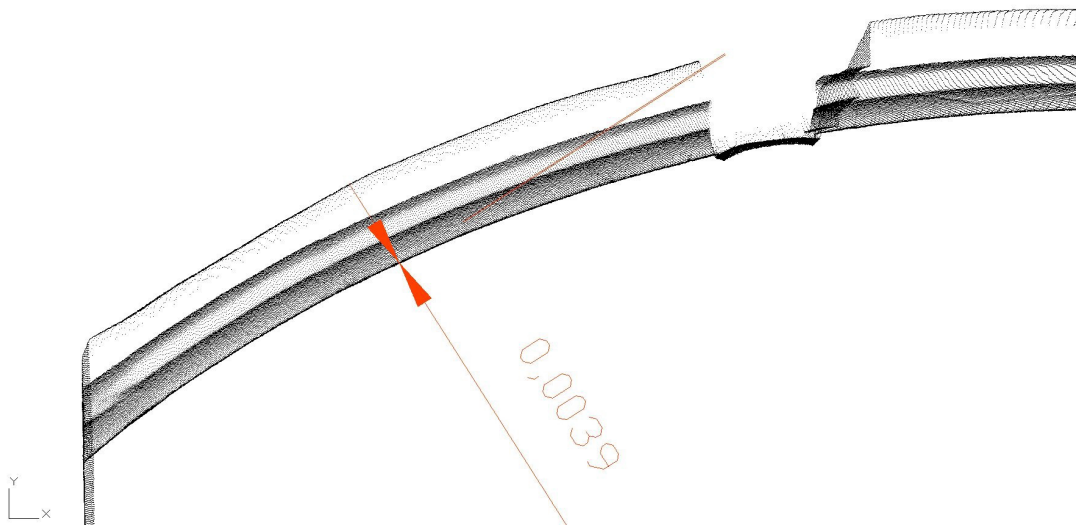
Im Idealfall liegt anstelle eines Bandes eine Linie vor, die die Unterseite der Rippe abbildet. Die Breite des Bandes bewegt sich aber in den vorliegenden gesamten Messungen in einem Bereich zwischen 2 und 5 mm (Abb. 3.15–3.17), und dies ist eine Spanne,

¹¹⁰ Für die Lage der Joche s. Abb. 3.19.

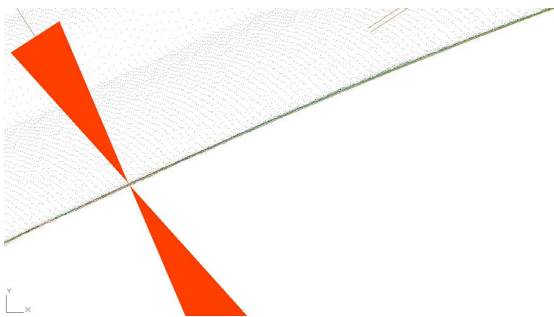
¹¹¹ Für die Lage des Rippenzuges s. Abb. 3.19.



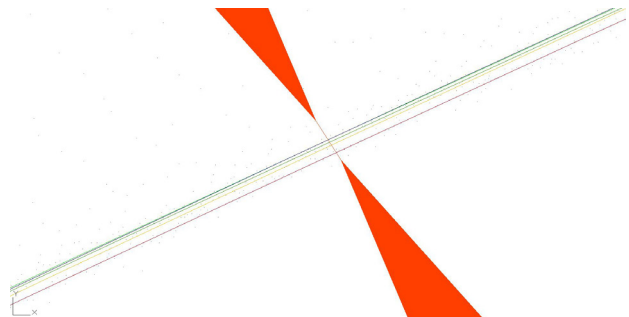
3.13 Räumliche Darstellung des vermessenen Innenraumes - Chor, Mittelschiff und Seitenschiffe



3.15 Ausschnitt des Bogensegmentes 4.1 des Joches 3 mit Vermessung des Streubereichs [m] der Messwerte an der Unterkante der Rippe



3.16 Abbildung der Messwerte



3.17 Abbildung der Messwerte mit fünf generierten Bogensegmenten

die eine zuverlässige Auswertung der Bogenradien nicht erlaubt. Denn innerhalb dieser Fehlergrenzen kann der Bearbeiter die Bogenlinie „frei“ legen, und je nach Lage dieser werden unterschiedliche Bogenradien ermittelt. Das heißt, in der Auswertung der Messdaten liegt eine – durch den Bearbeiter verursachte – Zufallsgröße vor, die mathematisch abgebildet werden kann. Darauf wird im folgenden Abschnitt eingegangen. Die Vorgehensweise ist der Art der Fehlerbehandlung des Focus3D durch Mittelwertbildung ähnlich.

$$Var(X) = E(X - E(X))^2$$

Die Wurzel aus der Varianz heißt nach Gl. 3 Standardabweichung

$$\sigma = \sqrt{Var(X)}$$

Die Standardabweichung \bar{x} besitzt die gleiche Dimension wie die Zufallsgröße x und liefert damit ein anschauliches Maß für die Streuung der Zufallsgröße

Nr. d. Bogensegmentes	Messung					Mittelwert	Standardabweichung
	1	2	3	4	5	\bar{X}	σ
1	3,112	3,178	3,261	3,172	3,154	3,176	0,054

Tabelle 3.1 In Joch 3, Rippe 4 - Bogensegment 1 vermessene Bogenradien R in [m]

Reduktion der zufälligen Fehler

Ein determiniertes Signal ist analytisch beschreibbar und auch reproduzierbar.¹¹² Determinierte Signale sind nicht messbar, da die Messung selbst Fehlerschwankungen unterliegt. Der Fehler kann determinierter – also systematischer – oder regelloser, d.h. zufälliger Natur sein.¹¹³ Systematische Fehler lassen sich i.A. eliminieren. Regellose Fehler lassen sich mathematisch nicht beschreiben, dennoch ist deren Behandlung – mit dem Ziel ihrer Reduktion und Interpretation – durch die Kenntnis der inneren Zusammenhänge ihres zufälligen Verhaltens in begrenztem Umfang möglich. Der Messwert der Distanzbestimmung eines einzelnen Punktes kann mit der endlichen Zufallsgröße x beschrieben werden, die genau die Werte (x_1, x_2, \dots, x_n) annehmen kann. Im Fall von n durchgeführten Messungen ist der Erwartungswert als ein mit den Wahrscheinlichkeiten P ihres Eintretens gewichteter arithmetischer Mittelwert der Werte definiert¹¹⁴

Unter der Annahme, dass die Messungen sich unter stets gleichen Bedingungen wiederholen, unterscheiden sich die Wahrscheinlichkeiten mit der die Messungen eintreten, voneinander nicht. Damit reduziert sich die Bestimmung des Erwartungswertes auf die Bestimmung des arithmetischen Mittelwertes

$$E(x) = \sum_{i=1}^n \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n}{n}$$

Die mittlere Abweichung vom Erwartungswert der Zufallsgröße wird nach Gl. 2 bezeichnet als Varianz

bzw. des Messwertes und wird i.A. als „Messfehler“ benannt.

Der Bogenradius einer Rippe wird wie folgt bestimmt: Der Rippenzug wird über seine gesamte Länge in verschiedene Bogensegmente mit verschiedenen Bogenradien unterteilt. Die Grenzen zwischen den Segmenten werden an den Rippenanfängen, den Rippenkreuzungen sowie den Schlusssteinen a priori gesetzt. Weitere Unterteilungen werden vorgenommen, wenn sich innerhalb eines Segmentes der Bogenradius ändert.¹¹⁵ Jedes Segment wird mit einem Bogenradius im Programm AutoCAD vermessen.¹¹⁶ Die Anzahl der unabhängig voneinander erfolgten Messungen des Bogenradius beträgt für jedes Segment $n=5$. Diese Vorgehensweise ermöglicht eine statistisch abgesicherte Mittelwertbildung entsprechend Gl. 1 sowie die Bestimmung der Standardabweichung entsprechend Gl. 3 (Tab. 3.1 Bogensegment 1). Es liegt die Annahme der Gleichverteilung der Störgrößen um den deterministischen Wert entsprechend der Gauß'schen Glockenkurve zugrunde. Weist die Bogenlinie einen Radius auf, der vom Mittelwert stark abweicht (=hohe Standardabweichung), kann der Bearbeiter das Mes-

112 NATKE 1992, 11.

113 NATKE 1992, 60.

114 BEWERSDORFF 2011.

115 Die Auswertung geschieht am Bildschirm interaktiv und ist damit subjektiv durch die Arbeitsweise des Bearbeiters beeinflusst. Auch aus diesem Grund bietet sich eine statistisch abgesicherte Messwertbestimmung an.

116 Die Abbildung des Bogens erfolgt in AutoCAD mit drei Punkten. Der Bogenradius wird anschließend über das Programm abgefragt.

sergebnis überprüfen. Am Beispiel der Vermessung des Bogensegmentes 4.1 des Joches 3 wird diese Vorgehensweise dargestellt. In der Abb. 3.15 ist der Streubereich der Messwerte mit 3.9 mm quantifiziert. Einen vergrößerten Ausschnitt der den Auswertungen zugrunde liegenden Punktwolke zeigt die Abb. 3.16. Die vom Verfasser eingezeichneten Bogenlinien, die sich alle innerhalb des durch rote Pfeile gekennzeichneten Streubereichs befinden, verdeutlicht Abb. 3.17. Diese illustriert zugleich, wie die Lage der Bogenradien variieren kann. Die Ergebnisse der einzeln vermessenen Bogenradien sind in Tab. 3.1 einschließlich der Mittelwertbildung und ihrer Standardabweichung zusammengefasst.

Fazit

Gegenüber einer rein tachymetrischen Aufnahme der Messpunkte bietet der Einsatz des 3D-Laserscanners die Vorteile, dass

- a) große Messbereiche erfasst werden können
- b) bereits während der Messungen eine Verbesserung der Messergebnisse durch eine Erwartungswertbildung erfolgen kann
- c) durch die Vielzahl der Messungen und Messpunkte eine statistische Bearbeitung der Ergebnisse ermöglicht wird
- d) dem Bearbeiter die den Messpunkten innewohnenden zufälligen Fehler anschaulich visualisiert werden
- e) die Auswertung und Befundung sukzessive entsprechend des Erkenntnisgewinns erfolgen kann.

Die erzeugten Messdaten streuen jedoch in einem breiten Messband um einen deterministischen Wert. Eine statistisch abgesicherte Erwartungswertbildung und die Bestimmung der Standardabweichung sind Voraussetzungen, um Messergebnisse zu erhalten, die sich auswertbar in einem bestimmten Vertrauensintervall bewegen. Der der statistischen Auswertung inhärente enorme Zeitaufwand ist jedoch ein gravierender Nachteil dieser Vorgehensweise.

Abgesicherte Erkenntnisse über Entwurfsverfahren von Gewölben mit der Möglichkeit, diese zu verallgemeinern, werden nur erhalten, wenn eine genügend große Zahl von Gewölben erfasst und ausgewertet werden.

3.3 Vermessung, Geometrie und Befundung des Netzgewölbes

Nach der Aufbereitung der Messdaten zu Messkenngrößen werden diese in genügender Anzahl bestimmt, um eine Befundung im Sinne der Rückverfolgung der Entwurfsprinzipien zu ermöglichen. Zunächst wird der Grundriss der Kirche auf seine geometrische Regelmäßigkeit bzw. hinsichtlich seiner Asymmetrien untersucht.

Untersuchung der Proportionen im Grundriss der Kirche

Der Grundriss ist um die Längsachse in Ost-West-Richtung mit dem Mittelschiff und den daran anschließenden Seitenschiffen symmetrisch angelegt; er weist aber einige prägende Asymmetrien auf (Abb. 3.18). Das südliche Seitenschiff ist breiter als das nördliche, und der Chor ist in einem Winkel aus der Längsachse heraus nach Süden orientiert. Diese Besonderheiten scheinen bereits in der Planung gewollt bzw. notwendig gewesen zu sein, denn die Ausbildung einer symmetrischen Anordnung ist messtechnisch mit den Mitteln des 16. Jhs. durchaus zu bewerkstelligen gewesen. Andere Imperfektionen im Grundriss legen den Schluss nahe, im Entwurf nicht angelegt gewesen, bei der Bauausführung aber toleriert worden zu sein. Eine rechtwinklige Ausbildung der Joche ist nur angestrebt worden.¹¹⁷

Vermessung der Bogenradien der Rippenzüge

Für die Rekonstruktion der Entwurfsprinzipien des Netzgewölbes stellen die Bestimmung der Bogenradien eine wesentliche Voraussetzung dar. Die durch HEIDELOFF 1850, UNGEWITTER - MOHRMANN 1901 und GRASSNICK 1963 formulierte These, dass die Anwendung des Prinzipalbogens beinhalte, einen einheitlichen Radius für die Rippenwerksteine vorzugeben, kann daher nicht überprüft werden. Für die Rekonstruktion der Entwurfsprinzipien des Netzgewölbes sind diese Angaben zwar wünschenswert, aber nicht maßgebend, wie im Folgenden gezeigt wird. Die nächste größere Einheit, die aber vermessen werden konnte, entspricht einem Bogensegment des Rippenzuges, der über einen gleichen Radius verfügt.

¹¹⁷ Vgl. die unterschiedlichen Längen der Diagonalen in den einzelnen Jochen in Abb. 3.18.

Die Suche nach einem solchen erfolgt, indem der Bearbeiter mit Hilfe des Bogenlinien-Werkzeugs im Programm AutoCAD diesen entlang der Punktwolke vermisst. Gelingt das Angleichen der Bogenlinie an die Messpunkte nicht, kann von zusammengesetzten-Bogenradien ausgegangen werden, das Bogensegment ist dann entsprechend zu verkleinern. Mit dieser iterativen Vorgehensweise ist es möglich, selbst innerhalb eines Rippenzuges mehrere Bogensegmente zu identifizieren. Für eine systematische Auswertung der Bogenradien sind die Rippen jochweise benannt (Abb. 3.19). Die Kodierung setzt sich aus zwei Ziffern zusammen. Die erste Ziffer bezeichnet die Rippe, die zweite das Bogensegment jener Rippe. Die Diagonalrippen sind einheitlich mit der Ziffer 2 in Richtung Nordost – Südwest bzw. der Ziffer 5 in Richtung Nordwest – Südost benannt. Insgesamt sind die Bogenradien der Rippen 1–6 in den Jochen 1, 2, 3, 4, 7, 8, 11, 12 entsprechend der Vorgehensweise des Abschnittes 3.2.3 vollständig ausgewertet (vgl. Anhang A.3). Eine visuelle Darstellung der Messergebnisse zeigt die Abb. 3.20.¹¹⁸ Zusätzlich sind die Messergebnisse der Bogenradien in den Tabellen 3.2, 3.4, 3.6, 3.8, 3.10, 3.12, 3.14 und 3.16 zusammengefasst sowie deren Mittelwerte bestimmt worden. In den Tabellen 3.3, 3.5, 3.7, 3.9, 3.11, 3.13, 3.15 und 3.17 sind jene Rippenzüge ausgewertet, deren Bogensegmente die minimale bzw. maximale prozentuale Abweichung voneinander aufweisen.

Die Auswertung dieser Messergebnisse ergibt ein unterschiedliches Bild. Wie verschieden die Bogenradien sein können, zeigen die Bogensegmente sowohl im Chorbereich, wie z.B. in der Rippe 5 in Joch 2 (Abb. 3.20. Tab. 3.4), oder im Mittelschiff des Langhauses wie z.B. die Rippe 4 in Joch 3 (Abb. 3.20. Tab. 3.6. 3.7). In Joch 3 treten minimale Abweichungen von 3,46% und maximale Abweichungen von 43,32% auf (Tab. 3.7). In den Seitenschiffen ist das Maß der Streuungen in den Bogenradien wesentlich verringert. Im nördlichen Seitenschiff, in der Rippe 6 des Joches 8, sind maximale Differenzen von ca. 18,5% (Tab. 3.13), und im südlichen Seitenschiff in der Rippe 4 des Joches 12 (Tab. 3.17) sind 10,09% zu beobachten.

Einen Ausreißer bildet die Rippe 2 des Joches 11 (Tab. 3.15), in der sich die Bogenradien um ca. 35% voneinander unterscheiden. Diese Befunde bestätigen die Messergebnisse, die WENDLAND 2010 an den Zellenge-wölben in Trebsen bzw. MÜLLER 1975 bei der Vermessung des Gewölbes in der Nürnberger Lorenzkirche erhielten.¹¹⁹ Unterschiedliche Bogenradien treten nicht nur von Joch zu Joch, sondern auch innerhalb einzelner Rippenzüge auf.

Nr. d. Rippe	Nummer des Bogensegmentes				Mittelwert	$0,5 * L_D$	$\bar{x} / 0,5 * L_D$
	1	2	3	4	\bar{x}		[%]
1	4,29	5,52	-	-	4,91	4,81	101,98
2	5,55	5,24	-	-	5,40	4,81	112,16
3	5,31	-	-	-	5,31	4,81	110,40
4	6,05	4,64	5,46	-	5,38	4,67	15,40
5	4,74	5,34	5,09	5,31	5,12	4,67	109,75
6	5,16	6,25	5,20	-	5,54	4,67	118,69

Tabelle 3.2 Joch 1; Auswertung der vermessenen Bogenradien R in [m]; prozentuale Abweichung des Mittelwertbildung zur halben Länge der Grundrissdiagonalen L_D

Nr. der Rippe				[%]
2	min.	5,24	5,55	5,59
5	max.	4,29	5,52	22,28

Tabelle 3.3 Im Joch 1 innerhalb einer Rippe minimale und maximale prozentuale Abweichungen der Bogenradien R in [m]; vgl. Tab. 3.2

¹¹⁸ Die Bogensegmente, die mit einem „v“ (= „verschattet“) codiert sind, bezeichnen jene Teilstücke, die sich während der Messungen mit dem 3D-Laserscanner im Schatten anderer Rippen befanden und daher nicht vermessen werden konnten.

¹¹⁹ WENDLAND 2010; MÜLLER 1975.

Nr. d. Rippe	Nummer des Bogensegmentes						Mittelwert \bar{x}	$0,5 * L_D$	$\bar{x} / 0,5 * L_D$ [%]
	1	2	3	4	5	6			
1	5,69	5,61	5,18	-	-	-	5,49	4,84	113,62
2	4,46	6,17	5,42	-	-	-	5,35	4,84	110,65
3	5,51	5,50	5,21	-	-	-	5,41	4,84	111,82
4	5,41	5,44	5,44	-	-	-	5,43	4,66	116,65
5	4,86	4,98	5,14	5,20	6,59	5,17	5,32	4,66	114,36
6	5,28	5,42	5,10	-	-	-	5,27	4,66	113,14

Tabelle 3.4 Joch 2; Auswertung der vermessenen Bogenradien R in [m]; prozentuale Abweichung des Mittelwertbildung zur halben Länge der Grundrissdiagonalen L_D

Nr. der Rippe				[%]
4	min.	5,41	5,44	0,55
2	max.	4,46	6,17	27,71

Tabelle 3.5 Im Joch 2 innerhalb einer Rippe minimale und maximale prozentuale Abweichungen der Bogenradien R in [m]; vgl. Tab. 3.4

Nr. d. Rippe	Nummer des Bogensegmentes						Mittelwert \bar{x}	$0,5 * L_D$	$\bar{x} / 0,5 * L_D$ [%]
	1	2	3	4	5	6			
1	4,59	4,71	4,11	-	-	-	4,47	3,88	115,21
2	5,44	4,28	4,36	4,62	4,63	4,06	4,57	3,88	117,65
3	4,27	4,51	4,71	-	-	-	4,50	3,88	115,89
4	3,18	4,53	5,61	4,22	-	-	4,39	3,88	113,02
5	4,00	4,47	4,50	4,60	4,38	4,55	4,42	3,88	113,83
6	4,62	4,57	4,46	-	-	-	4,55	3,88	117,27

Tabelle 3.6 Joch 3; Auswertung der vermessenen Bogenradien R in [m]; prozentuale Abweichung des Mittelwertbildung zur halben Länge der Grundrissdiagonalen L_D

Nr. der Rippe				[%]
6	min.	4,46	4,62	3,46
4	max.	3,18	5,61	43,32

Tabelle 3.7 Im Joch 3 innerhalb einer Rippe minimale und maximale prozentuale Abweichungen der Bogenradien R in [m]; vgl. Tab. 3.6

Nr. d. Rippe	Nummer des Bogensegmentes								Mittelwert \bar{x}	$0,5 * L_D$	$\bar{x} / 0,5 * L_D$ [%]
	1	2	3	4	5	6	7	8			
1	5,46	4,70	4,07	-	-	-	-	-	4,74	3,96	119,93
2	4,77	4,32	4,84	4,33	4,64	4,88	4,46	4,25	4,56	3,96	115,33
3	4,63	4,20	4,61	3,07	-	-	-	-	4,13	3,96	104,36
4	4,68	4,41	5,00	3,05	-	-	-	-	4,29	3,91	109,73
5	4,69	4,42	4,74	4,63	5,65	4,28	4,76	-	4,70	3,91	120,36
6	4,43	4,16	4,77	-	-	-	-	-	4,45	3,91	114,04

Tabelle 3.8 Joch 4; Auswertung der vermessenen Bogenradien R in [m]; prozentuale Abweichung des Mittelwertbildung zur halben Länge der Grundrissdiagonalen L_D

Nr. der Rippe				[%]
6	min.	4,16	4,77	12,79
4	max.	3,05	5,00	39,00

Tabelle 3.9 Im Joch 4 innerhalb einer Rippe minimale und maximale prozentuale Abweichungen der Bogenradien R in [m]; vgl. Tab. 3.8

Nr. d. Rippe	Nummer des Bogensegmentes					Mittelwert	0,5 * L _D	$\bar{x}/0,5 * L_D$
	1	2	3	4	5			
1	3,06	3,29	3,25	3,02	-	3,16	2,93	107,68
2	2,85	2,94	3,02	2,92	-	2,93	2,93	100,09
3	3,11	3,27	3,00	3,00	-	3,10	2,93	105,63
4	3,15	3,29	3,28	3,16	-	3,22	3,01	107,15
5	2,95	3,22	2,91	3,26	3,04	3,08	3,01	102,36
6	3,15	3,10	3,74	3,01	-	3,25	3,01	108,15

Tabelle 3.10 Joch 7; Auswertung der vermessenen Bogenradien R in [m]; prozentuale Abweichung des Mittelwertbildung zur halben Länge der Grundrissdiagonalen L_D

Nr. der Rippe				[%]
6	min.	3,15	3,29	4,3
4	max.	3,15	3,74	15,8

Tabelle 3.11 Im Joch 7 innerhalb einer Rippe minimale und maximale prozentuale Abweichungen der Bogenradien R in [m]; vgl. Tab. 3.10

Nr. d. Rippe	Nummer des Bogensegmentes						Mittelwert	0,5 * L _D	$\bar{x}/0,5 * L_D$
	1	2	3	4	5	6			
1	2,86	3,51	2,86	3,18	-	-	3,10	2,92	106,43
2	2,83	2,84	3,34	3,23	3,02	2,92	3,03	2,92	103,95
3	2,91	3,08	3,40	3,22	-	-	3,15	2,92	108,15
4	2,80	2,89	3,10	3,08	-	-	2,97	2,97	100,08
5	3,00	3,09	3,53	2,91	-	-	3,13	2,97	105,65
6	3,19	3,34	3,23	3,14	-	-	3,23	2,97	108,77

Tabelle 3.12 Joch 8; Auswertung der vermessenen Bogenradien R in [m]; prozentuale Abweichung des Mittelwertbildung zur halben Länge der Grundrissdiagonalen L_D

Nr. der Rippe				[%]
6	min.	3,19	3,34	4,49
4	max.	2,86	3,51	18,52

Tabelle 3.13 Im Joch 8 innerhalb einer Rippe minimale und maximale prozentuale Abweichungen der Bogenradien R in [m]; vgl. Tab. 3.12

Nr. d. Rippe	Nummer des Bogensegmentes						Mittelwert	0,5 * L _D	$\bar{x}/0,5 * L_D$
	1	2	3	4	5	6			
1	2,92	3,52	3,29	3,20	-	-	3,23	3,14	103,11
2	3,14	3,43	3,30	3,08	4,73	3,73	3,57	3,14	113,82
3	3,54	2,97	3,53	3,09	-	-	3,28	3,14	104,70
4	3,20	3,14	3,76	3,11	-	-	3,30	3,13	105,51
5	3,00	3,00	3,00	3,34	3,09	-	3,09	3,13	98,59
6	3,14	3,07	2,98	3,37	-	-	3,14	3,13	100,32

Tabelle 3.14 Joch 11; Auswertung der vermessenen Bogenradien R in [m]; prozentuale Abweichung des Mittelwertbildung zur halben Länge der Grundrissdiagonalen L_D

Nr. der Rippe				[%]
5	min.	3,00	3,34	10,18
2	max.	3,08	4,73	34,88

Tabelle 3.15 Im Joch 11 innerhalb einer Rippe minimale und maximale prozentuale Abweichungen der Bogenradien R in [m]; vgl. Tab. 3.14

Nr. d. Rippe	Nummer des Bogensegmentes						Mittelwert \bar{x}	$0,5 * L_D$	$\bar{x} / 0,5 * L_D$ [%]
	1	2	3	4	5	6			
1	3,03	3,26	3,83	3,06	-	-	3,30	3,21	102,65
2	2,97	3,05	3,18	3,06	2,97	3,22	3,08	3,21	95,79
3	2,93	3,40	3,05	3,30	-	-	3,17	3,21	98,75
4	3,34	3,18	3,47	3,12	-	-	3,28	3,20	102,42
5	3,28	3,11	3,00	3,19	3,10	3,15	3,14	3,20	98,07
6	3,41	3,09	3,21	3,18	-	-	3,22	3,20	100,70

Tabelle 3.16 Joch 12; Auswertung der vermessenen Bogenradien R in [m]; prozentuale Abweichung des Mittelwertbildung zur halben Länge der Grundrissdiagonalen L_D

Nr. der Rippe				[%]
2	min.	2,97	3,22	7,76
4	max.	3,12	3,47	10,09

Tabelle 3.17 Im Joch 12 innerhalb einer Rippe minimale und maximale prozentuale Abweichungen der Bogenradien R in [m]; vgl. Tab. 3.16

Die bisher vorgestellte Auswertung der Bogenradien folgte dem von UNGEWITTER - MOHRMANN 1901 formulierten Ansatz, nach dem Rippenwerksteine und Bogensegmente mit ein und demselben Radius gefertigt und verlegt worden sind. Für eine Verifikation der bisherigen Messergebnisse werden in einem weiteren Schritt die Bogenradien der Rippen in ihrem gesamten Umfang graphisch direkt vermessen. Dies erfolgt wieder durch die Angleichung der Bogenlinie an die Messpunkte der Rippen und dabei unabhängig von den vorher erzielten Ergebnissen.¹²⁰ Als Ansatzpunkt des Bogens ist der Rippenaustritt aus der Wand bzw. der Kämpferpunkt gewählt. In einigen Fällen ist er durch andere Rippen verdeckt, oder er existiert aufgrund geometrischer Besonderheiten nicht. Ein Kämpferpunkt ist messtechnisch aber immer vollständig erfasst, und es kann unter der Annahme der gleichen Höhe dieser Kämpferpunkte durch Übertragen einer horizontalen Hilfslinie der andere bestimmt werden. Die Bogenlinie wird nachfolgend an die Lage der Kämpferpunkte angepasst. Der Abstand zwischen diesen liefert das Maß der Diagonale des Jochs, wenn es sich um eine Diagonalrippe handelt. Bei den anderen Rippen kann dieses Maß nicht bestimmt werden. Die Ergebnisse der graphischen Vermessung der Diagonalrippen sind in den Abb. 3.21–3.36 dargestellt. Deutlich wird, dass sich die Bogenlinien sehr gut an die Messpunkte anpassen lassen. Abweichungen sind vorhanden, deren Ursache Nachgiebigkeiten bei der Einrüstung der Rippen oder während der Standzeit des Gewölbes eingetragene Lasten, die zu bleibenden Verformungen geführt haben, sein können. Diese Abweichungen haben jedoch eine zu vernachlässigende Größenordnung. Die Bogenradien einiger Rippenzüge entsprechen sehr genau der Länge der halben Diagonale (Abb. 3.21–3.24.

3.26. 3.28. 3.29. 3.31 f. 3.35 f.). Andere weisen geringe Abweichungen auf, die auf Maßtoleranzen hinweisen (Abb. 3.30. 3.33. 3.34). Auf die unterschiedliche Breite des nördlichen und des südlichen Seitenschiffes ist bereits hingewiesen worden (Abb. 3.18). Die Bogenradien der Diagonalrippen der Joche in den Seitenschiffen nehmen auf diese geometrische Besonderheit Bezug. Sie sind im südlichen Seitenschiff (Joch 11 und 12) größer als im nördlichen Seitenschiff (Joch 7 und 8, Abb. 3.39). Auf die Länge der Diagonalen trifft dieser Zusammenhang ebenfalls zu, vgl. hierzu Joch 12 (Abb. 3.35 f.) und Joch 8 (Abb. 3.31 f.). Eine sehr gute Übereinstimmung zwischen den Bogenradien und der Länge der halben Grundrissdiagonale lässt sich in den Jochen 1 und 2 des Chores erkennen (Abb. 3.21–3.24). Signifikant ist, dass die Entsprechung sich innerhalb eines Joches finden lässt. Die Rippe 2 des Joches 1 besitzt einen Bogenradius von 4.66 m. Die Diagonale misst 9.33 m (Abb. 3.21). Hingegen weist die Rippe 5 des Joches 1 einen Bogenradius von 4.81 m auf, und die Diagonale des Joches misst 9.62 m. Ähnliche Abmessungen und Proportionen lassen sich im Joch 2 ablesen. Die geometrischen Differenzen der Diagonalen 2 und 5 lassen sich darauf zurückführen, dass der Chor aus der Längsachse des Mittelschiffs heraus nach Süden gerückt wurde. Die Joche 1 und 2

¹²⁰ Durch die Auswahl dreier Punkte wird versucht, einen Bogen durch diese zu finden, dessen Gesamtabweichung minimal von den Messpunkten der Rippe ist. Mathematisch lässt sich dieser rein graphische Ansatz durch einen Gauß'schen Fehleralgorithmus oder nach der Methode der kleinsten Fehlerquadrate modellieren – dessen Programmierung ist aber nicht Teil dieser Arbeit.

entsprechen dadurch in ihrem Grundriss nicht einem Rechteck, sondern einem schiefwinkligem Viereck mit den daraus resultierenden unterschiedlichen Längen der Diagonalen. Erstaunlich ist aber der präzise Bezug der Bogenradien zu den Längen der halben Grundrissdiagonale. Anzumerken ist, dass sich die Länge der Grundrissdiagonale auf das lichte Maß zwischen den Kämpferpunkten und nicht auf die tatsächliche Ausdehnung der Diagonale des Joches bezieht.

Stellt man die Mittelwerte der Bogenradien den halben Längen der Grundrissdiagonale $0.5 \times LD$ gegenüber (Tab. 3.2. 3.4. 3.6. 3.8. 3.10. 3.12. 3.14. 3.16), verdeutlicht sich dieser inhärente Entwurfszusammenhang in anderer Weise. Die relativen Abweichungen zwischen den genannten Parametern betragen in den Jochen der Seitenschiffe (Joche 7, 8, 11, 12) bis zu ca. 10%, in Chor und Mittelschiff (Joche 1, 2 bzw. 3, 4) aber maximal 20%.¹²¹ Im Chor und im Mittelschiff ist eine direkte Korrelation zwischen den Mittelwerten der Bogenradien und den halben Längen der Grundrissdiagonale nicht zu erkennen, in den Seitenschiffen ist diese aber vorhanden. Daraus geht hervor, dass durch die rein graphische Auswertung verlässlichere und aussagekräftigere Resultate erzielt werden können, als dies bei einer strengen statistischen Auswertung der Bogenradien der Fall ist.

Auf ein besonderes konstruktives Detail ist abschließend zu verweisen. Die zwischen Chor und Mittelschiff angeordneten Pfeiler besitzen einen größeren Durchmesser als die anderen Pfeiler des Mittelschiffs (Abb. 3.18). An den Anfängen der Diagonalrippen 2 und 5 des Joches 3 (Abb. 3.25 f.) sind besondere Werksteine angeordnet, die die Funktion eines Passstückes erfüllen (Abb. 3.37). Bedingt durch den Radius der Rippe, der von der halben Länge der Grundrissdiagonale des Jochs abgeleitet ist, kann die Rippe an den Pfeiler nicht direkt anschließen; ihr Anfang müsste im Kern des Pfeilers verortet sein. Aus statischen und architektonischen Gründen ist diese Art der Konstruktion nicht möglich – mit der Einführung des Passstückes werden die entsprechenden Höhen- und Längendifferenzen überbrückt. Dieses Detail verweist nachdrücklich auf die Anwendung des Prinzipalbogens im Entwurf, denn ist dieses Prinzip nicht gültig, kann ein anderer Bogenradius gewählt werden, der das Einsetzen des Passstückes erübrigt.

In den Nebendiagonalen ist die Form eines Halbkreises in den Rippen nicht anzutreffen (Abb. 3.40 – 3.47). In Teilabschnitten folgen diese einer Parabel (Abb. 3.40 – 3.43), die durch Unstetigkeiten in ihrer Linienführung gekennzeichnet ist (z.B. Abb. 3.40).

¹²¹ Die geringen Abweichungen in den Nachkommastellen der Spalte $\bar{x} / 0,5 \times LD$ resultieren aus der Rundung der Bogenradien auf zwei Nachkommastellen.

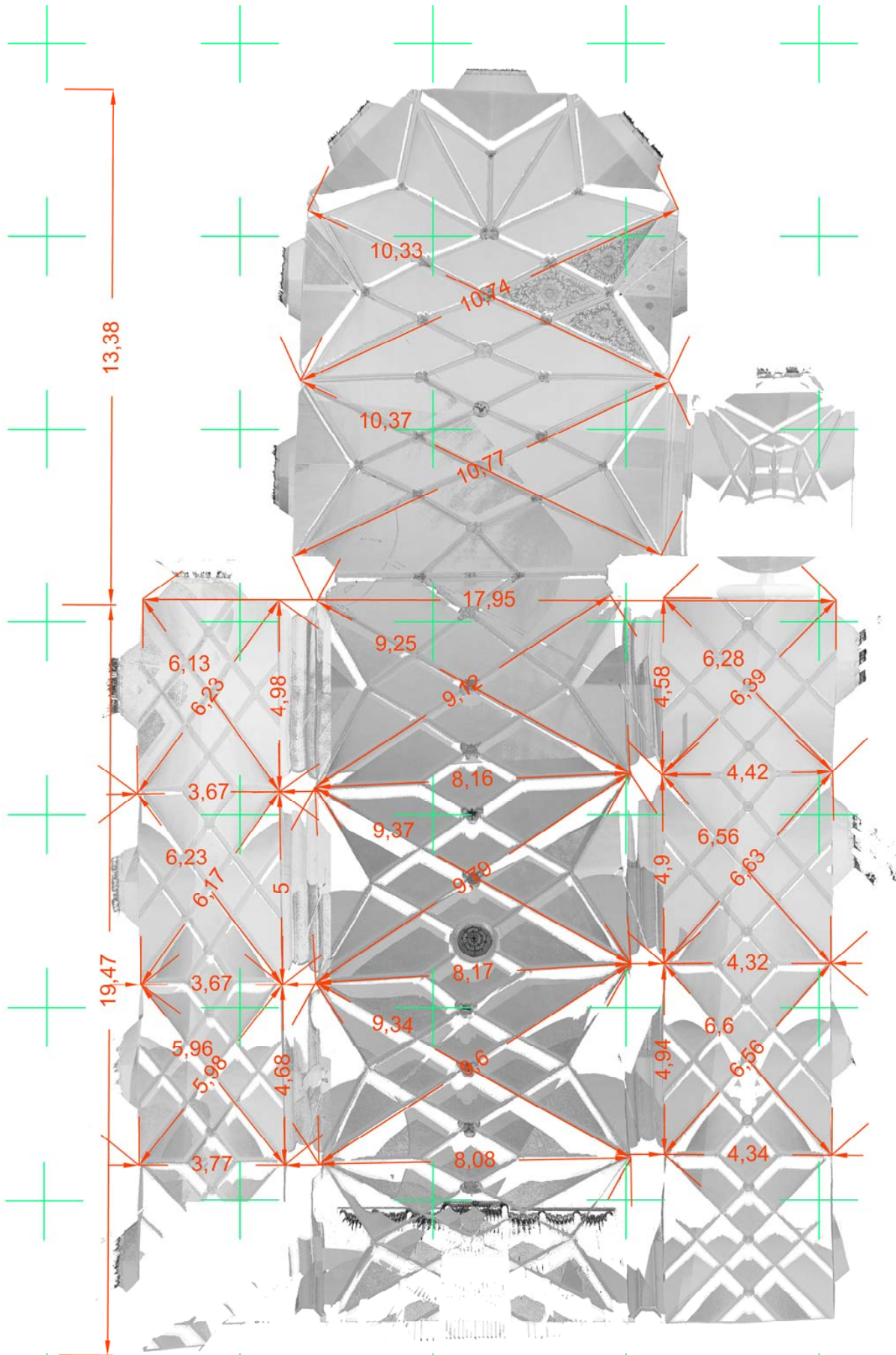


Abb. 3.18 Vermessung des Grundrisses

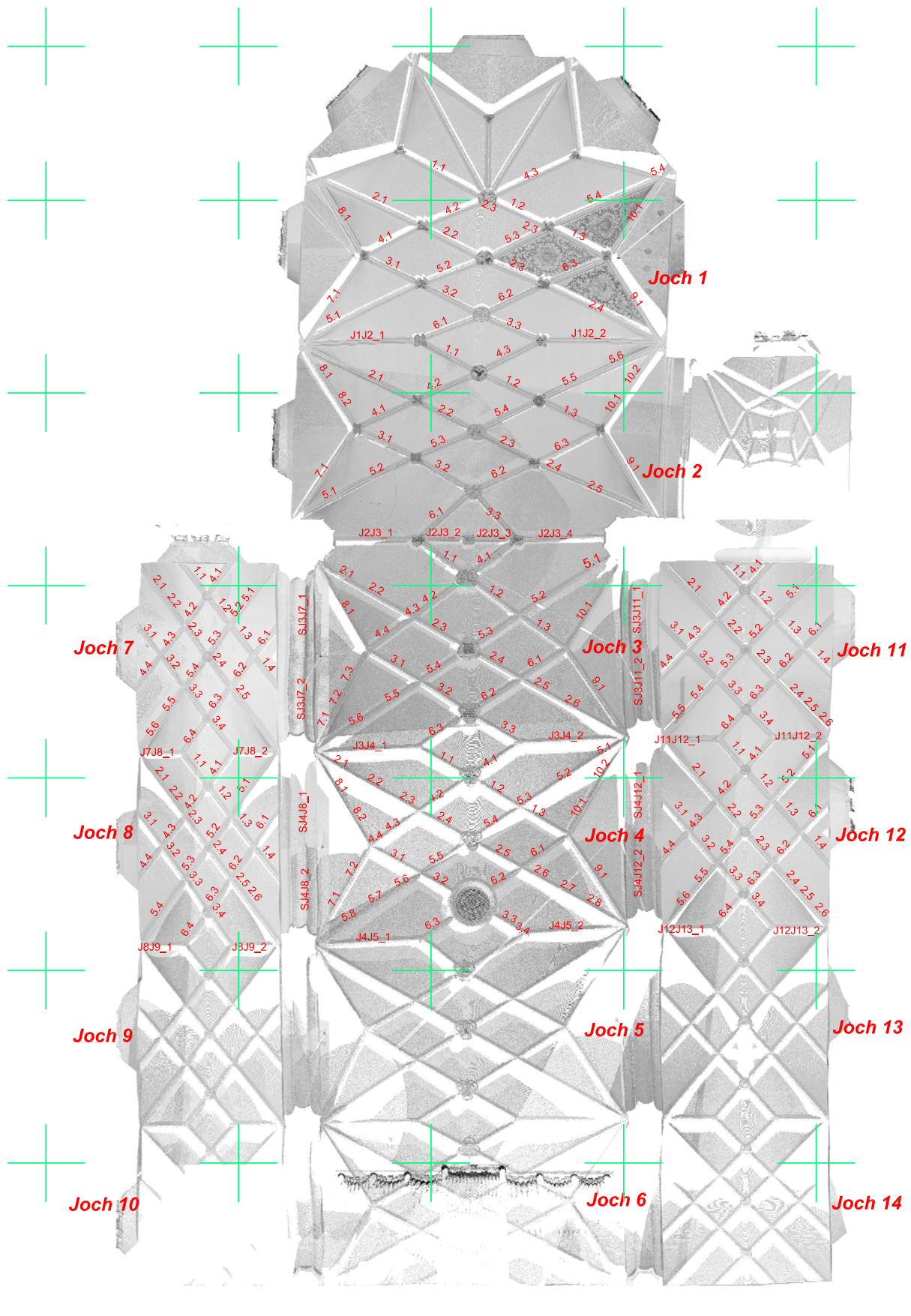


Abb. 3.19 Benennung der Joche und der Rippenteilstücke

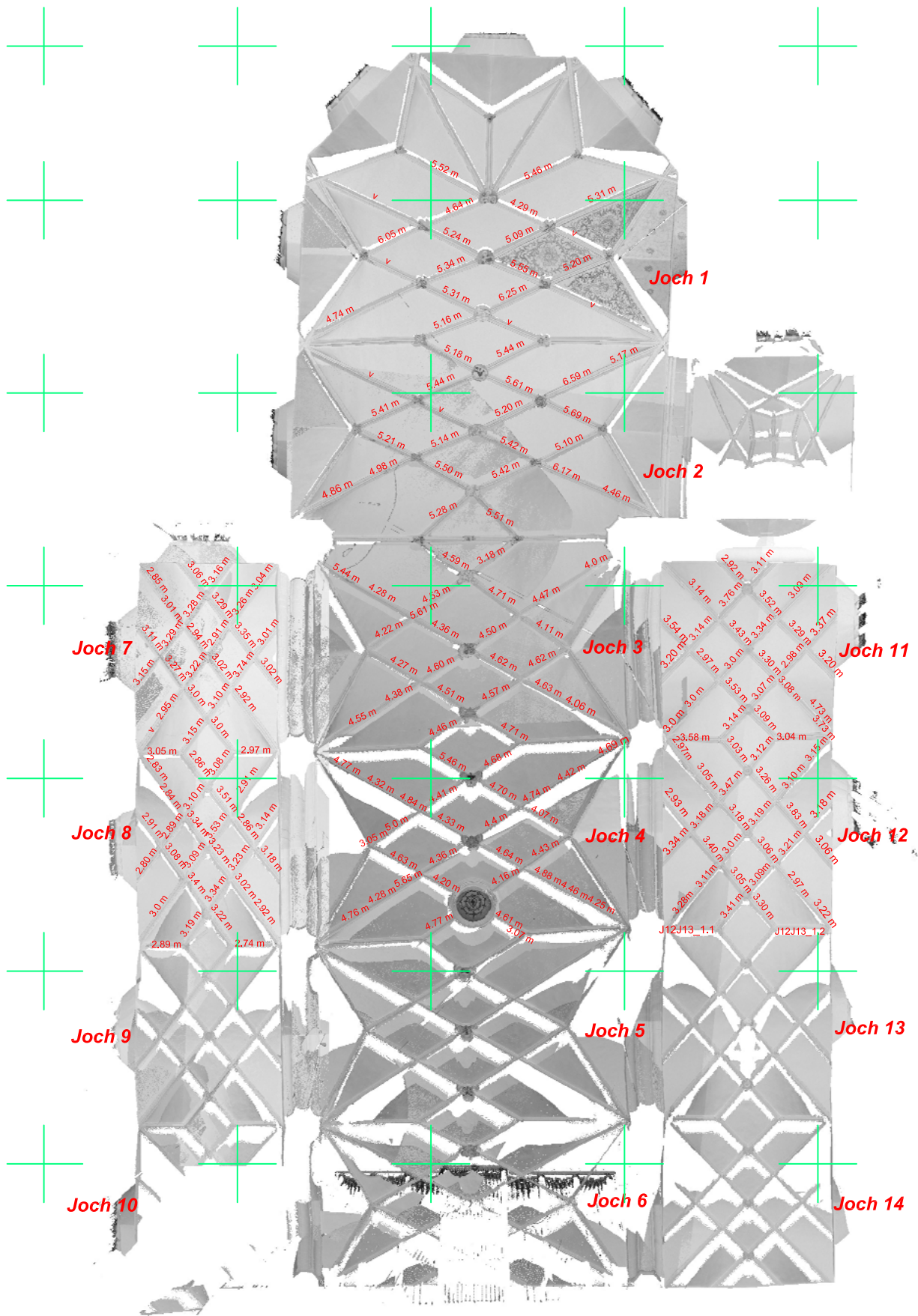


Abb. 3.20 Vermessene Bogenradien der Rippenzüge und ihrer Segmente

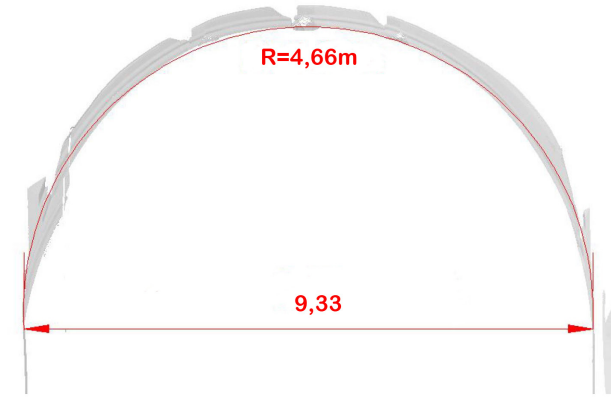


Abb. 3.21 Vermessener Durchmesser und Radius; Rippe 2 im Joch 1

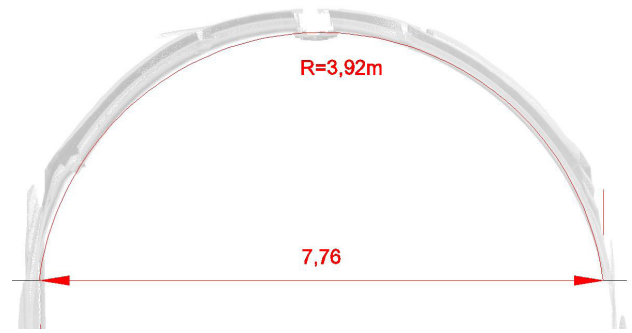


Abb. 3.25 Vermessener Durchmesser; Radius der Rippe 2 im Joch 3

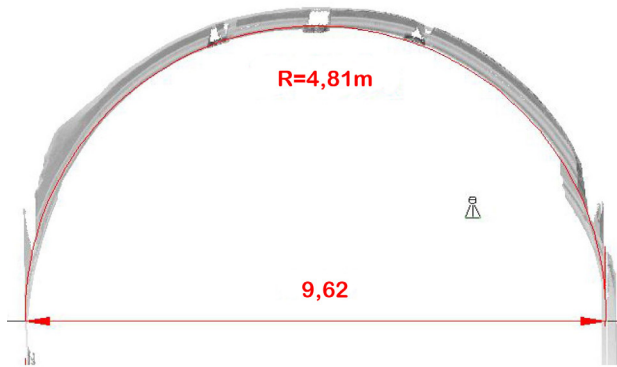


Abb. 3.22 Vermessener Durchmesser und Radius; Rippe 5 im Joch 1

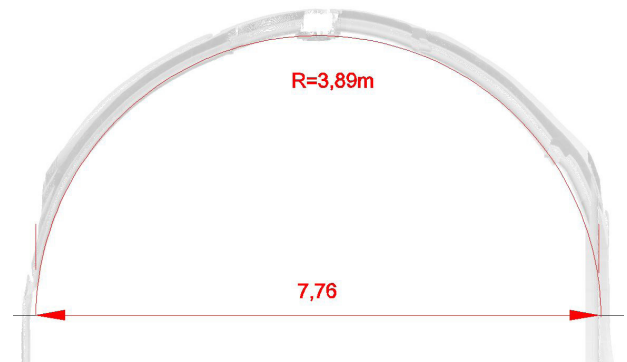


Abb. 3.26 Vermessener Durchmesser; Radius der Rippe 5 im Joch 3

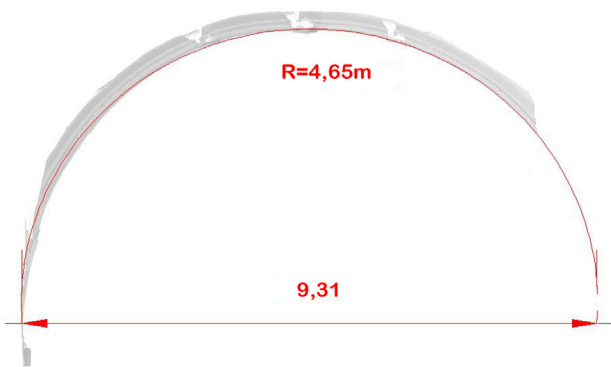


Abb. 3.23 Vermessener Durchmesser und Radius; Rippe 2 im Joch 2

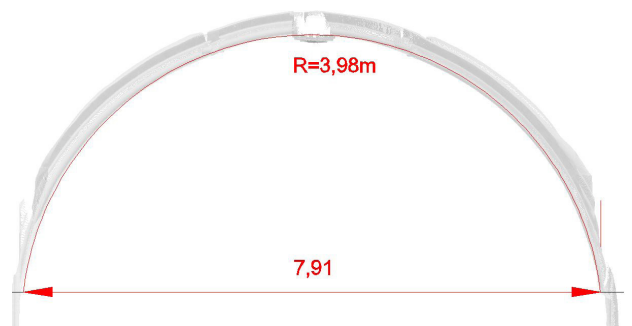


Abb. 3.27 Vermessener Durchmesser; Radius der Rippe 2 im Joch 4

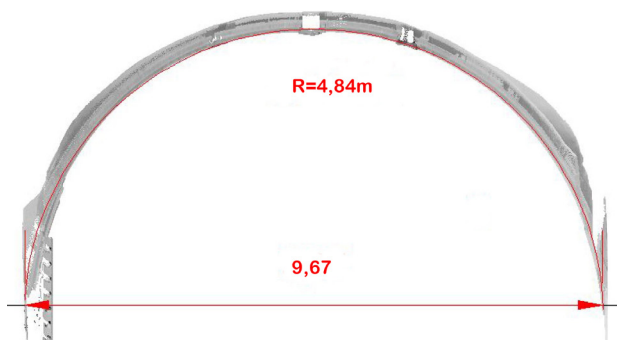


Abb. 3.24 Vermessener Durchmesser und Radius; Rippe 5 im Joch 2

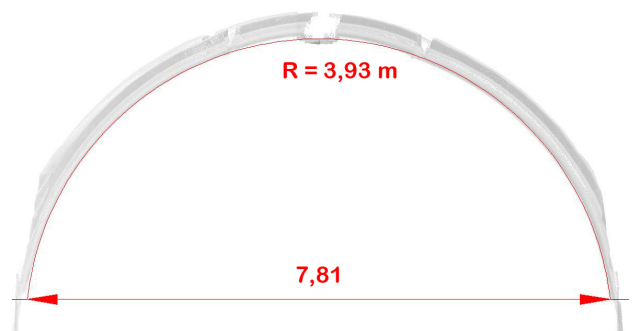


Abb. 3.28 Vermessener Durchmesser; Radius der Rippe 5 im Joch 4

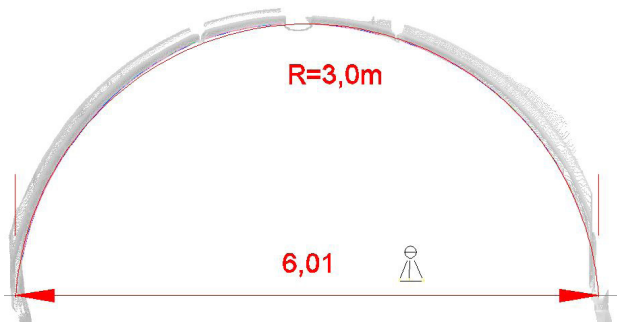


Abb. 3.29 Vermessener Durchmesser und Radius; Rippe 2 im Joch 7

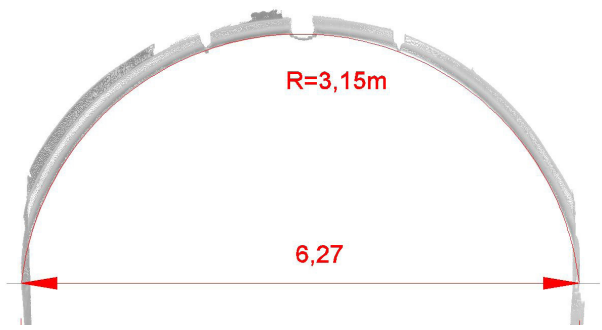


Abb. 3.33 Vermessener Durchmesser und Radius; Rippe 2 im Joch 11

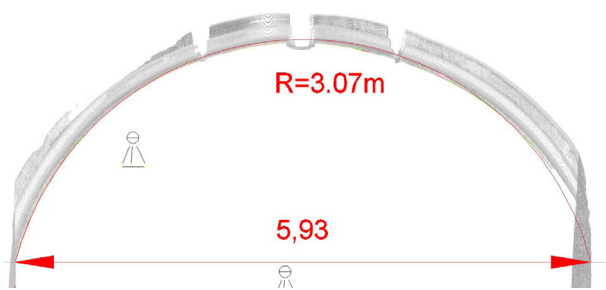


Abb. 3.30 Vermessener Durchmesser und Radius; Rippe 5 im Joch 7

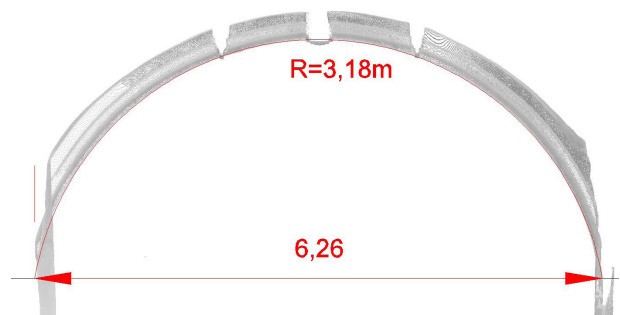


Abb. 3.34 Vermessener Durchmesser und Radius; Rippe 5 im Joch 11

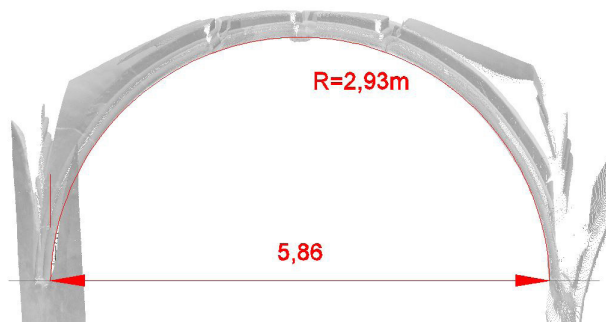


Abb. 3.31 Vermessener Durchmesser und Radius; Rippe 2 im Joch 8



Abb. 3.35 Vermessener Durchmesser und Radius; Rippe 2 im Joch 12

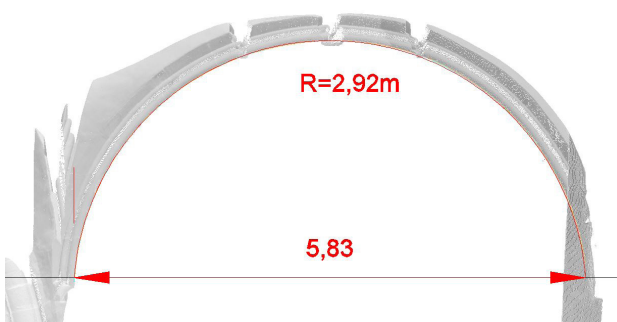


Abb. 3.32 Vermessener Durchmesser und Radius; Rippe 5 im Joch 8

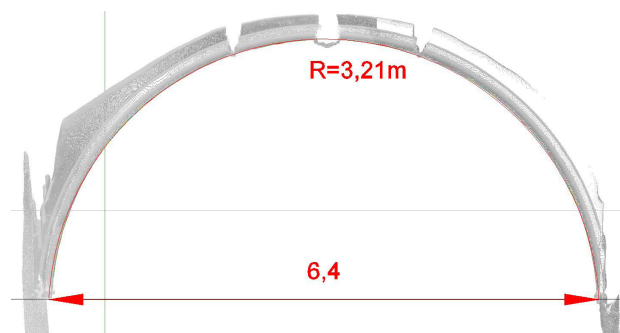


Abb. 3.36 Vermessener Durchmesser und Radius; Rippe 5 im Joch 12



Abb. 3.37 Eingesetzter, zum Ausgleich der fehlenden Diagonallänge des Jochs bestimmter Rippenwerkstein der Rippe 5 im Joch 3

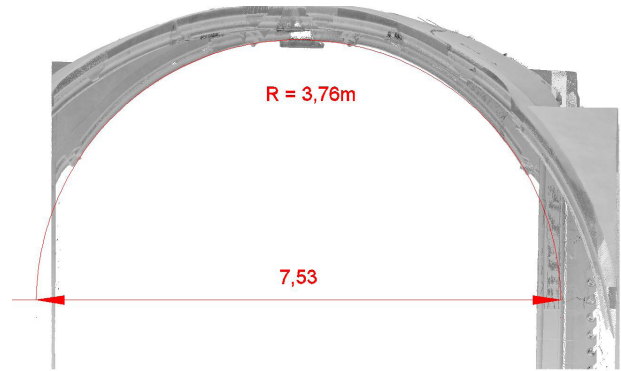


Abb. 3.38 Vermessener Durchmesser und Radius des Gurtbogens zwischen Chor und Langhaus

Vergleich der Höhen der Rippenkreuzungen

MÜLLER 1975 sowie WENDLAND 2009 weisen darauf hin, dass in den von ihnen untersuchten Gewölben die Höhen der Rippenkreuzungen und Schlusssteine im direkten Vergleich nur geringfügig voneinander differieren. Ob sich die Gültigkeit dieses bedeutenden Befundes auch auf das Netzgewölbe der Kirche St. Peter und Paul übertragen lässt, wird im Folgenden untersucht. Dazu werden Schnitte durch die Punktwolke parallel zur Längs- und Querachse des Kirchenschiffes gelegt, deren Lage in Abb. 3.48 skizziert ist. Signifikant in der Auswertung ist, dass die Kreuzungspunkte der Rippen in ihrer Höhenlage – abgesehen von geringfügigen Abweichungen im Zentimeterbereich – gut übereinstimmen und damit eine wesentlich geringere Variation als die Bogenradien aufweisen. Im nördlichen Seitenschiff (Abb. 3.51–3.62) schwanken die maximalen in einem Schnitt gemessenen Differenzen parallel zur Längsachse des Kirchenschiffes zwischen 4 mm (Abb. 3.55) und maximal 27 mm (Abb. 3.51). Parallel zur Querachse umfasst diese Spanne zwischen 9 mm (Abb. 3.56) und 42 mm (Abb. 3.57). Die Schlusssteine tragen an ihren Unterseiten mit Wappen verzierte Schilde, deren unterschiedliche Höhen einen Vergleich nicht zulassen. Die Höhen der Schlusssteine sind daher an dem Ort ihrer Einbindung in das Gewölbe vermessen worden. Ähnliche Abweichungen lassen sich im südlichen Seitenschiff aufzeigen (Abb. 3.63–3.71). Parallel zur Längsachse betragen diese zwischen minimal 9 mm (Abb. 3.65) und maximal 48 mm (Abb. 3.65) sowie parallel zur Querachse zwischen 11 mm (Abb. 3.68) und 36 mm (Abb. 3.70). In einer ähnlichen Größenordnung bewegen sich die Abweichungen des Mittelschiffes (Abb. 3.72–3.81, maximale Differenz 66 mm in Abb. 3.81).

Die Abb. 3.72–3.74 verweisen auf eine weitere geometrische Anomalie. Die Höhen der Gewölbekappen steigen im Übergang zum Chor an dem zwischen Chor und Langhaus befindlichen Gurtbogen an. Der Übergang ist in Abb. 3.75 visualisiert, und auch in der Höhenliniendarstellung des Gewölbes ist die Störung durch schräg verlaufende Linien zu erkennen (Abb. 3.49). Auch in diesem Gurtbogen entspricht der Bogenradius des Rippenzuges der Hälfte der Länge seiner Grundrissdiagonalen (Abb. 3.38). Im Chor (Abb. 3.72–3.81) sind die Differenzen zwischen den Rippenkreuzungen parallel zu Längsachse des Kirchenschiffes ähnlich groß wie im Mittelschiff und den Seitenschiffen. Lediglich im Vergleich der Querbeziehungen weichen diese im Schnitt HQC2 (Abb. 3.86) mit einem Betrag von 87 mm voneinander ab. Allerdings definieren diese Rippenkreuzungen die Höhe der angrenzenden Stülpkappen, und es ist möglich, dass hier eine größere Freiheit im Entwurf herrscht.

Form der Gewölbekappen

Die Abb. 3.13 f. sowie Abb. 3.49 veranschaulichen die Form des Gewölbes. Im Mittelschiff und im Chor ist dieses als parabelförmige Halbtonne mit Stülpkappen (Abb. 3.76–3.81) ausgebildet, und in den Seitenschiffen besitzen die Gewölbekappen die Form eines kreiszyklindrischen Kreuzgewölbes (Abb. 3.13 f.). Die Gurtbögen (Abb. 3.59, 3.69) und die Schildbögen (Abb. 3.91) sind als Spitzbögen ausgeführt, d.h. die spitzbogige Form der Gurt- und Schildbögen determiniert nicht die Form der überliegenden Gewölbelaubung. Eine Busung des Netzgewölbes ist in keinem seiner Joche vorhanden. In der Höhenliniendarstellung der Gewölbe (Abb. 3.49) sind die Grate in den Gewölben ebenfalls deutlich zu erkennen.

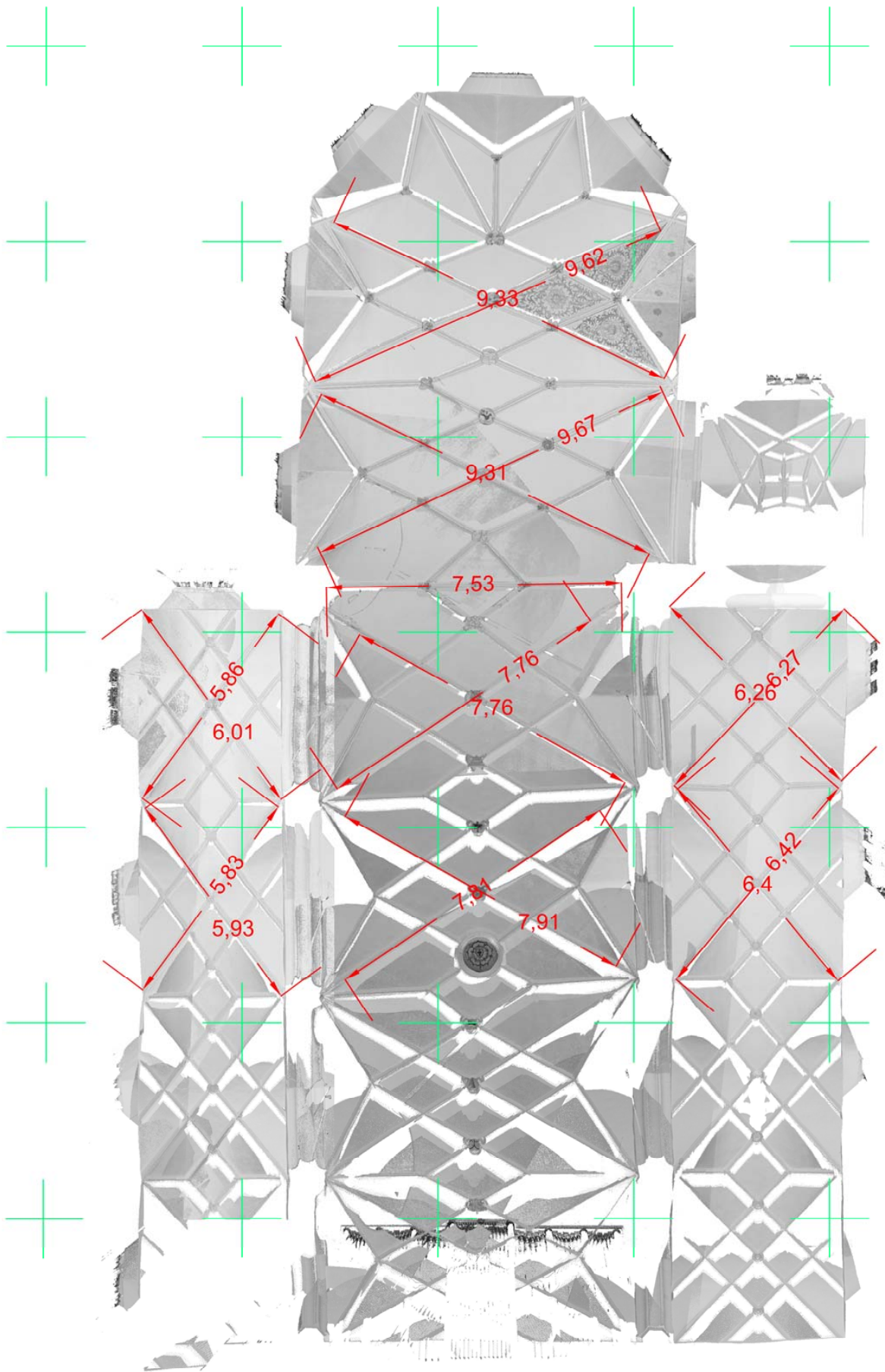


Abb. 3.39 Übersicht über die Längen der Grundrissdiagonalen, die dem Entwurf des Halbkreisbogens zugrunde liegen

Figurierung der Rippen

Ein Merkmal des Gewölbes stellt die – in Teilen nur annähernde – Regelmäßigkeit der Rippenfiguren dar (Abb. 3.50). Im südlichen Seitenschiff (Joch 11) schließen die Parallelrippen Quadrate und im nördlichen Rhomben ein. Die in Nord-Südrichtung orientierten Diagonalen der Vierecke entsprechen einem ganzzahligen Teil der Breite der Seitenschiffe. Die Motivation der Erbauer, das nördliche Seitenschiff weniger breit als das südliche auszubilden, ist zwar unbekannt, es wird aber deutlich, dass in der Innenarchitektur Bezug darauf genommen wird. Die Präzision der geometrischen Figuren in den Seitenschiffen wird im Mittelschiff nicht erreicht. Es ist nur eine annähernde Regelmäßigkeit der Vierecke zu konstatieren. Präzise folgt die Ausbildung der Figuren im Mittelschiff aber der Regel, die in den Seitenschiffen ebenfalls angewendet ist: Die Breite des Mittelschiffes wird durch die Zahl drei dividiert; zu beiden Seiten der Symmetrieachse wird dieser Betrag in einem einfachen Vielfachen auf einer gedachten Linie abgetragen und um die Hälfte dessen additiv zu den Rändern ergänzt. Diese Proportionen gelten in den Seitenschiffen auch parallel zur Längsachse des Kirchenschiffes. Damit erhalten auch alle bisher geometrisch nicht bestimmten Rippenkreuzungen ihre Bedeutung. Mit den genannten Prinzipien – die Anwendung des Prinzipalbogens in den Hauptdiagonalen der Joche, die gleichen Höhen der Rippenkreuzungen sowie die geometrische Ausbildung der Rippenfiguren – lassen sich alle Rippenkreuzungen in Grund- und Aufriss bestimmen.

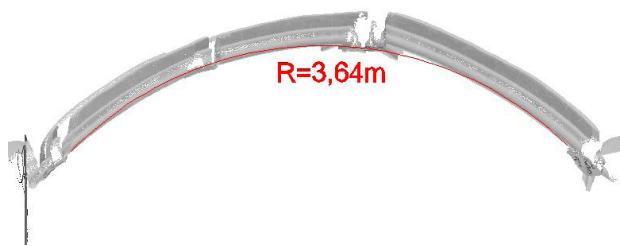


Abb. 3.40 Vermessener Radius der Rippe 4 im Joch 1

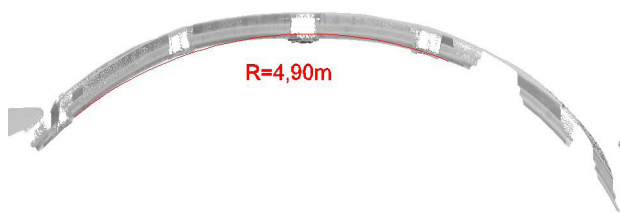


Abb. 3.41 Vermessener Radius der Rippe 4 im Joch 2

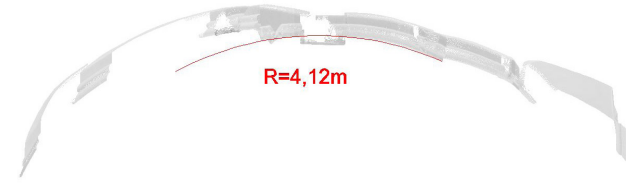


Abb. 3.42 Vermessener Radius der Rippe 4 im Joch 3

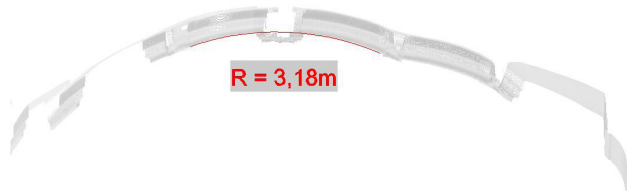


Abb. 3.43 Vermessener Radius der Rippe 4 im Joch 4

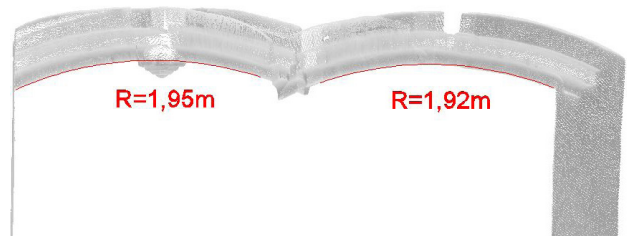


Abb. 3.44 Vermessener Radius der Rippe 4 im Joch 7

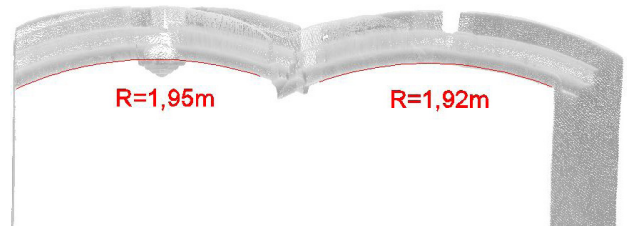


Abb. 3.45 Vermessener Radius der Rippe 4 im Joch 8

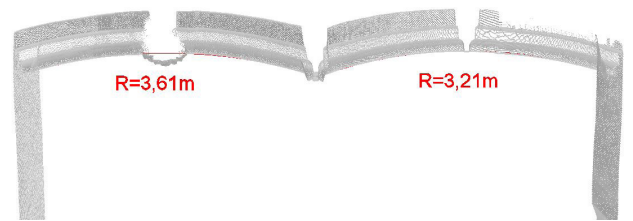


Abb. 3.46 Vermessener Radius der Rippe 4 im Joch 11

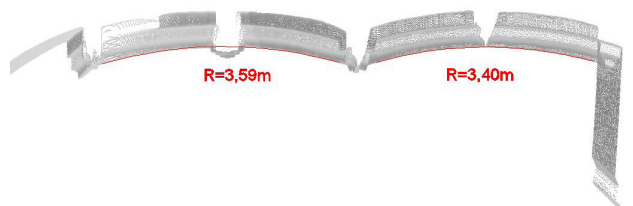


Abb. 3.47 Vermessener Radius der Rippe 4 im Joch 12

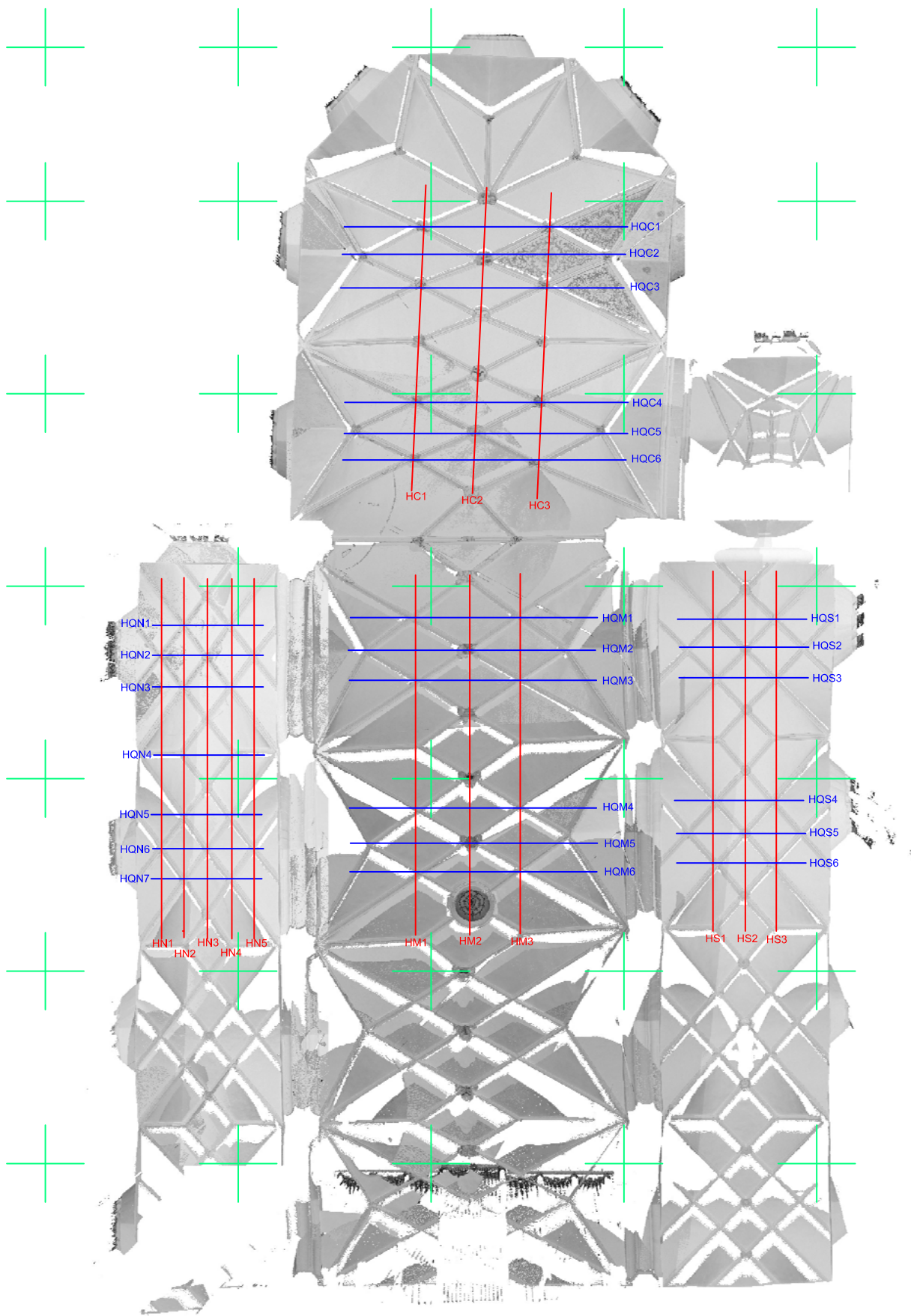


Abb. 3.48 Bezeichnung der Schnitte durch die Gewölbe

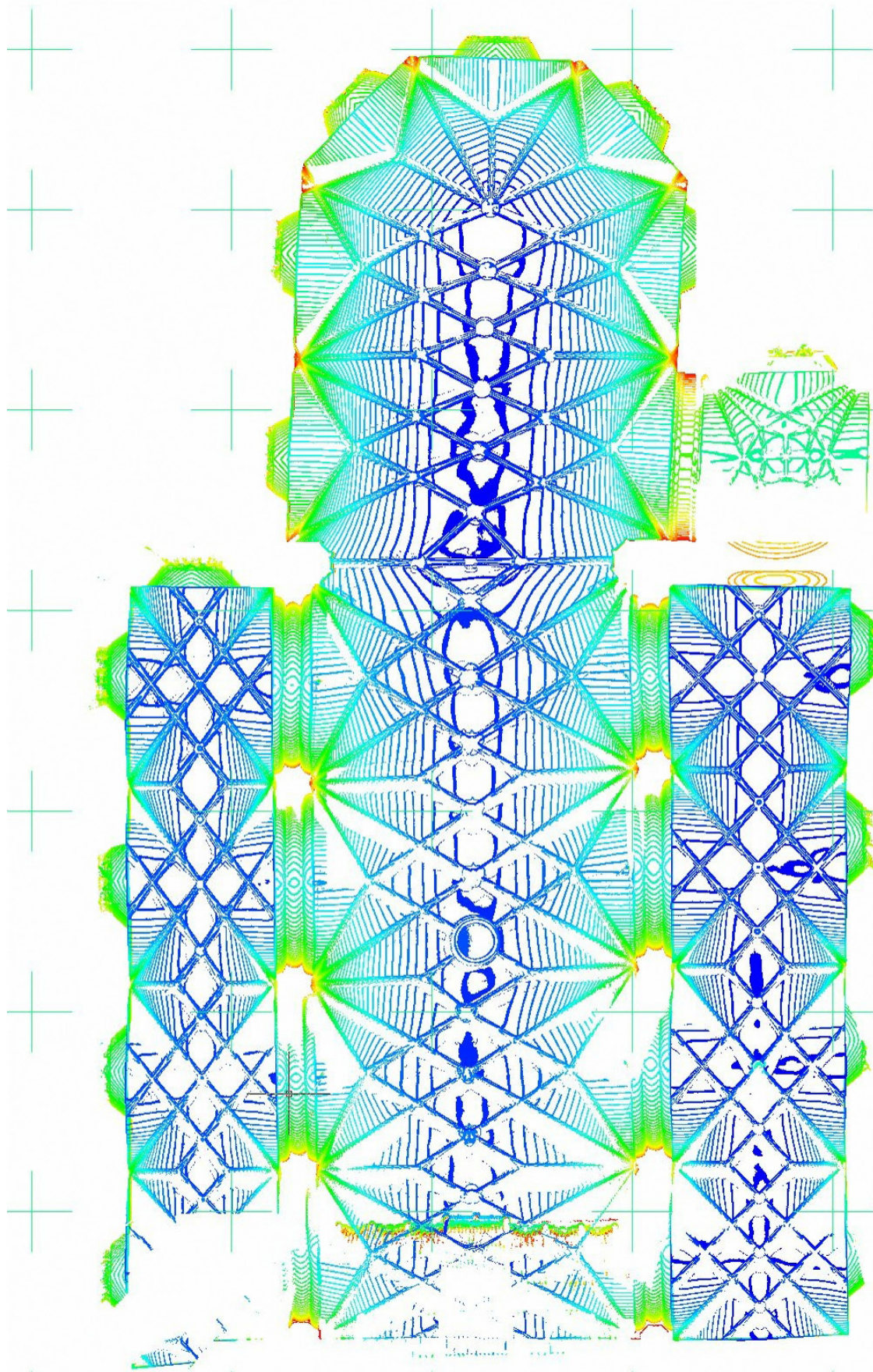


Abb. 3.49 Höhenlinien der Gewölbe

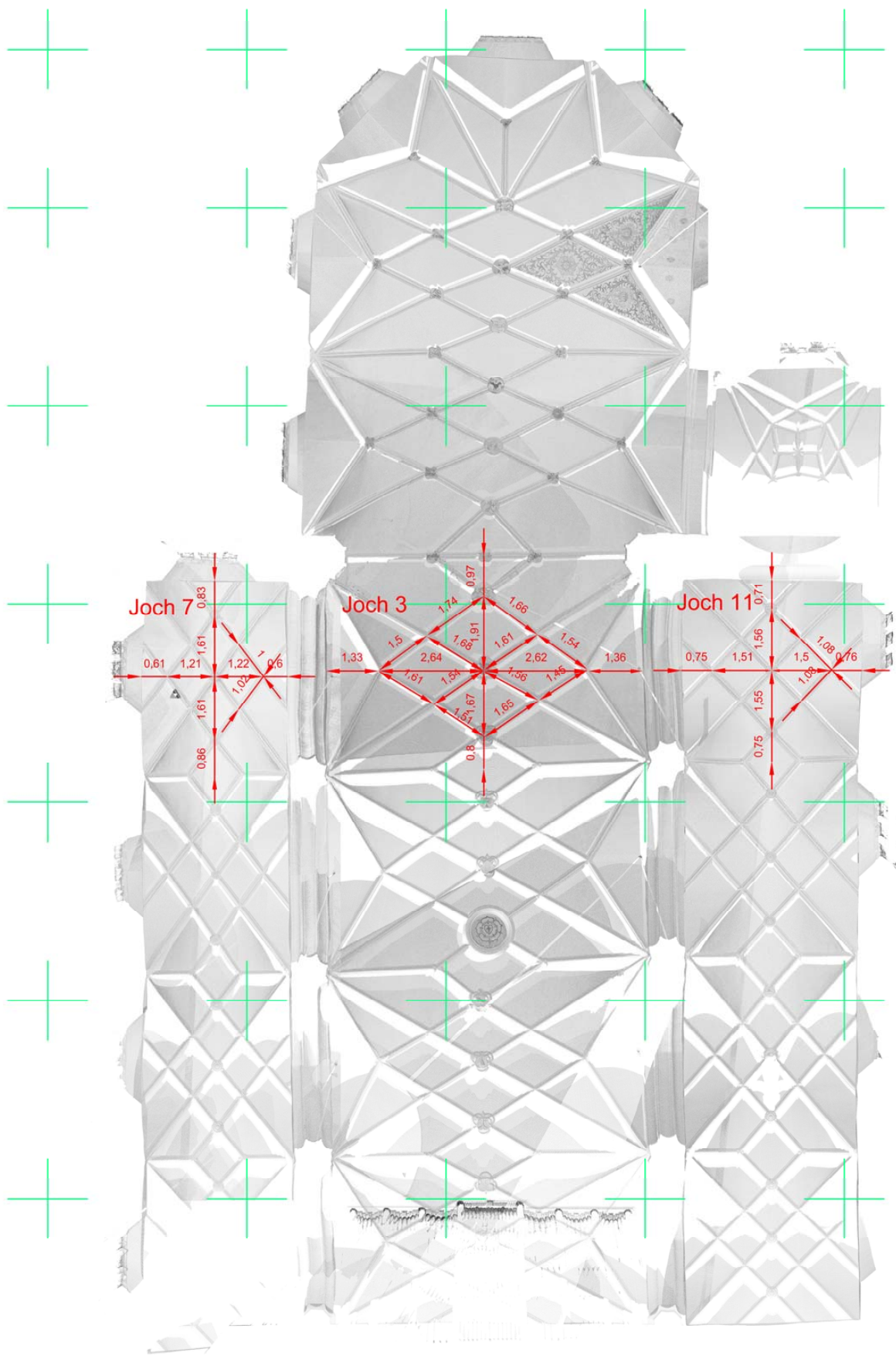


Abb. 3.50 Vermessung des Rippenmusters im Grundriss

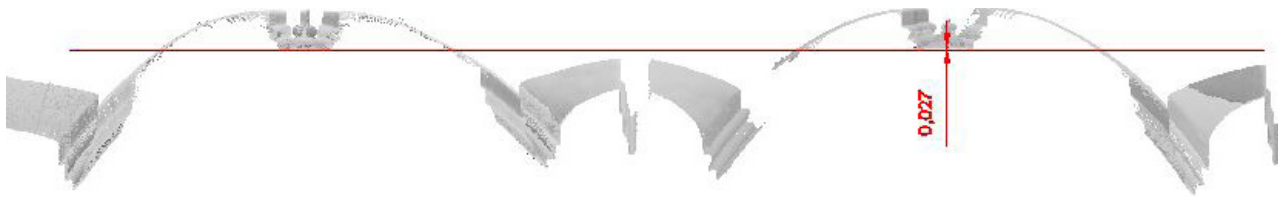


Abb. 3.51 Schnitt HN1 durch das Gewölbe im nördlichen Seitenschiff; Maßangaben in [m]



Abb. 3.52 Schnitt HN2 durch das Gewölbe im nördlichen Seitenschiff; Maßangaben in [m]

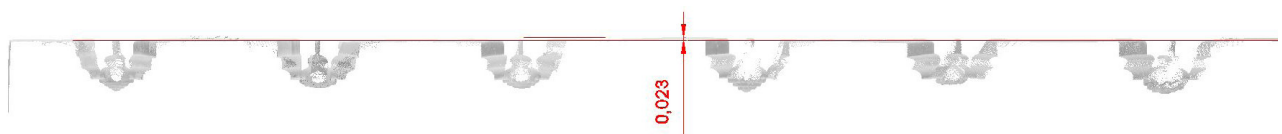


Abb. 3.53 Schnitt HN3 durch das Gewölbe im nördlichen Seitenschiff; Maßangaben in [m]

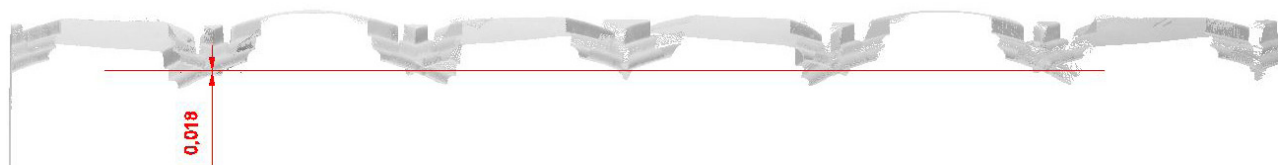


Abb. 3.54 Schnitt HN4 durch das Gewölbe im nördlichen Seitenschiff; Maßangaben in [m]



Abb. 3.55 Schnitt HN5 durch das Gewölbe im nördlichen Seitenschiff; Maßangaben in [m]

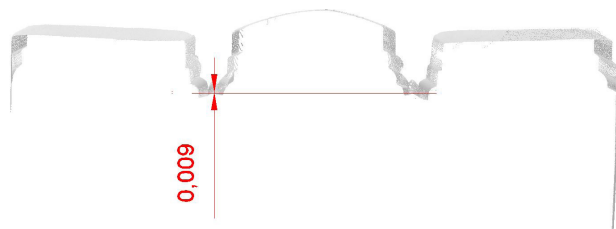


Abb. 3.56 Schnitt HQN1 durch das Gewölbe im nördlichen Seitenschiff; Maßangaben in [m]



Abb. 3.57 Schnitt HQN2 durch das Gewölbe im nördlichen Seitenschiff; Maßangaben in [m]

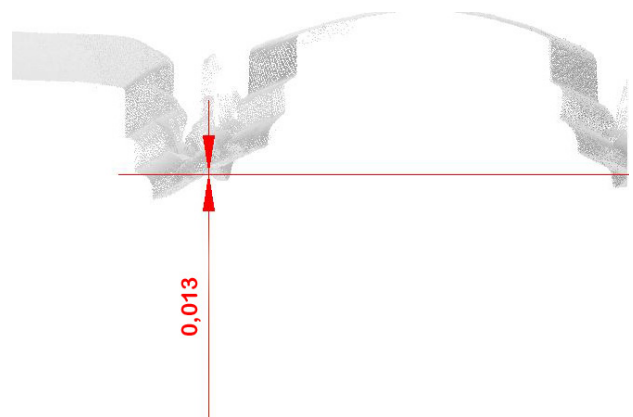


Abb. 3.58 Schnitt HQN3 durch das Gewölbe im nördlichen Seitenschiff; Maßangaben in [m]

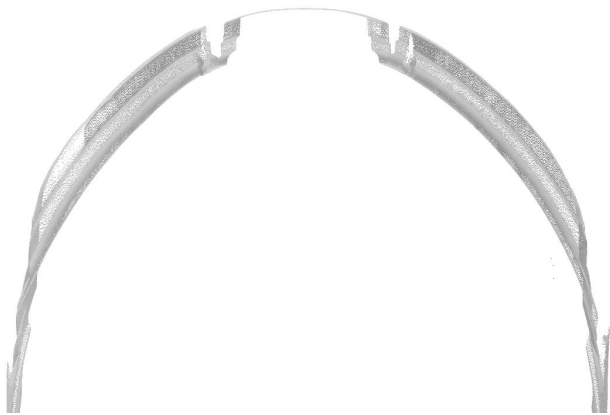


Abb. 3.59 Schnitt HQN4 durch das Gewölbe im nördlichen Seitenschiff; Maßangaben in [m]

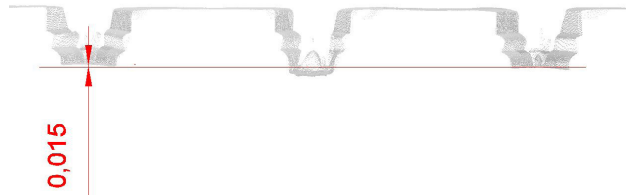


Abb. 3.61 Schnitt HQN6 durch das Gewölbe im nördlichen Seitenschiff; Maßangaben in [m]



Abb. 3.60 Schnitt HQN5 durch das Gewölbe im nördlichen Seitenschiff; Maßangaben in [m]

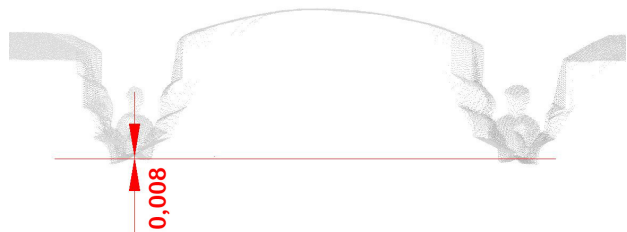


Abb. 3.62 Schnitt HQN7 durch das Gewölbe im nördlichen Seitenschiff; Maßangaben in [m]

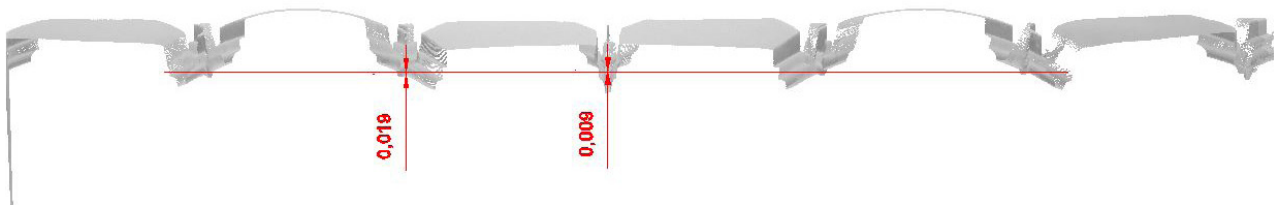


Abb. 3.63 Schnitt HS1 durch das Gewölbe im südlichen Seitenschiff; Maßangaben in [m]

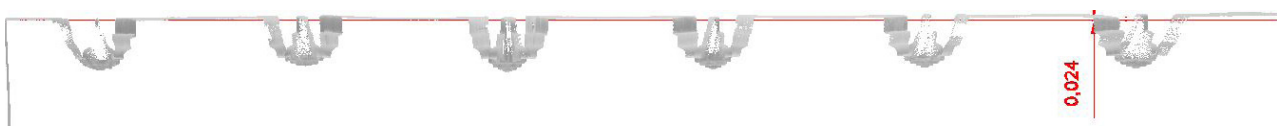


Abb. 3.64 Schnitt HS2 durch das Gewölbe im südlichen Seitenschiff; Maßangaben in [m]

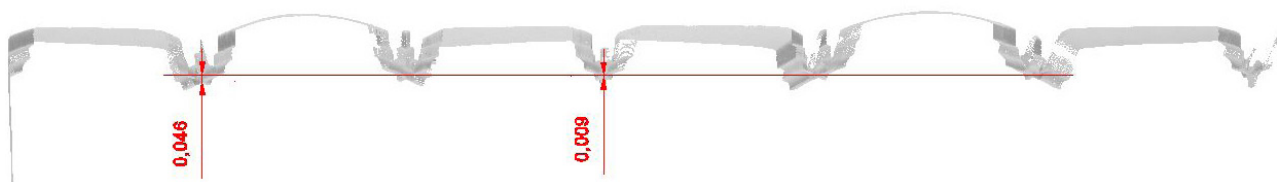


Abb. 3.65 Schnitt HS3 durch das Gewölbe im südlichen Seitenschiff; Maßangaben in [m]

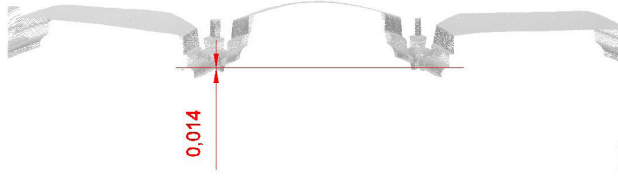


Abb. 3.66 Schnitt HQS1 durch das Gewölbe im südlichen Seitenschiff; Maßangaben in [m]



Abb. 3.69 Schnitt HQS4 durch das Gewölbe im südlichen Seitenschiff; Maßangaben in [m]

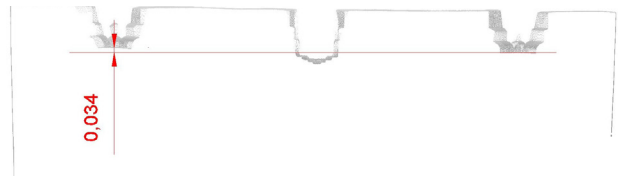


Abb. 3.67 Schnitt HQS2 durch das Gewölbe im südlichen Seitenschiff; Maßangaben in [m]

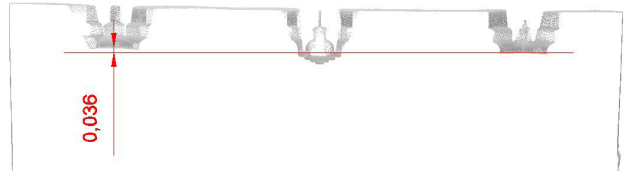


Abb. 3.70 Schnitt HQS5 durch das Gewölbe im südlichen Seitenschiff; Maßangaben in [m]



Abb. 3.68 Schnitt HQS3 durch das Gewölbe im südlichen Seitenschiff; Maßangaben in [m]

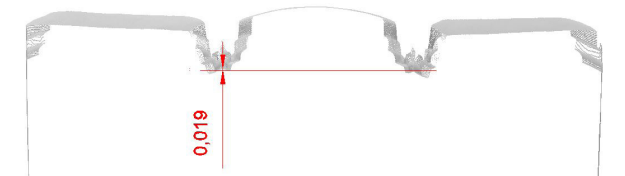


Abb. 3.71 Schnitt HQS6 durch das Gewölbe im südlichen Seitenschiff; Maßangaben in [m]

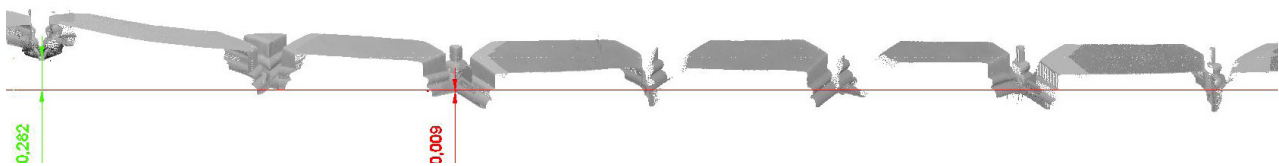


Abb. 3.72 Schnitt HM1 durch das Gewölbe im Mittelschiff; Maßangaben in [m]

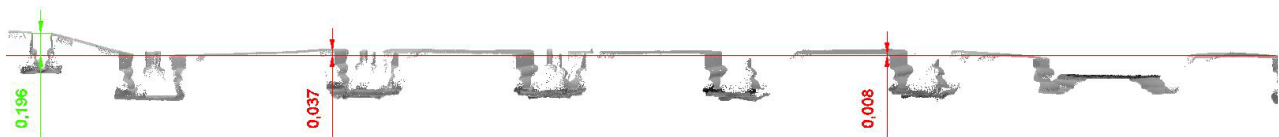


Abb. 3.73 Schnitt HM2 durch das Gewölbe im Mittelschiff; Maßangaben in [m]

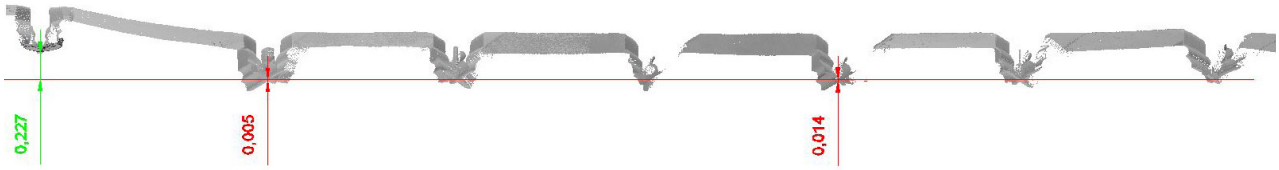


Abb. 3.74 Schnitt HM3 durch das Gewölbe im Mittelschiff; Maßangaben in [m]



Abb. 3.75 Gewölbeübergang vom Chor zum Langhaus

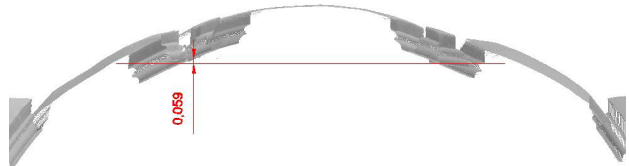


Abb. 3.78 Schnitt HQM3 durch das Gewölbe im Mittelschiff; Maßangaben in [m]

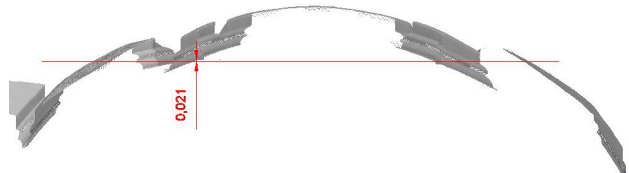


Abb. 3.79 Schnitt HQM4 durch das Gewölbe im Mittelschiff; Maßangaben in [m]

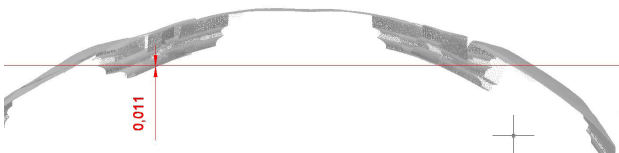


Abb. 3.76 Schnitt HQM1 durch das Gewölbe im Mittelschiff; Maßangaben in [m]



Abb. 3.80 Schnitt HQM5 durch das Gewölbe im Mittelschiff; Maßangaben in [m]

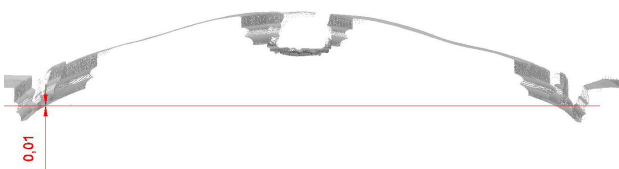


Abb. 3.77 Schnitt HQM2 durch das Gewölbe im Mittelschiff; Maßangaben in [m]

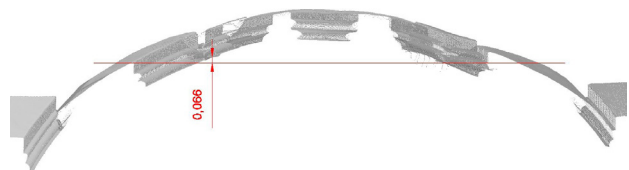


Abb. 3.81 Schnitt HQM6 durch das Gewölbe im Mittelschiff; Maßangaben in [m]

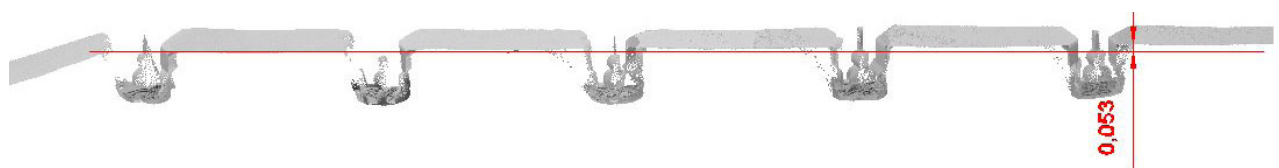


Abb. 3.82 Schnitt HC1 durch das Gewölbe im Chor

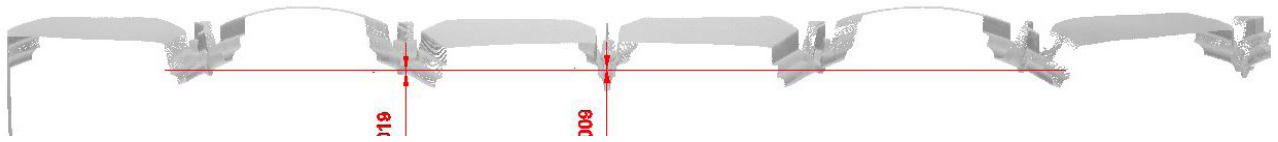


Abb. 3.83 Schnitt HC2 durch das Gewölbe im Chor



Abb. 3.84 Schnitt HC3 durch das Gewölbe im Chor



Abb. 3.85 Schnitt HQC1 durch das Gewölbe im Chor

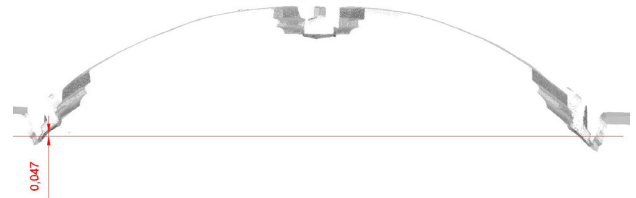


Abb. 3.89 Schnitt HQC5 durch das Gewölbe im Chor

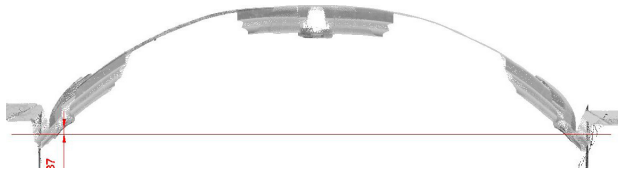


Abb. 3.86 Schnitt HQC2 durch das Gewölbe im Chor

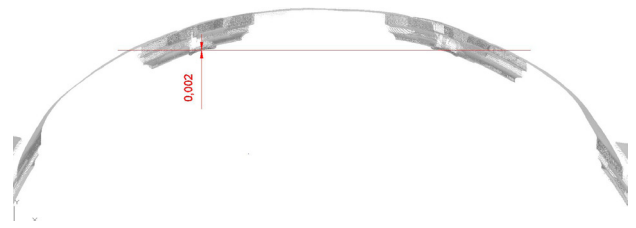


Abb. 3.90 Schnitt HQC6 durch das Gewölbe im Chor



Abb. 3.87 Schnitt HQC3 durch das Gewölbe im Chor

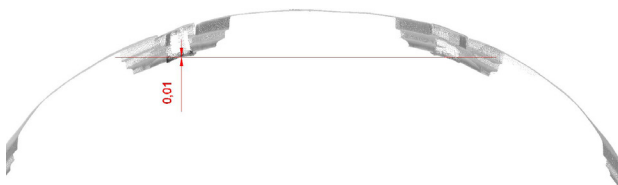


Abb. 3.88 Schnitt HQC4 durch das Gewölbe im Chor



Abb. 3.91 Gewölbe im nördlichen Seitenschiff

3.4 Entwurf, Konstruktion und Bauausführung des Netzgewölbes

Im vorherigen Abschnitt sind die Geometrie des Grundrisses, die Form des Netzgewölbes, die Bogenradien der Rippenzüge sowie die Lage der Rippenkreuzungen zueinander vermessen worden. Diese Befundung bildet die Basis für die folgende Rekonstruktion jener Entwurfs- und Konstruktionsprinzipien, die der Errichtung des Netzgewölbes zugrunde liegen.

Die formale Auswertung der Bogenradien der Rippenzüge lässt den Schluss zu, dass die Figurierung des Netzgewölbes nicht nach dem Entwurfsprinzip des Prinzipalbogens erfolgt ist. Die graphisch orientierte Vermessung liefert jedoch Resultate, die in den Hauptdiagonalen des Joches auf einen engen Bezug zwischen den Bogenradien und der Länge der Grundrissdiagonalen verweisen. Die Bogenradien entsprechen nahezu exakt der Hälfte der Grundrissdiagonalen (Abb. 3.21–3.36). Noch deutlicher wird dies anhand des Rippenzuges, der den Übergang zwischen Chor und Mittelschiff bildet. Der Bogenradius ist mit 3.76 m im Vergleich zu den anderen vermessenen Bogenradien sehr groß (Abb. 3.38). Die Anfänge dieses Rippenzuges liegen imaginär im Inneren der angrenzenden Pfeiler, realisiert sind diese durch die Passstücke. Durch den vergrößerten Bogenradius liegt auch die Gewölbelaibung höher und passt sich der des Chores an (Abb. 3.75). Das hier vorliegende Entwurfsmuster der Hauptdiagonalen sowie des Rippenzuges zwischen Chor und Mittelschiff entspricht damit jener Art des Prinzipalbogens (vgl. Abschnitt 2.2.2), nach der die Bogenradien mit der Hälfte der Länge der Grundrissdiagonalen übereinstimmen. Dieser Befund trifft jedoch nur auf die genannten Rippenzüge der Hauptdiagonalen der Joche zu. Aus den Aufrissen der Nebendiagonalen (Abb. 3.40–3.47) kann eine systematische Entwurfsregel – außer der stets segmentbogenförmigen Verbindung der Rippenkreuzungen – nicht abgeleitet werden. Es kann daher davon ausgegangen werden, dass die Nebendiagonalen im Entwurfsprozess des Gewölbes eine untergeordnete Rolle einnehmen.

Präzise sind die Höhen der Schlusssteine und Rippenkreuzungen eingehalten. Die Notwendigkeit der Einhaltung dieser Höhen ist aus statischer Sicht zu begründen. Nicht exakt positionierte Schlusssteine und Rippenkreuzungen stören den Normalkraftabtrag in die Kämpfer.¹²² Dies würde zu Kraftumlenkungen in der Schale führen und gegebenenfalls zum Einsturz des Gewölbes führen. Gleichzeitig bilden die Rippenkreuzungen die Eckpunkte jener geometrischen Figurierung des Gewölbes, die maßgeblich den Raumeindruck bestimmen.

Ein drittes wesentliches Entwurfsprinzip stellt die Figurierung des Gewölbes nach ästhetischen Gesichtspunkten dar. Eine Regelmäßigkeit dieser ist angestrebt worden, von dieser kann aber abgewichen werden, wenn sich nicht alle Randbedingungen erfüllen lassen. Dies ist beispielsweise in den Jochen des Mittelschiffs der Fall (Abb. 3.50).

Diese Befunde lassen auf folgendes Entwurfsschema schließen: Die Einrüstung der Joche schließt mit der Ausbildung einer gemeinsamen planen Arbeitsebene ab. Die Lage des Schlusssteins im Grundriss wird als Schnittpunkt einer Hauptdiagonalen mit der gedachten Linie der Längsachse des Schiffes bestimmt. Darüber hinaus besteht die Möglichkeit, diese als Schnittpunkt beider Hauptdiagonalen zu erzeugen. Entsprechend der konstruierten Aufrissfigur, die dem Prinzipalbogen folgt, werden der Schlussstein und die Rippenkreuzungen, von denen die Nebendiagonalen abgehen, in ihrer Höhe auf einem Ständer positioniert (Abb. 3.92 (A)). Im Anschluss erfolgt zwischen diesen die Aufmauerung der Bogensegmente auf einem Lehrgerüst (Abb. 3.92 (B+C)). Vom Schlussstein ausgehend werden die Rippenkreuzungen entsprechend des Grundrissplans eingemessen (Abb. 3.92 (D)). Die Rippenkreuzungen der Hauptdiagonalen bilden die Höhenvorgaben für jene der Nebendiagonalen. Diese werden mit Hilfe einer Schnur, die in Waage liegt, in ihrer Höhe festgelegt. Die Werksteine werden auf Ständern fixiert. Im Anschluss erfolgt die Ergänzung der fehlenden Bogensegmente.¹²³

Auf die Baugeschichte der Kirche St. Peter und Paul ist bereits eingegangen worden.¹²⁴ Für den Bau des Gewölbes ist nun bedeutend, dass das Dach davor errichtet wurde. Dieses bewirkt eine vertikal wirkende Auflast in den Außen- und Schildwänden und stabilisiert diese. Gleichzeitig werden die Mauern der Langhaus- und Chorwände durch die Ringankerwirkung der Mauerbalken und durch die auf Druck- und Zug gleichermaßen beanspruchbaren Balken der Dachtragwerke zusätzlich horizontal ausgesteift. WITTWAR - TOMASCHEK 2011 kommen zu einem ähnlichem Schluss.¹²⁵

Einige Anomalien weisen auf eine Änderung der Gewölbeplanung im Langhaus hin. Systematisch sind diese von WITTWAR - TOMASCHEK 2011 während der

122 Den Erbauern des Gewölbes waren die Begriffe und Bedeutung der Schnittkräfte noch unbekannt. Die Notwendigkeit, die Rippenkreuzungen exakt einzumessen, ergab sich vermutlich aus vorhandenen praktischen Erfahrungen.

123 Vgl. dazu auch die Vorgehensweise bei der Rekonstruktion des Schlingrippengewölbes in Anhang A.4. WENDLAND 2010.

124 WITTWAR und TOMASCHEK 2011.

125 WITTWAR und TOMASCHEK 2011.

Sanierungsarbeiten des Innenraumes aufgenommen worden.¹²⁶ Bereits eingelassene Gewölbeanfänge wurden nicht aufgenommen (Abb. 3.93–3.95), abgearbeitet (Abb. 3.93 f.) oder vermittelt (Abb. 3.95). Die noch vorhandenen Gewölbeanfänge bestehen aus zwei, drei oder vier Graten und laufen nach unten zu einer sehr kleinen Konsole zusammen. Die Tangente an den Bögen dieser Grate ist wesentlich steiler, d.h. bei Beibehaltung dieser Planung wären die Rippen wesentlich höher aus dem Pfeiler herausgetreten. WITTMAR - TOMASCHEK 2011 wie auch der Verfasser vertreten die Ansicht, dass ursprünglich ein anderes Rippengewölbe geplant worden ist.¹²⁷ Dieses hätte aber die Höhe der Zerrbalken des Daches bzw. der Traufhöhe geschnitten und ist damit nicht realisierbar gewesen. Infolge dessen ist das Gewölbe des Mittelschiffes als Halbtonne mit einem flachen Stich ausgebildet worden (Abb. 3.76–3.81).

Wie die Einrichtung der Arbeitsebene zum Einwölben ausgesehen hat, lässt sich nicht mehr rekonstruieren. Die Pfeiler sind durchgängig mit Werksteinen gemauert, und es sind in ihnen keine – in Nachfolge zugesetzten – Aussparungen für Balken zu erkennen. Denkbar ist, dass in den Außenwänden Gerüstbalken temporär eingelassen und später verschlossen worden sind. Technologisch ist eine Arbeitsebene für das Lagern unmittelbar benötigten Materials und für ein präzises Arbeiten unabdingbar.

Eine weitere Frage zur Technologie gotischer Gewölbe betrifft die Art und Weise, wie die Rippen gemauert wurden. UNGEWITTER - MOHRMANN 1901 gehen von einer Errichtung der Rippen über Lehrbögen aus, die sich entweder gegen die Gewölbeanfänger oder gegen die Gerüstpfetten stützen.¹²⁸ Die Rippenwerksteine werden auf den Lehrbögen aufgelegt, und sofern dieser steif genug ausgebildet ist, ist eine hohe Maßhaltigkeit gegeben. Dies ergibt einen über die gesamte Rippenlänge gleich bleibenden Radius. Bei den Gewölben der Kirche St. Peter und Paul ist dies aber nicht der Fall. Die Rippen setzen sich aus einzelnen Kreisbogensegmenten mit verschiedenen Radien zusammen. Zu einer ähnlichen Aussage gelangen MÜLLER 1975 und Wendland 2010.¹²⁹ Es ist also wahrscheinlich, dass die Einrüstung der Rippen nicht mit steif ausgebildeten, vom Kämpfer- zum Scheitelpunkt durchgehenden Lehrbögen, sondern von nachgiebigeren, von Rippenkreuzung zu Rippenkreuzung verlaufenden Lehrgerüsten durchgeführt worden ist.

Bei der Ausführung von Gewölben mit Bruchsteinen ist es ideal, alle benachbarten Felder gleichzeitig einzurüsten und die Wölbung der Kappen sukzessive zu mauern. Damit kann der aus den Kappen entstehende horizontale Schub abgefangen werden. Diese

Vorgehensweise setzt aber eine sehr hohe Anzahl von Arbeitskräften voraus, die nur für eine kurze Zeit auf der Baustelle benötigt würden. Eher ist anzunehmen, dass zunächst – vom Turm beginnend – die Joche 10, 6, 14 (Abb. 3.19) eingerüstet und deren Gewölbeabschnitte gemauert worden sind. In Nord-Südrichtung kann sich damit der Horizontalschub gegenseitig aufheben, bzw. es kann der noch verbleibende über die Wandvorlagen abgeleitet werden. Mittelschiff und Chor sind als Halbtonne mit Stichkappen ausgebildet (Abb. 3.13). Ebenso verlaufen die Scheitellinien der Gewölbe in den Seitenschiffen auf gleicher Höhe (Abb. 3.13), d.h. in Richtung der Längsachse der Kirche ist kein Horizontalschub zu erwarten. Dass die Technologie des fortschreitenden Einrüstens und Mauerns angewendet worden ist, zeigen auch die unterschiedlichen Steinmetzzeichen, die sich abschnittsweise wiederholen (Anhang A.6 S. 20). Einige wenige Steinmetzen (Vorarbeiter?) haben an allen drei Gewölben des nördlichen und südlichen Seitenschiffes sowie des Mittelschiffes und einige am Chor weiter mitgearbeitet.

Eine Art, ein Netzgewölbe wie jenes der Kirche St. Peter und Paul zu errichten, ist im Abschnitt 2.2.1 skizziert. HOLZER 2013 geht davon aus, dass die Kappen auf einer leichten Schalung im Kufverband gemauert werden können. Im betrachteten Netzgewölbe sind die Kappen aus Bruchsteinen gemauert (Abb. 3.5), und eine Mauerwerkstextur, die Rückschlüsse auf die Schalung erlauben würde, existiert nicht. UNGEWITTER - MOHRMANN 1901 sprechen davon, dass bei der Verwendung von Bruchsteinen eine Schalung notwendig ist.¹³⁰ Sie beziehen diese Meinung aber auf nichtfigurierte Gewölbe. NUSSBAUM - LEPSKY 1999 verweisen darauf, dass ein großer Vorteil der Figurierung darin besteht, dass durch die Verringerung der Spannweiten die Kappen ohne Schalung gemauert werden können. Befunde, die eine Verwendung einer Schalung für die Kappen belegen, sind nicht zu erkennen. Die Geometrie des Netzgewölbes weist keine für ein freihändiges Mauern notwendige Busung auf. Beim Bau des Netzgewölbes sind jedoch Geometrie, Form und verwendetes Material in einer Weise auf-

126 WITTMAR und TOMASCHEK 2011

127 WITTMAR und TOMASCHEK 2011, Befund 21, 9.

128 UNGEWITTER - MOHRMANN 1901, 120 f.

129 MÜLLER 1975, 195 f.: „Dagegen scheint in der Praxis das exakte Einhalten eines bestimmten Bogenhalbmessers von untergeordneter Bedeutung gewesen zu sein.“ WENDLAND 2010, 264: „Ebenso ergaben von uns durchgeführte Untersuchungen am Parallelrippengewölbe der Petrikerkirche in Bautzen unterschiedliche Bogenradien in den verschiedenen Teilstücken der Rippenbögen.“

130 UNGEWITTER - MOHRMANN 1901, 104 ff.

einander abgestimmt, die eine vollflächige Rüstschalung nicht notwendig erscheinen lassen. Die Rippen stellen für die gemauerten Schalen Auflager dar, und durch die Figurierung des Netzgewölbes sind die zu überbrückenden Spannweiten wesentlich verringert als dies bei einem reinem Kreuzgewölbe bzw. einer Halbtonnenschale der Fall ist. Die Bögen der Stiekkappen in Mittelschiff und Chor weisen am Anfang eine steile Tangente auf. Dies bedeutet, dass sich die Steine beim Aufmauern vorwiegend nach unten bzw. gegen die Rippen und Pfeiler bzw. Umfassungsmauern abstützen. Erst im oberen Drittel verlaufen diese zu einem Grat hin. Aufschlussreich dazu sind die Mörteluntersuchungen, die im Vorfeld der Gewölbepanierung 2011 durchgeführt worden sind.¹³¹ Aus diesen geht hervor, dass in den Gewölbekappen ein gebrochener Gipsmörtel mit bis zu 5mm Korngröße zur Anwendung kam.¹³² Einen weiteren Befund stellen Gesteinsproben der Gewölbekappen dar, die mehrfach gebrochenen Bohrkernen entnommen wurden.¹³³ In der Probe (Abb. 3.96) ist der Abdruck eines Farnblattes im Gestein erhalten geblieben. Bereits UNGEWITTER - MOHRMANN 1901 haben festgestellt, dass genau diese Kalktuffe ein begehrtes Material zum Einwölben der Gewölbe darstellen,¹³⁴ denn das Material ist fest, dennoch porig und besitzt demnach eine mittlere Dichte, die das Eigengewicht des Gewölbes nicht zu sehr anwachsen lässt – eine zentrale Forderung der Statik, um Schalendicke, Gewölbeneigung und Stützlinie in Einklang zu bringen. UNGEWITTER - MOHRMANN 1901 wussten auch über einen entsprechenden Steinbruch in Mühlhausen zu berichten. In der Nähe der Lutherstadt Eisleben ist ein solches Gestein nicht vorhanden, und es ist daher denkbar, dass das wertvolle Material aus dem Bruch von Mühlhausen stammt. Durch seine Porigkeit geht dieser Bruchstein eine sehr zügige Verbindung mit dem schnell erhärtenden Gipsmörtel ein; dies ist ideal, um freihändig mauern zu können. Erweisen sich die Felder zwischen den Rippen als zu groß, ist die Verwendung von Schablonen denkbar – eine Verfahrensweise, die sich bei der Rekonstruktion des Schlingrippengewölbes in der Dresdner Schlosskapelle sehr bewährt hat (Anhang A5 Abb. A.4). Auch ist das partielle Einspannen von Schalbrettern zwischen den Rippen möglich. In beiden Fällen entfällt die Abstützung der Schalung auf die Arbeitsplattform. Möglicherweise wurde das Gewölbe in zwei Schichten ausgeführt, dies reduziert die Schwerkraft beim Errichten der ersten Schicht, und beim Aufmauern der zweiten Schicht wirkt die erste als Schalung.¹³⁵ Diese Theorie auch anhand von Befunden zu überprüfen, ist derzeit allerdings nicht möglich.

Zusammenfassend ist festzuhalten, dass die Errichtung des Netzgewölbes der Kirche St. Peter und Paul auf einigen wenigen Entwurfs- und Konstruktionsprinzipien basiert. Die Konstruktion des Prinzipal Bogens dient dazu, die Höhe der Rippenkreuzungen festzulegen, und diese gibt auch die Radien der Rippenbögen vor. In der baulichen Umsetzung ist deren Einhaltung aber nicht verbindlich. Zwingender ist die Umsetzung der Regel von der gleichen Höhe der Rippenkreuzungen, deren Anordnung in der Betrachtung des Grundrisses vorrangig ästhetischen Gesichtspunkten folgt. Die Bogensegmente sind als Ergänzung zwischen den Fixpunkten der Rippenkreuzungen zu verstehen, und entsprechend sind diese auf sparsamen Lehrgerüsten errichtet worden. Die Rippen dienen bei der Aufmauerung der Kappen als Auflager. In Verbindung mit dem Kalktuff besitzt der verwendete Gipsmörtel eine kurze Abbindezeit. In Folge dessen können mit wenigen Schablonen, die zwischen den Rippen eingespannt sind, die Kappen gemauert werden.

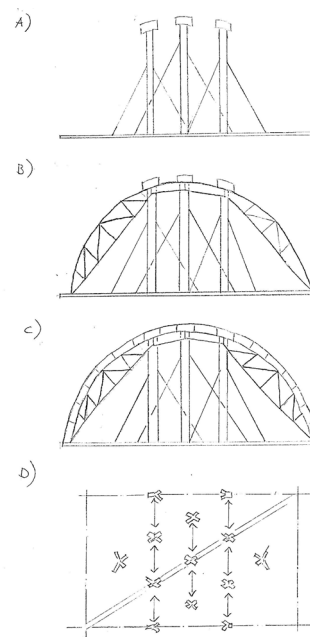


Abb. 3.92 Bau der Gewölberippen: A) Positionierung der Rippenkreuzungen auf Ständern, B) Erstellen des Lehrgerüstes, C) Ergänzen der Bogensegmente, D) Einmessen der benachbarten Rippenkreuzungen

¹³¹ MIELKE 2011.

¹³² Nach Mitteilung von I. Mielke von der MFPA Weimar zeichnet sich der verwendete Gipsmörtel durch eine schnelle Abbindezeit aus. Nach Auskunft von D. Wendland ist die Verwendung von Gipsmörtel ungewöhnlich und eine Besonderheit im Mansfelder Land.

¹³³ Durch die Bohrungen sind zu einem späteren Zeitpunkt Halterung und Kabel der Beleuchtung für das Zentrum Taufe geführt worden.

¹³⁴ UNGEWITTER - MOHRMANN 1901, 103.

¹³⁵ Hinweis von I. MIELKE.



Abb. 3.93 Abgearbeiteter und neu angesetzter Gewölbeanfänger; Foto: WITTMAR, WITTMAR - TOMASCHEK 2011, Teil II



Abb. 3.94 Abgearbeiteter und neu angesetzter Gewölbeanfänger; Foto: WITTMAR, WITTMAR - TOMASCHEK 2011, Teil II



Abb. 3.95 Alter Gewölbeanfänger mit Vermittlung zum neuen Gewölbeanfänger



Abb. 3.96 Bohrkern des Gewölbes; deutlich zu erkennen ist das Farnblatt, welches das Gestein als Sedimentgestein (Kalktuff) ausweist

3.5 Instandsetzung des Netzgewölbes

Für die Umgestaltung des Innenraumes der Kirche St. Peter und Paul zum „Zentrum Taufe“ bildete seine Sanierung wie die statisch-konstruktive Instandsetzung des Netzgewölbes die Voraussetzung. Letztere wurde im Vorfeld aus dem Grund eines rasches zu erzielenden Baufortschrittes der hier vorliegenden

Untersuchung im Jahr 2011 durchgeführt und basierte auf nur wenigen – gleichwohl aussagekräftigen – augenscheinlichen Befunden. Im Folgenden werden die Befunde einer Begehung vom 22.03.2011 einschließlich der sich ergebenden Schlussfolgerungen den Sanierungsschritten, der baubegleitend erfolgten Befundung und dem durch die Literaturlauswertung erarbeiteten Kontext gegenübergestellt:

1. Befund: In weiten Teilen des Gewölbes war ein Abriss der Rippen von den Gewölbekappen zu erkennen.

These: Es hatten sich voneinander nahezu unabhängige, sich jeweils selbst tragende statische Systeme von Rippen und Gewölbekappen ausgebildet (Abb. 1.3). Herr Karnahl von der Fa. Preuße & Rätisch wies während der Sanierung darauf hin, dass die Rippen-schultern eine Form ähnlich der Figur 153 in der Abb. 2.4 besitzen; d.h. ein Schubverbund zwischen Rippen und Kappen war nicht oder nur über die geringe Mörtelfestigkeit gegeben. Eine maßgebliche Kräfteinteraktion zwischen diesen Baugliedern fand nicht statt. Untertützt wurde die These durch die bereits in dieser Dimension bekannten Stärke der Gewölbeschale zwischen 28 bis 35 cm, für die die Ausbildung der Stützlinie im mittleren Querschnittsdrittel der Gewölbeschale als möglich erachtet wurde.

Sanierungsschritte: Die Risse zwischen Rippen und Kappen wurden mit Mörtel verfüllt. Zuerst wurden die Rissaußenseiten mit Mörtel verschlossen und anschließend deren Innenräume verpresst. Die Rippen und die Gewölbekappen wurden nicht miteinander vernadelt. Diese Vorgehensweise trägt dem Fazit von Nussbaum - Lepsky 1999 Rechnung, nach dem die Rippen das Tragverhalten von Kreuzgewölben nicht wesentlich verbessern (vgl. Abschnitt 2.1.2).

2. Befund: Eine große Zahl von Rissen in der Gewölbeschale konzentrierte sich entlang der Längsachse der Kirche in der Mitte des Mittelschiffes im Langhaus sowie im Chor (vgl. Anhang A.1). Die Rippen wiesen die Verformungen einer Biegebeanspruchung mit einer ausgewiesenen Druck- und einer Zugzone auf, die durch eine klaffende Fuge gekennzeichnet wird. Im oberen Querschnitt der Rippen war der Kalkmörtel in der Stossfuge zusammengedrückt bzw. aus der Fuge gepresst worden.

These: Aufgrund des im Dachraum aufliegenden Bauschuttes erfuhr das Gewölbe eine starke nach unten gerichtete Verformung. In den Mitten der Schiffe erfolgte im Gewölbe – hervorgerufen durch die Risse – eine partielle Gelenkbildung.

Sanierungsschritte: Eine erhebliche Masse Bauschutt wurde von der Oberseite des Gewölbes beräumt. Während dessen verformte sich das Gewölbe um mehrere Millimeter zurück, so dass sich die Stempel lösten und auf die Gerüstebene fielen.¹³⁶ Die Risse im Gewölbe wurden verpresst. In Abschnitten mit besonderer Druckbeanspruchung der Rippen wurden die Werksteine an ihren Stosskanten voneinander getrennt. Anschliessend wurden diese mit einer Stossfuge aus Mörtel neu versetzt.

3. Befund: Zwischen den Werksteinen der Rippen existierte keine Verdübelung zur Querkraftübertragung.

These: Das Rippensystem entsprach einer Kette von gelenkig miteinander verbundenen Stäben. Es bestand die Gefahr, dass diese Kette ohne Verdübelung kinematisch bzw. statisch unterbestimmt ist, wenn die resultierende Druckkraft sich nicht mehr im Kern des Rippenquerschnittes befindet.

Sanierungsschritte: Die Stabilisierung des Rippensystems erfolgte in ausgewählten Bereichen durch eine über die Stoßfugen hinweggeführte Vernadelung der Werksteine.

Nach der Instandsetzung des Gewölbes sind bis zum Zeitpunkt Februar 2014 entsprechend einer augenscheinlichen Befundung des Verfassers keine neuen Risse entstanden, und die Sanierung kann als bis dahin erfolgreich abgeschlossen gelten. Demnach können durchaus wenige, aber aussagekräftige Befunde genügen, um korrekte Schritte zur Sanierung eines Gewölbes einzuleiten. Verdeutlichen lässt sich dies insbesondere am Befund 1. Ohne das Wissen, dass den Rippen zwar eine statische Funktion von den Baumeistern zugeordnet war, diese Tragwirkung aber nicht eintrat, weil bestimmte Voraussetzungen nicht gegeben waren (fehlender Schubverbund zwischen Rippen und Gewölbekappen), bestand die Gefahr, die Tragwirkung von (hier getrennten) statischen Systemen zu verkennen. Die Kenntnis der Genese von Entwurfs- und Konstruktionsprinzipien ermöglicht erst die Einordnung von Befunden in den baulichen Kontext.

136 Auskunft von Herrn Karnahl, Steinmetz der Fa. Preuße & Rätisch.

4 Zusammenfassung und Ausblick

In der vorliegenden Arbeit sind die Entwurfs- und Konstruktionsprinzipien des spätgotischen Netzgewölbes der Kirche St. Peter und Paul in der Lutherstadt Eisenach untersucht bzw. rekonstruiert worden. Ausgangspunkt dieser Untersuchungen bildet die notwendige Instandsetzung des Netzgewölbes während der Umgestaltung des Innenraumes zum „Zentrum Taufe“.

Grundlegende Konstruktionsprinzipien, welche die Entwicklung vom Kreuzgratgewölbe zum figurierten Gewölbe prägen, sind anhand einer Literaturlauswertung vorgestellt und bewertet worden. Ausführlich ist das Entwurfsprinzip des Prinzipalbogens behandelt, und es sind dessen mögliche Variationen im Entwurf und deren geometrische Konstruktion beschrieben worden. In der Überlieferung durch die Baumeister der Neugotik sowie des Historismus beinhaltet diese Regel, dass die Bogensegmente der Rippenzüge sowie die Werksteine mit ein und demselben Radius geschlagen werden. Eine maßgebliche Forderung jener Autoren, die sich mit der Erforschung der Entwurfsprinzipien figurierten Gewölbe befassen, ist die Rekonstruktion dieser basierend auf einer präzisen Vermessung.

Der Innenraum der Kirche St. Peter und Paul ist mit einem 3D-Laserscanner vermessen worden, dessen hohe Messpunktdichte die Analyse der Gewölbegeometrie einschließlich ihrer Asymmetrien und Verformungen ermöglicht. Die Messungen erfolgen berührungslos und können über weite Distanzen geführt werden. Während der Messkampagne ist die Geometrie des untersuchten Objekts auf die Möglichkeiten einer Verschattung, die zu einer Nichtabbildung von Messbereichen führt, zu prüfen. Ein sehr großer Vorteil in der Anwendung dieses Messprinzips liegt in der Umfänglichkeit der erhaltenen Informationen. Diese ermöglichen eine entsprechend des Erkenntnisgewinns stufenweise Befundung. Für die Auswertung als nachteilig erweist sich hingegen die mit zunehmender Entfernung sich vergrößernde Abweichung des Messwertes vom determinierten Wert. Eine statistisch abgesicherte Bestimmung der Messkenngrößen mit Berechnung ihrer Mittelwerte und Standardabweichungen kompensiert diesen Nachteil; jedoch hat sich diese Vorgehensweise als sehr zeitintensiv erwiesen. Als Messkenngrößen sind die Bogenradien der Rip-

penzüge bestimmt sowie die Höhen der Rippenkreuzungen miteinander verglichen worden.

Die Radien der Bogensegmente sind durch hohe Variationen sowohl zwischen den Rippenzügen als auch innerhalb eines Rippenzuges gekennzeichnet. Der bisher tradierten Regel, nach der die Werksteine und Bogensegmente mit demselben Radius gefertigt werden, widerspricht dieser Befund. Signifikant ist die Übereinstimmung der Bogenradien mit der Hälfte der Länge der Grundrissdiagonalen jener Rippen, welche die Eckpunkte der Joche miteinander verbinden. Dieser Befund verweist auf die Anwendung des Prinzipalbogens. Unterstrichen wird diese Theorie wesentlich durch die Untersuchung der vorhandenen Asymmetrien im Grundriss der Kirche, die eine Variation dieser Entwurfsregel bedingen. In den Rippenzügen der Nebendiagonalen ist hingegen eine solche Systematik nicht zu erkennen.

Der parallel erfolgte Vergleich der Höhen der Rippenkreuzungen zueinander führt zu dem Ergebnis, dass diese – über die Joche hinweg – innerhalb gewisser Maßtoleranzen gut übereinstimmen. Anzunehmen ist daher, dass eine entsprechende Positionskontrolle während des Bauvorganges stattgefunden hat.

Drei Entwurfskriterien sind damit für die Geometrie des Netzgewölbes maßgebend. Die Höhe der Schlusssteine der Hauptdiagonalen wird im Aufriss mit dem Prinzipalbogen konstruiert. Im Grundriss wird die Lage der anderen Rippenkreuzungen definiert, wobei man architektonischen und ästhetischen Gesichtspunkten folgt. Die Höhen der Rippenkreuzungen stellen ein weiteres die Gewölbeform determinierendes Konstruktionsprinzip dar.

Nach Errichtung der Umfassungsmauern und des Daches sind – beginnend im westlichen Teil des Langhauses – die Joche der Gewölbe sukzessive, im weiteren Verlauf der Richtung des Chores folgend, gemauert worden. Auf einer steif ausgebildeten Arbeitsebene sind für die Schlusssteine und Rippenkreuzungen Stempel bzw. Pfosten aufgestellt worden, die in ihrer Höhe justierbar sind. Zwischen den Rippenkreuzungen erfolgt die Ergänzung durch das Mauern der Rippenbögen auf einzelnen Lehrgerüsten. Zum Mauern der Gewölbekappen ist ein Kalktuff verwendet worden, der mit dem grobkörnigen Gipsmörtel eine

schnelle und stark haftende Verbindung eingeht. Bei Verwendung einzelner Schablonen ist es möglich, die Gewölbe ohne komplette Rüstschalung zu mauern. Wesentlich bedingt ist dieser technologische Fortschritt durch die Figurierung des Gewölbes, welche eine Verringerung der Stützweite bedeutet.

Die Entwurfs- und Konstruktionsprinzipien gotischer und spätgotischer Rippengewölbe sind in ihrer Chronologie und Abfolge bisher kaum untersucht. Die bisherigen Veröffentlichungen zu spätgotischen Gewölben in Franken, Sachsen und Sachsen-Anhalt zeigen übereinstimmende Ergebnisse und verweisen auf bestimmte angewendete Entwurfsregeln jener Zeit. Dennoch erscheint die Datenbasis als zu klein, um verallgemeinernde Aussagen treffen zu können. Deren Erweiterung – auch im nicht deutschsprachigen Raum – erscheint daher notwendig. Entwurfsregeln, nach denen die Kreuzgewölbe der Gotik errichtet worden sind, sind auch aufgrund ihrer nicht vorhandenen Quellen bisher unbekannt. Ein weiterer Ansatzpunkt der Forschung kann die Vermessung neugotischer Gewölbe sein, anhand derer sich die von den Baumeistern damaliger Zeit vertretenen Thesen über den Prinzipalbogen in der Bauausführung überprüfen lassen.

Die 3D-Laserscantechnik erscheint für die dazu notwendigen Vermessungen als nahezu ideal geeignet. Untersuchungen für ein optimales Nutz-/Störverhältnis der Signale sollten aber weiteren Messungen vorausgehen.

5 Literaturverzeichnis

- AUTODESK 2012
AutoCAD13. Autodesk Incorporation, 2012.
- BARTHEL 1991
Rainer Barthel, Tragverhalten gemauerter Kreuzgewölbe, Institut für Tragkonstruktionen Universität Karlsruhe, 1991.
- BEDNARZ - CREMER - KRAUSE 1999
Ute Bendarz - Folkhard Cremer - Hans-Joachim Krause, Sachsen-Anhalt II, Regierungsbezirke Dessau und Halle, in: Vereinigung, Dehio (Hrsg.) Georg Dehio, Handbuch der deutschen Kunstdenkmäler. München Berlin, Deutscher Kunstverlag, 1999, S. 454–458.
- BERGMANN 2010
Claudia Bergmann, Konzeptstudie Zentrum Taufe/ Evangelische Kirchengemeinde Andreas-Nicolai-Petri (ANP) – Forschungsbericht, Eisleben, 2010.
- BEWERSDORFF 2011
Jörg Bewersdorff, Statistik, wie und warum sie funktioniert, Ein mathematisches Lesebuch, Vieweg + Teubner Verlag, 2011.
- BREITLING 2012
Stefan Breitling, Bauforschung am Bamberger Dom, in: Jung, N.; Reddig, Wolfgang. F. (Hg.), Dem Himmel entgegen – 1000 Jahre Kaiserdom Bamberg 1012 - 2012 Petersberg 2012 S. 167-175.
- BREITLING 2015
Stefan Breitling, Zirkelschlag und Schalungsbrett – Gewölbebau am Bamberger Dom. in: Albrecht, S. (Hrsg.) Der Bamberger Dom im europäischen Kontext. Bamberger interdisziplinäre Mittelalterstudien, Vorträge und Vorlesungen, Band 4., 2015 S. 43-66.
- BÜRGER 2007
Stefan Bürger, Figurierte Gewölbe zwischen Saale und Neisse - Spätgotische Wölbkunst von 1400 bis 1600, Weimar, VDG, 2007.
- EISSING 2009A
Thomas Eißing, Kirchendächer in Thüringen und dem südlichen Sachsen-Anhalt, Dendrochronologie - Flößerei - Konstruktion, Band 1, Erfurt, Thüringisches Landesdenkmalamt für Denkmalpflege und Archäologie, 2009.
- EISSING 2009B
Thomas Eißing, Kirchendächer in Thüringen und dem südlichen Sachsen-Anhalt, Dendrochronologie - Flößerei - Konstruktion, Tafelband 1, Erfurt, Thüringisches Landesdenkmalamt für Denkmalpflege und Archäologie, 2009.
- FALTER 1999
Holger Falter, Untersuchungen historischer Wölbkonstruktionen – Herstellverfahren und Werkstoffe. Dissertation Universität Stuttgart. 1999
- FARO 2012
Faro Scene, Faro Europe GmbH & Co KG, Korntal-Münchingen, Germany, Faro Technologies Inc., 2012.
- FARO 2013
Faro Scene, Faro Europe GmbH & Co KG Einführung in die 3D-Messtechnik - Technologie Whitepaper, Faro Europe GmbH & Co KG, Korntal-Münchingen, Germany, Faro Technologies Inc., 2013.
- GRASSNICK 1963
Martin Grassnick, Die gotischen Wölbungen des Domes zu Xanten und ihre Wiederherstellung nach 1945, Darmstädter Dissertation D17, TH Darmstadt, 1963.
- GRÖSSLER - BRINKMANN 1895
Georg Paul Hermann Größler - Adolf Brinkmann, Beschreibende Darstellung der älteren Bau und Kunstdenkmäler des Mansfelder Seekreises, Halle a.d.S., Thüringisches Landesdenkmalamt für Denkmalpflege und Archäologie, 1895.
- HEIDELOFF 1850
Carl Alexander Heideloff, Der kleine Altdeutsche (Gothe) oder Grundzüge des altdeutschen Baustyles, II. Curs. No. 1, Nürnberg, Verlag von Riegl und Wießner, 1850.
- HEIDELOFF 1851
Carl Alexander Heideloff, Der kleine Altdeutsche (Gothe) oder Grundzüge des altdeutschen Baustyles, III. Curs Erste Abtheilung. No. 1, Nürnberg, Verlag von Riegl und Wießner, 1851.
- HEIDELOFF 1852
Carl Alexander Heideloff, Der kleine Altdeutsche (Gothe) oder Grundzüge des altdeutschen Baustyles. No. 1, Nürnberg, Verlag von Riegl und Wießner, 1852.
- HERMANN 2011
Ingenieurbüro Hermanns GmbH, St. Petri und Pauli Kirche Eisleben - Instandsetzung der baulichen Hülle, Dokumentation – Forschungsbericht 2011.

- HEYMANN 1966
Jacques Heymann, The stone skeleton. In: International Journal of Solids and Structures 2, 1966, S.249–279.
- HEYMANN 1995
Jacques Heymann, The stone skeleton. Structural Engineering of masonry architecture 1995 Cambridge University Press UK 1995
- HOFFSTADT 1840
Friedrich Hoffstadt, Gothisches A.B.C. Buch, das ist: Grundregeln des gothischen Styls für Künstler und Werkleute, Bd. 1, No. 1, Frankfurt a.M., Verlag Sigmund Schmender, 1840
- HOLZER 2013
Stefan M. Holzer, Statische Beurteilung historischer Tragwerke - Band 1 Mauerwerkskonstruktionen, No. 1, Berlin, Verlag Ernst & Sohn, 2013
- HUERTA-KURRER 2008
Santiago Huerta, Karl-Eugen Kurrer, Zur baustatischen Analyse gewölbter Steinkonstruktionen, Mauerwerk-Kalender 2008, S. 373 - 422, Ernst & Sohn Verlag 2008
- KÖHLER 2012
Matthias Köhler, St. Peter und Paul Lutherstadt Eisleben. 3. neu bearbeitete Auflage, Regensburg, Verlag Schnell & Steiner GmbH, 2012
- KOWALSKI 1984
Jörg Kowalski, Dom Zeitz - Sicherung einer dreischiffigen Hallenkirche, 1984.
- LUTHER
D. Martin Luthers Werke - Weimarer Lutherausgabe (WA) - Bd. 1 Briefe, Weimar, Hermann Böhlau.
- MARK 1982
Robert Mark, Experiments in Gothic structure, Cambridge (MA), MIT Press, 1982
- MECKEL 1933
Carl Anton Meckel, Die Konstruktion der figurierten Gewölbe in der deutschen Spätgotik, in: architectura 1933, S. 107–114
- MIELKE 2011
Ingo Mielke, Mörteluntersuchungen - Bauvorhaben Kirche St. Petri und Pauli Eisleben / Sachverständiger für Baustoffe und Baustoffschäden, Forschungsbericht, 2011.
- MÜLLER 1973
Werner Müller, Zum Problem des technologischen Stilvergleichs im deutschen Gewölbebau der Spätgotik, in: architectura 1973, Nr. 3, S. 1–12
- MÜLLER 1974
Werner Müller, Einflüsse der österreichischen und der böhmisch-sächsischen Spätgotik in den Gewölbebemustern des Jacob Facht von Andernach, in: Wiener Jahrbuch für Kunstgeschichte Band XXVII 1974, S. 65–82
- MÜLLER 1989
Werner Müller, Von der Norm zur Form - die Konstruktion spätgotischer Zierkonsolen, in: Graefe, R. (Hrsg.), Zur Geschichte des Konstruierens, Stuttgart, Deutsche Verlags-Anstalt GmbH, 1989, S. 81–91
- NATKE 1992
Hans Günther Natke, Einführung in Theorie und Praxis der Zeitreihen- und Modalanalyse, No.3, Braunschweig/Wiesbaden, Friedr.Vieweg & Sohn Verlagsgesellschaft GmbH, 1992
- NUSSBAUM - LEPSKY 1999
Norbert Nußbaum, Sabine Lepsky, Das gotische Gewölbe, No. 1, München, Berlin, Deutscher Kunstverlag, 1999
- PIEPER 1983
Klaus Pieper, Sicherung historischer Bauten, München, 1983
- RANISCH 1695
Bartel Ranisch, Beschreibung aller Kirchengebäude der Stadt Danzig, No. 1, Danzig, 1695
- UNGEWITTER - MOHRMANN 1901
Georg Gottlob Ungewitter, Karl Mohrmann, Lehrbuch der gotischen Konstruktionen, No. 4, Leipzig, Chr. Herm. Tauchnitz, 1901
- WENDLAND 2009
David Wendland, Zum Bau figurierter Gewölbe - Eine Anleitung im Werkmeisterbuch des Rodrigo Gil de Hontañón, in: KATJA SCHRÖCK, S. B. u. (Hrsg.), Werkmeister der Spätgotik, Darmstadt, WBG Wissenschaftliche Buchgesellschaft, 2009, S. 244–272
- WENDLAND 2010
David Wendland, Form, Konstruktions- und Entwurfsprinzipien von spätgotischen Zellengewölben, Reverse engineering und experimentelle Archäologie, in: Koldewey- Gesellschaft (Hrsg.), Bericht über die 46. Tagung für Ausgrabungswissenschaft und Bauforschung Bd. 1, Stuttgart, Thelem Universitätsverlag- und Buchhandel, Eckehard Richter & Co. OHG, Mai 2010, S. 255–266
- WITTWAR - TOMASCHEK 2011
Klaus-Peter Wittwar, Beate Tomaschek, Bauhistorische Untersuchungen 2011 / Büro für Bauforschung Weimar, Forschungsbericht 2011

6 Abbildungsverzeichnis

Abb. 1.1; 1.2; 1.3; 1.4; 3.2; 3.3; 3.4; 3.5; 3.7; 3.8; 3.9; 3.10;
3.11; 3.12; 3.13; 3.15; 3.16; 3.17; 3.18; 3.19; 3.20; 3.21;
3.22; 3.24; 3.25; 3.26; 3.27; 3.28; 3.29; 3.30; 3.31; 3.32
3.33; 3.34; 3.35; 3.36; 3.37; 3.38; 3.39; 3.40; 3.41; 3.42;
3.43; 3.44; 3.45; 3.46; 3.47; 3.48; 3.49; 3.50; 3.51; 3.52;
3.53; 3.54; 3.55; 3.56; 3.57; 3.58; 3.59; 3.60; 3.61; 3.62;
3.63; 3.64; 3.65; 3.66; 3.67; 3.68; 3.69; 3.70; 3.71; 3.72;
3.73; 3.74; 3.75; 3.76; 3.77; 3.78; 3.79; 3.80; 3.81; 3.82;
3.83; 3.84; 3.85; 3.86; 3.87; 3.88; 3.89; 3.90; 3.91; 3.92;
3.95; 3.96 Verfasser

Abb. 2.1a; 2.1b; 2.1c; 2.6 SEEBER

Abb. 2.2; 2.4; 2.5; 2.7; 2.10 UNGEWITTER - MOHRMANN

Abb. 2.8; 2.9 MÜLLER

Abb. 3.1 HERMANN'S

Abb. 3.93; 3.94; WITTTWAR

Anhang 1

Abb. 1 Verfasser

Anhang 2

Abb. 1 WENDLAND

Anhang 4

Abb. A.1 CONRAD

Abb. A2; A3; A4; A5; A6; A7; A8; A9; A10; A11; A12
Verfasser

A.2 Darstellung des Baus eines Bogenrippengewölbes

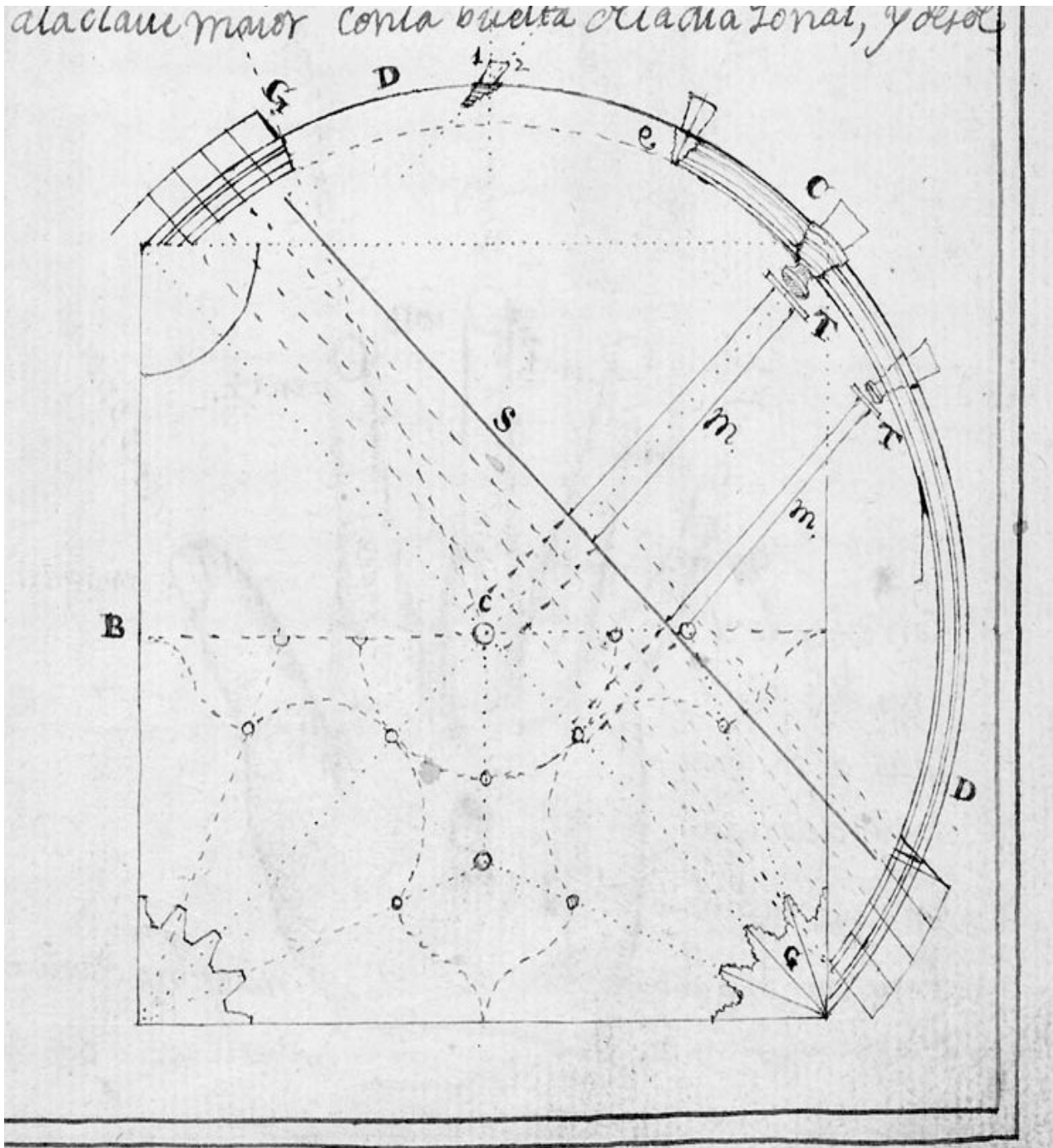


Abb. 1 Darstellung des Baus eines Bogenrippengewölbes aus der Lehrschrift des Rodrigo Gil de Hontañón: Grundriss eines Gewölbejochs und Ansicht des Kreuzbogens mit konstruktiven Details des Querschnitts und Teilen der Hilfskonstruktion. C: Schlussstein; G: Tas-de-Charge; D: Bogenlinie des Kreuzbogens; M: Pfosten oder Spriessen zur Positionierung der Kreuzungssteine; S: Arbeitsgerüst, das zugleich als Reißboden dient; T: Knäufe der Kreuzungssteine (Simón García: Compendio ..., 1681; Madrid, Biblioteca Nacional de España, mss 8884, fol. 25r.). aus WENDLAND 2009, 250

A.3 Vermessung der Bogengeometrie der Gewölberippen

Nr. d. Bogensegmentes	Messung					Mittelwert	Standardabweichung
	1	2	3	4	5	\bar{X}	σ
1	5,657	5,657	5,588	5,357	5,562	5,516	0,124
2	4,318	4,160	4,200	4,378	4,396	4,290	0,106
3	verschattet						

Tabelle A.1 In Joch 1, Rippe 1 vermessene Bogenradien R in [m].

Nr. d. Bogensegmentes	Messung					Mittelwert	Standardabweichung
	1	2	3	4	5	\bar{X}	σ
1	verschattet						
2	5,283	5,124	5,331	5,184	5,272	5,239	0,083
3	5,531	5,548	5,563	5,628	5,474	5,549	0,056
4	verschattet						

Tabelle A.2 In Joch 1, Rippe 2 vermessene Bogenradien R in [m].

Nr. d. Bogensegmentes	Messung					Mittelwert	Standardabweichung
	1	2	3	4	5	\bar{X}	σ
1	verschattet						
2	5,194	5,079	5,358	5,337	5,565	5,306	0,184
3	verschattet						

Tabelle A.3 In Joch 1, Rippe 3 vermessene Bogenradien R in [m].

Nr. d. Bogensegmentes	Messung					Mittelwert	Standardabweichung
	1	2	3	4	5	\bar{X}	σ
1	5,903	6,126	6,155	5,924	6,164	6,054	0,130
2	5,018	4,964	4,748	4,916	4,766	4,882	0,120
3	4,971	5,115	5,120	4,973	5,114	5,059	0,079

Tabelle A.4 In Joch 1, Rippe 4 vermessene Bogenradien R in [m].

Nr. d. Bogensegmentes	Messung					Mittelwert	Standardabweichung
	1	2	3	4	5	\bar{X}	σ
1	4,845	4,968	4,600	4,709	4,564	4,737	0,169
2	5,376	5,214	5,407	5,253	5,454	5,341	0,102
3	5,067	5,173	5,103	4,986	5,105	5,087	0,068
4	5,263	5,273	5,429	5,152	5,452	5,314	0,125

Tabelle A.5 In Joch 1, Rippe 5 vermessene Bogenradien R in [m].

A.3 Vermessung der Bogengeometrie der Gewölberippen

Nr. d. Bogensegmentes	Messung					Mittelwert	Standardabweichung
	1	2	3	4	5	\bar{x}	σ
1	5,903	6,126	6,155	5,924	6,164	6,054	0,130
2	5,018	4,964	4,748	4,916	4,766	4,882	0,120
3	4,971	5,115	5,120	4,973	5,114	5,059	0,079

Tabelle A.6 In Joch 1, Rippe 6 vermessene Bogenradien R in [m].

Nr. d. Bogensegmentes	Messung					Mittelwert	Standardabweichung
	1	2	3	4	5	\bar{x}	σ
1	5,016	4,996	4,973	5,036	4,980	5,000	0,026

Tabelle A.7 In Joch 1, Rippe 7 vermessene Bogenradien R in [m].

Nr. d. Bogensegmentes	Messung					Mittelwert	Standardabweichung
	1	2	3	4	5	\bar{x}	σ
1	5,560	5,552	5,503	5,463	5,562	5,528	0,044

Tabelle A.8 In Joch 1, Rippe 9 vermessene Bogenradien R in [m].

Nr. d. Bogensegmentes	Messung					Mittelwert	Standardabweichung
	1	2	3	4	5	\bar{x}	σ
1	5,010	4,909	5,075	4,935	5,128	5,012	0,092
2	6,755	6,702	6,698	6,752	6,876	6,757	0,072
3	5,382	5,141	5,356	5,303	5,478	5,332	0,124

Tabelle A.9 In Joch 1/Joch 2 vermessene Bogenradien R in [m].

Nr. d. Bogensegmentes	Messung					Mittelwert	Standardabweichung
	1	2	3	4	5	\bar{x}	σ
1	5,210	5,193	5,203	5,176	5,102	5,177	0,044
2	5,557	5,635	5,747	5,460	5,650	5,610	0,107
3	5,813	5,639	5,520	5,829	5,648	5,690	0,130

Tabelle A.10 In Joch 2, Rippe 1 vermessene Bogenradien R in [m].

Nr. d. Bogensegmentes	Messung					Mittelwert	Standardabweichung
	1	2	3	4	5	\bar{x}	σ
1	verschattet						
2	verschattet						
3	5,328	5,557	5,495	5,408	5,331	5,424	0,101
4	6,121	6,103	6,247	6,160	6,199	6,166	0,058
5	4,344	4,456	4,412	4,594	4,495	4,460	0,093

Tabelle A.11 In Joch 2, Rippe 2 vermessene Bogenradien R in [m].

Nr. d. Bogen- segmentes	Messung					Mittelwert	Standard- abweichung
	1	2	3	4	5	\bar{X}	σ
1	5,300	5,157	5,153	5,232	5,203	5,209	0,060
2	5,566	5,466	5,471	5,543	5,452	5,500	0,051
3	5,658	5,553	5,467	5,451	5,438	5,513	0,092

Tabelle A.12 In Joch 2, Rippe 3 vermessene Bogenradien R in [m]

Nr. d. Bogen- segmentes	Messung					Mittelwert	Standard- abweichung
	1	2	3	4	5	\bar{X}	σ
1	5,374	5,420	5,354	5,400	5,491	5,408	0,053
2	5,470	5,428	5,437	5,486	5,367	5,437	0,046
3	5,419	5,425	5,395	5,527	5,424	5,438	0,051

Tabelle A.13 In Joch 2, Rippe 4 vermessene Bogenradien R in [m]

Nr. d. Bogen- segmentes	Messung					Mittelwert	Standard- abweichung
	1	2	3	4	5	\bar{X}	σ
1	4,838	4,831	4,850	4,863	4,918	4,860	0,034
2	5,010	4,949	4,900	5,073	4,943	4,975	0,067
3	5,149	5,159	5,175	5,063	5,146	5,138	0,043
4	5,234	5,146	5,255	5,174	5,165	5,195	0,047
5	6,635	6,573	6,421	6,685	6,620	6,587	0,101
6	5,165	5,208	5,209	5,143	5,142	5,173	0,033

Tabelle A.14 In Joch 2, Rippe 5 vermessene Bogenradien R in [m]

Nr. d. Bogen- segmentes	Messung					Mittelwert	Standard- abweichung
	1	2	3	4	5	\bar{X}	σ
1	5,267	5,357	5,233	5,361	5,191	5,282	0,075
2	5,443	5,391	5,493	5,403	5,382	5,422	0,046
3	4,994	5,122	4,944	5,196	5,269	5,105	0,136

Tabelle A.15 In Joch 2, Rippe 6 vermessene Bogenradien R in [m]

Nr. d. Bogen- segmentes	Messung					Mittelwert	Standard- abweichung
	1	2	3	4	5	\bar{X}	σ
1	4,994	5,229	5,354	5,238	5,281	5,219	0,135
2	4,403	4,477	4,497	4,443	4,336	4,431	0,064

Tabelle A.16 In Joch 2, Rippe 8 vermessene Bogenradien R in [m]

Nr. d. Bogen- segmentes	Messung					Mittelwert	Standard- abweichung
	1	2	3	4	5	\bar{X}	σ
1	5,415	5,330	5,511	5,513	5,467	5,447	0,077

Tabelle A.17 In Joch 2, Rippe 9 vermessene Bogenradien R in [m]

A.3 Vermessung der Bogengeometrie der Gewölberippen

Nr. d. Bogensegmentes	Messung					Mittelwert	Standardabweichung
	1	2	3	4	5	\bar{x}	σ
1	5,843	5,748	5,303	5,311	5,865	5,614	0,284
2	5,411	6,043	6,101	5,476	5,602	5,727	0,323

Tabelle A.18 In Joch 2, Rippe 10 vermessene Bogenradien R in [m]

Nr. d. Bogensegmentes	Messung					Mittelwert	Standardabweichung
	1	2	3	4	5	\bar{x}	σ
1	4,231	4,049	4,006	4,138	4,139	4,113	0,088
2	4,772	4,595	4,686	4,751	4,751	4,711	0,073
3	4,558	4,499	4,618	4,601	4,681	4,591	0,068

Tabelle A.19 In Joch 3, Rippe 1 vermessene Bogenradien R in [m]

Nr. d. Bogensegmentes	Messung					Mittelwert	Standardabweichung
	1	2	3	4	5	\bar{x}	σ
1	5,135	5,373	5,399	5,432	5,849	5,437	0,258
2	4,266	4,333	4,278	4,243	4,271	4,278	0,033
3	4,337	4,318	4,370	4,373	4,428	4,365	0,042
4	4,559	4,738	4,682	4,476	4,656	4,622	0,104
5	4,580	4,619	4,701	4,709	4,522	4,626	0,080
6	3,958	4,142	3,966	4,122	4,124	4,062	0,092

Tabelle A.20 In Joch 3, Rippe 2 vermessene Bogenradien R in [m]

Nr. d. Bogensegmentes	Messung					Mittelwert	Standardabweichung
	1	2	3	4	5	\bar{x}	σ
1	4,202	4,359	4,348	4,250	4,202	4,272	0,077
2	4,370	4,649	4,488	4,418	4,640	4,513	0,127
3	4,982	4,684	4,746	4,688	4,706	4,761	0,126

Tabelle A.21 In Joch 3, Rippe 3 vermessene Bogenradien R in [m]

Nr. d. Bogensegmentes	Messung					Mittelwert	Standardabweichung
	1	2	3	4	5	\bar{x}	σ
1	3,112	3,178	3,261	3,172	3,154	3,176	0,054
2	4,455	4,519	4,588	4,601	4,492	4,531	0,062
3	5,652	5,572	5,508	5,519	5,801	5,6101	0,120
4	4,365	4,014	4,113	4,341	4,272	4,221	0,152

Tabelle A.22 In Joch 3, Rippe 4 vermessene Bogenradien R in [m]

Nr. d. Bogen- segmentes	Messung					Mittelwert	Standard- abweichung
	1	2	3	4	5	\bar{X}	σ
1	3,860	3,978	3,978	4,170	3,992	3,996	0,111
2	4,445	4,429	4,441	4,478	4,564	4,471	0,055
3	4,555	4,496	4,577	4,505	4,381	4,503	0,076
4	4,690	4,558	4,541	4,514	4,704	4,601	0,089
5	4,409	4,315	4,379	4,392	4,385	4,376	0,036
6	4,476	4,593	4,561	4,479	4,641	4,550	0,072

Tabelle A.23 In Joch 3, Rippe 5 vermessene Bogenradien R in [m]

Nr. d. Bogen- segmentes	Messung					Mittelwert	Standard- abweichung
	1	2	3	4	5	\bar{X}	σ
1	4,652	4,597	4,510	4,628	4,718	4,621	0,076
2	4,535	4,569	4,577	4,590	4,588	4,572	0,022
3	4,484	4,459	4,284	4,486	4,569	4,456	0,105

Tabelle A.24 In Joch 3, Rippe 6 vermessene Bogenradien R in [m]

Nr. d. Bogen- segmentes	Messung					Mittelwert	Standard- abweichung
	1	2	3	4	5	\bar{X}	σ
1	3,580	3,480	3,554	3,517	3,631	3,552	0,058
2	4,678	4,536	4,459	4,469	4,664	4,561	0,105
3	5,348	5,953	5,733	5,285	5,876	5,639	0,306

Tabelle A.25 In Joch 3, Rippe 7 vermessene Bogenradien R in [m]

Nr. d. Bogen- segmentes	Messung					Mittelwert	Standard- abweichung
	1	2	3	4	5	\bar{X}	σ
1	4,738	4,797	4,577	4,712	4,719	4,708	0,081

Tabelle A.26 In Joch 3, Rippe 8 vermessene Bogenradien R in [m]

Nr. d. Bogen- segmentes	Messung					Mittelwert	Standard- abweichung
	1	2	3	4	5	\bar{X}	σ
1	4,583	4,621	4,604	4,560	4,571	4,588	0,024

Tabelle A.27 In Joch 3, Rippe 9 vermessene Bogenradien R in [m]

Nr. d. Bogen- segmentes	Messung					Mittelwert	Standard- abweichung
	1	2	3	4	5	\bar{X}	σ
1	4,861	5,013	4,962	4,936	4,933	4,941	0,055

Tabelle A.28 In Joch 3, Rippe 10 vermessene Bogenradien R in [m]

A.3 Vermessung der Bogengeometrie der Gewölberippen

Nr. d. Bogen- segmentes	Messung					Mittelwert	Standard- abweichung
	1	2	3	4	5	\bar{x}	σ
1	4,396	4,566	4,481	4,454	4,445	4,468	0,062
2	4,551	4,516	4,502	4,540	4,540	4,530	0,020

Tabelle A.29 In J3)4 vermessene Bogenradien R in [m]

Nr. d. Bogen- segmentes	Messung					Mittelwert	Standard- abweichung
	1	2	3	4	5	\bar{x}	σ
1	4,125	4,123	3,982	4,108	4,019	4,072	0,066
2	4,695	4,706	4,757	4,735	4,628	4,704	0,049
3	5,458	5,453	5,421	5,539	5,431	5,460	0,046

Tabelle A.30 In Joch 4, Rippe 1 vermessene Bogenradien R in [m]

Nr. d. Bogen- segmentes	Messung					Mittelwert	Standard- abweichung
	1	2	3	4	5	\bar{x}	σ
1	4,705	4,860	4,780	4,756	4,733	4,767	0,059
2	4,562	4,169	4,359	4,293	4,195	4,315	0,157
3	4,861	4,783	4,856	4,764	4,959	4,844	0,077
4	4,364	4,236	4,488	4,286	4,271	4,329	0,101
5	4,707	4,723	4,606	4,547	4,616	4,640	0,074
6	4,982	4,788	4,854	4,997	4,801	4,884	0,099
7	4,453	4,230	4,531	4,508	4,561	4,456	0,133
8	4,198	4,364	4,231	4,290	4,191	4,255	0,072

Tabelle A.31 In Joch 4, Rippe 2 vermessene Bogenradien R in [m]

Nr. d. Bogen- segmentes	Messung					Mittelwert	Standard- abweichung
	1	2	3	4	5	\bar{x}	σ
1	3,399	3,903	3,646	3,647	3,931	3,705	0,218
2	4,680	4,618	4,562	4,577	4,596	4,607	0,046
3	4,214	4,203	4,106	4,234	4,260	4,203	0,059
4	4,634	4,669	4,629	4,629	4,610	4,634	0,021

Tabelle A.32 In Joch 4, Rippe 3 vermessene Bogenradien R in [m]

Nr. d. Bogen- segmentes	Messung					Mittelwert	Standard- abweichung
	1	2	3	4	5	\bar{x}	σ
1	4,676	4,761	4,694	4,545	4,529	4,641	0,100
2	4,345	4,541	4,439	4,473	4,539	4,467	0,081
3	4,918	5,046	5,092	4,964	4,892	4,982	0,085
4	-	-	3,645	3,616	3,545	3,602	0,052

Tabelle A.33 In Joch 4, Rippe 4 vermessene Bogenradien R in [m]

Nr. d. Bogen- segmentes	Messung					Mittelwert	Standard- abweichung
	1	2	3	4	5	\bar{X}	σ
1	4,668	4,820	4,660	4,505	4,777	4,686	0,122
2	4,426	4,439	4,436	4,441	4,362	4,421	0,033
3	4,883	4,694	4,677	4,708	4,740	4,740	0,083
4	4,274	4,409	4,415	4,434	4,442	4,395	0,069
5	4,307	4,416	4,416	4,340	4,296	4,355	0,058
6	5,553	5,612	5,553	5,769	5,761	5,650	0,108
7	4,291	4,281	4,307	4,256	4,244	4,276	0,025
8	4,641	4,882	4,745	4,672	4,882	4,764	0,114

Tabelle A.34 In Joch 4, Rippe 5 vermessene Bogenradien R in [m]

Nr. d. Bogen- segmentes	Messung					Mittelwert	Standard- abweichung
	1	2	3	4	5	\bar{X}	σ
1	4,516	4,368	4,446	4,462	4,371	4,433	0,063
2	4,189	4,013	4,163	4,124	4,288	4,155	0,100
3	4,993	4,713	4,677	4,825	4,631	4,768	0,145

Tabelle A.35 In Joch 4, Rippe 6 vermessene Bogenradien R in [m]

Nr. d. Bogen- segmentes	Messung					Mittelwert	Standard- abweichung
	1	2	3	4	5	\bar{X}	σ
1	4,281	4,036	4,261	4,269	4,211	4,212	0,102
2	4,821	4,761	4,685	4,586	4,887	4,748	0,117

Tabelle A.36 In Joch 4, Rippe 7, vermessene Bogenradien R in [m]

Nr. d. Bogen- segmentes	Messung					Mittelwert	Standard- abweichung
	1	2	3	4	5	\bar{X}	σ
1	3,890	3,390	3,747	3,654	3,536	3,643	0,192
2	4,699	4,695	4,628	4,627	4,654	4,660	0,035

Tabelle A.37 In Joch 4, Rippe 8, vermessene Bogenradien R in [m]

Nr. d. Bogen- segmentes	Messung					Mittelwert	Standard- abweichung
	1	2	3	4	5	\bar{X}	σ
1	4,427	4,433	4,499	4,401	4,479	4,448	0,040

Tabelle A.38 In Joch 4, Rippe 9 vermessene Bogenradien R in [m]

Nr. d. Bogen- segmentes	Messung					Mittelwert	Standard- abweichung
	1	2	3	4	5	\bar{X}	σ
1	4,541	4,602	4,652	4,572	4,585	4,590	0,041
2	4,651	4,632	4,738	4,654	4,651	4,665	0,042

Tabelle A.39 In Joch 4, Rippe 10, vermessene Bogenradien R in [m]

A.3 Vermessung der Bogengeometrie der Gewölberippen

Nr. d. Bogensegmentes	Messung					Mittelwert	Standardabweichung
	1	2	3	4	5	\bar{x}	σ
1	4,534	4,617	4,645	4,526	4,487	4,468	0,062
2	4,533	4,521	4,510	4,504	4,567	4,530	0,020

Tabelle A.40 In J4)5 vermessene Bogenradien R in [m]

Nr. d. Bogensegmentes	Messung					Mittelwert	Standardabweichung
	1	2	3	4	5	\bar{x}	σ
1	3,088	3,049	3,063	3,055	3,048	3,060	0,016
2	3,269	3,195	3,327	3,380	3,276	3,289	0,069
3	3,388	3,350	3,414	3,320	3,270	3,348	0,057
4	2,990	3,078	3,023	2,921	3,069	3,016	0,064

Tabelle A.41 In Joch 7, Rippe 1 vermessene Bogenradien R in [m]

Nr. d. Bogensegmentes	Messung					Mittelwert	Standardabweichung
	1	2	3	4	5	\bar{x}	σ
1	2,849	2,884	2,802	2,852	2,855	2,848	0,029
2	3,033	2,988	3,016	3,012	3,012	3,012	0,016
3	2,961	2,946	2,910	2,942	2,960	2,943	0,020
4	3,075	2,997	3,081	2,924	3,007	3,017	0,065
5	2,916	2,924	2,909	2,922	2,916	2,918	0,006

Tabelle A.42 In Joch 7, Rippe 2 vermessene Bogenradien R in [m]

Nr. d. Bogensegmentes	Messung					Mittelwert	Standardabweichung
	1	2	3	4	5	\bar{x}	σ
1	3,121	3,081	3,086	3,109	3,137	3,107	0,024
2	3,278	3,244	3,293	3,312	3,209	3,267	0,041
3	2,950	2,957	2,934	3,042	3,099	2,996	0,071
4	2,988	3,029	3,037	2,947	3,001	3,000	0,036

Tabelle A.43 In Joch 7, Rippe 3 vermessene Bogenradien R in [m]

Nr. d. Bogensegmentes	Messung					Mittelwert	Standardabweichung
	1	2	3	4	5	\bar{x}	σ
1	3,195	3,220	3,255	3,007	3,128	3,161	0,098
2	3,238	3,360	3,232	3,225	3,347	3,280	0,067
3	3,317	3,280	3,358	3,254	3,246	3,291	0,046
4	3,228	3,102	3,219	3,168	3,016	3,147	0,089

Tabelle A.44 In Joch 7, Rippe 4 vermessene Bogenradien R in [m]

Nr. d. Bogen- segmentes	Messung					Mittelwert	Standard- abweichung
	1	2	3	4	5	\bar{X}	σ
1	3,043	3,042	3,008	3,034	3,071	3,039	0,022
2	3,200	3,181	3,364	3,305	3,242	3,258	0,076
3	2,915	2,940	2,904	2,913	2,883	2,911	0,021
4	3,298	3,353	3,225	3,153	3,077	3,221	0,110
5	2,968	2,915	2,932	2,966	2,973	2,951	0,026
6	verschattet						

Tabelle A.45 In Joch 7, Rippe 5 vermessene Bogenradien R in [m]

Nr. d. Bogen- segmentes	Messung					Mittelwert	Standard- abweichung
	1	2	3	4	5	\bar{X}	σ
1	3,057	2,912	3,045	3,024	3,010	3,010	0,058
2	3,439	3,235	3,313	3,433	3,451	3,374	0,096
3	3,047	3,148	3,088	3,048	3,178	3,102	0,059
4	3,252	3,150	2,989	3,205	3,155	3,150	0,099

Tabelle A.46 In Joch 7, Rippe 6 vermessene Bogenradien R in [m]

Nr. d. Bogen- segmentes	Messung					Mittelwert	Standard- abweichung
	1	2	3	4	5	\bar{X}	σ
4	3,012	3,024	3,079	3,070	3,043	3,045	0,029
5	2,960	2,931	2,929	3,010	3,014	2,969	0,041

Tabelle A.47 In J7|8 vermessene Bogenradien R in [m]

Nr. d. Bogen- segmentes	Messung					Mittelwert	Standard- abweichung
	1	2	3	4	5	\bar{X}	σ
1	2,859	2,858	2,761	2,922	2,890	2,858	0,060
2	3,486	3,565	3,576	3,477	3,459	3,512	0,054
3	2,839	2,800	2,886	2,907	2,860	2,858	0,042
4	3,111	3,212	3,131	3,215	3,235	3,181	0,056

Tabelle A.48 In Joch 8, Rippe 1 vermessene Bogenradien R in [m]

Nr. d. Bogen- segmentes	Messung					Mittelwert	Standard- abweichung
	1	2	3	4	5	\bar{X}	σ
1	2,897	2,778	2,852	2,812	2,797	2,827	0,047
2	2,745	3,035	2,859	2,789	2,762	2,838	0,118
3	3,406	3,186	3,410	3,317	3,353	3,334	0,092
4	3,054	3,225	3,382	3,209	3,247	3,223	0,117
5	3,125	2,987	3,024	3,035	2,949	3,024	0,066
6	3,053	2,886	2,788	2,962	2,894	2,917	0,098

Tabelle A.49 In Joch 8, Rippe 2 vermessene Bogenradien R in [m]

A.3 Vermessung der Bogengeometrie der Gewölberippen

Nr. d. Bogensegmentes	Messung					Mittelwert	Standardabweichung
	1	2	3	4	5	\bar{x}	σ
1	2,902	2,924	2,936	2,868	2,912	2,908	0,026
2	3,081	3,103	3,064	3,025	3,145	3,084	0,045
3	3,390	3,438	3,409	3,422	3,315	3,395	0,048
4	3,149	3,226	3,283	3,233	3,189	3,216	0,050

Tabelle A.50 In Joch 8, Rippe 3 vermessene Bogenradien R in [m]

Nr. d. Bogensegmentes	Messung					Mittelwert	Standardabweichung
	1	2	3	4	5	\bar{x}	σ
1	3,036	3,067	3,064	3,111	3,111	3,078	0,033
2	3,123	3,141	3,138	3,005	3,114	3,104	0,057
3	2,928	2,800	2,898	2,968	2,878	2,894	0,063
4	2,823	2,735	2,804	2,856	2,785	2,801	0,045

Tabelle A.51 In Joch 8, Rippe 4 vermessene Bogenradien R in [m]

Nr. d. Bogensegmentes	Messung					Mittelwert	Standardabweichung
	1	2	3	4	5	\bar{x}	σ
1	2,905	2,918	2,921	2,909	2,890	2,908	0,012
2	3,614	3,431	3,485	3,590	3,532	3,531	0,075
3	3,202	2,994	3,134	2,968	3,131	3,086	0,100
4	3,005	3,009	2,997	3,017	2,986	3,003	0,012

Tabelle A.52 In Joch 8, Rippe 5 vermessene Bogenradien R in [m]

Nr. d. Bogensegmentes	Messung					Mittelwert	Standardabweichung
	1	2	3	4	5	\bar{x}	σ
1	3,138	3,150	3,059	3,211	3,132	3,138	0,054
2	3,215	3,235	3,210	3,176	3,304	3,228	0,048
3	3,357	3,386	3,296	3,343	3,341	3,344	0,033
3	3,258	3,290	3,163	3,122	3,106	3,188	0,082

Tabelle A.53 In Joch 8, Rippe 6 vermessene Bogenradien R in [m]

Nr. d. Bogensegmentes	Messung					Mittelwert	Standardabweichung
	1	2	3	4	5	\bar{x}	σ
1	2,918	2,888	2,916	2,833	2,888	2,889	0,034
2	2,771	2,718	2,666	2,701	2,823	2,736	0,062

Tabelle A.54 In J8)9 vermessene Bogenradien R in [m]

Nr. d. Bogen- segmentes	Messung					Mittelwert	Standard- abweichung
	1	2	3	4	5	\bar{X}	σ
1	3,136	2,839	2,809	2,800	2,992	2,915	0,146
2	3,524	3,363	3,852	3,568	3,303	3,522	0,215
3	3,197	3,233	3,394	3,339	3,297	3,292	0,079
4	3,358	3,338	3,013	3,170	3,127	3,201	0,146

Tabelle A.55 In Joch 11, Rippe 1 vermessene Bogenradien R in [m]

Nr. d. Bogen- segmentes	Messung					Mittelwert	Standard- abweichung
	1	2	3	4	5	\bar{X}	σ
1	3,135	3,151	3,139	3,143	3,130	3,140	0,008
2	3,403	3,397	3,475	3,403	3,450	3,426	0,035
3	3,213	3,283	3,383	3,215	3,396	3,298	0,088
4	3,084	3,070	3,066	3,087	3,110	3,083	0,017
5	4,758	4,708	4,742	4,688	4,771	4,734	0,034
6	3,678	3,830	3,764	3,707	3,687	3,733	0,064

Tabelle A.56 In Joch 11, Rippe 2 vermessene Bogenradien R in [m]

Nr. d. Bogen- segmentes	Messung					Mittelwert	Standard- abweichung
	1	2	3	4	5	\bar{X}	σ
1	3,606	3,537	3,541	3,480	3,527	3,538	0,045
2	2,937	2,964	3,020	2,931	3,007	2,972	0,040
3	3,572	3,495	3,560	3,506	3,519	3,530	0,034
4	3,036	3,064	3,077	3,114	3,164	3,091	0,049

Tabelle A.57 In Joch 11, Rippe 3 vermessene Bogenradien R in [m]

Nr. d. Bogen- segmentes	Messung					Mittelwert	Standard- abweichung
	1	2	3	4	5	\bar{X}	σ
1	3,064	3,194	3,114	3,076	3,105	3,111	0,051
2	3,782	3,828	3,725	3,730	3,730	3,759	0,045
3	3,143	3,170	3,076	3,139	3,150	3,136	0,035
5	3,228	3,193	3,221	3,139	3,193	3,195	0,035

Tabelle A.58 In Joch 11, Rippe 4 vermessene Bogenradien R in [m]

Nr. d. Bogen- segmentes	Messung					Mittelwert	Standard- abweichung
	1	2	3	4	5	\bar{X}	σ
1	3,109	3,100	3,073	3,117	3,069	3,094	0,022
2	3,247	3,296	3,385	3,320	3,428	3,335	0,072
3	3,129	2,972	2,978	3,042	2,894	3,003	0,088
4	2,985	3,003	2,948	3,019	3,019	2,995	0,030
5	3,051	3,040	3,050	3,036	3,040	3,043	0,007

Tabelle A.59 In Joch 11, Rippe 5 vermessene Bogenradien R in [m]

A.3 Vermessung der Bogengeometrie der Gewölberippen

Nr. d. Bogensegmentes	Messung					Mittelwert	Standardabweichung
	1	2	3	4	5	\bar{x}	σ
1	3,277	3,513	3,643	3,233	3,210	3,375	0,192
2	2,863	2,992	2,901	3,140	2,984	2,976	0,107
3	3,031	3,082	2,991	3,257	2,981	3,068	0,112
4	3,181	3,172	3,168	3,125	3,075	3,144	0,044

Tabelle A.60 In Joch 11, Rippe 6 vermessene Bogenradien R in [m]

Nr. d. Bogensegmentes	Messung					Mittelwert	Standardabweichung
	1	2	3	4	5	\bar{x}	σ
1	3,608	3,548	3,584	3,530	3,644	3,583	0,046
2	3,072	3,035	3,021	3,060	3,012	3,040	0,025

Tabelle A.61 In J11|12a vermessene Bogenradien R in [m]

Nr. d. Bogensegmentes	Messung					Mittelwert	Standardabweichung
	1	2	3	4	5	\bar{x}	σ
1	3,095	3,075	3,017	3,064	3,091	3,068	0,031
2	verschattet						

Tabelle A.62 In J11|12b vermessene Bogenradien R in [m]

Nr. d. Bogensegmentes	Messung					Mittelwert	Standardabweichung
	1	2	3	4	5	\bar{x}	σ
1	2,954	3,004	3,058	3,089	3,065	3,034	0,055
2	3,290	3,170	3,305	3,327	3,226	3,264	0,064
3	3,770	3,996	3,740	3,907	3,740	3,831	0,115
5	3,094	3,048	3,102	3,078	2,980	3,060	0,050

Tabelle A.63 In Joch 12, Rippe 1 vermessene Bogenradien R in [m]

Nr. d. Bogensegmentes	Messung					Mittelwert	Standardabweichung
	1	2	3	4	5	\bar{x}	σ
1	3,024	2,946	2,926	2,918	3,035	2,970	0,056
2	3,049	3,029	3,073	3,042	3,045	3,048	0,016
3	3,150	3,229	3,158	3,170	3,179	3,177	0,031
4	3,055	3,036	3,112	3,057	3,046	3,061	0,029
5	2,971	2,973	2,963	2,964	2,974	2,969	0,005
6	3,228	3,253	3,201	3,204	3,193	3,216	0,025

Tabelle A.64 In Joch 12, Rippe 2 vermessene Bogenradien R in [m]

Nr. d. Bogen- segmentes	Messung					Mittelwert	Standard- abweichung
	1	2	3	4	5	\bar{X}	σ
1	2,959	2,896	2,979	2,849	2,989	2,934	0,060
2	3,405	3,466	3,313	3,321	3,499	3,401	0,083
3	2,893	3,062	3,078	2,964	3,232	3,046	0,128
4	3,315	3,304	3,258	3,353	3,288	3,304	0,035

Tabelle A.65 In Joch 12, Rippe 3 vermessene Bogenradien R in [m]

Nr. d. Bogen- segmentes	Messung					Mittelwert	Standard- abweichung
	1	2	3	4	5	\bar{X}	σ
1	3,059	3,083	3,145	3,180	3,118	3,117	0,048
2	3,448	3,540	3,467	3,427	3,454	3,467	0,043
3	3,160	3,227	3,198	3,090	3,244	3,184	0,061
4	3,408	3,305	3,340	3,272	3,373	3,339	0,054

Tabelle A.66 In Joch 12, Rippe 4 vermessene Bogenradien R in [m]

Nr. d. Bogen- segmentes	Messung					Mittelwert	Standard- abweichung
	1	2	3	4	5	\bar{X}	σ
1	3,194	3,102	3,151	3,172	3,150	3,154	0,034
2	3,110	3,095	3,095	3,091	3,119	3,102	0,012
3	3,291	3,186	3,188	3,126	3,156	3,189	0,062
4	2,998	3,126	3,000	2,960	2,939	3,005	0,073
5	3,111	3,089	3,079	3,141	3,125	3,109	0,025
6	3,302	3,299	3,226	3,306	3,241	3,275	0,038

Tabelle A.67 In Joch 12, Rippe 5 vermessene Bogenradien R in [m]

Nr. d. Bogen- segmentes	Messung					Mittelwert	Standard- abweichung
	1	2	3	4	5	\bar{X}	σ
1	3,204	3,108	3,141	3,250	3,180	3,177	0,055
2	3,145	3,191	3,168	3,250	3,279	3,207	0,056
3	3,105	3,019	2,953	3,220	3,137	3,087	0,104
4	3,313	3,410	3,370	3,477	3,472	3,408	0,069

Tabelle A.68 In Joch 12, Rippe 6 vermessene Bogenradien R in [m]

Nr. d. Bogen- segmentes	Messung					Mittelwert	Standard- abweichung
	1	2	3	4	5	\bar{X}	σ
1	3,313	3,315	3,236	3,200	3,238	3,260	0,051
2	3,211	3,061	3,090	3,049	3,138	3,110	0,066

Tabelle A.69 In J12|13 vermessene Bogenradien R in [m]

A.3 Vermessung der Bogengeometrie der Gewölberippen

Nr. d. Bogen- segmentes	Messung					Mittelwert	Standard- abweichung
	1	2	3	4	5	\bar{X}	σ
1	3,468	3,352	3,415	3,474	3,404	3,423	0,050

Tabelle A.70 In S3]8a vermessene Bogenradien R in [m]

Nr. d. Bogen- segmentes	Messung					Mittelwert	Standard- abweichung
	1	2	3	4	5	\bar{X}	σ
1	3,441	3,381	3,398	3,421	3,413	3,411	0,023

Tabelle A.71 In S3]8b vermessene Bogenradien R in [m]

Nr. d. Bogen- segmentes	Messung					Mittelwert	Standard- abweichung
	1	2	3	4	5	\bar{X}	σ
1	3,165	3,086	3,144	3,098	3,145	3,128	0,034

Tabelle A.72 In S4]9a vermessene Bogenradien R in [m]

Nr. d. Bogen- segmentes	Messung					Mittelwert	Standard- abweichung
	1	2	3	4	5	\bar{X}	σ
1	3,440	3,483	3,505	3,386	3,468	3,456	0,046

Tabelle A.73 In S4]9b vermessene Bogenradien R in [m]

Nr. d. Bogen- segmentes	Messung					Mittelwert	Standard- abweichung
	1	2	3	4	5	\bar{X}	σ
1	3,210	3,231	3,016	3,194	3,207	3,171	0,088
2	3,289	3,306	3,309	3,187	3,146	3,247	0,076

Tabelle A.74 In S3]11a vermessene Bogenradien R in [m]

Nr. d. Bogen- segmentes	Messung					Mittelwert	Standard- abweichung
	1	2	3	4	5	\bar{X}	σ
1	3,433	3,410	3,438	3,432	3,454	3,433	0,016

Tabelle A.75 In S3]11b vermessene Bogenradien R in [m]

Nr. d. Bogen- segmentes	Messung					Mittelwert	Standard- abweichung
	1	2	3	4	5	\bar{X}	σ
1	3,790	3,915	3,781	3,910	3,680	3,815	0,099
2	3,749	3,580	3,734	3,705	3,708	3,695	0,067

Tabelle A.76 In S4]12a vermessene Bogenradien R in [m]

Nr. d. Bogen- segmentes	Messung					Mittelwert	Standard- abweichung
	1	2	3	4	5	\bar{X}	σ
1	3,354	3,372	3,357	3,361	3,326	3,354	0,017

Tabelle A.77 In SJ4)12b vermessene Bogenradien R in [m]

Folgende Rippen konnten durch die Schattenbildung anderer Rippen nicht ausgewertet werden:

- Joch 1 - Rippe 6
- Joch 1 - Rippe 5c
- Joch 1 - Rippe 8
- Joch 1 - Rippe 10
- Joch 2 - Rippe 7

A.4 Rekonstruktion des Schlingrippengewölbes in der Dresdner Schlosskapelle

In der Dresdner Schlosskapelle¹ wird gegenwärtig das Schlingrippengewölbe rekonstruiert. Befunde, nach denen die Rekonstruktion erfolgen kann, sind nicht mehr vorhanden. Diese erfolgt nach einem 1676 von D. Conrad geschaffenen Kupferstich (Abb. A.1).

Auf einer planen und steif ausgebildeten Arbeitsebene (Abb. A.2) werden zuerst die Ständer für die Kreuzungssteine gesetzt (Abb. A.3). Die Ständer werden räumlich ausgesteift und parallel dazu können das Lehrgerüst für die Rippen (Abb. A.4) und - für besondere Masshaltigkeit - Schablonen für die Form der Gewölbekappen erstellt werden (Abb. A.5). Im Anschluß - entsprechend den Vorgaben aus dem Grund- und Aufriss der Gewölbeplanung - werden die Kreuzungssteine auf die Ständer gesetzt. Die Kontrolle ihrer Position kann mit einem einfachen Metermaßstab erfolgen. Beidseitig, von den Kreuzungssteinen ausgehend, werden die Rippenwerksteine von zwei Maurern verlegt (Abb. A.6), bis diese ein geschlossenes Abbild der Figuration ergeben (Abb. A.7). Zur Sicherung der Querkraftübertragung sind in Längsrichtung in zuvor vorbereiteten Bohrlöchern Dübel eingelassen, die mit einer Schnur nach der Einreihung der Werksteine mittig auf Position des Stosses von beiden Werksteinen geführt werden. Die kraft- und formschlüssige Verbindung wird mit einem Vergußmörtel, der über Bohrlöcher eingefüllt wird, gesichert. Für eine Rückverankerung der Rippen in die Gewölbekappe werden in die Stöße gelochte Blechstreifen (Abb. A.7) eingefügt. Dieser konstruktiven Ausbildung liegt die Modellvorstellung der Anhängung der Rippen an die Gewölbeschale zugrunde. Zwängungen z. B. aufgrund von Temperatureinflüssen zwischen Rippenwerksteinen werden dadurch minimiert, als dass die Bleche nur eine geringe Stärke besitzen, und die Aufmauerung auf ein Minimum begrenzt ist.² Die Gewölbelaibung folgt näherungsweise einer zwischen den Seitenwänden aufgespannten Parabelfunktion. Die Übertragung des Grundrisses des Schlingrippengewölbes in die räumliche Dimension führt zu einer Aufrissfiguration, die nicht vollständig die Form der Gewölbelaibung aufnimmt. Entsprechend erfolgt eine Aufmauerung der Rippen, die direkt mit der Gewölbekappe verzahnt ist (Abb. A.11) und mit dieser eine schubsteife Verbin-

dung eingeht. Bei vertikaler Belastung bildet sich demzufolge eine gemischte Tragwirkung heraus. Neben der Schalentragwirkung des Gewölbes entsteht zusätzlich ein die Schale aussteifender T-Querschnitt zwischen Schale und aufgemauerter Rippe.

Die vermauerten Ziegel sind Spezialanfertigungen und verfügen durch ihre Porigkeit über eine relativ geringe Dichte.³ Als Mörtel wird ein in einem großen Becken über mehrere Tage trockengelöschter spatziger Kalk-Sandmörtel (Abb. A.10) verwendet. Der Begriff „spatzig“ bedeutet, dass im Mörtelgemisch auch nach der Wasserzugabe Teile (Krümel bis Brocken) ungelöschten Kalks enthalten sind, die zu einem späteren Zeitpunkt hydratisieren. Das dazu benötigte Wasser stammt von dem zum Zeitpunkt der Ausmauerung überschüssigen und in den Poren des Ziegels oder der Mörtelfuge eingelagerten Wasser.



Abb. A.1 Druck nach einem Kupferstich von D. Conrad

- 1 Gemeinsame Begehung von Herrn Dr. D. Wendland, Herrn A. Kobe, Herrn Dr. O. Huth am 25.02.2013. Fotomaterial und Text zum Zweck der Vervielfältigung sind bis zum Zeitpunkt der ersten Publikation nicht freigegeben.
- 2 Während der Sanierungsarbeiten am Gewölbe der St. Peter & Paul Kirche konnten keine Befunde von Verbindungsmitteln zwischen den Werksteinen, aber auch nicht zwischen Rippen und Gewölbekappe gesichert werden. (Telefonat Hr. Karnahl, Steinmetz der Fa. Preuße & Rätch im März 2013).
- 3 Dies korrespondiert mit der Wahl des verwendeten Natursteines im Gewölbe der St. Peter & Paul Kirche, s.a. Abschnitt 3.4.

A.4 Rekonstruktion des Schlingrippengewölbes in der Dresdner Schlosskapelle



Abb. A.2 Stahlgerüst mit überliegender planer Arbeitsebene



Abb. A.3 Ständer zur Positionierung der Rippenkreuzungen



Abb. A.4 Lehrgerüst



Abb. A.5 Schablone für das Gewölbekappenmauerwerk



Abb. A.6 Versetzen eines Rippenbogenwerksteines

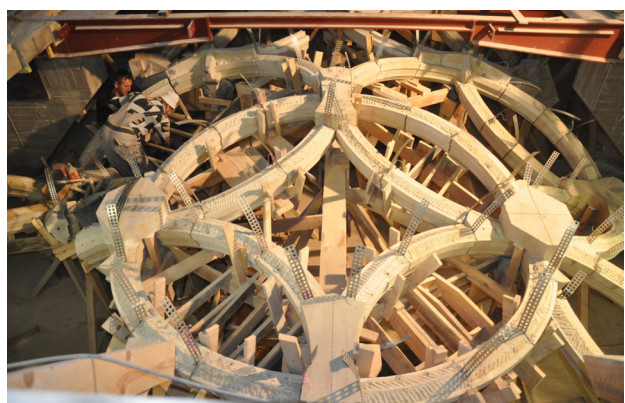


Abb. A.7 Ausformung der Schlingrippen

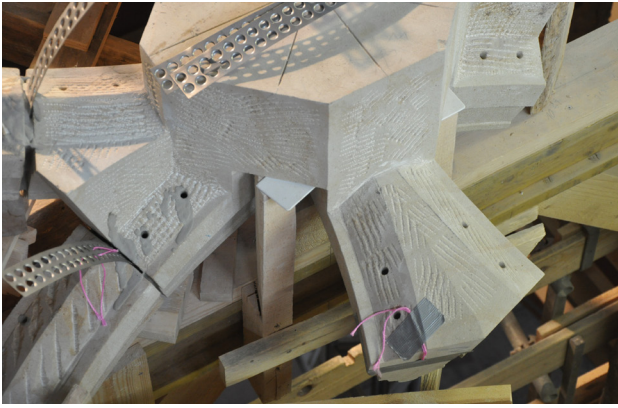


Abb. A.8 Detail Querkraftverbund



Abb. A.9 Poriger Mauerziegel



Abb. A.10 Trockengelöschtes Kalk-Sandgemisch



Abb. A.12 Gewölbekappe - Ansicht von oben



Abb. A.11 Schlingrippengewölbe - Ansicht von unten



University
of Bamberg
Press

Bedingt durch ihre Funktionalität, der Mannigfaltigkeit ihrer möglichen Formgebung und ihrer daraus folgenden ästhetischen Raumwirkung, durch die Besonderheiten ihres statischen Tragverhaltens als auch durch die Art und Weisen ihrer Errichtung und ihrer Materialität stellen Gewölbe komplexe Bauglieder in der Architektur von Sakral- und Profanbauwerken vornehmlich von der Römerzeit bis in das ausgehende Mittelalter bzw. Historismus dar. Die genaue Kenntnis davon, nach welchen Prinzipien Gewölbe entworfen und konstruiert wurden und wie deren bauliche Umsetzung erfolgt ist, bildet nicht nur eine entscheidende Grundlage für deren denkmalgerechte Erhaltung. Es erschließt sich damit auch die jeweilige Formfindung der Gewölbe und zugleich kann die Technologie ihrer Bauausführung, aber auch das Tragverhalten im gegenwärtigen Zustand auf bestimmte Prämissen zurückgeführt werden. Pläne, Aufzeichnungen und Befunde lassen sich so verbessert einordnen.

In dem vorliegenden Band wird am Beispiel des Netzgewölbes der Kirche St. Peter und Paul der Lutherstadt Eisleben gezeigt, wie mit Hilfe der Tachymetrie und des 3D-Laserscannings Entwurfsprinzipien von Gewölben präzise deduziert werden können. In einer umfassenden Literaturrecherche werden zuerst grundlegende Möglichkeiten ihrer Formfindung und Konstruktion vorgestellt und bewertet. Auf der Basis der Auswertung der messtechnischen Erfassung werden die wesentlichen Entwurfskriterien herausgearbeitet und durch viele Beispiele belegt. Bedingt durch die handwerkliche Prägung des Bauprozesses in der Zeit ihrer Errichtung, können einzelne Segmente der Gewölbe durchaus stärker von diesen Regeln abweichen. Dass diese scheinbaren Regelverletzungen Antworten auf die Unzulänglichkeiten des gesamten Bauprozesses von der Planung zur Ausführung darstellen, wird in diesem Band ebenfalls thematisiert.



ISBN 978-3-86309-728-8



www.uni-bamberg.de/ubp/