

G. A. Gamburzew

Grundlagen seismischer Erkundung

Verlag Otto Sagner München · Berlin · Washington D.C.

Digitalisiert im Rahmen der Kooperation mit dem DFG-Projekt „Digi20“ der Bayerischen Staatsbibliothek, München. OCR-Bearbeitung und Erstellung des eBooks durch den Verlag Otto Sagner:

<http://verlag.kubon-sagner.de>

© bei Verlag Otto Sagner. Eine Verwertung oder Weitergabe der Texte und Abbildungen, insbesondere durch Vervielfältigung, ist ohne vorherige schriftliche Genehmigung des Verlages unzulässig.

«Verlag Otto Sagner» ist ein Imprint der Kubon & Sagner GmbH

GRUNDLAGEN SEISMISCHER ERKUNDUNG

*igorij
alexandrovic
gamburzev*
von PROF. DR. G. A. GAMBURZEW †

MIT 271 ABBILDUNGEN

VERLAG OTTO SAGNER · MÜNCHEN

1965

Г. А. Гамбурцев Основы сейсморазведки

Zweite, verbesserte Auflage, erschienen im Verlag Geostroyizdat, Moskau

Deutsche Übersetzung: Dipl.-Geophys. H. Bartsch, Dipl.-Ing. G. Weimert

Wissenschaftliche Betreuung: Dr. G. Olszak

Deutsche
Staatsbibliothek
München

Liz. Nr.: 600/60/64

Copyright 1964 by Edition Leipzig

AUS DEM VORWORT ZUR RUSSISCHEN AUSGABE

Die Entwicklung der seismischen Erkundungsmethoden ist eng mit dem Namen GRIGORI ALEXANDROWITSCH GAMBURZEW, dem Autor des vorliegenden Buches, verbunden. Zu dieser Entwicklung gehören die grundlegenden Untersuchungen zur Theorie und Konstruktion der seismischen Apparatur sowie zur Methodik der Beobachtungen und der Interpretation unter Verwendung der Methode der elektromechanischen Analogien zur Berechnung elektromechanischer Systeme. G. A. GAMBURZEW führte als erster eine neue Form des Trägheitswiderstandes, die „zweipolige“ Masse, ein und legte die Methode der orthogonalen Umformungen dar. Dadurch war es möglich, eine harmonische Methodik der Berechnung mechanischer, elektrischer und elektromechanischer linearer Schwingungssysteme mit zusammengefaßten Konstanten auszuarbeiten. Die dargelegte Methodik zur Aufstellung elektromechanischer Analogien hat nicht nur in der seismischen Erkundung Bedeutung, sondern sie wird in großem Umfang auf dem Gebiet der Elektroakustik angewandt.

G. A. GAMBURZEW legte Methoden zur Lösung verschiedener Aufgaben bei der Interpretation seismischer Laufzeitkurven der geometrischen Seismik dar. Eine Anzahl dieser Methoden ging in die Praxis der seismischen Erkundung ein.

G. A. GAMBURZEW führte gemeinsam mit einem Kollektiv von Mitarbeitern des Institutes für Physik der Erde der Akademie der Wissenschaften der UdSSR umfangreiche Untersuchungen zur Ausarbeitung neuer Methoden der seismischen Erkundung durch. Von ihm und unter seiner Leitung wurde eine neue Methode der seismischen Erkundung, die Korrelationsmethode gebrochener Wellen (KMGW), ausgearbeitet. Diese Methode ist z. Z. eine der grundlegenden Methoden der seismischen Erkundung.

Das Buch von G. A. GAMBURZEW „Seismische Erkundungsmethoden“ wurde in zwei Bänden als Lehrbuch für höhere Lehranstalten und als Handbuch für Ingenieur-Geophysiker herausgegeben: Band I im Jahre 1937 und Band II im Jahre 1938. Seit der Herausgabe sind etwa 25 Jahre vergangen. In dieser Zeit hat sich der Stand der seismischen Erkundungsmethoden sehr verändert. Es wurden neue Methoden und eine neue Apparatur geschaffen sowie die Methoden der Interpretation von seismischen Daten bedeutend vervollständigt. Die grundlegenden Abschnitte des Buches von G. A. GAMBURZEW jedoch haben auch heute noch eine große Bedeutung. Zu diesen Abschnitten gehören in erster Linie Fragen der Theorie der Apparatur, die Ausarbeitung der Methode elektromechanischer Analogien, die Theorie des gerichteten Empfanges von Schwingungen, die Lösung der direkten und reziproken Aufgabe der seismischen Erkundung für homogene Medien usw.

Die in den „Grundlagen der seismischen Erkundung“ enthaltenen Artikel, die in den darauffolgenden Jahren geschrieben wurden, ergänzen und erweitern einige Fragen, die im Buch „Seismische Erkundungsmethoden“ berührt worden sind.

In der vorliegenden Ausgabe wurden die Arbeiten von G. A. GAMBURZEW ohne wesentliche Änderungen gegenüber dem Original übernommen. Von der Redaktion wurden nur kleine Änderungen vorgenommen, wovon der größte Teil in Anmerkungen enthalten ist. In den Anmerkungen wurden ebenfalls die grundlegenden Arbeiten angegeben, die eine Weiterentwicklung der im

IV Vorwort

Buch von G. A. GAMBURZEW behandelten Fragen darstellen. Das Literaturverzeichnis wurde dementsprechend überarbeitet und ergänzt.

Der größte Teil der in diesem Buch enthaltenen Arbeiten wurde zu Lebzeiten von G. A. GAMBURZEW, einige werden jedoch erstmalig veröffentlicht.

Die Redaktion der russischen Ausgabe

VORWORT ZUR DEUTSCHEN AUFLAGE

Das hiermit in deutscher Übersetzung vorgelegte Werk des leider viel zu früh verstorbenen sowjetischen Geophysikers G. A. GAMBURZEW (1903 - 1955) gehört zu den klassischen Lehr- und Nachschlagewerken der seismischen Erkundung. Dies gilt sowohl hinsichtlich seines frühen erstmaligen Erscheinens (1937/38) als auch hinsichtlich der Gründlichkeit und des Geschicks der Darstellung bei der Verknüpfung von Theorie, Technik, Methodik und Praxis. Es gilt schließlich auch für die wissenschaftliche und menschliche Größe seines Verfassers, der selbst längst überall in der Welt zu den Pionieren der modernen Seismik und Seismologie gezählt wird.

Die Herausgabe dieses grundlegenden Werkes in deutscher Sprache bedarf also keiner Rechtfertigung. Sie möge aber verstanden werden als der erste Schritt, den der Verlag unternimmt, um das bedeutende Gebiet seismischer Forschungsarbeit zu unterstützen. Der zweite Schritt soll in der Herausgabe des auf den letzten Stand gebrachten Lehrbuches über „Seismische Erkundung“ von I. I. GURWITSCH (Moskau) bestehen. So kommt zur genial gestalteten Grundlage die Fortführung vor allem für den Erkundungsgeophysiker bis zu den Fortschritten der jüngsten Zeit.

Dank gebührt dem wissenschaftlichen Betreuer der deutschen Ausgabe, Dr. GERD OLSZAK, Leipzig, und den Übersetzern dieses Werkes, Dipl.-Geophys. H. BARTZSCH und Dipl.-Ing. G. WERMERT, beide Leipzig. Die deutsche Redaktion hat der sorgfältigen Erweiterung des Werkes durch neue, z. T. unveröffentlichte Arbeiten aus dem Nachlaß des Autors, die von den sowjetischen Bearbeitern I. S. BERSON, L. A. RJABINKIN, A. M. EPINATJEW, I. P. PASETSCHNIK, J. W. RISNITSCHENKO ausgewählt wurden, nichts hinzugefügt. Auszunehmen ist lediglich die Zusammenstellung einiger Literaturhinweise und das Stichwortregister am Ende des Buches.

10. Oktober 1964

R. LAUTERBACH

INHALT

| | |
|---|----|
| Einführung | 1 |
| ERSTER TEIL · DIE SEISMISCHE APPARATUR | |
| I. Theorie der mechanischen Seismographen | |
| § 1. Differentialgleichung des mechanischen Seismographen | 12 |
| § 2. Lösung der homogenen Differentialgleichung des Seismographen (Eigenschwingungen) | 14 |
| § 3. Erzwungene stationäre Schwingungen des Seismographen bei periodischer Anregung .. | 17 |
| § 4. Der Fall komplizierter periodischer Anregung | 20 |
| § 5. Bewegung des Seismographen durch eine plötzlich beginnende sinusförmige Schwingung | 21 |
| § 6. Bewegung des Seismographen durch eine plötzlich beginnende gedämpfte sinusförmige Schwingung | 23 |
| § 7. Bewegung des Seismographen bei beliebiger Form der Anregungsfunktion | 26 |
| § 8. Die Formel von BERIAGE | 28 |
| § 9. Methode der gliedweisen Integration | 30 |
| § 10. Phasenverschiebung | 32 |
| § 11. Drehschwingungen | 35 |
| § 12. Gleichung des Vertikal-Seismographen | 37 |
| § 13. Der Seismograph zur Messung von Verschiebungen, Geschwindigkeiten oder Beschleunigungen | 39 |
| § 14. Die Richtcharakteristik des Seismographen | 40 |
| II. Methode der elektromechanischen Analogien | |
| § 15. Grundlagen der Methode elektromechanischer Analogien | 42 |
| § 16. Erstes System der elektromechanischen Analogien (Analogie I) | 43 |
| § 17. Zweites System der elektromechanischen Analogien (Analogie II) | 45 |
| § 18. Einpolige und zweipolige mechanische Elemente | 46 |
| § 19. Zweipolige Masse | 47 |
| § 20. Schematische Darstellung mechanischer Systeme | 48 |
| § 21. Wechselseitig umkehrbare Darstellungen der mechanischen und elektrischen Systeme | 50 |
| § 22. Grundregeln zur Aufstellung elektromechanischer Analogien | 53 |
| § 23. Beispiele für die Aufstellung von Analogien | 54 |
| § 24. Mechanische Analogie des Transformators | 56 |
| § 25. Regeln und Beispiele von Analogien mechanischer Systeme nach dem zweiten System | 56 |
| § 26. Methodik der Berechnung komplizierter mechanischer Systeme. Stationäre Schwingungen | 59 |
| § 27. Berechnung komplizierter mechanischer Systeme bei nichtstationären Schwingungen | 61 |
| III. Anwendung der Methode der elektromechanischen Analogien auf einige Fragen der Theorie des Seismographen | |
| § 28. Elektrische Analogie des Seismographen vom „translativen“ Typ | 70 |
| § 29. Begriff der „dreipoligen“ Masse | 71 |
| § 30. Elektrische Analogie des Seismographen vom drehenden Typ | 72 |

VI Inhalt

| | |
|---|-----|
| § 31. Berücksichtigung parasitärer Widerstände im Seismographen | 73 |
| § 32. Schwingungen eines auf einer elastischen Unterlage stehenden Seismographen | 76 |
| § 33. Theorie der Luftdämpfung | 78 |
| IV. Verzerrungen im Verstärker | |
| § 34. Frequenz- und Phasencharakteristik einer Widerstandsverstärkerstufe | 85 |
| § 35. Der Begriff der logarithmischen Steilheit der Frequenzcharakteristik | 88 |
| § 36. Die Steilheit der Frequenzcharakteristik des einstufigen Widerstandsverstärkers | 89 |
| § 37. Nichtstationäre Vorgänge im einstufigen Widerstandsverstärker | 89 |
| § 38. Frequenz- und Phasencharakteristiken mehrstufiger Verstärker | 92 |
| § 39. Nichtstationäre Vorgänge in mehrstufigen Widerstandsverstärkern | 93 |
| § 40. Verzerrungen in Verstärkern mit Transformator-Kopplung | 97 |
| § 41. Verzerrungen in transformator-kondensator-gekoppelten Verstärkern | 99 |
| V. Theorie der elektromechanischen Wandler vom elektromagnetischem Typ | |
| § 42. Grundtypen der elektromechanischen Wandler | 103 |
| § 43. Äquivalente elektromechanische Größen | 104 |
| § 44. Äquivalente Systeme | 107 |
| § 45. Grundlagen der Theorie des elektromechanischen Seismographen | 112 |
| § 46. Theorie des Galvanometers | 114 |
| § 47. Theorie der zweimaligen elektromechanischen Umwandlung | 122 |
| § 48. Elektromechanische Resonanz | 124 |
| § 49. Anwendung der Theorie mehrmaliger elektromechanischer Umwandlungen auf die Theorie des Seismographen | 125 |
| VI. Mechanische Filter und Filterseismographen | |
| § 50. Mechanische Filter als Analoga elektrischer Filter | 132 |
| § 51. „Antiseismisches“ zweipoliges Trägheitselement | 133 |
| § 52. Mechanischer Hochpaß | 134 |
| § 53. Filterseismograph | 136 |
| VII. Seismische Apparatur | |
| § 54. Mechanische Seismographen | 138 |
| § 55. Elektromagnetische Seismographen | 142 |
| § 56. Mikrophon-Seismographen | 152 |
| § 57. Kapazitive Seismographen | 164 |
| § 58. Thermomikrophon-Seismograph | 167 |
| § 59. Piezoquarz-Beschleunigungsmesser | 172 |
| § 60. Verzerrungen in der seismischen Apparatur | 177 |
| § 61. Methodik zur Untersuchung der seismischen Apparatur | 180 |
| VIII. Zu einigen Fragen der seismischen Apparatur | |
| § 62. Über die Existenz elektromechanischer Analogien | 187 |
| § 63. Elektromagnetischer Seismograph mit Brücken-Magnetsystem | 190 |
| § 64. Zur Theorie der elektromagnetischen Dämpfung in Induktions-Seismographen | 194 |
| § 65. Der Einfluß des metallischen Spulenkörpers im elektrodynamischen Seismographen vom Typ SI-5 | 197 |
| § 66. Das Filtersystem in Verstärkern | 211 |
| § 67. Theorie des Mischers | 220 |

ZWEITER TEIL · METHODIK DER SEISMISCHEN ERKUNDUNG UND INTERPRETATION

IX. Einführung in die geometrische Seismik

| | |
|---|-----|
| § 68. Das Fermatsche Prinzip | 236 |
| § 69. Brechung und Reflexion elastischer Wellen | 238 |
| § 70. Die Typen gebrochener und reflektierter Wellen beim Vorhandensein einer Grenzfläche | 240 |
| § 71. Die Scheingeschwindigkeit | 242 |

X. Die Laufzeitkurven longitudinaler Refraktionswellen und ihre Interpretation im Falle ebener Grenzfläche

| | |
|---|-----|
| § 72. Das Zwei-Schichten-Problem | 247 |
| § 73. Das Drei-Schichten-Problem | 250 |
| § 74. Der Fall für n -horizontale Schichten | 254 |
| § 75. Ausfall von Zwischenschichten | 255 |
| § 76. Die Bruchstufe | 258 |
| § 77. Vertikale Grenzflächen | 260 |

XI. Longitudinal-transversale gebrochene Wellen

| | |
|--|-----|
| § 78. Die Existenz der verschiedenen Typen gebrochener Wellen in Abhängigkeit vom Verhältnis der Ausbreitungsgeschwindigkeiten der elastischen Wellen innerhalb der ersten und zweiten Schicht sowie vom Neigungswinkel der Grenzflächen und dem Abstand zwischen Schußpunkt und Seismographen | 264 |
| § 79. Laufzeitkurven aller Typen gebrochener Wellen | 268 |
| § 80. Die Berechnung der Tiefen der Grenzflächen nach den Laufzeitunterschieden der Wellen $S_1 P_{21}$, $P_{12} S_1$ und P_{121} | 273 |

XII. Die Interpretation von Laufzeitkurven longitudinaler Refraktionswellen im Falle gekrümmter Grenzflächen

| | |
|---|-----|
| § 81. Die Methode der arithmetischen Mittelung | 275 |
| § 82. Die Methode der „zugeordneten Punkte“ | 278 |
| § 83. Übergang von den Tiefen in Normalenrichtung zu den vertikalen Tiefen | 280 |
| § 84. Konstruktion des Profilschnittes bei Fehlen der Rückschuß-Laufzeitkurve | 282 |
| § 85. Bohrlochseismische Untersuchungen | 284 |
| § 86. Die Oberflächen- und Langsamschichtkorrektur | 285 |

XIII. Die Geometrische Seismik homogener Medien

| | |
|---|-----|
| § 87. Lösung der direkten Aufgabe | 288 |
| § 88. Lineare Geschwindigkeitszunahme mit der Tiefe | 290 |
| § 89. Exponentielle Geschwindigkeitszunahme | 293 |
| § 90. Die Lösung der umgekehrten Aufgabe bei beliebiger Geschwindigkeitszunahme mit der Tiefe | 294 |

XIV. Die Anwendung der geometrischen Seismik homogener Medien bei einigen Fragen der Interpretation von Laufzeitkurven gebrochener Wellen

| | |
|--|-----|
| § 91. Veränderliche Ausbreitungsgeschwindigkeit in der ersten Schicht und sprunghafte Geschwindigkeitsänderung beim Übergang in die zweite Schicht | 297 |
| § 92. Grenzflächen zweiter Ordnung | 303 |
| § 93. Veränderliche Ausbreitungsgeschwindigkeit in der zweiten Schicht | 304 |

VIII Inhalt

XV. Grundfragen der refraktionsseismischen Erkundungstechnik

- § 94. Das Beobachtungsschema 307
 § 95. Anregungs- und Empfangsbedingungen 311

XVI. Die Laufzeitkurven reflektierter Wellen im Falle ebener Grenzflächen
und ihre Beziehung zu den Laufzeitkurven der direkten und gebrochenen Wellen

- § 96. Die Laufzeitkurven der longitudinalen (P_{11}) und transversalen (S_{11}) Reflexionswellen 315
 § 97. Die Laufzeitkurven der reflektierten Wechselwellen 317
 § 98. Die Laufzeitkurven longitudinaler Reflexionswellen bei veränderlicher Geschwindigkeit innerhalb der ersten Schicht 321

XVII. Methoden zur Bestimmung der Lage der Reflexionselemente
und zur Konstruktion des Tiefenreliefs

- § 99. Berechnung der Tiefe und Neigung der Reflexionselemente bei bekannter Scheingeschwindigkeit 323
 § 100. Methoden zur Bestimmung der Form der Reflexionsfläche bei unbekannter Scheingeschwindigkeit 325

XVIII. Einige Methoden zur Berücksichtigung von Inhomogenitäten oberhalb
der Reflexionsfläche

- § 101. Methoden zur Bestimmung der mittleren Geschwindigkeiten 329
 § 102. Die Methode des „Vertikalprofils“ 333
 § 103. Strahlendiagramme 336
 § 104. Die Slotnikschen Diagramme 337

XIX. Grundfragen der Methodik bei der Registrierung reflektierter Wellen

- § 105. Methodik der Profilanordnung 341
 § 106. Der Einfluß geologischer Faktoren auf die Qualität der Reflexionen 347
 § 107. Die Empfangsbedingungen für reflektierte Wellen 357

XX. Arbeiten zur Methodik und Interpretation seismischer Beobachtungen

- § 108. Über die Möglichkeit der Abtrennung transversaler Wellen bei der reflektionsseismischen Erkundung 371
 § 109. Methodische Aufgaben der Tiefenseismik und Wege zu ihrer Lösung 393
 § 110. Die Gruppierung als Mittel gegen seismische Störungen 396
 § 111. Zur Untersuchung der Gründe für das Auftreten der seismischen Störwellen auf dem Meer und Mittel zu ihrer Bekämpfung 402
 § 112. Die Hochfrequenzseismik 409

Literatur 414

Namenverzeichnis 421

Sachverzeichnis 423

EINFÜHRUNG

Im *ersten Teil* des vorliegenden Buches wird die Theorie der Apparatur behandelt.

In der Seismologie, d. h. in der Wissenschaft, die sich mit dem Studium der Erdbeben beschäftigt, bezeichnet man als Seismographen Geräte, die zur Registrierung der Erdbebenwellen dienen. Bei der Entwicklung der „angewandten Seismometrie“ wurde diese Bezeichnung für alle Geräte beibehalten, die zur Aufzeichnung von Erschütterungen des Bodens, der Gebäude, Brücken und anderer Anlagen, unabhängig von den die Erschütterung hervorrufenden Ursachen, bestimmt sind.

Die Erschütterungen können translativen (Verschiebungen) oder drehenden (Neigungen) Charakter haben.

Die Bewegung des Bodens wird in jedem gegebenen Moment durch sechs Größen bestimmt: durch drei Komponenten des Vektors der Verschiebung und durch drei Komponenten des Vektors der Drehung.

Die zur Messung der horizontalen und vertikalen Verschiebungen dienenden Geräte bezeichnet man in der Erkundungs-Seismometrie entsprechend als horizontale und vertikale seismische Empfänger. Die die Drehung registrierenden Geräte bezeichnet man oft als Klinographen oder Torsiographen (in der Technik). Klinographen werden bis jetzt in der Erkundungs-Seismometrie nicht angewandt.

Die Bewegungen des Bodens (Verschiebungen) können nur aufgezeichnet werden, wenn im Beobachtungspunkt ein Körper vorhanden ist, der an der Bewegung des Bodens nicht teilnimmt oder wenigstens teilweise von den Erschütterungen isoliert ist. Diesen Körper stellt im Seismographen die träge (oder stationäre) Masse dar, die am Stativ des Seismographen mittels einer Feder aufgehängt ist. Wenn die elastische Kopplung zwischen der trägen Masse und dem Gestell des Seismographen genügend schwach ist, kann bei schnellen Schwingungen des Bodens (und des Gehäuses des Seismographen) die träge Masse praktisch als unbeweglich betrachtet werden. In diesem Fall wird die scheinbare Verschiebung der letzteren relativ zum Gehäuse in jedem gegebenen Moment gleich der Größe und umgekehrt zum Vorzeichen der Verschiebung des Bodens sein.

Die vollständigste „Isolation“ der trägen Masse von Erschütterungen kann auf folgende Weise erreicht werden: Wir stellen uns vor, daß am Stativ des Seismographen eine Kette hängt, die aus in Reihe geschalteten Federn und Massen besteht (dieses System bezeichnet man als mechanischen Tiefpaß). Je größer die Periodendauer der Eigenschwingungen jedes Gliedes des mechanischen Filters ist und je größer die Anzahl der Glieder ist, die das Gehäuse von der trägen Masse trennen, um so besser wird letztere von den Erschütterungen isoliert.

Die Vollkommenheit der Isolation der trägen Masse von den Erschütterungen kann durch das Verhältnis der Schwingungsperiode der Eigenschwingungen des

Seismographen zur Periode der zu registrierenden Schwingungen des Bodens bestimmt werden. Die Periode der Schwingungen des Bodens ändert sich in Abhängigkeit von den die Bewegung hervorrufenden Ursachen im Bereich von hundertstel Sekunde (künstliche Erdbeben — Explosionen bei der seismischen Erkundung) bis zu einigen Minuten (Oberflächenwellen bei entfernten Erdbeben). Da es für eine genaue Aufzeichnung erforderlich ist, daß der Seismograph eine Periode besitzt, die ein Mehrfaches der Periode der Schwingungen des Bodens beträgt, wird deutlich, um wieviel einfacher das Problem der genauen Aufzeichnung in der angewandten Seismik als in der Tiefen-Seismik bzw. Seismologie zu lösen ist.

Hierbei ist zu erwähnen, daß bei der Aufzeichnung schneller Schwingungen neue Schwierigkeiten durch parasitäre Widerstände in den Hebelsystemen, in den Registriereinrichtungen usw. auftreten.

Je kleiner das Verhältnis der Schwingungsperiode des Seismographen zur Periodendauer der Schwingungen des Bodens ist (d. h. je schlechter die Isolation der trägen Masse von Erschütterungen ist), um so geringer ist die Empfindlichkeit des Seismographen. Der Seismograph hört dabei bereits auf, eine genaue Aufzeichnung der Verschiebungen anzugeben. Unten wird gezeigt, daß mit der Abnahme des Verhältnisses der Perioden der Seismograph von der Aufzeichnung der Verschiebungen zur Aufzeichnung der Geschwindigkeiten und dann der Beschleunigungen übergeht.

In der Erkundungs-Seismometrie strebt man selten eine genaue Aufzeichnung der Verschiebungen des Bodens an. Größtenteils fordert man umgekehrt eine Verzerrung der Aufzeichnung zwecks Ausscheidung bestimmter Frequenzen.

Im Zusammenhang damit macht man oft die Schwingungsperiode der Seismographen gleich der Periode des Bodens oder kleiner als diese. Die Abnahme der Empfindlichkeit des Seismographen wird durch die Anwendung empfindlicherer Registriereinrichtungen kompensiert.

Die Amplituden der Bodenverschiebungen, die bei künstlichen Erdbeben auftreten, sind sehr klein (in der Größenordnung von 10^{-6} bis 10^{-4} cm). Deshalb müssen die relativen Verschiebungen der trägen Masse stark vergrößert werden. Nach dem Typ der Vergrößerungs- und Registriereinrichtungen bezeichnet man die Seismographen als mechanische oder elektrische.

Zu den mechanischen Seismographen gehören die Geräte mit rein mechanischer oder optischer Registrierung. Die Geräte vom ersten Typ wurden wegen ihrer geringen Empfindlichkeit in der Erkundungs-Seismik nicht angewandt. Mit ihnen wurden aber bei der Untersuchung der Erschütterungen von Gebäuden, Brücken usw. eine große Anzahl von Messungen durchgeführt. Die Geräte vom zweiten Typ (mit optischer Registrierung) erfreuten sich im ersten Stadium der Entwicklung der seismischen Erkundungsmethoden einer ausgedehnten Anwendung (Seismographen von MINTROP und SCHWEYDAR [74]). Heute sind sie durch die elektrischen Seismographen verdrängt worden.

Bei der elektrischen Aufzeichnung der seismischen Schwingungen ist der Seismograph eigentlich nur das erste Glied im Komplex der seismischen Apparatur. Der gesamte Komplex der Apparatur besteht in diesem Fall aus dem System „eigentlicher

Seismograph — elektromechanischer Wandler — Verstärker (und Filter) — Galvanometer“. Der elektromechanische Wandler, d. h. das Gerät, das die mechanischen Schwingungen in elektrische umformt, bildet mit dem Seismographen eine Einheit.

Die Klassifizierung der elektrischen Seismographen wird nach dem Typ der elektromechanischen Umwandlung durchgeführt. Bekannter sind folgende Seismographen: elektromagnetische (magnetische und elektrodynamische), Piezoquarz-, Kontakt-, kapazitive und Thermomikrophon-Seismographen.

Die durch elektrische Seismographen erzeugten Schwingungen müssen meistens durch Verstärker mit Elektronenröhren verstärkt werden.

Die Aufgabe der Verstärker besteht nicht nur in der Verstärkung, sondern auch in der „Filterung“. Das Filtern seismischer Schwingungen erfolgt bei der Registrierung von Reflexions- und Refraktionswellen.

Wendet man die Frequenz-Differentiation seismischer Wellen mit Hilfe elektrischer Filter an, so ist es möglich, eine deutliche Trennung der nutzbaren Wellen zu gewährleisten.

Jedes Glied des oben angeführten Systems ist gleichzeitig die Ursache von Verzerrungen. Auf die Frage nach dem Charakter der Verzerrungen wird weiter unten genauer eingegangen.

Die Einführung elektrischer Seismographen in die seismische Praxis erweiterte das Anwendungsgebiet der Seismographen wesentlich.

Die elektrische Registrierung gestattet

erstens, die Aussagen einer ganzen Gruppe von Seismographen auf einem photographischen Registrierstreifen mittels eines Oszillographen, der einige (bis zu 60) Galvanometer enthält („zentrale Registrierung“), festzuhalten,

zweitens, seismische Beobachtungen in tiefen Bohrungen (mit Hilfe von Bohrlochseismographen), auf dem Grund der Seen, Meere usw. durchzuführen,

drittens, die Empfindlichkeit der seismischen Apparatur durch Verstärker (oder empfindliche Galvanometer) bis auf einen gewünschten Grad zu erhöhen.

viertens, der seismischen Apparatur Filtereigenschaft zu erteilen,

fünftens, einen gerichteten Empfang der seismischen Wellen durchzuführen.

Diese Aufzählung könnte man noch weiter fortsetzen. Man könnte z. B. auf das bequeme Hantieren mit den Geräten, auf ihre einfache Regulierung usw. hinweisen.

Bevor der Übergang zur Darlegung der Theorie der seismischen Apparatur erfolgt, werden die Forderungen formuliert, die an die Apparatur in Abhängigkeit von ihrem Anwendungsgebiet gestellt werden.

Die Reflexionsseismik

Die reflektierten Wellen unterscheiden sich durch die spektrale Zusammensetzung von den Oberflächen-, Transversal- und übrigen Wellen, die gleichzeitig mit ihnen auftreten. Dieser Umstand gestattet es, die Filterung der Schwingungen zur genaueren Trennung der Reflexionen anzuwenden.

Es werde angenommen, daß die Kurve $\Phi_1(\omega)$ die spektrale Zusammensetzung der reflektierten Wellen und die Kurve $\Phi_2(\omega)$ die spektrale Zusammensetzung der übrigen Wellen, die den reflektierten Wellen überlagert sind, bestimmt (über Funktionen, die die spektrale Zusammensetzung bestimmen, s. Kap. II, § 27). Das Verhalten der Funktion

$$\Psi(\omega) = \frac{\Phi_1(\omega)}{\Phi_2(\omega)}$$

könnte auf die Frequenz oder das Frequenzband hinweisen, die bei der Registrierung reflektierter Wellen beizubehalten sind. Wenn es gelingen würde, mit der seismischen Apparatur einen hohen Grad an Selektivität zu erreichen, dann würde die optimale Frequenz der Abstimmung der Apparatur durch die Frequenz bestimmt, für die $\Psi(\omega)$ ein Maximum besitzt.

Als Ergebnis der experimentellen Arbeiten zeigte sich, daß sich die Reflexionen am besten herausheben, wenn auf dem Seismogramm die Frequenzen in der Größenordnung von durchschnittlich 50 Hz vorherrschen (daraus kann jedoch nicht gefolgert werden, daß die Frequenz der reflektierten Wellen durch diese Zahl ausgedrückt wird¹⁾).

Zur Registrierung der reflektierten Wellen ist eine Apparatur erforderlich, die eine selektive Empfindlichkeit besitzt, die aber aus dem gesamten Spektrum nicht unbedingt nur einen schmalen Frequenzbereich auswählt. Es ist nur notwendig, daß die Empfindlichkeit von hohen zu tiefen Frequenzen genügend steil abfällt (in der Größenordnung von 20...30 Hz und darunter). Zur Lösung dieser Aufgabe werden auch energetische Erwägungen durchgeführt. Entsprechend den Forderungen, die an die Frequenzcharakteristik der gesamten Apparatur zur Registrierung reflektierter Wellen gestellt werden, berechnet man die Seismographen, Verstärker und Galvanometer. In der Reflexionsseismik vereinigt der Verstärker in sich die Funktion eines Vorverstärkers und Hochpasses.

Die reflektierten Wellen werden gleichzeitig mit mehreren Seismographen registriert (12...60). Nach der Verschiebung der Maxima in der Aufzeichnung der Reflexionen durch verschiedene Kanäle einer Gruppe beurteilt man die Neigung der reflektierenden Flächen. Da die dabei zu messenden Zeitdifferenzen sehr klein sind, verursachen kleine Unterschiede in den Phasenverschiebungen der einzelnen Aufzeichnungen große Fehler bei der Interpretation der Beobachtungen.

Demzufolge ist an die Empfangsapparatur bei der Reflexionsseismik noch die Forderung einer vollständigen Identität aller Geräte gleicher Art, die zum gegebenen Komplex der Apparatur gehören, zu stellen. Hierbei ist gleiche Empfindlichkeit nicht so wichtig wie die gleiche Form der Frequenz- und Phasencharakteristiken.

¹⁾ Heute ist es zweckmäßig, in vielen Fällen zur Registrierung höherfrequenter Komponenten der Reflexionswellen (bis 100 Hz und darüber) überzugehen [5], [6], [19], [27], [40]. (Anm. d. Red. d. russ. Ausg.)

Die Refraktionsseismik ¹⁾

Im Anfangsstadium ihrer Entwicklung basierte die Methode der Refraktionsseismik — die Methode der ersten Einsätze — nur auf der Auswertung der Laufzeiten der ersten Einsätze von longitudinalen Refraktions-(Kopf-)Wellen.

Die Beobachtungen wurden bei der Methode der ersten Einsätze mit einer kleinen Zahl von Einzelgeräten in einer Apparatur, die nicht identisch und ohne Filter war, durchgeführt. Auf den Seismogrammen, die man beim Arbeiten nach der Methode der ersten Einsätze erhielt, konnten in der Regel nur die Laufzeiten der ersten Welle ausgewertet werden.

Man war damals nur bestrebt, der Apparatur eine hohe Empfindlichkeit in einem beschränkten Frequenzbereich (10 ... 20 Hz) zu geben, wobei der Steilheit der Frequenzcharakteristik keine ernste Bedeutung beigemessen wurde und sie in weiten Grenzen variabel war. Den Frequenzverzerrungen wurde ebenfalls kein Wert beigelegt.

Deshalb konnten bei der damals existierenden Methodik und Technik der Registrierung die Korrelationsprinzipien der Wellen, die in der Reflexionsseismik angewandt werden und später der Korrelationsmethode der Refraktionswellen (KMGW) [17] zugrunde gelegt wurden, nicht verwirklicht werden. In der KMGW wurden die Methodik und Technik der Registrierung wesentlich vervollständigt. Die verwendete Apparatur ist in vielen technischen Daten der Apparatur ähnlich, die bei der Reflexionsseismik verwendet wird. Es wurden mehrkanalige seismische Stationen mit veränderlicher Filterung, die Bündelung von Seismographen usw. angewandt. Dies gestattet, die Lesbarkeit der Aufzeichnungen zu verbessern, den Grundpegel der Störschwingungen, darunter die mikroseismische Bodenunruhe, zu verringern und die effektive Empfindlichkeit des Empfangskanals zu erhöhen.

Der Bereich der zu registrierenden Schwingungen wurde wesentlich sowohl im Bereich der niedrigsten, als auch im Bereich der höchsten Frequenzen erweitert. Als Arbeitsfrequenzbereich gilt z. Z. bei der KMGW der Bereich von 5 ... 10 bis 80 ... 100 Hz und mehr [17].

Es wird angestrebt, die modernen seismischen Stationen gleichzeitig sowohl für Arbeiten der Reflexionsseismik, als auch für Arbeiten nach der KMGW zu verwenden, indem man sie mit einigen Zusatzeinrichtungen, Filtern usw. ausrüstet.

Die im vorliegenden Buch entwickelte Theorie und die Methoden der Berechnung der seismischen Apparatur sind im gleichen Maße sowohl für die reflexionsseismische Apparatur als auch für die bei der KMGW zu verwendende Apparatur anwendbar.

Ingenieur-Seismik

Wie bekannt, gehören zum Gebiet der Seismik sehr verschiedenartige Aufgaben: Untersuchung der Erschütterungen von Gebäuden, Brücken, Molen und anderen

¹⁾ Der betreffende Abschnitt wurde durch moderne Methoden in der Entwicklung der Refraktionsseismik ergänzt. (Anm. d. Red. d. russ. Ausg.)

Anlagen unter dem Einfluß von periodischen oder nichtperiodischen Schwankungen, die Untersuchung der Erschütterungen, die durch Transportmittel verschiedener Art in Abhängigkeit vom Typ des Transportes, seiner Geschwindigkeit und der Eigenschaften des Weges hervorgerufen werden, die Messung von Vibrationen an Maschinen usw.

Bei der Ausführung der angegebenen Untersuchungen ist entweder größtenteils eine genaue Aufzeichnung der entstehenden Bewegungen (Verschiebungen oder Beschleunigungen) oder die Ausscheidung der Schwingungen innerhalb irgendeines bestimmten Frequenzbereiches erforderlich. In der Ingenieur-Seismik begegnet man oft stationären Schwingungen. Aus diesem Grunde wird bei der Spektralanalyse von Erschütterungen oft die Resonanzmethode angewandt.

Das Problem der selektiven Aufzeichnung in der technischen Seismik wird noch dadurch charakterisiert, daß neben Hochpässen in einigen Fällen Tiefpässe verwendet werden. Als Beispiel kann man auf die Messung der langsamen Änderungen der Beschleunigung eines Flugzeuges im Fluge im Grundpegel hochfrequenter Vibrationen, die durch seinen Motor entstehen, hinweisen.

Wir bemerken, daß die in der Technik zu untersuchenden Vibrationen gewöhnlich eine große Intensität besitzen und oft keine Verstärkung erfordern.

In letzter Zeit erhielten in der Ingenieur-Seismik die Piezoquarz-Beschleunigungsmesser erstrangige Bedeutung, die in Verbindung mit Gleichstromverstärkern und Hochpässen ausschließlich eine genaue Aufzeichnung der Beschleunigung ergeben.

* * *

Im *zweiten Teil* des Buches werden die Fragen der Theorie der seismischen Erkundungsmethoden, der Methodik der Beobachtungen und der Interpretation behandelt.

Gemäß der üblichen Einteilung werden die geophysikalischen Erkundungsmethoden in zwei Hauptgruppen unterteilt. Zur ersten gehören die Methoden, die auf der Untersuchung der natürlichen Kraftfelder beruhen, die durch geologische Körper verursacht werden. In den geophysikalischen Methoden der zweiten Gruppe wird das Kraftfeld künstlich erzeugt. Das künstlich zu erzeugende Feld kann konstant oder variabel sein, wobei das variable stationär oder nichtstationär sein kann. Im letzten Fall kann als eine der Meßgrößen die Zeit der Ausbreitung des Kraftfeldes dienen.

Bei den seismischen Methoden wird das Kraftfeld durch Schüsse (oder in seltneren Fällen durch Schlagwirkung) erzeugt. Eine Störung des Gleichgewichtes breitet sich in Form von Raum- (longitudinale und transversale) und Oberflächenwellen aus.

Die räumlichen Wellen, die auf ihrem Weg Trennflächen treffen, werden gebrochen und reflektiert. Ein Teil der gebrochenen und reflektierten Wellen kehrt wieder zur Erdoberfläche zurück.

Wenn im Halbraum, der durch die Beobachtungsfläche begrenzt ist, die Geschwindigkeitsverteilung von elastischen Wellen bekannt ist, kann für einen beliebigen Typ einer Refraktionswelle die Laufzeitkurve, d. h. die Kurve, die den Zusammenhang zwischen der Laufzeit der Welle vom vorgegebenen Typ und der Entfernung zwischen dem Anregungs- und Empfangspunkt der Erschütterungen herstellt, konstruiert werden.

Umgekehrt kann in vielen Fällen aus der Form der Laufzeitkurven der Refraktionswellen die Geschwindigkeitsverteilung unter der Beobachtungsfläche ermittelt werden. Die einfachsten Spezialfälle dieser umgekehrten Aufgabe beschäftigen in der Hauptsache die Erkundungs-Seismik. In Übereinstimmung mit den geologischen Darstellungen des Aufbaues der oberen Schichten der Erdkruste zerlegt man den Halbraum meistens in Gebiete. Dabei wird angenommen, daß innerhalb jedes Gebietes die Ausbreitungsgeschwindigkeit der elastischen Wellen konstant ist, daß sich aber an den diese Gebiete trennenden Flächen die Geschwindigkeiten sprunghaft ändern. Die Anzahl der Gebiete wird oft auf zwei oder drei beschränkt.

Die umgekehrte Aufgabe kann als gelöst betrachtet werden, wenn die Form und die Lage der Trennflächen bestimmt und die Ausbreitungsgeschwindigkeit der elastischen Wellen in jedem der Gebiete ermittelt worden sind.

Die seismische Welle wird reflektiert, wenn sie auf eine Trennfläche trifft, an der sich die Geschwindigkeit der elastischen Wellen oder die Dichte sprunghaft ändert. Wenn man die Lage der reflektierenden Flächen und die Geschwindigkeitsverteilung kennt, dann kann für jeden Beobachtungspunkt die Laufzeit der reflektierten Welle, und umgekehrt kann aus der Laufzeit die Lage der reflektierenden Flächen gefunden werden. In einigen Fällen zeichnet sich die Methodik der Interpretation durch äußerste Einfachheit aus. Wenn im Bereich zwischen der Erdoberfläche und der Reflexionsfläche die Ausbreitungsgeschwindigkeit der elastischen Wellen konstant ist, dann ist bei einem kleinen Abstand zwischen dem Anregungspunkt und dem Empfänger der Erschütterungen die Tiefe der Reflexionsfläche die Hälfte des Produktes von Laufzeit und Geschwindigkeit.

Bei der reflexionsseismischen Untersuchungsmethode hat man es fast ausschließlich mit longitudinalen Reflexionswellen zu tun.

Die Refraktionswelle kann nur in dem Fall entstehen, wenn im geologischen Profilschnitt Schichten mit einer größeren Geschwindigkeit als im darüberliegenden Medium vorhanden sind. Die Entstehung der Refraktionswelle ist unter der Bedingung möglich, daß sie unter dem Grenzwinkel $i = \arcsin \frac{v_1}{v_2}$ auf die Oberfläche einer Schicht höherer Geschwindigkeit fällt, wobei v_1 und v_2 die entsprechenden Geschwindigkeiten im darüberliegenden Medium und in der Schicht sind.

Wir vergleichen nun die Methoden der Refraktions- und Reflexionsseismik.

Bei der Refraktionsseismik werden Flächen erkundet, die Medien mit verschiedenen Ausbreitungsgeschwindigkeiten für elastische Wellen trennen. Der Unterschied in den Geschwindigkeiten muß etwa 20...30% erreichen (mitunter auch bedeutend mehr).¹⁾ Die refraktionsseismische Methode wird prinzipiell nicht zur Feststellung von Oberflächen von Schichten angewandt, die eine kleinere Ausbreitungsgeschwindigkeit der elastischen Wellen als die darüberliegenden besitzen.

Bei der reflexionsseismischen Methode werden Flächen erkundet, an denen die Schallhärte (d. h. das Produkt von Dichte und Ausbreitungsgeschwindigkeit der

¹⁾ Die gegenwärtig gewonnenen experimentellen Daten zeigen, daß sich Refraktionswellen schon bei Geschwindigkeitsunterschieden von weniger als 10% bilden [17]. (Anm. d. Red. d. russ. Ausg.)

elastischen Wellen) eine Sprungstelle aufweist. Bei einer kontinuierlichen Änderung der Schallhärte entstehen beim Übergang von einer Schicht zur anderen keine reflektierten Wellen. Es genügen sehr unbedeutende Unterschiede der Schallhärte, um eine gut reflektierende Fläche zu erhalten. Die Fälle sind nicht selten, in denen die reflexionsseismische Methode 5... 10 reflektierende Horizonte in dem Schichtkomplex erfaßt, in dem die Refraktionsseismik nur 1... 2 Grenzflächen aufzeigt. Größtenteils sind die brechenden Flächen gleichzeitig auch reflektierende Flächen, wenn nur die Bedingung der sprunghaften Änderung der elastischen Eigenschaften erfüllt wird. Die Reflexionsmethode wird im Gegensatz zur Refraktionsmethode auch dann angewandt, wenn die Geschwindigkeit in der unteren Schicht kleiner als die Geschwindigkeit in der oberen Schicht ist.

Die refraktionsseismische Methode gestattet, nicht nur die Tiefe der brechenden Fläche zu bestimmen, sondern auch die wahre Ausbreitungsgeschwindigkeit der elastischen Wellen in Gesteinen, die sich unter ihr befinden. Aus der Größe der Geschwindigkeit kann man im bestimmten Grad auch die lithologische Zusammensetzung dieser Gesteine beurteilen.

Die reflexionsseismische Methode gibt im gegenwärtigen Stadium ihrer Entwicklung keine Aufschlüsse über den physikalischen Charakter der reflektierenden Schichten. Mit dieser Methode können nur die mittleren effektiven Geschwindigkeiten bis zu den reflektierenden Grenzflächen und aus ihnen die Schicht-Geschwindigkeiten bestimmt werden.

Die Genauigkeit der Tiefenbestimmung kann bei der Erkundung mit der reflexionsseismischen Methode sehr hoch sein, besonders wenn mit Hilfe von Bohrloch-Seismographen die Änderung der Geschwindigkeit von Longitudinalwellen mit der Tiefe bestimmt worden ist. In vielen Fällen sind die Fehler nicht größer als einige Prozent. Besonders genau wird das relative Relief bestimmt, d. h. der Höhenunterschied eines Punktes der reflektierenden Fläche gegenüber einem anderen.

Die refraktionsseismische Methode ergibt bei der Bestimmung der Tiefen und Neigungswinkel größere Fehler als die reflexionsseismische Methode. Vorhandene abschirmende Schichten können bei dieser Erkundungsmethode sehr starke Abweichungen von den wahren Tiefen bedingen.

Die reflexionsseismische Methode steht auch in bezug auf den Wirkungsradius an erster Stelle. Tiefen in der Größenordnung von 2... 4 km bedeuten bei der Erkundung mit der Reflexionsseismik keinerlei Schwierigkeit. Die Erkundung nach der refraktionsseismischen Methode ist bei gleicher Erkundungstiefe mit einem größeren Aufwand an Zeit und Mitteln verbunden. Umgekehrt ist bei Erkundung kleiner Tiefen die Refraktionsseismik wirksamer, da die Reflexionen von den sich in geringer Tiefe befindenden Grenzflächen (bis 100... 200 m) selten genügend deutlich wiedergegeben werden.

Die Geschwindigkeit der elastischen Wellen ist die physikalische Grundkonstante, die den Ausbreitungsprozeß der Wellenfront „steuert“. Die Messung der Ausbreitungsgeschwindigkeit elastischer Wellen ist für die seismische Erkundung von zwei Gesichtspunkten aus interessant. Erstens muß man unbedingt die Geschwindigkeits-

verteilung kennen, um die Tiefe der Trennflächen richtig zu berechnen. Zweitens sind aus den Größen der Geschwindigkeiten einige Folgerungen bezüglich der lithologischen Natur der geologischen Körper möglich. In Verbindung damit ist die nachfolgende Tabelle von Interesse, in der die Gesteinsarten und die Größen der Ausbreitungsgeschwindigkeiten von Longitudinalwellen in ihnen angegeben sind. In dieser Tabelle sind nur die Daten enthalten, die bei Geschwindigkeitsmessungen unter den Bedingungen einer natürlichen Lagerung geologischer Körper erhalten wurden. Besonders zuverlässig sind die durch Messungen in tiefen Bohrungen mit Bohrlochseismographen erhaltenen Werte. Die Geschwindigkeit der elastischen Wellen in Gesteinen ein und derselben lithologischen Zusammensetzung nimmt etwas bei der Vergrößerung der Mächtigkeit der sie bedeckenden Gesteine zu.

| Bezeichnung der Gesteine | Ausbreitungsgeschwindigkeit von Longitudinalwellen in km/s |
|---|--|
| Schwarzerde, oberflächennahe Sandschicht, Löß usw. | 0,2 bis 0,8 |
| trockener Sand | 0,3 bis 1,0 |
| feuchter Sand | 0,7 bis 1,3 |
| Wasser (mit verschiedenem Salzgehalt) | 1,4 bis 1,6 |
| Gletschereis | 3,1 bis 3,6 |
| Ton, toniger Sandstein, Mergel | 1,8 bis 2,0 |
| sandig-tonige Gesteine in großen Tiefen | 2,0 bis 2,8 |
| Sandstein | 2,0 bis 3,4 |
| Kalkstein | 3,2 bis 5,5 |
| Salz, Salzgesteine und „cap-rock“ | 4,5 bis 5,5 |
| Eruptivgesteine, kristalline Gesteine (Gneis, Granit, Basalt) | 4,5 bis 6,0 |

Einige Autoren weisen auf die Existenz einer Quasianisotropie hin, die sich dadurch ausdrückt, daß die Ausbreitungsgeschwindigkeit der Wellen parallel zu den Flächen der Schichtung größer als in der Querriichtung ist.

Die ersten Versuche einer Anwendung von seismischen Methoden für die geologische Erkundung wurden schon im vergangenen Jahrhundert unternommen. Die seismische Methode erhielt jedoch erst in den zwanziger Jahren dieses Jahrhunderts praktischen Wert, als die Grundlagen der refraktionsseismischen Methode ausgearbeitet wurden. L. MINTROP erhielt die Methode der ersten Einsätze patentiert. Er gab keine Beschreibung seiner theoretischen Grundlagen an. Diese Lücke wurde schnell von einer Anzahl Autoren geschlossen. In der UdSSR wurde die Theorie der Refraktionsseismik zuerst von P. LASAREW und A. SABOROWSKI im Jahre 1926 ausgearbeitet. Die praktischen Anwendungen dieser Methode begannen in der UdSSR 1930. Die Methode hat sich dank ihrer Genauigkeit und der Eindeutigkeit der geologischen Interpretation schnell einen der ersten Plätze unter den anderen Methoden der geophysikalischen

Erkundung erobert. Eine besondere Ausdehnung erhielt diese Methode bei der Erkundung von Salzstöcken im Emba-Erdölgebiet.

Die zweite Modifikation der seismischen Methode — die Reflexionsseismik — wurde etwas später entwickelt.

Die theoretische Begründung der reflexionsseismischen Methode war vollständig klar, nur die Technik der Registrierung reflektierter Wellen bereitete größere Schwierigkeiten. Dies war mit der notwendigen Selektion der reflektierten Wellen aus einer Vielzahl von Wellen anderer Typen, die gleichzeitig mit den reflektierten Wellen auftreten, verbunden. Die Schwierigkeiten wurden durch die Anwendung von Filtern bei der Registrierung reflektierter Wellen behoben.

Später wurde eine neue Modifikation der Methode der Refraktionsseismik, die Korrelationsmethode gebrochener Wellen (KMGW), ausgearbeitet. Die Apparatur und die Methodik der Beobachtung haben bei dieser Methode viel Gemeinsames mit der Apparatur und Methodik der Reflexionsseismik.

Heute verwendet man bei den Erkundungsarbeiten die Methoden der Reflexions- und Refraktionsseismik, die hauptsächlich auf der Registrierung von Longitudinalwellen beruhen.

ERSTER TEIL

DIE SEISMISCHE APPARATUR

I. Theorie der mechanischen Seismographen

§ 1. Differentialgleichung des mechanischen Seismographen

Die Hauptformen der mechanischen Seismographen haben für kleine Schwingungen Differentialgleichungen gleichen Typs. Aus diesem Grunde ist es völlig hinreichend, hier nur die Theorie des einfachsten Modells eines Seismographen darzulegen. Wir benutzen das in Abb. 1 dargestellte System.¹⁾

An der Feder, deren „Härte“ durch K bestimmt wird, hängt die Last M . Die Bewegungsfreiheit der Last ist so eingeschränkt, daß eine Verschiebung nur in vertikaler Richtung möglich ist. Die Richtung nach unten bezeichnen wir als positiv.

Die Verschiebung der Last in bezug auf das Stativ des Gerätes wird durch einen Hebelarm V -mal vergrößert. Wir nehmen an, daß das Hebelsystem die Form der Schwingungen nicht verzerrt, sondern nur deren „Maßstab“ vergrößert.

Durch die Bewegung des Bodens und demzufolge durch die Bewegung des Gehäuses wird im allgemeinen Fall auch die träge Masse des Seismographen in Bewegung gesetzt. Während des Schwingungsprozesses soll sich der Aufhängepunkt um die Größe ξ , die Masse M um die Größe x_M aus der Ruhelage verschieben.

Abb. 1

In diesem Moment wirkt auf die stationäre Masse außer der Trägheitskraft noch die elastische Kraft, die durch die Längenänderung x_{Fe} der Feder hervorgerufen wird: $F_{Fe} = -Kx_{Fe}$.

Wenn die Feder eine zusätzliche Dehnung erfährt (x_{Fe} positiv), ist die Kraft F_{Fe} negativ, d. h., sie ist nach oben gerichtet.

Nach dem Prinzip von D'ALEMBERT kann man schreiben:

$$-M\ddot{x}_M - Kx_{Fe} = 0. \quad (1.1)$$

Wegen

$$x_M = x_{Fe} + \xi$$

läßt sich die Gleichung (1.1) in folgender Form schreiben:

$$M\ddot{x}_{Fe} + Kx_{Fe} = -M\ddot{\xi}.$$

¹⁾ In diesem Buch werden nur lineare Systeme mit zusammengefaßten Konstanten betrachtet. Die Theorie der nichtlinearen Schwingungen ist in [1] dargelegt. (Anm. d. Red. d. russ. Ausg.)

Bezüglich der Bewegung des Hebelendes (x) erhält die Gleichung (1.1) die Form

$$M\ddot{x} + Kx = -VM\ddot{\xi} \quad (1.2)$$

mit $x = Vx_{Fe}$.

Die Gleichung (1.2) ist die Differentialgleichung für die Bewegung des Indikators im Seismographen unter der Einwirkung der Bewegung des Bodens, ohne Berücksichtigung von Reibung und Dämpfung.

Damit die Eigenschwingungen der trägen Masse die Form der Schwingungen des Bodens möglichst wenig verzerren, wird in den Seismographen eine Dämpfung eingeführt. Dabei ist man gewöhnlich bestrebt, einen solchen Dämpfer anzuwenden, daß die Dämpfungskraft proportional zur Geschwindigkeit der Relativbewegung der Last ist.¹⁾

In diesem Fall erscheint im linken Teil der Gleichung (1.2) das Glied $H\dot{x}$. Als Resultat erhalten wir

$$M\ddot{x} + H\dot{x} + Kx = -VM\ddot{\xi}, \quad (1.3)$$

wobei H ein Proportionalitätsfaktor ist.

Auf die Gleichung vom Typ (1.3) lassen sich die Gleichungen der meisten Systeme von mechanischen Seismographen (die keine Reibung besitzen) zurückführen. Im weiteren Text werden wir neben der Gleichung (1.3) häufig die Gleichung des Seismographen in folgender Form verwenden:

$$\ddot{x} + 2h\dot{x} + n_0^2x = -V\ddot{\xi} \quad (1.4)$$

mit $h = \frac{H}{2M}$, $n_0^2 = \frac{K}{M}$. (1.4 a)

Weiter unten wird gezeigt, daß n_0 die Kreisfrequenz der Eigenschwingungen des Seismographen bei fehlender Dämpfung ist:

$$n_0 = 2\pi f_0 = \frac{2\pi}{T_0}. \quad (1.4 b)$$

Dabei ist f_0 die Anzahl der Schwingungen pro Sekunde, T_0 die Periodendauer der ungedämpften Eigenschwingungen.

¹⁾ Als Dämpfungskraft bezeichnen wir eine Kraft, die von der Geschwindigkeit abhängt und der Bewegungsrichtung entgegengerichtet ist. Entwickelt man die Kraft in Potenzen von \dot{x} , so erhalten wir eine Potenzreihe:

$$a_1\dot{x} + a_2\dot{x}^2 + a_3\dot{x}^3 + \dots$$

Ein freies Glied kann nicht auftreten, da anderenfalls Reibung auftreten müßte. Wenn sich die Platte des Dämpfers im Falle einer Flüssigkeitsdämpfung senkrecht zu seiner Oberfläche bewegt, können die Glieder mit höheren Potenzen (besonders das quadratische Glied) bei großer Geschwindigkeit der Bewegung nicht unberücksichtigt bleiben. Bis heute wurde jedoch noch nicht gezeigt, daß bei den Amplituden und Frequenzen, wie sie in der Erkundungs-Seismik auftreten, die Glieder mit höheren Potenzen von \dot{x} einen wesentlichen Einfluß auf den Verlauf des Schwingungsprozesses haben.

Deshalb können wir uns auf den Spezialfall des idealen Dämpfers beschränken, der eine zur Geschwindigkeit proportionale Dämpfung bedingt.

Die Reibung wird nicht berücksichtigt, da bei einer optischen oder elektrischen Registrierung (die fast ausschließlich in der Erkundungs-Seismik angewandt wird) der Einfluß der Reibung unbedeutend ist.

§ 2. Lösung der homogenen Differentialgleichung des Seismographen (Eigenschwingungen)

Wir untersuchen zunächst die Eigenschwingungen der trägen Masse des Seismographen. In diesem Fall ist $\xi = 0$, und die Gleichung (1.4) erhält die Form

$$\ddot{x} + 2h\dot{x} + n_0^2 x = 0. \quad (2.1)$$

Mit Hilfe der Substitution $x = e^{-ht}u$ wird die Gleichung (2.1) durch folgende ersetzt:

$$\ddot{u} + (n_0^2 - h^2)u = 0. \quad (2.1 a)$$

Es sind drei Fälle zu unterscheiden:

$$1) n_0 > h; \quad 2) n_0 < h; \quad 3) n_0 = h.$$

1. Der erste Fall entspricht der periodischen Lösung der Gleichung (2.1 a):

$$u = C_1 \cos n_1 t + C_2 \sin n_1 t \quad (2.1 b)$$

mit

$$n_1^2 = n_0^2 - h^2. \quad (2.1 c)$$

Unter Berücksichtigung der durchgeführten Substitution finden wir, daß die Masse des Seismographen gedämpfte Schwingungen (bei $n_0 > h$) ausführt:

$$x_1 = e^{-ht}(C_1 \cos n_1 t + C_2 \sin n_1 t) = A e^{-ht} \sin(n_1 t + \psi). \quad (2.2)$$

2. Für $n_0 < h$ erhält die Lösung der Gleichung (2.1 a) die Form

$$u = C_1 e^{n_2 t} + C_2 e^{-n_2 t}$$

mit

$$n_2^2 = h^2 - n_0^2.$$

Die Bewegung der Masse des Seismographen besitzt dann aperiodischen Charakter:

$$x_2 = e^{-ht}(C_1 e^{n_2 t} + C_2 e^{-n_2 t}). \quad (2.3)$$

3. Für $n_0 = h$ geht die Gleichung (2.1 a) über in

$$\ddot{u} = 0. \quad (2.1 d)$$

Folglich ist

$$u = C_1 t + C_2$$

und demzufolge

$$x_3 = e^{-ht}(C_1 t + C_2). \quad (2.4)$$

Dieser Fall wird als aperiodischer Grenzfall und die ihm entsprechende Dämpfung als kritische bezeichnet.

Die Konstanten C_1 und C_2 werden in jedem Fall aus den Anfangswerten der Auslenkung und der Geschwindigkeit der Bewegung bestimmt. Wenn z. B. bei $t = 0$

$$x = x_0 \quad \text{und} \quad \dot{x} = 0$$

ist, so ergibt sich für

$$\begin{aligned} 1) \quad & n_0 > h \\ & x_1 = x_0 e^{-ht} \left(\cos n_1 t + \frac{h}{n_1} \sin n_1 t \right), \\ 2) \quad & n_0 < h \\ & x_2 = \frac{x_0}{2n_2} e^{-ht} \left((n_2 - h) e^{n_2 t} + (n_2 + h) e^{-n_2 t} \right), \\ 3) \quad & n_0 = h \\ & x_3 = x_0 e^{-ht} (ht + 1). \end{aligned}$$

Wir untersuchen die periodische Lösung genauer:

$$x = A e^{-ht} \sin(n_1 t + \psi) \quad (2.2 a)$$

mit $n_1^2 = n_0^2 - h^2$.

Mit Hilfe der gewöhnlichen Regeln bestimmen wir die Zeitpunkte der Minima und Maxima:

$$\dot{x} = A e^{-ht} (n_1 \cos(n_1 t + \psi) - h \sin(n_1 t + \psi)) = 0.$$

Daraus folgt

$$\tan(n_1 t + \psi) = \frac{n_1}{h} = \text{const.} \quad (2.5)$$

Wenn t_0 eine der Lösungen dieser Gleichungen ist, dann sind die

$$t_k = t_0 + k \frac{\pi}{n_1} \quad (k = 1, 2, 3, \dots)$$

ebenfalls Lösungen der Gleichung (2.5).

Wenn t_k dem Maximum der Kurve entspricht, so entspricht t_{k+1} dem Minimum. Die Differenz $(t_{k+1} - t_k)$ ist gleich der halben Schwingungsdauer. Demzufolge ergibt sich für die Dauer einer Periode

$$T = 2(t_{k+1} - t_k) = \frac{2\pi}{n_1}.$$

Daraus folgern wir, daß n_1 die Frequenz der gedämpften Schwingungen ist. Ist keine Dämpfung vorhanden, so ist die Frequenz der Eigenschwingungen gleich n_0 .

Die Dämpfung reduziert die Frequenz und vergrößert die Periode der Eigenschwingungen.

Die Gleichung (2.1 c) kann auch wie folgt geschrieben werden:

$$\left(\frac{2\pi}{T} \right)^2 = \left(\frac{2\pi}{T_0} \right)^2 - h^2. \quad (2.2 b)$$

Hierbei ist T_0 die Periode der ungedämpften Schwingung.

Je kleiner die Differenz zwischen h und n_0 ist, um so größer wird die Schwingungsdauer T . Für $h \rightarrow n_0$ geht $T \rightarrow \infty$, und die Bewegung wird aperiodisch.

Wir ermitteln nun das Gesetz für die Abnahme der Amplituden als Funktion der Zeit bei einer gedämpften Schwingung.

Bezeichnen wir die k -te Amplitude mit A_k und die $(k + 1)$ -te mit A_{k+1} , so erhalten wir

$$A_k = A e^{-ht_k},$$

$$A_{k+1} = A e^{-ht_k - \frac{hT}{2}},$$

woraus folgt

$$\frac{A_k}{A_{k+1}} = e^{\frac{hT}{2}}.$$

Das Verhältnis zweier aufeinanderfolgender Amplituden wird als Dämpfungskoeffizient bezeichnet. Den dekadischen Logarithmus dieses Verhältnisses nennt man logarithmisches Dekrement A :

$$A = \lg e^{\frac{hT}{2}} = \frac{hT}{2} \lg e. \quad (2.6)$$

Die Dämpfung wird dadurch charakterisiert, daß das logarithmische Dekrement nicht von der Amplitude (und der Zeit) abhängt.

Drückt man h durch A aus, so erhält die Gleichung (2.2 b) die Form

$$T_0 = \frac{T}{\sqrt{1 + \frac{A^2}{\pi^2 \lg^2 e}}} = \frac{T}{\sqrt{1 + 0,537 A^2}}. \quad (2.2 c)$$

Dieser Ausdruck gestattet, aus dem Wert der Periode der gedämpften Schwingung und der Größe des logarithmischen Dekrements die Schwingungsdauer T_0 der freien Schwingungen (ohne Dämpfung) des Seismographen zu berechnen.

In Abb. 2 ist als Beispiel eine periodische gedämpfte Schwingung dargestellt. Die Punkte der Maxima und Minima liegen auf den Kurven

$$x = \pm A e^{-ht}. \quad 0$$

Wir weisen noch auf eine wichtige Gleichung hin, die die Periode T_0 der ungedämpften Eigenschwingungen mit der statischen Dehnung Δl verbindet (Δl ist die Differenz zwischen der Länge der Feder im belasteten und unbelasteten Zustand):

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{\Delta l}{g}} \approx 0,2 \sqrt{\Delta l}; \quad (2.7)$$

g bezeichnet die Erdbeschleunigung.

Die Gleichung (2.7) verwendet man oft bei der Berechnung von Seismographen.

§ 3. Erzwungene stationäre Schwingungen des Seismographen bei periodischer Anregung

Wir kommen nun zur Lösung der inhomogenen Gleichung (1.4) für den Fall, daß die Bewegung des Bodens nach folgender Beziehung verläuft:

$$\xi = \xi_0 \cos \omega t. \quad (3.1)$$

Unter Anwendung des Ausdrucks

$$e^{i\alpha} = \cos \alpha + i \sin \alpha \quad (i = \sqrt{-1})$$

formen wir die Gleichung (3.1) um in

$$\xi = \operatorname{Re} \{ \xi_0 e^{i\omega t} \}. \quad (3.1 a)$$

Dabei wird durch die Buchstaben Re der Realteil des in der Klammer stehenden Ausdruckes gekennzeichnet. Man kann jedoch bei der Lösung der linearen Gleichung (1.4) annehmen, daß die Anregungsfunktion aus einem reellen und einem imaginären Teil besteht, d. h.

$$\xi = \xi_0 e^{i\omega t} \quad \text{und} \quad \ddot{\xi} = -\omega^2 \xi_0 e^{i\omega t}. \quad (3.1 b)$$

In diesem Fall wird die Lösung der Schwingungsgleichung ebenfalls komplex sein. Der Übergang zum reellen Teil der Lösung kann am Ende der Berechnungen erfolgen.

Jetzt kommen wir zur Lösung der Gleichung

$$\ddot{x} + 2h\dot{x} + n_0^2 x = V\omega^2 \xi_0 e^{i\omega t}. \quad (3.2)$$

Die spezielle Lösung suchen wir in der Form

$$x = x_0 e^{i\omega t}, \quad (3.3)$$

wobei x_0 dann komplex ist, wenn zwischen x und ξ eine Phasendifferenz vorhanden ist.

Wenn wir (3.3) in (3.2) einsetzen, erhalten wir

$$x = \frac{V\omega^2 \xi_0 e^{i\omega t}}{n_0^2 - \omega^2 + i2\omega h} \quad (3.4)$$

oder

$$x = \frac{V\omega^2 \xi_0 e^{i(\omega t + \varphi)}}{\sqrt{(n_0^2 - \omega^2)^2 + 4\omega^2 h^2}}$$

mit

$$\left. \begin{aligned} \cos \varphi &= \frac{n_0^2 - \omega^2}{\sqrt{(n_0^2 - \omega^2)^2 + 4\omega^2 h^2}}, \\ \sin \varphi &= \frac{-2\omega h}{\sqrt{(n_0^2 - \omega^2)^2 + 4\omega^2 h^2}}. \end{aligned} \right\} \quad (3.5)$$

Geht man abschließend zum Realteil der Lösung über, so ergibt sich

$$x = \frac{V\omega^2 \xi_0 \cos(\omega t + \varphi)}{\sqrt{(n_0^2 - \omega^2)^2 + 4\omega^2 h^2}}. \quad (3.6)$$

Die allgemeine Lösung der Gleichung (3.2) ist gleich der Summe aus der speziellen Lösung (3.6) und einer der vollständigen Lösungen für die Eigenschwingungen (2.2), (2.3) oder (2.4) in Abhängigkeit von den Größen n_0 und h .

Wenn vom Beginn der Schwingungsanregung eine sehr große Zeitspanne vergangen ist, kann man für $h \neq 0$ die Eigenschwingungen des Seismographen als gedämpft betrachten. Haben wir es demzufolge mit stationären Schwingungen zu tun, so ist es ausreichend, sich auf die Lösung (3.6) zu beschränken. Aus ihr erhalten wir für das Amplitudenverhältnis der Schwingungen des Indikators im Seismographen und des Bodens folgenden Ausdruck:

$$\mathcal{V} = \frac{x_0}{\xi_0} = \frac{V \omega^2}{\sqrt{(n_0^2 - \omega^2)^2 + 4 \omega^2 h^2}} \quad (3.7)$$

Weiterhin kann man aus der Beziehung (3.6) folgenden Schluß ziehen: Zwischen den beiden Schwingungen existiert eine Phasendifferenz φ , die durch die Gleichung (3.5) bestimmt wird. Auf die Phasenverschiebung wird im § 9 ausführlich eingegangen.

Die Kurve, die \mathcal{V} mit der Frequenz der Bewegung des Bodens verbindet, wird als spektrale- oder dynamische Charakteristik des Seismographen bezeichnet. Durch die Gleichung (3.7) wird die gesamte Schar von Frequenzcharakteristiken bestimmt. Als Parameter der Kurvenschar dient der Dämpfungskoeffizient h . In Abb. 3 sind einige Kurven dieser Schar dargestellt, die den Dämpfungswerten $h = 0; 0,2n_0; 0,4n_0; 0,6n_0; 0,8n_0$ und n_0 entsprechen.

Ohne Dämpfung wird die dynamische Empfindlichkeit bei $\omega = n_0$ (Resonanz) unendlich. Je stärker die Dämpfung ist, um so weniger ist von einer Resonanzerscheinung zu bemerken. Die Frequenz, bei der die maximale dynamische Empfindlichkeit auftritt, wird aus folgender Beziehung bestimmt:

$$\frac{d\mathcal{V}}{d\omega} = 0.$$

Diese Beziehung führt zu folgendem Wert der Resonanzfrequenz:

$$\omega_r = \frac{n_0^2}{\sqrt{n_0^2 - 2h^2}} \quad (3.8)$$

Durch eine Vergrößerung der Dämpfung h verschiebt sich die Resonanzfrequenz zu höheren Frequenzen.

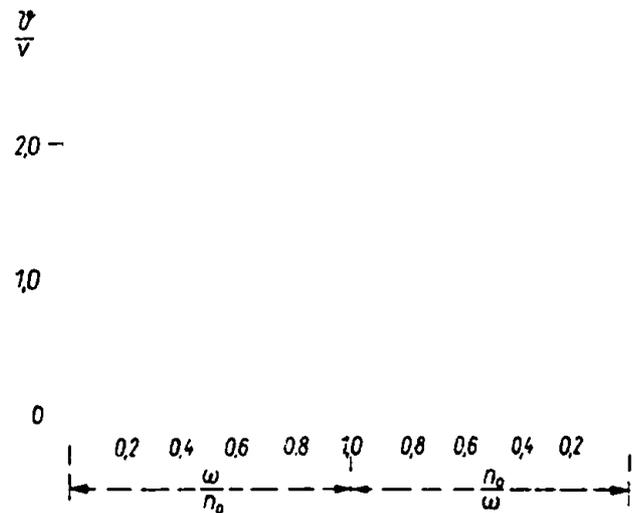


Abb. 3. Frequenzcharakteristiken des mechanischen Seismographen

Die Resonanzerscheinungen verschwinden, wenn gilt

$$h = \frac{n_0}{\sqrt{2}}. \quad (3.9)$$

Dazu ist zu bemerken, daß bei diesem Wert der Dämpfung (der als optimale Dämpfung bezeichnet wird) der aperiodische Grenzfall noch nicht erreicht ist, da $h_{\text{krit}} = n_0$ ist.

Im folgenden untersuchen wir, welche Form der Ausdruck für die Frequenzcharakteristik mit den drei Hauptwerten h erhält:

1) ohne Dämpfung ($h = 0$):

$$v_1 = \frac{V}{\frac{n_0^2}{\omega^2} - 1}; \quad (3.10)$$

2) bei optimaler Dämpfung ($h = n_0/\sqrt{2}$):

$$v_2 = \frac{V}{\sqrt{1 + \left(\frac{n_0}{\omega}\right)^4}}; \quad (3.11)$$

3) wenn die Dämpfung den Wert für den aperiodischen Grenzfall ($h = n_0$) erreicht:

$$v_3 = \frac{V}{1 + \left(\frac{n_0}{\omega}\right)^2}. \quad (3.12)$$

Wenn ω im Verhältnis zu n_0 klein ist, dann ist in allen Fällen

$$v_1 = v_2 = v_3 = V \left(\frac{\omega}{n_0}\right)^2. \quad (3.13)$$

Bei $\omega = n_0$

$$v_1 = \infty, \quad v_2 = \frac{V}{\sqrt{2}}, \quad v_3 = \frac{V}{2}. \quad (3.14)$$

Für $\omega \rightarrow \infty$ strebt die gesamte Kurvenschar (3.7) zum Grenzwert

$$v = V, \quad (3.15)$$

der unabhängig vom Wert des Dämpfungskoeffizienten ist.

Die statische und dynamische Vergrößerung sind für $\omega = \infty$ einander gleich. Deshalb wird V oft als Vergrößerung der unendlich schnellen Schwingungen bezeichnet.

Befassen wir uns nun mit der für die Erkundungs-Seismik wichtigen Frage der Steilheit der Frequenzcharakteristik. Mit dieser Frage hängt das Problem der hochfrequenten Filterung seismischer Schwingungen eng zusammen. Je steiler die Frequenzcharakteristik des Seismographen ist, um so leichter kann man aus einer Gruppe von Schwingungen jene Schwingungen heraustrennen, die die meisten hochfrequenten Komponenten besitzen.

Als logarithmische Steilheit S der Charakteristik bezeichnet man den Quotienten aus der relativen Zunahme der dynamischen Empfindlichkeit (\mathcal{V}) und der Frequenz (ω):

$$S = \frac{d\mathcal{V}}{\mathcal{V}} \cdot \frac{d\omega}{\omega} = \frac{d \lg \mathcal{V}}{d \lg \omega}. \quad (3.16)$$

Die physikalische Bedeutung der von uns eingeführten Größe S wird im § 35, Kap. IV, erläutert.

Beschränkt man sich nur auf den aperiodischen Grenzfall, so ist

$$S = \frac{2n_0^2}{\omega^2 + n_0^2}. \quad (3.17)$$

Die Steilheit erreicht ihren größten Wert (gleich 2) bei $\omega \rightarrow 0$. Daraus folgt, daß zur Erhöhung der Steilheit (und Verbesserung der Filterung) unbedingt eine Vergrößerung der Eigenfrequenz des Seismographen anzustreben ist.

§ 4. Der Fall komplizierter periodischer Anregung

Führt der Boden eine komplizierte Schwingung aus, die in Form einer Summe kosinusförmiger (oder sinusförmiger) Schwingungen darstellbar ist,

$$\xi = \sum_1^k \xi_{0i} \cos(\omega_i t + \gamma_i), \quad (4.1)$$

so kann für diesen Fall die Lösung von (1.4) für stationäre Schwingungen wie folgt geschrieben werden:

$$x = \sum_1^k x_{0i} \cos(\omega_i t + \gamma_i + \varphi_i) \quad (4.2)$$

mit

$$x_{0i} = \frac{V \omega_i^2 \xi_{0i}}{\sqrt{(n_0^2 - \omega_i^2)^2 + 4\omega_i^2 h^2}}, \quad (4.2 a)$$

$$\varphi_i = \arctan \frac{-2\omega_i h}{n_0^2 - \omega_i^2}. \quad (4.2 b)$$

Berücksichtigt man, daß die Frequenzen ω_i ein kontinuierliches Spektrum bilden, so könnte man von der endlichen Summe (4.1) und (4.2) zur unendlichen Summe übergehen, d. h. von der Fourier-Reihe zum Fourier-Integral. Dieser Übergang würde uns die Möglichkeit geben, die Form der Bewegung des Indikators im Seismographen bei beliebiger Form der Anregungsfunktion zu berechnen. Das Problem wird von uns jedoch nicht in dieser Weise behandelt, da wir eine andere, einfachere Lösung dieser Aufgabe kennen. Sie ist im § 7 dargelegt.¹⁾

¹⁾ Heute werden auf Grund der ausgearbeiteten Theorie der Spektren [10], [22], [23], [24], [46], [48] Aufgaben dieser Art mit der Methode des Fourier-Integrals gelöst. (Anm. d. Red. d. russ. Ausg.)

§ 5. Bewegung des Seismographen durch eine plötzlich beginnende sinusförmige Schwingung

Bis jetzt haben wir angenommen, daß die harmonische Schwingung des Bodens schon sehr lange anhält, d. h. so lange, daß die Eigenschwingungen der trägen Masse des Seismographen vernachlässigt werden können. In der reinen und angewandten Seismik treten jedoch bei einem großen Teil der Vorgänge Übergangserscheinungen auf.

Bei der Analyse der letzteren gehen wir vom Fall einer plötzlich beginnenden sinusförmigen Schwingung aus. Dieser Fall tritt praktisch selten auf. Es ist jedoch zweckmäßig, ihn zu behandeln, da die Besonderheiten des gestellten Problems dabei eine überaus einfache und anschauliche Form besitzen. In den nächsten Paragraphen gehen wir zu komplizierteren und auch praktisch interessanten Beispielen über.

Bis zum Zeitpunkt $t = 0$ befinden sich Boden und Seismograph in Ruhe, während in $t = 0$ der Boden nach der Beziehung

$$\xi = \xi_0 \sin \omega t$$

zu schwingen beginnt.

Die Bewegung des Indikators im Seismographen kann in diesem Fall als Summe der Eigen- und erzwungenen Schwingungen betrachtet werden.

Die Bewegung erfolgt nach der Beziehung

$$x = x_k + \mathcal{V} \xi_0 \sin(\omega t + q). \quad (5.1)$$

In dieser Gleichung charakterisiert das erste Glied der rechten Seite die Eigenschwingungen und das zweite Glied die erzwungenen Schwingungen; x_k ist in Abhängigkeit vom Verhältnis n_0 zu h gleich x_1 , x_2 oder x_3 (s. die Gleichungen (2.2), (2.3) und (2.4)).

Die Konstanten, die in den Gleichungen der Eigenschwingungen enthalten sind, werden aus den Anfangsbedingungen bestimmt, d. h. aus den Anfangswerten von Auslenkung und Geschwindigkeit.

In unserem Fall ist für $t = 0 -$

$$\xi = 0, \quad \dot{\xi} = 0, \quad x = 0, \quad \dot{x} = 0 \quad (5.2)$$

und für $t = 0 +$

$$\xi = 0, \quad \dot{\xi} = \omega \xi_0, \quad x = 0, \quad \dot{x} = \dot{x}_0. \quad (5.3)$$

Die erste Gruppe der Anfangsbedingungen entspricht dem Zeitpunkt, der unmittelbar vor dem Beginn der Schwingungen liegt, die zweite Gruppe dem Zeitpunkt, der sofort auf den Beginn der Schwingungen folgt.

Zur Bestimmung der Anfangsgeschwindigkeit \dot{x}_0 nehmen wir wieder Bezug auf die Grundgleichung (1.4) und integrieren diese gliedweise in den Grenzen von $0 -$ bis $0 +$:

$$\dot{x}(0+) - \dot{x}(0-) + 2h(x(0+) - x(0-)) + n_0^2 \int_{0-}^{0+} x dt = -V(\dot{\xi}(0+) - \dot{\xi}(0-)). \quad (5.4)$$

Unter Berücksichtigung der zwei Gruppen (5.2) und (5.3) von Anfangsbedingungen finden wir

$$\dot{x}_0 = -V \dot{\xi}_0 = -V \omega \xi_0.$$

Demzufolge nehmen wir bei der Bestimmung der Form der Eigenbewegungen an, daß gilt

$$x_0 = 0, \quad \dot{x}_0 = -V \omega \xi_0. \quad (5.5)$$

Weiterhin beschränken wir uns auf den Fall der kritischen Dämpfung:

$$x = e^{-n_0 t} (C_1 t + C_2) + \frac{V}{1 + \left(\frac{n_0}{\omega}\right)^2} \xi_0 \sin(\omega t + \varphi) \quad (5.6)$$

mit

$$\left. \begin{aligned} \sin \varphi &= \frac{-2\omega n_0}{n_0^2 + \omega^2}, \\ \cos \varphi &= \frac{n_0^2 - \omega^2}{n_0^2 + \omega^2}. \end{aligned} \right\} \quad (5.6a)$$

Die Bedingungen (5.5) ergeben zwei Gleichungen:

$$x_0 = 0 = C_2 - \frac{V}{1 + \left(\frac{n_0}{\omega}\right)^2} \xi_0 \cdot \frac{2\omega n_0}{n_0^2 + \omega^2}$$

und

$$\dot{x}_0 = -V \omega \xi_0 = -n_0 C_2 + C_1 + \frac{V}{1 + \left(\frac{n_0}{\omega}\right)^2} \xi_0 \cdot \omega \frac{n_0^2 - \omega^2}{n_0^2 + \omega^2}.$$

Aus diesen bestimmen wir die Konstanten

$$C_1 = - \frac{V \omega \xi_0 \left(\frac{n_0}{\omega}\right)^2}{1 + \left(\frac{n_0}{\omega}\right)^2},$$

$$C_2 = \frac{2V \xi_0 \frac{n_0}{\omega}}{\left(1 + \left(\frac{n_0}{\omega}\right)^2\right)^2}.$$

Die allgemeine Lösung besitzt die Form:

$$x = \frac{V \xi_0}{1 + \left(\frac{n_0}{\omega}\right)^2} \left\{ e^{-n_0 t} \frac{n_0}{\omega} \left[\frac{2}{1 + \left(\frac{n_0}{\omega}\right)^2} - n_0 t \right] + \sin(\omega t + \varphi) \right\}. \quad (5.7)$$

Für den Sonderfall, daß die Periodendauer der Schwingung des Bodens gleich der der Eigenschwingungen des Seismographen (ohne Dämpfung) ist, erhalten wir

$$x = \frac{V \xi_0}{2} (e^{-\omega t} (1 - \omega t) - \cos \omega t). \quad (5.8)$$

In Abb. 4 ist die graphische Analyse für (5.8) wiedergegeben. In ihr wurden gegenübergestellt: die Bewegung des Bodens ($\xi = \xi_0 \sin \omega t$) Kurve I, die erzwungenen stationären Schwingungen des Indikators im Seismographen ($x - x_k = \frac{V \xi_0}{2} \cos \omega t$) Kurve II, die Eigenbewegung des Indikators ($x_k = \frac{V \xi_0}{2} e^{-\omega t} (1 - \omega t)$) Kurve III

$\xi, x - x_k, x_k, x$

-
-
-
-
-

Abb. 4

und die geschriebene Kurve des Seismographen (x) Kurve IV. Die Kurve IV erhält man durch Addition der Kurven II und III.

Die statische Vergrößerung V wurde gleich 2 angenommen.

Um einen bequemeren Vergleich der Bewegung des Bodens und des Indikators im Seismographen zu ermöglichen, wurde bei der Berechnung die Richtung der Auslenkung des Bodens umgekehrt. In diesem Fall haben die ersten Auslenkungen beider Schwingungen die gleiche Richtung.

Die Kurven zeigen, daß die Übergangserscheinungen (Kurve III) nur zu Beginn der Schwingung eine wesentliche Bedeutung besitzen. Bereits nach der zweiten Auslenkung kann man die Schwingungen des Indikators als stationär bezeichnen.

Zwischen beiden Bewegungen ist eine deutliche Phasenverschiebung vorhanden. Der erste Extremwert der Schwingung des Indikators im Seismographen tritt vor dem ersten Extremwert der Schwingung des Bodens auf. Diese Feststellung gilt auch für die nachfolgenden Extremwerte. Weiter unten gehen wir noch genauer auf diese Erscheinung ein (§ 10).

§ 6. Bewegung des Seismographen durch eine plötzlich beginnende gedämpfte sinusförmige Schwingung

Wir nehmen an, daß die Bewegung des Bodens nach folgender Beziehung verläuft:

$$\left. \begin{array}{l} \text{Für } t < 0 \quad \xi = 0, \\ t > 0 \quad \xi = \xi_0 e^{-pt} \sin \omega t. \end{array} \right\} \quad (6.1)$$

Bei der Bestimmung der speziellen Lösung der Schwingungsgleichung (der inhomogenen Gleichung) kann man analog dem vorhergehenden annehmen, daß die Bewegung des Bodens aus einer reellen und einer imaginären Komponente besteht:

$$\xi = \xi_0 e^{-pt} (-i \cos \omega t + \sin \omega t) = -i \xi_0 e^{-pt + i\omega t}. \quad (6.2)$$

Da die Bewegung des Bodens sinusförmig erfolgt, wird uns im endgültigen Ergebnis nur der reelle Teil der Lösung interessieren.

Die zu lösende Gleichung hat damit die Form

$$\ddot{x} + 2h\dot{x} + n_0^2 x = iV\xi_0(i\omega - p)^2 e^{(i\omega - p)t}. \quad (6.3)$$

Die spezielle Lösung suchen wir in der Form

$$x = B e^{(i\omega - p)t}. \quad (6.4)$$

Führt man (6.4) in die Schwingungsgleichung (6.3) ein, so zeigt sich, daß die Gleichung (6.3) erfüllt wird, wenn

$$\begin{aligned} B &= \frac{iV\xi_0(i\omega - p)^2}{(i\omega - p)^2 + 2h(i\omega - p) + n_0^2} \\ &= iV\xi_0 \frac{p^2 - \omega^2 - 2i\omega p}{n_0^2 + p^2 - \omega^2 - 2hp + 2i\omega(h - p)} \\ &= iV\xi_0 e^{i\varphi} \frac{p^2 + \omega^2}{\sqrt{(n_0^2 + p^2 - \omega^2 - 2hp)^2 + 4\omega^2(h - p)^2}} \end{aligned} \quad (6.5)$$

ist mit

$$\varphi = \psi_1 - \psi_2,$$

wobei gilt

$$\left. \begin{aligned} \tan \psi_1 &= \frac{-2\omega p}{p^2 - \omega^2}, \\ \tan \psi_2 &= \frac{2\omega(h - p)}{n_0^2 + p^2 - \omega^2 - 2hp}. \end{aligned} \right\} \quad (6.6)$$

Die spezielle Lösung wird, wenn man sich auf den Realteil beschränkt, wie folgt geschrieben:

$$x = -V\xi_0 \frac{(p^2 + \omega^2) e^{-pt} \sin(\omega t + \varphi)}{\sqrt{(n_0^2 + p^2 - \omega^2 - 2hp)^2 + 4\omega^2(h - p)^2}}. \quad (6.7)$$

Um die vollständige Lösung zu erhalten, muß unbedingt die spezielle Lösung (6.7) noch durch eine der allgemeinen Lösungen der homogenen Schwingungsgleichung ergänzt werden, d. h. durch x_1 , x_2 oder x_3 (Gleichungen (2.2), (2.3) oder (2.4)).

Für den Fall der kritischen Dämpfung ($h = n_0$) ist z. B.

$$x = e^{-n_0 t} (C_1 t + C_2) - \frac{V\xi_0(p^2 + \omega^2) e^{-pt} \sin(\omega t + \varphi)}{(n_0 - p)^2 + \omega^2}, \quad (6.8)$$

mit

$$\varphi = \arctan \frac{-2\omega p}{p^2 - \omega^2} - \arctan \frac{2\omega(n_0 - p)}{(n_0 - p)^2 - \omega^2}. \quad (6.9)$$

Die zu den Gleichungen für die Eigenbewegung des Seismographen gehörenden Konstanten werden unter Berücksichtigung von zwei Gruppen von Anfangsbedingungen bestimmt:

1. Für den unmittelbar vor Beginn der Schwingungen liegenden Zeitpunkt gilt

$$\xi = \dot{\xi} = x = \dot{x} = 0. \quad (6.10)$$

2. Für den unmittelbar auf den Beginn der Schwingungen folgenden Zeitpunkt gilt

$$\xi = 0, \quad \dot{\xi} = \omega \xi_0, \quad x = 0, \quad \dot{x} = \dot{x}_0. \quad (6.11)$$

Durch gliedweise Integration der Schwingungsgleichung (5.4) erhalten wir

$$\dot{x}_0 = -V\omega\xi_0.$$

Die Anfangsbedingungen besitzen deshalb die gleiche Form wie im vorhergehenden Paragraphen (5.5).

Für die Bestimmung der Konstanten C_1 und C_2 ergeben sich zwei Gleichungen, die z. B. für den aperiodischen Grenzfall folgende Form besitzen:

$$\left. \begin{aligned} C_2 - \frac{V\xi_0(p^2 + \omega^2)\sin\varphi}{(n_0 - p)^2 + \omega^2} &= 0, \\ -n_0C_2 + C_1 - \frac{V\xi_0(p^2 + \omega^2)(\omega\cos\varphi - p\sin\varphi)}{(n_0 - p)^2 + \omega^2} &= -V\omega\xi_0. \end{aligned} \right\} \quad (6.12)$$

Wir behalten den einfachen Spezialfall bei, in dem die Periode der Bewegung des Bodens gleich der Periode der Eigenschwingungen des Seismographen ohne Dämpfung und außerdem $p = \omega$ ist.

Damit wird

$$\omega = n_0 = h = p.$$

Die Gleichung (6.8) geht über in

$$x = V\xi_0 e^{-\omega t} (2 - \omega t - 2\cos\omega t). \quad (6.13)$$

Die Form der Schwingungen des Bodens und des Indikators im Seismographen sind in Abb. 5 dargestellt, wobei die Kurve *I* die Bewegung des Bodens und die Kurve *II* die des Indikators im Seismographen wiedergibt; V wurde gleich 1 gesetzt.

Aus der Abb. 5 geht hervor, daß unter Vernachlässigung des aperiodischen Verhaltens des Seismographen die Kurve seiner Bewegung einen schärfer ausgeprägten Schwingungscharakter als die Kurve der Bodenbewegung besitzt. Zwischen beiden Bewegungen (vergleiche den im vorhergehenden Paragraphen dargelegten Fall) ist eine starke Phasenverschiebung vorhanden. Die Extremwerte der Bewegung des Indikators liegen vor den Extremwerten der Bewegung des Bodens.

$\xi \uparrow x$

- 2 -

Abb. 5

$\delta \omega t$

§ 7. Bewegung des Seismographen bei beliebiger Form der Anregungsfunktion

Unterliegt die Form der Anregungsfunktion keinen Einschränkungen, so suchen wir die Lösung der Gleichung (1.4) in der allgemeinen Form

$$\ddot{x} + 2h\dot{x} + n_0^2 x = -V\ddot{\xi}(t). \quad (7.1)$$

Durch die Substitution

$$x = e^{-ht}z$$

geht die Gleichung (7.1) in folgende Form über:

$$\ddot{z} + (n_0^2 - h^2)z = -Ve^{ht}\ddot{\xi}(t). \quad (7.2)$$

Die Lösung der homogenen Gleichung kann für $n_0 \neq h$ geschrieben werden als

$$z = C_1 e^{int} + C_2 e^{-int}, \quad (7.3)$$

wobei gilt

$$n = \sqrt{n_0^2 - h^2}. \quad (7.3a)$$

Wir wenden die Methode der Variation der Konstanten an. Es wird angenommen, daß C_1 und C_2 Funktionen der Zeit sind. Die Form dieser Funktionen wird so gewählt, daß die inhomogene Gleichung (7.2) erfüllt wird.

Wir differenzieren z nach der Zeit und erhalten

$$\dot{z} = C_1 i n e^{int} + C_2 (-i n) e^{-int} + \dot{C}_1 e^{int} + \dot{C}_2 e^{-int}.$$

Unterliegen C_1 und C_2 der Einschränkung

$$\dot{C}_1 e^{int} + \dot{C}_2 e^{-int} = 0, \quad (7.4)$$

so wird der zweite Differentialquotient \ddot{z} die Form haben

$$\ddot{z} = -C_1 n^2 e^{int} - C_2 n^2 e^{-int} + \dot{C}_1 i n e^{int} + \dot{C}_2 (-i n) e^{-int}. \quad (7.5)$$

Setzt man (7.3) und (7.5) in (7.2) ein, so ergibt sich die zweite Bedingung zur Bestimmung der Funktionen C_1 und C_2 :

$$\dot{C}_1 i n e^{int} - \dot{C}_2 i n e^{-int} = -V\ddot{\xi}e^{ht}. \quad (7.6)$$

Aus (7.4) und (7.6) erhalten wir die Differentialquotienten

$$\dot{C}_1 = -\frac{V\ddot{\xi}e^{(h-in)t}}{2in},$$

$$\dot{C}_2 = \frac{V\ddot{\xi}e^{(h+in)t}}{2in}.$$

Integriert man \dot{C}_1 und \dot{C}_2 , so findet man

$$C_1 = -\frac{V}{2in} \int_a^t \ddot{\xi} e^{(h-in)t} dt, \quad (7.7)$$

$$C_2 = \frac{V}{2in} \int_a^t \ddot{\xi} e^{(h+i)n)t} dt, \quad (7.8)$$

wobei a eine gewisse willkürliche Konstante ist.

Werden (7.7) und (7.8) in (7.3) eingesetzt, so ergibt sich die spezielle Lösung zu (7.2):

$$z = -\frac{V e^{int}}{2in} \int_a^t \ddot{\xi} e^{(h-in)t} dt + \frac{V e^{-int}}{2in} \int_a^t \ddot{\xi} e^{(h+i)n)t} dt. \quad (7.9)$$

Die Lösung (7.9) kann noch wie folgt geschrieben werden:

$$z = \frac{V}{2in} \int_a^t e^{hu} \ddot{\xi}(u) (e^{in(u-t)} - e^{-in(u-t)}) du. \quad (7.10)$$

In diesem Fall wird die Integrationsvariable durch den Buchstaben u ausgedrückt.

Wenn $n_0 > h$ ist (die Dämpfung ist kleiner als im aperiodischen Grenzfall), so erhält man nach dem Übergang zu trigonometrischen Funktionen

$$z_1 = \frac{V}{n_1} \int_a^t e^{hu} \ddot{\xi}(u) \sin n_1(u-t) du, \quad (7.11)$$

wobei nach dem Vorhergehenden gilt

$$n_1^2 = n_0^2 - h^2.$$

Wenn $n_0 < h$ ist (die Dämpfung ist größer als im aperiodischen Grenzfall), dann ist

$$z_2 = \frac{V}{n_2} \int_a^t e^{hu} \ddot{\xi}(u) (e^{n_2(u-t)} - e^{-n_2(u-t)}) du \quad (7.12)$$

mit

$$n_2^2 = h^2 - n_0^2.$$

Daraus folgen die speziellen Lösungen zu (7.1):

$$x_1 = e^{-ht} z = \frac{V}{n_1} \int_a^t e^{h(u-t)} \ddot{\xi}(u) \sin n_1(u-t) du \quad (7.13)$$

und

$$x_2 = \frac{V}{n_2} \int_a^t e^{h(u-t)} \ddot{\xi}(u) (e^{n_2(u-t)} - e^{-n_2(u-t)}) du. \quad (7.14)$$

Die allgemeinen Lösungen erhalten die Form

$$x_1 = A e^{-n_1 t} \sin(n_1 t + \psi) + \frac{V}{n_1} \int_a^t e^{\lambda(u-t)} \ddot{\xi}(u) \sin n_1(u-t) du, \quad (7.15)$$

$$x_2 = e^{-n_1 t} (C_1 e^{-n_2 t} + C_2 e^{n_2 t}) + \frac{V}{n_2} \int_a^t e^{\lambda(u-t)} \ddot{\xi}(u) (e^{n_2 t(u-t)} - e^{-n_2 t(u-t)}) du. \quad (7.16)$$

Wir gehen nun zum aperiodischen Grenzfall über.

Die Lösung der homogenen Gleichung (7.2) für $n_0 = h$ ist

$$z = C_1 t + C_2. \quad (7.17)$$

Zur Bestimmung von C_1 und C_2 stellen wir folgendes System auf:

$$t\dot{C}_1 + \dot{C}_2 = 0,$$

$$C_1 = -V \ddot{\xi} e^{h t}.$$

Aus diesem System erhalten wir

$$\dot{C}_1 = -V \int_a^t \ddot{\xi}(u) e^{h u} du, \quad (7.18)$$

$$C_2 = V \int_a^t \ddot{\xi}(u) e^{h u} u du \quad (7.19)$$

mit

$$z = V \int_a^t \ddot{\xi} e^{h u} (u - t) du. \quad (7.20)$$

Die allgemeine Lösung besitzt dann die Form

$$x_3 = e^{-h t} (A t + B) + V \int_a^t \ddot{\xi}(u) e^{h(u-t)} (u - t) du. \quad (7.21)$$

Die Gleichungen (7.15), (7.16) und (7.21) gestatten, die Bewegung des Indikators im Seismographen zu berechnen, wenn die Form der Bewegung des Bodens bekannt ist.

§ 8. Die Formel von BERLAGE

Wenn auf den sich in Ruhe befindenden Seismographen im Zeitpunkt $t = 0$ eine Welle einwirkt, die das Gehäuse des Seismographen in eine sinusförmige Schwingung $\xi = \xi_0 \sin \omega t$ versetzt, so erfährt im Zeitpunkt $t = 0$ das Gehäuse des Seismographen eine sprunghafte Geschwindigkeitsänderung, d. h., der Indikator im Seismographen erhält in diesem Zeitpunkt plötzlich eine gewisse Anfangsgeschwindigkeit. Die Aufzeichnung des Seismographen wird durch den gegebenen Winkel (für $t = 0$) charakte-

risiert. Ein Geschwindigkeitssprung tritt auch in dem Fall auf, wenn die Bewegung des Bodens nach der Gleichung

$$\xi = \xi_0 e^{-\nu t} \sin \omega t$$

erfolgt.

Oft bemerkt man auf Seismogrammen beim Auftreten einer Welle ein „stoßfreies“ Ansteigen der Auslenkung. Dies ist — soweit bekannt — durch die Verzerrungen im Seismographen erklärbar (ungenügende Starrheit der Hebelübersetzung usw.). Trotzdem sind diese Verzerrungen nicht so groß, daß man durch sie allein die erhaltene Form des ersten Einsatzes erklären könnte. Es bleibt nur noch die Annahme: Die seismischen Wellen weisen in diesen Fällen keinen Geschwindigkeitssprung auf.

H. JEFFREYS [70] zeigte, daß die sog. Kopfwellen (gebrochene Wellen, die längs der Trennlinie zweier Medien laufen) nicht das sprunghafte Auftreten der Geschwindigkeit, sondern der Beschleunigung bedingen.

Durch die Analyse der Einsatzformen verschiedener Wellentypen kam H. P. BERLAGE [57] zu der Folgerung, daß für die überwiegende Anzahl der Wellen die entstehende Bewegung des Bodens entsprechend der Beziehung

$$\xi = \xi_0 t e^{-\nu t} \sin \omega t \quad (8.1)$$

angenommen werden kann.

Wie man sich leicht überzeugen kann, ist in diesem Fall die Anfangsgeschwindigkeit $\dot{\xi}_0 = 0$, während die Beschleunigung sprunghaft auftritt:

$$\ddot{\xi}_{0-} = 0, \quad \ddot{\xi}_{0+} = 2 \omega \xi_0. \quad (8.2)$$

Die Lösung der Differentialgleichung für die Schwingungen des Seismographen kann für den Fall der Bewegung des Seismographen nach der Beziehung (8.1) mit Hilfe der Gleichungen des vorhergehenden Paragraphen erfolgen. Wir werden hier keine Berechnungen anstellen, da deren Verlauf vollkommen klar ist. Wir beschränken uns auf die Angabe einiger Endergebnisse.

BERLAGE führte die Berechnungen der aufgezeichneten Form der Bodenbewegung für einen Seismographen mit einer statischen Vergrößerung $V = 1$ und einem Dämpfungskoeffizienten von 5 : 1 durch.

In Abb. 6 ist das Resultat dieser Berechnung für $p/\omega = 0,1$; $p/\omega = 0,3$; $p/\omega = 0,5$ für verschiedene Frequenzverhältnisse n_0/ω dargestellt. Die durch unterbrochene Linien wiedergegebenen Kurven zeigen die wirkliche Bewegung des Bodens,

Abb. 6

die durch Volllinien wiedergegebenen Kurven die theoretisch berechnete Bewegung des Indikators im Seismographen.

Die Bewegung des Bodens und des Seismographen hat anfangs die Form von Schwingungen mit wachsender, aber dann mit abnehmender Amplitude (in Abb. 6 ist nur der erste Abschnitt der Schwingungen dargestellt). Die erste Amplitude der Bewegung des Indikators im Seismographen ist immer kleiner als die erste Amplitude der Bodenbewegung. Zwischen beiden Schwingungen liegt eine Phasenverschiebung vor, die mit wachsendem Verhältnis $\frac{n_0}{\omega}$ zunimmt (vergleiche mit den Kurven in Abb. 4 und 5). 12 -

In Abb. 7 ist die dynamische Charakteristik des Seismographen wiedergegeben. Auf der Abszisse ist das Verhältnis n_0/ω , der Eigenfrequenz des Seismographen zur Frequenz der Schwingungen des Bodens, und auf der Ordinate die Größe der ersten Amplitude A_1 aufgetragen.

Zum Vergleich wurde in Abb. 7 die Frequenzcharakteristik für die stationäre Schwingung dargestellt (unterbrochene Linie). Der Unterschied in der Form der Charakteristiken tritt deutlich hervor. Die unterbrochene Linie hat ein ausgeprägtes Maximum, das auf Resonanzerscheinungen hinweist. Die durchgezogenen Linien nehmen im Gegensatz dazu von Eins bis Null monoton ab. Letzteres ist in einfacher Weise dadurch zu erklären, daß die Ausbildung von Resonanzerscheinungen eine Zeit erfordert, die größer als eine halbe Periodendauer ist. Die Gegenüberstellung der Kurven zeigt deutlich, welche Fehler bei der Bewertung der Amplitude im ersten Abschnitt der Bewegung des Bodens gemacht werden können, wenn man den gewöhnlich angegebenen Ausdruck der dynamischen Empfindlichkeit verwendet. Abb. 7

§ 9. Methode der gliedweisen Integration

Wir haben bisher die Aufgabe gelöst, zu einer vorgegebenen Form der Bewegung des Bodens die Bewegung des Indikators im Seismographen zu bestimmen. An Stelle dessen muß oft die umgekehrte Aufgabe gelöst werden. Zu einer bekannten Form der Schwingungen des Seismographen ist der Ausdruck für die Bewegung des Bodens zu bestimmen.

Würde die Form der Bewegung des Indikators im Seismographen analytisch ausgedrückt, dann wäre die Lösung durch Einsetzen der Funktion für die Bewegung des Seismographen in die Schwingungsgleichung und anschließender zweimaliger gliedweiser Integration nach der Zeit zu erhalten. Da aber die Funktion $x(t)$ graphisch gegeben ist, ist es einfacher, auch die gliedweise Integration graphisch durchzuführen.

Erfolgt die Bewegung des Bodens in der Weise, daß weder die Geschwindigkeit der Auslenkung noch die Beschleunigung in den Integrationsgrenzen der Sprungstelle zu prüfen sind, dann erhält man nach zweimaliger Integration in den Grenzen von 0 bis t

$$\dot{x} - \dot{x}_0 + 2h(x - x_0) + n_0^2 \int_0^t x dt = -V(\dot{\xi} - \dot{\xi}_0); \quad (9.1)$$

$$x - x_0 - \dot{x}_0 t + 2h \int_0^t x dt - 2hx_0 t + n_0^2 \int_0^t dt \int_0^t x dt = -V\xi + V\xi_0 + V\dot{\xi}_0 t \quad (9.2)$$

oder

$$x + 2h \int_0^t x dt + n_0^2 \int_0^t dt \int_0^t x dt = -V\xi + A + Bt \quad (9.2a)$$

mit

$$\left. \begin{aligned} A &= x_0 + V\xi_0, \\ B &= \dot{x}_0 + 2hx_0 + V\dot{\xi}_0. \end{aligned} \right\} \quad (9.3)$$

Hierbei sind A und B Konstanten, die von den Anfangsbedingungen abhängen. Wenn sich bei $t = 0$ der Boden und der Seismograph in Ruhe befinden,¹⁾ dann ist

$$A = B = 0. \quad (9.4)$$

Im allgemeinen Fall sind A und B in Gleichung (9.2a) bekannt. Führt man die Integration graphisch durch, dann ist die wirkliche Bewegung des Bodens in einfacher Weise zu bestimmen. In Abb. 8 ist der Rechnungsgang zur Bestimmung von $-V\xi$ schematisch für den speziellen Fall $A = B = 0$ dargestellt (Kurven I + II + III).

Wir betrachten den allgemeinsten Fall und nehmen an, daß in den Integrationsgrenzen $\dot{\xi}$ oder $\ddot{\xi}$ auf eine Sprungstelle zu prüfen ist.

Im Zeitpunkt $t = t_0$ ändert sich die Geschwindigkeit der Bodenbewegung sprunghaft:

$$\dot{\xi}_{t_0+} - \dot{\xi}_{t_0-} = \Delta \dot{\xi}. \quad (9.5)$$

Betrachten wir, welchem Ausdruck die Geschwindigkeitszunahme der Bewegung des Indikators im Seismographen gleich ist.

¹⁾ Der Punkt $t = 0$ ist kein singulärer Punkt.

Wird, wie im § 5, die Integration in den Grenzen von $t_0 -$ bis $t_0 +$ durchgeführt, so erhält man¹⁾

$$\dot{x}_{t_0+} - \dot{x}_{t_0-} = \Delta \dot{x} = -V \Delta \dot{\xi}. \quad (9.6)$$

Bis zur Sprungstelle (bis $t_0 -$) ist die Gleichung vom Typ (9.1) berechtigt:

$$\dot{x}_{t_0-} - \dot{x}_0 + 2h(x_{t_0-} - x_0) + n_0^2 \int_0^{t_0-} x dt = -V(\dot{\xi}_{t_0-} - \dot{\xi}_0). \quad (9.7)$$

Nach der Sprungstelle, beginnend im Zeitpunkt $t_0 +$, kann man eine Gleichung folgenden Typs anwenden:

$$\dot{x}_t - \dot{x}_{t_0+} + 2h(x_t - x_{t_0+}) + n_0^2 \int_{t_0+}^t x dt = -V(\dot{\xi}_t - \dot{\xi}_{t_0+}). \quad (9.8)$$

Addiert man (9.7) zu (9.8) und berücksichtigt man, daß die Auslenkung und erst recht die Integrale der Auslenkungen stetig sind, so ergibt sich unter Verwendung der Gleichung (9.6)

$$\dot{x}_t - \dot{x}_0 + 2h(x_t - x_0) + n_0^2 \int_0^t x dt = -V(\dot{\xi}_t - \dot{\xi}_0). \quad (9.9)$$

Die Form der Gleichung (9.9) ist so, als wäre die Sprungstelle nicht vorhanden. Die zweite Integration kann man durchführen, ohne die vorhandene Sprungstelle zu beachten, da die durch die Integration erhaltenen Funktionen stetig sind. Von diesem allgemeinen Fall gehen wir zur Gleichung (9.2a) über, aus der ersichtlich ist, daß bei vorhandenen Sprungstellen erster Ordnung eine geschlossene Integration des Seismogrammes zulässig ist.

Liegt eine Unstetigkeit zweiter Ordnung (sprunghafte Änderung der Beschleunigung) vor, so kann man zeigen, daß die gleiche Schlußfolgerung berechtigt ist.

Dies folgt unmittelbar daraus, daß alle zu den Formeln (9.7) und (9.8) gehörenden Funktionen in diesem Fall stetig sind.

Es ist offensichtlich, daß alle Folgerungen auch bei Sprungstellen höherer Ordnung erhalten bleiben.

§ 10. Phasenverschiebung

Durch gliedweise Integration ist die Frage bezüglich der „Phasenverschiebung“ bei plötzlich beginnenden Schwingungen einfach zu lösen. Die gliedweise Integration kann man im vorliegenden Fall wie folgt darstellen:

$$\xi = -\frac{1}{V} x - \frac{2h}{V} \int_0^t x dt - \frac{n_0^2}{V} \int_0^t dt \int_0^t x dt. \quad (10.1)$$

¹⁾ In dem Zeitpunkt, in dem das Gehäuse des Seismographen eine plötzliche Geschwindigkeitszunahme $\Delta \dot{\xi}$ erfährt, behält das Gewicht des Seismographen durch die Trägheit seine Anfangsgeschwindigkeit bei; demzufolge ist die Geschwindigkeitszunahme des Gewichtes relativ zum Gehäuse $-\Delta \dot{\xi}$, während die Zunahme der relativen Geschwindigkeit des Indikators $-V \Delta \dot{\xi}$ ist.

Wir setzen voraus, daß im ersten Abschnitt die Bewegung des Indikators im Seismographen eine Schwingung ist, die durch die starke ausgezogene Linie in Abb. 9 dargestellt wird.

Für den idealen Seismographen, ohne Dämpfung und mit einer im Vergleich zur Frequenz der Bodenschwingungen unendlich kleinen Eigenfrequenz, sind die beiden letzten Glieder auf der rechten Seite der Gleichung (10.1) gleich Null.

Die Auslenkung des Indikators im Seismographen muß in jedem gegebenen Zeitpunkt proportional — aber mit umgekehrten Vorzeichen — der Auslenkung des Bodens sein. Das Maximum in der Kurve der Schwingungen des Seismographen fällt zeitlich mit dem Minimum der Kurve für die Schwingung des Bodens (und umgekehrt) zusammen, wobei weder Verzögerung noch Voreilung vorliegt. Die Existenz des zweiten und dritten Gliedes in der Gleichung (10.1)

Abb. 9

bedingt jedoch eine Verschiebung der Extremwerte der Schwingungen gegeneinander.

Wir bestimmen das Vorzeichen dieser Verschiebung. Wenn x im Anfangsabschnitt der Schwingungen ein Maximum im Zeitpunkt t_1 hat und im Zeitpunkt t_2 wieder zu Null wird (Schnittpunkt mit der Zeitachse in Abb. 9), dann nimmt die Kurve

$$\frac{2h}{V} \int_0^t x dt$$

in diesem Intervall von 0 bei $t=0$ bis zu einem gewissen Maximalwert bei $t=t_2$ kontinuierlich zu. Die durch das Doppelintegral

$$\frac{n_0^2}{V} \int_0^t dt \int_0^t x dt$$

beschriebene Kurve wächst in den Grenzen von 0 bis t_2 ebenfalls an. Hat die Kurve x/V im Zeitpunkt t_1 ein Maximum, dann erscheint das Maximum der Kurve

$$f(t) = \frac{x}{V} + \frac{2h}{V} \int_0^t x dt + \frac{n_0^2}{V} \int_0^t dt \int_0^t x dt$$

zu einem etwas späteren Zeitpunkt als t_1 . Daraus folgt, daß der erste Extremwert der Kurve ξ später als der erste Extremwert der Kurve x auftritt. Mit anderen Worten: Im Anfangsabschnitt der Schwingungen erreicht der Seismograph die größte Auslenkung früher als der Boden, d. h., der Seismograph eilt der Bewegung des Bodens voraus. Dieses Vorauseilen bezieht sich natürlich nur auf die Maxima und Minima, jedoch nicht auf den Beginn der Bewegung, die gleichzeitig im Boden und im Seismographen einsetzt (s. Abbildungen 4 und 5).

Wird das Gehäuse des Seismographen im Zeitpunkt $t = 0$ in Form der Gleichung

$$\xi = A \sin \omega t$$

in Schwingung versetzt, so behält die im ersten Abschnitt der Schwingungen beobachtete „Voreilung“ (Verschiebung der Extremwerte) ihr Vorzeichen bei und ändert nur im weiteren Verlauf ihren Wert.

Der k -te Extremwert der Bewegung der Masse im Seismographen eilt dem k -ten Extremwert der Bodenbewegung um den Wert φ_k voraus, der mit zunehmender Ordnungszahl des Extremwertes (k) zu einem gewissen konstanten Grenzwert strebt, d. h.,

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \varphi_k = \varphi^*. \quad (10.2)$$

Der Grenzwert, zu dem φ_k strebt, kann durch die Formeln für die Größe der Phasenverschiebung bei stationären Schwingungen bestimmt werden:

$$\left. \begin{aligned} \cos \varphi &= \frac{n_0^2 - \omega^2}{\sqrt{(n_0^2 - \omega^2)^2 + 4\omega^2 h^2}}, \\ \sin \varphi &= \frac{-2\omega h}{\sqrt{(n_0^2 - \omega^2)^2 + 4\omega^2 h^2}}. \end{aligned} \right\} \quad (10.3)$$

Der Grenzwert φ_k ist jedoch nicht gleich φ , sondern unterscheidet sich von diesem um π . Bei der Bestimmung von φ_k haben wir die Extremwerte gleicher Ordnungszahl verglichen. Wenn der k -te Extremwert der Bodenbewegung ein Maximum bildet, dann ist der k -te Extremwert der Bewegung des Seismographen ein Minimum. Wir vergleichen also die Zeitpunkte, in denen die Maxima der Bodenbewegung und die Minima der Bewegung des Seismographen (oder umgekehrt) auftreten. Im Gegensatz dazu versteht man unter der Phasenverschiebung in den Formeln (10.3) die Winkelverschiebung der Maxima einer Schwingung im Verhältnis zu den Maxima der anderen.

Daraus folgt, daß sich φ^* von φ um 180° unterscheidet. Da nach den Formeln (10.3) $\cos \varphi$ positiv oder negativ sein kann, $\sin \varphi$ aber nur negativ, liegt der Winkel φ im dritten oder vierten und φ^* im ersten oder zweiten Quadranten.

Die Größe φ^* werden wir als die „wahre“ Phasenverschiebung bezeichnen, da sie die Verschiebung der äquivalenten Abschnitte der Schwingungen, d. h. Abschnitte mit gleicher Ordnungszahl, charakterisiert.

Wir nehmen an, daß die träge Masse des Seismographen mit einem Hebel verbunden ist, der nicht nur die Amplituden der Schwingungen vergrößert, sondern auch die positive Zählrichtung umkehrt. Dann fällt die Richtung der ersten Auslenkung des Bodens mit der der ersten Auslenkung des Indikators zusammen. Die Schwingungsgleichung des Seismographen ändert sich in der Weise, daß auf der rechten Seite das Minus- durch ein Pluszeichen ersetzt wird.

Die Berechnung der Phasenverschiebung nach der normalen Methode für stationäre Schwingungen ergibt den Wert

$$q' = q - \pi = \varphi^*. \quad (10.4)$$

In diesem Fall erhalten wir eine Übereinstimmung der beiden Begriffe für die Phasenverschiebung.

Durch die Hebelübersetzung wird keine Verzögerung und keine Voreilung verursacht. Die Umkehrung der positiven Zählrichtung soll deshalb die Größe der Phasenverschiebung nicht verändern, d. h., ihrem Wesen nach soll die Phasenverschiebung eine „Invariante“ sein.

Dieser Forderung entspricht die von uns eingefügte Größe der „wahren“ Phasenverschiebung. Der Begriff „wahre“ Phasenverschiebung, der die Verzögerung oder Voreilung darstellt, hat nur in dem Fall Sinn, wenn die stationäre Schwingung als Grenzfall der nichtstationären Schwingung betrachtet wird.

In Abb. 10 ist die Abhängigkeit der „wahren“ Phasenverschiebung vom Frequenzverhältnis ω/n_0 für verschiedene Werte h/n_0 dargestellt.

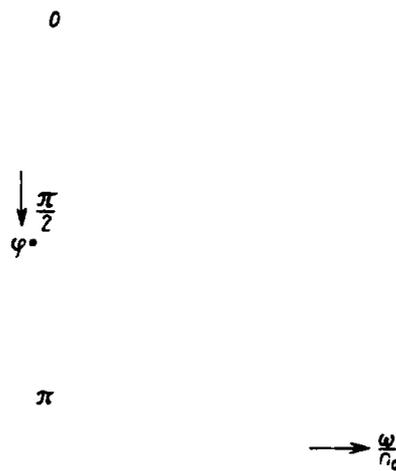


Abb. 10. Phasencharakteristiken des mechanischen Seismographen

§ 11. Drehschwingungen

Bisher haben wir Systeme betrachtet, die nur einen Freiheitsgrad besitzen und geradlinige Schwingungen ausführen. Ohne die Anzahl der Freiheitsgrade zu erhöhen, gehen wir zu Drehschwingungen über. Diese haben große Bedeutung in der Seismometrie, da man bei einer Anzahl von Seismographentypen Aufhängungen verwendet, bei denen die träge Masse relativ zu einer mit dem Stativ fest verbundenen Achse frei schwingt.

In diesem Fall kann die Gleichung der Eigenschwingungen des Seismographen ohne Dämpfung in folgender Form geschrieben werden:

$$-I\ddot{\theta} + \sum \mathcal{M}_k = 0. \quad (11.1)$$

Dabei ist I das Trägheitsmoment des Systems bezüglich der Drehachse, θ der Drehwinkel (Verrückung aus der Gleichgewichtslage), $\sum \mathcal{M}_k$ die Summe der Momente aller wirkenden Kräfte, die vom Drehwinkel θ_k abhängt.

Bei einer geradlinigen Schwingung in den Grenzen der Anwendbarkeit des Gesetzes von HOOKE bleibt die Differentialgleichung der Schwingungen linear. Bei Drehschwingungen kann in diesen Grenzen die Linearität bereits fehlen, da einerseits die Punkte, in denen die Federn mit dem beweglichen Teil des Systemes verbunden sind, kreisförmige Bewegungen ausführen, so daß die Spannung der Feder eine periodische Funktion des Drehwinkels darstellt. Andererseits werden sich bei Bewegung des Systems die wirkenden Kraftarme ändern.

Nur für genügend kleine Schwingungen bleibt die Gleichung linear. Entwickelt man $\sum \mathcal{M}_k$ in eine Reihe nach Potenzen von θ und beschränkt sich auf die ersten zwei Glieder, so erhält man

$$\sum \mathcal{M}_k = \sum \mathcal{M}_{k0} + \theta \sum \left(\frac{d\mathcal{M}_k}{d\theta} \right), \quad (11.2)$$

wobei \mathcal{M}_{k0} der Wert von \mathcal{M}_k für $\theta = 0$ ist.

In der Ruhelage ist

$$\ddot{\theta} = \theta = 0. \quad (11.3)$$

Setzt man (11.2) in (11.1) ein, so ergibt sich

$$\sum \mathcal{M}_{k0} = 0. \quad (11.4)$$

Wir formen die Schwingungsgleichung wie folgt um:

$$-I\ddot{\theta} + \theta \sum \left(\frac{d\mathcal{M}_k}{d\theta} \right)_0 = 0. \quad (11.5)$$

Der Differentialquotient $\frac{d\mathcal{M}_k}{d\theta}$ wird aufgelöst in

$$\frac{d\mathcal{M}_k}{d\theta} = \frac{d}{d\theta} (F_k \cdot a_k) = a_k \frac{dF_k}{d\theta} + F_k \frac{da_k}{d\theta}. \quad (11.6)$$

Dabei ist F_k die k -te Federspannung und a_k ihr Hebelarm.

Die Gleichung (11.5) geht über in die Form

$$-I\ddot{\theta} + \theta \left[\sum \left(a_k \frac{dF_k}{d\theta} \right)_0 + \sum \left(F_k \frac{da_k}{d\theta} \right)_0 \right] = 0. \quad (11.7)$$

Der Wert des Differentialquotienten $\frac{dF_k}{d\theta}$ ist für $\theta = 0$ immer negativ, da die Zunahme der elastischen Kraft der Bewegungsrichtung entgegengesetzt gerichtet ist.

Der Differentialquotient $\frac{da_k}{d\theta}$ kann in Abhängigkeit von der Art, in der die Feder mit der trägen Masse verbunden ist, entweder negativ oder positiv sein.

Wenn $\frac{da_k}{d\theta}$ das gleiche Vorzeichen wie F_k hat, dann charakterisiert der Koeffizient $\left(F_k \frac{da_k}{d\theta} \right)_0$ die sog. negative Elastizität.

Im Falle einer positiven Elastizität ruft die Auslenkung des Systemes aus einer gewissen Lage (die nicht die Gleichgewichtslage zu sein braucht) eine *Zunahme* der Kraft hervor, die der Auslenkung entgegengesetzt gerichtet ist. Umgekehrt sind im Falle einer negativen Elastizität die Auslenkung und die Zunahme der Kraft gleichgerichtet. Der Betrag der Zunahme der Kraft ist in beiden Fällen proportional der Auslenkung. Das Wort *Zunahme* heben wir hervor, da die Elastizität (positiv oder negativ) nicht durch die konstanten Komponenten der wirkenden Kräfte (die beliebig gerichtet sein können) charakterisiert wird, sondern nur durch ihre variablen Komponenten.

Die negative Elastizität verkleinert die Summe der rückstellenden Kräfte und vergrößert die Periode der Eigenschwingungen des Systemes. Ist die negative Elastizität gleich oder größer als die positive, so wird das System instabil. Die negative Elastizität benutzt man in der Seismologie zur Senkung der Eigenfrequenz von Vertikal-Seismographen.

§ 12. Gleichung des Vertikal-Seismographen

Als Beispiel führen wir die Differentialgleichung der Schwingung des Vertikal-Seismographen an, der schematisch in Abb. 11 dargestellt ist. Die Punkte O , M und C sind starr miteinander verbunden. Im Punkt M befindet sich der Schwerpunkt des Systems. Durch den Punkt O geht senkrecht zur Zeichenebene die Drehachse des Systems. Im Punkt C ist die Feder befestigt, deren anderes Ende im Punkt A mit dem Stativ des Gerätes verbunden ist. Die Linie OBM verläuft in der Gleichgewichtslage horizontal, die Linie ABC vertikal. Wir bezeichnen die Entfernung OB mit a , OC mit r , AB mit b , AC mit L (Länge der Feder) und den Winkel zwischen OB und OC mit φ .

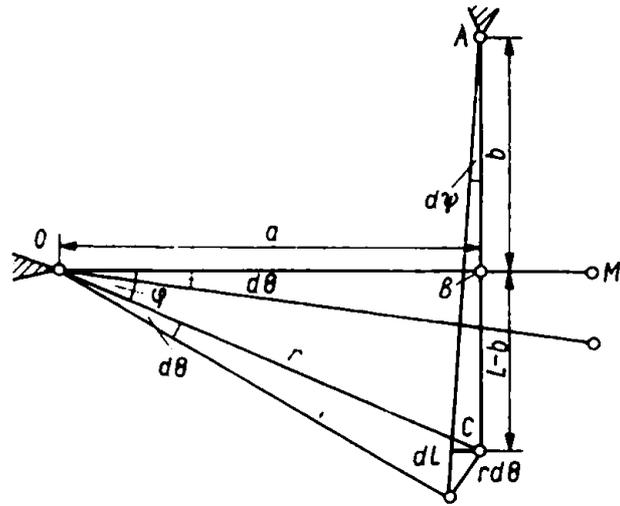


Abb. 11

Untersuchen wir, inwieweit sich die Federspannung und der Kraftarm bei einer Drehung des Systemes um den Winkel $d\theta$ verändern.

Aus Abb. 11 folgt

$$dL = r \cos \varphi d\theta = a d\theta. \quad (12.1)$$

Daraus ergibt sich nach dem Hookeschen Gesetz

$$dF = -Ka d\theta; \quad (12.2)$$

dabei ist K die Steife der Feder.

Bezeichnet man mit $d\psi$ den Drehwinkel der Feder, dann ergibt sich

$$d\psi = \frac{r \sin \varphi d\theta}{L} = \frac{L-b}{L} d\theta, \quad (12.3)$$

$$da = b d\psi = \left(1 - \frac{b}{L}\right) b d\theta. \quad (12.4)$$

Unter Verwendung der Gleichung (12.2) und (12.4) erhalten wir für die Differentialgleichung der Eigenschwingungen des Vertikal-Seismographen folgende Form:

$$I\ddot{\theta} + \left(a^2 K - Fb \left(1 - \frac{b}{L}\right)\right) \theta = 0. \quad (12.5)$$

Die Periodendauer der Schwingung des Systemes folgt aus

$$\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 = \frac{a^2 K - Fb \left(1 - \frac{b}{L}\right)}{I} \quad (12.6)$$

Hierbei charakterisiert $\frac{a^2 K}{I}$ die positive und $\frac{Fb}{I} \left(1 - \frac{b}{L}\right)$ die negative Elastizität.

Bei einer Vergrößerung der Spannung F vergrößert sich die negative Elastizität, und demzufolge wird auch die Periodendauer der Schwingungen größer. Bei einem genügend großen Wert von F verliert die Bewegung des Systemes den periodischen Charakter.

Bei kleiner werdendem Hebelarm a verringert sich die positive Elastizität, was ebenfalls zu einer Vergrößerung der Periodendauer führt.

Bei gegebenen Größen F und a erhält man die größte Periodendauer, wenn $b = L/2$ ist, d. h. wenn die Linie OM die Feder halbiert.

Die Richtigkeit dieser Behauptung ist leicht zu beweisen, wenn man die gewöhnlichen Regeln für die Bestimmung der Extremwerte von Funktionen anwendet.

Führt man in den Seismographen eine Dämpfung ein, so erhält die Schwingungsgleichung die Form

$$I\ddot{\theta} + H\dot{\theta} + \left(a^2 K - Fb \left(1 - \frac{b}{L}\right)\right)\theta = 0. \quad (12.7)$$

Wir betrachten jetzt die erzwungenen Schwingungen, d. h. die Schwingungen der trägen Masse relativ zum Stativ, die durch Schwingungen des Statives hervorgerufen werden.

Wenn die Beschleunigung der Bodenbewegung (und des Statives) gleich $\ddot{\xi}$ ist, dann erhalten wir unter Berücksichtigung der am Schwerpunkt des Aufhängesystems angreifenden Trägheitskraft

$$I\ddot{\theta} + H\dot{\theta} + \left(a^2 K - Fb \left(1 - \frac{b}{L}\right)\right)\theta = -VM\xi\ddot{z}; \quad (12.8)$$

dabei ist z die Entfernung von der Drehachse bis zum Schwerpunkt des Systems.

Dividiert man (12.8) durch das Trägheitsmoment und führt neue Bezeichnungen ein, so ergibt sich

$$\ddot{\theta} + 2h\dot{\theta} + n_0^2\theta = -\frac{V}{I}\xi\ddot{\xi} \quad (12.9)$$

mit

$$h = \frac{H}{2I},$$

$$n_0^2 = \frac{1}{I} \left(a^2 K - Fb \left(1 - \frac{b}{L}\right)\right)$$

und der reduzierten Länge

$$l = \frac{I}{Mz}.$$

Die Schwingungsgleichung (12.9) ist leicht in die Form (1.4) zu überführen. Dazu sind die linke und rechte Seite der Gleichung (12.9) mit l zu multiplizieren und das Produkt $l\theta$ mit x zu bezeichnen. Betrachtet man die Bewegung des Punktes, der sich im gegebenen Abstand von der Drehachse befindet, so kann man den vorliegenden Seismographen zu jenem Typ zählen, der drehende Bewegungen ausführt, d. h. zu dem im § 1 beschriebenen Typ.

Die Vergrößerung der Periodendauer der Eigenschwingungen des Seismographen ist unter Beibehaltung der Abmessungen des Gerätes auch durch Verwendung einer vorgespannten Feder zu erreichen [73]. Die Schraubenfeder kann so gewickelt sein, daß im unbelasteten Zustand die Windungen der Feder mit einer bekannten Kraft (F_0) zusammengedrückt werden. Die Feder wird nur dann gedehnt, wenn die Belastung den Wert F_0 überschreitet. Die Abhängigkeit der Deformation von der Belastung ist linear. Die Gerade schneidet die Achse, auf der die Belastung aufgetragen ist, im Punkt F_0 . Wenn man diese Gerade bis zum Schnittpunkt mit der Achse verlängert, auf der die Deformation aufgetragen ist, dann erhält man einen negativen Abschnitt Δl_0 , von dessen Größe die Periodendauer T des Seismographen abhängt:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{\Delta l_0 + \Delta l}{g}}. \quad (12.10)$$

Dabei ist Δl nach dem Vorgegangenen die statische Dehnung.

§ 13. Der Seismograph zur Messung von Verschiebungen, Geschwindigkeiten oder Beschleunigungen

Wenn sich die Bewegung des Bodens nach der Gleichung

$$\xi = \xi_0 \cos \omega t$$

vollzieht, wird die Bewegung des Indikators im Seismographen für den stationären Zustand, wie dies im § 3 gezeigt wurde, durch folgende Gleichung beschrieben:

$$x = \frac{V \omega^2 \xi_0 \cos(\omega t + \varphi)}{\sqrt{(n_0^2 - \omega^2)^2 + 4\omega^2 h^2}} \quad (13.1)$$

mit

$$\varphi = \arctan \frac{-2\omega h}{n_0^2 - \omega^2}. \quad (13.2)$$

In Abhängigkeit vom Frequenzverhältnis der Eigen- und erzwungenen Schwingungen kann der Seismograph als Meßgerät für Verschiebungen, Geschwindigkeiten oder Beschleunigungen betrachtet werden.

Wenn die Frequenz der Bodenschwingungen im Verhältnis zur Frequenz der Eigenschwingung des Seismographen sehr groß ist,

$$\omega \gg n_0, \quad (13.3)$$

und außerdem

$$\omega \gg 2h \quad (13.4)$$

ist, geht die Gleichung (13.1) über in

$$x = -V\xi_0 \cos \omega t = -V\xi. \quad (13.5)$$

Daraus folgt, daß bei sehr schnellen Schwingungen des Bodens vom Seismographen die Verschiebung gemessen wird.

Ist die Frequenz der Schwingungen des Bodens im Vergleich zur Eigenfrequenz des Seismographen sehr klein,

$$\omega \ll n_0, \quad (13.6)$$

und außerdem

$$\omega \ll \frac{n_0}{h}, \quad (13.7)$$

dann ist

$$x = V\xi_0 \frac{\omega^2}{n_0^2} \cos \omega t = -\frac{V}{n_0^2} \xi. \quad (13.8)$$

Demzufolge ist bei sehr langsamen Schwingungen des Bodens der Seismograph ein Beschleunigungsmesser.

Unter den bekannten Bedingungen kann der Seismograph als Geschwindigkeitsmesser verwendet werden.

Wenn

$$\omega^2 - n_0^2 \ll 2\omega h \quad (13.9)$$

ist, dann wird

$$x = \frac{V}{2h} \omega \xi_0 \cos \left(\omega t - \frac{\pi}{2} \right) = -\frac{V}{2h} \dot{\xi}. \quad (13.10)$$

Je größer die Dämpfung ist, um so leichter ist die genannte Ungleichung zu erfüllen. Für einen großen Frequenzbereich kann deshalb angenommen werden, daß der Seismograph die Geschwindigkeiten aufzeichnet.

Der Seismograph registriert demzufolge bei hohen Frequenzen ($\omega \gg n_0$) Verschiebungen, im Bereich mittlerer Frequenzen ($\omega \approx n_0$, bei genügend großer Dämpfung) Geschwindigkeiten. Bei niedrigen Frequenzen ($\omega \ll n_0$) arbeitet der Seismograph als Beschleunigungsmesser.

§ 14. Die Richtcharakteristik des Seismographen

Der Seismograph, dessen träge Masse einen Freiheitsgrad besitzt, registriert die Projektion der Verschiebungen des Bodens auf die Achse, die mit der Richtung der freien Schwingungen der Masse zusammenfällt. Bezeichnen wir die normale Empfindlichkeit des Vertikal-Seismographen für vertikale Verschiebungen mit V_0 , dann ist

die Empfindlichkeit des Seismographen für Verschiebungen, die unter einem Winkel α zur Vertikalen erfolgen, gleich $V_0 \cos \alpha$.

Die Gleichung

$$V = V_0 \cos \alpha$$

stellt mit den Polarkoordinaten V , α und β (β ist der Azimut der Verschiebungen) die Gleichung zweier sphärischer Flächen dar, die sich im Beobachtungspunkt miteinander berühren. Die erhaltenen Kurven bezeichnen wir als Richtcharakteristik des Empfängers (Abb. 12). Die Richtung der maximalen Empfindlichkeit fällt mit der Richtung der möglichen Verschiebungen (in bezug auf das Stativ) der trägen Masse zusammen.

Aus Abb. 12 ist ersichtlich, daß der Seismograph nur dann nicht auf die Verschiebung des Bodens reagiert, wenn deren Richtung senkrecht auf der Richtung der maximalen Empfindlichkeit steht. Analoge Folgerungen ergeben sich für Horizontal-Seismographen.

Von den oben betrachteten Charakteristiken müssen jene unterschieden werden, die den Zusammenhang zwischen der Empfindlichkeit des Seismographen und der Richtung der ankommenden seismischen Wellen darstellen. Für Longitudinalwellen fallen beide Diagramme nach Form und Lage zusammen (von Erscheinungen an Grenzflächen sehen wir hier ab), während sie bei gleicher Form für Transversalwellen rechtwinklig zueinander stehen.

In der Erkundungsseismik benutzt man vorwiegend Longitudinalwellen von tieferen Horizonten, die angenähert vertikal an die Erdoberfläche gelangen. Deshalb führt man die Beobachtungen hauptsächlich mit Vertikal-Seismographen durch. Für spezielle Aufgaben der Erkundungsseismik (Trennung der Reflexionswellen unter schwierigen seismisch-geologischen Bedingungen) wäre es sehr wichtig, Seismographen mit einer stärker ausgeprägten Fähigkeit des gerichteten Empfanges einzusetzen, d. h. der Richtcharakteristik eine gestrecktere Form zu geben.

Die erforderliche Erhöhung der richtungsabhängigen Empfindlichkeit der Charakteristik kann durch die Registrierung der Summe der Wirkungen von zwei oder mehreren Seismographen erreicht werden, die im Abstand einer halben Wellenlänge voneinander aufgestellt und an eine gemeinsame Schaltung angeschlossen sind. Die Beschreibung dieser Methoden, die aus der Akustik [43] bekannt sind, erfolgt im zweiten Teil dieses Buches.

Zum Abschluß bemerken wir, daß für die räumliche Messung der Verschiebungen die Aufzeichnung durch drei Seismographen erfolgt: einem Vertikal- und zwei Horizontal-Seismographen. In einigen Fällen wendet man einen Seismographen an, dessen träge Masse drei Freiheitsgrade besitzt (Seismograph von DE QUERVAIN-PICCARD).

II. Methode der elektromechanischen Analogien

Zum Studium gewisser Besonderheiten der Theorie mechanischer Seismographen und der Theorie einer Anzahl von neuen Typen seismischer Instrumente sind die elementaren Einführungen in die Theorie der Schwingungsbewegungen, die im vorhergehenden Kapitel dargelegt wurden, nicht mehr ausreichend. Insbesondere führt die Luftdämpfung [15], [66], [81] zu der Notwendigkeit, das mechanische System mit zwei Freiheitsgraden zu betrachten. Alle Aufgaben, wie die Berechnung von parasitären Widerständen in Hebeln mechanischer Seismographen, die Berechnung der Wechselwirkung mechanischer und elektrischer Systeme in elektrischen Seismographen usw., erfordern das Studium der Berechnungsmethoden komplizierter mechanischer Schwingungssysteme.

Wir behandeln eine überaus einfache Methode zur Berechnung mechanischer Systeme, die die Bezeichnung Methode der elektromechanischen Analogien trägt¹⁾ [43], [43], [44].

§ 15. Grundlagen der Methode elektromechanischer Analogien

Wie aus der Elektrotechnik bekannt ist, kann die Gleichung des elektrischen Schwingungskreises, in dem die Selbstinduktion L , der Ohmsche Widerstand R die Kapazität C und die Ursprungsspannung E in Reihe geschaltet sind, in folgender Form geschrieben werden:

$$L\ddot{q} + R\dot{q} + \frac{1}{C}q = E; \quad (15.1)$$

dabei ist q die elektrische Ladung.

Wenn die genannten elektrischen Elemente parallel geschaltet sind, erhalten wir die Gleichung

$$C\dot{E} + \frac{1}{R}E + \frac{1}{L}\int E dt = I. \quad (15.2)$$

Das lineare mechanische Schwingungssystem, in dem Masse M , Feder K und Dämpfer H parallel angeordnet sind (Abb. 13), wird durch die Gleichung

$$M\ddot{x} + H\dot{x} + Kx = F \quad (15.3)$$

beschrieben, wenn die Kraft F unmittelbar auf die Masse M wirkt.

¹⁾ Die Anwendung der elektromechanischen Analogien auf die elektroakustische Apparatur ist in [42], [44] dargelegt. (Anm. d. Red. d. russ. Ausg.)

Die Methoden der elektromechanischen Analogien beruhen auf der Gegenüberstellung von Koeffizienten und Variablen in den Gleichungen (15.1) und (15.2) (Analogie I) oder in den Gleichungen (15.2) und (15.3) (Analogie II).

Die angegebene Gegenüberstellung ist möglich, da die Differentialgleichungen für die Schwingungen mechanischer und elektrischer Systeme vom gleichen Typ sind.

Die Methode der elektromechanischen Analogien legt die Regeln zur Bestimmung der elektrischen Systeme fest, die dem gegebenen mechanischen System vollständig äquivalent sind. Unter Äquivalenz versteht man hierbei, daß beide Systeme, die durch Differentialgleichungen gleichen Typs beschrieben werden, gleiche Periodendauer der Schwingungen, gleiche Frequenzcharakteristiken usw. besitzen.

Durch die Aufstellung eines elektrischen Analogons des mechanischen Systemes erhalten wir die Möglichkeit, für dessen Berechnung die modernen Rechenmethoden anzuwenden, die auf Grund des ersten und zweiten Kirchhoffschen Gesetzes der Elektrotechnik zur Berechnung der Ströme und Spannungen in elektrischen Netzwerken ausgearbeitet wurden. M

Wir bemerken, daß für die Darlegung der nachstehend betrachteten Methoden zur Berechnung mechanischer Systeme keine absolute Notwendigkeit, elektromechanische Analogien zu erwähnen, vorliegt (s. § 25). Abb. 13

Die große Anschaulichkeit der Methode der Analogien veranlaßt uns, die gewählte Methode der Darstellung beizubehalten.

Es treten außerdem oft kombinierte elektromechanische Systeme auf, und dann ist es bequemer, letztere in einer „Sprache“ darzustellen: entweder elektrisch oder mechanisch. Vorteilhaft wendet man dann die Transformation in die „elektrische Sprache“ an.

Wir bemerken weiterhin, daß die Theorie und die Praxis elektrischer Schwingungen in vielen Fällen besser ausgearbeitet sind als die der mechanischen Schwingungen. Die Methode der elektromechanischen Analogien gestattet es, die Ergebnisse der Theorie elektrischer Schwingungen auf das Gebiet der mechanischen Schwingungen zu übertragen. Als Beispiel führen wir an, daß sich die Theorie der mechanischen Hochfrequenzfilter in dieser Weise entwickelt hat.

§ 16. Erstes System der elektromechanischen Analogien (Analogie I)

Wie bereits erwähnt wurde, beruht die Analogie des ersten Systems auf der Gegenüberstellung der Differentialgleichungen (15.1) und (15.3), d. h. der Schwingungsgleichung für den elektrischen Kreis, in dem die elektrischen Elemente in Reihe geschaltet sind, und der Gleichung des mechanischen Schwingungssystems, das aus parallel angeordneten mechanischen Elementen besteht.

Betrachtet man erzwungene stationäre harmonische Schwingungen, so sind die Lösungen zu (15.1) und (15.3)

$$x = \frac{F}{(i\omega)^2 M + i\omega H + K}, \quad (16.1)$$

$$q = \frac{E}{(i\omega)^2 L + i\omega R + \frac{1}{C}}, \quad (16.2)$$

wenn man berücksichtigt, daß gilt

$$F = F_0 e^{i\omega t}, \quad E = E_0 e^{i\omega t},$$

$$x = x_0 e^{i\omega t}, \quad q = q_0 e^{i\omega t}.$$

Günstiger ist es jedoch, aus den Gleichungen (15.1) und (15.3) die Geschwindigkeit der Bewegung (\dot{x}) und die Stromstärke (\dot{q}) zu bestimmen:

$$\dot{x} = \frac{F}{i\omega M + H + \frac{K}{i\omega}}, \quad (16.3)$$

$$\dot{q} = i = \frac{E}{i\omega L + R + \frac{1}{i\omega C}}. \quad (16.4)$$

Die Gleichung (16.4) ist das Ohmsche Gesetz für Wechselstrom in komplexer Form. Der Nenner des Ausdruckes (16.4), der gleich der Summe aus induktivem Widerstand ($i\omega L$), Ohmschen (R) und kapazitivem ($\frac{1}{i\omega C}$) Widerstand ist, wird als komplexer Widerstand oder Impedanz bezeichnet.

Die Gleichung (16.3) kann als mechanisches Analogon zum Ohmschen Gesetz betrachtet werden. Analog zu (16.4) bezeichnet man den Nenner des Ausdruckes (16.3) als komplexen mechanischen Widerstand oder mechanische Impedanz.

Tabelle 1. Analogie I

| elektrische Größen | | mechanische Größen | |
|---|-------------------------|---|--|
| E | elektromotorische Kraft | F | mechanische Kraft |
| q | Ladung | x | Auslenkung aus der Gleichgewichtslage (Verschiebung) |
| $\dot{q} = i$ | Stromstärke | \dot{x} | Geschwindigkeit der Verschiebung |
| L | Selbstinduktion | M | Masse |
| R | Ohmscher Widerstand | H | Dämpfungswiderstand |
| C | Kapazität | $\frac{1}{K}$ | Biessamkeit (Kehrwert der Elastizität) |
| $i\omega L$ | induktiver Widerstand | $i\omega M$ | Trägheitswiderstand |
| $\frac{1}{i\omega C}$ | kapazitiver Widerstand | K | elastischer Widerstand |
| $Z_e = i\omega L + R + \frac{1}{i\omega C}$ | Impedanz | $Z_m = i\omega M + H + \frac{K}{i\omega}$ | mechanische Impedanz |

Dem induktiven Widerstand ($i\omega L$) entspricht der Trägheitswiderstand ($i\omega M$), dem Ohmschen Widerstand (R) der mechanische Dämpfungswiderstand (H) und dem kapazitiven Widerstand ($\frac{1}{i\omega C}$) der elastische Widerstand ($\frac{K}{i\omega}$).

Der gliedweise Vergleich der Variablen und Koeffizienten in den Gleichungen (15.1) und (15.3) sowie in den Gleichungen (16.3) und (16.4) ist in der Tabelle 1 der elektromechanischen Analogien zusammengestellt.

§ 17. Zweites System der elektromechanischen Analogien (Analogie II)

Die Gegenüberstellung der Koeffizienten und Variablen der Gleichung (15.2) und (15.3) ist die Grundlage für das zweite System der elektromechanischen Analogien.

Wir betrachten die Gleichungen (15.2) und (15.3) in der Form

$$\begin{aligned} C \dot{E} + \frac{1}{R} E + \frac{1}{L} \int E dt &= I, \\ M \dot{v} + H v + K \int v dt &= F; \end{aligned} \quad (15.3')$$

dabei ist $v = \dot{x}$ die Geschwindigkeit der Masse.

Aus den Gleichungen (15.2) und (15.3) ersehen wir, daß bei der Aufstellung des analogen elektrischen Ersatzschaltbildes nach Analogie II die Masse durch die Kapazität, der mechanische Widerstand durch den elektrischen (dessen Betrag gleich dem Kehrwert des mechanischen Widerstandes ist) und die Elastizität durch die Selbstinduktion (deren Betrag gleich dem Kehrwert der Elastizität ist) ausgedrückt wird. Die analoge Größe zur Geschwindigkeit der Verschiebung ist die Spannung, die analoge Größe zur mechanischen Kraft die Stromstärke.

Für erzwungene stationäre Schwingungen erhalten wir aus den Gleichungen (15.2) und (15.3')

$$I = E \left(\frac{1}{i\omega C} + \frac{1}{R} + i\omega L \right), \quad (17.1)$$

$$F = \dot{x} \left(i\omega M + H + \frac{K}{i\omega} \right). \quad (17.2)$$

Die Gleichungen (17.1) und (17.2) zeigen, daß die elektrischen Leitfähigkeiten die analogen Größen zu den mechanischen Widerständen sind.

Mit anderen Worten: Beim Austausch der mechanischen Elemente gegen die elektrischen sind die elektrischen Widerstände den reziproken Größen der entsprechenden mechanischen Widerstände gleichzusetzen.

Das zweite Analogiesystem ist weniger anschaulich als das erste System. Es besitzt jedoch zweifellos einige Vorzüge. Erstens: *Beim Übergang vom mechanischen zum elektrischen System oder umgekehrt wird die Anordnung der Elemente nicht verändert, da die Analogie des zweiten Systems auf der Gegenüberstellung der Gleichungen (15.2) und (15.3) beruht, die für die gleiche (parallele) Anordnung der elektrischen und*

mechanischen Elemente gelten. Zweitens: Gewisse Aufgaben aus der Theorie der elektromechanischen Wandler, haben bei Anwendung der Bedingungen der Analogie des zweiten Systems eine besonders einfache Lösung. Darüber wird im § 44 berichtet.

Wir werden vorwiegend die Analogie der ersten Art anwenden, da diese eine größere Anschaulichkeit besitzt und bekannter ist.

Wenn wir im folgenden elektromechanische Analogien behandeln, verstehen wir darunter die Analogie des ersten Systems.

§ 18. Einpolige und zweipolige mechanische Elemente

In der Theorie der elektromechanischen Analogien muß man unter der Geschwindigkeit der mechanischen Elemente, wie z. B. Feder und Dämpfer, die Geschwindigkeit der relativen Verschiebung der „Enden“ dieser Elemente verstehen.

Wenn nur der elastische Widerstand vorhanden ist, wird z. B. die Geschwindigkeit der Feder durch die Gleichung

$$\dot{x} = \frac{F}{K} \quad (18.1)$$

$i\omega$

bestimmt, die man als eine der Ausdrucksformen des Hookeschen Gesetzes betrachten kann. In dieser Gleichung stellt \dot{x} die Geschwindigkeit der Kompression oder Dehnung der Feder dar, d. h. die Geschwindigkeit der Relativbewegung der Federenden gegeneinander. Das gleiche kann man bezüglich des Dämpfers sagen.

Diese beiden Punkte des mechanischen Elementes, deren Geschwindigkeit der relativen Verschiebung die Größe des Widerstandes bestimmt, bezeichnen wir als „Pole“ des Elementes.

Die Pole sind bei einer Feder ihre Enden, bei einem Dämpfer in Form einer Kolbendämpfung der Zylinder und der Kolben usw. Die Kraft erscheint ebenfalls als zweipoliges Element. Dies folgt unmittelbar aus dem dritten Newtonschen Gesetz. Als zweiten Pol der Kraft betrachtet man den Angriffspunkt der Gegenkraft.

Die zweipoligen Elemente des elastischen und aktiven Widerstandes und der Kraft sind die analogen Größen zu den entsprechenden zweipoligen elektrischen Elementen, von denen jedes zwei Klemmen (zwei Pole) besitzt.

Es zeigt sich, daß die Masse, die analoge Größe zur Selbstinduktion, ebenfalls zwei Pole besitzen muß. Praktisch ist das nicht so. Für die Masse des starren Körpers ist der Begriff des zweipoligen Elementes nicht anwendbar, da im starren Körper keine zwei Punkte vorhanden sind, bei deren gleicher Verschiebung kein Trägheitswiderstand vorhanden ist.

Die Masse des starren Körpers ist demzufolge unbedingt zu den einpoligen Elementen zu rechnen. Wie wir im folgenden sehen, erschwert dieser Umstand den Übergang vom elektrischen System zum mechanischen Analogon. Zur Überwindung der entstehenden Schwierigkeiten muß der Begriff des Trägheitselementes erweitert werden.

§ 19. Zweipolige Masse

Wenn man auf die Forderung verzichtet, daß das Trägheitselement selbst einen starren Körper darstellt, dann kann man leicht mechanische Systeme angeben, die nur Trägheitswiderstände enthalten und damit gleichzeitig zweipolige Eigenschaften besitzen.

In Abb. 14 ist ein solches System dargestellt. Es ist eine Art doppeltes Pendel, das zwei parallele Drehachsen hat. Die eine davon, die durch den Punkt a geht, ist unbeweglich, die andere, durch den Punkt b gehende, ist beweglich. Die Arme ab und bc setzen wir als gewichtslos voraus. Die gesamte Masse ist am Ende des doppelten Pendels im Punkte c konzentriert. Die Länge der Arme ab und bc ist gleich groß.

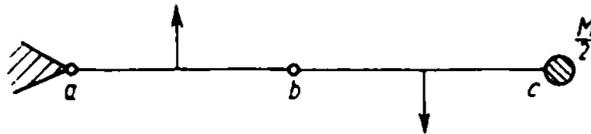


Abb. 14

Einer der Pole des Trägheitselementes sei die Mitte des Armes ab , der andere Pol die Mitte des Armes bc .

Die Bewegungen der Masse $M/2$ auf der Linie, die den Punkt c mit der unbeweglichen Drehachse verbindet, bezeichnen wir als longitudinale Verschiebungen und die Bewegungen, die senkrecht zu dieser Linie erfolgen, als transversale Verschiebungen. Wir nehmen an, daß die auf die Pole wirkenden Kräfte eine transversale Richtung (positiv oder negativ) haben.

Wir betrachten nur sehr kleine Schwingungen des Systems, für die die longitudinalen Verschiebungen bei der geforderten Genauigkeit der Ergebnisse im Vergleich zu den transversalen Verschiebungen vernachlässigt werden können. Dazu ist es ausreichend, daß die transversalen Verschiebungen im Verhältnis zur Länge der Arme ab und bc klein sind.

Diese Forderung ist in der Seismik leicht zu erfüllen, da die Verschiebungen des Bodens selten größer als einige hundertstel Millimeter sind.

Wir beweisen jetzt, daß das in Abb. 14 dargestellte System tatsächlich eine zweipolige Masse ist.

Aus Abb. 15 ist ersichtlich, daß

$$2(x_2 - x_1) = x \quad (19.1)$$

ist, wobei x_1 die Verschiebung des ersten Poles, x_2 die Verschiebung des zweiten Poles und x die Verschiebung der Masse $M/2$ bezeichnen.

Bewegt sich die Masse $M/2$ mit der Geschwindigkeit \dot{x} , dann ist nach Gleichung (16.3)

$$\dot{x} = \frac{F}{i\omega \frac{M}{2}} .$$

Unter Berücksichtigung der Gleichung (19.1) kann geschrieben werden

$$\dot{x}_2 - \dot{x}_1 = \frac{F}{i\omega M}$$

Auf diese Weise ergibt sich, daß die Kraft des Trägheitswiderstandes ($-F$) proportional zur Geschwindigkeit der *relativen* Verschiebung der Pole ist. Damit ist der zweipolige Charakter des von uns betrachteten Trägheitselementes bewiesen.

Im Nenner der letzten Gleichung steht nicht mehr $M/2$, sondern M . Darin liegt der Sinn der Bezeichnung des Wertes der Masse, die am Ende des doppelten Pendels befestigt ist, mit $M/2$.

Die zweipolige Masse ist ein etwas allgemeinerer Begriff als die einpolige Masse. Ein Übergang von der zweipoligen zur einpoligen Masse ist nur dann möglich, wenn bei der ersten einer der Pole als unbeweglich befestigt angenommen wird. Umgekehrt ist der Austausch der einpoligen gegen eine zweipolige Masse immer möglich. Bei der Aufstellung elektromechanischer Analogien nehmen wir an, daß *die einpolige Masse eine zweipolige Masse darstellt, wenn einer der Pole starr mit dem äußeren unbeweglichen Punkt verbunden ist*. Wir vereinbaren, die zweipolige Masse zur Vereinfachung in Zukunft durch zwei Kreise (Abb. 16) darzustellen.

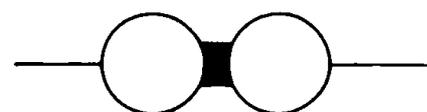


Abb. 16

§ 20. Schematische Darstellung mechanischer Systeme

Wir betrachten ein beliebiges mechanisches System mit einpoligen und zweipoligen Massen und anderen mechanischen Elementen. Die einpoligen Massen ersetzen wir durch zweipolige, indem wir den zweiten Pol als unbeweglich festlegen. Durch den starren Stab sind alle starr gekoppelten Punkte des Systems miteinander verbunden. Wir berücksichtigen dabei, daß der zweite Pol der Kraft ebenfalls starr festgelegt ist. Weiterhin abstrahieren wir von der Wirkungsrichtung der Kräfte, da wir den Verbindungslinien nur die Bedeutung starrer Verbindungslinien belassen. Wir nehmen also an, daß die Verbindungslinien der Pole eines beliebigen Elementes nur die starre Verbindung dieser Pole untereinander bedeuten. Wenn im mechanischen Ausgangssystem nur eine Bewegungsrichtung möglich ist, kann bei seiner Berechnung die angeführte Annahme keine Mißverständnisse verursachen.



- a) b) c)
- Abb. 17. Schematische Darstellung des mechanischen Systems
 a) Ausgangssystem, b) Hilfssystem, c) Darstellung des Systems I als Schema

In Abb. 17 ist ein einfaches mechanisches System dargestellt, und zwar ist die

Masse in 17a nach der normalen Methode und in Abb. 17b wie vereinbart wiedergegeben. In Abb. 17c sind die mechanischen Elemente so durch Linien miteinander verbunden, wie dies bei der Darstellung elektrischer Kreise üblich ist. Analog zu den elektrischen Kreisen kann man hier von mechanischen Kreisen sprechen.

Besitzen einige der mechanischen Elemente zwei oder mehr Freiheitsgrade, so muß eine Zerlegung des vorliegenden mechanischen Systems in eine Anzahl einzelner Systeme erfolgen. Die Komponenten des Systems können unabhängig oder abhängig voneinander sein, je nachdem, ob eine Verbindung zwischen ihnen fehlt oder vorhanden ist. Zum Beispiel kann das in Abb. 18a dargestellte System durch zwei unabhängige mechanische Kreise (Abb. 18b) wiedergegeben werden.

Das in Abb. 19a gezeigte System unterscheidet sich vom System in Abb. 18a durch den in Abb. 18a nicht vorhandenen rechtwinkligen Hebel *A* und erhält durch die Umformung die in Abb. 19b gezeigte Form.

Das Verhältnis der Hebelarme wurde gleich 1 vorausgesetzt. Demzufolge ändert der Hebel nur die *Richtung* der Verschiebungen und der Wirkung der Kräfte. Andern-

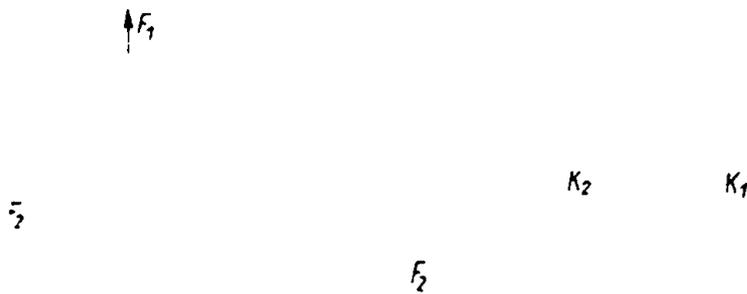


Abb. 19

falls müßten die Widerstände eines Kreises mit dem Quadrat des „Übersetzungsverhältnisses“ (Verhältnis der Hebelarme) und die Kräfte mit dem Übersetzungsverhältnis multipliziert werden.

Es wird angenommen, daß der Widerstand Z_b im Punkt *b* mit dem Hebel verbunden ist (Abb. 20). Bestimmt wird der Widerstand im Punkt *a* des Hebels. Bei Verschiebung des Punktes *a* um x_a ist die Verschiebung des Punktes *b*

$$x_b = x_a \frac{b}{a}$$

und damit

$$\dot{x}_b = \dot{x}_a \frac{b}{a}$$

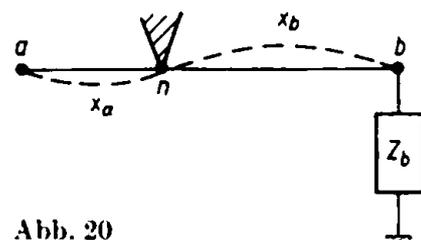


Abb. 20

Im Punkt b wirkt die Kraft

$$F_b = \dot{x}_a \frac{b}{a} Z_b.$$

Da

$$F_b b = F_a a$$

ist, ergibt sich

woraus folgt

$$Z_a = Z_b \left(\frac{b}{a} \right)^2.$$

Bezeichnet man das Verhältnis der Hebelarme b/a als Übersetzungsverhältnis m , so ist

$$Z_a = Z_b m^2$$

und

$$F_a = F_b m.$$

§ 21. Wechselseitig umkehrbare Darstellungen der mechanischen und elektrischen Systeme

Die Methoden der graphischen Darstellung mechanischer und elektrischer Systeme geben im allgemeinen die Methoden der wirklichen Verbindung der Elemente dieser Systeme wieder.

In Abb. 17a und b sind z. B. die starren Verbindungen durch Linien ersetzt worden. Wo diese Linien fehlen, sind auch keine Verbindungen (und mechanischen Widerstände) vorhanden, d. h., die Zeichenebene besitzt den Widerstand Null (wenn das Gegenteil nicht besonders angegeben wird).

Bei der graphischen Darstellung elektrischer Systeme betrachtet man umgekehrt den Widerstand der Zeichenebene als unendlich groß, während die in ihr als Linien dargestellten elektrischen Verbindungen keinen Widerstand besitzen.

Demzufolge sind die Methoden der graphischen Darstellung mechanischer und elektrischer Systeme (sowie zum Teil auch die Terminologie) wechselseitig umkehrbar: Die elektrische Verbindung (Kurzschluß) entspricht der mechanischen Trennstelle (keine Verbindung vorhanden). Dieser Umstand führt dazu, daß keine Ähnlichkeit zwischen den Abbildungen elektromechanischer Analogien besteht.

Man kann jedoch die Darstellungsmethoden des Systems in der Weise ändern, daß die elektromechanischen Analogien graphisch identisch sind. Dazu ist es ausreichend, der Zeichenebene sowohl im mechanischen als auch im elektrischen Sinn den gleichen Widerstand zuzuschreiben: entweder einen unendlich großen oder einen unendlich kleinen.

Die Darstellungsmethode, bei der der Zeichenebene ein unendlich großer Widerstand zugeschrieben wird, nennen wir einfach *Methode des unendlichen Widerstandes*; wenn bei der graphischen Darstellung des elektrischen oder mechanischen Systems angenommen wird, daß die Zeichenebene keinen Widerstand besitzt, dann bezeichnen wir diese als *Methode des Widerstandes Null*.

Für die mechanischen Systeme ist die Methode des Widerstandes Null und für die elektrischen Systeme die des unendlichen Widerstandes die allgemein angewandte Methode der graphischen Darstellung.

Die Methoden der Darstellung des einen oder anderen Systems in der Ebene des Widerstandes Null und des unendlichen Widerstandes bezeichnen wir als wechselseitig umkehrbare Methoden.

Da jeder Darstellungsmethode eine Ausdrucksform für die Verbindungen (oder Trennstellen) der mechanischen und elektrischen Elemente entspricht, kann man von Verbindungen der mechanischen und elektrischen Elemente nach der Methode des unendlichen Widerstandes oder des Widerstandes Null sprechen.

Wir kommen jetzt zu den Regeln für die Aufstellung wechselseitig umkehrbarer Darstellungen mechanischer und elektrischer Systeme.

Betrachten wir das in Abb. 21 a dargestellte mechanische System. Die äußere anregende Kraft wird dem einen Pol des Dämpfers H aufgeprägt, dessen zweiter Pol mit der Feder K verbunden ist. Das andere Ende der Feder ist unbeweglich befestigt. Die nach den Ergebnissen von § 20 vervollständigte Darstellung dieses Systems ist in Abb. 21 b (ausgezogene Linien) wiedergegeben.

Wir nehmen jetzt an, daß alle Pole der Elemente mit einer ideal harten, gewichtslosen Platte fest verbunden sind. Damit es den mechanischen Elementen möglich ist, sich entsprechend Abb. 21 a zu verschieben, muß die Platte nach einem gewissen System durch Linien zerlegt werden. Wir versuchen, die Lage dieses Systems von Linien relativ zu den mechanischen Elementen zu bestimmen.

Erstens müssen die Schnittlinien zwischen den Polen jedes Elementes hindurchgehen. Nur in diesem Fall kann sich der Kolben des Dämpfers relativ zum Zylinder verschieben, während die Feder zusammengedrückt oder gedehnt wird.

Zweitens dürfen die Schnittlinien die Linien starrer Verbindungen in Abb. 21 b nicht kreuzen, da sie anderenfalls die entsprechend Abb. 21 a erforderlichen Verbindungen stören.

Drittens müssen die Schnittlinien geschlossene Linien sein, wenn die von uns eingeführte ideal harte Platte unbegrenzt ist. Andernfalls sind bei einigen Elementen beide Pole starr befestigt.

Diese drei Bedingungen bestimmen vollständig die Lage der Schnittlinien. Man kann die Schnittlinien nur so legen, wie dies in Abb. 21 b durch Strichlinien angegeben

b)

ist. Dabei muß man sich vorstellen, daß sich die mechanischen Elemente außerhalb der Platte befinden, deren Ebene mit der Zeichenebene zusammenfällt. Die mechanischen Elemente sind dabei günstiger durch Rechtecke darzustellen. Wenn sich die Pole der mechanischen Elemente in der kleinen Achse der Rechtecke befinden, müssen die Schnittlinien entlang der großen Achse geführt werden. Demzufolge sind die „Pole“ der mechanischen Elemente in der neuen Darstellungsmethode des Systems um $\pi/2$ gedreht.

Das in Abb. 21 a nach der Methode des unendlichen Widerstandes dargestellte mechanische System geht über in die Form der Abb. 22.

Wenn man die Abbildungen 22 und 21 a vergleicht, so bemerkt man, daß aus den „in Reihe geschalteten“ Widerständen der Elemente (Abb. 21 a) eine „Parallel“-Schaltung

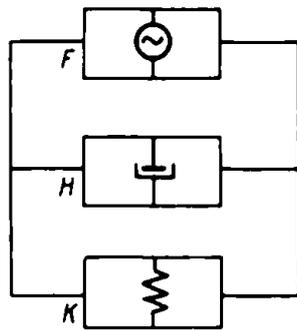


Abb. 22

Abb. 23

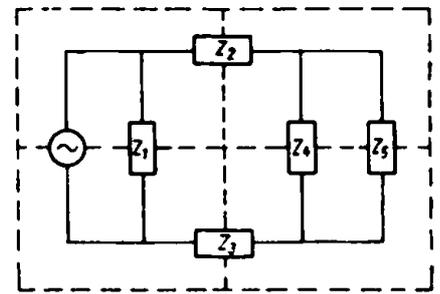


Abb. 24

geworden ist. Wir vereinbaren, die Systeme der Schnitt- und Verbindungslinien als wechselseitig orthogonal zu bezeichnen.

Das nach der Methode des unendlichen Widerstandes dargestellte mechanische System ist anschaulich, wenn man annimmt, daß die Rechtecke Ausschnitte (Fenster) aus der Platte darstellen. Der Unterschied zwischen den Verbindungen nach der Methode des unendlichen Widerstandes und des Widerstandes Null besteht nur darin, daß bei der ersten Methode die Elemente nicht mit Hilfe von Stäben verbunden werden, sondern mit in Form von Figuren herausgeschnittenen flachen Scheiben (Abb. 23).

Im folgenden wird gezeigt, wie man eine Verbindung elektrischer Elemente nach der Methode des Widerstandes Null ausführt. Wir stellen uns vor, daß die Pole der elektrischen Elemente mit der ideal leitenden Platte verbunden sind, und versuchen zu klären, entlang welcher Linien sie zerschnitten werden muß, um die geforderten Verbindungen zu erhalten.

Es sind hierbei, wie auch vorher, genau die Regeln zu befolgen:

1. Die Schnittlinien müssen den einen Pol des Elementes vom anderen Pol trennen.
2. Die Schnittlinien dürfen die Verbindungslinien (Leiter) nicht kreuzen.
3. Die Schnittlinien müssen ein geschlossenes System bilden.

Bei Anwendung dieser Regeln sehen wir, daß „Orthogonalität“ zwischen den Verbindungs- und Trennlinien vorhanden ist.

In Abb. 24 sind zwei wechselseitig umkehrbare Darstellungen desselben elektrischen Systems (Voll- und Strichlinien) angegeben.

§ 22. Grundregeln zur Aufstellung elektromechanischer Analogien

In der Tabelle 1 wurden mechanische Größen und deren analoge elektrischen Größen gegenübergestellt. Diese Tabelle kann durch die Tabelle 2 ergänzt werden.

Tabelle 2. Analogien zwischen den Verbindungslinien in den Schemata

| Darstellungsebene | elektrische Elemente | mechanische Elemente |
|------------------------------------|------------------------------|------------------------------|
| Ebene des unendlichen Widerstandes | elektrische Verbindungslinie | mechanische Trennlinie |
| Ebene des Widerstandes Null | elektrische Trennlinie | mechanische Verbindungslinie |

Die Tabelle 1 zeigte, wie der Austausch mechanischer gegen elektrische Elemente erfolgt.

Die Tabelle 2 stellt die Analogien zwischen den Verbindungslinien (oder Trennlinien) in den mechanischen und elektrischen Schemata her.

Bei der Aufstellung des mechanischen Analogons zum elektrischen System muß man erstens die elektrischen Elemente durch analoge mechanische ersetzen und zweitens die elektrischen Verbindungslinien gegen die mechanischen Trennlinien austauschen. Wendet man diese Regeln an, so erhält man das mechanische Analogon nach der Methode des unendlichen Widerstandes, d. h. nach der Methode, die im Gegensatz zur allgemeinüblichen steht.

Die Anordnung der Elemente wird dabei nicht verändert. Ist es erforderlich, zu der allgemein üblichen Darstellungsmethode des mechanischen Systems (in der Ebene des Widerstandes Null) zurückzukehren, so muß nach den Ergebnissen des vorhergehenden Paragraphen ein System konstruiert werden, das zu dem erhaltenen orthogonal ist.

Allgemein kann man sagen: Die Systeme der Verbindungslinien in den Schemata elektromechanischer Analogons sind identisch, wenn das mechanische und elektrische System in der Ebene des gleichen Widerstandes auch wechselseitig orthogonal sind, wenn das mechanische System und das elektrische System in den Ebenen der wechselseitig umkehrbaren Widerstände (unendlicher Widerstand und Widerstand Null) dargestellt sind.

Da die allgemein üblichen Darstellungsmethoden elektrischer und mechanischer Systeme wechselseitig umkehrbar sind, führt die Aufgabe, Analogien aufzustellen, zur Konstruktion orthogonaler Systeme.

Auf Grund der Ergebnisse in § 20 und § 21 formulieren wir die Regeln für die Aufstellung von Analogien in folgender Weise.

Übergang vom mechanischen zum elektrischen System. Die einpoligen Massen werden durch zweipolige ersetzt, indem jeweils ihr zweiter Pol mit dem zweiten Pol der Kraft

verbunden wird. Mit letzterem verbindet man alle starr festgelegten Punkte des Systems. Zu den Linien der starren mechanischen Verbindungen konstruiert man das „orthogonale“ System geschlossener Linien. Die mechanischen Elemente werden durch analoge elektrische Elemente ersetzt, wobei die Pole um $\pi/2$ gedreht werden. Das erhaltene System stellt das elektrische Analogon zum gegebenen mechanischen System dar.

Übergang vom elektrischen zum mechanischen System. Man konstruiert ein System geschlossener orthogonaler Linien, die Linien starrer Verbindungen sind. Die elektrischen Elemente werden durch analoge mechanische Elemente ersetzt, wobei die Pole um $\pi/2$ zu drehen sind. Alle Pole, die mit dem zweiten Pol der Kraft verbunden sind, betrachtet man als starr festgelegt. Die zweipoligen Massen des erhaltenen Systems, bei denen ein Pol unbeweglich befestigt ist, kann man durch einpolige Massen ersetzen.

Da die Methode der Verbindung von Elementen nicht vom Verbindungstyp der Elemente abhängt, genügt es, zur Kontrolle der angegebenen Regeln, ihre Richtigkeit für die Parallel- und Reihenschaltung von zwei Elementen (außer der Kraft) zu zeigen. Der Übergang zu einem beliebig komplizierten Schema erfolgt durch Zusammenschalten einer Anzahl parallel oder in Reihe geschalteter Elemente.

Die hier angeführten Regeln für die Aufstellung von Analogien beziehen sich nur auf das erste Analogiesystem.

§ 23. Beispiele für die Aufstellung von Analogien

Für das in Abb. 25 dargestellte mechanische System sei die Analogie aufzustellen. In diesem System sind nur einpolige Massen vorhanden, die durch zweipolige Massen

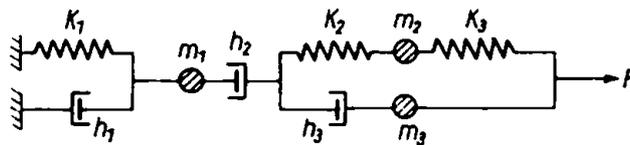


Abb. 25

Abb. 26

ersetzt werden müssen. Der zweite Pol wird unbeweglich festgelegt. Verbinden wir den zweiten Pol der Kraft mit allen unbeweglichen Punkten des Systems, so erhalten wir das System der Abb. 26. Weiterhin müssen orthogonale Linien (unterbrochene

Linien in Abb. 26) eingeführt und die mechanischen Elemente gegen elektrische (die Pole sind um $\pi/2$ zu drehen) ausgetauscht werden. Wir erhalten dann die in Abb. 27 dargestellte Schaltung.

Betrachten wir jetzt den umgekehrten Übergang, d. h., wir stellen die mechanische Analogie zu Schaltung Abb. 28 (ausgezogene Linien) auf. Zunächst wird das System orthogonaler Linien (unterbrochene Linien) in Abb. 28 eingeführt. Die elektrischen Elemente werden durch die analogen mechanischen Elemente ersetzt und der zweite Pol der Kraft und alle anderen Punkte des Systems, die starr mit ihm verbunden sind, festgelegt (Abb. 29). Die Pole der mechanischen Elemente bringen wir in die Wirkungsrichtung der Kraft F , und die zweipoligen Massen (L_1 und L_3), deren zweiter Pol unbeweglich festgelegt ist, ersetzen wir durch einpolige Massen (Abb. 30). Die Trägheitselemente L_2 und L_4 können nicht durch einpolige Massen ersetzt werden. Sie müssen als Doppelpendel dargestellt werden (siehe Abb. 14). Die Richtigkeit des aufgestellten analogen Systems kann in der Weise geprüft werden, daß man für den einen oder anderen Widerstand einen unendlich kleinen oder unendlich großen Wert annimmt. Setzt man z. B. voraus, daß in der Schaltung der Abb. 28 der Widerstand R_1 unendlich groß ist, dann muß im mechanischen Analogon der Dämpfer R_1 durch einen starren Stab ersetzt werden. Aus der elektrischen Schaltung wird die Selbstinduktion L_1 und aus dem mechanischen Schema die Masse L_1 herausgetrennt.

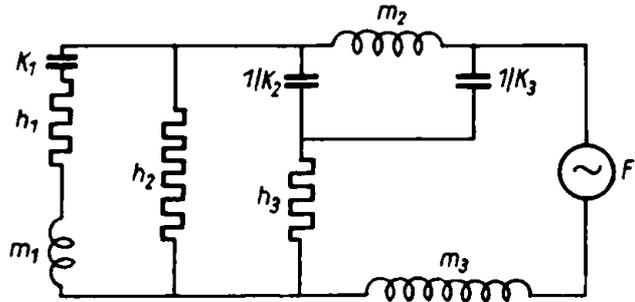


Abb. 27

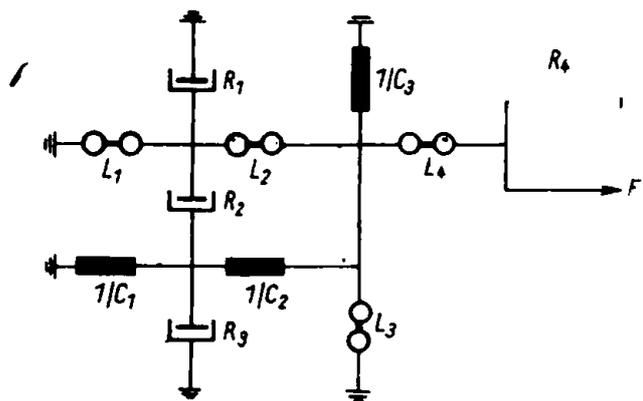


Abb. 29

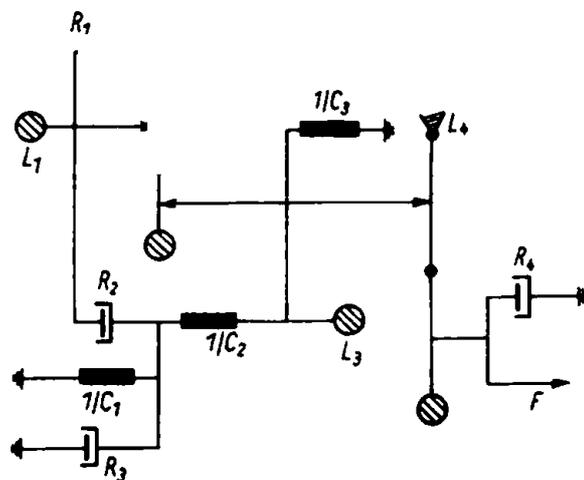


Abb. 30

§ 24. Mechanische Analogie des Transformators

Wie aus der Elektrotechnik bekannt ist, kann der Transformator durch eine Induktivität entsprechend der Schaltung in Abb. 31 ersetzt werden. Alle in den Sekundärkreis eingehenden Widerstände müssen dabei mit dem Quadrat des Übersetzungs-

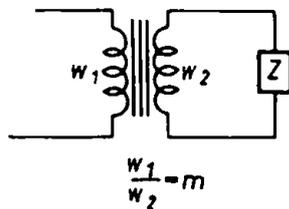


Abb. 31

verhältnisses m ($m = w_1/w_2$, dabei sind w_1 und w_2 die Windungszahlen der Primär- und Sekundärwicklung des Transformators) multipliziert werden. Wird das mechanische Analogon zu dieser Schaltung aufgestellt, so ergibt sich ein System, in dem die zweipolige Masse L (Abb. 32) als Analogon des Transformators erscheint.

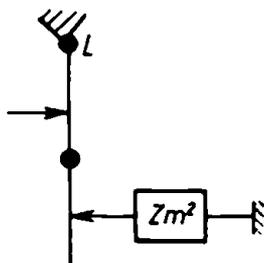


Abb. 32

$$\frac{z}{z} = m$$



Abb. 33. Mechanisches Analogon des Transformators

Abb. 34

Wenn der tatsächliche Wert Z des mechanischen Widerstandes beibehalten werden soll, dann muß die zweipolige Masse mit Z durch einen Hebel mit einem Verhältnis der Hebelarme gleich m (Abb. 33) verbunden werden (s. ebenfalls § 20).

Man kann die mechanische Analogie des Transformators auch wie in Abb. 34 darstellen.

§ 25. Regeln und Beispiele von Analogien mechanischer Systeme nach dem zweiten System

Im § 17 wurden die Grundregeln für die Aufstellung von analogen Systemen nach dem ersten System der Analogie zusammengestellt. Wir konnten diese Regeln nicht konkret formulieren, da die Methode der Darstellung mechanischer Systeme als Schemata noch nicht bekannt und der Begriff der zweipoligen Masse noch nicht eingeführt war. Das System II beruht auf dem gliedweisen Vergleich der Gleichung des elektrischen Schwingungskreises, der aus einer Parallelschaltung von Induktivität,

Ohmschen Widerstand und Kapazität besteht, mit der des mechanischen Schwingungssystems, in dem Masse, Elastizität und Dämpfung ebenfalls parallel geschaltet sind. Aus diesem Vergleich wird geschlossen, daß die Identität der Anordnung mechanischer Elemente und deren analoger elektrischer Elemente auch beim Übergang zu komplizierten Systemen beibehalten wird.

Diese Folgerung wird dadurch bestätigt, daß die analoge Größe zur elektrischen Leitfähigkeit der mechanische Widerstand ist (s. § 17). Demzufolge ist das Analogon zur elektrischen Verbindung (Linie des elektrischen Widerstandes Null) die Linie der mechanischen Verbindung (Linie des unendlichen mechanischen Widerstandes). Wie wir bereits wissen, wird die Identität oder „Orthogonalität“ der Anordnung der Elemente in den analogen elektromechanischen Systemen nur durch den Typ der Analogie zwischen den Verbindungslinien bestimmt. Wenn der elektrischen Verbindungslinie in der entsprechenden Analogie die mechanische Verbindungslinie entspricht, so ändert sich die Anordnung der zu verbindenden Elemente beim Übergang vom mechanischen System zum elektrischen Analogon (oder umgekehrt) nicht.

Unter Verwendung der Ergebnisse der vorhergehenden Paragraphen formulieren wir damit die folgenden Regeln für die Aufstellung analoger Schemata.

Übergang vom mechanischen System zum elektrischen Analogon. Das mechanische System wird als Schema dargestellt (s. § 20). Jedes mechanische Element wird durch ein elektrisches ersetzt, dessen Widerstand gleich dem Kehrwert des Widerstandes des mechanischen Elementes ist. Die starren Verbindungslinien werden durch elektrische Verbindungslinien ersetzt. Die geometrische Anordnung der Elemente wird nicht verändert.

Übergang vom elektrischen System zum mechanischen Analogon. Jedes elektrische Element wird durch ein mechanisches ersetzt, dessen Widerstand gleich dem Kehrwert des Widerstandes des elektrischen Elementes ist.

Die Verbindungslinien der elektrischen Widerstände werden durch starre mechanische Verbindungslinien ersetzt. Als Ergebnis erhält man das mechanische System in Form eines Schemas. Der Übergang vom Schema zur allgemein üblichen Darstellung erfolgt nach den Darlegungen des § 20.

Die angegebenen Regeln erklären wir an Hand der im § 23 betrachteten Beispiele.

Es sei zunächst ein Analogon zu dem in Abb. 25 dargestellten mechanischen System aufzustellen. Gibt man das mechanische System als Schema wieder, so erhält man Abb. 26. Die mechanischen Elemente müssen nun durch analoge elektrische Elemente ersetzt werden, wobei die Anordnung der Elemente nicht verändert wird. Beim Austausch werden die Kehrwerte der Widerstände der mechanischen Elemente betrachtet. Befindet sich $i\omega$ im Zähler, so muß das betreffende Element durch eine Induktivität ersetzt werden. Erscheint $i\omega$ im Nenner, so ist das analoge elektrische Element des betreffenden Elements eine Kapazität. Den Ohmschen Widerstand müssen wir dann einsetzen, wenn $i\omega$ in Zähler und Nenner nicht vorhanden ist.

Wendet man diese Regel an, so ist im Schema Abb. 26 der elastische Widerstand $k_1/i\omega$ durch den induktiven Widerstand $i\omega/k_1$, der Dämpfungswiderstand h_1 durch den Ohmschen Widerstand $1/h_1$ usw. zu ersetzen. Durch den Übergang zu dem in

Abb. 35 dargestellten Schema erhalten wir das elektrische Analogon zum mechanischen System der Abb. 25.

Zur Aufstellung des elektromechanischen Analogons (nach System II) ist noch zu bemerken, daß die analoge Größe der mechanischen Kraft die Stromstärke, die analoge Größe der Geschwindigkeit die Spannung ist.

Die Berechnungsmethode mechanischer Systeme, die sich aus dem zweiten System ergibt, ist in elementarer Weise ohne Hinzuziehung der Methode der Analogien zu erhalten.

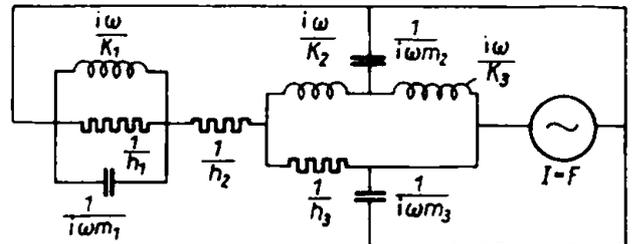


Abb. 35

Betrachten wir die Darstellung eines beliebigen mechanischen Systems als Schema

in der Ebene des Widerstandes Null. Für einen beliebigen Knotenpunkt dieses Schemas ist die Gleichung

$$\sum F = 0 \quad (25.1)$$

erfüllt.

Für eine beliebige Masche erhalten wir andererseits, daß die Summe der relativen Geschwindigkeiten aller Elemente in der vorgegebenen Masche gleich Null ist:

$$\sum \dot{x} = 0. \quad (25.2)$$

Die Richtigkeit dieser Gleichung soll bewiesen werden. Dazu wird die Gleichung (25.2) aufgelöst und in folgender Form geschrieben:

$$\sum \dot{x} = -(\dot{x}_1' - \dot{x}_1'' + \dot{x}_2' - \dot{x}_2'' + \dots + \dot{x}_n' - \dot{x}_n'') = 0;$$

$\dot{x}_1', \dot{x}_2', \dots, \dot{x}_n'$ sind die Geschwindigkeiten des ersten Poles der Elemente (in der Umlaufrichtung der Masche) und $\dot{x}_1'', \dot{x}_2'', \dots, \dot{x}_n''$ die Geschwindigkeiten des zweiten Poles der Elemente.

Berücksichtigt man die Gleichungen

$$\dot{x}_k' = \dot{x}_{k-1}'', \quad \dot{x}_1' = \dot{x}_n'',$$

so heben sich alle Glieder, die in den Klammern stehen, wechselseitig auf. Daraus folgt die Gleichung (25.2).

Die beiden Gleichungen (25.1) und (25.2) ergeben sich, wenn man vom ersten System der Analogie ausgeht. Da die analoge Größe der Stromstärke die mechanische Kraft und die analoge Größe der Spannung die Geschwindigkeit ist, geht das erste Kirchhoffsche Gesetz in die Gleichung (25.1) und das zweite Kirchhoffsche Gesetz in die Gleichung (25.2) über.

Bei Berechnungen kann die Kraft F in der Gleichung (25.1) durch die Geschwindigkeit und den mechanischen Widerstand oder umgekehrt die Geschwindigkeit in der Gleichung (25.2) durch die Kraft und den Widerstand ausgedrückt werden.

Auf diese Weise erhalten wir zwei Varianten von Formeln für die Berechnung:

$$\begin{array}{ll}
 I & \sum F = 0 \qquad \sum \frac{F}{Z} = 0, \\
 II & \sum \dot{x}Z = 0 \qquad \sum \dot{x} = 0.
 \end{array}$$

Die erste Spalte gilt für die Knotenpunkte, die zweite Spalte für die Maschen des Systems. Die erste Gruppe der Gleichungen ist mit der unmittelbar aus dem zweiten System folgenden identisch. Die zweite Gruppe steht im Zusammenhang mit dem ersten System. Dieser Zusammenhang wäre offensichtlich, würden wir das mechanische System in der Ebene des unendlichen Widerstandes darstellen.

§ 26. Methodik der Berechnung komplizierter mechanischer Systeme [3], [32], [41]. Stationäre Schwingungen

In den voranstehenden Paragraphen wurden die Methoden der Aufstellung elektromechanischer Analogien behandelt. Weiterhin muß gezeigt werden, in welcher Weise nach dem bereits aufgestellten elektrischen Analogon des gegebenen mechanischen Systems das letztere berechnet werden kann.

Die Methode für die Berechnung elektrischer Kreise wird in den elektrotechnischen Vorlesungen gelehrt. Wir beschränken uns deshalb auf die Darlegung der wesentlichen Folgerungen.

Wenn das elektrische Analogon des mechanischen Systems nicht besonders kompliziert ist, können die Berechnungen auf der Grundlage des ersten oder zweiten Kirchhoffschen Gesetzes erfolgen. Um eine größere Harmonie und Einheitlichkeit der Berechnungen zu erreichen, ist es im allgemeinen günstiger, die Methode der Maschenströme anzuwenden. Diese Methode führt zur Lösung eines Systems linearer algebraischer Gleichungen ersten Grades:

$$\left. \begin{array}{l}
 I_1 Z_{11} + I_2 Z_{12} + \cdots + I_n Z_{1n} = E_1, \\
 I_1 Z_{21} + I_2 Z_{22} + \cdots + I_n Z_{2n} = E_2, \\
 \cdot \\
 I_1 Z_{n1} + I_2 Z_{n2} + \cdots + I_n Z_{nn} = E_n.
 \end{array} \right\} \quad (26.1)$$

Hierbei ist Z_{kk} der komplexe Widerstand der k -ten Masche (der Widerstand, der gleich der Summe aller Widerstände in dieser Masche ist), Z_{kl} der Widerstand, den die Maschen k und l gemeinsam aufweisen (wechselseitige Impedanz). Wenn sich die Maschen k und l nicht berühren (nicht verkoppelt sind), dann ist

$$Z_{kl} = 0.$$

Außerdem wird angenommen, daß durch den Widerstand Z_{kl} , der den Maschen k und l gemeinsam ist, die Ströme I_k und I_l fließen.

Durch den Widerstand, der nur zur k -ten Masche gehört, fließt nur der Strom I_k . Die Anzahl der Gleichungen im System (26.1) ist gleich der Anzahl der Maschen.

Die Lösung der Systeme (26.1) gibt bekanntlich das Verhältnis der Determinanten

$$I_k = \frac{\Delta_k}{D}, \quad (26.2)$$

wobei D die Determinante der Koeffizienten von I ,

$$D = \begin{vmatrix} Z_{11} & Z_{12} & \dots & Z_{1n} \\ Z_{21} & Z_{22} & \dots & Z_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ Z_{n1} & Z_{n2} & \dots & Z_{nn} \end{vmatrix}, \quad (26.3)$$

und Δ_k die Determinante ist, die aus der Determinante (26.3) durch Austausch der k -ten Spalte mit der Spalte der freien Glieder gebildet wird.

In der Praxis tritt am häufigsten der Fall auf, daß nur in der ersten Masche eine elektromotorische Kraft vorhanden ist:

$$E_1 \neq 0, \quad E_2 = E_3 = \dots = E_n = 0. \quad (26.4)$$

Die Stromstärke wird in der letzten (n -ten) Masche gemessen.

Damit geht die Gleichung (26.2) über in

$$I_n = \frac{E_1 \Delta_{n1}}{D} = \frac{E_1}{Z_n} \quad (26.5)$$

mit

$$\Delta_{n1} = (-1)^{n+1} \begin{vmatrix} Z_{21} & Z_{22} & \dots & Z_{2, n-1} \\ Z_{31} & Z_{32} & \dots & Z_{3, n-1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ Z_{n1} & Z_{n2} & \dots & Z_{n, n-1} \end{vmatrix}. \quad (26.6)$$

Die Größe Z_n , die gleich dem Verhältnis D/Δ_{n1} ist, wird als reduzierter Widerstand bezeichnet.

Verwendet man das erste System, dann ist die Stromstärke die analoge Größe zur Geschwindigkeit der Bewegung. Bei der Berechnung seismischer Geräte interessiert nicht die absolute, sondern die relative Geschwindigkeit. Bei der Aufstellung der Frequenzcharakteristik der Seismographen benutzt man z. B. das Verhältnis der Verschiebegeschwindigkeiten von Schreibhebel und Gehäuse des Seismographen (oder für harmonische Schwingungen dementsprechend das Verhältnis der Verschiebungen). Die Lösung des Systemes (26.1) wird dann nicht durch den Wert der elektromotorischen Kraft E_1 ausgedrückt (wenn nur in der ersten Masche des Systems eine Erregung vorhanden ist), sondern durch den Wert der Stromstärke in der ersten Masche:

$$\frac{I_n}{I_1} = \frac{\Delta_n}{\Delta_1} = \frac{\Delta_{n1}}{\Delta_{11}}; \quad (26.7)$$

dabei ist

$$\Delta_{11} = \begin{vmatrix} Z_{22} & Z_{23} & \dots & Z_{2n} \\ Z_{32} & Z_{33} & \dots & Z_{3n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ Z_{n2} & Z_{n3} & \dots & Z_{nn} \end{vmatrix}. \quad (26.8)$$

Es ist offensichtlich, daß das Verhältnis der Stromstärken I_n/I_1 im elektrischen Analogon gleichzeitig auch das Verhältnis der Geschwindigkeiten der Elemente in der n -ten und ersten Masche im mechanischen Schema und das Verhältnis ihrer Verschiebungen bestimmt:

$$\frac{I_n}{I_1} = \frac{\dot{x}_n}{\dot{x}_1} = \frac{x_n}{x_1}. \quad (26.9)$$

Bei der Berechnung der Minoren von (26.6) und (26.8) ist es nicht erforderlich, mit den analogen elektrischen Größen mechanischer Widerstände zu operieren. Wenn z. B. der Widerstand Z_{21} durch eine Induktivität dargestellt wird, die die analoge Größe der Masse ist, dann genügt es anzunehmen, daß $Z_{21} = i\omega M$ usw. ist.

Durch diese Annahme ist es nicht notwendig, die Dimensionen bei der Konstruktion von elektromechanischen Analoga zu beachten.

Für das mechanische System erhalten wir schließlich die Lösung

$$\frac{\dot{x}_n}{\dot{x}_1} = \frac{x_n}{x_1} = \frac{\Delta_{n1}}{\Delta_{11}}, \quad (26.10)$$

wobei Δ_{n1} und Δ_{11} (Gleichungen (26.6) und (26.8)) aus mechanischen Widerständen bestehen.

Die Gleichung (26.10) ist die Lösung für den stationären Zustand, wenn sich die anregende Kraft sinus- oder kosinusförmig ändert. Der Betrag und das Argument des Ausdruckes (26.10) bestimmen die Form der Frequenz- und Phasencharakteristik des mechanischen Systems.

Auf Grund der Gleichungen vom Typ (26.10) wurden in der Elektrotechnik praktische Methoden einer vereinfachten Berechnung für eine Anzahl spezieller Fälle entwickelt.

§ 27. Berechnung komplizierter mechanischer Systeme bei nichtstationären Schwingungen [3], [32], [40]

Wird die anregende Kraft in der Form

$$E = \sum E_{0k} \sin(\omega_k t + \varphi_k), \quad (27.1)$$

dargestellt, so ist für jede Komponente der Schwingungen die Lösung vom Typ (26.10) richtig.

Ist die äußere Kraft nicht durch eine endliche Summe vom Typ (27.1) auszudrücken oder ist der Einschwingvorgang noch nicht abgeklungen, so muß man vom angegebenen System algebraischer Gleichungen (26.1) wieder zum Differentialgleichungssystem übergehen, das das Verhalten des gegebenen mechanischen Systems bestimmt, oder die Methode des Fourier-Integrals anwenden.

Jede dieser Methoden hat in Abhängigkeit vom Typ der Anregungs-Funktion diese oder jene Vorzüge. Die erste Methode behandeln wir ausführlicher.

Der Übergang zur komplexen Form des Ohmschen Gesetzes (Gleichung (16.4)) erfolgte, indem die Operation der Differentiation durch die Multiplikation mit $i\omega$ und

Das das Verhalten des gegebenen mechanischen Systems beschreibende Differentialgleichungssystem hat die Form

$$\sum_{k=1}^n (\ddot{x} M_{ik} + \dot{x} H_{ik} + x K_{ik}) = F_i \quad (i = 1, 2, \dots, n). \quad (27.5)$$

Die Systeme (27.4) oder (27.5) werden durch Anwendung der symbolischen Methode gelöst.

Bei dieser Methode wird der Operator p eingeführt. Die Multiplikation mit p ist der Differentiation und die Division mit p ist der Integration äquivalent.

Das System (27.4) erhält durch diesen Austausch und einmalige Integration nach der Zeit die Form

$$\sum_{k=1}^n I_k Z_{ik}(p) = E_i \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (27.6)$$

mit

$$Z_{ik}(p) = p L_{ik} + R_{ik} + \frac{1}{p} C_{ik}.$$

Das System (27.6) unterscheidet sich vom System (26.1) nur dadurch, daß $i\omega$ durch den Operator p ersetzt worden ist.

Ist nur in der ersten Masche eine elektromotorische Kraft vorhanden, so ergibt sich für die Stromstärke in der i -ten Masche der Ausdruck

$$I_i = \frac{E_1}{Z_i(p)}. \quad (27.7)$$

wobei $Z_i(p)$ entsprechend den Ergebnissen des vorhergehenden Paragraphen als Verhältnis zweier Determinanten dargestellt werden kann. Löst man sie auf und ordnet die Glieder nach Potenzen von p , so ergibt sich

$$Z_i(p) = \frac{D(p)}{f_i(p)}. \quad (27.8)$$

Dabei ist $D(p)$ ein Polynom $2n$ -ten Grades und $f_i(p)$ ein Polynom vom Grad $2n - 1$.

Für freie Schwingungen ist

$$E_i = 0$$

und demzufolge

$$Z_i(p) = D(p) = 0. \quad (27.9)$$

Die Gleichung $D(p) = 0$ ist die charakteristische Gleichung der entsprechenden homogenen Differentialgleichung, die die freien Schwingungen des Systems beschreibt.

Bei der Analyse der freien Schwingungen sind folgende Fälle zu unterscheiden: Sind alle Wurzeln der Gleichung (27.9) verschieden, dann entspricht jedem Paar konjugiert komplexer Wurzeln

$$p_i = -h_i \pm i n_i$$

die periodische Lösung

$$e^{-h_i t} A \sin(n_i t + \varphi)$$

und jeder reellen Wurzel die aperiodische Lösung

$$C_i e^{p_i t}.$$

Ist in den konjugiert komplexen Wurzeln der Koeffizient von i gleich Null, dann ergibt sich ein Paar gleicher reeller Wurzeln, welches die Lösung für den aperiodischen Grenzfall

$$e^{-h_i t} (C_i t + C_i')$$

bedingt.

Im allgemeinen Fall entspricht jeder reellen mehrfachen Wurzel p' die Lösung

$$e^{p' t} P(t),$$

aber gleichen Paaren konjugiert komplexer Wurzeln die Lösung

$$e^{-h_i t} (P_1(t) \cos n_i t + P_2(t) \sin n_i t).$$

Dabei ist $P(t)$ ein Polynom mit einem um Eins niedrigeren Grad als der Anzahl gleicher reeller Wurzeln (p') entspricht. $P_1(t)$ und $P_2(t)$ sind Polynome mit einem um Eins niedrigeren Grad als die Zahl gleicher Paare konjugiert komplexer Wurzeln beträgt.

Auf diese Weise werden die Eigenschwingungen des Systems untersucht. Es muß besonders hervorgehoben werden, daß die Lösung $D = 0$ der Gleichung es unmittelbar gestattet, die Frequenz der Eigenschwingungen des Systems zu bestimmen.

Wir kehren zu den erzwungenen Schwingungen zurück. Die Gleichung (27.7) ist die symbolische Lösung des Systems (27.4). In Gleichung (27.7) ist der Bruch $\frac{1}{Z_t(p)}$ als Operator zu betrachten, dessen Bedeutung HEAVISIDE durch seine Entwicklungstheoreme dargelegt hat. Hier wird die Methode von HEAVISIDE nicht wiedergegeben, sondern werden nur die endgültigen Formeln für zwei Fälle angeführt:

1. Einschalten der Gleichspannung U_0 :

$$U = 0 \quad \text{für } t < 0,$$

$$U = U_0 \quad \text{für } t > 0.$$

Die Lösung kann wie folgt geschrieben werden:

$$I = \frac{U_0}{Z_{(0)}} + \sum \left(\frac{U_0 e^{pt}}{p \frac{dZ(p)}{dp}} \right)_{p=p_1, p_2, \dots} \quad (27.10)$$

2. Einschalten einer Wechselspannung:

$$U = 0 \quad \text{für } t < 0,$$

$$U = U_0 e^{i\omega t} \quad \text{für } t > 0.$$

}

Die Lösung hat folgende Form:

$$I = \frac{U_0 e^{i\omega t}}{Z(i\omega)} + \sum \left(\frac{U_0 e^{p t}}{(p - i\omega) \frac{dZ(p)}{dp}} \right)_{p=p_1, p_2, \dots} \quad (27.11)$$

In beiden Fällen sind p_1, p_2, \dots Wurzeln der Gleichung $Z(p) = 0$. Das erste Glied auf der rechten Seite der Gleichungen (27.10) und (27.11) beschreibt die erzwungenen und das zweite Glied die freien Schwingungen.

Die Methode von HEAVISIDE wird u. a. in den Vorlesungen für Elektrotechnik [32], [41] behandelt.

Wir beschreiben jetzt kurz die zweite Methode. Sie beruht auf der Anwendung des Fourier-Integrals.

Die anregende Kraft wird als unendliche Summe von stationären harmonischen Schwingungen unendlich kleiner Amplitude dargestellt:

$$F(t) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} (A(\omega) \cos \omega t + B(\omega) \sin \omega t) d\omega; \quad (27.12)$$

dabei sind $A(\omega) \cdot d\omega$ und $B(\omega) \cdot d\omega$ die Amplituden der erwähnten Schwingungen. Das Frequenzspektrum ist kontinuierlich und geht von 0 bis ∞ .

In der Theorie der Fourier-Integrale wird bewiesen, daß $A(\omega)$ und $B(\omega)$ die folgende Form haben:

$$A(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} F(t) \cos \omega t dt \quad (27.13)$$

und

$$B(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} F(t) \sin \omega t dt. \quad (27.14)$$

Nach dem Einsetzen der Werte für $A(\omega)$ und $B(\omega)$ in (27.12) erhalten wir

$$F(t) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} d\omega \int_{-\infty}^{+\infty} F(\tau) \cos \omega(t - \tau) d\tau. \quad (27.15)$$

Das Fourier-Integral kann auch in der Form geschrieben werden

$$F(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \varphi(\omega) e^{i\omega t} d\omega \quad (27.16)$$

mit

$$\varphi(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} F(t) e^{-i\omega t} dt. \quad (27.17)$$

Die Gleichungen (27.16) und (27.17) können zusammengefaßt werden:

$$F(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} d\omega \int_{-\infty}^{+\infty} F(\tau) e^{i\omega(t-\tau)} d\tau. \quad (27.18)$$

Auf diese Weise kann eine Schwingung beliebiger Form als Summe stationärer Schwingungen dargestellt werden. Für jeden Summanden dieser unendlichen Summe bleibt das beschriebene System algebraischer Gleichungen (Gleichung (26.1)) bei stationären Schwingungen richtig.

Bezeichnet man entsprechend den Ergebnissen des vorhergehenden Paragraphen die Amplitude des zu bestimmenden Stromes im unendlich schmalen Intervall des Spektrums $d\omega$ mit $i_n d\omega$, so ist

$$i_n(\omega) d\omega = \frac{\varepsilon(\omega) d\omega}{Z(\omega)}, \quad (27.19)$$

wobei $\varepsilon(\omega) \cdot d\omega$ die Größe der elektromotorischen Kraft für dieses Intervall des Spektrums und $Z(\omega)$ der gegebene Widerstand ist, der durch das Verhältnis der zwei Determinanten vom Typ (26.3) und (26.6) ausgedrückt werden kann.

Entsprechend Gleichung (27.17) wird $i_n(\omega)$ in folgender Form geschrieben:

$$i_n(\omega) = \frac{1}{Z(\omega)} \int_{-\infty}^{+\infty} E_1(t) e^{-i\omega t} dt. \quad (27.20)$$

Dabei ist $E_1(t)$ der Wert der gesamten elektromotorischen Kraft.

Nach Gleichung (27.16) beträgt die Stromstärke im Zeitpunkt t

$$I_n(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} i_n(\omega) e^{i\omega t} d\omega \quad (27.21)$$

oder

$$I_n(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\omega}{Z(\omega)} \int_{-\infty}^{+\infty} E_1(\tau) e^{i\omega(t-\tau)} d\tau. \quad (27.22)$$

Die Gleichung (27.22) ist auch eine Lösung der gestellten Aufgabe.

Wenn man in (27.22) die elektrischen durch ihre analogen mechanischen Größen ersetzt, ergibt sich

$$\dot{x}_n(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\omega}{Z_m(\omega)} \int_{-\infty}^{+\infty} F_1(\tau) e^{i\omega(t-\tau)} d\tau, \quad (27.23)$$

wobei $Z_m(\omega)$ der angegebene mechanische Widerstand ist.

Im folgenden wird das Spektrum einiger typischer Funktionen der Anregung ermittelt.¹⁾

¹⁾ Die Theorie der Spektralanalyse von Schwingungen und die Methoden der Analyse sind in [4], [10], [22], [23], [24], [46], [48] dargelegt. (Anm. d. Red. d. russ. Ausg.)

1. Rechteckimpuls der Spannung:

$$\left. \begin{array}{l} \text{für } t < 0 \quad E = 0, \\ \text{für } 0 < t < \Delta t \quad E = E_0, \\ \text{für } t > \Delta t \quad E = 0. \end{array} \right\} \quad (27.24)$$

Entsprechend Gleichung (27.17) ergibt sich

$$\varepsilon(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} E(t) e^{-i\omega t} dt = E_0 \int_0^{\Delta t} e^{-i\omega t} dt = \frac{E_0}{i\omega} (1 - e^{-i\omega \Delta t}). \quad (27.25)$$

Es werden die zwei Grenzfälle betrachtet.

Wenn $t \rightarrow \infty$ geht, d. h. der Impuls die in Abb. 36a angegebene Form hat, ist

$$|\varepsilon_{\infty}(\omega)| = \frac{E_0}{\omega}. \quad (27.26)$$

Wenn $t \rightarrow 0$ geht, entwickelt man (27.25) in eine Reihe und bricht nach dem linearen Glied ab. Es ergibt sich dann (Abb. 36b)

$$|\varepsilon_0(\omega)| = E_0 \Delta t. \quad (27.27)$$

Daraus folgt, daß in einem unendlich schmalen Impuls alle Frequenzen mit gleicher Amplitude vorhanden sind.

Im allgemeinen Fall, wenn Δt endlich ist (Abb. 36c), geht man in Gleichung (27.25) von Exponential- zu trigonometrischen Funktionen über und erhält

$$\varepsilon(\omega) = \frac{E_0}{i\omega} (1 - \cos \omega \Delta t + i \sin \omega \Delta t). \quad (27.28)$$

Die Amplitude ist dabei gleich dem Betrag von (27.28):

$$|\varepsilon(\omega)| = \frac{2E_0}{\omega} \sin \frac{\omega \Delta t}{2}. \quad (27.29)$$

2. Gedämpfter sinusförmiger Impuls (Abb. 36e):

$$\left. \begin{array}{l} E = E_0 e^{-\beta t} \sin \omega_0 t \quad \text{für } t > 0, \\ E = 0 \quad \text{für } t < 0. \end{array} \right\} \quad (27.30)$$

Drückt man $\sin \omega_0 t$ durch Exponentialfunktionen aus, dann ist

$$E = E_0 \frac{e^{-\beta t} (e^{i\omega_0 t} - e^{-i\omega_0 t})}{2i}. \quad (27.31)$$

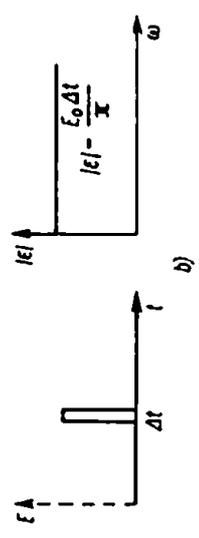
Weiterhin erhalten wir

$$\varepsilon(\omega) = \int_0^{\infty} E(t) e^{-i\omega t} dt = \frac{E_0}{2} \cdot \frac{\omega_0}{\beta^2 + \omega_0^2 - \omega^2 + 2\beta i \omega}, \quad (27.32)$$

woraus

$$|\varepsilon(\omega)| = \frac{E_0 \omega_0}{\sqrt{(\beta^2 + \omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2 \omega^2}} \quad (27.33)$$

folgt.



d)



Abb. 36

3. Gedämpfter kosinusförmiger Impuls (Abb. 36f):

$$\begin{aligned} E &= E_0 e^{-\beta t} \cos \omega_0 t & \text{für } t > 0, & | \\ E &= 0 & \text{für } t < 0. & | \end{aligned} \quad (27.34)$$

In ähnlicher Weise ergibt sich

$$|\varepsilon(\omega)| = \frac{E_0 \sqrt{\beta^2 + \omega^2}}{\sqrt{(\beta^2 + \omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2 \omega^2}}. \quad (27.35)$$

Ist $\beta = 0$, dann wird beim Einschalten einer sinusförmigen Spannung

$$|\varepsilon(\omega)| = E_0 \left| \frac{\omega_0}{\omega_0^2 - \omega^2} \right| \quad (27.36)$$

und bei einer kosinusförmigen Spannung

$$|\varepsilon(\omega)| = E_0 \left| \frac{\omega}{\omega_0^2 - \omega^2} \right|. \quad (27.37)$$

Ist bei der gedämpften kosinusförmigen Erregung β im Verhältnis zu ω_0 sehr groß, d. h., geht der periodische Impuls in den aperiodischen über (Abb. 36d), so wird

$$|\varepsilon(\omega)| = E_0 \frac{1}{\sqrt{\beta^2 + \omega^2}}. \quad (27.38)$$

Die hier untersuchten Funktionen der Anregung und ihre Frequenzspektren sind in Abb. 36 gegenübergestellt.

Zur vollständigen Charakterisierung des Spektrums der anregenden Kraft ist es unbedingt notwendig, außer der Abhängigkeit der Amplitude von der Frequenz auch die Änderung der Phase in Abhängigkeit von der Frequenz zu kennen. Die Abhängigkeit der Amplitude und Phase von der Frequenz wird berücksichtigt, wenn die Ausdrücke für $\varepsilon(\omega)$ in komplexer Form (z. B. die Gleichungen (27.25), (27.28), (27.32)) in das Integral eingeführt werden:

$$I(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\varepsilon(\omega)}{Z(\omega)} e^{i\omega t} d\omega. \quad (27.39)$$

Bezeichnet man mit $f(\omega)$ die Funktion, die das Spektrum (auch die Phasenverschiebung) der anregenden mechanischen Kraft charakterisiert, dann ist die Lösung für das mechanische System

$$\dot{x}(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{f(\omega)}{Z_m(\omega)} e^{i\omega t} d\omega. \quad (27.40)$$

III. Anwendung der Methode der elektromechanischen Analogien auf einige Fragen der Theorie des Seismographen

§ 28. Elektrische Analogie des Seismographen vom „translativen“ Typ

Es wird angenommen, daß sich die träge Masse des Seismographen nur translativ frei verschieben kann. Das mechanische Modell dieses Seismographen ist in Abb. 37 dargestellt.

Die schematische Darstellung des Systems zeigt Abb. 38a.

Unter Benutzung orthogonaler Linien und Austausch der mechanischen gegen analoge elektrische Elemente erhält man das elektrische Analogon des Seismographen

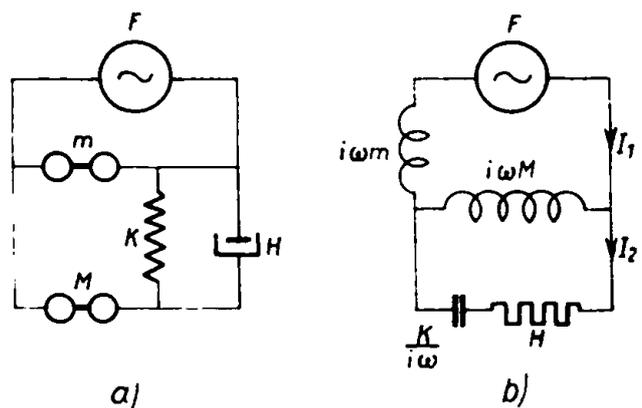


Abb. 37

(Abb. 38b). Dabei sind einander analog die Induktivität m und die Masse des Gestells des Seismographen, die Induktivität M und die träge Masse des Seismographen, die Kapazität $1/K$ und die Elastizität K der Feder sowie der Widerstand H und der Dämpfungswiderstand.

Berechnung der Frequenzcharakteristik des Seismographen. Die Frequenzcharakteristik wird durch das Verhältnis der Kompression der Seismographenfeder zur Verschiebung des Gestells bestimmt. Geht man zum elektrischen Analogon über, dann wird die Frequenzcharakteristik durch das Verhältnis der Ströme, die durch den Kondensator $1/K$ (und Widerstand) und durch die Induktivität m fließen, bestimmt. Das Verhältnis wird demzufolge berechnet aus

$$\frac{x}{\xi} = \frac{\dot{x}}{\dot{\xi}} = \frac{I_2}{I_1} = \nu. \quad (28.1)$$

Die Gleichungen für die Maschen lauten

$$\left. \begin{aligned} I_1 i \omega (M + m) - I_2 i \omega M &= F, \\ I_1 i \omega M - I_2 \left(i \omega M + H + \frac{K}{i \omega} \right) &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (28.2)$$

Zur Berechnung des Verhältnisses (28.1) genügt allein die letzte Gleichung des Systems (28.2). Daraus folgt

$$\frac{I_2}{I_1} = \nu = \frac{i \omega M}{i \omega M + H + \frac{K}{i \omega}}. \quad (28.3)$$

In der Gleichung der Frequenzcharakteristik in komplexer Form wird gleichzeitig die Abhängigkeit der Amplitude und Phase von der Frequenz berücksichtigt.

Geht man zum Betrag des Verhältnisses über, so ergibt sich die Frequenzcharakteristik in ihrer üblichen Form (Gleichung (3.7)). Die Masse des Gestells des Seismographen ist in der Gleichung der Frequenzcharakteristik nicht enthalten. Wenn die Masse des Seismographen die Form der Bodenbewegung ändert, dann erhält die Gleichung der Frequenzcharakteristik eine etwas andere Form (s. § 32).

§ 29. Begriff der „dreipoligen“ Masse

Vor der Behandlung der Theorie des Seismographen vom „drehenden“ Typ, d. h. des Seismographen, dessen träge Masse eine Drehachse besitzt, die starr mit dem Gestell verbunden ist, werden die Eigenschaften von Massen, die sich frei translativ und drehend bewegen können, betrachtet. Es soll gezeigt werden, daß die Masse mit den genannten zwei Freiheitsgraden als Verbindung der zwei- und einpoligen Masse betrachtet werden kann oder, richtiger, als Verbindung des zweipoligen Elementes des Trägheitsmomentes und der einpoligen Masse.

Die betrachtete Masse dreht sich frei um die Achse, die durch den Schwerpunkt der Masse geht, und bewegt sich außerdem translativ in Richtung der Achse x , die senkrecht zur Drehachse steht (Abb. 39). Bei der Verschiebung des Schwerpunktes a der Masse treten auf:

1. der Trägheitswiderstand der *translativen Bewegung* und
2. der Trägheitswiderstand der *Rotation*.

Letzterer fehlt, wenn zusammen mit dem Punkt a mit gleicher Beschleunigung der Punkt b der Masse verschoben wird, der auf einer senkrecht zu den beiden ersten Achsen stehenden Achse liegt. Die Trägheit der Rotation zeigt sich nur dann, wenn sich die Projektion des Punktes a auf die Achse x während der Bewegung in bezug auf die Projektion des Punktes b verschiebt. Darin (Reaktion nur auf relative Verschiebungen) ist das Hauptmerkmal der Zweipoligkeit enthalten. Demzufolge muß das vorliegende System bezüglich der Rotation als zweipoliges betrachtet werden. Die Pole dieses Trägheitselementes sind die Punkte a und b .

Die Trägheit der Translation hängt im Gegensatz dazu nur von der absoluten Beschleunigung des Schwerpunktes a ab. Deshalb verhält sich das vorliegende System bezüglich der translativen Verschiebungen als einpolige Masse.

Aus diesem Grunde ist das System in Abb. 39 als Vereinigung von zweipoliger und einpoliger Masse zu betrachten. Im Punkt a werden ein Pol der zweipoligen Masse und ein Pol der einpoligen Masse verschoben, während sich im Punkt b der zweite Pol der zweipoligen Masse befindet. Wir vereinbaren, das System als „dreipolige Masse“ zu bezeichnen. Bei der schematischen Darstellung des mechanischen Systems müssen die dreipoligen Massen, die zu dem gegebenen System gehören, entsprechend der Darstellung in Abb. 40 in zwei zweipolige Massen zerlegt werden. Im Unterschied zu den zweipoligen Trägheitselementen der Translation werden die zweipoligen Trägheitselemente der Rotation durch schwarze Kreise gekennzeichnet.

Die äquivalente Masse des Trägheitselementes der Rotation bestimmen wir nach der Gleichung

$$M' = \frac{\mathcal{M}}{r^2}, \quad (29.1)$$

wobei \mathcal{M} das Trägheitselement bezüglich der Achse durch den Schwerpunkt der „dreipoligen Masse“ und r die Entfernung zwischen den Polen a und b ist.

Schreibt man dem Trägheitselement der Rotation die Masse M' zu, so kann man es bei weiteren Entwicklungen wie das Trägheitselement der Translation behandeln.

§ 30. Elektrische Analogie des Seismographen vom drehenden Typ

Das einfachste Modell eines Seismographen vom drehenden Typ ist in Abb. 41 dargestellt. Dieses Modell kann in die Form der Abb. 42 übergeführt werden. Stellt man das System in Abb. 42 als Schema dar und berücksichtigt man die Bemerkungen des vorhergehenden Paragraphen, so ergibt sich die Abb. 43. Ihr elektrisches Analogon ist in Abb. 44 wiedergegeben.

Vergleicht man die Abb. 44 und die Abb. 38b, so zeigt sich ein Unterschied der Analoga nur darin, daß beim Seismographen vom drehenden Typ zusätzlich zur Kapazität und dem Ohmschen Widerstand eine Induktivität in Reihe geschaltet wird.

Definiert man die Frequenzcharakteristik analog zum vorhergehenden als Verhältnis I_2/I_1 , so ergibt sich

$$V = \frac{i\omega M}{K + H + i\omega(M' + M)}. \quad (30.1)$$

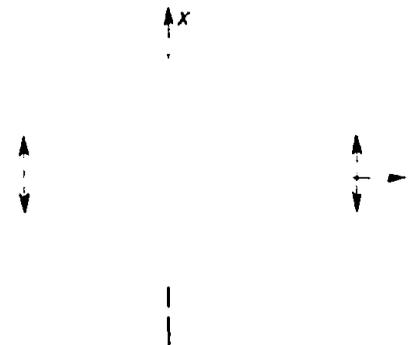


Abb. 39



Abb. 40

Daraus folgt, daß die Form der Frequenzcharakteristik bei beiden Gerätetypen gleich, die Empfindlichkeit des Seismographen vom drehenden Typ jedoch infolge des zusätzlichen Trägheitswiderstandes $i\omega M'$ geringer als die des translativen Typs ist. Die Vergrößerung der unendlich schnellen Schwingungen beträgt beim Seismographen vom translativen Typ

$$V = 1$$

und beim Seismographen vom drehenden Typ

$$V = \frac{M}{M' + M} \quad (30.2)$$

Abb. 41

Abb. 42

Da die einwirkende Kraft im Schwerpunkt des Pendels angreift, wächst die durch die Rotation bedingte Kraft des zusätzlichen Trägheitswiderstandes mit der Annäherung der Drehachse an den Schwerpunkt des Pendels. Geht die Drehachse durch den Schwerpunkt der trägen Masse, dann ist $V = 0$.



Abb. 43. Schematische Darstellung des mechanischen Seismographen vom Torsionstyp

Im § 12 wurde gezeigt, daß man den Seismographen vom drehenden Typ bedingt durch den Seismographen des translativen Typs ersetzen kann, wenn man die Bewegung des Pendelpunktes betrachtet, der sich im Abstand der reduzierten Länge von der Drehachse befindet. Mit anderen Worten: Die Vergrößerung des Seismographen vom drehenden Typ ist um (l/r) -mal kleiner (l reduzierte Länge, r Entfernung zwischen Drehachse und Schwerpunkt des Pendels) als die Vergrößerung des Seismographen des translativen Typs. - Diese Behauptung stimmt mit der Gleichung (30.2) überein, da

$$\frac{M}{M' + M} = \frac{M}{\frac{\mathcal{H}}{r^2} + M} = \frac{r}{l} \quad (30.3)$$

Abb. 44. Analoge elektrische Ersatzschaltung des mechanischen Seismographen vom Torsionstyp

§ 31. Berücksichtigung parasitärer Widerstände im Seismographen

Parasitäre Widerstände treten hauptsächlich infolge einer ungenügenden Stabilität der einzelnen Teile des Seismographen auf. Bei der Berechnung des Seismographen unter Berücksichtigung der parasitären Widerstände müßte strenggenommen die Theorie der Schwingungssysteme mit verteilten Konstanten angewendet werden. Für die qualitative Bewertung des Einflusses parasitärer Widerstände kann man jedoch die Systeme mit verteilten Konstanten durch Systeme mit zusammengefaßten Konstanten ersetzen.

Die Formen parasitärer Widerstände sind sehr verschieden. Wir betrachten hier nur eine Auswahl einfachster Fälle. Die parasitären Widerstände können in der Dämpfungseinrichtung, in der Hebelübersetzung und im Aufhängungssystem auftreten. Eine besonders schädliche Wirkung haben die elastischen Widerstände in Aufhängungssystemen der Seismographen vom drehenden Typ sowie die elastischen und Trägheitswiderstände in den Hebelübersetzungen und im Dämpfer. Hier werden erstens die qualitative Analyse des Einflusses der elastischen und Trägheitswiderstände in den Hebelübersetzungen und zweitens der Einfluß der gleichen Widerstandsformen im Dämpfer auf die Genauigkeit der Angaben des Seismographen dargelegt.

In Abb. 45 ist der Seismograph vom drehenden Typ vereinfacht dargestellt. Es bedeuten K die Haupt-Aufhängefeder, M die träge Masse des Seismographen (zur Vereinfachung der Darstellung wurde angenommen, daß die gesamte Masse M in einem Punkt in der Entfernung r von der Drehachse konzentriert ist), H den Dämpfer, m_1 die Masse des Gestells, k_1 die Elastizität des Vergrößerungshebels, m_2 die Masse des Indikators für die Schwingungen, k_2 die Elastizität der Verbindung des Indikators mit dem Gestell des Seismographen, R die Länge des Vergrößerungshebels (das Verhältnis der Hebelarme ist gleich dem Übersetzungsverhältnis $\frac{R}{r}$). Unter Berücksichtigung des Übersetzungsverhältnisses wird die Abb. 45 durch die Abb. 46 ersetzt. Nach dem Übergang zur Darstellung als Schema erhalten wir das System der Abb. 47. Das elektrische Analogon dazu ist in Abb. 48 gezeigt.

Die qualitative Untersuchung des elektrischen Analogons gestattet einige Folgerungen.

1. Der Indikator für die Schwingungen ist die Induktivität $m_2 \left(\frac{R}{r}\right)^2$. Da ihr Kapazitäten parallel geschaltet sind, nimmt die Empfindlichkeit des Seismographen für Schwingungen höherer Frequenzen ab (bei $\omega \rightarrow \infty$ geht $\mathcal{V} \rightarrow 0$, wenn man vernachlässigt, daß der Indikator selbst als träge Masse des Seismographen erscheinen kann).

2. Der Seismograph besitzt zwei Resonanzfrequenzen. Wenn die Härte der Aufhängefeder des Seismographen im Verhältnis zu den reduzierten Härten $k_1(R/r)^2$ und

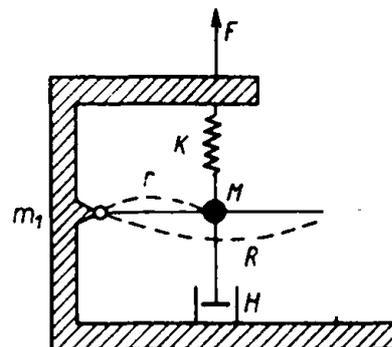


Abb. 45

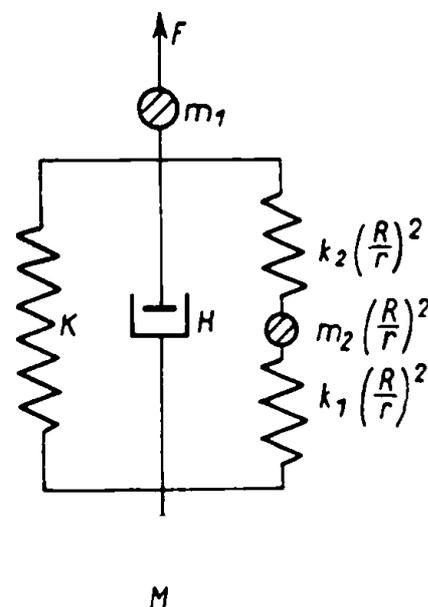


Abb. 46

Abb. 47

$k_2(R/r)^2$ groß ist, dann können bei der Berechnung der Eigenfrequenzen die Maschen ① und ② unabhängig voneinander betrachtet werden. Die Resonanzerscheinungen in Masche ② werden besonders erläutert.

3. Die Empfindlichkeit des Seismographen (für eine beliebige gegebene Frequenz) nimmt nicht proportional dem Verhältnis $\frac{R}{r}$ der Hebelarme zu, da mit größer werdendem Verhältnis $\frac{R}{r}$ die parasitären Widerstände zunehmen.

4. Die Größe der Masse des Gestells geht nicht in den Ausdruck der Frequenzcharakteristik des Seismographen ein.

F



Abb. 48

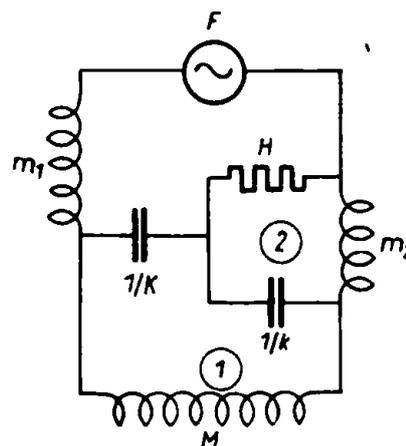


Abb. 49

Abb. 50

Wir betrachten jetzt die parasitären Widerstände im Dämpfer. In Abb. 49 bedeutet k die Elastizität des Hebels, der die Masse M mit dem Dämpfer H verbindet, m_2 die Masse des Dämpfers. Die übrigen Bezeichnungen sind die gleichen wie früher. Es wird angenommen, daß der Indikator für die Schwingungen keine zusätzlichen Widerstände aufweist. Demzufolge sind die Aussagen des Seismographen proportional der Deformation der Aufhängefeder.

Das elektrische Analogon dieses Systems zeigt Abb. 50. Nach diesem Schema sind (wie auch im vorhergehenden) zwei Haupt-Resonanzfrequenzen möglich. Die Empfindlichkeit des Seismographen gegenüber hohen Frequenzen verhält sich normal.

Das System hat in zwei Fällen keine Dämpfung, und zwar wenn H sehr klein und wenn H sehr groß ist.

Im ersten Fall (H ist sehr klein) existieren zwei Resonanzfrequenzen. Sie werden wie gewöhnlich aus der Bedingung $D = 0$ ermittelt. Dabei ist D die Determinante des Gleichungssystems der Maschenströme (s. § 27).

Wenn die Stabilität des Hebels, der den Dämpfer mit der trägen Masse verbindet, im Verhältnis zur Härte der Aufhängefeder des Seismographen groß ist, dann sind die Resonanzfrequenzen

$$\left. \begin{aligned} n_{01} &= \sqrt{\frac{K}{M + m_2}}, \\ n_{02} &= \sqrt{\frac{k(M + m_2)}{M m_2}}. \end{aligned} \right\} \quad (31.1)$$

Im zweiten Fall (H ist sehr groß) büßt das System einen Freiheitsgrad ein. Die Frequenz der Eigenschwingung der trägen Masse im Seismographen ist dann

$$n'_{01} = \sqrt{\frac{K+k}{M}}; \quad (31.2)$$

dabei ist

$$n'_{01} > n_{01}.$$

Da die Dämpfung des Seismographen für $H = 0$ und für $H = \infty$ gleich Null ist, muß ein gewisser mittlerer Wert H existieren, für den die Dämpfung maximal ist.

Eine ausführlichere Analyse eines ähnlichen Aufgabentyps wird im § 33 bei der Behandlung der Theorie der Luftdämpfung durchgeführt.

§ 32. Schwingungen eines auf einer elastischen Unterlage stehenden Seismographen

Damit der Seismograph die Schwingungen des Bodens wahrheitsgetreu aufzeichnet, ist es notwendig, daß das Gerät die zu messende Erscheinung nicht verzerrt. Es ist also notwendig, daß das Gehäuse des Seismographen sich während des Schwingungsprozesses in der gleichen Weise bewegt, wie sich auch der Boden bewegen würde, wenn der Seismograph nicht vorhanden wäre. Eine strenge Erfüllung dieser Forderung ist nicht möglich, und es ist mit Verzerrungen zu rechnen, die der Seismograph in das Bild der Bodenbewegung aufnimmt.

In erster Näherung wird nur die Elastizität des Bodens berücksichtigt, die anderen Widerstände werden vernachlässigt. Der ablaufende Prozeß kann in diesem Falle so dargestellt werden, als würde der Seismograph auf einem elastischen Gestell stehen. In Abb. 51 ist der beschriebene Fall schematisch dargestellt. Mit k wird die gesamte Elastizität des Gestells bezeichnet. Das elek-

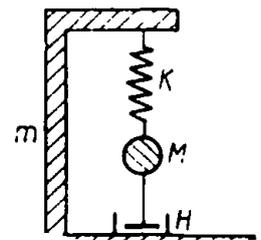


Abb. 51

trische Analogon ist in Abb. 52 angegeben.

Das Analogon zeigt erstens, daß das System „Boden–Gehäuse“ des Seismographen einen Tiefpaß darstellt, der die Empfindlichkeit des Seismographen für hohe Frequenzen verringert (für $\omega \rightarrow \infty$ geht $V \rightarrow 0$); zweitens ist, wie auch bei parasitären Widerständen, das Auftreten neuer Resonanzfrequenzen möglich. Der zur Dämpfung der Schwingungen im Haupt-Schwingungskreis ② ausreichende Widerstand kann für die Erreichung der Aperiodizität des Kreises ① ungenügend sein. Der Kreis ① besteht aus den in Reihe geschalteten analogen Größen der Elastizität des Bodens, der Masse des Gestells, des Dämpfers und der Hauptfeder.

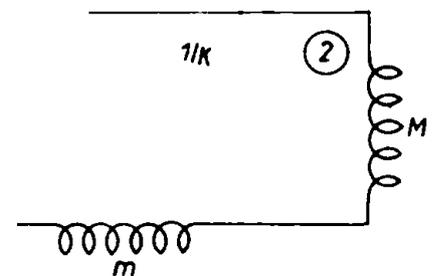


Abb. 52. Analoge elektrische Ersatzschaltung des auf einem elastischen Gestell stehenden mechanischen Seismographen

Für den Beweis dieser Behauptung muß das Gleichungssystem der Maschenströme herangezogen werden. Berücksichtigt man, daß die äußere anregende Kraft gleich Null ist und setzt man für $i\omega$ den Operator p ein, so ergibt sich

$$\begin{cases} I_1 \left(\frac{k+K}{p} + H + pm \right) - I_2 \left(H + \frac{K}{p} \right) = 0, \\ -I_1 \left(H + \frac{K}{p} \right) + I_2 \left(\frac{K}{p} + H + pM \right) = 0. \end{cases} \quad (32.1)$$

Setzt man die Determinante des Systems gleich Null, so ist

$$\left(\frac{k+K}{p} + H + pm \right) \left(\frac{K}{p} + H + pM \right) = \left(H + \frac{K}{p} \right)^2.$$

Es wird vorausgesetzt, daß die Gehäusemasse m des Seismographen bedeutend größer als seine träge Masse M und die Härte k des Bodens wesentlich größer als die Härte K der Aufhängefeder ist. Die Verhältnisse k/m und K/M liegen jedoch dabei in einer Größenordnung. Wir nehmen weiter an, daß der Seismograph eine Dämpfung besitzt, die nahe der kritischen ist. Dann sind wir berechtigt, die rechte Seite der letzten Gleichung zu vernachlässigen. Es ergibt sich

$$\left(\frac{k}{p} + H + pm \right) \left(\frac{K}{p} + H + pM \right) = 0. \quad (32.2)$$

Die Wurzeln dieser Gleichung bestimmen die Form der Eigenschwingungen. Wenn der zweite Klammersausdruck nur reelle Wurzeln hat, ist der Seismograph im gewöhnlichen Sinne des Wortes aperiodisch, d. h. ebenso wie in dem Fall, wenn das Gestell des Seismographen unbeweglich befestigt ist.

Die Bedingung für die Existenz von nur reellen Wurzeln im zweiten Klammersausdruck lautet

$$H > 2\sqrt{KM}.$$

Berücksichtigt man, daß $m \gg M$, $k \gg K$ ist und demzufolge

$$\sqrt{km} \gg \sqrt{KM}$$

gilt, so kann bei dem angenommenen Wert H der erste Klammersausdruck komplexe Wurzeln besitzen. Mit anderen Worten: In unserem „aperiodischen“ Seismographen können parasitäre Schwingungen auftreten, deren Periodendauer durch die Masse des Seismographengehäuses und die Elastizität des Bodens bestimmt wird.

Um Verzerrungen beim Aufzeichnen der Schwingungen zu vermeiden, ist es notwendig,

1. den Seismographen auf einem möglichst festen Boden aufzustellen (damit die zweite Resonanz im Bereich genügend hoher Frequenzen liegt und keine Störungen hervorruft),

2. sofern das unter 1. Angegebene nicht durchführbar ist, möglichst die Kontaktfläche des Seismographengehäuses mit dem Boden zu vergrößern oder das Gehäuse des Seismographen leichter zu halten (letzteres erfordert eine Änderung der Konstruktion des Gerätes).

3. wenn die zweite Maßnahme ebenfalls nicht zum Ziel führt, unbedingt zu versuchen, für den Seismographen eine Dämpfung zu wählen, die zur Erreichung der Aperiodizität in beiden Schwingungskreisen ausreichend ist.

§ 33. Theorie der Luftdämpfung

In der Erkundungsseismik ist die Frage der Entwicklung eines Seismographen, dessen Dämpfung von der Temperatur unabhängig ist, sehr wichtig. Die Lösung dieser Aufgabe ist dann besonders wichtig, wenn in Gebieten mit stark ausgeprägtem kontinentalem Klima gearbeitet wird.

Bei einer kleinen Periodendauer der Eigenschwingung der trägen Masse im Seismographen ist die elektromagnetische Dämpfung (die die Forderung bezüglich der von der Temperatur vollkommen unabhängigen Dämpfung befriedigen würde) oft schwer zu verwirklichen, während die Öldämpfung wegen der Temperatureffekte unbefriedigend ist.

Im folgenden wird die Theorie der dritten Form, der Luftdämpfung, dargelegt [68], [81].

Man unterscheidet zwei Formen der Luftdämpfung. In der ersten Form erfolgt die Bewegung der Platten des Dämpfers in der Ebene der Platten selbst, in der zweiten Form senkrecht zu ihrer Oberfläche. Da der erste Typ der Luftdämpfung für Seismographen mit kleiner Periodendauer keine ausreichende Dämpfung ergibt, beschränken wir uns hier auf die Beschreibung des zweiten Dämpfertyps.

Bei beliebiger Bewegung der einen Platte des Dämpfers ändert sich die Stärke des zwischen den Platten des Dämpfers eingeschlossenen Luftkissens. Es ändert sich der innere Druck, und es entsteht ein den Druck ausgleichender Luftstrom, dessen Reibung die Dämpfung verursacht. Weiterhin nehmen wir an, daß das innere Volumen (Volumen zwischen den Platten des Dämpfers) mit dem äußeren Volumen nur durch eine schmale Öffnung in einer der Platten des Dämpfers verbunden ist.

Die Besonderheiten der Theorie einer derartigen Luftdämpfung liegen hauptsächlich darin, daß neben der Dämpfung eine Zusatzkraft eingeführt wird, die von der Elastizität des Luftkissens im Dämpfer abhängt.

Die Elastizität des Luftkissens hängt von seiner Stärke, der Fläche und dem Luftdruck ab. Bei einer Änderung der Weite der Öffnung, durch die die Luft den Dämpfer verläßt, bleibt die Elastizität der Luft konstant, der Grad der Dämpfung ändert sich jedoch. Wenn die Öffnung so groß ist, daß die Luft frei, d. h. ohne Reibung, in den Dämpfer ein- und ausströmen kann, so verschwindet zusammen mit der Dämpfung des Systems auch die Elastizität des Luftkissens. Die Periodendauer der Eigenschwingungen der Masse im Seismographen wird nur durch die Elastizität der Feder

bedingt, an der die Masse aufgehängt ist. Wenn umgekehrt die Öffnung des Dämpfers sehr klein ist (der Widerstand sehr groß ist), dann ist die Periodendauer der schwingenden Masse das Ergebnis von zwei elastischen Kräften, die in der Hauptfeder und dem Luftkissen auftreten. In diesem Fall verschwindet die Dämpfung des Systems.

Diese Überlegungen zeigen, daß das mechanische Modell des Luftdämpfers (Abb. 53a) als Reihenschaltung von idealem Dämpfer und Feder dargestellt werden kann.

Das System in Abb. 53a verhält sich bei einer Änderung der Größe des Widerstandes des idealen Dämpfers ebenso wie der Seismograph mit Luftdämpfung bei Änderung der Öffnungsweite, durch die der Austausch der Luft erfolgt. Das heißt, wenn der Widerstand des idealen Dämpfers gleich Null ist, fällt auch der Dämpfer und die zusätzliche Feder im Schema weg. Wenn der Widerstand des idealen Dämpfers unendlich groß wird, geht das System in Abb. 53a in das System der Abb. 53b über (die Masse hängt an zwei parallelen Federn).

Das elektrische Analogon des Systemes in Abbildung 53a ist in Abb. 54 dargestellt.¹⁾

Mit Hilfe der Kirchhoffschen Gesetze erhalten wir folgende Gleichungen für die Maschen:

$$\left. \begin{aligned} \xi i \omega M + \dot{x} i \omega M &= F, \\ \xi i \omega M + \dot{x} \left(i \omega M + \frac{K+k}{i \omega} \right) - \dot{x}_1 \frac{k}{i \omega} &= 0, \\ \dot{x} \frac{k}{i \omega} - \dot{x}_1 \left(\frac{k}{i \omega} + H \right) &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (33.1)$$

Bei der Untersuchung der Bewegung des Seismographen interessiert uns nur die Verschiebung ξ des Gestells und die Kompression der Feder x . Wir eliminieren \dot{x}_1 aus der zweiten Gleichung des Systems und erhalten

$$\xi i \omega M + \dot{x} \left(i \omega M + \frac{K+k}{i \omega} + \frac{k^2}{H \omega^2 - k i \omega} \right) = 0. \quad (33.2)$$

¹⁾ Die Masse des Seismographengehäuses wird nicht berücksichtigt. Es wird angenommen, daß der Seismograph fest mit dem Boden verbunden ist.

b)

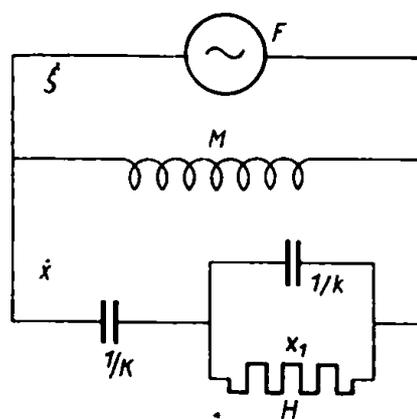


Abb. 54. Analoges elektrisches Ersatzschaltbild des mechanischen Seismographen mit Luftdämpfung

Aus dieser Gleichung folgt unmittelbar die Gleichung für die Frequenzcharakteristik des Seismographen. Vorher untersuchen wir die Eigenschwingungen des Seismographen. Multipliziert man jedes Glied der Gleichung (33.2) mit dem Faktor $(H\omega^2 - k i\omega)$, dann ergibt sich

$$\dot{x} \left\{ M H (i\omega)^2 + k M (i\omega) + (K + k) H + \frac{kK}{(i\omega)} \right\} = -\xi \{ H M (i\omega)^2 + M k (i\omega) \}. \quad (33.3)$$

Wir erinnern daran, daß die Multiplikation mit $i\omega$ gleichbedeutend mit einer Differentiation ist und die Division mit $i\omega$ der Integration entspricht. Die Differentialgleichung für die Schwingungen des Seismographen lautet dann

$$M H \ddot{x} + k M \dot{x} + (K + k) H \dot{x} + k K x = -\ddot{\xi} H M - \dot{\xi} M k. \quad (33.4)$$

Es wird definiert

$$\frac{K}{M} = n_1^2, \quad \frac{k}{M} = n_2^2, \quad \frac{K + k}{M} = n_1^2 + n_2^2 = n_{12}^2. \quad (33.5)$$

Hierbei ist n_1 die Frequenz der ungedämpften Eigenschwingungen der trägen Masse des Seismographen, die nur unter dem Einfluß der Elastizität K der Hauptfeder steht, n_2 die Frequenz durch Einwirkung der Elastizität k des Luftkissens, n_{12} die Frequenz der Schwingungen bei Einwirkung der Hauptfeder und des Luftkissens. Führt man die Definitionen (33.5) in die Gleichung (33.4) ein, so ergibt sich

$$\ddot{x} + \frac{M}{H} n_2^2 \dot{x} + n_{12}^2 \dot{x} + \frac{M}{H} n_1^2 n_2^2 x = -\ddot{\xi} - \frac{M}{H} n_2^2 \dot{\xi}. \quad (33.6)$$

Wenn $n_2 \rightarrow \infty$ geht, verwandelt sich die Gleichung (33.6) in die normale Gleichung des Seismographen:

$$\ddot{x} + \frac{H}{M} \dot{x} + n_1^2 x = -\ddot{\xi}.$$

Die der Gleichung (33.6) entsprechende homogene Gleichung

$$\ddot{x} + \frac{M}{H} n_2^2 \dot{x} + n_{12}^2 \dot{x} + \frac{M}{H} n_1^2 n_2^2 x = 0 \quad (33.7)$$

ist bestimmend für die Eigenschwingungen der trägen Masse des Seismographen. Wir untersuchen diese Gleichung mit dem Ziel, die Bedingungen zu bestimmen, die für eine aperiodische Dämpfung notwendig sind. Die charakteristische Gleichung hat die Form

$$z^3 + \frac{M}{H} n_2^2 z^2 + n_{12}^2 z + \frac{M}{H} n_1^2 n_2^2 = 0. \quad (33.8)$$

Diese Gleichung dritten Grades wird durch Einsetzen von

$$z = y - \frac{1}{3} \cdot \frac{M}{H} n_2^2 \quad (33.9)$$

in die Form

$$y^3 + py + q = 0 \quad (33.10)$$

gebracht, wobei gilt

$$p = n_{12}^2 - \frac{1}{3} \left(\frac{M}{H} \right)^2 n_2^4, \quad (33.11)$$

$$q = \frac{2}{27} \left(\frac{M}{H} \right)^3 n_2^6 + \frac{M}{H} \cdot \frac{n_2^2}{3} (3n_1^2 - n_{12}^2). \quad (33.12)$$

Wenn $\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27} < 0$ ist, dann sind alle drei Wurzeln der Gleichung (33.10) und demzufolge auch die der Gleichung (33.8) reell und verschieden voneinander. In diesem Fall hat die Lösung der Differentialgleichung (33.7) keine periodischen Glieder. Die Bewegung der trägen Masse hat aperiodischen Charakter:

$$x = A_1 e^{z_1 t} + A_2 e^{z_2 t} + A_3 e^{z_3 t}. \quad (33.13)$$

Ist $\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27} > 0$, dann erhalten wir eine reelle und zwei konjugiert komplexe Wurzeln für die charakteristische Gleichung (33.8).

Die vorhandenen komplexen Wurzeln deuten auf die Existenz periodischer Glieder in der Lösung der Differentialgleichung (33.7) hin.

Der Sonderfall

$$\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27} = 0$$

entspricht der Grenze der Aperiodizität. Alle drei Wurzeln der Gleichung (33.10) sind reell, zwei von ihnen bilden jedoch eine Doppelwurzel.

Die Lösung von (33.7) erhält dann die Form

$$x = e^{z_{12} t} (A_1 t + A_2) + A_3 e^{z_3 t}, \quad (33.14)$$

wobei z_{12} die Doppelwurzel von (33.8) ist.

Dieser Fall ist besonders wichtig. Wir betrachten die Bedingungen

$$H = H_a, \quad \frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27} = 0 \quad (33.15)$$

für die Grenze der Aperiodizität eingehender.

Werden p und q durch die Koeffizienten der Gleichung (33.8) ausgedrückt, so ergibt sich die Bedingung

$$\left(\frac{M}{H_a} \right)^4 n_2^6 n_1^2 + \left(\frac{M}{H_a} \right)^2 n_2^4 \left(2n_1^4 - 5n_2^2 n_1^2 - \frac{n_2^4}{4} \right) + n_{12}^6 = 0. \quad (33.16)$$

Aus der Gleichung (33.16) kann die Größe der aperiodischen Grenzdämpfung (H_a) bestimmt werden:

$$H_a = \pm \frac{M}{\sqrt{\frac{n_2^4 + 20n_1^2n_2^2 - 8n_1^4}{8n_2^4n_1^2} \pm \frac{(n_2^4 + 20n_1^2n_2^2 - 8n_1^4)^2}{64n_2^8n_1^4} - \frac{n_{12}^6}{n_2^8n_1^2}}} \quad (33.17)$$

Von den Werten der aperiodischen Grenzdämpfung H_a , die man aus der Gleichung (33.17) erhält, haben nur die zwei positiven Wurzeln (wenn sie reell sind) einen physikalischen Sinn, die die obere und untere Grenze des Gebietes der aperiodischen Dämpfung bestimmen.

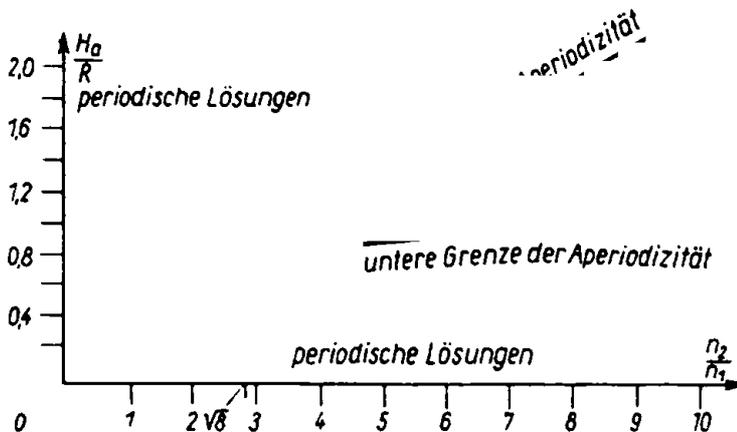


Abb. 55. Gebiet aperiodischer Dämpfung

In Abb. 55 ist die Lage dieser Grenzen angegeben. Auf der Ordinate ist das Verhältnis der Dämpfung mit Luftdämpfer (H_a) und der mit idealem Dämpfer (R), auf der Abszisse das Frequenzverhältnis n_2/n_1 aufgetragen. Der oberen Grenze der Aperiodizität entspricht das Minuszeichen vor der zweiten Wurzel in der Gleichung (33.17). Wie aus der Abb. 55 ersichtlich ist, wird das Gebiet der aperiodischen Lösungen mit abnehmenden Verhältnis n_2/n_1 kleiner.

Das kritische Verhältnis n_2/n_1 , bei dem noch eine aperiodische Dämpfung möglich ist, wird aus

$$\sqrt{\frac{(n_2^4 + 20n_1^2n_2^2 - 8n_1^4)^2}{64n_2^8n_1^4} - \frac{n_{12}^6}{n_2^8n_1^2}} = 0$$

bestimmt.

Nach einfachen algebraischen Umformungen kann diese Bedingung geschrieben werden

$$\left(\frac{n_2}{n_1}\right)_{\text{krit}} = \sqrt[3]{8} \quad (33.18)$$

oder

$$\left(\frac{n_{12}}{n_1}\right)_{\text{krit}} = 3. \quad (33.19)$$

Wird das Frequenzverhältnis kleiner als das kritische, so ist keine aperiodische Dämpfung mehr zu erreichen (da H_a komplex bleibt).

Die obigen Überlegungen zeigten, mit welchen Mitteln eine aperiodische Dämpfung im Seismographen zu erzielen ist. Die Aperiodizität des Seismographen ist die wichtigste Bedingung für eine genaue Aufzeichnung der Bodenschwingungen. Keine geringere Bedeutung hat jedoch die Form der Frequenzcharakteristik. Zu ihrer Bestimmung ist ebenfalls die Gleichung (33.2) zu verwenden und das Verhältnis x, ξ zu berechnen. Für den Kehrwert dieses Verhältnisses ergibt sich

$$\frac{\xi}{x} = -1 + \left(\frac{n_1}{\omega}\right)^2 + \frac{\left(\frac{\omega}{n_2}\right)^2}{\left(\frac{\omega}{n_2}\right)^4 + \omega^2 \left(\frac{M}{H}\right)^2} + i \frac{\omega \frac{M}{H}}{\left(\frac{\omega}{n_2}\right)^4 + \omega^2 \left(\frac{M}{H}\right)^2}. \quad (33.20)$$

Darin ist M/H für die Grenze der Aperiodizität aus Gleichung (33.17) zu bestimmen.

In Abb. 56 sind die Frequenzcharakteristiken für die Dämpfung

$$\frac{M}{H} = \frac{1}{2n_1}$$

angegeben, die der Grenze der Aperiodizität des Seismographen mit idealem Dämpfer entspricht. Diese Dämpfung ist bei einem Verhältnis $\frac{n_2}{n_1} > 4$ ausreichend, um mit Luftdämpfung Aperiodizität des Seismographen zu erhalten. Wenn $\frac{n_2}{n_1} < 4$ ist (die Zahlen stellen nur Näherungswerte dar), wird die Dämpfung zu groß, und es er-

Abb. 56. Frequenzcharakteristiken
des Seismographen mit Luftdämpfung

folgt von neuem der Übergang in das Gebiet periodischer Lösungen. Den aperiodischen Schwingungen entsprechen in Abb. 56 die Frequenzcharakteristiken, für die

$$\frac{n_2}{n_1} \lesssim 4 \text{ ist.}$$

Nicht zu vergessen ist, daß das kritische Frequenzverhältnis, für welches Aperiodizität noch möglich ist, nach den Ergebnissen des vorhergehenden Paragraphen

$\frac{n_2}{n_1} = \sqrt{8}$ ist. In Abb. 57 ist die Frequenzcharakteristik für diesen speziellen Fall dargestellt (aperiodische Dämpfung für das kritische Frequenzverhältnis). Ungeachtet der aperiodischen Eigenschwingungen des Seismographen besitzt die Frequenzcharakteristik ein Maximum.

Wenn vom Seismographen eine gleichmäßige Vergrößerung gefordert wird, muß bei der Konstruktion des Dämpfers auf ein möglichst starres Luftkissen geachtet werden (großer Wert n_2/n_1).

Völlig befriedigende Ergebnisse liefert bereits die Frequenzcharakteristik für $\frac{n_2}{n_1} = 6$. Die Vergrößerung der Schwingungen, deren Frequenz ω größer oder gleich dem dreifachen Wert der Eigenfrequenz n_1 des Seismographen ist, ändert sich nur um 8 bis 9 %.

In den Fällen, in denen eine selektive Empfindlichkeit erwünscht ist (reflexionsseismische Methode), ist das vorhandene Maximum in der Frequenzcharakteristik vorteilhaft.

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

Abb. 57. Frequenzcharakteristik des Seismographen mit Luftdämpfer für kritische Dämpfung bei kritischem Frequenzverhältnis n_2/n_1

IV. Verzerrungen in Verstärkern

Auf allen Gebieten der angewandten Seismik verwendet man in diesem oder jenem Umfang Verstärker. Ihre Hauptaufgabe ist die Verstärkung der elektrischen Schwingungen, die in den Seismographen, Beschleunigungsmessern usw. durch die Bodenschwingungen erzeugt werden, um sie der automatischen galvanometrischen Registrierung zuzuführen. Vom Verstärker fordert man oft noch die Erfüllung von Zusatzfunktionen, die hauptsächlich in der Filterung bestimmter Frequenzen bestehen, d. h., man fordert, daß der Verstärker selektiv ist.

Die Verstärkung der Schwingungen ist eine rein elektronische Aufgabe und kann nicht in der seismischen Vorlesung behandelt werden. Die zweite Aufgabe (Filtern der Schwingungen) hat aber in der Anwendung der Seismik einige Besonderheiten, die uns veranlassen, im folgenden die Theorie der Verzerrungen in Verstärkern kurz zu beschreiben [33].

Die Fragen, die sich auf die Form der Frequenz- und Phasencharakteristik der vollständigen seismischen Apparatur (vom Seismographen bis zum Galvanometer), die Verzerrungen bei der Registrierung nichtstationärer seismischer Schwingungen usw. beziehen, können nicht gelöst werden, wenn nicht einleitend die Theorie der Verzerrungen in den Verstärkern behandelt wird. Es wird vorausgesetzt, daß dem Leser die Grundlagen der Hochfrequenztechnik bekannt sind.¹⁾

§ 34. Frequenz- und Phasencharakteristik einer Widerstandsverstärkerstufe

Das prinzipielle und äquivalente Ersatzschaltbild des einstufigen Widerstandsverstärkers ist in Abb. 58 angegeben. U_1 ist die zu verstärkende Wechselspannung

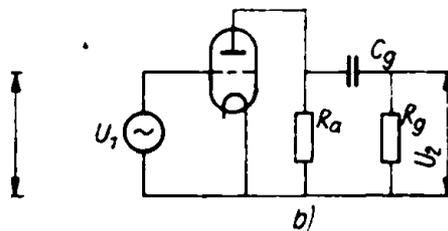


Abb. 58

am Gitter der ersten Röhre, R_i der innere Widerstand der Röhre, R_a der Außenwiderstand, C_g die Kapazität, deren Aufgabe die gleichstrommäßige Trennung der

¹⁾ Die Grundlagen der Hochfrequenz werden z. B. in [7] behandelt. (Anm. d. Red. d. russ. Ausg.)

Stufen ist, R_g der Gitterableitwiderstand, U_2 die Spannung am Gitter der folgenden Röhre, μ der Verstärkungsfaktor der Röhre.

Die inneren Röhrenkapazitäten werden vernachlässigt, da ihr Einfluß bei den relativ niedrigen Frequenzen, die in der angewandten Seismik auftreten, sehr klein ist.

Der Strom in der ersten Masche wird mit I_1 und der in der zweiten Masche mit I_2 bezeichnet. Die Maschengleichungen lauten

$$I_1 (R_1 + R_a) - I_2 R_a = \mu U_1, \quad (34.1)$$

$$I_1 R_a - I_2 \left(R_a + \frac{1}{i\omega C_g} + R_g \right) = 0. \quad (34.2)$$

Berücksichtigt man, daß

$$I_2 R_g = U_2 \quad (34.3)$$

ist, dann ergibt sich für die Gleichungen (34.1) und (34.2)

$$I_1 (R_1 + R_a) - U_2 \frac{R_a}{R_g} = \mu U_1, \quad (34.1a)$$

$$I_1 R_a - \frac{U_2}{R_g} \left(R_a + \frac{1}{i\omega C_g} + R_g \right) = 0. \quad (34.2a)$$

Eliminiert man aus (34.1a) und (34.2a) den Strom I_1 , so ist

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{\alpha \mu \beta}{1 + \frac{1}{i\omega \tau}} \quad (34.4)$$

mit

$$\alpha = \frac{R_a}{R_1 + R_a}, \quad (34.5)$$

$$\left. \begin{aligned} \beta &= \frac{1}{R_g} \cdot \frac{R_1 R_a}{R_1 + R_a} + 1, \\ \tau &= C_g R_g \beta. \end{aligned} \right\} \quad (34.6)$$

Dabei ist τ die „Zeitkonstante“ des betrachteten Systems.

Der Betrag von β ist annähernd gleich Eins, da die Widerstände R_1 und R_a im Verhältnis zum Gitterableitwiderstand R_g meist klein sind. Die Gleichung (34.4) beschreibt die Frequenz- und Phasencharakteristik des einstufigen Widerstandsverstärkers.

Aus der Gleichung (34.4) folgt, daß das Amplitudenverhältnis der Spannungen an Ausgang und Eingang einer Stufe

$$\frac{U_2}{U_1} = \mathcal{V} = \frac{\alpha \mu \beta}{\sqrt{1 + \frac{1}{(\omega \tau)^2}}} \quad (34.7)$$

ist und daß außerdem zwischen beiden Schwingungen eine Phasenverschiebung existiert. Die Größe und das Vorzeichen der Phasenverschiebung wird durch folgende Gleichungen bestimmt:

$$\cos \varphi = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{1}{(\omega \tau)^2}}}, \quad (34.8)$$

$$\sin \varphi = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{1}{(\omega \tau)^2}}} \cdot \frac{\omega \tau}{1}. \quad (34.9)$$

Wenn man die Gleichung (34.8) berücksichtigt, kann der Ausdruck (34.7) noch umgeformt werden in

$$V = \frac{U_2}{U_1} = \frac{\alpha}{\beta} \mu \cos \varphi. \quad (34.10)$$

In Abb. 59 sind die Frequenz- und Phasencharakteristiken einer Verstärkerstufe dargestellt. Für $\omega = 0$ ist $V = 0$, für $\omega \rightarrow \infty$ ist $V = \frac{\alpha}{\beta} \mu$.

Tatsächlich nimmt die Verstärkung bei Erhöhung der Frequenz über eine bekannte Grenze (die im Tonfrequenzgebiet liegt) infolge des Einflusses der inneren Röhrenkapazitäten und anderer parasitärer Widerstände ab und wird für $\omega \rightarrow \infty$ gleich Null.

Der Winkel der Phasenverschiebung liegt nach den Gleichungen (34.8) und (34.9) im ersten Quadranten. Für $\omega \rightarrow 0$ geht die Phasenverschiebung gegen Null und ist für $\omega = \infty$ gleich $\pi/2$.

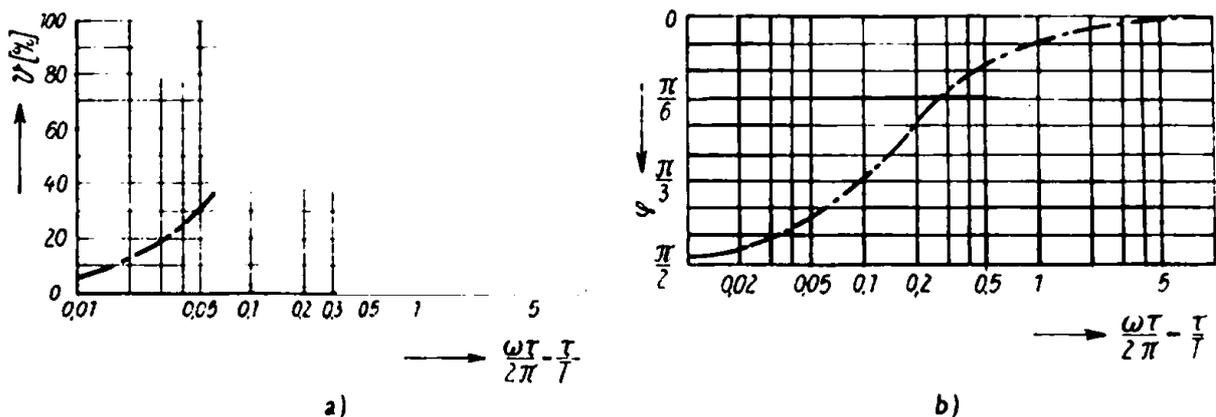


Abb. 59. Frequenzcharakteristik (a) und Phasencharakteristik (b) des einstufigen Widerstandsverstärkers

Es kann hierbei, wie auch in der Theorie des Seismographen, ein Fehler bei der Beantwortung der Frage auftreten: Ist die vorliegende Phasenverschiebung eine Vor- oder Nacheilung? Die Antwort darauf erfolgt weiter unten.

§ 35. Der Begriff der logarithmischen Steilheit der Frequenzcharakteristik

Es wurde vereinbart, unter der logarithmischen Steilheit der Frequenzcharakteristik den Ausdruck

$$S = \frac{d\mathcal{V}}{\mathcal{V}} : \frac{d\omega}{\omega} \quad (35.1)$$

zu verstehen, d. h. den Quotienten der relativen Zunahmen von Empfindlichkeit und Frequenz.

Der Ausdruck (35.1) kann auch in folgender Form geschrieben werden:

$$S = \frac{d \lg \mathcal{V}}{d \lg \omega} \quad (35.2)$$

Ist die Steilheit in einem gewissen Frequenzbereich konstant, so hat der Koeffizient S eine einfache physikalische Bedeutung. Wir multiplizieren die linke und rechte Seite der Gleichung (34.12) mit $d \lg \omega$ und integrieren den erhaltenen Ausdruck, wobei S als konstant angenommen wird. Es ergibt sich

$$\lg \omega^S = \lg \mathcal{V} + \lg C \quad (35.3)$$

oder

$$\omega^S = C \mathcal{V}. \quad (35.4)$$

Wenn demzufolge die Frequenz n -mal größer wird, ändert sich die Verstärkung um das n^S -fache.

Es wird nochmals betont, daß die Beziehung (35.4) nur für den geradlinigen Teil der Frequenzcharakteristik (dargestellt im logarithmischen Maßstab) gültig ist.

Aus den untersuchten Beziehungen folgt, daß die logarithmische Steilheit der Charakteristik die Filtereigenschaften des gegebenen Systems bestimmt. Sie drückt aus, um wievielfach eine Frequenz im Verhältnis zu anderen verstärkt (oder gedämpft) wird.

Für die Steilheit der Frequenzcharakteristik des Seismographen (bei kritischer Dämpfung) wurde der Ausdruck

$$S = \frac{2n_0^2}{\omega^2 + n_0^2} \quad (35.5)$$

eingeführt.

Sein maximaler Betrag ist gleich 2 und wird für die Frequenzen der Bodenschwingungen erreicht, die im Verhältnis zur Eigenfrequenz des Seismographen sehr klein sind. In diesem Fall ist S unabhängig von der Frequenz. Demzufolge können wir sagen, daß innerhalb des angegebenen Frequenzbereiches die Empfindlichkeit des Seismographen bei n -facher Erhöhung der Frequenz der Bodenschwingungen um das n^2 -fache größer wird.

§ 36. Die Steilheit der Frequenzcharakteristik des einstufigen Widerstandsverstärkers

Wir kehren zum Widerstandsverstärker zurück und bestimmen die logarithmische Steilheit¹⁾ der Frequenzcharakteristik und ihren maximalen Wert.

Setzt man die Gleichung (35.1) in (34.7) ein und differenziert, so ergibt sich

$$S = \frac{1}{(\omega\tau)^2 + 1} \quad (36.1)$$

Bei der Registrierung von reflektierten Wellen sind die tiefen Frequenzen nach Möglichkeit zu unterdrücken. Die durch die Steilheit der Charakteristik bedingte Filterwirkung ist um so größer, je kleiner die Zeitkonstante τ ist. Die geforderte Steilheit erreicht man gewöhnlich durch die Wahl der Kapazität des Kondensators. Die Steilheit der Charakteristik des einstufigen Widerstandsverstärkers kann nicht größer als Eins werden. Deshalb wird bei einer Erhöhung der Frequenz auf das Doppelte der Verstärkungsfaktor ebenfalls nur zweimal größer. Die maximale Filterwirkung des einstufigen Widerstandsverstärkers ist nur halb so groß wie die des Seismographen.

Unter Benutzung der Gleichungen (34.9) und (36.1) ergibt sich für S der Ausdruck

$$S = \sin^2 \varphi, \quad (36.2)$$

wobei φ der Phasenwinkel ist.

Die Gleichung (36.2) weist darauf hin, daß die Steilheit der Frequenzcharakteristik von Verstärkern auf indirektem Wege bestimmt werden kann, und zwar durch Messungen der Phasenverschiebungen. Diese Methode ist in einigen Fällen einfacher als die direkte Messung der Frequenzcharakteristik und anschließender Ermittlung der Steilheit aus ihrer Form.

§ 37. Nichtstationäre Vorgänge im einstufigen Widerstandsverstärker

Wir kehren nochmals zur Gleichung (34.4) zurück und formen sie um in

$$U_2 \left(1 + \frac{1}{i\omega\tau} \right) = B U_1 \quad (37.1)$$

mit

$$B = \frac{\alpha\mu}{\beta} \quad (37.2)$$

Da die Multiplikation mit $i\omega$ gleichbedeutend mit einer Differentiation ist, ergibt sich somit als Differentialgleichung des einstufigen Widerstandsverstärkers

$$\dot{U}_2 + \frac{1}{\tau} U_2 = B \dot{U}_1 \quad (37.3)$$

¹⁾ Im weiteren Text ist unter Steilheit die *logarithmische* Steilheit zu verstehen.

Die Lösung der homogenen Gleichung (37.3) charakterisiert den Verlauf der „freien Vorgänge, die z. B. nach dem Ein- oder Ausschalten einer Gleichspannung auftreten.

Die Änderung der Spannung als Funktion der Zeit unterliegt in beiden Fällen der Beziehung

$$U_2 = U_{20} e^{-\frac{t}{\tau}}. \quad (37.4)$$

Aus Gleichung (37.4) ist ersichtlich, warum der Ausdruck $C_g R_g \beta$ als Zeitkonstante bezeichnet wird. Die spezielle Lösung der inhomogenen Gleichung (37.3) charakterisiert die erzwungenen Schwingungen des Systems.

Das allgemeine Integral der Gleichung (37.3) kann als Summe der allgemeinen Lösung der entsprechenden homogenen Gleichung und der speziellen Lösung der inhomogenen Gleichung (37.3) dargestellt werden.

Wendet man die bekannten Regeln der Integration von Differentialgleichungen an, so ergibt sich

$$U_2 = U_{20} e^{-\frac{t}{\tau}} + B e^{-\frac{t}{\tau}} \int_0^t \dot{U}_1 e^{\frac{t}{\tau}} dt. \quad (37.5)$$

Die Konstante U_{20} wird aus den Anfangsbedingungen bestimmt. Integriert man die Gleichung (37.3) gliedweise in den Grenzen von $0 -$ bis $0 +$, so erhält man

$$U_2(0+) - U_2(0-) + \frac{1}{\tau} \int_{0-}^{0+} U_2 dt = B(U_1(0+) - U_1(0-)). \quad (37.6)$$

Das unbestimmte Integral, das dem auf der linken Seite der Gleichung (37.6) stehenden Integral entspricht, ist stetig, da der Strom durch den Gitterableitwiderstand R_g immer endlich ist. Daraus folgt, daß das bestimmte Integral im Grenzfall immer Null wird.

Berücksichtigt man, daß

$$U_2(0-) = U_1(0-) = 0$$

ist, so ergibt sich

$$U_{20} = B U_{10}. \quad (37.7)$$

Wenn bis zum Einschalten $U_2 = 0$ ist, dann verläuft der Vorgang nach dem Einschalten entsprechend der Gleichung

$$U_2 = B U_{10} e^{-\frac{t}{\tau}} + B e^{-\frac{t}{\tau}} \int_0^t \dot{U}_1(t) e^{\frac{t}{\tau}} dt. \quad (37.8)$$

Mittels Gleichung (37.8) kann man die am Gitter der zweiten Röhre auftretende Spannung (als Funktion der Zeit) bei beliebiger Änderung der Eingangsspannung berechnen. In einigen Fällen ist es jedoch einfacher, die spezielle Lösung der inhomogenen

genen Gleichung zu benutzen. Für eine plötzlich angelegte sinusförmige Spannung hat z. B. die spezielle Lösung die Form

$$U_2 = \frac{BA \sin(\omega t + \varphi)}{\sqrt{1 + \frac{1}{(\omega\tau)^2}}}, \quad (37.9)$$

worin A die Amplitude der angelegten Spannung und

$$\varphi = \arctan \frac{1}{\omega\tau} \quad (37.10)$$

ist.

Stellt man das allgemeine Integral als Summe der speziellen Lösung (37.9) und des allgemeinen Integrals der homogenen Gleichung (37.4) dar, so ergibt sich

$$U_2 = C e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{BA \sin(\omega t + \varphi)}{\sqrt{1 + \frac{1}{(\omega\tau)^2}}}. \quad (37.11)$$

Die Konstante C wird aus der Beziehung (37.7) bestimmt:

$$U_{20} = C + \frac{BA \sin \varphi}{\sqrt{1 + \frac{1}{(\omega\tau)^2}}} = BU_{10} = 0.$$

Die Lösung der Gleichung erhält dann die Form

$$U_2 = \frac{BA}{\sqrt{1 + \frac{1}{(\omega\tau)^2}}} \left[\sin(\omega t + \varphi) - \sin \varphi e^{-\frac{t}{\tau}} \right]. \quad (37.12)$$

In dem speziellen Fall

$$(\omega\tau)^2 \ll 1 \quad (37.13)$$

geht der Ausdruck (37.12) in den folgenden über:

$$U_2 = BA \omega \tau \left(\cos \omega t - e^{-\frac{t}{\tau}} \right). \quad (37.14)$$

In Abb. 60 ist die Änderung der Spannung für die Parameter

$$\begin{aligned} \omega &= 314 \quad (f = \sim 50 \text{ Hz}), \\ \tau &= 0,001 \text{ s}, \quad BA \omega \tau = 1 \end{aligned}$$

dargestellt.

Aus Abb. 60 ist ersichtlich, daß die Spannung U_2 gegenüber der Spannung U_1 voreilt, d. h., die Phasenverschiebung hat das gleiche Vorzeichen wie beim Seismographen.

Die Existenz der Voreilung könnte man allgemein durch gliedweise Integration der Gleichung (37.3) analog den Darlegungen zur Theorie des Seismographen (s. § 10) zeigen.

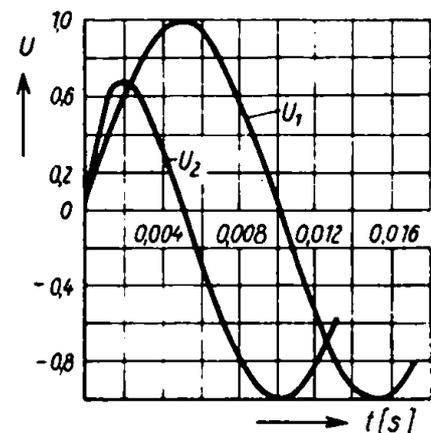


Abb. 60. Verzerrung der Form einer plötzlich auftretenden sinusförmigen Spannung durch den einstufigen Widerstandsverstärker

§ 38. Frequenz- und Phasencharakteristiken mehrstufiger Verstärker

Ist die Verstärkung der ersten Stufe gleich \mathcal{V}_1 die der zweiten gleich \mathcal{V}_2 usw., dann ist bei mehreren Stufen die „summierte“ Frequenzcharakteristik gleich dem Produkt aller Frequenzcharakteristiken.

$$\text{Wenn } \frac{U_{i+1}}{U_i} = \mathcal{V}_i \quad (38.1)$$

ist, wird

$$\frac{U_{n+1}}{U_1} = \frac{U_2}{U_1} \cdot \frac{U_3}{U_2} \cdots \frac{U_{n+1}}{U_n}$$

$$\text{oder } \mathcal{V}_z = \mathcal{V}_1 \mathcal{V}_2 \cdots \mathcal{V}_n. \quad (38.2)$$

Die Phasenwinkel werden addiert; der gesamte Phasenwinkel ist gleich der Summe der Phasenwinkel der einzelnen Stufen:

$$\varphi_z = \sum_1^n \varphi_i. \quad (38.3)$$

Da

$$\lg \mathcal{V}_z = \sum_1^n \lg \mathcal{V}_i \quad (38.4)$$

ist, wird

$$\frac{d \lg \mathcal{V}_z}{d \lg \omega} = \sum_1^n \frac{d \lg \mathcal{V}_i}{d \lg \omega}$$

oder

$$S_z = \sum_1^n S_i. \quad (38.5)$$

Die gesamte Steilheit der Charakteristik ist gleich der Summe der Steilheit der einzelnen Charakteristiken.

Es ist offensichtlich, daß diese grundlegenden Beziehungen nicht nur für Verstärker richtig sind, sondern auch für ein beliebiges mechanisches oder elektrisches System oder einer Kombination aus beiden, sofern keine Rückwirkung zwischen den einzelnen Gliedern des Systems vorhanden ist, d. h., wenn die zu betrachtende Kette, insgesamt oder in Abschnitten, die Erregung nicht rückwärts übertragen kann.

Wenn alle n Stufen des Widerstandsverstärkers identisch sind, lautet die gesamte Frequenzcharakteristik

$$\mathcal{V}_z = \frac{B^n}{\left[1 + \frac{1}{(\omega\tau)^2}\right]^{\frac{n}{2}}}, \quad (38.6)$$

die gesamte Phasenverschiebung

$$\varphi_z = n \arctan \frac{1}{\omega\tau} \quad (38.7)$$

und die Gesamtsteilheit.

$$S_z = \frac{n}{(\omega\tau)^2 + 1}. \quad (38.8)$$

Die maximale Gesamtsteilheit des n -stufigen Widerstandsverstärkers ist gleich n .

§ 39. Nichtstationäre Vorgänge in mehrstufigen Widerstandsverstärkern

Es werden die nichtstationären Vorgänge analysiert.

Für den einstufigen Verstärker ergab sich eine Differentialgleichung vom Typ (37.3); für n Stufen ergibt sich ein System von n linearen Differentialgleichungen:

$$\left. \begin{aligned} \dot{U}_2 + \frac{1}{\tau_1} U_2 &= B_1 \dot{U}_1, \\ \dot{U}_3 + \frac{1}{\tau_2} U_3 &= B_2 \dot{U}_2, \\ \dots &\dots \\ \dot{U}_{n+1} + \frac{1}{\tau_n} U_{n+1} &= B_n \dot{U}_n. \end{aligned} \right\} \quad (39.1)$$

Bezeichnet man den Differentialoperator mit $p = d/dt$, der für sinusförmige Schwingungen gleich $i\omega$ ist, so können wir das System (39.1) in folgender symbolischer Form schreiben:

$$\left. \begin{aligned} (p + \frac{1}{\tau_1}) U_2 &= p B_1 U_1, \\ (p + \frac{1}{\tau_2}) U_3 &= p B_2 U_2, \\ \dots &\dots \\ (p + \frac{1}{\tau_n}) U_{n+1} &= p B_n U_n. \end{aligned} \right\} \quad (39.2)$$

Es interessiert uns nur das Verhältnis der Spannungen U_{n+1} und U_1 .

Eliminiert man aus dem System (39.2) die übrigen Unbekannten, so erhält man folgende Gleichung in symbolischer Form:

$$(p + \frac{1}{\tau_1}) (p + \frac{1}{\tau_2}) \dots (p + \frac{1}{\tau_n}) U_{n+1} = p^n B_1 B_2 \dots B_n U_1. \quad (39.3)$$

Es werden die „Eigen-“ (oder „freien“) Vorgänge im Verstärker untersucht, d. h. die Vorgänge, die ablaufen oder ablaufen können, wenn die äußere Anregung fehlt. Es ist dann

$$U_1 = 0. \quad (39.4)$$

Die Eigenvorgänge unterliegen der Gleichung

$$(p + \frac{1}{\tau_1}) (p + \frac{1}{\tau_2}) \dots (p + \frac{1}{\tau_n}) U_{n+1} = 0. \quad (39.5)$$

Die Gleichung (39.5) ist eine in symbolischer Form geschriebene lineare homogene Differentialgleichung n -ter Ordnung.

Die ihr entsprechende charakteristische Gleichung wird in Faktoren zerlegt.

$$(p + \frac{1}{\tau_1}) (p + \frac{1}{\tau_2}) \dots (p + \frac{1}{\tau_n}) = 0. \quad (39.6)$$

Sind die Zeitkonstanten aller Stufen voneinander verschieden, so treten keine mehrfachen Wurzeln auf, und die homogene Gleichung hat die Lösung

$$U_{n+1} = C_{1n} e^{-t/\tau_1} + C_{2n} e^{-t/\tau_2} + \dots + C_{nn} e^{-t/\tau_n}. \quad (39.7)$$

Sind alle Stufen identisch, so ist

$$\tau_1 = \tau_2 = \dots = \tau_n, \quad (39.8)$$

und die Lösung der Gleichung hat die Form

$$U_{n+1} = e^{-\frac{t}{\tau}} (C'_{1n} t^{n-1} + C'_{2n} t^{n-2} + \dots + C'_{nn}). \quad (39.9)$$

Die in den Lösungen (39.7) und (39.9) vorhandenen Konstanten werden nach der Methode der Variation der Konstanten bestimmt.

Berücksichtigt man, daß

$$\left. \begin{aligned} U_{20} &= B_1 U_{10}, \\ U_{30} &= B_2 U_{20}, \end{aligned} \right\} \text{ usw.} \quad (39.10)$$

ist, so erhält man für voneinander verschiedene Stufen

$$U_2 = B_1 U_{10} e^{-\frac{t}{\tau_1}}, \quad (39.11)$$

$$U_3 = \frac{B_1 B_2 B_{10}}{1 - \frac{1}{\tau_1} - \frac{1}{\tau_2}} \left(\frac{e^{-\frac{t}{\tau_1}}}{\tau_1} - \frac{e^{-\frac{t}{\tau_2}}}{\tau_2} \right), \quad (39.12)$$

$$U_4 = B_1 B_2 B_3 U_{10} \left[\begin{aligned} & \frac{e^{-\frac{t}{\tau_1}}}{\tau_1^2} \\ & \left(\frac{1}{\tau_1} - \frac{1}{\tau_2} \right) \left(\frac{1}{\tau_1} - \frac{1}{\tau_3} \right) \\ & - \frac{e^{-\frac{t}{\tau_2}}}{\tau_2^2} + \frac{e^{-\frac{t}{\tau_3}}}{\tau_3^2} \\ & \left(\frac{1}{\tau_1} - \frac{1}{\tau_2} \right) \left(\frac{1}{\tau_2} - \frac{1}{\tau_3} \right) \right] \quad (39.13) \end{aligned}$$

usw. Für identische Stufen ergeben sich die Lösungen

$$U_2 = B U_{10} e^{-\frac{t}{\tau}}, \quad (39.14)$$

$$U_3 = B^2 U_{10} e^{-\frac{t}{\tau}} \left(-\frac{t}{\tau} + 1 \right), \quad (39.15)$$

$$U_4 = B^3 U_{10} e^{-\frac{t}{\tau}} \left[\frac{1}{2!} \left(\frac{t}{\tau} \right)^2 - 2 \frac{t}{\tau} + 1 \right], \quad (39.16)$$

$$U_5 = B^4 U_{10} e^{-\frac{t}{\tau}} \left[-\frac{1}{3!} \left(\frac{t}{\tau} \right)^3 + \frac{3}{2} \left(\frac{t}{\tau} \right)^2 - 3 \frac{t}{\tau} + 1 \right] \quad (39.17)$$

Für das System (39.2) wird bei n identischen Stufen¹⁾ unter Anwendung der Einheitssprung-Funktion σ mit den Eigenschaften

$$\sigma(t - t_1) = \begin{cases} 0 & \text{für } t < t_1, \\ 1 & \text{für } t \geq t_1 \end{cases}$$

¹⁾ Die Lösung wurde von G. A. GAMBURZEW angegeben und hier erstmalig angeführt. (Anm. d. Red. russ. Ausg.)

die Lösung ermittelt

$$\begin{aligned} \left(p + \frac{1}{\tau}\right)^n U_{n+1} &= p^n B^n U_1, \\ \left(p + \frac{1}{\tau}\right)^{n-1} U_{n+1} &= p^{n-1} B^{n-1} U_2, \\ p^n e^{\frac{t}{\tau}} x &= e^t \left(p + \frac{1}{\tau}\right)^n x, \\ e^{\frac{t}{\tau}} \left(p + \frac{1}{\tau}\right)^{n-1} U_{n+1} &= e^t p^{n-1} B^{n-1} U_2, \\ p^{n-1} e^{\frac{t}{\tau}} u_{n+1} &= B^{n-1} \left(p - \frac{1}{\tau}\right)^{n-1} \cdot e^t u_2, \\ U_2 &= B U_{10} e^{-\frac{t}{\tau}}, \\ p^{n-1} e^{\frac{t}{\tau}} U_{n+1} &= B^n \left(p - \frac{1}{\tau}\right)^{n-1} U_{10}, \\ e^{\frac{t}{\tau}} U_{n+1} &= B^n \left(1 - \frac{1}{\tau p}\right)^{n-1} U_{10}, \\ U_{n+1} &= B^n e^{-\frac{t}{\tau}} \left[1 - (C_{n-1}^1) \frac{1}{\tau p} + (C_{n-1}^2) \frac{1}{\tau^2 p^2} - (C_{n-1}^3) \right. \\ &\quad \left. \times \frac{1}{\tau^3 p^3} + \dots \mp \frac{1}{\tau^{n-1} p^{n-1}} \right] U_{10}, \\ U_{n+1} &= U_{10} B^n e^{-\frac{t}{\tau}} \left[1 - (C_{n-1}^1) \frac{t}{\tau} + (C_{n-2}^2) \left(\frac{t}{\tau}\right)^2 \right. \\ &\quad \left. \dots \right], \\ U_{n+1} &= U_{10} B^n e^{-\frac{t}{\tau}} \left[1 - (n-1) \frac{t}{\tau} + \frac{(n-1)(n-2)}{(2!)^2} \left(\frac{t}{\tau}\right)^2 \right. \\ &\quad \left. - \frac{(n-1)(n-2)(n-3)}{(3!)^2} \left(\frac{t}{\tau}\right)^3 + \dots \right. \\ &\quad \left. + (-1)^{n+1} \left(\frac{t}{\tau}\right)^{n-1} \frac{1}{(n-1)!} \right]. \end{aligned}$$

Für $n \rightarrow \infty$, $\tau = n$ und $B = 1$ wird

$$U_{n+1} = U_{10} I_0 \left(2 \sqrt{\frac{t}{\tau}} \right),$$

$$\text{wobei } I_0 \left(\frac{t}{\tau} \right)$$

die Bessel-Funktion 0-ter Ordnung ist.

Die freien Vorgänge im mehrstufigen Widerstandsverstärker haben quasiperiodischen Charakter. Die letzte Gruppe von Lösungen zeigt dies besonders deutlich.

Die Spannungskurve schneidet mehrmals die Zeitachse, bevor sie sich ihr asymptotisch nähert. Die Anzahl der Schnittpunkte ist gleich der Anzahl von reellen Wurzeln der Polynome, die eingeklammert sind, und nimmt mit der Anzahl der Stufen zu.

Die Kurve in Abb. 61 bestätigt dies. Sie zeigt, wie die Form des Einheitssprunges (für $t < 0$ ist die Spannung $U_1 = 0$ und für $t > 0$ ist $U_1 = 1$) durch den vierstufigen

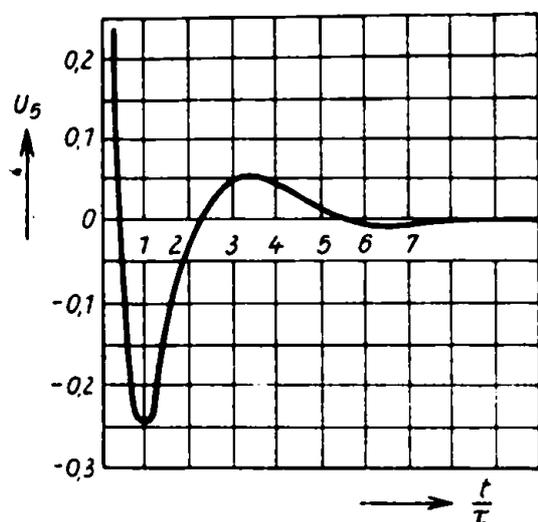


Abb. 61. Verformung des Einheitssprunges ($U_{s0} = 1$) durch einen vierstufigen Widerstandsverstärker mit identischen Stufen

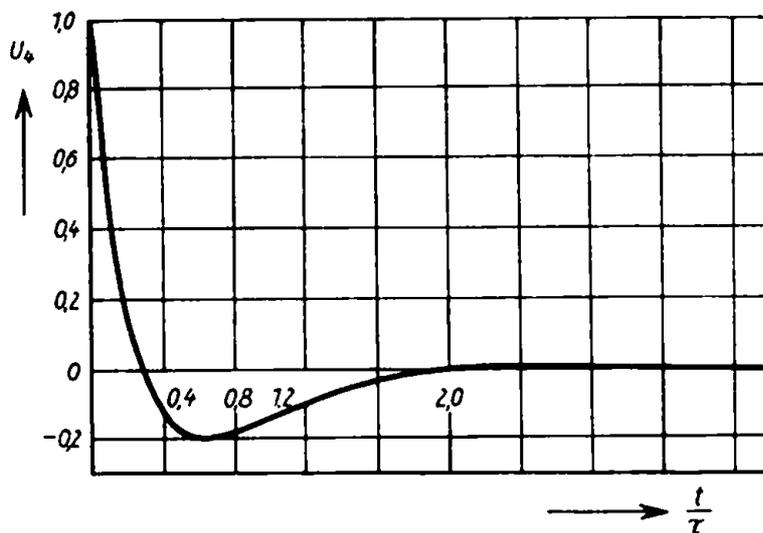


Abb. 62. Verformung des Einheitssprunges durch einen dreistufigen Widerstandsverstärker mit unterschiedlichen Stufen

Widerstandsverstärker geändert wird, wenn die Stufen identisch sind und „Eingang“ und „Ausgang“ des Verstärkers keine Verzerrungen verursachen. Die Periodizität der Kurve ist deutlich sichtbar. Sie schneidet die Zeitachse dreimal (alle drei Wurzeln sind reell) und geht dann asymptotisch gegen Null.

Die Quasi-Periodizität ist auch dann zu beobachten, wenn die Stufen des Verstärkers voneinander verschieden sind. In Abb. 62 ist die Verzerrung des Einheitssprunges durch einen dreistufigen Widerstandsverstärker dargestellt, der folgende Konstanten besitzt:

$$\frac{1}{\tau_1} = 1, \quad \frac{1}{\tau_2} = 2, \quad \frac{1}{\tau_3} = 3;$$

$$B_1 = B_2 = B_3 = 1.$$

Der „Schwingungs-“ Charakter des Vorganges ist in seinem ersten Abschnitt deutlich ausgeprägt. Die Kurve schneidet zweimal die Achse und nähert sich erst nach dem zweiten Maximum monoton der Zeitachse.

Es soll hier nicht weiter auf die erzwungenen Übergangsvorgänge eingegangen werden. Die Lösung derartiger Aufgaben ist ohne besondere Schwierigkeiten mit Hilfe der symbolischen Methode von HEAVISIDE durchführbar, die bereits in § 27 erwähnt wurde.

§ 40. Verzerrungen in Verstärkern mit Transformatorkopplung

Das Prinzip- und das Ersatzschaltbild des Verstärkers mit Transformatorkopplung sind in Abb. 63 dargestellt. Es wurden dabei folgende Bezeichnungen eingeführt: R_1 ist die Summe aus Innenwiderstand der Röhre und Ohmschem Widerstand der Primärwicklung des Transformators; l_1 und l_2 sind die Streuinduktivitäten der Primär- und Sekundärwicklung; L_1 ist die Induktivität der Primärwicklung; r_2 ist der Ohmsche Widerstand der Sekundärwicklung; R_2 bezeichnet den Widerstand parallel zur Sekundärwicklung; C_2 ist die Kapazität, die sich aus der Eingangskapazität der Röhre in der folgenden Stufe und der Kapazität der Sekundärwicklung des Transformators zusammensetzt; m ist das Übersetzungsverhältnis.

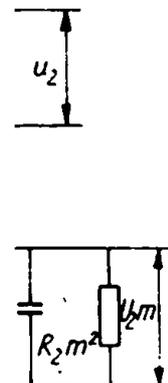


Abb. 63

Zuerst wird das Ersatzschaltbild betrachtet und daran erinnert, daß die wahren und reduzierten Widerstände, die Spannungen sowie die Ströme durch folgende Beziehung verknüpft sind:

$$Z_{\text{red}} = Z_{\text{wahr}} m^2 = Z_{\text{wahr}} \left(\frac{w_1}{w_2} \right)^2, \quad (40.1)$$

$$\left. \begin{aligned} U_{\text{red}} &= U_{\text{wahr}} m, \\ I_{\text{red}} &= I_{\text{wahr}} m. \end{aligned} \right\} \quad (40.2)$$

Hierbei sind w_1 und w_2 die Windungszahlen von Primär- und Sekundärwicklung des Transformators.

Aus der Gleichung (40.1) folgt, daß die reduzierten Induktivitäten und Ohmschen Widerstände m^2 -mal größer als die wahren, während die reduzierten Kapazitäten m^2 -mal kleiner als die wahren sind.

Da uns nur der Bereich niedriger Frequenzen (von 10 bis 200 Hz) interessiert, läßt sich das angegebene Ersatzschaltbild wesentlich vereinfachen. Erstens kann man die Streuinduktivität l_1 vernachlässigen, deren Widerstand bei tiefen Frequenzen im Verhältnis zu R_1 sehr klein ist.

Das gleiche kann man bezüglich der Impedanz $r_2 + i\omega l_2$ sagen, da durch den großen Widerstand R_2 und C_2 (im vorgegebenen Frequenzbereich) der Spannungsabfall an dieser Impedanz klein ist. Mit größter Vorsicht muß die Frage einer möglichen Vernachlässigung der Kapazität C_2 behandelt werden.

Für den Transformator mit $m < 1$ kann die reduzierte Kapazität trotz eines kleinen C_2 so groß sein, daß bereits im Arbeits-Frequenzbereich Resonanzerscheinungen auftreten (die durch den aus L_1 und $C_2 m^2$ bestehenden Kreis bedingt sind).

Es muß bemerkt werden, daß ein eventueller Einfluß der Kapazität vor allem bei der Berechnung des Verstärkers zu berücksichtigen ist. Bei der Untersuchung des Betriebsverhaltens eines richtig berechneten Verstärkers kann die Kapazität C_2 vernachlässigt werden, da man, um das Auftreten von Eigenschwingungen im Verstärker zu vermeiden, gewöhnlich die Resonanzfrequenz außerhalb des Arbeits-Frequenzbereiches legt.

Entsprechend den eingeführten Annahmen wird Abbildung 64 betrachtet. Es werden dazu die Gleichungen für die Frequenz- und Phasencharakteristik des einstufigen Transformatorverstärkers herangezogen.

Die Gleichungen für die Maschen lauten

$$\left. \begin{aligned} I_1(R_1 + i\omega L_1) - \frac{I_2}{m} i\omega L_1 &= \mu U_1, \\ I_1 i\omega L_1 - \frac{I_2}{m} (R_2 m^2 + i\omega L_1) &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (40.3)$$

Berücksichtigt man, daß $U_2 = I_2 R_2$ ist, so erhält man aus dem System (40.3)

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{\frac{\mu}{m}}{1 + \frac{R_1}{R_2 m^2} + \frac{R_1}{i\omega L_1}} = \frac{B}{1 + \frac{1}{i\omega\tau}} \quad (40.4)$$

mit

$$\tau = L_1 \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2 m^2} \right) \quad (40.5)$$

und

$$B = \frac{\mu m}{\tau}. \quad (40.6)$$

Die Gleichungen für die Frequenz- und Phasencharakteristik haben die Form

$$|\mathcal{V}| = \frac{U_2}{U_1} = \frac{B}{\sqrt{1 + \left(\frac{1}{\omega\tau}\right)^2}}; \quad (40.7)$$

$$q = \arctg \frac{1}{\omega\tau}. \quad (40.8)$$

Vergleicht man die Gleichungen (40.7) und (40.8) mit den Gleichungen (34.7), (34.8) und (34.9) so zeigt sich, daß die Verzerrungen in der transformatorgekoppelten und in der Widerstandsverstärkerstufe die gleichen sind. Deshalb können alle sich auf den Widerstandsverstärker beziehenden Folgerungen (bezüglich Filterung und Phasenverschiebung) auf den transformatorgekoppelten Verstärker übertragen werden.

Das gleiche gilt für die Verformung des Einheitssprunges.

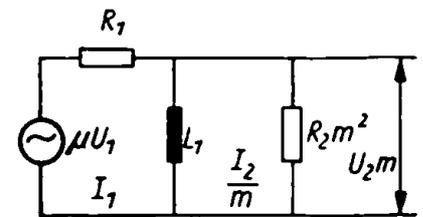


Abb. 64. Vereinfachtes Ersatzschaltbild des einstufigen Transformatorverstärkers

Geht man zu den Differentialgleichungen über, so erhält man aus Gleichung (40.4)

$$U_2 \left(1 + \frac{1}{i\omega\tau} \right) = B U_1$$

und daraus

$$\dot{U}_2 + \frac{1}{\tau} U_2 = B \dot{U}_1 \quad - \quad (40.9)$$

Die Anfangsbedingungen und deshalb auch die Integrationskonstanten sind die gleichen wie früher. Die Eigenvorgänge verlaufen, da sie durch die gleichen Ausdrücke beschrieben werden, wie die Eigenvorgänge im Widerstandsverstärker.

Die Ausführung bezüglich des mehrstufigen Widerstandsverstärkers kann man offensichtlich auf den mehrstufigen Transformatorverstärker erweitern. Besteht der Verstärker aus Widerstandsverstärkerstufen und transformatorgekoppelten Verstärkerstufen, so kann man bei der Berechnung der gesamten Frequenzcharakteristik den Typ der Verstärkerstufe außer acht lassen, wenn man nur den Betrag der Zeitkonstante τ beachtet.

Oft liegt im Ein- und Ausgang des Widerstandsverstärkers ein Transformator. In diesem Fall kann man annehmen, daß alle Stufen — die abschließenden wie auch die dazwischenliegenden — vom gleichen Typ sind. Liegt z. B. ein Widerstandsverstärker mit vier Röhren und Transformatorein- und -ausgang vor, so ist er in seinen Filtereigenschaften einem fünfstufigen Widerstandsverstärker äquivalent.

§ 41. Verzerrungen in transformator-kondensator-gekoppelten Verstärkern

Die bei der reflexionsseismischen Methode erforderliche Erhöhung der Filtereigenschaft des Transformatorverstärkers kann durch Einschalten einer Kapazität in den

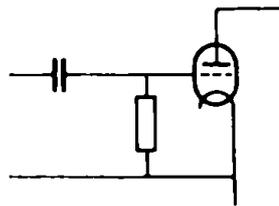


Abb. 65

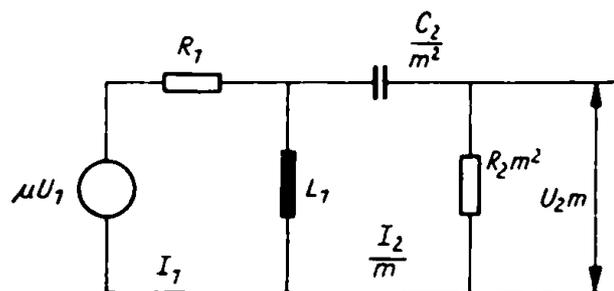


Abb. 66. Ersatzschaltbild des einstufigen Transformatorverstärkers mit Koppelkapazität

Sekundärkreis des Koppeltransformators erreicht werden (Abb. 65). Das äquivalente Ersatzschaltbild des Verstärkers bis zum Gitter der zweiten Röhre hat die Form eines Hochpasses (Abb. 66).

Zuerst werden die Gleichungen für die Frequenz- und Phasencharakteristiken und dann die Differentialgleichung für die Verstärkerstufe aufgestellt.

Die Gleichungen für die Maschen lauten

$$\left. \begin{aligned} I_1(R_1 + i\omega L_1) - \frac{I_2}{m} i\omega L_1 &= \mu U_1, \\ I_1 i\omega L_1 - \frac{I_2}{m} \left(i\omega L_1 + \frac{m^2}{i\omega C_2} + R_2 m^2 \right) &= 0, \\ \frac{I_2}{m} R_2 m^2 &= U_2 m. \end{aligned} \right\} \quad (41.1)$$

Durch Eliminieren von I_1 und I_2 erhält man

$$\left(i\omega L_1(R_1 + R_2 m^2) + \left(R_1 R_2 + \frac{L_1}{C_2} \right) m^2 + \frac{R_1 m^2}{i\omega C_2} \right) U_2 = L_1 R_2 m i\omega U_1. \quad (41.2)$$

Die Gleichung (41.2) wird durch $L_1(R_1 + R_2 m^2)$ dividiert, mit $i\omega$ multipliziert und dann $i\omega$ durch den Operator $p = d/dt$ ersetzt. Das Ergebnis ist die Differentialgleichung der Verstärkerstufe in symbolischer Form

$$\left[p^2 + \frac{\left(R_1 R_2 + \frac{L_1}{C_2} \right) m^2}{L_1(R_1 + R_2 m^2)} \cdot p + \frac{R_1 m^2}{C_2 L_1(R_1 + R_2 m^2)} \right] U_2 = \frac{\mu R_2 m}{R_1 + R_2 m^2} p^2 U_1. \quad (41.3)$$

Aus der symbolischen Form erhält man durch Einführung der Bezeichnungen

$$\frac{\left(R_1 R_2 + \frac{L_1}{C_2} \right) m^2}{L_1(R_1 + R_2 m^2)} = 2h, \quad (41.4)$$

$$\frac{R_1 m^2}{C_2 L_1(R_1 + R_2 m^2)} = n_0^2, \quad (41.5)$$

$$\frac{\mu R_2 m}{R_1 + R_2 m^2} = V \quad (41.6)$$

die normale Form

$$\ddot{U}_2 + 2h \dot{U}_2 + n_0^2 U_2 = V \dot{U}_1. \quad (41.7)$$

Vergleicht man die Gleichung (41.7) mit der Gleichung des Seismographen, so zeigt sich ihre formale Identität. Alle Folgerungen aus der Theorie des Seismographen können auf die Theorie des Verstärkers vom vorliegenden Typ übertragen werden.

Es ist die Gleichung (41.4) der Ausdruck für die Dämpfung des Systems, die Gleichung (41.5) der für die Eigenfrequenz (n_0) und die Gleichung (41.6) der für die Verstärkung der unendlich schnellen Schwingungen.

Dem Leser ist es überlassen, die Analogie zwischen der Theorie des Seismographen und der Theorie des hier betrachteten Verstärkertyps herzustellen. Es wird nur festgestellt, daß die maximale Filterwirkung des betrachteten Verstärkers doppelt so groß ist wie die des Widerstandsverstärkers.

Es erfolgt jetzt der Übergang zur Untersuchung der Verzerrungen in mehrstufigen Verstärkern dieses Typs.

Die gesamte Frequenz- und Phasencharakteristik erhält man in einfacher Weise aus den Gleichungen des § 38. Diese Frage wird nicht weiter behandelt, und es wird zur Untersuchung der nichtstationären Vorgänge übergegangen.

Identische Stufen

1. Die Dämpfung aller Stufen ist kleiner als die kritische:

$$U_{k+1} = e^{-h t} [\sin n_1 t (A_1 t^{k-1} + A_2 t^{k-2} + \dots + A_k) + \cos n_1 t (B_1 t^{k-1} + B_2 t^{k-2} + \dots + B_k)]. \quad (41.18)$$

2. Alle Stufen sind kritisch gedämpft:

$$U_{k+1} = e^{-h t} (A_1 t^{2k-1} + A_2 t^{2k-2} + \dots + A_{2k}). \quad (41.19)$$

3. Alle Stufen sind aperiodisch:

$$U_{k+1} = e^{-(h-n_1)t} (A_1 t^{k-1} + A_2 t^{k-2} + \dots + A_k) + e^{-(h+n_1)t} (B_1 t^{k-1} + B_2 t^{k-2} + \dots + B_k). \quad (41.20)$$

Sind Verstärkerstufen verschiedener Form vorhanden (wenn z. B. in einigen Stufen die Dämpfung kleiner als die kritische und in anderen Stufen größer als die kritische ist), wird die Lösung aus der Kombination von Lösungen entsprechend der Stufentypen gebildet.

Die Integrationskonstanten werden nach der Methode der Variation der Konstanten bestimmt.

Die hier angegebenen Lösungen zeigen, daß dem Lösungstyp nach (und demzufolge dem Charakter der Verzerrungen nach) eine aperiodische Verstärkerstufe mit Transformator-Kondensatorkopplung einem zweistufigen reinen Transformator- oder Widerstandsverstärker äquivalent ist.

V. Theorie der elektromechanischen Wandler vom elektromagnetischen Typ¹⁾

§ 42. Grundtypen der elektromechanischen Wandler

Die seismischen Schwingungen unterliegen bei ihrer Aufzeichnung mit Hilfe der elektrischen Seismographen einer Reihe aufeinanderfolgender mechanischer, elektrischer und elektromechanischer Umwandlungen. In diesem Kapitel behandeln wir nur die elektromechanischen Umformungen, das heißt die Transformationen mechanischer Schwingungen in elektrische oder umgekehrt. Die erste Art der Umformung tritt in den elektrischen Seismographen und die zweite in den Galvanometern auf.

Es werden nur einige Grundbegriffe aus dem Gebiet der Theorie elektromechanischer Wandler behandelt.

Die Gleichungen linearer mechanischer und elektrischer Schwingungssysteme werden im allgemeinen in folgender Form geschrieben

$$A_m x^{(m)} + A_{m-1} x^{(m-1)} + \dots + A_1 x = F, \quad (42.1)$$

$$B_n q^{(n)} + B_{n-1} q^{(n-1)} + \dots + B_1 q = \varphi; \quad (42.2)$$

dabei sind x die Verschiebung, q die Ladung, F und φ Funktionen der Erregung, A und B Koeffizienten.

Die Kopplung zwischen dem mechanischen und elektrischen System kann in verschiedener Weise erfolgen.

Die Kopplung wird als „direkte“ (oder Kopplung erster Art) bezeichnet, wenn *nur die Funktion der Erregung* eines Systems von den Variablen (oder ihren Differentialquotienten) eines anderen Systems abhängt.

Die Kopplung wird als parametrische (oder Kopplung zweiter Art) bezeichnet, wenn *nur die Koeffizienten* eines Systems von den Variablen eines anderen Systems abhängen.

Theoretisch sind natürlich auch Übergänge möglich, bei denen sowohl die Koeffizienten als auch die Funktion der Erregung eines Systems von den Variablen eines anderen abhängen.

Als Beispiel einer direkten Kopplung kann das Galvanometer dienen. Die mechanische Kraft, die die Spule des Galvanometers zur Auslenkung zwingt, ist proportional dem Strom, der durch die Spule fließt.

¹⁾ Die Theorie der Wandler wird in [45], [47] behandelt. (Anm. d. Red. d. russ. Ausg.)

Ein Beispiel für die parametrische Kopplung ist das Kontaktmikrophon. Bei der Vergrößerung des Druckes zwischen den Kontakten verringert sich der Übergangswiderstand zwischen den Kontakten. Dies führt zu einem Anwachsen des Stromes, der durch eine gewisse *konstante elektromotorische Kraft* erzeugt wird. Die mechanischen Schwingungen verursachen in diesem Fall nur eine Änderung der Größe des elektrischen Parameters im System. Der parametrische Wandler kann als fiktiver Generator betrachtet werden, da die Änderung des Stromes durch die Änderung des Parameters hervorgerufen wird. Die Änderung des Stromes kann man bedingt als Folge einer auftretenden, gewissen (fiktiven) elektromotorischen Kraft betrachten.

Der elektromechanische Wandler, der in der Lage ist, mechanische Schwingungen in elektrische und umgekehrt elektrische in mechanische umzuwandeln, wird als *umkehrbarer Wandler* bezeichnet.

Die Berechnungsmethoden für die nichtumkehrbaren und die umkehrbaren Wandler unterscheiden sich wesentlich voneinander. Für letztere müssen die Prozesse der mehrmaligen Transformation einer Schwingungsart in die andere berücksichtigt werden. Dabei dürfen das mechanische und elektrische System bereits nicht isoliert voneinander betrachtet werden.

In der Erkundungsseismik treten nur Schwingungen mit sehr kleinen Amplituden auf. Aus diesem Grunde werden die nichtlinearen Systeme bewußt als lineare betrachtet. Deshalb wird im weiteren Text ausschließlich von linearen elektromechanischen Wandlern gesprochen.

Die Theorie der Wandler, die den Seismographen der verschiedenen Typen entsprechen, wird — außer dem elektromagnetischen Typ — zusammen mit der Theorie der Seismographen dargelegt.

Bei der Theorie der Wandler des elektromagnetischen Typs müssen wir aus einer Anzahl von Gründen anders verfahren und sie in einem selbständigen Kapitel behandeln. Zu den Gründen, die uns zu dieser Entscheidung veranlassen, gehört vor allem der, daß die Theorie der Wandler dieses Typs die gleiche Beziehung zur Theorie der Galvanometer wie auch zur Theorie der Seismographen hat. Außerdem gestattet es die Theorie der Wandler des elektromagnetischen Typs, an einem besonders anschaulichen und einfachen Beispiel die wichtigsten Eigenschaften gekoppelter elektromechanischer Systeme zu untersuchen.

§ 43. Äquivalente elektromechanische Größen

Die elektromagnetischen Wandler werden in zwei Gruppen unterteilt: 1. elektrodynamische und 2. magnetische.

Die elektromotorische Kraft in den Wandlern der ersten Gruppe wird durch die Bewegung eines Leiters (Spule) in einem konstanten magnetischen Feld induziert; in den Wandlern der zweiten Gruppe wird sie durch die Änderung der Intensität des magnetischen Feldes hervorgerufen.

Zur ersten Gruppe der Wandler gehören das Galvanometer, der Induktionsseismograph von GOLIZYN, der elektrodynamische Lautsprecher usw.; zur zweiten Gruppe der Wandler, das Telephon, die Seismographen von BENIOFF, GREEN usw.

Die quantitativen Beziehungen für elektromagnetische Wandler werden auf Grund der Gleichungen für die elektromagnetische Induktion und die elektromagnetische Kraft aufgestellt:

$$e = w \frac{d\Phi}{dt}, \quad (43.1)$$

$$F = iw \frac{d\Phi}{dx}; \quad (43.2)$$

dabei ist e die induzierte elektromotorische Kraft, Φ der magnetische Fluß durch die gegebene Anordnung der Leiter, w die Anzahl der Windungen der gegebenen Leiteranordnung, F die elektromagnetische Kraft, i die Stromstärke im Wandlerkreis.

Die Gleichung (43.1) kann auch in folgender Form geschrieben werden:

$$e = w \frac{d\Phi}{dx} \dot{x}. \quad (43.3)$$

Aus den Gleichungen (43.2) und (43.3) folgt

$$\frac{F}{i} = \frac{e}{\dot{x}} = \mathcal{M}, \quad (43.4)$$

wobei \mathcal{M} eine gewisse Konstante ist, die von der Konstruktion des Wandlers abhängt und als elektromechanischer Kopplungsfaktor bezeichnet wird.

Die Gleichung (43.4) ist die Grundgleichung in der Theorie der elektromagnetischen Wandler. Sie bringt die Prozesse der direkten und umgekehrten elektromechanischen Transformation in einen quantitativen Zusammenhang, d. h. die Prozesse, in denen der Wandler *gleichzeitig* die Rolle eines Motors und eines Generators spielt.

Wir betrachten ein beliebiges, von außen angeregtes mechanisches System und stellen es als Schema dar. Die „zweiten“ Pole der Massen, die zu dem gegebenen



Abb. 67

System gehören (wenn im Schema keine zweipoligen Massen vorhanden sind), sind zu diesem Zweck unbeweglich festzulegen. Dann müssen alle unbeweglichen Pole des Systems mit dem zweiten Pol der Kraft verbunden werden (Abb. 67, Teil I).

Weiterhin wird angenommen, daß zwischen den Punkten a und b des mechanischen Systems ein elektromechanischer Wandler angeschlossen wird, der in diesem

Fall als Generator wirkt. Der elektromechanische Wandler ist das Verbindungsglied zwischen dem mechanischen Schema und dem elektrischen Schaltbild (Abb. 67, Teil II), an das er zwischen den Punkten a' und b' angeschlossen wird.¹⁾ Es wird untersucht, welchen Einfluß die elektrische Schaltung auf das mechanische Schema hat.

Es wird bewiesen, daß als Ergebnis der Wechselwirkung zwischen dem mechanischen und dem elektrischen System eine zusätzliche mechanische Kraft auftritt, die proportional zur Geschwindigkeit der relativen Verschiebung der Punkte a und b ist und an diesen Punkten liegt.

Unter der Geschwindigkeit des Wandlers versteht man analog zu dem Vorangegangenen die Geschwindigkeit der Relativbewegung seiner Pole (Punkte a und b). Wenn sich die mechanischen Pole des Wandlers mit gleicher Geschwindigkeit bewegen, d. h., wenn sich der Wandler insgesamt verschiebt, dann wird durch diese Verschiebung keine induzierte elektromotorische Kraft auftreten. Daraus folgt, daß die induzierte elektromotorische Kraft proportional der Geschwindigkeit der relativen Verschiebung der Punkte a und b ist. Sie wird entsprechend dem Vorangegangenen mit \dot{x} bezeichnet:

$$e = \mathcal{M} \dot{x}.$$

Durch den Wandler fließt der Strom

$$i = \frac{\mathcal{M} \dot{x}}{Z_e},$$

wobei Z_e die Impedanz des an den Wandler angeschlossenen elektrischen Kreises ist.

Dieser Strom erzeugt nach Gleichung (43.4) die elektromagnetische Kraft

$$F = \mathcal{M} i = \frac{\mathcal{M}^2}{Z_e} \dot{x}. \quad (43.5)$$

Die entgegengewirkende mechanische Kraft ist also proportional der Geschwindigkeit der relativen Verschiebung der Pole a und b .

Würde zwischen den Punkten a und b ein zusätzlicher mechanischer Widerstand

$$\Delta Z_m = \frac{\mathcal{M}^2}{Z_e} \quad (43.6)$$

angeschlossen, so wird die Kraft am Widerstand ebenfalls durch die Gleichung (43.5) ausgedrückt. Man kann deshalb sagen, daß der Einfluß des elektrischen Systems auf das mechanische äquivalent dem Auftreten eines zusätzlichen mechanischen Widerstandes zwischen den Punkten a und b ist, der durch die Gleichung (43.6) bestimmt wird.

Es werden einige spezielle Fälle der Gleichung (43.6) betrachtet:

$$\begin{aligned} 1) \quad Z_e = R: & \quad \Delta Z_m = \frac{\mathcal{M}^2}{R}; \\ 2) \quad Z_e = i\omega L: & \quad \Delta Z_m = \frac{\mathcal{M}^2}{i\omega L}; \\ 3) \quad Z_e = \frac{1}{i\omega C}: & \quad \Delta Z_m = \mathcal{M}^2 i\omega C. \end{aligned}$$

¹⁾ Es ist offensichtlich, daß alle Überlegungen, die für die in Abb. 67, I und Abb. 67, II dargestellten Systeme angestellt werden, auch für beliebige andere Systeme gültig sind.

Aus diesen Gleichungen ergibt sich folgendes: Wird in den elektrischen Kreis des Wandlers ein Ohmscher Widerstand geschaltet, so ist ihm ein in das mechanische Schema geschalteter Wirkwiderstand (Dämpfung) äquivalent. Die in den elektrischen Kreis geschaltete Induktivität entspricht einem elastischen Widerstand des mechanischen Kreises, und entsprechend ist die Kapazität dem Trägheitswiderstand äquivalent. *Die hier eingeführten äquivalenten elektromechanischen Größen dürfen mit den früher betrachteten analogen elektromechanischen Größen nicht verwechselt werden.*

In ähnlicher Weise könnte man zeigen, daß dann, wenn der Wandler die Rolle eines Motors spielt, der Einfluß des mechanischen Systems auf das elektrische durch das Auftreten eines zusätzlichen fiktiven elektrischen Widerstandes ausgedrückt wird, der zwischen die Punkte a' und b' geschaltet wird

$$\Delta Z_e = \frac{\mathcal{M}^2}{Z_m} \quad (43.7)$$

Dabei ist Z_m die Impedanz des mechanischen Kreises, der an die mechanischen Pole des Wandlers angeschlossen wird.

Wie auch im ersten Fall bezeichnet man als äquivalente elektromechanische Größen paarweise die Größen: mechanischer und elektrischer Wirkwiderstand, elastischer und induktiver Widerstand, Trägheits- und kapazitiver Widerstand.

§ 44. Äquivalente Systeme

Aus der Elektrotechnik ist bekannt, daß die Reihenschaltung von zwei beliebigen Widerständen Z_1 und Z_2 äquivalent der Parallelschaltung der Leitfähigkeiten $1/Z_1$ und $1/Z_2$ ist. Umgekehrt ist die Parallelschaltung von Widerständen äquivalent der Reihenschaltung von Leitfähigkeiten. Man kann es mit anderen Worten in folgender Weise ausdrücken: Die Reihenschaltung wird durch eine Parallelschaltung ersetzt (und entsprechend die Parallelschaltung durch eine Reihenschaltung), wenn alle Größen in der Widerstandsschaltung durch ihre reziproken Größen ersetzt werden. Besitzt das vorgegebene System die Impedanz Z , dann erscheint in dem System, in dem Reihenschaltungen durch Parallelschaltungen und Parallelschaltungen durch Reihenschaltungen ersetzt worden sind und in dem der Widerstand jedes Elementes durch seine reziproke Größe ersetzt wurde, die Impedanz $1/Z$.

Im Kapitel „Theorie der elektromechanischen Analogien“ wurde eine einfache Umwandlungsmethode angegeben. Es genügt dazu, ein System „orthogonaler“ Linien einzuführen (s. Beispiel in Abb. 24) und die Widerstände Z_k durch die Widerstände $\frac{1}{Z_k}$ zu ersetzen.

Die Gleichung (43.6) besagt, daß der zusätzliche mechanische Widerstand ΔZ_m proportional dem Widerstand des umgewandelten elektrischen Ersatzschaltbildes ist.

Wir versuchen zu klären, welches mechanische System den Widerstand ΔZ_m besitzt. Offensichtlich wird es das System sein, dessen elektrisches Analogon mit dem

umgewandelten Schema identisch ist, d. h., das umgewandelte Schema kann als elektrisches Analogon des zusätzlichen mechanischen Widerstandes ΔZ_m betrachtet werden. Um vom elektrischen Analogon zum mechanischen Schema zu gelangen, ist nochmals eine Umformung der Anordnung der Elemente notwendig. Dabei wendet man die Regel für orthogonale Linien an. Es ist offensichtlich, daß die zweite Konstruktion des Systems orthogonaler Linien (zweite Umwandlung) zur alten Anordnung der Elemente führt, d. h. zu der, die in der elektrischen Ausgangsschaltung vorliegt. Deshalb muß die Anordnung der mechanischen Elemente die den zusätzlichen mechanischen Widerstand bilden, mit der Anordnung der elektrischen Elemente im elektrischen System übereinstimmen. Wir beschäftigen uns mit der Berechnung des Einflusses des elektrischen auf das mechanische System. Die elektrischen Elemente müssen dabei durch ihre äquivalenten mechanischen Elemente (jedoch nicht durch die analogen Elemente!) ersetzt werden:

Ohmscher Widerstand R durch den *Dämpfungswiderstand* $\frac{\mathcal{M}^2}{R}$; kapazitiver Widerstand $\frac{1}{i\omega C}$ durch den *Trägheitswiderstand* $\mathcal{M}^2 i\omega C$; induktiver Widerstand $i\omega L$ durch den *elastischen Widerstand* $\frac{\mathcal{M}^2}{i\omega L}$.

Abschließend wird das elektromechanische System in Abb. 67 durch das in Abb. 68 dargestellte System ersetzt. Systeme dieses Typs werden als äquivalente mechanische Systeme bezeichnet.

Es sei daran erinnert, daß hier nur der Einfluß des elektrischen Systems auf das mechanische betrachtet wurde. Das äquivalente mechanische System bestimmt die Bewegungsgeschwindigkeit jedes mechanischen Elementes im elektromechanischen Ausgangssystem, ermöglicht aber noch keine unmittelbare Berechnung des Stromes am Ausgang des elektrischen Systems. Um den Strom zu berechnen, muß im äquivalenten System die Geschwindigkeit der relativen Verschiebung der Punkte a und b

$$\frac{K}{i\omega} \quad bb' \quad \frac{\mathcal{M}^2}{i\omega L}$$

Abb. 68. Äquivalentes mechanisches System des in Abb. 67 dargestellten elektromechanischen Systems

bestimmt werden (d. h. die Geschwindigkeit \dot{x} der Pole des Wandlers). Anschließend wendet man sich nochmals dem elektrischen System in seiner Ausgangsform zu und führt dann die erforderlichen Berechnungen durch. Dabei ist zu berücksichtigen, daß die äußere elektromotorische Kraft gleich $\mathcal{M}\dot{x}$ ist.

Es ist auch noch ein anderer, einfacherer Lösungsweg möglich. Zur Bestimmung des durch ein beliebiges Element des elektrischen Teiles im elektromechanischen System fließenden Stromes genügt es, die Größe der mechanischen Kraft zu berechnen, die zwischen den Polen des entsprechenden äquivalenten Elementes im äqui-

valenten mechanischen System wirkt, und den erhaltenen Wert mit einem gewissen konstanten Faktor zu multiplizieren. Der Strom, der durch den Kondensator C_2 im System (Abb. 67, II) fließt, muß z. B. proportional der Kraft des mechanischen Widerstandes des Trägheitselementes $\mathcal{M}^2 i \omega C_2$ sein.

Zum Beweis wird die Analogie II angewandt, in der die analoge Größe zum mechanischen Widerstand die elektrische Leitfähigkeit ist (s. § 17 und § 25). Nach dieser Methode wird das elektrische Analogon des äquivalenten mechanischen Systems aufgestellt.

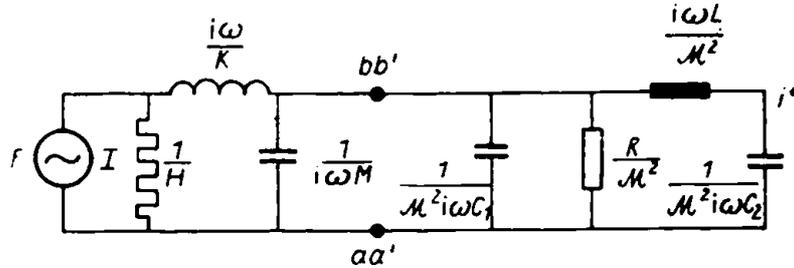


Abb. 69. Elektrisches Analogon (nach Analogie II) des äquivalenten mechanischen Systems für das elektromechanische System in Abb. 67

Das Ergebnis ist das in Abb. 69 dargestellte System. Die Berechnung der Bewegungsgeschwindigkeit des Wandlers wird hierbei durch die Berechnung der Potentialdifferenz der Punkte a und b ersetzt. Die elektromotorische Kraft, die das elektrische System erregt (s. Abb. 67, II), ist gleich

$$E = \mathcal{M} \dot{x} = \mathcal{M} V, \quad (44.1)$$

wobei V die Potentialdifferenz der Punkte a und b bezeichnet.

Bemerkt man außerdem, daß sich die rechte Seite des Ersatzschaltbildes Abb. 69 vom Schaltbild Abb. 67, II, nur dadurch unterscheidet, daß die Widerstände der Elemente auf der rechten Seite des Ersatzschaltbildes Abb. 69 mit $1/\mathcal{M}^2$ multipliziert sind, kann man folgende Gleichung aufstellen:

$$\frac{i}{i^*} = \frac{1}{\mathcal{M}}. \quad (44.2)$$

Dabei ist i der Strom durch ein beliebiges Element der Ersatzschaltung Abb. 67, II, und i^* der Strom durch das elektrische Analogon des äquivalenten mechanischen Elementes des gleichen Elementes.

Die Gleichung beweist unsere Behauptung.

Es ist nur noch notwendig, vom elektrischen Analogon (Abb. 69) zum äquivalenten mechanischen Ausgangssystem (Abb. 68) zurückzukehren. Da der Strom im Schema (Abb. 67) die analoge Größe der mechanischen Kraft ist, ergibt sich im Schema (Abb. 68)

$$i = \frac{F^*}{\mathcal{M}}. \quad (44.3)$$

Dabei ist F^* die Kraft zwischen den Polen des äquivalenten mechanischen Elementes des gleichen elektrischen Elementes, für das der Strom zu bestimmen ist.

Die Ersatzschaltung (Abb. 69) kann so geändert werden, daß ihre linke Seite (und die Stromverteilung in ihr) erhalten bleibt, auf der rechten (elektrischen) Seite jedoch die wahren Werte des Stromes eingetragen werden, d. h. die Werte, die im elektrischen Teil des elektromechanischen Ausgangssystems (Abb. 67, I und 67, II) auftreten. Die Ersatzschaltung Abb. 69 wird durch die Schaltung Abb. 70 ersetzt, wobei zwischen die Punkte a, b und a', b' ein idealer Transformator mit unendlich großer Induktivität und dem Übersetzungsverhältnis $\frac{1}{M}$ geschaltet wird (das Verhältnis der Windungszahl der Primärwicklung zur Windungszahl der Sekundärwicklung ist gleich $\frac{1}{M}$). Stellt man die Ersatzschaltung dieses Systems auf, dann erhält man

$$F \quad \frac{1}{i\omega C_2}$$

Abb. 70

ebenfalls das vorhergehende System (Abb. 69). Die linken Seiten der Systeme in Abb. 69 und Abb. 70 sind identisch. Die Identität der rechten Seite der Schaltung Abb. 70 mit dem elektrischen Teil des elektromechanischen Ausgangssystems kann man ebenfalls feststellen. Das erhaltene System charakterisiert vollständig den mechanischen und elektrischen Teil des vorliegenden elektromechanischen Systems.

Es wird daran erinnert, daß die rechte Seite des Schemas unmittelbar das elektrische System wiedergibt, während die eine Seite das elektrische Analogon des mechanischen Systems ist (nach Analogie II). Wenn z. B. das Verhältnis des Stromes, der durch ein beliebiges elektrisches Element des Systemes Abb. 67 fließt, zur angreifenden mechanischen Kraft F zu berechnen ist, dann ist das Verhältnis des Stromes, der durch das äquivalente Element auf der rechten Seite des Schaltbildes Abb. 70 fließt, zum Strom I in dem Teil des Kreises zu bestimmen, in den die analoge Größe der äußeren Kraft F geschaltet ist.

Damit wird die Betrachtung des mechanisch angeregten elektromechanischen Systems abgeschlossen. Es erfolgt der Übergang zu dem Fall, in dem das elektromechanische System die Rolle eines Motors spielt.

Wir betrachten das weiter oben behandelte elektromechanische System, dessen Anregung jetzt durch das elektrische System (Abb. 71) erfolgt. Unter Berücksichtigung der Rückwirkung des mechanischen auf das elektrische System gehen wir vom Schema in Abb. 71 zum Ersatzschaltbild der Abb. 72 über, das die Stromverteilung im elektrischen Teil des Schemas der Abb. 71 charakterisiert. Die mechanische Analogie des elektrischen Ersatzschaltbildes (d. h. des Systems der Abb. 72) wird nach der oben angeführten Methode aufgestellt. Wendet man die früher formulierten Regeln an, dann ergibt sich das System der Abb. 73. Die linke Seite des Systems der Abb. 73 unterscheidet sich von der linken Seite des Systems in Abb. 71 durch eine

im ersteren \mathcal{M} -mal kleinere anregende Kraft und den \mathcal{M}^2 -mal kleineren Widerständen. Daraus kann man schließen, daß die Bewegungsgeschwindigkeiten der Elemente im mechanischen Teil des Systems der Abb. 71 \mathcal{M} -mal kleiner als die Geschwindigkeiten

\underline{K}

$$\mathcal{M}^2 \frac{i\omega}{K}$$

$$i\omega L$$

Abb. 72. Elektrische Ersatzschaltung des elektromechanischen Systems in Abb. 71

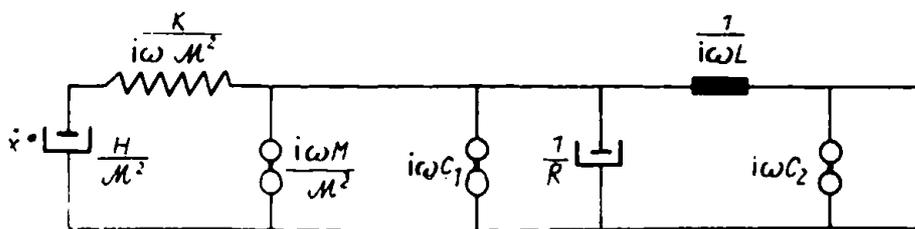


Abb. 73. Mechanisches Analogon (nach Analogie II) des Systems in Abb. 72

der entsprechenden Elemente des Schemas in Abb. 73 sein müssen. Die gesuchten Geschwindigkeiten des mechanischen Teils des elektromechanischen Systems (das als Motor zu betrachten ist) sind mittels der Gleichung

$$\dot{x} = \frac{\dot{x}^*}{\mathcal{M}} \quad (44.4)$$

zu bestimmen.

Es ist jedoch günstiger, die Berechnung nicht im mechanischen Analogon des Ersatzschaltbildes, sondern im Ersatzschaltbild durchzuführen. Berücksichtigt man, daß die Geschwindigkeit die analoge Größe der Spannung ist, so ergibt sich abschließend

$$\dot{x} = \frac{E^*}{\mathcal{M}} \quad (44.5)$$

§ 45. Grundlagen der Theorie des elektromagnetischen Seismographen

Die schematische Darstellung des elektromechanischen Systems „Seismograph – Wandler – elektrische Impedanz“ ist in Abb. 74 angegeben. Zu bestimmen sei die

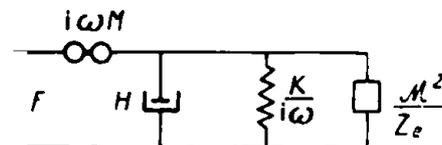
 $i\omega M$


Abb. 75

Form der Frequenz- und Phasencharakteristik des Seismographen (mit eingeschaltetem Wandler) unter Berücksichtigung der Rückwirkung des elektrischen auf das mechanische System. Dazu ist das Verhältnis der Spannung an den Klemmen des Wandlers zur Größe der Verschiebung des Seismographengestells zu berechnen. In bekannter Weise wird das äquivalente mechanische System (Abb. 75) und dann sein analoges elektrisches System (Abb. 76) aufgestellt.

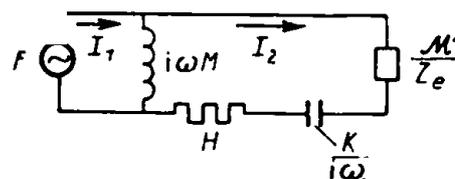


Abb. 76

Die Gleichung der Maschenströme für die zweite Masche lautet

$$I_1 i\omega M - I_2 \left(i\omega M + H + \frac{K}{i\omega} + \frac{M^2}{Z_e} \right) = 0.$$

Daraus ergibt sich

$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{i\omega M}{i\omega M + H + \frac{K}{i\omega} + \frac{M^2}{Z_e}} = \frac{\dot{x}_2}{\dot{x}_1}, \quad (45.1)$$

wobei \dot{x}_2 die Geschwindigkeit der Verschiebung des Wandlers und \dot{x}_1 die Geschwindigkeit der Verschiebung des Seismographengestells bedeuten.

Die Spannung an den Klemmen des Wandlers beträgt

$$E = M\dot{x}_2 = \frac{M\dot{x}_1 i\omega M}{i\omega M + H + \frac{K}{i\omega} + \frac{M^2}{Z_e}}. \quad (45.2)$$

Mit $\dot{x}_1 = x_1 i\omega$ ergibt sich die Grundgleichung

$$v = \frac{E}{x_1} = \frac{-M\omega^2 M}{i\omega M + H + \frac{K}{i\omega} + \frac{M^2}{Z_e}}. \quad (45.3)$$

Die Eigenschaften des Seismographen und die Form der Frequenzcharakteristik hängen von der Form der elektrischen Impedanz Z_e ab. Ist Z_e ein Ohmscher Widerstand, dann erhöht der zusätzliche Widerstand nur die Dämpfung des Seismographen. Wenn Z_e jedoch induktiv oder kapazitiv ist, dann verhält sich der Seismograph so,

als sei die Härte der Aufhängefeder (bei rein induktivem Widerstand) oder die träge Masse (bei rein kapazitivem Widerstand) vergrößert worden.

In den meisten Fällen besteht die Impedanz Z_e aus Widerständen verschiedenen Typs. Betrachtet wird der in der Praxis häufig auftretende spezielle Fall, daß der elektromagnetische Seismograph an die Primärwicklung des Transformators in der Eingangsstufe des Verstärkers angeschlossen wird.

Es wird vorausgesetzt, daß der Wandler nur einen rein Ohmschen Widerstand besitzt (was für elektrodynamische Wandler annähernd richtig ist). In Abb. 77 ist das Ersatzschaltbild des Verstärker-„Eingangs“ dargestellt. Es werden folgende Ausdrücke eingeführt: R_1 für die Summe der Widerstände von Wandler und Primärwicklung des Transformators, R_2 für die Summe von „Ableitungs“-Widerstand und Widerstand der Sekundärwicklung des Transformators, L_1 für die Induktivität der Primärwicklung, m für das Übersetzungsverhältnis.

 R_1

Abb. 77

Die gesuchte Größe Z_e wird aus dem Verhältnis $\frac{E}{I_1}$ bestimmt.

Stellt man die Gleichungen für die Maschenströme auf, so erhält man

$$\begin{aligned} Z_e = \frac{E}{I_1} &= \frac{(i\omega L_1 + R_1)(i\omega L_1 + m^2 R_2) - (i\omega L_1)^2}{i\omega L_1 + m^2 R_2} \\ &= \frac{i\omega L_1[(R_1 + m^2 R_2) + m^2 R_1 R_2]}{i\omega L_1 + m^2 R_2} \end{aligned} \quad (45.4)$$

Wenn die Widerstände R_1 und $m^2 R_2$ einander gleich sind, ist

$$Z_e = \frac{R_1(2i\omega L_1 + R_1)}{i\omega L_1 + R_1}, \quad (45.5)$$

und der zusätzliche mechanische Widerstand elektrischen Ursprungs ist gleich

$$\frac{\mathcal{M}^2}{Z_e} = \frac{\mathcal{M}^2(i\omega L_1 + R_1)}{R_1(2i\omega L_1 + R_1)}. \quad (45.6)$$

Die Frequenzcharakteristik erhält dann die Form

$$V = \frac{\omega^2 M \mathcal{M}}{i\omega M + \frac{K}{i\omega} + H + \frac{\mathcal{M}^2(i\omega L_1 + R_1)}{R_1(2i\omega L_1 + R_1)}} \quad (45.7)$$

Aus dieser Gleichung können die Frequenz- und Phasenverzerrungen ermittelt werden. Der Einfluß des zusätzlichen Widerstandes (elektrischen Ursprungs) hängt vom elektromechanischen Kopplungsfaktor und demzufolge von der Konstruktion des Seismographen ab. Eine ausführliche Analyse der Verzerrungen erfolgt hier nicht. Es wird nur gezeigt, daß im Bereich hoher und tiefer Frequenzen der zusätzliche Widerstand häufig ein Wirkwiderstand ist. Wenn $H = 0$ ist, dann ist die Dämpfung für Schwingungen hoher Frequenz halb so groß wie die Dämpfung für Schwingungen tiefer Frequenz.

Dieser Umstand wirkt sich in gewissem Umfang auf die Filtereigenschaft des Seismographen aus, da seine Empfindlichkeit für Schwingungen hoher Frequenz größer wird.

§ 46. Theorie des Galvanometers

a) Aufstellung der grundlegenden Beziehungen

Das mechanische Modell des Galvanometers besteht aus Masse, Feder und Dämpfer. Die Anordnung der Elemente ist in Abb. 78a dargestellt. Das mechanische Modell des Galvanometers und des Seismographen unterscheiden sich prinzipiell nur dadurch voneinander, daß im Galvanometer die sich ändernde Kraft an dem Pol der Feder (und des Dämpfers) angreift, der mit der Masse verbunden ist, während im Seismographen diese Kraft auf den anderen Pol der Feder (und des Dämpfers) wirkt.

Für das Weitere vereinbaren wir, daß die Schwingung der beweglichen Masse im Galvanometer translativ ist. Die von der Masse im Galvanometer ausgeführten Drehschwingungen bedingen keine Änderung der Theorie des Gerätes. Die Darstellung des mechanischen Systems im Galvanometer als Schema zeigt Abb. 78b.

Das Galvanometer ist im Betriebszustand ein Teil des elektromechanischen Systems. Wenn wir den elektrischen Teil des Systems als Vierpol darstellen, ergibt sich für das äquivalente elektrische System des gesamten elektromechanischen Systems das Schema der Abb. 79.

Die Maschengleichungen des erhaltenen Systems lauten

$$\left. \begin{aligned} I_1 Z_{11} + I_2 Z_{12} + \dots + I_n Z_{1n} &= E \\ I_1 Z_{21} + I_2 Z_{22} + \dots + I_n Z_{2n} &= 0 \\ \dots, \dots, \dots, \dots, \dots & \\ I_1 Z_{n1} + I_2 Z_{n2} + \dots + I_n Z_{nn} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (46.1)$$

Zur Berechnung der uns interessierenden Geschwindigkeit der Bewegung (oder Verschiebung) der beweglichen Masse im Galvanometer ist es nach Gleichung (44.5) notwendig, die Potentialdifferenz an den Klemmen des äquivalenten elektrischen

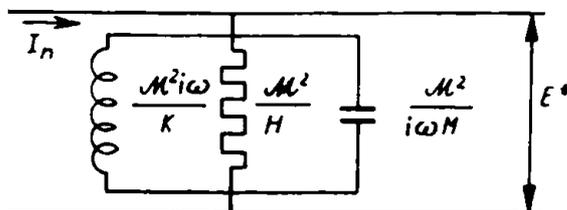


Abb. 79

Elementes der Masse im Galvanometer zu bestimmen (oder an den Klemmen des äquivalenten Systems des mechanischen Gesamtwiderstandes, da die äquivalenten elektrischen Elemente von Masse, Elastizität und Dämpfung parallel geschaltet sind).

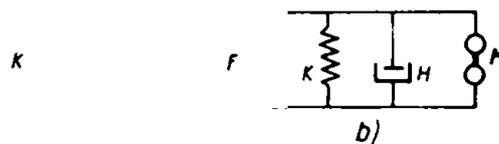


Abb. 78. Mechanisches System des Galvanometers (a) und seine schematische Darstellung (b)

Der Strom in der n -ten Masche ist

$$I_n = \frac{E \Delta_{1n}}{D}, \quad (46.2)$$

wobei D die Koeffizientendeterminante des Systems (46.1) und Δ_{1n} der Minor dieser Determinante (s. § 27) ist, der aus D durch Streichen der n -ten Spalte und ersten Zeile entsteht.

Stellt man Z_{nn} in der Form

$$Z_{nn} = Z'_{nn} + Z_m$$

dar, wobei Z_{nn} der elektrische Widerstand und Z_m der Widerstand ist, der durch den Einfluß der mechanischen Elemente hervorgerufen wird, ergibt sich für Gleichung (46.2)

$$I_n = \frac{E \Delta_{1n}}{D' + Z_m \Delta_{nn}}. \quad (46.2')$$

Hierbei ist D' die Determinante, die sich von der Koeffizientendeterminante D des Systems nur dadurch unterscheidet, daß der Widerstand Z'_{nn} durch den Widerstand Z_{nn} ersetzt worden ist; Δ_{nn} ist der Minor, der aus D durch Streichen der n -ten Zeile und n -ten Spalte entsteht.

Die Geschwindigkeit der Bewegung des beweglichen Teiles im Galvanometer ist nach der Gleichung (44.5)

$$\dot{x} = \frac{E^*}{\mathcal{M}} = \frac{I_n Z_m}{\mathcal{M}} = \frac{E \Delta_{1n}}{Z_m + \frac{\mathcal{M} D'}{\Delta_{nn}}}. \quad (46.3)$$

Die Glieder auf der rechten Seite der Gleichung (46.3) besitzen folgende Bedeutung: Da die äquivalenten elektrischen Elemente der Masse $\frac{\mathcal{M}}{i\omega M}$, Elastizität $i\omega \mathcal{M}^2/K$ und Dämpfung \mathcal{M}^2/H parallel geschaltet sind, ist

$$\frac{1}{Z_m} = i\omega \frac{M}{\mathcal{M}^2} + \frac{H}{\mathcal{M}^2} + \frac{K}{i\omega \mathcal{M}^2}. \quad (46.4)$$

Der Quotient D'/Δ_{1n} stellt den gegebenen Widerstand des elektrischen Teiles des Ersatzschaltbildes in dem Fall dar, daß die elektromotorische Kraft in der ersten Masse erscheint und der Strom in der n -ten Masche gemessen wird. Diesen Widerstand bezeichnen wir mit Z_{e1} . Widerstände Z_m dürfen in ihm nicht auftreten. Der Quotient D_1/Δ_{nn} stellt den gegebenen Widerstand des elektrischen Teils des Ersatzschaltbildes in dem Fall dar, wenn die elektromotorische Kraft in der n -ten Masche erscheint und der Strom in der gleichen Masche gemessen wird. Dieser Widerstand wird mit Z_{en} bezeichnet. In ihm dürfen ebenfalls keine mechanischen Widerstände enthalten sein.

Berücksichtigt man diese Bemerkungen, so ergibt sich für die Gleichung (46.3)

$$\dot{x} = \frac{\frac{\mathcal{M} E}{Z_{e1}}}{i\omega M + H + \frac{K}{i\omega} + Z_{en}}. \quad (46.5)$$

mit

$$\left. \begin{aligned} Z_{e1} &= \frac{D'}{\Delta_{1n}}, \\ Z_{en} &= \frac{D'}{\Delta_{nn}} \end{aligned} \right\} \quad (46.5')$$

Um die Auslenkung des Galvanometers aus der Gleichgewichtslage zu bestimmen, muß die letzte Gleichung nach der Zeit integriert werden, wobei

$$E = E_0 e^{i\omega t}$$

zu berücksichtigen ist.

Als Ergebnis erhält man

$$x = \frac{\mathcal{M} E}{- \omega^2 M + K + i\omega \left(H + \frac{\mathcal{M}^2}{Z_{en}} \right)} \quad (46.6)$$

Der Quotient E/Z_{e1} ist in der Gleichung (46.5) oder (46.6) gleich dem Strom (ohne Rückwirkung des mechanischen Systems auf das elektrische System) im Galvanometer. Die durch das Galvanometer verursachten Frequenz- und Phasenverzerrungen werden nur durch die Größe eines Nenners in den Gleichungen (46.5) oder (46.6) charakterisiert.

b) Theorie des Galvanometers ohne Berücksichtigung der Rückwirkung des mechanischen Systems auf das elektrische

Ist der elektromechanische Kopplungsfaktor \mathcal{M} sehr klein, so wird die Auslenkung des Galvanometers aus der Gleichgewichtslage durch die vereinfachte Gleichung

$$x = \frac{\mathcal{M} i}{- \omega^2 M + K + H i \omega} \quad (46.7)$$

beschrieben, wobei i der durch das Galvanometer fließende Strom ist.

Der Betrag des Verhältnisses x/i bestimmt die Form der Frequenzcharakteristik:

$$\left| \frac{x}{i} \right| = \mathcal{V} = \frac{\mathcal{M}}{\sqrt{(K - \omega^2 M)^2 + H^2 \omega^2}} \quad (46.8)$$

Setzt man $K/M = n_0^2$ (n_0 ist die Frequenz der Eigenschwingungen) und $H/M = 2h$ (h ist die Dämpfungskonstante), so ergibt sich

$$\mathcal{V} = \frac{\mathcal{M}}{M} \frac{1}{\sqrt{(n_0^2 - \omega^2)^2 + 4h^2 \omega^2}} \quad (46.8')$$

Für $\omega = 0$ wird $\mathcal{V}_0 = \mathcal{M}/K$, mit der statischen Empfindlichkeit \mathcal{V}_0 des Galvanometers.

Die Form der Frequenzcharakteristiken ist in Abb. 80 dargestellt. Vergleicht man sie mit der Frequenzcharakteristik des Seismographen, so zeigen sich folgende Unterschiede: Für $\omega = 0$ wird die Empfindlichkeit des Seismographen gleich Null, die des

Galvanometers aber gleich der statischen Empfindlichkeit \mathcal{M}/K ; für $\omega = \infty$ wird die Vergrößerung des Seismographen gleich der normalen oder statischen Empfindlichkeit, während die Empfindlichkeit des Galvanometers gleich Null wird.

Für $h = 0$; $h = n_0/\sqrt{2}$ (optimale Dämpfung) und $h = n_0$ (kritische Dämpfung) geht die Gleichung (46.8') in folgende über:

$$v_{h=0} = \frac{\mathcal{M}}{M} \cdot \frac{1}{n_0^2 - \omega^2}, \quad (46.9)$$

$$v_{\text{opt}} = \frac{\mathcal{M}}{M} \cdot \frac{1}{\sqrt{n_0^4 + \omega^4}}, \quad (46.10)$$

$$v_{\text{krit}} = \frac{\mathcal{M}}{M} \cdot \frac{1}{n_0^2 + \omega^2}. \quad (46.11)$$

Wenn die Frequenz der aufzuzeichnenden Schwingung sehr groß ist, ergibt sich für alle Dämpfungswerte

$$v_{\infty} = \frac{\mathcal{M}}{M\omega^2}. \quad (46.12)$$

Daraus folgt, daß die Empfindlichkeit des Galvanometers bei sehr schnellen Schwingungen *im wesentlichen durch die Größe der beweglichen Masse des Galvanometers bestimmt wird.*

Je größer ω ist, um so kleiner wird die Empfindlichkeit des Galvanometers. Beim Registrieren von reflektierten Wellen ist diese Eigenschaft des Galvanometers unerwünscht, da oft besonders die tiefen Frequenzen unterdrückt werden müssen. Man kann bestenfalls erreichen, daß die Empfindlichkeit des Galvanometers innerhalb des Arbeitsbereiches frequenzunabhängig ist. Dazu ist vor allem eine Periodendauer des Galvanometers notwendig, die um ein vielfaches kleiner als die Periodendauer der erzeugten Schwingungen ist (s. Gleichungen (46.8'), (46.9), (46.10) und (46.11)). Aus der Gleichung (46.8') folgt außerdem, daß die Dämpfung nicht zu groß sein darf, da sonst die Empfindlichkeit wiederum frequenzabhängig wird:

$$v = \frac{\mathcal{M}}{M2h\omega}.$$

In der Theorie des Galvanometers wird bewiesen, daß eine konstante Empfindlichkeit im gegebenen Frequenzbereich am besten mit einer Dämpfung $n_0/\sqrt{2}$ zu erreichen ist, d. h. mit „optimaler“ Dämpfung.

Ist es erforderlich, mit der seismischen Apparatur die Einsätze von Wellen mit den Sprungstellen zu registrieren, dann ist noch die Bemerkung bezüglich des Einflusses der

v
↑

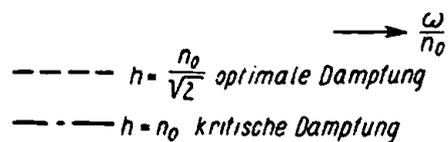


Abb. 80. Frequenzcharakteristiken des Galvanometers

Masse des beweglichen Organs im Galvanometer auf die Aufzeichnung schneller Schwingungen des Stromes zu berücksichtigen.

Die Phasenverschiebung ergibt sich analog zu den Gleichungen (3.5) und (4.2b); ihre Größe wird durch das Argument der Gleichung (46.7) bestimmt:

$$\varphi = \arctan \frac{2\omega h}{\omega^2 - n_0^2} \quad (46.13)$$

Die Phasencharakteristiken für verschiedene Verhältnisse h/n_0 sind in Abb. 81 dargestellt.

Für den Seismographen wurde die Existenz einer Voreilung aufgezeigt, während beim Galvanometer eine Nacheilung beobachtet wird, d. h., die extremen Werte der Bewegung des Galvanometers werden später als die entsprechenden Extremwerte der Schwingung des Stromes auftreten. Zu beweisen ist dies durch die im § 10 angewandten Methoden.

c) Übergangsvorgänge im Galvanometer

Die Gleichung für die erzwungenen Schwingungen des Galvanometers hat ohne Berücksichtigung der Rückwirkung des mechanischen Systems auf das elektrische die Form

$$M\ddot{x} + H\dot{x} + Kx = Mi \quad (46.14')$$

oder

$$\ddot{x} + 2h\dot{x} + n_0^2x = \frac{M}{M}i, \quad (46.14)$$

wobei i eine Funktion der Zeit ist.

Die Methodik zur Lösung dieser Gleichung kann für Einschwingvorgänge vollständig aus den entsprechenden Abschnitten der Theorie des Seismographen übernommen werden. Es ändern sich nur die Anfangsbedingungen und die Form der Anregungsfunktion. Bezüglich der ersteren ist zu bemerken: Wenn der Strom keinen Sprung aufweist, wie es aus Gleichung (46.14) ersichtlich ist, ändern sich Verschiebung, Geschwindigkeit und Beschleunigung der bewegten Masse im Galvanometer ebenfalls kontinuierlich. Ändert sich der Strom sprunghaft (ist nur im idealen Fall möglich, wenn kein induktiver Widerstand vorhanden ist), dann ändert sich nur die Beschleunigung sprunghaft. Da es bei der Definition der Anfangsbedingungen genügt, den Anfangswert der Verschiebung und der Geschwindigkeit vorzugeben, kann man bei plötzlich beginnenden Schwingungen des Stromes als Anfangsbedingungen immer annehmen:

$$\dot{x}_0 = x_0 = 0. \quad (46.15)$$

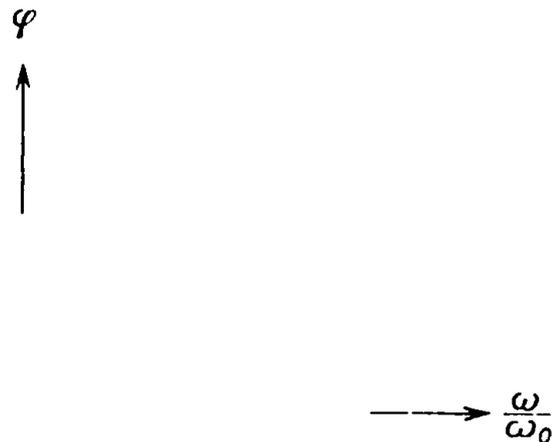


Abb. 81. Phasencharakteristiken des Galvanometers

Als Beispiel wird folgende Aufgabe gelöst: Es ist zu klären, welche Verzerrungen das Galvanometer, das eine große Periodendauer der Eigenschwingungen besitzt, im ersten Abschnitt der Aufzeichnung von plötzlich beginnenden schnellen (im Vergleich mit der Periodendauer des Galvanometers) sinusförmigen Schwingungen verursacht. Dabei wird angenommen, daß das Galvanometer kritisch gedämpft ist.

Die Lösung stellen wir als Summe der „Eigen-“ und erzwungenen stationären Schwingungen dar:

$$x = e^{-n_0 t} (A t + B) + \frac{M}{M} \cdot \frac{\sin(\omega t + \varphi)}{n_0^2 + \omega^2} \quad (46.16)$$

Nimmt man an, daß $2n_0 \ll \omega$ ist, so ergibt sich

$$x = e^{-n_0 t} (A t + B) - \frac{M}{M} \frac{\sin \omega t}{\omega^2} \quad (46.17)$$

Zur Bestimmung der Konstanten A und B werden die Anfangsbedingungen (46.15) verwendet. Die Bedingung $x_0 = 0$ bedeutet, daß $B = 0$ ist.

Die zweite Bedingung, $\dot{x}_0 = 0$, ergibt

$$A = \frac{M}{M} \cdot \frac{1}{\omega}$$

Die Lösung (46.17) erhält die Form

$$x = \frac{M}{M \omega^2} (\omega t e^{-n_0 t} - \sin \omega t) \quad (46.18)$$

Der Verlauf der Funktion (46.18) im Anfangsabschnitt ist in Abb. 82 angegeben.

Bei der Berechnung wurde angenommen

$$\omega = 20, \quad n_0 = 1, \quad \frac{M}{M \omega^2} = 1.$$

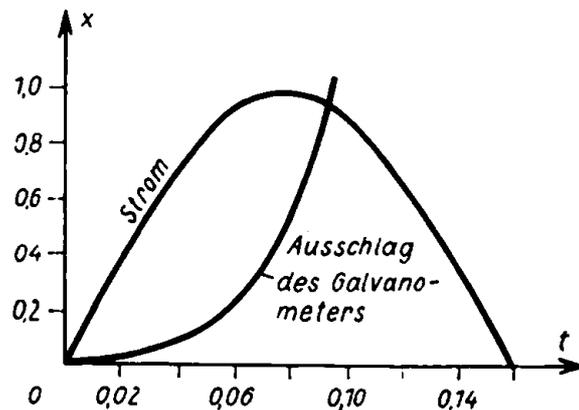


Abb. 82

Aus der Darstellung ist ersichtlich, daß das Galvanometer mit kleiner Eigenfrequenz keine scharfen Einsätze zu erhalten gestattet. Praktisch wird bei Verringerung von M die Steilheit der Flanke größer.



Abb. 83. Aufzeichnung
des Ein- (E) und Aus- (R) Schaltens eines Stromes
mit einer Frequenz von 50 Hz
durch ein Saitengalvanometer (nach O. MEISSER)

Gleichzeitig nimmt aber auch die allgemeine Empfindlichkeit zu, und der auf den Einsatz folgende Abschnitt der Schwingungen ist für die Betrachtung unbrauchbar.

Außerdem bedingt das Galvanometer mit kleiner Eigenfrequenz im ersten Abschnitt der Schwingungen eine Verschiebung des Nullpunktes (Abb. 83), die durch Überlagerung der schnellen erzwungenen Schwingungen und der langsamen Eigenschwingungen hervorgerufen wird.

Die Analyse der Übergangsvorgänge wird mit folgender Bemerkung abgeschlossen: In der Theorie des Seismographen wurde zur Bestimmung der wahren Form der Bodenbewegung die Methode der gliedweisen Integration angewandt. Hier werden entsprechend Gleichung (46.14) zur Ermittlung der Funktion $i(t)$ aus der Aufzeichnung des Galvanometers die auf der linken Seite von Gleichung (46.14) auftretenden Operationen der graphischen Differentiation und Addition durchgeführt.

d) Theorie des Galvanometers unter Berücksichtigung der Rückwirkung des mechanischen auf das elektrische System

Wenn der elektromechanische Kopplungsfaktor groß und der Widerstand des elektrischen Galvanometerkreises klein ist, rückt das Glied $\frac{M^2}{Z_{en}}$ im Nenner der Gleichung (46.5) in die Größenordnung der anderen Glieder im Nenner. In diesem Fall muß bei der Analyse der Bewegung des Galvanometers die Gleichung (46.5) benutzt werden.

Im einfachsten Fall, wenn die Impedanz Z_{en} einen rein Ohmschen Widerstand darstellt, besteht der sekundäre Einfluß des elektrischen Systems auf das mechanische nur im Auftreten des zusätzlichen Wirkwiderstandes. Dieses Verhalten wird dazu benutzt, dem Galvanometer die erforderliche Dämpfung zu erteilen. Gewöhnlich wird parallel zur Spule des Galvanometers ein Widerstand geschaltet. Je kleiner dieser Widerstand ist, um so größer ist die zusätzliche Dämpfung. Wenn die Eigenfrequenz

$$R_1 \quad R_2 m^2$$

$$E$$

des Galvanometers nicht zu groß ist, bringt bereits eine elektromagnetische Dämpfung bei entsprechender Konstruktion des Galvanometers die gewünschte (optimale oder kritische) Dämpfung. Zu diesem Zweck sind in der Spule des Galvanometers Kurzschlußwindungen vorhanden.

Es wird nun ein weiterer, in der Praxis häufig auftretender Fall untersucht. Wir nehmen an, daß das Galvanometer mit der Sekundärwicklung des Transformators verbunden ist und die Primärwicklung des Transformators im Anodenkreis der Ausgangsstufe des Verstärkers liegt.

Das gesamte elektromechanische System ist in Abb. 84 dargestellt, wobei folgende Ausdrücke eingeführt wurden: der Widerstand R_1 , der gleich der Summe aus Anoden-

widerstand und Widerstand der Primärwicklung des Transformators ist; die Induktivität L der Primärwicklung; der Widerstand R_2 , der gleich der Summe aus Widerstand der Sekundärwicklung des Transformators und der Spule des Galvanometers ist; das Übersetzungsverhältnis m (die übrigen Werte sind die gleichen wie weiter oben).

Entsprechend den Ergebnissen aus § 48 ist zur Ermittlung der Geschwindigkeit oder der Verschiebung der Spule des Galvanometers unbedingt zuerst die Größe

$$Z_{e2} = \frac{E_2}{I_2'} \quad (46.19)$$

zu bestimmen. Dabei ist E_2 die elektromotorische Kraft, die in die letzte (zweite) elektrische Masche an Stelle des elektromechanischen Wandlers \mathcal{M} geschaltet worden ist, I_2' der in der gleichen Masche durch E_2 hervorgerufene Strom.

Die Gleichungen für die Maschenströme (Abb. 85) lauten in diesem Fall

$$\left. \begin{aligned} I_1'(R_1 + i\omega L) - I_2' i\omega L &= 0, \\ I_1' i\omega L - I_2'(i\omega L + R_2 m^2) &= E_2 m^2. \end{aligned} \right\} \quad (46.20)$$

Aus den Gleichungen (46.19) und (46.20) wird Z_{e2} bestimmt:

$$Z_{e2} = \frac{i\omega L \left(R_2 + \frac{R_1}{m^2} \right) + R_1 R_2}{R_1 + i\omega L} \quad (46.21)$$

Setzt man (46.21) in (46.6) ein, so ergibt sich

$$x = \frac{\mathcal{M} \frac{E}{Z_{e1}}}{-\omega^2 M + K + i\omega \left[H + \frac{\mathcal{M}^2 (R_1 + i\omega L)}{i\omega L \left(R_2 + \frac{R_1}{m^2} \right) + R_1 R_2} \right]} \quad (46.22)$$

Im einfachsten Fall ist $H = 0$, $R_2 = R_1/m^2$. Die Gleichung (46.22) erhält dann die Form

$$x = \frac{\mathcal{M} E}{Z_{e1}} \cdot \frac{1}{-\omega^2 M + K + i\omega \cdot \frac{m^2 \mathcal{M}^2 (R_1 + i\omega L)}{R_1 (R_1 + 2i\omega L)}} \quad (46.23)$$

Das Glied, welches den sekundären Einfluß des elektrischen Systems auf das mechanische charakterisiert, hat die gleiche Form wie beim elektromagnetischen

Seismographen, der mit der Primärwicklung des Eingangstransformators des Verstärkers verbunden ist (s. § 45). Es wiederholen sich hier alle Folgerungen, die weiter oben in bezug auf den elektromagnetischen Seismographen dargelegt wurden.

§ 47. Theorie der zweimaligen elektromechanischen Umwandlung

Die ausgearbeiteten Berechnungsmethoden elektromechanischer Systeme (die Wandler elektromagnetischen Typs enthalten) werden für den Fall zweimaliger elektromechanischer Umwandlung erweitert.

Wir betrachten das in Abb. 86 dargestellte System. Das von außen anregbare mechanische System ist durch den elektromechanischen Wandler vom elektromagneti-

$$\frac{K}{i\omega} \quad \frac{1}{C i\omega} \quad R \quad H_1$$

schen Typ (elektromagnetischer Kopplungsfaktor \mathcal{M}_1) mit dem elektrischen System verbunden. Dieses ist wiederum durch den zweiten elektromechanischen Wandler (\mathcal{M}_2) mit dem dritten mechanischen System verbunden, in dem die Bewegung der Elemente bestimmt werden soll. Das System „Seismograph—Filter—Galvanometer“ ist zu den Systemen dieses Typs zu zählen.

Berücksichtigt man den rückwirkenden Einfluß des abschließenden mechanischen Systems auf das elektrische, dann kann man das letztere in der in Abb. 87 angegebenen Form darstellen. Unter Berücksichtigung der Reaktion des Systems (Abb. 87) auf die Bewegung des ersten mechanischen Systems erhält man das in Abb. 88 dargestellte System. Dieses System ermöglicht es, die Geschwindigkeiten der mechanischen Elemente im ersten mechanischen System unter Berücksichtigung der Rückwirkung des elektrischen und des abschließenden (zweiten) mechanischen Systems zu berechnen.

Zur Ermittlung der Bewegung des abschließenden mechanischen Systems ist es notwendig, bestimmte Operationen durchzuführen.

Es wird das Analogon (nach dem zweiten System der Analogie) des mechanischen Systems der Abb. 88 aufgestellt. Das Ergebnis ist das System in Abb. 89. Wir können eine Übereinstimmung in der Anordnung der Elemente in den Schemata Abb. 89, Abb. 87 und Abb. 86 und Proportionalität in den Werten für die Spannungen und Widerstände in den entsprechenden Maschen der angegebenen Ersatzschaltbilder feststellen. Es ergibt sich, daß die Geschwindigkeit eines beliebigen mechanischen Elementes des abschließenden Systems dem Betrag nach gleich der Spannung an den

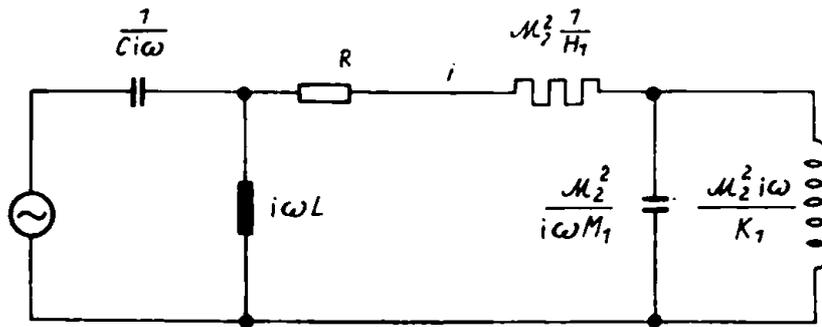


Abb. 87

$$i\omega M \quad \frac{K}{i\omega} \quad \frac{M_1^2}{R} \quad \left(\frac{M_1}{M_2}\right)^2 H_1$$

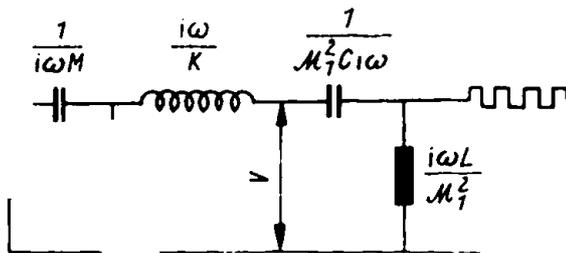


Abb. 89

Klemmen seines analogen elektrischen Elementes (im Ersatzschaltbild Abb. 89), multipliziert mit dem Verhältnis der elektromechanischen Kopplungsfaktoren ist:

$$\dot{x} = E^* \frac{M_1}{M_2} \quad (47.1)$$

Das gleiche Ergebnis kann man auch anders (und einfacher) formulieren. Kehren wir vom elektrischen Analogon zum Ausgangssystem der Abb. 88 zurück, so erhalten wir in Übereinstimmung mit der Gleichung (47.1)

$$\dot{x} = \frac{M_1}{M_2} \dot{x}^*, \quad (47.2)$$

wobei \dot{x}^* die Geschwindigkeit der Bewegung des betrachteten mechanischen Elements auf der rechten Seite des Schemas der Abb. 88 ist.

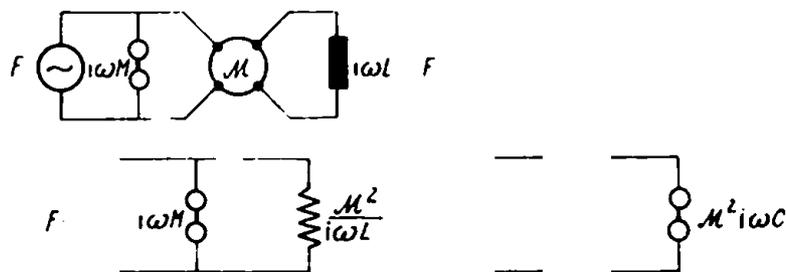
Unter Berücksichtigung des korrigierten elektromechanischen Kopplungsfaktors kann man demzufolge feststellen, daß das Schema der Abb. 88 nicht nur die

Bewegung des linken mechanischen Systems beschreibt, sondern auch des rechten. Man kann bereits jetzt bei der Berechnung des Systems die Analogie des ersten Systems anwenden (in der die analoge Größe der Masse die Induktivität usw. ist). Bei der Untersuchung der Frequenzcharakteristik des mechanischen Systems ist die Analogie des ersten Systems noch bedeutend anschaulicher als die des zweiten.

Vom elektromechanischen System mit zweimaliger Umwandlung ist der Übergang zu Systemen mit mehrmaliger Umwandlung einfach. In der angewandten Seismik hat dies jedoch kein praktisches Interesse.

§ 48. Elektromechanische Resonanz

Wenn man das mechanische oder äquivalente elektrische Schema eines elektromechanischen Systems betrachtet, bemerkt man, daß als Ergebnis des wechselseitigen Einflusses von elektrischen und mechanischen Systemen neue Resonanzkreise auf-



I

II

Abb. 90. Zwei Beispiele für elektromechanische Resonanzsysteme

treten können [43]. Diese Erscheinung bezeichnet man als elektromechanische Resonanz. Elektromechanische Resonanz kann auch dann beobachtet werden, wenn mechanischer und elektrischer Kreis einzeln aperiodisch sind.

Die folgenden Systeme sind die einfachsten Beispiele elektromechanischer Resonanz.

a) Der mechanische Kreis hat nur einen Trägheitswiderstand ($i\omega M$) und der elektrische Kreis nur die Induktivität ($i\omega L$). Die Resonanzfrequenz ergibt sich aus

$$\omega_0 = \frac{M}{\sqrt{LM}} \quad (48.1)$$

b) Der mechanische Kreis hat nur einen elastischen Widerstand $\left(\frac{K}{i\omega}\right)$ und der elektrische Kreis nur die Kapazität $\left(\frac{1}{i\omega C}\right)$.

Die Resonanzfrequenz ist

$$\omega_0 = \frac{1}{M} \sqrt{\frac{K}{C}}. \quad (48.2)$$

In Abb. 90 sind die entsprechenden elektromechanischen Systeme mit ihren äquivalenten mechanischen Schemata dargestellt. Es ist einfach zu zeigen, daß man die gleichen Ergebnisse erhält, wenn man bei der Berechnung der Resonanzfrequenz vom elektrischen Ersatzschaltbild der gegebenen elektromechanischen Systeme ausgeht.

In den elektromechanischen Systemen mit zweimaliger (oder mehrmaliger) elektromechanischer Umwandlung sind kompliziertere Resonanzfälle zu beobachten. Resonanzerscheinungen sind zwischen beliebigen Gliedern der elektromechanischen Kette möglich. Bei dem oben betrachteten System „Seismograph—Filter—Galvanometer“ sind Resonanzerscheinungen durch die Rückwirkung des mechanischen Systems des Galvanometers auf das mechanische System des Seismographen möglich.

§ 49. Anwendung der Theorie mehrmaliger elektromechanischer Umwandlungen auf die Theorie des Seismographen

Bei der Aufzeichnung seismischer Schwingungen mittels elektrischer Seismographen unterliegen die aufzunehmenden Schwingungen einer zweimaligen elektromechanischen Umwandlung. Die erste Umwandlung erfolgt im Seismographen, die zweite im Galvanometer. Die Verbindung zwischen dem Seismographen und dem Galvanometer kann umkehrbar und nichtumkehrbar sein. Im letzteren Fall treten die Erscheinungen, mit denen wir uns im § 47 beschäftigt haben, nicht auf, d. h., es ist keine Rückwirkung des Galvanometers auf den Seismographen zu beobachten. Ein Beispiel für die nichtumkehrbare Verbindung ist der einwandfrei konstruierte Verstärker. Ist kein Verstärker als Verbindungsglied vorhanden, dann sind die sekundären Einflüsse in diesem oder jenem Umfang in Abhängigkeit von den Parametern der Geräte und der Größe der elektromechanischen Kopplungsfaktoren vorhanden.

Zur Zeit ist die Frage bezüglich der Berechnung elektromagnetischer Wechselwirkungen aktuell. Das Bestreben, sich von Verstärkern zu lösen, den Wirkungsgrad der Geräte zu erhöhen, der Wunsch zu einer elektromagnetischen Dämpfung überzugehen — trägt dazu bei, sich jenen Geräten zuzuwenden, für die die Berechnung der Erscheinungen mehrfacher Umwandlungen unvermeidlich ist.

Es wird hier nur der einfachste Fall betrachtet, der eine engere Beziehung zur Theorie des Seismographen der Seismologie hat als zur Theorie der Geräte für die angewandte Seismik. Wir nehmen an, daß der elektrodynamische Seismograph unmittelbar mit der Spule des Galvanometers verbunden ist. Die mechanische Dämpfung im Seismographen und im Galvanometer wird zur Vereinfachung der Berechnungen vernachlässigt.

Das gesamte elektromechanische System ist in Abb. 91 wiedergegeben. Dabei sind R der Spulenwiderstand im Seismographen, r der Spulenwiderstand im Galvanometer, S der Parallelwiderstand zur Erhöhung der Dämpfung.¹⁾

Das mechanische System, das dem gegebenen komplizierten elektromechanischen System äquivalent ist, wird nach § 44 aufgestellt.



Abb. 91. Schematische Darstellung des elektromechanischen Systems „elektromagnetischer Seismograph – Galvanometer“

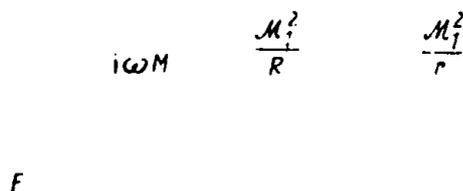


Abb. 92. Äquivalentes mechanisches System des Systems in Abb. 91

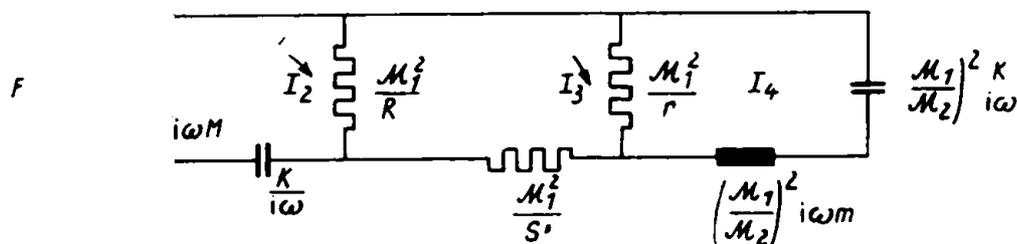


Abb. 93. Elektrisches Analogon (nach Analogie II) des äquivalenten mechanischen Systems in Abb. 92

Dieses System (Abb. 92) bestimmt sowohl die Geschwindigkeit der relativen Bewegung der Masse im Seismographen als auch die Geschwindigkeit der Spule im Galvanometer.

¹⁾ Die Berechnung des Systems „elektromagnetischer Seismograph – Galvanometer“ als gekoppeltes elektromechanisches System wurde zuerst von F. WENNER [80] durchgeführt. Eine genauere Analyse eines ähnlichen Systems wurde von J. COULOMB und G. GRENET [58] angegeben. Hier wird von der Berechnungsmethode, die von den angeführten Autoren angewandt wurde, Abstand genommen, da wir annehmen, daß die von uns ausgearbeitete Theorie der mehrfachen elektromechanischen Umwandlung bequemer und einfacher ist.

Das elektrische Analogon zum äquivalenten mechanischen System wird nach Abb. 93 aufgestellt, und für die Gleichungen der Maschenströme ergibt sich

$$\left. \begin{aligned} I_1 i\omega M - I_2 i\omega M &= F, \\ I_1 i\omega M - I_2 \left(i\omega M + \frac{K}{i\omega} + \frac{\mathcal{M}_1^2}{R} \right) + I_3 \frac{\mathcal{M}_1^2}{R} &= 0, \\ -I_2 \frac{\mathcal{M}_1^2}{R} + I_3 \frac{\mathcal{M}_1^2}{S} + I_4 \frac{\mathcal{M}_1^2}{r} &= 0, \\ I_3 \frac{\mathcal{M}_1^2}{r} - I_4 \mathcal{M}_1^2 \left(\frac{i\omega m}{\mathcal{M}_2^2} + \frac{1}{r} + \frac{k}{\mathcal{M}_2^2 i\omega} \right) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (49.1)$$

mit

$$\frac{1}{Z} = \frac{1}{R} + \frac{1}{S} + \frac{1}{r}.$$

Zur Bestimmung des Verhältnisses $\frac{I_4}{I_1}$ (der Größe, die proportional dem Verhältnis der Geschwindigkeiten von Auslenkung der Spule im Galvanometer und Verschiebung des Bodens ist) ist die erste Gleichung des Systems überflüssig. Aus den letzten drei Gleichungen erhält man

$$\frac{I_4}{I_1} = \frac{A}{D}, \quad (49.2)$$

wobei die Determinanten D und A in entwickelter Form lauten

$$D = \frac{M m}{Z \mathcal{M}_2^2} \left[(i\omega)^2 + A_1 i\omega + A_2 + A_3 \frac{1}{i\omega} + A_4 \frac{1}{(i\omega)^2} \right], \quad (49.3)$$

$$A = i\omega \frac{M}{Rr}; \quad (49.4)$$

hierbei ist¹⁾

$$\left. \begin{aligned} A_1 &= \frac{\mathcal{M}_2^2}{m Q^2} (S + R) + \frac{\mathcal{M}_1^2}{M Q^2} (S + r), \\ A_2 &= \frac{k}{m} + \frac{K}{M} + \frac{\mathcal{M}_1^2 \mathcal{M}_2^2}{Q^2 M m}, \\ A_3 &= \frac{1}{M m Q^2} (K \mathcal{M}_2^2 (S + R) + k \mathcal{M}_1^2 (S + r)), \\ A_4 &= \frac{K k}{M m}, \\ Q^2 &= R S + R r + S r. \end{aligned} \right\} \quad (49.5)$$

Berücksichtigt man die notwendige Einführung des Korrekturfaktors $\frac{\mathcal{M}_1}{\mathcal{M}_2}$ [siehe Gleichung (47.1) und (47.2)], so ergibt sich

$$\frac{\dot{x}_4}{\dot{x}_1} = \frac{\mathcal{M}_1}{\mathcal{M}_2} \cdot \frac{A}{D} = \frac{x_4}{x_1}. \quad (49.6)$$

Aus dieser Gleichung kann man sowohl die Frequenz- und Phasencharakteristik als auch die Differentialgleichung der Bewegung ermitteln.

¹⁾ F. WENNER ist im Glied n , welches unserem A_2 entspricht, ein Fehler unterlaufen, der ebenfalls von RYBNER [77] und COULOMB [58] bemerkt wurde.

Die Frequenzcharakteristik (in komplexer Form) wird bestimmt durch

$$v = \frac{x_4}{x_1} = \frac{M_1 A}{M_2 D} = \frac{\frac{M_1 M_2 S}{Q^2 m} i \omega^3}{\omega^4 - A_2 \omega^2 + A_4 + i \omega (-A_1 \omega^2 + A_3)} \quad (49.7)$$

Das Verhalten der Frequenzcharakteristik wird in zwei Fällen betrachtet, und zwar im Bereich tiefer und hoher Eigenfrequenzen des Seismographen und des Galvanometers.

Ist die Frequenz der aufgenommenen Schwingungen ω so klein, daß das Glied

$$A_4 = \frac{K}{M} \cdot \frac{k}{m} = n_{01}^2 n_{02}^2 \quad (49.8)$$

(n_{01} und n_{02} sind die Eigenfrequenzen des Seismographen und Galvanometers) im Verhältnis zu den anderen Gliedern im Nenner groß ist, dann ist die Vergrößerung des Systems proportional ω^3 . Das gleiche tritt in entkoppelten Systemen auf. Stellt man die gesamte Frequenzcharakteristik des nichtumkehrbaren Systems „Seismograph—Wandler—Galvanometer“ als Produkt der Frequenzcharakteristiken der einzelnen Systeme dar (dies ist ohne Rückwirkung des einen auf das andere System richtig), so ergibt sich, daß unter den betrachteten Bedingungen die Frequenzcharakteristik des Seismographen proportional ω^2 , die Frequenzcharakteristik des Wandlers proportional ω und die Empfindlichkeit des Galvanometers frequenzunabhängig ist. Die gesamte Frequenzcharakteristik ist demzufolge im vorgegebenen Frequenzbereich proportional ω^3 , und zwar für die umkehrbare wie auch für die nichtumkehrbare Kette „Seismograph—Wandler—Galvanometer“. Der Grad der Filterung gekoppelter und entkoppelter Systeme des gegebenen Typs ist im Bereich tiefer Frequenzen gleich.

Bei hohen Frequenzen sind im Nenner der Gleichung (49.7) alle Glieder außer ω^4 zu vernachlässigen. Damit wird v umgekehrt proportional zur Frequenz. Es wäre einfach zu zeigen, daß diese Abhängigkeit für die nichtumkehrbare Kette gültig ist, wenn die Eigenfrequenz von Seismograph und Galvanometer im Verhältnis zur Frequenz der Bodenschwingung klein ist.

In Abb. 94 sind die von COULOMB und GRENET berechnete Frequenz- und Phasencharakteristiken des Systems „elektromagnetischer Seismograph—Galvanometer“ für den Fall dargestellt, daß die Periodendauer des Galvanometers wesentlich größer als die Periodendauer des Seismographen ist. Es ist interessant, daß man einen mechanischen Seismographen wählen könnte, der mit dem elektromagnetischen Seismographen identische Charakteristiken besitzen würde (wenn man das Gebiet hoher Frequenzen ausschließt) (Abb. 95).

Wählt man die Eigenfrequenz und die Dämpfungsfaktoren des Seismographen und des Galvanometers in bekannter Weise, dann ist eine in einem großen Bereich konstante Empfindlichkeit des Seismographen zu erreichen. Die Frequenz- und Phasencharakteristiken des Seismographen mit quasikonstanter Empfindlichkeit sind in Abb. 96 und Abb. 97 wiedergegeben.

Das gleiche Ergebnis (konstante Empfindlichkeit in einem breiten Frequenzbereich) ist auch in einem System zu erreichen, in dem keine Rückwirkungen vorhanden sind. Wie aus § 13 bekannt ist, zeichnet der stark gedämpfte mechanische Seismograph bei Frequenzen, die angenähert seiner Eigenfrequenz entsprechen, die Geschwindigkeit der Bodenbewegungen auf. Der elektromagnetische Seismograph, der durch dieselben mechanischen Parameter charakterisiert wird, zeichnet die Beschleunigung

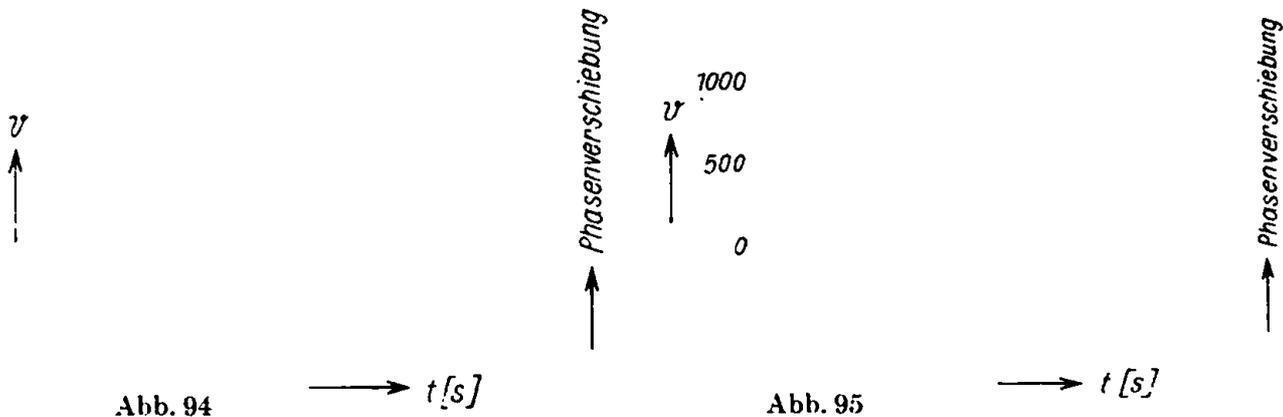


Abb. 94

Abb. 95

Abb. 96

Abb. 94. Vergrößerung und Phasenverschiebung des elektromagnetischen Seismographen als Funktion der Periodendauer der Bodenbewegung.

Die Kurve *a* stellt den Anfang derselben Amplitudenkurve im 10fach vergrößerten Zeitmaßstab dar. Seismograph: Periodendauer 5 s, Dämpfung $h/n_0 = 13$ (die kritische Dämpfung entspricht $h/n_0 = 1$); Galvanometer: Periodendauer 30 s, Dämpfung $h/n_0 = 1,6$ (nach COULOMB und GRENET)

Abb. 95. Vergrößerung und Phasenverschiebung des mechanischen Seismographen mit einer Periodendauer von 25 s und optimaler Dämpfung $h/n_0 = 1/\sqrt{2}$ (nach COULOMB und GRENET)

Abb. 96. Vergrößerung als Funktion der Periodendauer T der Bodenbewegung für einen Seismographen mit quasikonstanter Empfindlichkeit. Seismograph: Periodendauer 5 s, Dämpfung 7,3, Galvanometer: Periodendauer 120 s, Dämpfung 0,51. Die Empfindlichkeit ist in den Grenzen von 2... 60 s bis auf 1% konstant (nach COULOMB und GRENET)

Abb. 97. Phasenverschiebung als Funktion der Periodendauer der Bodenbewegung für einen Seismographen mit quasikonstanter Empfindlichkeit (Abb. 96) (nach COULOMB und GRENET)

auf. Mit anderen Worten, seine Frequenzcharakteristik ist proportional ω^2 . Es ist bekannt, daß die Empfindlichkeit des Galvanometers mit einer Periodendauer, die wesentlich größer als die Periodendauer der erzwungenen Schwingungen ist, umgekehrt proportional ω^2 ist. Daraus folgt, daß die gesamte Frequenzcharakteristik innerhalb eines Frequenzbereiches, dessen Komponenten in der Nähe der Eigenfre-

Abb. 98. Aufzeichnung des Einheitssprunges durch den elektromagnetischen Seismographen mit der in Abb. 94 dargestellten Charakteristik.

Die Kurve *a* stellt den Anfang derselben Kurve in 10fach vergrößertem Zeitmaßstab dar (nach COULOMB und GRENET)

Abb. 99. Aufzeichnung des Einheitssprunges durch einen Seismographen mit quasikonstanter Empfindlichkeit (nach COULOMB und GRENET)

quenz des Seismographen liegen und im Verhältnis zur Eigenfrequenz des Galvanometers groß sind, frequenzunabhängig ist. In diesem Frequenzbereich gibt das System die Verschiebungen des Bodens wieder. Für die Untersuchung nichtstationärer Vorgänge ist die Analyse der Differentialgleichung der Bewegung unbedingt notwendig. Letztere hat die Form

$$x_4 + A_1 \ddot{x}_4 + A_2 \dot{x}_4 + A_3 x_4 + A_4 x_4 = B \ddot{x}_1 \quad (49.9)$$

mit

$$B = \frac{\mathcal{M}_1 \mathcal{M}_2 S}{Q^2 m}$$

Die Eigenschwingungen des Systems werden auf Grund der Lösungen für die charakteristische Gleichung (49.9) ermittelt:

$$\alpha^4 + \alpha^3 A_1 + \alpha^2 A_2 + \alpha A_3 + A_4 = 0. \quad (49.10)$$

Existieren keine mehrfachen Wurzeln, dann werden die Eigenschwingungen durch die Gleichung (49.11) beschrieben (s. § 27),

$$x_4 = B_1 e^{\alpha_1 t} + B_2 e^{\alpha_2 t} + B_3 e^{\alpha_3 t} + B_4 e^{\alpha_4 t}, \quad (49.11)$$

wobei $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ und α_4 die Wurzeln der Gleichung (49.10) sind.

Das Auftreten konjugiert komplexer Wurzeln weist auf die Existenz periodischer Lösungen hin. Sind alle Wurzeln reell, dann ist das System aperiodisch.

Wenn von den reellen Wurzeln der charakteristischen Gleichung einige oder alle mehrfache Wurzeln sind, ist dies ein Zeichen dafür, daß das System (Seismograph oder Galvanometer oder beide zusammen) kritisch gedämpft ist. In dem einfachen Fall, daß alle Wurzeln gleich sind, ergibt sich

$$x_4 = e^{-ht} (B_1' t^3 + B_2' t^2 + B_3' t + B_4') \quad (49.12)$$

mit der mehrfachen Wurzel h .

Die Bedingung für den aperiodischen Grenzfall erhält man aus folgenden Überlegungen: Wenn h eine mehrfache Wurzel darstellt, kann die charakteristische Gleichung (49.10) geschrieben werden

$$(\alpha + h)^4 = 0$$

oder

$$\alpha^4 + \alpha^3 4h + \alpha^2 6h^2 + \alpha 4h^3 + h^4 = 0. \quad (49.13)$$

Vergleicht man die Koeffizienten in den Gleichungen (49.10) und (49.13), so ergibt sich die gesuchte Bedingung

$$A_1 = 4h, \quad A_2 = 6h^2, \quad A_3 = 4h^3, \quad A_4 = h^4.$$

Die Gleichungen vom Typ (49.11) und (49.12) beschreiben die Form der Eigenschwingungen des Systems. In Abb. 98 und in Abb. 99 sind die von J. COULOMB und

G. GRENET berechneten Kurven der Aufzeichnung eines rechtwinkligen Stoßes dargestellt. Zum Vergleich ist in Abb. 100 die Aufzeichnung eines Stoßes der gleichen Form durch einen mechanischen Seismographen angegeben.¹⁾

¹⁾ Eine genauere Analyse des hier betrachteten gekoppelten Systems wurde später von D. P. KIRKOS in [30], [37] durchgeführt. (Anm. d. Red. d. russ. Ausg.)

VI. Mechanische Filter und Filterseismographen

§ 50. Mechanische Filter als Analoge elektrischer Filter

Wenn die Empfindlichkeit von Seismograph und Galvanometer genügend groß ist, kann sich eine Verstärkung der Schwingungen als nicht notwendig erweisen. Bei der Registrierung von reflektierten Wellen muß jedoch unbedingt eine Filterung der Schwingungen erfolgen. In diesem Fall sind elektrische Hochpässe anzuwenden.

Die Grundtypen von Hochpässen sind auf der linken Seite der rechten Hälfte in Abb. 101 dargestellt. Mit der Theorie der Verzerrungen in den Filtern beschäftigen wir uns nicht, da sich prinzipiell das gleiche wie im Kap. IV ergibt.

Dem Leser werden zum Studium der elektrischen Filter die Arbeiten [49], [59], [61] empfohlen.¹⁾ Hier soll nur die Frage eines möglichen Austausches der elektrischen Filter durch mechanische Filter [12], [13], [14], [16] behandelt werden.

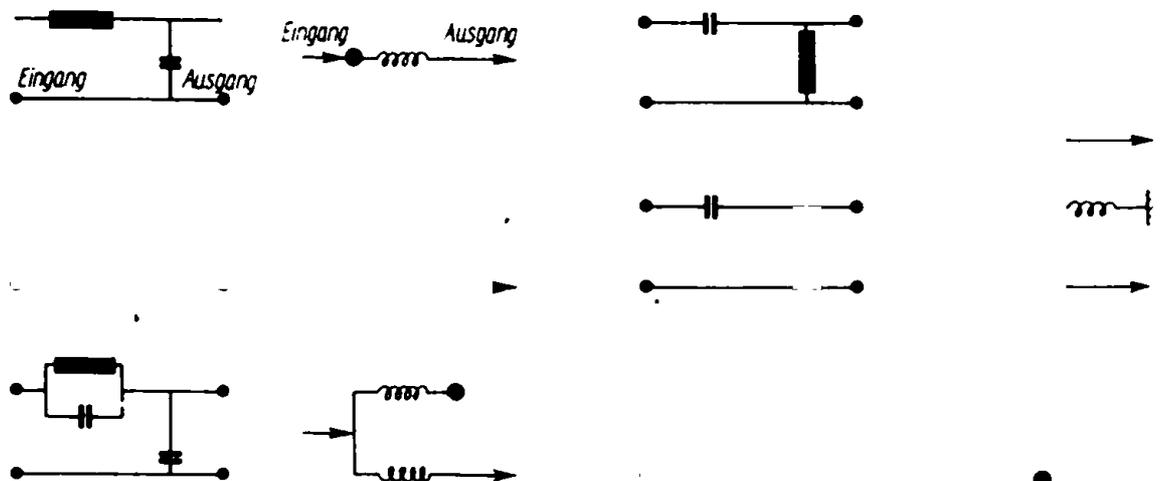


Abb. 101

Prinzipiell führt diese Frage zur Ermittlung des mechanischen Systems, das die gleiche Frequenzcharakteristik wie das elektrische Filter besitzt.

Daraus folgt, daß es zur Aufstellung des Schemas des mechanischen Filters ausreicht, das mechanische Analogon des entsprechenden elektrischen Filters aufzustellen.

¹⁾ Diese Fragen sind ausführlich in [8] behandelt. (Anm. d. Red. d. russ. Ausg.)

Im folgenden werden fast ausschließlich Hochpässe behandelt. Deshalb beschränken wir uns auf die Angabe der prinzipiellen Schemata von mechanischen Tiefpässen zur Zusammenstellung der Grundtypen von Gliedern elektrischer und mechanischer Hoch- und Tiefpässe (Abb. 101).

§ 51. „Antiseismisches“ zweipoliges Trägheitselement

Allgemein ausgedrückt muß das mechanische Filter ein mechanisches System sein, das aus Blind- (und Wirk-) Widerständen besteht. Mit einem Pol dieses Systems wird der Hebel des Seismographen und mit dem anderen die Registriereinrichtung verbunden. Die Registriereinrichtung sei ein elektromechanischer Wandler bei elektrischer Aufzeichnung der Schwingung oder ein mechanischer Hebel bei mechanischer oder optischer Registrierung. Theoretisch ist eine Vereinigung von Filter und Galvanometer zur mechanischen Filterung der Schwingungen des Galvanometers möglich. In diesem und jenem Fall ist eine Isolierung der Trägheitselemente im Filter von den Erschütterungen des Bodens erforderlich. Wird diese Isolierung nicht durchgeführt, dann verhalten sich die Trägheitselemente wie die stationären Massen im Seismographen. Dies führt zu Verzerrungen bei der Registrierung.

Wenn das Filter nur die Funktion des Filterns ausführen und nicht selbst auf Erschütterungen des Gestells reagieren soll, ist es unbedingt notwendig, von der Masse des gewöhnlichen Typs abzugehen und zum „antiseismischen“ Trägheitselement überzugehen.

Das „antiseismische“ Trägheitselement, d. h. ein Trägheitselement, welches nicht auf die Erschütterungen des Gestells reagiert, kann durch Anwendung der Trägheit der Rotation verwirklicht werden.

Verteilt man das Gewicht in bezug auf die Drehachse gleichmäßig, dann erreicht man, daß sich bei Bewegung des Bodens ein beliebiger Punkt des Gewichts relativ zum Stativ nicht verschiebt, sofern die Bodenbewegung keine drehende Komponente besitzt.



Abb. 102

Die Masse muß außerdem die Forderung erfüllen, zweipolig zu sein. Ist dies nicht der Fall, dann kann man keine mechanischen Analoga zu jenen Hochpässen konstruieren, in denen induktive Widerstände parallel geschaltet sind. Es existieren verschiedene Typen von Elementen, die die Forderungen, „antiseismisch“ und „zweipolig“ zu sein, erfüllen.

Ein derartiges Element ist in Abb. 102 dargestellt. Die Drehachse der Masse M verläuft senkrecht zur Zeichenebene durch den Punkt a . Die Masse M ist in bezug auf die Drehachse ausgeglichen. Ihr Trägheitsmoment wird mit I bezeichnet. In den Punkten b, c, d sind die Hebel ab, bc und cd durch Scharniere verbunden. Die Punkte a und d sind mit dem Gestell des Gerätes starr verbunden.

Die Buchstaben H und K bezeichnen den „Anfang“ („Eingang“) und das „Ende“ („Ausgang“) des Trägheitselementes. Die Ansatzpunkte der Pole H und K können vertauscht werden.

Es wird ein System angenommen, das aus den gegebenen Trägheitselementen besteht, die untereinander durch beliebige trägheitslose Elemente verbunden sind.

Werden die Punkte, die den Punkten a und b des Trägheitselementes (Abb. 102) analog sind, gleichzeitig parallel verschoben, dann ändern sich die Kräfte (die Wechselwirkungen) zwischen den einzelnen Elementen des Systems nicht.

Daraus folgt, daß bei der Translation des Gestells (mit dem alle Punkte vom Typ a und d verbunden sind) sich die relative Anordnung der Elemente nicht ändert, d. h., das gegebene System reagiert nicht auf die Erschütterung des Gestells.

Anders verhält sich das System bei Drehbewegungen des Bodens (und des Gestells), die man jedoch im Verhältnis zur Translation gewöhnlich vernachlässigen kann.

Die Anwendung von antiseismischen Massen ist nicht der einzige Schutz gegen Erschütterungen. Die gleichen Ergebnisse sind in einigen Fällen durch das Aufstellen des Filters auf eine gedämpfte Fläche oder durch Vergrößerung der mechanischen Schwingungen vor der Eingabe in den Eingang des mechanischen Filters zu erreichen. Dadurch werden die durch parasitäre Anregung hervorgerufenen Schwingungen im Verhältnis zu den zu filternden Schwingungen genügend klein gehalten.

§ 52. Mechanischer Hochpaß

Die mechanischen Hochpässe werden in der Erkundungsseismik nur selten als selbständige Einheiten verwendet. Aus diesem Grunde beschränken wir uns hier auf ein einfaches Beispiel, ohne dessen Besprechung die Grundidee des Filterseismographen unverständlich wäre.

In Abhängigkeit vom Typ des elektromechanischen Wandlers sind die Methoden für den Aufbau des Filters etwas zu variieren. Es wird hier nur der Wandler mit einem elastischen Widerstand betrachtet. Zu den Wandlern dieses Typs gehört z. B. das Kohlemikrophon. Die Elastizität der Membran des Mikrophons muß bei der Berechnung des Filters berücksichtigt werden.

Wir bemerken einleitend, daß — wie bekannt — die zweipoligen Massen durch einpolige ersetzt werden können, wenn einer der Pole der zweipoligen Masse unbeweglich festgelegt ist. Bei der Aufstellung des mechanischen Analogons für das vorliegende elektrische System ist nach der Form des letzteren leicht zu beurteilen, welche mechanischen Elemente starr festgelegte Pole besitzen. *Wenn der zu betrachtende Widerstand nicht zwei oder mehreren Maschen gemeinsam ist, dann hat das mechanische Analogon dieses Elementes einen unbeweglich festgelegten Pol.* Da die einpolige Masse einfacher als die zweipolige ist, muß bei der Konstruktion des zur elektrischen Ersatzschaltung analogen mechanischen Schemas das elektrische Schaltbild so umgeformt werden, daß die Induktivitäten möglichst in der äußeren Masche liegen.

Es soll ein zweigliedriger mechanischer Hochpaß aufgebaut werden, dessen elektrisches Analogon aus in Reihe geschalteten Kapazitäten und parallel geschalteten

Induktivitäten besteht. Das vollständige Ersatzschaltbild des elektrischen Analogons ist unter Berücksichtigung des Belastungswiderstandes (dessen analoge Größe die Kapazität ist) in Abb. 103 dargestellt. Es werden folgende Bezeichnungen eingeführt: $i\omega M_1$, $i\omega M_2$ und $K_1/i\omega$, $K_2/i\omega$ als analoge Größen von Trägheits- und Elastizitätswiderstand in ersten und zweiten Glied, $K_M/i\omega$ als analoge Größe der Elastizität des elektromechanischen Wandlers (der Membran des Mikrophons). Die Elemente sind im Schema in der Weise angeordnet, daß die Induktivität $i\omega M_2$ im äußeren Kreis liegt.

Obwohl es in Abb. 103 nicht bezeichnet ist, wird angenommen, daß sowohl das elektrische Filter als auch sein mechanisches Analogon ausreichend gedämpft sind. Als analoges Element der Induktivität in der ersten Masche ist das zweipolige „anti-

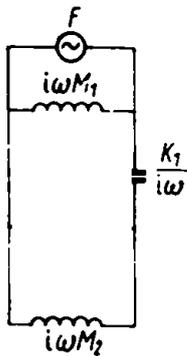


Abb. 103

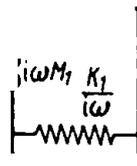
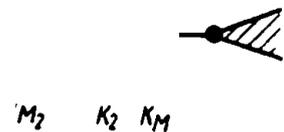


Abb. 105



seismische“ Element und als analoges Element der äußeren Induktivität das einpolige „antiseismische“ Element einzusetzen. Letzteres stellt die Masse dar, die bezüglich der Drehachse ausgeglichen ist. Jeder beliebige Punkt dieser Masse (außer dem Schwerpunkt) kann als Pol verwendet werden.

Wendet man die bekannten Regeln der Analogien an, so kann man mit Hilfe des Zwischenschemas der Abb. 104 zum Schema Abb. 105 übergehen.

Die Filterwirkung des letzten Schemas ist offensichtlich. Schnelle Schwingungen des in der Abb. 105 mit „Eingang“ bezeichneten Punktes, bei denen die Massen M_1 und M_2 als unbeweglich betrachtet werden können, zwingen die Membran des Mikrophons, mit der gleichen Amplitude zu schwingen wie der „Eingang“. Den langsamen Schwingungen wird von den Federn K_1 , K_2 und K_M ein größerer Widerstand als von den Massen M_1 und M_2 entgegengesetzt, wodurch der Wechseldruck auf die Membran des Mikrophons geschwächt wird. Um die Schwingungen des Seismographen zu filtern, genügt es, den Hebel des Seismographen mit dem „Eingang“ des Filters zu verbinden. Die im Schema des Filters vorhandene Feder K_2 ist nicht unbedingt notwendig. Ihre Entfernung kann man durch eine Verringerung des Trägheitsmomentes der Masse M_2 kompensieren. Im weiteren ist jedoch zu sehen, daß diese Feder noch eine andere Aufgabe erfüllt, indem sie einen konstanten Anfangsdruck auf die Membran des Mikrophons ausübt.

§ 53. Filterseismograph

Vereinigt man den Seismographen mit dem Filter zu einer Einheit, so kann man die Masse des Seismographen zwingen, gleichzeitig zwei Funktionen auszuführen: die der trägen Masse im Seismographen und die des Trägheitselementes im ersten Glied

Abb. 106

des Filters. Das Gerät, welches sich aus der Vereinigung von Seismograph und Filter ergibt, wird als Filterseismograph bezeichnet.

Wenn ein Filterglied zur Erreichung des erforderlichen Filtergrades genügen würde, könnte man das System des Filterseismographen sehr vereinfachen.

In Abb. 106 ist die schematische Darstellung eines eingliedrigen Filterseismographen vom Mikrophontyp dargestellt.

Die Masse M ist so befestigt, daß sie sowohl eine Translation als auch eine Rotation um die durch den Schwerpunkt der Masse gehende Achse ausführen kann.

Mit der Masse ist ein horizontaler Hebel verbunden, der senkrecht zur Drehachse durch den Schwerpunkt der Masse geht. Das Ende des Hebels berührt die Membran.

Zum Beweis der Behauptung, daß das in Abbildung 106 dargestellte System tatsächlich die Vereinigung von Seismograph und eingliedrigem Hochpaß darstellt, muß auf den im § 29 angeführten Begriff der „dreipoligen“ Masse zurückgegriffen werden.

Die in diesem Paragraphen betrachtete Masse ist offensichtlich eine „dreipolige“ Masse. Bei der Analyse des Schemas muß die dreipolige Masse in zwei „zweipolige“ zerlegt werden. Es wird dabei daran erinnert, daß die zweipoligen Massen einen gemeinsamen Pol in dem Punkt besitzen, der dem Schwerpunkt der Masse M ent-

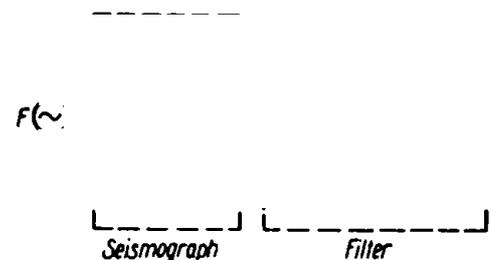


Abb. 108

Mikrophon

Abb. 109

spricht. Die zweipolige Masse, die das äquivalente Trägheitselement der Translation ist, hat einen zweiten unbeweglichen Pol. Der zweite Pol der Masse, die äquivalent dem Trägheitselement der Rotation ist, muß mit der Membran des Mikrophons verbunden werden. Das Ergebnis ist das Schema in Abb. 107, dessen elektrisches Analogon in Abb. 108 dargestellt ist. Es beweist die Richtigkeit unserer Behauptung.

Der Übergang von einem eingliedrigen Filter des Seismographen zu einem zweigliedrigen ist auf Grund des Schemas der Abb. 105 nicht schwierig. Führt man als Trägheitselement des zweiten Gliedes ein einpoliges Trägheits-Element ein und verwendet die vorige graphische Methode für die Aufstellung der analogen Schemata, so erhält man das System in Abb. 109. Die Masse M_2 , mit der das Gehäuse des Mikrophons starr verbunden ist, muß bezüglich der Drehachse ausgeglichen sein.

Die mechanische Filterung kann sich auch in der Seismologie als nützlich erweisen, da infolge der tiefen Frequenzen der zu registrierenden Schwingungen die Anwendung elektrischer Filter sehr erschwert ist.

VII. Seismische Apparatur ¹⁾

§ 54. Mechanische Seismographen

Zu den mechanischen Seismographen gehören die Seismographen mit mechanischer und optischer Registrierung [65], [78]. Seismographen vom ersten Typ haben in der Erkundungsseismik keine Bedeutung, da ihre Empfindlichkeit zu klein ist. Man verwendet sie nur auf dem Gebiet der technischen Schwingungsmessung und bei der Registrierung von Erdbeben in der Seismologie. Sie werden deshalb nicht beschrieben, und wir wenden uns dem zweiten Typ zu.

In den ersten Entwicklungsjahren der Erkundungsseismik wurden die mechanischen Seismographen mit optischer Registrierung nach MINTROP und SCHWEYDAR [74] in großem Umfang angewandt. Heute haben diese Geräte nur noch historische Bedeutung. Hier erfolgt nur eine kurze Beschreibung des Seismographen nach SCHWEYDAR der bei Erkundungsarbeiten in der UdSSR wiederholt angewandt wurde.

Der Seismograph nach SCHWEYDAR mißt zwei Komponenten der Bodenbewegung: die vertikale und horizontale Komponente. Das zylindrische Pendel zur Messung der vertikalen Komponente wird an flachen Federn so aufgehängt, daß sich seine Drehachse in einer Höhe mit der Zentralachse des Zylinders befindet und zu diesem parallel ist. Im Pendel, das zur Messung der horizontalen Komponente dient, befinden sich die Drehachse und die Achse des Zylinders in einer vertikalen Ebene. An beiden Massen sind leichte konische Hebel befestigt, die mit einer fünf- bis zehnfachen Vergrößerung die relativen Verschiebungen der Pendel auf kleine Spiegel übertragen, die zur optischen Registrierung verwendet werden. Die Dämpfung erfolgt durch einen Öldämpfer, der aus einer Ölwanne (die am Gehäuse des Gerätes befestigt ist) besteht und in die Platten eintauchen, die durch den Hebel mit der trägen Masse des Seismographen verbunden sind. Bei einem der Modelle des Seismographen nach SCHWEYDAR kann der Dämpfungsgrad durch Änderung des Ölstandes in der Wanne verändert werden (Abb. 110). Am Ende des Vergrößerungshebels I ist ein Faden D befestigt, der in Form einer Schlinge um die dünne Welle A gelegt ist, die die Drehachse des Spiegels S darstellt. Das andere Ende des Fadens wird über die Feder F elastisch

¹⁾ Die in diesem Kapitel dargelegten Prinzipien des Aufbaues, der Berechnungsmethoden und Untersuchung der seismischen Apparatur werden bis heute in der Praxis angewandt. Die Konstruktionen einiger in der ersten Auflage dieses Buches betrachteten Geräte sind etwas veraltet. In der vorliegenden Auflage ist die Beschreibung dieser Geräte unterlassen worden.

Eine Beschreibung der z. Z. in der Erkundungsseismik angewandten Geräte ist z. B. in den Arbeiten [9], [26], [29], [38], [39] enthalten. (Anm. d. Red. d. russ. Ausg.)

mit dem Gehäuse des Gerätes verbunden. Wie aus Abb. 110 ersichtlich ist, dreht sich bei einer Längsverschiebung des Fadens um y der Spiegel um den Winkel φ :

$$\varphi = \frac{y}{r}.$$

Dabei ist r der Radius der Drehachse des Spiegels.

Die statische Vergrößerung des Seismographen beträgt

$$v_{\infty} = \frac{L}{l} \cdot \frac{2R}{r}, \quad (54.1)$$

wobei l die reduzierte Pendellänge des Seismographen, L die Länge des Vergrößerungshebels, R der Abstand zwischen dem Spiegel und dem Registrierpapier ist, auf dem die Schwingungen aufgezeichnet werden.

In Seismographen dieser Konstruktion wird der vom Spiegel des Seismographen kommende Lichtstrahl an einem festen Hilfsspiegel nochmals reflektiert. Dadurch wird die doppelte Empfindlichkeit erreicht.

Die Seismographen nach SCHWEYDAR haben auf Grund der Gleichung (54.1) unter Berücksichtigung des Hilfsspiegels eine berechnete Empfindlichkeit in der Größenordnung von $25 \dots 50 \cdot 10^3$. Der Seismograph weist jedoch die berechnete Empfindlichkeit nicht auf, da diese durch die im Vergrößerungssystem vorhandenen parasitären Widerstände und Nachgiebigkeiten herabgesetzt wird. Hauptsächlich Einfluß haben folgende Faktoren: ungenügende Steife des kegelförmigen Hebels und des Fadens, der um die mit dem Spiegel verbundene Achse gewickelt ist, der Trägheitswiderstand der Achse und die Reibung an ihren Zapfen. Die Periodendauer der Eigenschwingungen der Pendel im Seismographen beträgt etwa 0,07 s. Die vertikale und horizontale Komponente der Bodenbewegung werden auf einem Registrierstreifen aufgezeichnet.

Eine genauere Beschreibung der Seismographen dieses Typs erübrigt sich, da sie heute vollständig durch elektrische Seismographen verdrängt worden sind. Es ist jedoch voreilig anzunehmen, daß die mechanischen Seismographen ihren Zweck erfüllt hätten. Bei jenen Aufgaben der Erkundungsseismik, die eine genaue Registrierung der Form der Bodenbewegung (Verschiebungen) erfordern, sind die mechanischen Seismographen mit optischer Registrierung unersetzlich. Zu diesen Präzisionsseismographen gehört der Seismograph von F. MÜLLER [75], dem folgende Idee zugrunde liegt: An einem starr mit der trägen Masse des Seismographen verbundenen Hebel ist ein Wollastondraht, dessen Stärke kleiner als $1 \mu\text{m}$ ist, befestigt. Die Registrierung der Bewegung des Hebels (und des Fadens) relativ zum Gehäuse des Gerätes erfolgt nach dem gleichen Prinzip wie beim Saitengalvanometer. Der Schatten des Fadens wird durch das Objektiv des Mikroskops einige tausendmal vergrößert. Die gesamte Empfindlichkeit, die durch die optische und mechanische Vergrößerung erreicht wird, beträgt 8000. Der hier genannte Empfindlichkeitswert ist für die Zwecke der



Abb. 110. Mechanischer Seismograph nach SCHWEYDAR

Erkundungsseismik zu klein. Der Seismograph von MÜLLER ist trotzdem interessant, da es mit ihm praktisch möglich ist, eine unverzerrte Aufzeichnung der Bodenbewegung zu erhalten.

In bezug auf die Genauigkeit ebenso vollkommen, aber unempfindlicher ist der horizontale Torsionsseismograph von J. ANDERSON und H. WOOD [54], [55]. Ein charakteristisches Kennzeichen dieses Seismographen ist die sehr kleine reduzierte Pendellänge (in der Größe von 1 bis 2 mm). Die Masse des Pendels bildet ein Kupferzylinder, dessen Gewicht kleiner als 1 g ist (Abb. 111). Entlang der Mantellinie des Zylinders ist ein dünner Wolframdraht (Durchmesser $\approx 0,02$ mm befestigt, der vertikal gespannt ist und die Drehachse des Pendels im Seismographen bildet. Die Dämpfung wird durch einen Permanentmagneten erzielt, dessen Lage in bezug auf die zylindrische Masse geändert werden kann. Der Spiegel für die photographische Registrierung der Schwingungen ist unmittelbar an der zylindrischen Masse befestigt. Die statische Vergrößerung des Seismographen erhält man aus

$$\nu_{\infty} = \frac{2R}{l} = \frac{4}{3} \cdot \frac{R}{r},$$

Abb. 111

wobei R die Länge des optischen Hebels, l die reduzierte Pendellänge und r den Radius des Zylinders bezeichnen.

Bei einem Durchmesser des Zylinders von 2 mm und einer Länge des optischen Hebelarmes von 1 m ist die Vergrößerung des Seismographen annähernd 1300. Die Periodendauer der Eigenschwingungen des Pendels im Seismographen von ANDERSON und WOOD kann 5 bis 10 s betragen. Damit ist die Möglichkeit gegeben, diesen Seismographen bei der Registrierung

Abb. 112

von Erdbebenwellen zu verwenden. In der angewandten Seismik ist die Bedeutung dieses Seismographen wegen seiner geringen Empfindlichkeit nicht groß. Wir haben diesen Seismographen hier nur beschrieben, um die verschiedenen Methoden zur Gewinnung einer unverzerrten Aufzeichnung zu charakterisieren.

Im Seismographen von ANDERSON und WOOD wird die Verkürzung der reduzierten Länge durch eine Verringerung der Dimensionen der trägen Masse erreicht. Die gleiche Aufgabe ist, wie G. SCHNIRMAN [53] zeigte, auch in anderer Weise zu lösen. In Abb. 112 ist das Schema des von ihm vorgeschlagenen „parallelen“ Pendels angegeben. Die träge Masse M ist an zwei Hebeln aufgehängt, die mit dem Gehäuse des Gerätes und mit der Masse durch vier Scharniere verbunden sind. In diesem Pendel kann die reduzierte Länge theoretisch beliebig klein sein (1 bis 2 mm nach Vorschlag des Autors), ohne die Dimensionen der Masse zu verkleinern. Der Vorteil dieses Systems

besteht darin, daß es im Gegensatz zu den Torsionsseismographen von ANDERSON und WOOD die Anwendung einer Hebelübersetzung zuläßt. Vereinigt man das Prinzip des „parallelen“ Pendels mit dem Prinzip der Registrierung nach MÜLLER, so könnte man die erforderliche Empfindlichkeit und Genauigkeit erreichen.

Abschließend beschreiben wir eine vielversprechende Methode der mechanischen Vergrößerung, die auch dann anwendbar ist, wenn die träge Masse so befestigt ist,



Abb. 113

daß sie sich nur translativ bewegen kann. Das Vergrößerungssystem wird als „trägeheitsloser Saitenhebel“ bezeichnet und besteht aus drei Fäden, die entsprechend Abb. 113 angeordnet sind.

Das Ende a des unteren Fadens ist an der trägen Masse des Seismographen befestigt, das Ende c des oberen Fadens am Gehäuse des Seismographen. Der seitliche Faden wird durch die Federkraft so angespannt, daß die Eigenfrequenz aller drei Fäden weit außerhalb des Arbeitsfrequenzbereiches liegt.

Die Länge der Fäden ab und bc ist gleich S .

Wenn man annimmt, daß sich der Punkt a um die Größe x nach oben (die im Verhältnis zur Entfernung ac sehr klein ist) verschiebt, dann verschiebt sich der Punkt b um die Größe $\frac{x}{2}$ nach unten und um eine (bisher noch unbekannt) kleine Strecke y nach links.

Vor der Verschiebung ergibt sich aus dem rechtwinkligen Dreieck abd

$$l^2 + \left(\frac{L}{2}\right)^2 = S^2, \quad (54.2)$$

wobei l der Abstand bd zwischen dem gemeinsamen Punkt der drei Fäden und der Geraden ac , L der Abstand zwischen a und c ist.

Nach der Verschiebung folgt aus dem gleichen, jedoch deformierten Dreieck

$$(l + y)^2 + \left(\frac{L}{2} - \frac{x}{2}\right)^2 = S^2. \quad (54.3)$$

Vernachlässigt man die kleinen Glieder zweiter Ordnung, dann ergibt sich aus den Gleichungen (54.2) und (54.3)

$$\frac{y}{x} = \frac{L}{4l} \quad (54.4)$$

Mit Hilfe dieses Systems kann man ohne besondere Mühe eine mechanische Vergrößerung von 20 bis 30 und mehr erreichen. Der Vorteil dieses Hebels liegt darin, daß die reduzierte Pendellänge nicht von der Länge des Hebels abhängt. Bei den Hebeln normalen Typs nimmt mit der Länge der Hebel die reduzierte Pendellänge zu. Deshalb nimmt die Vergrößerung des Hebelsystems nicht proportional der Länge des Hebels zu, sondern bedeutend langsamer.

Somit besteht die Möglichkeit einer Reihenschaltung von zwei oder mehreren Hebelsystemen des oben beschriebenen Typs (Abb. 114). In diesem Fall ist die gesamte mechanische Vergrößerung gleich dem Produkt der Vergrößerungen der einzelnen Hebel. Die Bewegung des letzten mechanischen Hebels kann optisch einige tausendmal vergrößert werden. Es ist verständlich, daß damit eine außerordentliche hohe Empfindlichkeit erreicht werden kann. Ein Gerät mit mehreren Hebeln und einer großen Empfindlichkeit garantiert aber keine genaue Aufzeichnung mehr. Deshalb beschränkt man sich für eine präzise Aufzeichnung auf das System mit einem Hebel, welches eine große Genauigkeit und befriedigende Empfindlichkeit gewährleistet.

§ 55. Elektromagnetische Seismographen

Im Kapitel V wurde die Wirkungsweise der elektromagnetischen Seismographen beschrieben und ihre Theorie kurz dargelegt. Hier sollen die konstruktiven Besonderheiten betrachtet werden, die bei den am meisten verbreiteten und bewährten elektromagnetischen Seismographen vorhanden sind.

Die elektromagnetischen Seismographen werden in zwei Gruppen unterteilt: elektrodynamische und magnetische. Auf den verschiedenen Gebieten der angewandten und reinen Seismik wurden diese in großem Umfange angewandt. Die elektrodynamischen Seismographen sind die ältesten existierenden Typen elektrischer Seismographen. Die ersten wurden von GOLYZIN [20] vorgeschlagen. Anfangs wurden sie ausschließlich bei der Aufzeichnung von Erdbeben angewandt. Erst im Zusammenhang mit der Entwicklung der reflexionsseismischen Methode nahm ihre Bedeutung in der angewandten Seismik außerordentlich zu. Die magnetischen Seismographen kamen bedeutend später auf (H. BENIOFF [56]). Sie fanden dank ihrer hohen Qualität sehr schnell allgemeine Anerkennung.

Die elektromagnetischen Seismographen beider Typen besitzen eine Anzahl von Vorzügen. Diese Seismographen sind stabil, d. h., die Parameter (und demzufolge auch die Frequenzcharakteristiken) ändern sich im Laufe der Zeit nicht merklich. Ohne besondere Mühe gelingt es, die Seismographen so abzustimmen, daß alle Geräte einer Gruppe eine gleiche Frequenz- und Phasencharakteristik haben, d. h. identisch

sind. Die Filtereigenschaft der elektromagnetischen Seismographen ist größer als die der meisten anderen Systeme. Die Konstruktion der Geräte gestattet es, eine elektromagnetische Dämpfung einzubauen. Elektromagnetische Seismographen mit kleiner Periodendauer können so aufgebaut sein, daß keine Eichung¹⁾ bei der Aufstellung und keine Arretierung beim Transport erforderlich sind. Eine genaue Nivelierung des Gerätes ist nicht notwendig. Die elektromagnetischen Seismographen erfüllen vorzüglich die grundlegenden Forderungen, die an die Apparatur in der Erkundungsseismik und besonders an die Apparatur zur Registrierung reflektierter Wellen gestellt werden.

Ehe wir die elektromagnetischen Seismographen beschreiben, soll eine Bemerkung zu ihrer Frequenzcharakteristik gemacht werden.

Aus der Theorie der elektromechanischen Wandler ist bekannt, daß die durch die Wandler erzeugte elektromotorische Kraft

$$e = \mathcal{M} \dot{x}$$

ist, wobei \mathcal{M} den elektromechanischen Kopplungsfaktor und x die relative Geschwindigkeit der Pole des Wandlers bezeichnen.

Wird die Rückwirkung des elektrischen Systems auf das mechanische vernachlässigt, dann erhält die Frequenzcharakteristik des Seismographen die Form

$$\frac{e_0}{\xi_0} = \frac{x_0}{\xi_0} \frac{\dot{x}_0}{x_0} \frac{e_0}{\dot{x}_0} = \mathcal{U}_s \frac{\dot{x}_0}{x_0} \mathcal{M} = \omega \mathcal{U}_s \mathcal{M}, \quad (55.1)$$

wobei $\mathcal{U}_s = \frac{x_0}{\xi_0}$ die Frequenzcharakteristik des mechanischen Teils im Seismographen ist.

Um die Frequenzcharakteristik des elektromagnetischen Seismographen zu erhalten, ist die Frequenzcharakteristik des mechanischen Seismographen mit ω zu multiplizieren (und mit einem konstanten Faktor).

Im § 13 wurde gezeigt, daß der mechanische Seismograph in Abhängigkeit vom Verhältnis zwischen der Periodendauer der Eigen- und erzwungenen Schwingungen ein Meßgerät für Verschiebungen, Geschwindigkeiten oder Beschleunigungen ist.

Berücksichtigt man, daß die elektromotorische Kraft proportional zur Geschwindigkeit der trägen Masse (relativ zum Gehäuse des Gerätes) ist, so zeigt sich, daß vom elektromagnetischen Seismographen gemessen wird:

1. die *Geschwindigkeit* ($\dot{\xi}$) der Bewegung des Bodens, wenn die Periodendauer des Seismographen im Verhältnis zur Periodendauer der Schwingungen des Bodens sehr groß ist.

¹⁾ Die durch den Seismographen erzeugte elektromotorische Kraft hängt nur von der Geschwindigkeit ab, mit der die träge Masse relativ zum Gehäuse des Gerätes verschoben wird. Die Änderung der Gleichgewichtslage wirkt nur auf die Größe des Proportionalitätsfaktors (des elektromechanischen Kopplungsfaktors) ein. Da jedoch bei einem ausreichend starren Aufhängesystem des Seismographen gewöhnlich die Verschiebungen des Nullpunktes gering sind, so vernachlässigt man meistens die Änderungen des elektromechanischen Kopplungsfaktors. Wenn sich der Betrag des Proportionalitätsfaktors geändert hat, dann ändert sich bei fehlender „Rückwirkung“ (s. § 45) nur die Empfindlichkeit des Seismographen gleichmäßig, während die Form der Frequenzcharakteristik beibehalten wird.

2. die *Beschleunigung* ($\ddot{\xi}$), wenn die Periodendauer des Seismographen annähernd gleich der Periodendauer der Schwingungen des Bodens und die Dämpfung des Seismographen genügend groß ist.

3. die *Geschwindigkeit der Beschleunigung* ($\dot{\ddot{\xi}}$), wenn die Periodendauer des Seismographen im Verhältnis zur Periodendauer der Bodenschwingung sehr klein ist. Die Verzerrungen im Verstärker und Galvanometer wurden hierbei nicht berücksichtigt.

Ist eine Rückwirkung des elektrischen auf das mechanische System vorhanden, so sind die obigen einfachen Beziehungen nicht anwendbar. Es ist dann die Methodik der Berechnung elektromagnetischer Seismographen anzuwenden, die im § 45 und § 49 beschrieben worden ist.

Im folgenden wird die Behandlung der Theorie einiger existierender elektromagnetischer Seismographen oft nur auf die Berechnung des elektromechanischen Kopplungsfaktors beschränkt, da im übrigen die Theorie der elektromagnetischen Seismographen der verschiedenen Typen gleich ist.

a) *Elektrodynamische Seismographen*

Eine der besten Konstruktionen dieses Typs ist bis heute der Seismograph von B. GOLYZIN [20], der zur Registrierung von Erdbeben bestimmt ist (Abb. 115).¹⁾ Die Umwandlung mechanischer Schwingungen in elektrische erfolgt in ihm auf folgende Weise: Eine flache Spule R wird durch einen Hebel mit dem Pendel im Seismographen starr verbunden und befindet sich in einem engen Spalt zwischen den Polen eines starken Permanentmagneten, der am Gestell des Seismographen befestigt ist. Ein Teil der Spule befindet sich außerhalb des magnetischen Feldes. Dadurch ändert sich bei einer Bewegung der Spule senkrecht zu den Kraftlinien des magnetischen Feldes der magnetische Fluß durch die Spule. Die Registrierung der induzierten Ströme erfolgt mit Hilfe eines Spiegelgalvanometers. Zur Dämpfung der Eigenschwingungen des Seismographen benutzt man eine am Ende des Hebels befestigte Kupferscheibe A , die, wie auch die Spule im konstanten magnetischen Feld, bewegbar ist. Die Ursache der Dämpfung sind die in der Platte durch die Bewegung erzeugten Wirbelströme. M ist die träge Masse, F die Aufhängefeder.

Wir bestimmen den elektromechanischen Kopplungsfaktor für das vorliegende System, d. h. Verhältnis von induzierter elektromotorischer Kraft zur Geschwindigkeit der Bewegung des Wändlers.

Nach der allgemeinen Gleichung (43.3) ergibt sich

$$\mathcal{M} = \frac{e}{\dot{x}_1} = w \frac{d\Phi}{dx_1},$$

wobei \dot{x} die Geschwindigkeit der Verschiebung der Spule, w die Windungszahl der Spule und Φ der magnetische Fluß durch die Spule ist. Wenn die Länge der Spule

¹⁾ In großem Umfang werden in der UdSSR und in den anderen sozialistischen Ländern die Seismographen nach D. P. KIRKOS [30], [37] angewandt. (Anm. d. Red. d. russ. Ausg.)

in der zu ihrer Bewegung senkrechten Richtung gleich a ist, nimmt bei einer Verschiebung der Spule um dx der magnetische Fluß um

$$d\Phi = Ba dx \quad (55.2)$$

zu, wobei B die magnetische Induktion ist.

Daraus ergibt sich für den elektromechanischen Kopplungsfaktor

$$\mathcal{M} = waB. \quad (55.3)$$

Die dynamische Empfindlichkeit ergibt sich auf Grund der Gleichung (45.3). Zu berücksichtigen ist dabei, daß die Verschiebungen der Spule durch den Hebel L/l -mal vergrößert werden. L ist die Länge des Hebels und l die reduzierte Länge.

Vernachlässigt man die Einwirkung des mechanischen Systems im Galvanometer auf das mechanische System im Seismographen und nimmt man an, daß das elektrische System nur aus Ohmschen Widerständen besteht, so erhält man die Gleichung

$$v = \frac{-\omega^2 M \mathcal{M}}{i\omega M + \left(H + \frac{\mathcal{M}^2}{R}\right) + i\omega} K, \quad (55.4)$$

wobei R der angegebene Widerstand des Wandlers ist.

Im einfachsten Fall, wenn der Seismograph und das Galvanometer gleiche Periodendauer besitzen und ihre Dämpfung dem aperiodischen Grenzfall entspricht, ist die

Abb. 115. Vertikal-Seismograph nach GOLYZIN

dynamische Vergrößerung (Frequenzcharakteristik) des gesamten Systems proportional dem Ausdruck

$$1 + \left(\frac{n_0}{\omega}\right)^2 \cdot \omega \cdot \frac{1}{1 + \left(\frac{\omega}{n_0}\right)^2} = \frac{\omega}{\left(1 + \left(\frac{n_0}{\omega}\right)^2\right)^2} \approx \frac{x^3}{(1+x^2)^2} \quad (55.5)$$

mit

$$x = \frac{\omega}{n_0}.$$

Die Form der Frequenzcharakteristik des Systems im vorliegenden Fall ist in Abb. 116 angegeben. Im Unterschied zu mechanischen Seismographen ist die Empfindlichkeit des Systems bei unendlich schnellen Schwingungen gleich Null. Bei einer Frequenz, die $\sqrt{3}$ -mal größer als die Frequenz der Eigenschwingungen des Seismographen (und des Galvanometer) ist, hat die Kurve der dynamischen Empfindlichkeit ein Maximum.

Die Theorie des Seismographen von GOLIZYN wurde unter Berücksichtigung der Erscheinungen wechselseitiger Rückwirkungen von F. WENNER [80], RIEBNER [77], COULOMB und GRENET [58] behandelt.¹⁾

Im § 49 ergaben sich analoge Ergebnisse durch Anwendung der von uns ausgearbeiteten Theorie der mehrmaligen elektromechanischen Umwandlungen.

Die Eigenschwingungen des Seismographen von GOLIZYN haben entsprechend dem Anwendungsgebiet (Registrierung von Erdbeben) eine große Periodendauer (annähernd 10 s).²⁾

$$\frac{x^3}{(1+x^2)^2}$$

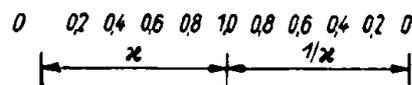


Abb. 116

b) Magnetische Seismographen

In den elektrodynamischen Seismographen erfolgt die Umwandlung der mechanischen Schwingungen in elektrische durch die Bewegung der Spule in einem Luftspalt konstanter Breite zwischen den Polen eines Magneten. In den Geräten des magnetischen Typs verschiebt sich die Spule des Wandlers nicht relativ zum Magneten, sondern die Größe des Luftspaltes ändert sich. Damit ändert sich der magnetische Fluß, der die Spule durchsetzt.

¹⁾ Eingehender wurde diese Frage in der Arbeit von D. P. KIRNOS [30], im Buch von E. F. SAWARENSKI und D. P. KIRNOS [37] und anderen behandelt. (Anm. d. Red. d. russ. Ausg.)

²⁾ Zur Zeit werden in der seismischen Erkundung weitgehend die elektrodynamischen Seismographen vom Typ SP-16, ein Erzeugnis des Werkes „Geologische Prospektion“, angewendet. Eine Beschreibung ihrer Konstruktion ist in der Arbeit [29], [30] angegeben. (Anm. d. Red. d. russ. Ausg.)

Die quantitativen Beziehungen für die magnetischen Wandler werden auf Grund der gleichen Ausdrücke aufgestellt, die auch für elektrodynamische Seismographen gelten. Es ist wie bisher der elektromechanische Kopplungsfaktor

$$\mathcal{M} = w \frac{d\Phi}{dx}.$$

Die Größe $d\Phi/dx$ und demzufolge auch \mathcal{M} werden durch die Konstruktion des Seismographen bestimmt.

Vor der Behandlung der einzelnen Systeme magnetischer Seismographen wird noch der Effekt der sogenannten negativen Elastizität des magnetischen Feldes, welches in den meisten Konstruktionen magnetischer Wandler vorhanden ist, analysiert.

Es wird angenommen, daß vor den Polen eines hufeisenförmigen Permanentmagneten eine flache Scheibe — ein magnetischer Leiter aus Weicheisen — an einer Feder aufgehängt worden ist. Der Einfluß des Magneten auf die Schwingungen dieser Scheibe wird betrachtet. Die Anziehungskraft zwischen Platte und Magnet ist um so größer, je kleiner der Luftspalt ist. Sind die Verschiebungen der Platte sehr klein, so kann man annehmen, daß die variable Komponente der Anziehungskraft proportional der Verschiebung der Platte ist:

$$F = K_M x. \quad (55.6)$$

Im Gegensatz zur positiven Elastizität sind hier die Zunahme der Kraft und die Verschiebung gleichgerichtet. Demzufolge wird der Einfluß des Magneten auf die schwingende Eisenplatte durch das Auftreten eines zusätzlichen *negativen elastischen Widerstandes* ausgedrückt. Die Differentialgleichung der Eigenschwingungen erhält die Form

$$M \ddot{x} + H \dot{x} + (K - K_M) x = 0, \quad (55.7)$$

wobei K die positive Elastizität der Aufhängefeder bezeichnet und $-K_M$ die negative Elastizität des magnetischen Feldes, die von der Gleichgewichtslage des Systems (von der mittleren Größe des Luftspaltes) abhängt.

Der Einfluß des magnetischen Feldes drückt sich in erster Linie in der Verringerung der Eigenfrequenz aus. Es ergibt sich für n_0 die Gleichung

$$n_0 = \sqrt{\frac{K - K_M}{M}}. \quad (55.8)$$

Wenn $K_M = K$ ist, dann ist die Richtkraft des Systems gleich Null.

Man sollte annehmen, daß sich das System in diesem Fall in der indifferenten Gleichgewichtslage befindet. Das trifft aber nicht zu. Das Gleichgewicht bleibt nicht erhalten, da die negative Elastizität selbst eine Funktion von x ist. Bewegt sich das System etwas aus seiner Anfangslage (für diese ist $K_M = K$), dann tritt infolge der Änderung von K_M eine Kraft auf, die die Platte in Richtung auf die Pole des Magneten bewegt.

Die Bedingung für stabiles Gleichgewicht lautet demzufolge

$$K_M < K. \quad (55.9)$$

Mit dem Effekt der negativen Elastizität muß man bei der Konstruktion von magnetischen Seismographen ernsthaft rechnen. Häufig begrenzt das „Ankleben“ (durch die negative Elastizität des magnetischen Feldes) die Stärke des Luftspaltes und demzufolge die Erhöhung der Empfindlichkeit des Seismographen.

Die Einführung der Begrenzer, die keine weitere Annäherung des Ankers an die Pole des Magneten zulassen, verhindert das Ankleben. Dabei wird die Bedingung (55.9) nicht erfüllt. Natürliche Begrenzer sind die Unebenheiten in der Oberfläche des Magneten. Man kann deshalb eine so starre Feder wählen, daß das Ankleben auch ohne Anwendung spezieller Begrenzer vermieden wird.

In der Akustik wurden magnetische Wandler entwickelt, die keine negative Elastizität besitzen. In der seismischen Praxis sind jedoch hauptsächlich Geräte des ersten Typs bekannt, d. h. magnetische Wandler, in denen die negative Elastizität auftritt.

Nachfolgend werden die wichtigsten Modelle beschrieben.

Die erste von den bekannten Konstruktionen magnetischer Seismographen ist die von BENIOFF [56]. Sein Gerät ist in der Wirkungsweise dem Telephon sehr ähnlich. An den Polen eines hufeisenförmigen Magneten sind Induktionsspulen Sp (Abb. 117) befestigt. Wie in dem oben angegebenen Beispiel schwingt über dem Magneten eine Platte M aus Weicheisen, die zur trägen Masse des Seismographen gehört.

Abb. 117.
Schematische
Darstellung des
magnetischen
Seismographen
nach BENIOFF

Es wird der elektromechanische Kopplungsfaktor für den Seismographen von BENIOFF bestimmt.

Der magnetische Fluß ergibt sich aus dem Verhältnis der magnetischen Spannung P zum Widerstand des magnetischen Kreises

$$\Phi = \frac{P}{\varrho_1 + \varrho_2}, \quad (55.10)$$

wobei ϱ_1 der magnetische Widerstand des Magneten und der Platte, ϱ_2 der magnetische Widerstand des Luftspaltes ist.

Ist die Fläche jedes Luftspaltes gleich S und die Stärke d , dann ist $\varrho_2 = 2d/S$. Da sich durch die Einwirkung der Bewegungen des Bodens die Dicke des Luftspaltes ändert, muß für die Stärke des Luftspaltes

$$d = d_0 - x$$

angesetzt werden, wobei d_0 die Stärke des Luftspaltes in der Gleichgewichtslage und x den Betrag der Verschiebung der trägen Masse relativ zum Gestell (und zum Magneten) bezeichnen.

Die Gleichung (55.10) erhält die endgültige Form

$$\Phi = \frac{P}{\varrho_1 + \frac{2(d_0 - x)}{S}}. \quad (55.11)$$

Da $\mathcal{M} = w \frac{d\Phi}{dx}$ ist, ergibt sich damit

$$\mathcal{M} = w \frac{P \frac{2}{S}}{\left(\varrho_1 + \frac{2(d_0 - x)}{S}\right)^2}. \quad (55.12)$$

Wie man aus der Gleichung (55.12) sieht, ist der elektromechanische Kopplungsfaktor eine Funktion von x . Gewöhnlich sind die Verschiebungen des Bodens im Verhältnis zur Stärke des Luftspaltes sehr klein.

Vernachlässigt man x , so ergibt sich

$$\mathcal{M} = \frac{2wP}{S \left(\varrho_1 + \frac{2d_0}{S}\right)^2}. \quad (55.13)$$

Aus Gleichung (55.13) folgt, daß zur Erhöhung von \mathcal{M} (und demzufolge auch der Empfindlichkeit des Seismographen) eine Verringerung des magnetischen Widerstandes im ganzen Kreis und eine Erhöhung der Windungszahl w der Induktionsspule und der magnetischen Spannung anzustreben ist. Wenn ϱ_1 im Verhältnis zu $2d_0/S$ klein ist, ergibt sich

$$\mathcal{M} = w \frac{PS}{2d_0^2}.$$

Aus dieser Gleichung folgt, daß eine kleine Stärke und eine große Fläche des Luftspaltes S zweckmäßig sind.

Ist ϱ_1 im Verhältnis zu $2d_0/S$ groß, so müßte S dementsprechend kleiner werden. Normalerweise wird alles getan, um einen möglichst kleinen Widerstand ϱ_1 zu erhalten und durch den Luftspalt im Kreis den Hauptanteil des magnetischen Widerstandes zu verursachen. Zu diesem Zweck führt BENIOFF zusätzlich einen magnetischen Nebenwiderstand ein, der den gegebenen Widerstand des magnetischen Kreises verringert.

In diesem Fall kann man das Ersatzschaltbild des magnetischen Kreises wie in Abb. 118 darstellen. In diesem Ersatzschaltbild ist ϱ_0 der magnetische Widerstand des Magneten und ϱ_s der magnetische Widerstand des Nebenschlusses. Der magnetische Widerstand der Platte wird vernachlässigt, da er sehr leicht beliebig klein zu halten ist. Unter Verwendung der gleichen Rechenmethoden wie für elektrische Kreise ergibt sich das Gleichungssystem

$$\left. \begin{aligned} \Phi_0(\varrho_0 + \varrho_s) - \Phi \varrho_s &= P, \\ \Phi_0 \varrho_s - \Phi \left(\varrho_s + \frac{2d_0}{S}\right) &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (55.14)$$

Abb. 118

Daraus folgt für Φ und \mathcal{M}

$$\Phi = \frac{P \cdot \varrho_s}{\varrho_s + \varrho_0} \cdot \frac{2d_0}{\frac{\varrho_s \varrho_0}{\varrho_s + \varrho_0} + S} \quad (55.15)$$

$$\mathcal{M} = \frac{2wP \cdot \varrho_s}{S \cdot \varrho_s + \varrho_0} \cdot \frac{1}{\left(\frac{\varrho_s \varrho_0}{\varrho_s + \varrho_0} + \frac{2d_0}{S} \right)^2} \quad (55.16)$$

Betrachtet man \mathcal{M} als Funktion des Nebenwiderstandes und bestimmt nach den gewöhnlichen Regeln das *Maximum* von \mathcal{M} , so ergibt sich die Bedingung

$$\frac{\varrho_s \varrho_0}{\varrho_0 + \varrho_s} = \frac{2d_0}{S} \quad (55.17)$$

Wird die Bedingung (55.17) erfüllt, dann erhält man für den elektromechanischen Kopplungsfaktor

$$\mathcal{M} = \frac{wP}{4\varrho_0 d_0} \quad (55.18)$$

Daraus kann man folgern, daß unter Berücksichtigung der optimalen Bedingungen für eine große Empfindlichkeit des Wandlers eine Erhöhung der Windungszahl der Induktionsspulen und der magnetischen Spannung sowie eine Verringerung des magnetischen Innenwiderstandes des Magneten und der Stärke des Luftspaltes anzustreben sind.

Löst man die Gleichung (55.17) nach ϱ_s auf, so ergibt sich

$$\varrho_s = \frac{2d_0}{S} \cdot \frac{1}{1 - \frac{2d_0}{\varrho_0 S}} \quad (55.19)$$

Die Gleichung (55.19) zeigt, daß nur dann $\varrho_s > 0$ ist, wenn $\varrho_0 > \frac{2d_0}{S}$ ist. Mit anderen Worten: Der magnetische Widerstand ϱ_s , der den elektromechanischen Kopplungsfaktor vergrößern würde, darf nicht angewandt werden, wenn der magnetische Widerstand des Luftspaltes größer als der innere Widerstand des Magneten ist. Die Einführung des magnetischen Nebenwiderstandes hat nur bei großem inneren Widerstand des Magneten ($\varrho_0 > \frac{2d_0}{S}$) Sinn. Wenn ϱ_0 sehr groß ist, muß der magnetische Nebenwiderstand gleich dem magnetischen Widerstand des Luftspaltes sein.

Wir wenden uns jetzt der Beschreibung des magnetischen Seismographen mit Differentialmagnetsystem zu.

Der magnetische Seismograph, der nach dem Prinzip der magnetischen Differentialbrücke (Abb. 119) aufgebaut ist, wurde von G. L. SCHNIRMAN [52] beschrieben. Zwischen den entgegengesetzten Polen von hufeisenförmigen Permanentmagneten befindet sich ein magnetischer

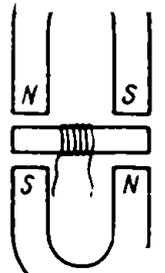


Abb. 119

Leiter aus Eisen, der den Kern einer Induktionsspule bildet. Die Magnete, die die träge Masse des Seismographen darstellen, sind so aufgehängt, daß sie relativ zum Kern, der fest mit dem Gehäuse des Gerätes verbunden ist, translative Schwingungen ausführen können. Wie beim Seismographen von BENIOFF ändert sich bei Verschiebung der Magneten relativ zum Kern die Stärke des Luftspaltes und damit die Intensität des magnetischen Flusses. Der Vorteil dieser Anordnung besteht darin, daß die Brücke nur vom variablen Teil des magnetischen Flusses durchsetzt wird und damit die Möglichkeit der magnetischen Sättigung des Kernes ausgeschlossen ist. Die Aufhängefedern werden dadurch etwas entlastet, daß die Anziehungskraft des einen Magneten die Anziehungskraft des anderen kompensiert. Die Empfindlichkeit des Seismographen verdoppelt sich auf diese Weise.

Durch die Kompensation der Anziehungskräfte der Magneten wird die negative Elastizität des magnetischen Feldes nicht aufgehoben. Wird der Kern nach oben verschoben, so vergrößert sich die nach oben gerichtete Anziehungskraft des oberen Magneten, während sich die nach unten gerichtete Anziehungskraft des unteren Magneten verringert. In beiden Fällen ist die Zunahme der Kraft nach oben gerichtet, d. h., die Zunahmen addieren sich, während sich die Kräfte selbst subtrahieren. Die Zunahme der Kraft ist nach der gleichen Seite gerichtet wie die Verschiebung. Dies ist ein charakteristisches Merkmal der negativen Elastizität.

Die Theorie des Seismographen von SCHNIRMAN unterscheidet sich von der Theorie des Seismographen von BENIOFF nur dadurch, daß die Summe von zwei magnetischen Flüssen zu betrachten ist.

Es wird angenommen, daß die Magnete einander gleich sind und sich der Kern in der Mitte zwischen den Polen befindet, d. h., die Stärke des oberen und unteren Luftspaltes ist gleich groß. Wenn für einen der Magnete der magnetische Fluß

$$\Phi_1 = \frac{P}{g_1 + \frac{2(d_0 - x)}{S}} \quad (55.20)$$

ist, dann ist er für den anderen

$$\Phi_2 = \frac{P}{g_1 + \frac{2(d_0 + x)}{S}} \quad (55.21)$$

Die verschiedenen Vorzeichen von x sind dadurch zu erklären, daß bei Verringerung der Stärke des unteren Luftspaltes die Stärke des oberen zunimmt und umgekehrt. Die magnetischen Flüsse sind entgegengesetzt gerichtet, und für den Gesamtfluß ergibt sich

$$\Phi = \Phi_1 - \Phi_2 \quad (55.22)$$

Differenziert man Φ nach x und multipliziert den Ausdruck mit w (Windungszahl), so ergibt sich

$$\mathcal{M} = w \frac{d\Phi}{dx} = \frac{wP \frac{2}{S}}{\left(g_1 + \frac{2(d_0 - x)}{S}\right)^2} + \frac{wP \frac{2}{S}}{\left(g_1 + \frac{2(d_0 + x)}{S}\right)^2} \quad (55.23)$$

Vernachlässigt man x im Verhältnis zu d_0 , so erhält man

$$\mathcal{M} = \frac{4wP}{S \left(\varrho_1 + \frac{2d_0}{S} \right)^2} \quad (55.24)$$

Demzufolge ist für den Seismographen mit magnetischem Differentialsystem der elektromechanische Kopplungsfaktor doppelt so groß wie für den Seismographen von BENIOFF.

Ein wesentlicher Nachteil der magnetischen Seismographen ist die Öldämpfung, die keine Konstanz der Dämpfung und keine Unabhängigkeit der Dämpfung von der Temperatur gewährleistet.

Der Wunsch, diese Nachteile zu beseitigen, wurde dem Seismik-Laboratorium und der technischen Abteilung WKGR¹⁾ unter Leitung von G. GAMBURZEW mit der Bitte unterbreitet, einen magnetischen Seismographen mit Luftdämpfung zu konstruieren.

Die Berechnung des Luftdämpfers erfolgte in Übereinstimmung mit den Ergebnissen der Theorie der Luftdämpfung, die hier im § 33 behandelt wurde. Nach dieser Theorie existiert ein bekanntes minimales Verhältnis zwischen der Periodendauer der Schwingungen der trägen Masse bei geschlossener und geöffneter Dämpferöffnung.²⁾ Um diese Bedingung zu erfüllen, muß die träge Masse des Seismographen verringert werden. Da es nicht möglich ist, die Masse der Magnete zu verringern, ist diese unbeweglich und der Kern mit der Spule beweglich befestigt. Der Dämpfer ist eine Scheibe mit angrenzender Membran. Die Membran ist so befestigt, daß zwischen ihr und der Scheibe eine dünne Luftschicht vorhanden ist. In der Mitte der Scheibe befindet sich eine Öffnung, die das innere Luftvolumen mit dem äußeren verbindet. Die Scheibe ist mit dem Gehäuse des Gerätes verbunden und die Mitte der Membran mit der trägen Masse des Seismographen (mit der Spule). Bei Bewegungen der Membran (die durch Schwingungen der Masse hervorgerufen werden), wird die Luft zwischen der Membran und der Scheibe verdichtet oder verdünnt. Die durch die Öffnung des Dämpfers strömende Luft gleicht den Druck aus. Die Ursache der Dämpfung ist die beim Austreten der Luft aus der Öffnung auftretende Reibung. Der Dämpfungsgrad wird durch Ändern der Breite der Öffnung variiert.

§ 56. Mikrophon-Seismographen

a) Wirkungsweise des Mikrophon-Seismographen

Als Mikrophon-Seismographen bezeichnet man jene Typen elektrischer Seismographen, in denen die Umwandlung mechanischer Schwingungen in elektrische durch Kontakt- (meistens Kohle-) Mikrophone erfolgt.

¹⁾ WKGR = Allunionskontor für geophysikalische Erkundung, Abteilung Erdöl (Moskau), die Organisation, die die geophysikalische Prospektion von 1934 bis 1939 in der UdSSR durchgeführt hat. Später wurde sie in einen Trust umgebildet. (Anm. d. Red. d. russ. Ausg.)

²⁾ Da in den magnetischen Seismographen eine zusätzliche elektromagnetische Dämpfung vorhanden ist, wird die Forderung (33.19) etwas abgeschwächt.

Das Prinzipschema eines vertikalen Mikrophon-Seismographen (mit Kohlemikrophon) ist in Abb. 120 angegeben.

Die an der Feder aufgehängene träge Masse M berührt die Membran des Mikrophons Mi , welches starr mit dem Gehäuse des Gerätes verbunden ist. Das Mikrophon ist mit der Gleichspannungsquelle und der Primärwicklung 1 des Transformators in Reihe geschaltet.

An die Sekundärwicklung 2 wird das Registriergalvanometer G angeschlossen. Bei der Bewegung des Bodens und mit ihr des Seismographengehäuses verschiebt sich die träge Masse relativ zum Gehäuse. Die Folge ist eine Druckänderung zwischen den Teilchen des Kohlepulvers im Mikrophon, dessen Widerstand sich damit ändert.

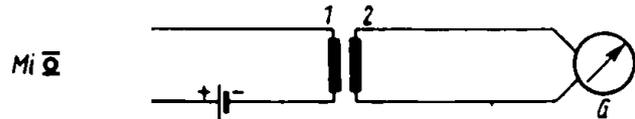


Abb. 120

Praktisch können sich die mechanischen und elektrischen Teile des Mikrophon-Seismographen sehr stark vom Schema der Abb. 120 unterscheiden. Bei einigen Mikrophonsystemen mit Kohlepulver verwendet man Paare von Kohle- (AMBRONN) oder auch Metallkontakten.

An Stelle der Transformatorschaltung zur Auskopplung der Wechselstromkomponente verwendet man oft eine Wheatstonesche Brückenschaltung usw. Es existieren Geräte (Geophone), in denen die starre Verbindung der trägen Masse mit dem Mikrophon durch eine Luftverbindung ersetzt wurde (WAETZMANN) [79]. Im folgenden wird die im WKGR ausgearbeitete Theorie der Mikrophon-Seismographen mit starrer Verbindung behandelt.

b) Bedingungen für die maximale Empfindlichkeit von Mikrophon-Seismographen mit starrer Verbindung [11]

In Abb. 121 ist das erste Modell eines Mikrophon-Seismographen des WKGR vom mechanischen Standpunkt aus dargestellt. Die zylindrische Masse M mit dem Radius r kann sich um die horizontale Achse O drehen. Die Drehachse des Zylinders in Abb. 121 steht senkrecht auf der Zeichenebene. Die Schwingungsachse des Zylinders geht durch den Punkt I . Die Masse wird durch die Feder K_1 in der Lage gehalten, in der die Linie OI horizontal verläuft. Der Befestigungspunkt der Feder K_1 am Zylinder befindet sich in der Nähe der Drehachse, um die Periodendauer der Schwingung des Systems zu vergrößern (s. § 12).

Im Mikrophon-Seismographen berührt der vertikale Hebel, der starr mit der Masse verbunden ist, die Membran des Mikrophons in Form einer Nadel. In Abb. 121 ist nur das mechanische

Abb. 121

System dargestellt, und das Mikrophon wird durch die äquivalente Feder K_2 mechanisch ersetzt. Der Dämpfer ist mit H bezeichnet.

Wie aus der allgemeinen Theorie des Seismographen bekannt ist, hat die Gleichung für freie und erzwungene Schwingungen jener Punkte der trägen Masse, die auf der Schwingungsachse liegen, für kleine Schwingungen eine mit der Gleichung des Seismographen, in dem die träge Masse translative Schwingungen ausführt, identische Form. Der Abstand zwischen der Drehachse und der Schwingungsachse sei gleich der reduzierten Länge. Aus diesem Grunde kann das in Abb. 121 angegebene Schema durch das in Abb. 122 ersetzt werden.

Die Masse M hängt an der Feder K_1' . Die Feder hat eine solche Härte, daß die Periodendauer der translativen Schwingungen der Masse M gleich der Periodendauer der Drehschwingungen des Zylinders M (Abb. 121) unter der Wirkung des Moments der Rückstellkraft der Feder K_1 ist.

Die Masse hat eine Spitze und steht damit auf dem gewichtslosen Hebel, der sich um den Punkt O drehen kann. Der Abstand zwischen der Masse und der Drehachse des Stabes muß offensichtlich gleich der reduzierten Länge l des Zylinders sein. Die Feder K_2 (die der Elastizität des Mikrophons äquivalent ist) ist an einem Ende mit dem Hebel und am anderen Ende mit dem Gehäuse des Gerätes verbunden. Der Abstand L zwischen der Drehachse des Hebels und dem Befestigungspunkt der Feder K_2 ist der gleiche wie in Abbildung 121. Der Dämpfer wurde zur Vereinfachung nicht mit gezeichnet.

Die Mehrzahl der Systeme von Mikrophon-Seismographen mit starrer Verbindung gehören zu dem in Abb. 122 dargestellten System. Deshalb können alle weiteren Folgerungen auch auf andere Konstruktionen übertragen werden, deren Beschreibung weiter unten erfolgt.

Die Hebellänge L des Mikrophon-Seismographen kann zur Wahl der optimalen Arbeitsbedingungen des Gerätes verändert werden.

Es wird gezeigt, daß eine bestimmte Hebellänge L_{opt} existiert, bei der die maximale Empfindlichkeit des Seismographen für Schwingungen einer vorgegebenen Periodendauer erreicht wird.

Die Gleichung für die Schwingungen des Seismographen hat die Form

$$M \ddot{x} + H \dot{x} + K x = - M \ddot{\xi}, \quad (56.1)$$

wobei H die Dämpfungskonstante, K den Gesamt-Elastizitätsfaktor und ξ die Verschiebung des Bodens bedeuten.

Für zwei Federn ist

$$K = K_1' + K_2'; \quad (56.2)$$

dabei ist K_2' die Elastizität der Feder, die unmittelbar auf die Masse M (nicht über den Hebel) wirkt und durch die die Feder K_2 ersetzt werden kann.

Die Größe K_2' ist eine Funktion von K_2 und des Verhältnisses der Hebelarme.

K_2' soll bestimmt werden. Hat sich die Masse um die Größe x verschoben, dann ändert sich die Länge der Feder K_2 um $x \frac{L}{l}$, wobei die elastische Kraft

$$F = - K_2 \frac{L}{l} x$$

auftritt.

Diese Kraft greift am gleichen Punkt des Hebels wie die Feder K_2 an. Die an der Masse M angreifende Kraft ist durch den Hebel gleich

$$F' = - K_2 \left(\frac{L}{l} \right)^2 x = - K_2' x, \quad (56.3)$$

woraus geschlossen wird, daß gilt

$$K_2' = K_2 \left(\frac{L}{l} \right)^2. \quad (56.4)$$

Die Gleichung der Schwingungen wird umgeformt in

$$M \ddot{x} + H \dot{x} + \left[K_1' + K_2 \left(\frac{L}{l} \right)^2 \right] x = - M \ddot{\xi} \quad (56.5)$$

oder

$$\ddot{x} + 2h \dot{x} + n_0^2 x = - \ddot{\xi} \quad (56.6)$$

mit

$$n_0^2 = \left(\frac{2\pi}{T_0} \right)^2 = \frac{K_1' + K_2 \left(\frac{L}{l} \right)^2}{M} \quad \text{und} \quad h = \frac{H}{2M}. \quad (56.7)$$

Die dynamische Vergrößerung des Seismographen ist ebenfalls eine Funktion von L/l ,

$$v = \frac{\omega^2}{\sqrt{\left(\frac{K_1' + K_2 \left(\frac{L}{l} \right)^2}{M} - \omega^2 \right)^2 + 4\omega^2 h^2}}, \quad (56.8)$$

wobei ω die Kreisfrequenz der Bodenschwingungen ist.

v ist das Amplitudenverhältnis der Bewegung des Schwingungszentrums der trägen Masse im Seismographen relativ zum Gehäuse des Gerätes und der Bewegung des Bodens (und des Gehäuses des Gerätes). Die Empfindlichkeit des Gerätes wird durch das Amplitudenverhältnis der Membrandurchbiegung des Mikrophons und der Schwingung des Bodens charakterisiert und bezeichnet mit

$$v = v \frac{L}{l}. \quad (56.9)$$

Die Feder K_1' ist nur dazu da, die Masse in der horizontalen Lage zu halten. Je kleiner ihre Elastizität ist, um so größer ist die erreichbare Vergrößerung. Im Mikrophon-Seismographen kann die Elastizität K_1' im Verhältnis zur Elastizität der Membran des Mikrophons in den meisten Fällen vernachlässigt werden. Deshalb wird im folgenden die vereinfachte Gleichung

$$\mathcal{V}' = \frac{y \omega^2}{\frac{K_2}{M} (y^2 - \omega^2)^2 + 4 \omega^2 h^2} \quad (56.10)$$

betrachtet; dabei gilt

$$y = \frac{L}{l}.$$

Es wird der Wert y ermittelt, für den die dynamische Vergrößerung maximal ist. Dazu wird der Differentialquotient $\frac{d\mathcal{V}'}{dy}$ gebildet und gleich Null gesetzt.

Das Ergebnis ist die Bedingung

$$n_0^4 - 4 \omega^2 h^2 - \omega^4 = 0 \quad (56.11)$$

mit der Kreisfrequenz n_0 der Eigenschwingungen des Seismographen:

$$n_0 = y \sqrt{\frac{K_2}{M}}. \quad (56.12)$$

Die Gleichung (56.11) wird vorteilhafter in folgender Form dargestellt:

$$\frac{(2h^2 + \omega^2)^2}{4h^4} - \frac{n_0^4}{4h^4} = 1. \quad (56.13)$$

Die Gleichung (56.13) stellt infolge der Quadrate der Frequenzen die Gleichung einer Hyperbel dar. Kennt man die Dämpfung des Seismographen und die Frequenz der aufzunehmenden Schwingungen, dann ist aus der Hyperbel-Gleichung in einfacher Weise die optimale Periodendauer des Seismographen zu bestimmen, bei der die Empfindlichkeit ein Maximum besitzt. Die Periodendauer wird dabei nur durch die Änderung der Länge des Hebels L geändert. Die optimale Frequenz der Eigenschwingungen erhält hierbei eine übertriebene Bedeutung. Tatsächlich wird bei einer Vergrößerung von L/l die statische Empfindlichkeit größer, während gleichzeitig das Dämpfungsdekrement der Schwingungen abnimmt. Die dynamische Empfindlichkeit wird teilweise auf Kosten einer Verringerung der Dämpfung erhöht. Wenn es erforderlich ist, das Dämpfungsdekrement nicht zu verändern, muß unbedingt vorausgesetzt werden, daß h ebenfalls eine Funktion des Verhältnisses der Hebelarme ist. Unter diesen neuen Bedingungen muß das Maximum der Funktion \mathcal{V}' bestimmt werden.

Aus der Theorie des mechanischen Seismographen ist bekannt, daß das Verhältnis von zwei aufeinanderfolgenden Amplituden gleich

$$\frac{A_k}{A_{k+1}} = e^{\frac{hT}{2}} \quad (56.14)$$

ist, wobei mit T die Periodendauer der gedämpften Schwingung bezeichnet wird:

$$\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 = \left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 - h^2. \quad (56.15)$$

Aus Gleichung (56.14) folgt, daß das Amplitudenverhältnis (Dekrement) konstant ist, wenn die Beziehung gilt

$$hT = \text{const.} \quad (56.16)$$

Unter Berücksichtigung der Gleichung (56.15) kann die Bedingung (56.16) ersetzt werden durch

$$hT_0 = \text{const} \quad (56.17)$$

oder

$$h = C n_0 = C y \sqrt{\frac{K_2}{M}}. \quad (56.18)$$

Dabei ist C eine Konstante, die gleich eins wird, wenn die Dämpfung des Seismographen der des aperiodischen Grenzfalles ($h = n_0$) entspricht.

Die Gleichung (56.10) wird damit umgeformt in

$$v' = \frac{y\omega^2}{\sqrt{\left(\frac{K_2}{M}y^2 - \omega^2\right)^2 + 4\omega^2 C^2 \frac{K_2}{M}y^2}}. \quad (56.19)$$

Die Bedingung $dv'/dy = 0$ führt in diesem Fall zu dem einfachen Ausdruck

$$n_0 = \omega. \quad (56.20)$$

Wenn ein konstantes Dämpfungsdekrement gefordert wird, muß der Hebel so gewählt werden, daß die Eigenfrequenz des Seismographen gleich der Frequenz der Bodenschwingungen wird. In diesem Fall erhält der Seismograph für die Schwingungen der Frequenz ω seine maximale Empfindlichkeit. Bei der Konstruktion des Gerätes ist speziell die Gleichung (56.20) zu betrachten.

Für die maximale Empfindlichkeit ergibt sich folgender Wert

$$v' = \frac{\omega}{2C} \sqrt{\frac{M}{K_2}}. \quad (56.21)$$

Aus dieser Gleichung ist ersichtlich, daß mit steigender Frequenz der aufzunehmenden Schwingungen diese mit einer um so größeren Vergrößerung aufgezeichnet werden können. Die durch die Gleichung (56.21) beschriebene Kurve stellt nicht die Frequenzcharakteristik dar. Aus Gleichung (56.21) geht jedoch hervor, mit welcher Empfindlichkeit Schwingungen dieser oder jener Periodendauer aufgezeichnet werden können, wenn der Hebel dabei jeweils die optimale Länge besitzt. Die Gerade (56.21) ist die Hüllkurve aller Frequenzcharakteristiken und kann als Kurve der Grenzempfindlichkeit bezeichnet werden (Abb. 123).

In diesem Bereich ist die Frequenzcharakteristik des Mikrophons, Transformators, Verstärkers (wenn vorhanden) und Galvanometers nicht berücksichtigt. Die Frequenzcharakteristik der gesamten Apparatur ist gleich dem Produkt der Frequenzcharakteristiken der einzelnen Teile des Systems.

Im folgenden wird untersucht, welche Änderungen der optimalen Bedingungen durch die Berücksichtigung des Einflusses der Hauptfeder K_1' , deren Einfluß bisher vernachlässigt wurde, hervorgerufen werden.

Abb. 123

In diesem Fall (wenn man berücksichtigt, daß sich das Dämpfungsdekrement der Schwingungen nicht ändert) muß das Maximum des folgenden Ausdruckes bestimmt werden:

$$V' = \frac{y\omega^2}{\frac{K_1'}{M} + \frac{K_2}{M}y^2 - \omega^2)^2 + 4\omega^2 C^2 \left(\frac{K_1'}{M} + \frac{K_2}{M}y^2 \right)}. \quad (56.22)$$

Dabei ist $\sqrt{K_1'/M} = n_1$ die Frequenz der Schwingungen des Seismographen, wenn nur eine Haltefeder K_1' (bei abgetrenntem Mikrophon) und $\sqrt{(K_2/M)y} = n_2$ die Frequenz des Seismographen, wenn nur die Elastizität des Mikrophons K_2 wirkt.

Die Frequenz n_0 der Schwingungen des Systems unter der Einwirkung der Rückstellkräfte beider Federn wird nach der Gleichung (56.7) bestimmt:

$$n_0^2 = n_1^2 + n_2^2 = \frac{K_1' + K_2 y^2}{M}. \quad (56.7')$$

V' hat ein Maximum, wenn die Gleichung gilt

$$n_2^4 = n_1^4 + 2\omega^2 n_1^2 (2C^2 - 1) + \omega^4. \quad (56.23)$$

Für den aperiodischen Grenzfall ($C = 1$) geht die Gleichung (56.23) über in

$$n_2^2 = n_1^2 + \omega^2. \quad (56.24)$$

Praktisch ist es schwierig, die Frequenz der Schwingungen des Systems nur unter Einwirkung der Elastizität des Mikrophons zu messen. Man kann deshalb unter Verwendung der Gleichung (56.7) die Bedingung (56.24) umformen in

$$n_0^2 = 2n_1^2 + \omega^2. \quad (56.25)$$

Die maximale Empfindlichkeit (im aperiodischen Grenzfall) wird dann

$$V'_{\max} = \frac{\omega}{2} \sqrt{\frac{M}{K^2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{n_1}{\omega}\right)^2}}. \quad (56.26)$$

Vergleicht man die Gleichung (56.26) mit der Gleichung (56.21) (wenn in letzterer $C = 1$ angenommen wird), dann kann man die Abnahme der Empfindlichkeit abschätzen, die durch die Einwirkung der Haltefeder K_1' verursacht wird. Die Feder K_1' verringert die Empfindlichkeit des Seismographen um das $\sqrt{1 + \left(\frac{n_1}{\omega}\right)^2}$ -fache.

Wenn z. B. die Kreisfrequenz der Bodenschwingungen gleich 100 ist (Periodendauer $\approx 0,06$ s) und die Eigenfrequenz des Seismographen bei abgetrenntem Mikrophon ebenfalls 100 ist, dann ist die maximale Empfindlichkeit um das $\sqrt{2}$ -fache kleiner als in dem Fall, wenn die Eigenfrequenz des Seismographen (bei abgetrenntem Mikrophon) angenähert Null beträgt.

Im ersten Fall ist die Frequenz der Schwingungen des Seismographen unter der Einwirkung beider Federn gleich $100 \cdot \sqrt{3}$ und im zweiten Fall gleich 100.

Die oben erhaltenen Ergebnisse können in folgender Weise zusammengefaßt werden:

1. Ist die Periodendauer T_1 der Schwingung der Masse im Seismographen bei abgetrenntem Mikrophon im Verhältnis zur Periodendauer T der Bodenschwingung groß, dann muß zur Erreichung der maximalen Empfindlichkeit für die Schwingungen mit der Periodendauer T unbedingt die Periodendauer der Schwingungen T_0 des Seismographen mit einem Mikrophon, das den Hebel der Last berührt, gleich der Periodendauer T der Schwingungen des Bodens sein:

$$T_0 = T. \quad (56.27)$$

2. Wenn die Periodendauer T_1 der Schwingungen der Masse im Seismographen (bei abgetrenntem Mikrophon) angenähert der Periodendauer T der Bodenschwingungen entspricht, dann ist die Bedingung für maximale Empfindlichkeit (bei kritischer Dämpfung)

$$\frac{1}{T_0^2} = \frac{2}{T_1^2} + \frac{1}{T^2}, \quad (56.28)$$

wobei T_0 die Periodendauer der Schwingungen des Systems unter der Einwirkung beider Federn ist. Die eine hält die Masse in horizontaler Lage, und die andere entspricht der Elastizität der Membran im Mikrophon.

c) Bedingungen für die maximale Empfindlichkeit des Mikrophon-Seismographen mit elastischer Verbindung

Wir betrachten zwei Methoden einer elastischen Verbindung der trägen Masse mit dem Mikrophon (Abb. 124). Sie unterscheiden sich voneinander dadurch, daß in dem einen Fall die Membran des Mikrophons und im anderen die träge Masse mit Hilfe von Federn mit den entsprechenden Enden des Hebels verbunden ist. Hier interessiert nur der zweite Fall, der eine unmittelbare Beziehung zur Theorie des Mikrophon-Seismographen mit Luftverbindung besitzt, z. B. Geophon von WAETZMANN). Das

äquivalente Schema des Seismographen mit elastischer Verbindung vom zweiten Typ ist in Abb. 125 angegeben. Mit K_1 wurde die Elastizität der Aufhängefeder, mit k die Elastizität der Feder, die die träge Masse mit dem Vergrößerungshebel verbindet (oft die Elastizität des Luftkissens), und mit K_2 die Elastizität der Membran des Mikrophons bezeichnet.

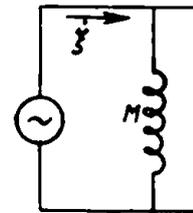


Abb. 124

Abb. 125

Abb. 126

Das elektrische Analogon dieses Systems ist in Abb. 126 angegeben. Es soll die Geschwindigkeit der Bewegung der Membran im Mikrophon und demzufolge der Strom, der durch den Kondensator $\frac{1}{y^2 K_2}$ im elektrischen Analogon fließt, berechnet werden.

Die Gleichungen für die Maschenströme lauten

$$\left. \begin{aligned} i\omega M \dot{x}_1 - \dot{x}_1 \left(i\omega M + H + \frac{K_1}{i\omega} + \frac{k}{i\omega} \right) + \frac{\dot{x}_2}{y} \frac{k}{i\omega} &= 0 \\ -\dot{x}_1 k + \frac{\dot{x}_2}{y} (k + y^2 K_2) &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (56.29)$$

Aus dem Gleichungssystem folgt

$$\frac{\dot{x}_2}{\xi} = \frac{x_2}{\xi} = \frac{y \cdot k + y^2 K_2 \cdot i\omega M}{i\omega M + H + \frac{1}{i\omega} \left(K_1 + \frac{y^2 k K_2}{k + y^2 K_2} \right)}. \quad (56.30)$$

Vernachlässigt man — wie auch weiter oben — die Elastizität K_1 der Aufhängefeder und beschränkt sich auf den Fall kritischer Dämpfung, so ergibt sich für die dynamische Charakteristik der Ausdruck

$$\eta' = \frac{k\omega^2 y}{y^2 \left(\omega^2 K_2 + \frac{K_2 k}{M} \right) + k\omega^2}. \quad (56.31)$$

Die Bedingung für maximale Empfindlichkeit lautet

$$y^2 \left(\omega^2 K_2 + \frac{K_2 k}{M} \right) = k\omega^2. \quad (56.32)$$

Die Gleichung zeigt, welche Ausmaße der Hebel y bei vorgegebener Elastizität der Membran im Mikrophon und der Feder, die die träge Masse mit dem Hebel verbindet, haben muß.

Die Bedingung (56.32) kann in der Form geschrieben werden

$$\frac{1}{n_2^2} - \frac{1}{n_1^2} = \frac{1}{\omega^2} \quad (56.33)$$

oder
$$T_2^2 - T_1^2 = T^2 \quad (56.34)$$

mit
$$\left. \begin{aligned} n_1^2 &= \left(\frac{2\pi}{T_1}\right)^2 = \frac{k}{M}, \\ n_2^2 &= \left(\frac{2\pi}{T_2}\right)^2 = \gamma^2 \frac{K_2}{M}. \end{aligned} \right\} \quad (56.35)$$

Hierbei sind n_1 die Frequenz der Schwingungen der Masse nur unter Einwirkung der Verbindungsfeder k und n_2 die Frequenz der Schwingungen nur unter Einwirkung der Elastizität der Membran im Mikrophon.

In der Praxis ist in einfacher Weise die Periodendauer T_{12} bei Einwirkung beider Federn und die Periodendauer T_1 nur unter Einwirkung der Verbindungsfeder zu messen.

Da für die Reihenschaltung der Federn

$$T_{12}^2 = T_1^2 + T_2^2$$

ist, erhält die Bedingung (56.34) die Form

$$T_{12}^2 - 2T_1^2 = T^2. \quad (56.36)$$

Diese Gleichung gestattet es, in einfacher Weise zu kontrollieren, inwieweit die optimalen Bedingungen im vorliegenden Gerät beachtet worden sind.

Wir zeigen, daß diese Überlegungen auf den Mikrophon-Seismographen mit Luftverbindung anwendbar sind.

Dazu betrachten wir das in Abb. 127 dargestellte System.

Die Masse, die in vertikaler Richtung verschiebbar ist, ändert den Druck im Inneren des Volumens V , das durch eine Röhre mit der Membran des Mikrophons verbunden ist.

Wenn man annimmt, daß die Druckänderung adiabatisch erfolgt, ergibt sich

$$p = -P\gamma \frac{v}{V},$$

wobei p und v die veränderlichen Komponenten von Druck und Volumen, P und V der mittlere Druck und das mittlere Volumen im Inneren des Gerätes sind; $\gamma = 1,41$.

Eine Differenz zum mittleren Wert des Volumens tritt aus zwei Gründen auf: Verschiebung der Masse und Durchbiegung der Membran im Seismographen. Es ist

$$v = -S_1 x_1 + S_2 x_2, \quad (56.37)$$

wobei S_1 die obere Fläche der Masse und x_1 ihre Verschiebung, S_2 die Fläche der Membran im Mikrophon und x_2 ihre Durchbiegung bezeichnen.

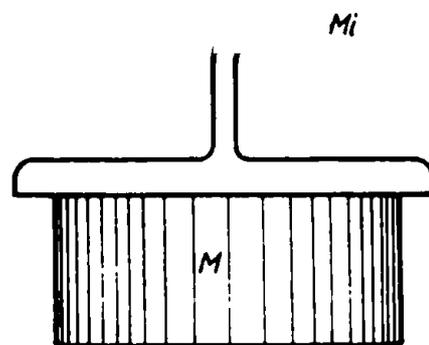


Abb. 127

Zur Vereinfachung wird angenommen, daß die Membran eine Kolbenmembran ist, die bei ihrer Verschiebung die ebene Form behält. Berücksichtigt man, daß

$$x_2 = \frac{p S_2}{K_2}$$

ist, und formt man die Gleichung (56.37) um, so ergibt sich

$$\frac{x_1}{p S_1} = \frac{V}{S_1^2 \gamma P} + \left(\frac{S_2}{S_1} \right)^2 \frac{1}{K_2} \quad (56.38)$$

Führt man die Bezeichnungen

$$K = \frac{p S_1}{x_1}, \quad (56.39)$$

$$K_1 = \frac{S_1^2 \gamma P}{V}, \quad (56.40)$$

$$K_M = K_2 \left(\frac{S_1}{S_2} \right)^2 = K_2 y^2 \quad \left(y = \frac{S_1}{S_2} \right) \quad (56.41)$$

ein, so kann für die Gleichung (56.38) geschrieben werden

$$\frac{1}{K} = \frac{1}{K_1} + \frac{1}{K_M} \quad (56.42)$$

Hierbei ist K die gesamte Elastizität des Systems, K_1 die Elastizität des Luftkissens und K_M die reduzierte Elastizität der Membran im Mikrophon.

Die Gleichung (56.42) zeigt, daß die tatsächliche Elastizität des Luftkissens und die reduzierte Elastizität des Mikrophons in Reihe geschaltet sind. Daraus folgt, daß das äquivalente Schema des Mikrophon-Seismographen mit Luftverbindung so dargestellt werden kann, wie es in Abb. 124 b angegeben ist.

Die Bedingung für maximale Empfindlichkeit erhält für den betrachteten Fall die Form

$$\frac{M}{K_M} - \frac{M}{K_1} = \frac{1}{\omega^2} \quad (56.43)$$

oder

$$\frac{M}{K_2} \left(\frac{S_2}{S_1} \right)^2 - \frac{M V}{S_1^2 \gamma P} = \frac{1}{\omega^2} \quad (56.44)$$

d) Empfindlichkeit des Mikrophons in Abhängigkeit von der Größe des äußeren Widerstandes

Das Mikrophon gehört zu den parametrischen elektromechanischen Wandlern. Bei Änderung des Druckes auf die Membran im Mikrophon wird keine elektromotorische Kraft induziert, sondern es ändert sich nur der Widerstand des Mikrophons.¹⁾

¹⁾ Die Eigenschaften der Kohlemikrophone werden in [31] betrachtet. (Anm. d. Red. d. russ. Ausg.)

Für den Strom ergibt sich bei einer sinusförmigen Druckänderung

$$I = \frac{E}{R + R_0 \sin \omega t}, \quad (56.45)$$

wobei R die Summe aus Lastwiderstand und mittlerem konstantem Widerstand des Mikrophons, R_0 die Amplitude der veränderlichen Komponente des Mikrophonwiderstandes bedeuten ($R_0 \ll R$).

Multipliziert man Zähler und Nenner der rechten Seite von Gleichung (56.45) mit $R - R_0 \sin \omega t$ und vernachlässigt das Quadrat der veränderlichen Widerstandskomponente im Verhältnis zum Quadrat des konstanten Widerstandes, so ergibt sich

$$I = \frac{E}{R} - \frac{E R_0}{R^2} \sin \omega t. \quad (56.46)$$

Die konstante Komponente des Stromes geht gewöhnlich nicht in die Messungen ein und interessiert hier auch nicht. Die veränderliche Komponente ist

$$i = - \frac{E R_0}{R^2} \sin \omega t. \quad (56.47)$$

Die Amplitude der Widerstandsänderung ist eine Funktion der Amplitude der Durchbiegung der Membran im Mikrofon (oder des Druckes im Mikrofon). In Anbetracht des kleinen Arbeitsbereiches der Kurve, die diese Funktion ausdrückt, kann man

$$R_0 = - \alpha z_0 \quad (56.48)$$

annehmen, wobei z_0 die Größe der Durchbiegung der Membran und α ein frequenzabhängiger Koeffizient ist. Durch das Minuszeichen soll ausgedrückt werden, daß die Kompression des Pulvers (positive Durchbiegung) zu einer Verringerung des Widerstandes führt.

Berücksichtigt man die Gleichung (56.48), so kann die Gleichung (56.47) umgeformt werden in

$$i = \frac{E \alpha z_0 \sin \omega t}{R^2}. \quad (56.49)$$

Das Amplitudenverhältnis der Schwingungen des Stromes und der mechanischen Schwingungen der Membran ist gleich

$$\mathcal{V} = \frac{i_0}{z_0} = \frac{E \alpha(\omega)}{R^2}. \quad (56.50)$$

Die Gleichung (56.50) ist der Ausdruck für die dynamische Charakteristik des Mikrophons, in der jedoch die Form der Funktion nicht dechiffriert werden kann.

Die Gleichung (56.50) zeigt, daß die Empfindlichkeit des Mikrophons umgekehrt proportional dem Quadrat des Gesamtwiderstandes ist. Wenn der äußere Widerstand im Verhältnis zum inneren Widerstand (des Mikrophons) groß ist, führt die Verdoppelung des ersteren zu einer vierfachen Verringerung der Empfindlichkeit.

§ 57. Kapazitive Seismographen

Im Kondensator- wie auch im Mikrophon-Seismographen stellt der elektromechanische Wandler einen parametrischen Wandler dar. Bildet im Mikrophon-Seismographen der Ohmsche Widerstand den Parameter, so ist es im Kondensatorseismographen die Kapazität.

Es existieren zwei Grundschema der kapazitiven Seismographen: ein niederfrequenten und ein hochfrequenten. Beide sind Modifikationen der Schemata von nieder- und hochfrequenten Kondensatormikrophonen, wie sie in der Akustik weitestgehend bekannt sind.¹⁾

Im ersten Schema (niederfrequenten) führt die Änderung der Kapazität zur Änderung der Spannung an den Platten des Kondensators. Zur Analyse dieses Schemas verwenden wir die Abb. 128. Die träge Masse im Seismographen (Abb. 128a) ist mit einer Platte des ebenen Kondensators starr verbunden und das Gestell des Seismographen mit der anderen Platte. Im Kreis (Abb. 128b) sind der Kondensator C (regelbar) die Batterie U und der Widerstand R in Reihe geschaltet. Wenn

angenommen wird, daß sich infolge der Bodenbewegung der Abstand zwischen den Platten um die Größe x ändert, die im Verhältnis zum mittleren Abstand zwischen den Platten d sehr klein ist, dann ist die Kapazität des Kondensators C im Schwingungsprozeß

$$C = \frac{S}{4\pi(d-x)}, \quad (57.1)$$

wobei S die Fläche der Kondensatorplatte ist.

Löst man die Gleichung nach der Variablen c auf und vernachlässigt x gegenüber d , so ergibt sich

$$c = \frac{Cx}{d}. \quad (57.2)$$

Wäre die Isolation der Platten des Kondensators eine vollständige, dann würde sich die Ladung Q des Kondensators in Abhängigkeit von der Zeit nicht ändern,

$$Q = UC,$$

¹⁾ Die Beschreibung der Mikrophone erfolgt z. B. in [42]. (Anm. d. Red. d. russ. Ausg.)

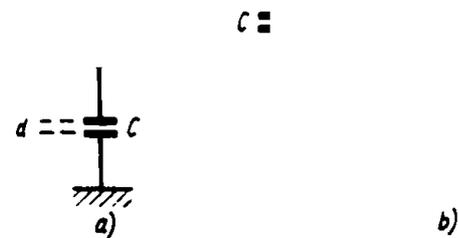


Abb. 128

und demzufolge wären die Änderungen c der Kapazität und der Spannung u durch die Beziehung

$$Uc + Cu = 0 \quad (57.3)$$

verbunden, woraus

$$u = -\frac{U}{C}c = -\frac{Ux}{d} \quad (57.4)$$

folgt oder, in Differentialform,

$$(du)_1 = -\frac{U}{d}\dot{x}dt. \quad (57.5)$$

Ist $R \neq \infty$ (d. h., sind Ableitwiderstände vorhanden), so nimmt die Spannung als Funktion der Zeit nach der Beziehung

$$u = u_0 e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (57.6)$$

oder, in Differentialform,

$$(du)_2 = -\frac{u}{\tau}dt \quad (57.7)$$

ab, wobei τ die Zeitkonstante des Systems ist:

$$\tau = CR. \quad (57.8)$$

Verlaufen zwei Prozesse (Entstehung und Abnahme der Spannung) gleichzeitig, dann ist die allgemeine Änderung der Spannung

$$du = (du)_1 + (du)_2 = -\frac{U}{d}\dot{x}dt - \frac{u}{\tau}dt \quad (57.9)$$

oder

$$\dot{u} + \frac{u}{\tau} = -\frac{U}{d}\dot{x}. \quad (57.10)$$

Eine Gleichung dieser Art trat in der Theorie des Widerstandsverstärkers auf.

Analog dazu erhält man, daß im vorliegenden System bei der Umwandlung der mechanischen Schwingungen in elektrische folgende Frequenz- und Phasenverzerrungen auftreten:

$$\frac{u_0}{x_0} = -\frac{U}{d} \sqrt{1 + \frac{1}{(\omega\tau)^2}} \quad (57.11)$$

$$\tan \varphi = \frac{1}{\omega\tau}. \quad (57.12)$$

Ist die Zeitkonstante groß, so sind keine Verzerrungen vorhanden. Bei kleinem τ ist die Spannung u bereits nicht mehr proportional der Verschiebung der Platten des Kondensators, sondern der Geschwindigkeit der Verschiebung

$$u = -\frac{U}{d}\tau\dot{x} \quad (57.13)$$

oder (für periodische Schwingungen)

$$u_0 = -\frac{U}{d}\omega\tau x_0. \quad (57.14)$$

Demzufolge können die Frequenzcharakteristiken des Kondensator- und elektromagnetischen Wandlers auf Wunsch identisch gestaltet werden.

Gewöhnlich wird die Wechsellspannung u , die am Widerstand R entsteht, weiter verstärkt. In Abb. 129 ist ein bewährtes Schema eines niederfrequenten Kondensatorseismographen angegeben. Dieses System unterscheidet sich von dem oben untersuchten dadurch, daß die mit der trägen Masse M starr verbundene Platte zwischen zwei anderen, unbeweglichen Platten, die zwei Kondensatoren C bilden, schwingt.

Abb. 129

Abb. 130

Die Spannungsänderungen werden in einer Gegentaktschaltung an das Gitter der ersten Verstärkerröhre gelegt, die sich im Seismographengehäuse befindet (die folgenden Stufen können vom Seismographen getrennt sein).

Beim zweiten (hochfrequenten) Schema des Kondensatorseismographen erfolgt die Umwandlung der mechanischen Schwingungen in elektrische nach der Modulationsmethode durch Verstimmung.

Der Hochfrequenzgenerator G und der abgestimmte Schwingungskreis K bilden ein gekoppeltes Resonanzsystem (Abb. 130). Der Kondensator im Generator besteht aus zwei Platten. Die eine ist starr mit der trägen Masse und die andere mit dem Gehäuse des Seismographen verbunden.

Bei der Bewegung des Bodens wird durch die Änderung des Abstandes zwischen den Kondensatorplatten die Frequenz der Schwingungen des Generators verändert. Wenn die Auslenkung der Kondensatorplatten aus der Gleichgewichtslage im Verhältnis zum Abstand zwischen den Platten sehr klein ist, kann eine der Verschiebung x proportionale Änderung der Frequenz $\Delta\Omega$ angenommen werden:

$$\Delta\Omega = ax; \quad (57.15)$$

dabei ist a ein Proportionalitätsfaktor, der von den Parametern des Schwingungskreises abhängt.

Die Änderung der Frequenz des Generators ruft eine Änderung der Resonanzbedingungen zwischen dem Generator- und dem abgestimmten Kreis hervor.

Die Frequenzcharakteristik (oder die Resonanzkurve) des abgestimmten Schwingungskreises hat im Resonanzgebiet bei geringer Dämpfung die in Abb. 131 dargestellte Form.

Die Zunahme der Frequenz des Generators um $\Delta\Omega$ bedingt eine Zunahme des Stromes Δi im abgestimmten Kreis:

$$\Delta i = I \frac{dV}{d\Omega} \Delta\Omega = I \frac{dV}{d\Omega} a x; \quad (57.16)$$

hierbei ist I die Intensität der Schwingungen im Generator.

Die Modulation des Stromes ist bei konstanten Werten x und I im Punkte der maximalen Steigung der Frequenzcharakteristik, annähernd auf halber Höhe, am größten. Diesen Punkt wählt man als mittleren Arbeitspunkt des Generators. Eine Erhöhung

Abb. 131

Abb. 132

des Modulationsgrades erreicht man durch eine Verringerung der Dämpfung im abgestimmten Schwingungskreis. Der modulierte Strom wird anschließend demoduliert und verstärkt.

Würden Verstärker und Galvanometer keine Verzerrungen hervorrufen, dann wäre der Ausschlag des Galvanometers proportional der relativen Verschiebung der Kondensatorplatten.

Der Prozeß der elektromechanischen Umwandlung ist im vorliegenden Fall nicht selbst die Ursache von Verzerrungen.

Die Kondensatorseismographen nach dem Modulationsprinzip besitzen eine große Empfindlichkeit und einen kleinen Störpegel. Bei entsprechender Wahl der Verstärker und Galvanometer ergibt sich eine genaue Aufzeichnung der Bewegung des Bodens.

Der Meßkondensator muß sich nicht unbedingt im Generatorkreis befinden, er kann auch in den abgestimmten Kreis geschaltet werden.

Den Modulationsprozeß illustriert im vorliegenden Fall die Abb. 132. In der UdSSR wurden kapazitive Seismographen bei der refraktionsseismischen Erkundung verwendet.

§ 58. Thermomikrophon-Seismographen

Der elektromechanische Wandler im Thermomikrophon-Seismographen besteht aus einem dünnen Metalldraht, der durch einen Gleichstrom geheizt wird. Der Umwandlungsprozeß der mechanischen Wellen in elektrische erfolgt in folgender Weise

(Abb. 133): Durch die Bewegung des Kolbens K im Luftdämpfer L wird ein Luftstrom durch den schmalen Spalt im oberen Teil des Dämpfers erzeugt. Der den Draht abkühlende Luftstrom verringert den Widerstand des Drahtes, und damit nimmt der Strom im Kreis des Heizdrahtes zu. Bei oszillographischer Registrierung wird die veränderliche Komponente des Stromes entweder mit Hilfe eines Transformators oder einer Wheatstoneschen Brückenschaltung ausgekoppelt.

Wenn bei der Bewegung des Kolbens nach der einen Seite die Luft aus dem Zylinder ausströmt, muß bei der Bewegung des Kolbens nach der entgegengesetzten Seite die Luft angesaugt werden. In beiden Fällen kühlt der Luftstrom den Faden. Dieser Effekt führt dazu, daß das elektrische System nur auf die absoluten Werte der Geschwindigkeit des Luftstromes reagiert. Mit anderen Worten: Die in elektrische umzuwandelnden mechanischen Schwingungen werden gleichgerichtet. Die Gleichrichtung verzerrt die Form der Aufzeichnung und ist deshalb nicht erwünscht. Diese Schwierigkeit kann man umgehen, wenn dem veränderlichen Strom ein konstanter überlagert wird, dessen Intensität größer als die des veränderlichen Stromes ist.

Abb. 133

Bei vorhandenem konstantem Strom verursachen die Schwingungen des Kolbens (wenn sie die bekannte Grenze nicht überschreiten) nur eine Vergrößerung oder Verringerung der Intensität des gesamten Luftstromes, es erfolgt jedoch keine Änderung der Richtung des Stromes. Auf diese Weise wird der Effekt der Gleichrichtung beseitigt. Unter den bekannten Bedingungen können die im Inneren des Gerätes entstehenden freien Konvektionsströme diese Aufgabe erfüllen. Diese Überlegungen veranschaulicht die Abbildung 134.

Die Theorie des Thermomikrophonwandlers ist im Buch von KING [71] angegeben. Nachstehend werden die wesentlichen Ergebnisse der Theorie in einer etwas vereinfachten Form wiedergegeben.

Zunächst wird angenommen, daß sich der Kolben so lange mit gleichförmiger Geschwindigkeit bewegt, bis sich der neue Gleichgewichtszustand herausgebildet hat. Die Temperatur des Drahtes ist dann nur eine Funktion der Geschwindigkeit des Luftstromes:

$$\theta^* = \theta^*(V + \bar{V}); \quad (58.1)$$

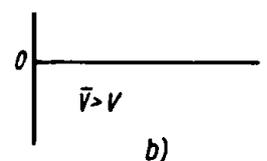


Abb. 134. Zum Thermomikrophon-Seismograph
 T Temperatur des Drahtes,
 V Geschwindigkeit des variablen Luftstromes,
 \bar{V} Geschwindigkeit des konstanten
 (Konvektions-) Luftstromes

θ^* bedeutet hierbei die Temperatur des Drahtes, die dem neuen Gleichgewichtszustand entspricht, \bar{V} die Geschwindigkeit des Konvektionsstromes und V die Geschwindigkeit des Stromes, der durch die Bewegung des Kolbens entsteht.

Ist V im Verhältnis zu \bar{V} klein, so ergibt sich durch Entwickeln von (58.1) in eine Reihe

$$\theta^* = \theta^*(V) + \frac{\partial \theta}{\partial V} \cdot V \quad (58.2)$$

oder

$$\theta^* = \bar{\theta} - aV, \quad (58.3)$$

wobei $\bar{\theta}$ den mittleren Wert der Temperatur und a einen Proportionalitätsfaktor bezeichnen.

Erfolgt die Bewegung des Kolbens nicht mit gleichförmiger Geschwindigkeit, dann unterscheidet sich die Temperatur des Drahtes infolge der Wärmeträgheit von derjenigen Temperatur, die der Draht im Gleichgewichtszustand haben würde. Die Temperaturänderung als Funktion der Zeit erfolgt um so schneller, je größer die Differenz zwischen θ^* (Temperatur des Gleichgewichtszustandes) und θ (Momentanwert der Temperatur) ist.

Mathematisch ist dies wie folgt zu formulieren:

$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{1}{\tau} (\theta^* - \theta) \quad (58.4)$$

(τ ist die Zeitkonstante des Drahtes).

Nach der Theorie von KING ist

$$\tau = \frac{C(\bar{\theta} - \theta_0)}{0.24 I^2 R_0}; \quad (58.5)$$

dabei bedeuten C die Wärmekapazität des Drahtes, θ_0 die Lufttemperatur im Dämpfer, R_0 den Widerstand des Drahtes bei $\theta = \theta_0$ und I den durch den Draht fließenden Strom.

Unter Berücksichtigung von Gleichung (58.3) kann die Gleichung (58.4) in der Form

$$\frac{d(\theta - \bar{\theta})}{dt} + \frac{1}{\tau} (\theta - \bar{\theta}) = - \frac{a}{\tau} V \quad (58.6)$$

geschrieben werden.

Die Differenz $(\theta - \bar{\theta})$ ist die Abweichung der Temperatur vom mittleren Wert. Es ist nun ein Zusammenhang zwischen den Temperaturabweichungen und den Änderungen des Stromes herzustellen. Wenn angenommen wird, daß der Widerstand R eine lineare Funktion der Temperatur ist, ergibt sich für die variable Komponente r des Widerstandes

$$r = \beta R(\theta - \bar{\theta}). \quad (58.7)$$

Dabei ist β der Temperaturkoeffizient des Widerstandes.

Die Änderungen des Stromes i sind (wenn sie im Verhältnis zum Gesamtstrom I sehr klein sind) mit denen des Widerstandes r durch die Beziehung verbunden

$$I r + R i = 0, \quad (58.8)$$

woraus

$$i = -\frac{I r}{R} = -I \beta (\theta - \theta) \quad (58.9)$$

folgt.

Multipliziert man die linke und rechte Seite der Gleichung (58.6) mit $(-I \beta)$, so ergibt sich

$$\frac{di}{dt} + \frac{i}{\tau} = \frac{a}{\tau} I \beta V. \quad (58.10)$$

Wird die Gleichung (58.10) für den Fall stationärer Schwingungen gelöst, erhält man

$$\frac{i}{V} = \frac{a I \beta}{1 + i \omega \tau}. \quad (58.11)$$

Daraus folgt die Frequenzcharakteristik des Thermomikrophon-Wandlers:

$$\frac{i_0}{V_0} = \frac{a I \beta}{\sqrt{1 + (\omega \tau)^2}}; \quad (58.12)$$

und die Phasenverschiebung ist

$$\tan \varphi = -\omega \tau. \quad (58.13)$$

Nachdem die Verzerrungen im elektromechanischen Wandler untersucht worden sind, kann man zu den Folgerungen aus der Frequenzcharakteristik des Thermomikrophon-Seismographen übergehen.

Das mechanische System ist im Thermomikrophon-Seismographen das gleiche wie im Seismographen mit Luftdämpfung. Der aus dem Dämpfer austretende Luftstrom dient zur Kühlung des Thermomikrophons. Das elektrische Analogon des mechanischen Teils im Seismographen ist in Abb. 135 angegeben. Wenn im § 33 unsere Aufgabe in der Bestimmung der Kompression der Aufhängefeder bestand (oder, was dem entspricht, der Verschiebung der Masse relativ zum Gehäuse des Gerätes), so interessiert hier der Luftdruck im Dämpfer. Die Änderung des Stromes durch den Draht ist proportional der Geschwindigkeit des Luftstromes, während die Geschwindigkeit des Luftstromes nach dem Gesetz von POISEUILLE proportional der Druckdifferenz innerhalb und außerhalb des Dämpfers ist.

Da das elektrische Analogon etwas anders als früher dargestellt worden ist, erhalten die Maschengleichungen eine andere Form:

$$\left. \begin{aligned} \dot{\xi} i \omega M + \dot{x} \left(i \omega M + \frac{K}{i \omega} + H \right) - \dot{x}_2 H &= 0, \\ \dot{x} H - \dot{x}_2 \left(H + \frac{k}{i \omega} \right) &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (58.14)$$

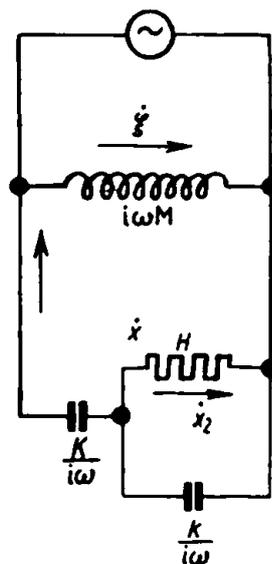


Abb. 135

Eliminiert man aus diesem System \dot{x} , so ergibt sich

$$\left((i\omega)^2 M + i\omega \frac{kM}{H} + (K + k) + \frac{1}{i\omega} \cdot \frac{Kk}{H} \right) \dot{x}_2 = - (i\omega)^2 M \dot{\xi}, \quad (58.15)$$

wobei x_2 die Kompression der Feder ist, die die Masse mit dem (idealen) Dämpfer verbindet.

Geht man zur Differentialgleichung über, so erhält man

$$\ddot{x}_2 + \frac{k}{H} \dot{x}_2 + \frac{K+k}{M} x_2 + \frac{Kk}{HM} x_2 = - \ddot{\xi}. \quad (58.16)$$

Der Überdruck im Inneren des Dämpfers ist proportional

$$p = - \frac{k}{S} x_2 \quad (58.17)$$

(S ist die Fläche des Dämpferquerschnittes), die Strömungsgeschwindigkeit ist proportional dem Druck:

$$V = \alpha p \quad (58.18)$$

(α ist der Proportionalitätsfaktor im Poiseuilleschen Gesetz).

Multipliziert man (58.16) mit $-\alpha k/S$, so erhält man den Zusammenhang zwischen der Geschwindigkeit des Luftstromes und der Bodenverschiebung:

$$\ddot{V} + \frac{k}{H} \dot{V} + \frac{K+k}{M} V + \frac{Kk}{MH} V = \ddot{\xi} \frac{\alpha k}{S}. \quad (58.19)$$

Die Gleichungen (58.19) und (58.10) gestatten es, die Frage bezüglich der Verzerrungen im Thermomikrophon-Seismographen zu lösen.

Die Vorgänge, bei denen der Gleichgewichtszustand nicht erreicht wird, werden nicht weiter behandelt, sondern es wird nur der Ausdruck für die Frequenzcharakteristik des Systems angegeben.

Aus der Gleichung (58.19) folgt

$$\frac{V}{\xi} = \frac{\frac{\alpha k}{S} (i\omega)^2}{(i\omega)^2 + \frac{k}{H} (i\omega) + \frac{K+k}{M} + \frac{Kk}{HM}}. \quad (58.20)$$

Durch gliedweise Multiplikation von Gleichung (58.20) mit (58.11) erhält man

$$\frac{i}{V} \cdot \frac{V}{\xi} = \frac{i}{\xi} = \frac{\frac{\alpha k}{S} \alpha I \beta (i\omega)^2}{\left((i\omega)^2 + \frac{k}{H} (i\omega) + \frac{K+k}{M} + \frac{Kk}{HM} \right) (1 + i\omega\tau)}. \quad (58.21)$$

Die Gleichung (58.21) bestimmt die Frequenz- und Phasencharakteristik des Thermomikrophon-Seismographen. Die Charakteristiken werden nicht analysiert. Es ist nur

folgendes zu bemerken: Wenn die Periodendauer der Bodenschwingung im Verhältnis zur „Zeitkonstante“ des Drahtes, zur Periodendauer der Eigenschwingungen der Masse (unter Einwirkung der Elastizität des Luftkissens und der Aufhängefeder) groß ist, dann ist in diesem Bereich die Frequenzcharakteristik proportional der dritten Potenz der Frequenz.

In diesem Fall ist die Selektivität des Thermomikrophon-Seismographen gleich der Selektivität der elektromagnetischen Seismographen, woraus die Anwendungsmöglichkeit der Thermomikrophon-Seismographen zur Registrierung von reflektierten Wellen folgt.

Vergrößert man die träge Masse im Seismographen und die Dämpfung, dann erreicht man, daß die Änderung des Stromes proportional der Verschiebung des Bodens wird. Demzufolge kann der Thermomikrophon-Seismograph auch zur Messung von Vibrationen verwendet werden.

Ungeachtet der offensichtlichen Vorteile des Thermomikrophon-Seismographen wurde er jedoch nicht umfassend angewendet, was teilweise auf seine schwierige Konstruktion zurückzuführen ist.

§ 59. Piezoquarz-Beschleunigungsmesser ¹⁾

a) Piezoelektrischer Effekt

Als piezoelektrischen Effekt bezeichnet man die Eigenschaft einiger Kristalle, bei mechanischer Verformung eine elektrische Polarisierung hervorzubringen (direkter Piezoeffekt), und umgekehrt, sich unter der Einwirkung eines elektrischen Feldes zu verformen (reziproker Piezoeffekt) [72]. Der piezoelektrische Effekt wird bei azentrischen Kristallen beobachtet, wie z. B. bei Quarz, Turmalin, Seignette-Salz usw. Der Piezomodul von Quarz und Turmalin ist annähernd gleich groß. Im Seignette-Salz ist der piezoelektrische Effekt wesentlich stärker als im Quarz. Es wird jedoch wegen der Einwirkung fremder Einflüsse selten verwendet. Im folgenden wird ausschließlich der piezoelektrische Beschleunigungsmesser auf Quarzbasis behandelt.

Piezoquarkristalle haben die Form eines hexagonalen Prismas mit Pyramiden auf den Grundflächen (Abb. 136). Die parallelen Richtungen zur Hauptachse OO' , die durch die Gipfel der Pyramiden geht, bezeichnet man als optische Achsen. Die Rich-

Abb. 136

¹⁾ Die Bezeichnung Beschleunigungsmesser engt den Anwendungsbereich des piezoelektrischen Seismographen etwas ein. Es ist in einfacher Weise zu zeigen, daß der piezoelektrische Beschleunigungsmesser als ausgezeichnetes Meßgerät für Verschiebungen verwendet werden kann. Zur Umwandlung des Beschleunigungsmessers in einen Seismographen genügt es, die Aussagen des Beschleunigungsmessers mit einem Galvanometer großer Periodendauer zu registrieren.

tungen, die senkrecht zu den optischen Achsen und parallel zu den Flächen des Prismas laufen, bezeichnet man als elektrische Achsen. Der Quarz besitzt drei elektrische Achsen, die miteinander einen Winkel von 120° einschließen.

Nach den Untersuchungen von P. CURIE ist die durch Druck hervorgerufene elektrische Polarisation immer senkrecht zur optischen Achse orientiert; sie verschwindet dann, wenn der Druck in Richtung der optischen Achse wirkt.

Es existieren zwei Anwendungsmethoden des piezoelektrischen Effektes am Quarz. Bei der ersten Methode wird die mechanische Kraft in Richtung der elektrischen Achse und bei der zweiten in der zur elektrischen und optischen Achse senkrechten Richtung (Methode von CURIE) orientiert. Wird aus dem Quarz eine Platte in der Weise herausgeschnitten, daß ihre größte Oberfläche eine optische Achse hat und senkrecht auf der elektrischen Achse steht, so entstehen bei einem Druck in Richtung der elektrischen Achse an den entgegengesetzten Seiten der Platte dem Betrag nach gleiche Elektrizitätsmengen, die jedoch entgegengesetztes Vorzeichen haben:

$$Q = \delta F = \delta P S; \quad (59.1)$$

dabei bedeuten F die mechanische Kraft, δ den Piezomodul, P den Druck und S die Fläche der Platte.

Wenn die Platte so herausgeschnitten worden ist, daß unter Beibehaltung der obigen Bedingungen die optische Achse parallel einer der langen Kanten der Platte ist, dann entstehen bei einem Druck in der zur elektrischen und optischen Achse senkrechten Richtung an den großen Flächen der Platte Ladungen

$$Q' = -\delta \frac{l}{b} F = -\delta P S'. \quad (59.2)$$

Dabei sind l die Länge der Platte in Richtung der Kraftwirkung, b die Dicke in Richtung der elektrischen Achse, $S' = al$ und a die Breite in Richtung der optischen Achse.

Befindet sich die Piezoquarzplatte in einem elektrischen Feld, dessen Richtung mit der Richtung der elektrischen Achse übereinstimmt, so tritt der reziproke Piezoeffekt nach den Gleichungen

$$\frac{\Delta l}{l} = -\delta E_b, \quad \frac{\Delta b}{b} = \delta E_b, \quad \frac{\Delta a}{a} = 0 \quad (59.3)$$

auf, wobei E_b die Feldstärke in Richtung der elektrischen Achse ist.

Die Komponenten des Feldes, die senkrecht zur elektrischen Achse liegen, verursachen keine Deformation.

Ein Vergleich der Gleichungen (59.1) und (59.2) zeigt, daß im zweiten Fall (bei einem „Schnitt nach CURIE“) die gleiche Kraft F das Auftreten einer um l/b -mal größeren Ladung als im ersten Fall hervorruft.

Da das Verhältnis l/b leicht in die Größenordnung von 100 gebracht werden kann, zeigt sich die überlegene Empfindlichkeit der Curie-Platte. Sie besitzt jedoch eine große *Sprödigkeit*, wodurch ihre Verwendung in der angewandten Seismik wesentlich behindert wird.

b) Mechanische Charakteristik des Piezoquarz-Beschleunigungsmessers

Der Quarz, dessen Elastizitätsmodul angenähert dem Elastizitätsmodul von Aluminium und Messing entspricht, stellt eine außerordentlich starre Feder für die träge Masse des Seismographen dar.

Die Periodendauer der Eigenschwingungen des Systems ist

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{M}{K}}$$

mit

$$K = E \frac{S}{l}.$$

Hierbei sind E der Modul von YOUNG, S die Schnittfläche des Quarzes und l seine Länge in der Richtung der Kraftwirkung.

Nach der Berechnung von H. GONDET und P. BEAUDOUIN [64] ist für eine Piezoquarz-Platte mit der Dicke 1 cm und dem Durchmesser von 2 cm $K = 2,5 \cdot 10^{12}$. Wenn die träge Masse 1 kg beträgt, ist die Periodendauer der Eigenschwingungen des Systems $T = 12,6 \cdot 10^{-5}$ s (Eigenfrequenz ≈ 8000 Hz).

Da die Frequenz der Bodenschwingungen selten 100 Hz überschreitet, ist in diesem Fall die Bedingung $n_0 \gg \omega$ erfüllt. Sie gewährleistet, daß mit dem Gerät die Beschleunigung der Bewegung seines Gehäuses aufgezeichnet wird. Die fehlende mechanische Dämpfung beeinträchtigt nicht die Eigenschaften des Gerätes, da die Resonanzfrequenz weit außerhalb des Arbeitsfrequenzbereiches liegt.

Die Methode von CURIE führt zu wesentlich schlechteren Ergebnissen. Nach den Berechnungen der obengenannten Autoren besitzt die Quarzplatte mit einer Dicke von 0,6 mm, einer Breite von 7 mm und einer Länge von 60 mm unter der Last von 10 g eine Periodendauer von 10^{-3} s. Eine Erhöhung der Last auf 1 kg verringert die Periodendauer auf 0,01 s. Demzufolge ist die Periodendauer der Schwingungen der trägen Masse im Seismographen mit der Periodendauer der Bodenschwingungen vergleichbar. Die Bezeichnung Piezoquarz-Beschleunigungsmesser ist damit bereits nicht mehr gerechtfertigt.

Strebt man bewußt eine Vergrößerung der Periodendauer an, um den Beschleunigungsmesser in ein Gerät zur Messung von Verschiebungen umzuwandeln, so erfordert das Gerät einen speziellen Dämpfer. Es ist zu bedenken, daß das Gerät in diesem Fall kaum irgendwelche wesentlichen Vorteile gegenüber anderen Systemen besitzt.

Man muß demzufolge für eine genaue Aufzeichnung der Beschleunigung der Bodenbewegung die träge Masse mit der Piezoquarzplatte so verbinden, daß der Druck in der Richtung der elektrischen Achse wirkt.

Eine hohe Genauigkeit der Piezoquarz-Beschleunigungsmesser ist auch durch den Umstand bedingt, daß der Quarz keine elastische Hysteresis besitzt und sich eine Temperaturänderung nicht merklich auf seine Eigenschaften auswirkt.

Im folgenden Abschnitt wird gezeigt, daß die elektrische Charakteristik der Piezoquarz-Beschleunigungsmesser ebenso vollständig wie die mechanische ist.

c) Elektrische Charakteristik des Piezoquarz-Beschleunigungsmessers

Die elektrische Ladung, die auf den Flächen der Platten entsteht, erzeugt eine um so größere Potentialdifferenz, je kleiner die Kapazität des Quarzes und des mit ihm verbundenen elektrischen Systems ist. Wenn die mechanischen Kräfte in Richtung der elektrischen Achse orientiert sind, ist die Potentialdifferenz an den Belägen

$$U = \frac{\delta F}{C} = \frac{\delta F}{C_0 + \frac{\epsilon S}{4\pi b}}, \quad (59.4)$$

wobei S die Schnittfläche der Quarzplatte, b die Dicke, ϵ die Dielektizitätskonstante, C_0 die äquivalente Kapazität des mit dem Quarz verbundenen Systems bezeichnen.

Die Potentialdifferenz entsteht in dem Moment, in dem die mechanische Kraft auftritt. Wenn die Isolation der Beläge des Kondensators vollkommen ist, bleibt die Potentialdifferenz während der ganzen Zeit, in der die Kraft wirkt, erhalten.

In jedem gegebenen Zeitpunkt ist die Änderung der Potentialdifferenz proportional zur Druckänderung. Ist zwischen den Belägen des Kondensators eine Ableitung vorhanden, so wird der Kondensator nach der Gleichung

$$U = U_0 e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (59.5)$$

entladen, wobei $\tau = CR$ die Zeitkonstante und R den Ableitwiderstand bedeuten.

Zur genauen Aufzeichnung des Schwingungsvorganges ist eine Zeitkonstante τ erforderlich, die im Verhältnis zur Periodendauer der erzwungenen Schwingungen groß ist. Im umgekehrten Fall nimmt die Empfindlichkeit ab, und es entstehen Frequenz- und Phasenverzerrungen. Die Änderung der Potentialdifferenz dU ist dann die algebraische Summe der Spannungsabfälle, die durch die Entladung des Kondensators und dessen Aufladung, bedingt durch die Änderung der Kraft dF , entstehen,

$$dU = -\frac{U}{\tau} dt + \frac{\delta}{C} dF, \quad (59.6)$$

woraus folgt

$$\dot{U} + \frac{U}{\tau} = \frac{\delta}{C} \dot{F}. \quad (59.7)$$

Die Verzerrungen sind demzufolge die gleichen wie im einstufigen Widerstandsverstärker (s. § 34).

Wegen der überaus kleinen Kapazität des Systems (10 bis 20 cm \approx 10 bis 20 pF) sind, um eine große Zeitkonstante zu erhalten, bedeutend höhere Werte des Ableitwiderstandes R anzuwenden, als gewöhnlich gefordert wird.

Die an den Belägen des Kondensators entstehenden Spannungen können dann nicht unmittelbar an das Gitter einer normalen Verstärkerröhre gegeben werden.

Der Widerstand zwischen Gitter und Kathode dieser Röhren ist meist nicht größer als 10^6 bis $10^8 \Omega$. Mit diesen Werten wird die Zeitkonstante zu klein (einige 10^{-3} s). Aus diesem Grunde müssen in der ersten Stufe des Verstärkers Spezialröhren, die

sogenannten Elektrometerröhren, verwendet werden. Ihr Charakteristikum ist ein sehr kleiner Gitterstrom (in der Größenordnung von 10^{-11} A). Die Aufgabe dieser Röhren ist nicht die Erhöhung der Spannung, sondern die Erzeugung der Spannung, die in der Lage wäre, den Strom aufrechtzuerhalten. Mit Hilfe der Elektrometerröhren gelingt es, Zeitkonstanten von einigen Minuten zu bekommen (die nicht immer nötig und zweckmäßig sind).

Um derartig große Werte für τ zu erhalten, sind Maßnahmen notwendig, die die anderen parasitären Ableitungen verringern.

Zu diesem Zweck wird die Elektrometerröhre in das Gehäuse des Beschleunigungsmessers eingebaut. Als Isolationsmaterialien werden Bernstein und Glimmer verwendet; die Luft im Inneren des Gehäuses wird mit Hilfe von Feuchtigkeitsresorbern getrocknet usw. Zur Verbesserung der Isolation und zur gleichzeitigen Erhöhung der Empfindlichkeit verwendet man statt einer Quarzplatte zwei, die durch eine Metallzwischenlage getrennt sind. Die Metallzwischenlage wird mit dem Steuergitter der Elektrometerröhre verbunden. Die Piezoquarz-Platten liegen so, daß auf den Flächen an der Metallzwischenlage beim Zusammendrücken der Platten gleichnamige Ladungen entstehen. Die entgegengesetzten Flächen der Platten sind mechanisch und elektrisch mit dem Gehäuse des Gerätes verbunden. In diesem Fall wirken die Piezoquarz-Platten selbst als Isolatoren. Zur Erhöhung der Empfindlichkeit des Gerätes verwendet man an Stelle von zwei Platten mitunter mehrere, die in einer Säule angeordnet werden (Abb. 137).

Wie aus der Gleichung (59.4) ersichtlich ist, wird die Empfindlichkeit um so größer, je kleiner die Gesamtkapazität ist.¹⁾ Ausgehend von diesen Überlegungen ist unbedingt eine Verringerung der Kapazität des Gitters der Elektrometerröhre und der parasitären Kapazitäten zwischen den Leitungen und dem Gehäuse des Gerätes (der Erde) anzustreben. Durch die Montage der Elektrometerröhre im Inneren des Gerätes ist die zweite Forderung in einfacher Weise zu erfüllen.

Die Kapazität von zwei Quarzplatten mit einer Dicke von 5 mm und einem Durchmesser von 20 mm ist

$$C = \frac{2\epsilon S}{4\pi b} \approx 4 \text{ pF.}$$

Die Gitterkapazität der Elektrometerröhre beträgt ca. $8 \text{ cm} \approx 8 \text{ pF}$. Berücksichtigt man die übrigen parasitären Kapazitäten, so ergibt sich eine Gesamtkapazität von

¹⁾ Zur Veränderung der Empfindlichkeit benutzt man oft die Abhängigkeit der Empfindlichkeit des Gerätes von der Kapazität (Abb. 137).

zum Verstärker

Abb. 137.
Schematische Darstellung des Piezoquarz-Beschleunigungsmessers
M träge Masse,
L Elektrometerröhre,
R Ableitwiderstand,
C Kondensator kleiner Kapazität zur Veränderung der Empfindlichkeit des Gerätes,
O ein Satz Piezoquarzplatten

annähernd $20 \text{ cm} \approx 20 \text{ pF}$. Beträgt der Ableitwiderstand $R = 10^{12} \Omega$, dann ist die Zeitkonstante

$$\tau = CR = 9 \cdot 10^{11} \cdot 10^{12} \text{ s} \approx 20 \text{ s}.$$

Die sehr große Zeitkonstante kann die Ursache für eine Abnahme der Stabilität sein. Praktisch wird sich infolge von Temperatureffekten der Druck auf den Quarz langsam ändern, und diese langsamen Änderungen können bei einer großen Zeitkonstante das Gerät außer Betrieb setzen.

Ist der Beschleunigungsmesser zur Registrierung von reflektierten Wellen bestimmt, dann können die Forderungen bezüglich der Zeitkonstanten bedeutend herabgesetzt werden. Es genügt, wenn die Zeitkonstante in der Größenordnung der Periodendauer von reflektierten Wellen liegt. Die in diesem Fall entstehenden Frequenz- und Phasenverzerrungen sind vorteilhaft, da sie zu einer Erhöhung des Filtergrades führen. Der Filtergrad entspricht etwa dem eines einstufigen Widerstandsverstärkers mit Koppelkondensator. Ein noch kleinerer Wert τ würde jedoch zu einer spürbaren Abnahme der Empfindlichkeit des Beschleunigungsmessers führen.

§ 60. Verzerrungen in der seismischen Apparatur

In den vorhergehenden Paragraphen wurden die Verzerrungen in jedem einzelnen Glied der seismischen Apparatur untersucht. Jetzt erfolgt dies für die Summe der Verzerrungen des ganzen Systems, d. h. der Kette, die aus elektrischem Seismographen, Verstärker und Galvanometer besteht.

Aus § 38 ist bekannt: Um die Frequenz- und Phasencharakteristik des gesamten Systems zu erhalten, sind die Frequenzcharakteristiken der einzelnen Glieder des Systems zu multiplizieren und die Phasencharakteristiken zu addieren:

$$U_{\Sigma} = H U, \quad \Psi_{\Sigma} = \sum \Psi. \quad (60.1)$$

Die Gleichungen (60.1) sind dann berechtigt, wenn die Effekte der reziproken elektromechanischen Wechselwirkungen fehlen.

Um die Verzerrungen in der gesamten Apparatur zu untersuchen, müßte man unter Verwendung der Gleichungen (60.1) die Ausdrücke für die Charakteristiken des Systems aufstellen und analysieren.

In Anbetracht der vielfältigen möglichen Verbindungen von Seismographen, Verstärkern und Galvanometern zu einem System kann hier keine vollständige Analyse der Verzerrungen erfolgen. Wir beschränken uns auf zwei einfache Grenzfälle, um im bekannten Umfang den Charakter der eventuell auftretenden Verzerrungen zu klären.

Betrachtet man die Frequenz- und Phasencharakteristiken von Seismographen, Verstärkern und Galvanometern, so zeigt sich, daß in zwei Grenzfällen, für $\omega \rightarrow 0$ und für $\omega \rightarrow \infty$, die Charakteristiken die Form

$$U = k \omega^s, \quad \Psi = \frac{\pi}{2} S \quad (60.2)$$

erhalten. Hierbei sind S eine ganze Zahl, die im vorliegenden Fall der logarithmischen Steilheit der Frequenzcharakteristik entspricht, und k ein Proportionalitätsfaktor.

Tabelle 3

| Gerätetyp | Bereich sehr schneller Schwingungen $\omega \rightarrow \infty$ | | Bereich sehr langsamer Schwingungen $\omega \rightarrow 0$ | |
|---|--|------------------|---|-----------------|
| | S | ψ | S | ψ |
| Mechanischer Seismograph | 0 | 0 | 2 | π |
| Elektromechanische Wandler: | | | | |
| a) elektromagnetische | 1 | $\frac{\pi}{2}$ | 1 | $\frac{\pi}{2}$ |
| b) Piezoquarz | 0 | 0 | 1 | $\frac{\pi}{2}$ |
| c) Kontakt | 0 | 0 | 0 | 0 |
| d) kapazitive | | | | |
| in niederfrequenter Schaltung | 0 | 0 | 1 | $\frac{\pi}{2}$ |
| in hochfrequenter Schaltung | 0 | 0 | 0 | 0 |
| e) Thermomikrophon | -1 | $-\frac{\pi}{2}$ | 1 | $\frac{\pi}{2}$ |
| Einstufiger Verstärker: | | | | |
| a) Widerstandsverstärker | 0 | 0 | 1 | $\frac{\pi}{2}$ |
| b) Transformatorverstärker | 0 | 0 | 1 | $\frac{\pi}{2}$ |
| c) Transformatorverstärker mit Koppel- kondensator | 0 | 0 | 2 | π |
| (Galvanometer | -2 | $-\pi$ | 0 | 0 |

In Tabelle 3 sind die Werte S und ψ für jedes der von uns betrachteten Geräte angegeben.

Die in der Tabelle 3 angegebenen Zahlen stellen eine sehr grobe Näherung für die tatsächlichen Verhältnisse dar, da in der Tabelle eine Anzahl von Faktoren (die existierenden parasitären Widerstände, die Effekte der reziproken elektromechanischen Kopplungen usw.) nicht berücksichtigt worden sind.

Um eine Vorstellung über die Frequenzverzerrungen in der gesamten Apparatur zu erhalten, genügt es, in Übereinstimmung mit den Gleichungen (60.1) und (60.2) die

Summe der Zahlenwerte von S , die in den entsprechenden Spalten und Zeilen stehen, zu bilden.

Beispielsweise erhält man für ein System, das aus Seismograph, elektromagnetischem Wandler, vierstufigem Widerstandsverstärker und Galvanometer besteht, bei tiefen Frequenzen für die Summe den Wert 7 und bei hohen Frequenzen den Wert -1 . Dies bedeutet, daß dann, wenn die Periodendauer der Bodenschwingung im Verhältnis zur Periodendauer von Seismograph und Galvanometer und den Zeitkonstanten des Verstärkers sehr groß ist, die Empfindlichkeit des vorliegenden Systems proportional zur siebenten Potenz der Frequenz der Bodenschwingungen ist (bei Erhöhung der Frequenz auf das Doppelte nimmt die Empfindlichkeit um mehr als das Hundertfache zu!). Ist die Periodendauer der Bodenschwingungen im Verhältnis zu den angegebenen Parametern sehr klein, dann ist die Empfindlichkeit umgekehrt proportional der Frequenz.

Die Tabelle 3 kann auch noch in anderer Weise gedeutet werden. Die Vernachlässigung der hohen oder niedrigen Potenzen ist gleichbedeutend mit einer Vernachlässigung der Differentialquotienten hoher oder entsprechender niedriger Ordnung in der Differentialgleichung des Schwingungssystems.

Die Proportionalität der Frequenzcharakteristik zur Frequenz im Grad S deutet darauf hin, daß die Schwingung im Ergebnis der Transformation einer S -fachen Differentiation (oder Integration) unterzogen wird. Das oben angeführte System registriert z. B. bei langsamen Schwingungen den vierten Differentialquotienten der Verschiebungen nach der Zeit und bei schnellen Schwingungen das einmalige Integral der Kurve der Verschiebungen.

Es wird versucht, die Folgerungen auf die nichtstationären Prozesse (Anregung in Form eines Impulses) auszudehnen.

Wir nehmen an, daß die Intensität der niederfrequenten Komponenten im Spektrum des gegebenen Impulses im Vergleich zur Intensität der hochfrequenten Komponenten so groß ist, um alle vorhergehenden Folgerungen bezüglich der Differentiation auch in diesem Fall zu rechtfertigen. Da im Ergebnis jeder Differentiation die Anzahl der Extremwerte um Eins vergrößert wird (wenn keine Sprungstellen vorhanden sind), sind wir berechtigt zu behaupten, daß die für langsame Schwingungen durch die Zahl S charakterisierte seismische Apparatur S zusätzliche Extremwerte ergibt.

Der Abstand zwischen benachbarten Extremwerten wird dabei jedesmal kleiner. In Abb. 138 ist der Prozeß für aufeinanderfolgende Transformationen des Impulses schematisch dargestellt.

Die Kurven in Abb. 138 zeigen, wie schwierig es ist, die wirkliche Form des

Abb. 138

Impulses nach der Aufzeichnung zu beurteilen, die mit Hilfe einer Apparatur mit stark ausgeprägter Filtereigenschaft erhalten wurde.

Die bei der reflexionsseismischen Erkundung verwendete Apparatur kann 7 bis 8 zusätzliche Auslenkungen ergeben.

Die von uns oben angeführten Überlegungen bezüglich der Verzerrungen bei nicht-stationären Schwingungen sind nicht vollständig. Sie wurden nur zu dem Zweck vorgelegt, den Leser an Fragen heranzuführen, die bei der Untersuchung der Filterung und der Verzerrungen auftreten können.

§ 61. Methodik zur Untersuchung der seismischen Apparatur

Es werden die Verzerrungen untersucht, die durch die Apparatur in die Aufzeichnung der Bodenbewegung hineingetragen werden [50], [62]. Durch eine Analyse der Eigen- und erzwungenen Schwingungen des gegebenen Systems kann der Charakter der Verzerrungen bestimmt werden.¹⁾ Die Prüfungen müssen im wesentlichen zur Messung der Periodendauer der Eigenschwingungen, der Dämpfung und der Zeitkonstanten, zur Untersuchung (auch quantitativer) der quasiperiodischen Prozesse (die in der Theorie der Verstärker behandelt worden sind), zur Aufstellung der Frequenz- und Phasencharakteristiken und zur Bestimmung der Empfindlichkeit führen. Dabei sind die Form der Frequenz- und Phasencharakteristiken im Frequenzbereich von 5 ... 10 Hz bis 300 ... 400 Hz zu bestimmen und die Kurven der Eigenschwingungen zu ermitteln. Außerdem ist festzustellen, inwieweit die Eigenschaften der Geräte gleicher Art in der gegebenen Apparatur identisch sind.²⁾

Man muß die Seismographen, Verstärker und Galvanometer sowohl gemeinsam als auch getrennt prüfen, um die Ursache unerwünschter Verzerrungen leichter feststellen zu können. Bei den Prüfungen müssen auch die existierenden elektromechanischen Rückwirkungen (z. B. der Einfluß der Sekundärwicklung des Ausgangstransformators auf die Periodendauer und Dämpfung des Galvanometers) berücksichtigt werden.

Zu bemerken ist, daß bei weitem nicht alle Kontrollen, die im folgenden behandelt werden, tatsächlich durchgeführt werden.

Oft wird die Einsatzbereitschaft der Apparatur durch eine Erprobung im Feld geklärt. Wenn z. B. ein neues Gerät eine gleiche oder genauere Aufzeichnung der reflektierten Wellen ergibt, als das bei vorhergehenden Messungen bewährte Gerät,

¹⁾ Die Frequenz- (oder Phasen-) Charakteristik bestimmt vollkommen die Eigenschaften des Schwingungssystems. Es empfiehlt sich jedoch unabhängig davon, die freien Schwingungen zu untersuchen, da auf diese Weise leicht die Qualität der Apparatur zu beurteilen ist.

²⁾ Die geforderte Identität ist deshalb notwendig, weil die reflektierten Wellen von einer Gruppe von Geräten aufgenommen werden. Aus dem Vergleich der Form ihrer Aufzeichnungen wird geschlossen, ob der vorliegende Einsatz zu den reflektierten Wellen gehört. Ist dies der Fall, dann beurteilt man nach der Verschiebung der Phasen die Neigung der reflektierenden Fläche (die gleichen Forderungen werden an die Apparatur gestellt, die bei den Arbeiten für KMGW verwendet wird). (Anm. d. Red. d. russ. Ausg.)

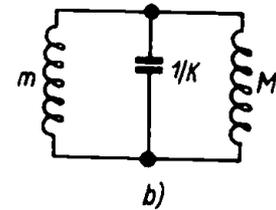
dann entsprechen die Ergebnisse der Felderprobung den Anforderungen, und man ist bestrebt, im weiteren nur die Identität der neuen und geprüften Geräte zu erlangen.

Die Felderprobungen müssen von allseitigen Laboruntersuchungen begleitet werden.

Die dargelegten Kontrollschemata sind nicht die einzigen. Sie wurden nur als Grundidee für Kontrollen dargelegt.

a) Untersuchung der Seismographen

Die Prüfung der Seismographen ist bedeutend komplizierter als die der anderen Teile der Apparatur. Die Schwierigkeiten hängen mit der notwendigen Isolation von parasitären Vibrationen bei der Prüfung zusammen, die in einer Großstadt eine bedeutende Intensität erreichen. Bis zu einem gewissen Grad können Vibrationen in einer Stadt mittels Dämpfungsflächen nach dem Prinzip mechanischer Tiefpässe ausgeglichen werden (s. § 50, Abb. 101). Die Eigenfrequenz des Dämpfers muß außerhalb des Frequenzbereiches liegen, in dem die Prüfung der Seismographen durchzuführen ist. Es ist ebenfalls nicht gleichgültig, wie groß die Masse des Dämpfers und seine Dämpfung sind. Angenommen wird z. B., daß der Dämpfer nicht dämpft und das Gesamtgewicht der Dämpferfläche und des Seismographengehäuses angenähert dem Gewicht der trägen Masse im Seismographen entspricht. Dann kann unter Vernachlässigung der Härte des Dämpfers das mechanische System so dargestellt werden, wie es in Abb. 139a gezeigt wird. Sein elektrisches Analogon ist in Abb. 139b angegeben. Stellt man die Gleichungen der Maschenströme auf und setzt die Determinante des Systems gleich Null, so ergibt sich für die Frequenz der Eigenschwingungen des Systems



$$n_0' = \sqrt{\frac{K(m+M)}{mM}},$$

wobei K die Härte der Feder im Seismographen, m die träge Masse und M die Summe der Masse des Dämpfers und der des Seismographengehäuses ist.

Die Frequenz n_0' des Systems ist größer als die Eigenfrequenz des Seismographen. Vergrößert man die Masse der Dämpferfläche, dann kann man erreichen, daß n_0' praktisch gleich n_0 wird.

Wenn die Intensität der mikroseismischen Bodenunruhe nicht zu groß ist, kann die Dämpfungsfläche überflüssig sein. Dazu ist in erster Linie notwendig, daß die Linearität der Schwingungen des Seismographen bei jenen Amplituden erhalten bleibt, die wesentlich größer als die Amplituden der mikroseismischen Bodenunruhe sind.

Im folgenden nehmen wir an, daß durch diese oder jene Methode die mikroseismische Bodenunruhe ausgeschaltet wird.

Die Untersuchung der Seismographen wird in zwei Abschnitte unterteilt: in die Analyse der Eigen- und der erzwungenen Schwingungen.

Zu Beginn wird der einfachste Fall betrachtet, bei dem nur ein geringfügiger Einfluß der elektromechanischen Rückwirkung vorhanden ist.

Der erste Abschnitt der Versuche (Analyse der Eigenschwingungen) kann in folgender Weise durchgeführt werden: Bei der Messung der Periodendauer der trägen Masse schaltet man die Dämpfung aus und erteilt der Masse eine stoßförmige Anregung. Die Anregung kann mechanisch oder elektrisch erfolgen. Bei der elektrischen Anregung können die Eigenschwingungen durch Ein- oder Ausschalten einer Gleichspannung an einem elektrischen Hilfsmagneten, der auf einen beliebigen ferromagnetischen Teil des Pendels im Seismographen wirkt, angeregt werden.

In elektromagnetischen Seismographen kann die Anregung durch Ausschalten des Stromes in der Induktionsspule erfolgen.

Die Schwingungen werden optisch oder elektrisch aufgezeichnet. Zur optischen Registrierung kann man auch die Vergrößerungsvorrichtung nach SCHWEYDAR benutzen. Sie besteht aus einer Achse, um die ein Faden geschlungen und mit der ein Spiegel verbunden ist (s. § 54, Abb. 110).

Bei der elektrischen Registrierung erfolgt die Aufzeichnung durch ein empfindliches hochfrequentes Galvanometer mit aperiodischer Dämpfung, welches in den Kreis des elektromechanischen Wandlers im Seismographen geschaltet wird. Zur Feststellung von parasitären Eigenschwingungen kleiner Periodendauer ist es zweckmäßig, die Änderung der Aufzeichnung beim Einschalten eines Verstärkers (der die tiefen Frequenzen unterdrückt) zu beobachten.

Aus der Schwingungskurve berechnet man die Periodendauer des Seismographen. Aus der gleichen Kurve kann man schließen, ob eine Reibung vorhanden ist. Eine vorhandene Reibung drückt sich in einer linearen Abnahme der Amplituden als Funktion der Zeit aus.

Zur Bestimmung der Periodendauer des Seismographen wird mitunter die stroboskopische Methode angewandt.

Die Periodendauer kann ebenfalls aus dem Betrag der statischen Dehnung der Feder nach Gleichung (2.7) berechnet werden.

Nach der Messung der Periodendauer schaltet man die Dämpfung ein und wiederholt den Versuch. Man strebt gewöhnlich eine Dämpfung an, die zwischen der kritischen und der optimalen liegt. Wenn das Gerät einen Öldämpfer besitzt, dann muß die Abhängigkeit der Dämpfung von der Temperatur bekannt sein.

Der zweite Abschnitt der Prüfung ist wesentlich komplizierter. Die Aufnahme der Frequenzcharakteristiken kann mit Hilfe von direkten und indirekten Methoden erfolgen. Bei der direkten Methode greift die anregende Kraft am Gehäuse des Seismographen an (Trägheitsanregung) und bei der indirekten an der Masse (Kraftanregung). Die direkte Methode entspricht den Betriebsbedingungen des Seismographen, die indirekte denen des Galvanometers.

Die Frequenzcharakteristiken können für Trägheits- (\mathcal{V}_i) und Kraft- (\mathcal{V}_f) Anregung bis auf einen konstanten Faktor exakt in folgender Weise angegeben werden:

$$\mathcal{V}_i \approx \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{n_0^2}{\omega^2} - 1\right)^2 + \frac{4h^2}{n_0^2} \left(\frac{n_0}{\omega}\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{T^2}{T_0^2} - 1\right)^2 + \frac{4h^2}{n_0^2} \left(\frac{T}{T_0}\right)^2}}$$

$$\mathcal{V}_f \approx \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{\omega^2}{n_0^2} - 1\right)^2 + \frac{4h^2}{n_0^2} \left(\frac{\omega}{n_0}\right)^2}}$$

Diese Gleichungen gestatten folgende interessante Schlußfolgerung.

Wenn für die Kraftanregung eine Kurve der Frequenzcharakteristik konstruiert worden ist, dann drückt diese Kurve die Abhängigkeit der dynamischen Empfindlichkeit und der Periodendauer bei Trägheitsanregung aus.

Zu bemerken ist, daß die Umkehrung der Aufgabe auch bei komplizierten mechanischen Systemen durchgeführt werden kann. Der Umkehrung muß das bekannte Theorem für die Umkehrbarkeit zugrunde liegen, das für elektrische Systeme in folgender Weise zu formulieren ist: Erzeugt die elektromotorische Kraft E der Masche a des elektrischen Systems in der Masche b den Strom I , dann fließt bei einer Verlagerung der Spannung E aus der Masche a in die Masche b in der Masche a der gleiche Strom I .

Das mechanische Analogon zu diesem Theorem lautet wie folgt: Wenn die mechanische Kraft F , die zwischen zwei beliebigen Polen a_1 und a_2 des mechanischen Schwingungssystems wirkt, die Verschiebung von beliebigen anderen Polen b_1 und b_2 des Systems mit einer Relativgeschwindigkeit \dot{x} bewirkt, dann bewegt diese Kraft F , wenn sie an den Punkten b_1 und b_2 angreift, die Punkte a_1 und a_2 mit der gleichen Relativgeschwindigkeit \dot{x} .

Orientiert man sich auf die indirekte Methode der Prüfung (die auf dem Austausch der Trägheitsanregung durch Kraftanregung beruht), dann erhält diese Methode für elektromagnetische Seismographen eine besonders einfache und bequeme Form. Verbindet man die Induktionsspule des Seismographen mit einem elektrischen Tonfrequenzgenerator und mißt die Schwingungsamplituden der trägen Masse mit Hilfe eines Mikroskops oder einer anderen optischen Methode, so kann man die Frequenzcharakteristik konstruieren, die der Kraftanregung entspricht.

Ändert man die Bezeichnung der Abszisse, so ergibt sich nach der oben dargelegten Methode die dynamische Charakteristik des Seismographen (seines mechanischen Teils). Weiterhin muß man die Charakteristik des elektromechanischen Wandlers und die geometrische Vergrößerung des Gerätes berücksichtigen.¹⁾

Der elektromechanische Kopplungsfaktor \mathcal{M} ist durch folgenden statischen Versuch zu ermitteln: Fließt durch die Induktionsspule der bekannte Gleichstrom i , dann kann man mit Hilfe eines Mikroskops die Auslenkung x der trägen Masse aus der Gleichgewichtslage messen.

¹⁾ Auf Grund der beschriebenen Idee von G. A. GAMBURZEW wurden in der UdSSR Prüfmethode für elektromagnetische Seismographen aufgestellt [2], [25], [34], [36]. (Anm. d. Red. d. russ. Ausg.)

Aus den Gleichungen

$$F = Kx \quad \text{und} \quad F = \mathcal{M}i$$

(K ist die Härte der Feder) erhält man die gesuchte Größe. Die Härte der Feder muß vorher bestimmt werden.¹⁾

In Geräten anderen Typs kann als Schwingungsanreger ein Hilfselektromagnet verwendet werden, der durch einen Normalgenerator gespeist wird.

Diese Methode ist in allen Fällen zu empfehlen, da bei elektrischer Registrierung der Schwingungen hierbei gleichzeitig die Frequenzcharakteristik des elektromechanischen Wandlers berücksichtigt wird.

Zur Prüfung größerer mechanischer Seismographen benutzt man das Rad von KELLER (ein Rad mit exzentrisch befestigtem Gewicht). Die Drehachse des Rades wird starr mit der trägen Masse im Seismographen verbunden. Dem Rad wird eine Anfangsgeschwindigkeit erteilt, so daß es sich nach dem Trägheitsgesetz bewegt. Die variable Zentrifugalkraft, die durch die Drehung des Rades entsteht, regt den Seismographen an. Mit langsamer werdender Drehung ändert sich die Frequenz der anregenden Kraft von ihrem Maximalwert bis auf Null.

Die Phasenverschiebung mißt man in Form der Zeitdifferenz zwischen den auftretenden äquivalenten Extremwerten in der Aufzeichnung der anregenden Kraft und der Bewegung der trägen Masse. Da sich die Phasencharakteristiken bei Kraft- und Trägheitsanregung um 180° unterscheiden, muß zu der bei Kraftanregung erhaltenen Phasenverschiebung π addiert werden.

Die direkten Prüfmethode sind theoretisch vollständiger, erfordern aber unbedingt eine bewegliche Plattform, die auf das Gehäuse des Seismographen die Schwingungen im Bereich von 5 bis 300 Hz überträgt. Außerdem müssen Amplitude und Frequenz der Schwingungen der Plattform genau bekannt und man muß sicher sein, daß die Plattform als Ganzes schwingt.

Die Anregung der Plattform kann nach verschiedenen Methoden erfolgen. Für diesen Zweck kann das Rad von KELLER, ein Elektromagnet (wobei zu prüfen ist, daß keine parasitären elektromagnetischen Einflüsse auf den Seismographen oder Verstärker vorhanden sind) oder ein Hebelsystem, das die Drehbewegungen einer Antriebswelle in translative Schwingungen eines Hebels (oder besser einer Feder) transformiert, benutzt werden.

Abschließend sind die geometrische Vergrößerung und die Frequenzcharakteristik des Wandlers zu messen.

Wird die Frequenzcharakteristik des Seismographen nach der direkten Methode aufgenommen, so erfolgt bei elektrischer Registrierung der Schwingungen eine automatische Berücksichtigung der Frequenzcharakteristik des Wandlers.

¹⁾ Nach dem oben beschriebenen Versuch kann man \mathcal{M} bestimmen, ohne K zu kennen. Dabei wird die träge Masse durch ein Gewicht belastet, welches die Kraft F erzeugt. Unter der Einwirkung der Kraft verschiebt sich die Masse nach unten. Infolge des durch die Induktionsspule fließenden Gleichstromes i wird die Masse in die Ausgangsstellung zurückgebracht. Der elektromechanische Kopplungsfaktor wird aus dem Verhältnis $\mathcal{M} = \frac{F}{i}$ bestimmt. (F in dyn und i in 10^{-1} A). (Anm. d. Red. d. russ. Ausg.)

Es ist ebenfalls zu klären, in welchem Maße der Vertikalseismograph auf horizontale Komponenten der Verschiebungen und umgekehrt der Horizontalseismograph auf vertikale Komponenten reagiert.

Es werden kurz die zusätzlichen Experimente behandelt, die unbedingt durchzuführen sind, um den Einfluß des elektrischen Systems auf das mechanische zu berücksichtigen. Dabei erfolgt eine Beschränkung auf elektromagnetische Seismographen, da gerade bei diesem Seismographentyp sekundäre elektromechanische Einwirkungen auftreten.

Man schaltet in den Kreis der Induktionsspule das elektrische System (dessen Einfluß auf das mechanische System untersucht werden soll) und wiederholt zunächst die Messungen der Periodendauer und Dämpfung. Da der Lastwiderstand des Wandlers meist Ohmschen und induktiven Charakter trägt, ist eine gewisse Verringerung der Periodendauer und eine Vergrößerung der Dämpfung zu erwarten (s. § 43).

Ist der Wandlerkreis aperiodisch gedämpft und seine Zeitkonstante im Verhältnis zur Periodendauer des Seismographen genügend klein, dann ist der Versuch zu empfehlen, eine Gleichspannung im Wandlerkreis *ein- und auszuschalten*.

Wenn bei der Unterbrechung des Stromes die Verbindung zwischen dem mechanischen und elektrischen System gelöst und beim Schließen wieder hergestellt wird, kann man durch einen Vergleich der Aufzeichnungen die interessierenden Effekte beurteilen.

Bei der Aufnahme der Frequenzcharakteristiken können durch die Anwendung indirekter Methoden Schwierigkeiten auftreten. In diesem Fall ist die schwingende Plattform anzuwenden.

Die Messung der Frequenzcharakteristik muß zweimal wiederholt werden: bei vorhandener und bei fehlender Rückwirkung.

Bei diesen Versuchen muß man dafür sorgen, daß Verstärker und Galvanometer keine neuen Verzerrungen verursachen.

b) Untersuchung der Verstärker

Vor der Prüfung des Verstärkers auf Verzerrungen sind die allgemeinen elektrischen Messungen der Parameter des Verstärkers durchzuführen. Der Grad der Verstärkung, die Bedingungen für Selbstanregung usw. sind zu kontrollieren. Diese Fragen (deren Behandlung in den Vorlesungen über Radiotechnik erfolgt) werden nicht weiter behandelt; wir wollen jetzt beschreiben, auf welche Weise der Charakter der Verzerrungen festgestellt wird.

Hierzu untersuchen wir die freien und erzwungenen Schwingungen.

Zur Untersuchung der ersteren genügt es, in die Primärwicklung des Eingangstransformators einen Gleichspannungsimpuls einzuspeisen (Ein- oder Ausschalten einer Gleichspannung). An die Primärwicklung des Eingangstransformators muß bei allen Prüfungen ein äquivalenter Widerstand für den Seismographen und an die Sekundärwicklung des Ausgangstransformators ein solcher für das Galvanometer

geschaltet werden. Der Strom am Ausgang des Verstärkers wird von einem hochfrequenten Galvanometer aufgezeichnet.

Damit ist das Programm für die Untersuchungen der Übergangsvorgänge erledigt.

Die Frequenz- und Phasencharakteristiken werden mit Hilfe eines Generators, Röhrenvoltmeters oder Oszillographen aufgenommen. Bei oszillographischer Aufzeichnung können gleichzeitig auch der Verstärkungsfaktor (Verhältnis des Stromes im Ausgang zur Spannung am Eingang) und die Phasenverschiebung gemessen werden. Wenn die Galvanometer im Oszillographen keine genügend hohe Frequenz besitzen, sind die Verzerrungen durch das Galvanometer zu korrigieren, was übrigens nur in dem Fall notwendig ist, wenn die Frequenzcharakteristiken des Galvanometers und Verstärkers getrennt zu ermitteln sind. Die Phasenverschiebungen werden aus dem Betrag der relativen Verschiebung in den Aufzeichnungen für den Strom im Ausgang und die Spannung am Eingang bestimmt. Da das Galvanometer bei beiden Kurven die gleichen Phasenverzerrungen aufweist, ergibt sich die tatsächliche Phasendifferenz zwischen den zu verstärkenden und verstärkten Schwingungen. Wenn der Verstärker variable Parameter oder zusätzliche Filter besitzt, müssen diese Messungen für die verschiedenen möglichen Kombinationen der Schaltstellungen wiederholt werden.

c) Untersuchung der Galvanometer

Die Eigenschwingungen des Galvanometers sind ohne und mit Dämpfung (im Betriebszustand) zu untersuchen. Zur Anregung der Eigenschwingungen wird eine Gleichspannung im Galvanometerkreis ein- oder ausgeschaltet. Auf Grund dieser Versuche beurteilt man die statische Empfindlichkeit des Galvanometers. Wenn hierbei Rückwirkungseffekte existieren, muß die Prüfung bei in den Galvanometerkreis geschalteten äquivalenten Widerständen für die Ausgangsstufe des Verstärkers erfolgen. Bei diesen Versuchen sind die Bemerkungen bezüglich der Prüfungen von Seismographen zu berücksichtigen.

Die Frequenz- und Phasencharakteristiken werden mit Hilfe eines Tonfrequenzgenerators aufgenommen. Die Aufzeichnung muß gleichzeitig mit zwei Galvanometern durchgeführt werden, dem zu prüfenden und dem Eichgalvanometer. Aus dem Vergleich der Aufzeichnungen konstruiert man die Frequenz- und Phasencharakteristik.

Nach abgeschlossener Prüfung der einzelnen Geräte, die zur gesamten seismischen Apparatur gehören, ist es wünschenswert, die gesamte Apparatur diesen Prüfungen zu unterziehen. Das ist nur dann möglich, wenn das Laboratorium über eine bewegliche Plattform verfügt. Ist dies nicht der Fall, dann muß bei der Aufnahme der Frequenzcharakteristiken die Trägheitsanregung des Seismographen durch eine Kraftanregung ersetzt werden. Multipliziert man die als Ergebnis dieser Versuche erhaltene Kurve mit ω^2 , so ergibt sich die wahre Kurve der Frequenzcharakteristik des Systems.

Zur Bestimmung der Phasencharakteristik muß zu der experimentell gefundenen Gesamtkurve π addiert werden.

VIII. Zu einigen Fragen der seismischen Apparatur

§ 62. Über die Existenz elektromechanischer Analogien ¹⁾

Ebene und räumliche Systeme. In der Theorie der elektromechanischen Analogien wurden hauptsächlich Systeme betrachtet, in denen bei der Darstellung als Schaltungen (s. auch [13]) sich kreuzende Verbindungen ausgeschlossen werden. Diese Systeme werden als ebene oder kurz als *P*-Systeme bezeichnet.

Die Systeme, in denen sich kreuzende Verbindungen existieren und nicht ausgeschlossen werden können, werden als räumliche oder kurz als *S*-Systeme bezeichnet. Ein *S*-System zeigt z. B. die Abb. 140.

Elektromechanische Analogien erster und zweiter Art. Wenn in den analogen Systemen die analoge Größe des mechanischen Widerstandes ein elektrischer Widerstand ist, dann werden diese Systeme als analoge Systeme erster Art bezeichnet. Ist in den analogen Systemen die analoge Größe des mechanischen Widerstandes die elektrische Leitfähigkeit, so bezeichnet man diese Systeme als analoge Systeme zweiter Art [44]. Abb. 140

Die Existenz von Analogien erster und zweiter Art für *P*-Systeme und von Analogien zweiter Art für *S*-Systeme ist offensichtlich. Die Frage bezüglich der Existenz von Analogien erster Art für *S*-Systeme erfordert in Ergänzung der oben angeführten Überlegungen [63] eine spezielle Behandlung.

Zweipolige Masse. Als Element des Trägheitswiderstandes wurde die „zweipolige Masse“ eingeführt, da sonst Beschränkungen bei der Aufstellung von mechanischen zu analogen elektrischen Systemen auftreten würden, sofern Induktivitäten (in Analogien erster Art) oder Kapazitäten (in Analogien zweiter Art) enthalten sind.

Diese Bemerkungen beziehen sich im gleichen Maße auf *P*- und *S*-Systeme.

Methoden orthogonaler Linien und Spaltung von P-Systemen. Im folgenden wird eine neue Modifikation der Methode orthogonaler Linien zur Konstruktion von Analogien erster Art für *P*-Systeme, die Methode der „Spaltung“, angewandt.

Diese Methode beruht auf folgenden Darstellungen:

Die Verbindungslinien in mechanischen Systemen sind ihrem Wesen nach Linien unendlichen Widerstandes und in den elektrischen Systemen des Widerstandes Null.

¹⁾ Vorträge der Akademie der Wissenschaften der UdSSR, Bd. LX, Nr. 8, 1948.

Die analoge Linie (erster Art) zur elektrischen oder mechanischen Verbindungslinie ist die mechanische oder entsprechende elektrische Trennlinie.

Es wird jede Verbindungslinie im Ausgangssystem, welche sich zwischen zwei Trennlinien befindet, berücksichtigt. Dann „spaltet“ sich die elektrische Verbindungslinie beim Übergang zum mechanischen Analogon in ein Paar parallele, starre Verbindungslinien, während sich die Linie der starren Verbindung beim Übergang vom mechanischen System zum elektrischen in ein Paar elektrische Verbindungslinien „spaltet“.

Demzufolge besteht eine Analogie zwischen einer einzelnen Verbindungslinie im Ausgangssystem und dem Paar von Verbindungslinien in seinem Analogon (erster Art). Die Konfiguration der paarigen Verbindungen im Analogon ist identisch mit der Konfiguration der einzelnen Verbindungen im Ausgangssystem.

Methoden orthogonaler Linien und der Spaltung für das S-System. Für das S-System existieren solche Flächen, auf denen mit Hilfe von Trennlinien (Schnitten) wieder ein S-System gebildet werden kann.

Die Analyse der einfachen Beispiele, die hier nicht angeführt werden, zeigt, daß im gegebenen Fall die Analogie zwischen den Verbindungs- und Trennlinien den Sinn verliert. Die Methoden orthogonaler Linien und der Spaltung sind für S-Systeme nicht anwendbar. Gleiches gilt für die „dualen“ mechanischen und elektrischen Systeme [63].

Doppelsysteme und Untersysteme. Die Systeme, die eine gleiche Anzahl von paarweise analogen Elementen besitzen, werden als *Doppelsysteme* bezeichnet. In den Doppelsystemen gehört zu jedem Element des einen Systems ein entsprechendes (und nur ein) analoges Element des anderen Systems.

Die analogen Systeme gehören zur Klasse der Doppelsysteme, aber nicht alle Doppelsysteme sind analog, da für die Analoga ebenfalls eine bestimmte Übereinstimmung in den Verbindungsmethoden der Elemente gefordert wird.

Als *Untersystem* eines beliebigen gegebenen Systems wird das System bezeichnet, das aus dem gegebenen System durch Verwandlung der einzelnen Elemente in den Widerstand Null oder in den unendlichen Widerstand gebildet wird.

Wendet man die gleichen Operationen der gegebenen Art auf die übereinstimmenden analogen Elemente der Doppelsysteme an, so ergeben sich *Doppel-Untersysteme*.

Beliebige Doppel-Untersysteme von analogen Systemen sind offensichtlich ebenfalls analoge Systeme. Umgekehrt können zwei Doppelsysteme einander nicht analog sein, wenn von ihren Doppel-Untersystemen nicht irgendwelche analog sind.

Daraus folgt ein für die folgenden Beurteilungen wichtige Folgerung: *Das System hat kein Analogon, wenn nicht irgendeins der Untersysteme ein Analogon besitzt.*

Einfachste S-Systeme. So werden die S-Systeme bezeichnet, deren Untersysteme alle das Wesen von P-Systemen haben. Das in Abb. 140 dargestellte System ist eins der einfachsten Systeme. Alle einfachsten S-Systeme bilden die Gruppe der Systeme, unter denen *immer ein Untersystem eines beliebigen S-Systems zu finden ist*. Da bewiesen wurde, daß für diese Gruppe von Systemen keine Analogien existieren, ist auch bewiesen, daß für alle S-Systeme keine Analogien vorhanden sind.

Einfaches verbundenes S-System. Das einfachste S-System kann als Netzwerk mit zwei sich kreuzenden inneren Zweigen und einer gewissen Anzahl äußerer Zweige dargestellt werden. Die Unterschiede zwischen den verschiedenen einfachsten S-Systemen bestehen in der Anzahl und der Anordnung der Elemente im Netzwerk und in seinen äußeren Zweigen.

Für die weiteren Überlegungen sind diese Unterschiede unwesentlich. Deshalb genügt es, an Stelle der Gesamtheit aller einfachsten S-Systeme das in Abb. 141 dargestellte spezielle S-System, das als einfach verbundenes S-System bezeichnet wird, zu betrachten.

Fehlendes Analogon des einfachen verbundenen S-Systems. Wir nehmen an, daß das System in Abb. 141 ein elektrisches ist (C_e). Man kann es als aus dem einfachen Unter-



Abb. 141



Abb. 142

system C_{e1} (dünne Linien in Abb. 141) durch Verbindung mit dem letzten Element Z_{e1} entstanden betrachten.

Entsprechend kann das mechanische Analogon des Systems C_e , wenn es existiert, aus dem ebenen Untersystem \check{C}_{m1} (des mechanischen Analogons des Untersystems \check{C}_{e1} , s. Abb. 142) durch Verbindung mit dem Element Z_{m1} (des mechanischen Analogons des Elements Z_{m1}) gebildet werden.

Diese Verbindung kann nur nach zwei Methoden durchgeführt werden:

1. Die Pole Z_{m1} werden mit jenen Maschen verbunden, die nicht starr miteinander verbunden sind, z. B. mit den Maschen K_1 und K_2 (Abb. 142).
2. Die Pole Z_{m1} werden mit einer beliebigen starren Masche, z. B. mit der Masche K_1 , verbunden.

Als Ergebnis erhält man gewisse mechanische Systeme C_m , die bezüglich C_e paarig sind. Unter ihnen wird kein System vorhanden sein, welches als analoges zum System C_e zu betrachten wäre.

Es werden als Beispiel die nach der Methode 1 erhaltenen Systeme C'_m betrachtet. Aus C_e und C'_m werden doppelte Untersysteme gebildet, indem $Z_{e1} = Z_{m1} = \infty$ angenommen wird. C_e ergibt in diesem Fall das Untersystem C_{e1} , aber \check{C}'_m ergibt ein sich von C_{m1} unterscheidendes Untersystem, da die Bedingung $Z_{m1} = \infty$ die Form von \check{C}_{m1} durch Einführung neuer, starrer Verbindungen ändert. Demzufolge sind die

Doppel-Untersysteme der Ausgangssysteme C_e und C'_m nicht analog zueinander. Deshalb ist unter den Systemen vom Typ C'_m kein analoges zum System C_e vorhanden.

Diese Form der Beurteilung (auch mit den gleichen Ergebnissen) kann auch bezüglich der Systeme, die sich nach der Methode 2 ergeben, durchgeführt werden. Die Folgerungen ändern sich offensichtlich nicht, wenn das Ausgangssystem kein elektrisches, sondern ein mechanisches ist. Aus diesem Grunde hat das einfach verbundene S -System kein Analogon (erster Art).

Schlußfolgerung. Auf Grund des speziellen ausgewählten S -Systems, für das kein Analogon vorhanden ist, kann dieses Ergebnis auf alle S -Systeme ausgedehnt werden. Die mechanischen oder elektrischen räumlichen Systeme, d. h. die Systeme mit sich kreuzenden Verbindungen, haben keine Analoga erster Art.

§ 63. Elektromagnetischer Seismograph mit Brücken-Magnetsystem¹⁾

Der Prototyp des elektromagnetischen Seismographen für die Erkundung ist der Seismograph von BENIOFF [56], der durch einen magnetischen Kreis mit variablem Luftspalt (Abb. 143) charakterisiert wird. Dieser Seismograph hat einige Nachteile.

1. Der variable magnetische Fluß, der bei der Änderung der Dicke der Luftspalte entsteht, durchsetzt den ganzen magnetischen Kreis und insbesondere den Permanentmagneten, der gewöhnlich den größten magnetischen Widerstand besitzt. Dadurch wird der elektromechanische Kopplungsfaktor wesentlich herabgesetzt. Die Einführung eines magnetischen Nebenschlusses ist in diesem Fall keine durchgreifende Maßnahme.

2. Der Kern in der Spule wird außer vom variablen magnetischen Fluß noch von einem konstanten Fluß durchsetzt, wodurch eine Vergrößerung des Kernquerschnittes (und demzufolge auch des Innendurchmessers der Induktionsspule) notwendig wird, um die magnetische Sättigung zu vermeiden. Dieser Umstand führt zu einer Abnahme der Empfindlichkeit des Gerätes und zu größeren Abmessungen.

3. Die magnetische Anziehungskraft zwischen den Polen des Magneten und dem Anker führt nicht nur zu einer negativen magnetischen Elastizität, sondern auch zu einer übermäßigen Belastung der Aufhängefedern. Diese beiden Effekte verschlechtern die Stabilität des Seismographen.

Einige dieser Nachteile treten beim Seismographen von GREEN, der während einiger Jahre in den USA und in der UdSSR angewandt wurde, nicht auf. Er hat zum Unterschied ein magnetisches Differentialsystem mit zwei Permanent-

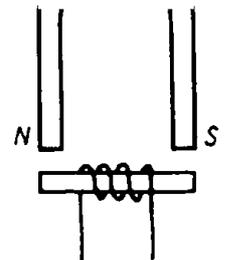


Abb. 143

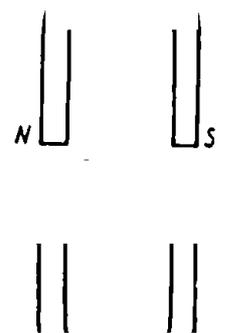


Abb. 144

¹⁾ Die Arbeit wird hier erstmalig veröffentlicht. (Anm. d. Red. d. russ. Ausg.)

magneten (Abb. 144). Die konstanten magnetischen Flüsse von beiden Magneten gehen in entgegengesetzter Richtung durch den Anker, der als Kern der Spule dient, und kompensieren einander. In diesem Fall ist ein kleinerer Kernquerschnitt möglich. Außerdem wird das Aufhängesystem von der magnetischen Anziehungskraft entlastet, und es tritt keine negative magnetische Elastizität auf. Der wesentliche Nachteil auch dieses Gerätes besteht darin, daß sich der variable magnetische Fluß über den Permanentmagneten schließt.

In letzter Zeit wurde ein neues System entwickelt, das diesen Nachteil nicht aufweist. Es besitzt aber den Nachteil, der unter Punkt 2 erwähnt wurde. Dieser Seismograph beruht auf der Anwendung von zwei parallelen magnetischen Leitern mit einem Permanentmagneten. In diesem System (Abb. 145) dient der Permanentmagnet nicht als Rückschluß für den variablen magnetischen Fluß. Der konstante magnetische Fluß schließt sich in diesem Fall jedoch über den Anker.

Im vorliegenden Paragraphen wird ein neues Magnetsystem vorgeschlagen, welches diese beiden Nachteile nicht besitzt.

Das Prinzipschema des elektromechanischen Wandlers im Seismographen ist in Abb. 146 angegeben.

Den magnetischen Kreis dieses Wandlers zeigt die Abb. 147. Wie leicht zu erkennen ist, liegt hier eine vollständige Analogie zur Brücke von WHEATSTONE vor. In einer der Diagonalen der magnetischen Brücke liegt die Quelle konstanter magnetischer Spannung U mit dem inneren Widerstand R . Die andere Diagonale bildet der Kern mit der Induktionsspule, dessen magnetischer Widerstand mit q bezeichnet wird. Mit r werden die Widerstände der Luftspalte und mit r_1 die Widerstände der angrenzenden magnetischen Leiter bezeichnet; Φ_0, Φ_1, Φ_2 sind die magnetischen Flüsse in den verschiedenen Maschen. Im Gleichgewichtszustand sind die magnetischen Widerstände der Luftspalte gleich groß, wodurch der magnetische Fluß durch die Meßspule zu Null wird. Angenommen, das bewegliche System verschiebt sich nach unten, dann vergrößert sich der Widerstand des linken oberen und des rechten unteren Luftspaltes um Δr , während sich der Widerstand des linken unteren und des rechten oberen Luftspaltes um die gleiche Größe verringert. Die Brücke ist verstimmt, und im Meßkreis erscheint der Fluß $\Delta\Phi$. Bei entgegengesetzter Bewegung des beweglichen Organs im Wandler wird die Induktionsspule vom Fluß $-\Delta\Phi$ durchsetzt.

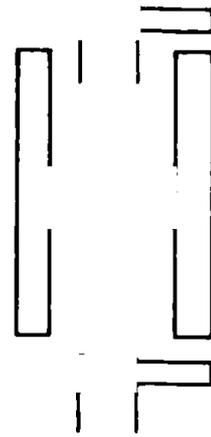
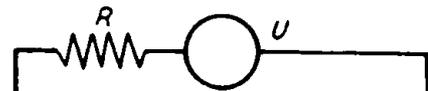


Abb. 145

Abb. 146



Wir wollen nun eine genaue Berechnung der Wirkungsweise des Seismographen anstellen. Die Gleichungen für die Maschenströme lauten

$$\Phi_0(2(r + r_1) + R) - \Phi_1(r + r_1 - \Delta r) - \Phi_2(r + r_1 + \Delta r) = U, \quad (63.1)$$

$$- \Phi_0(r + r_1 - \Delta r) + \Phi_1(2(r + r_1) + \varrho) - \Phi_2\varrho = 0, \quad (63.2)$$

$$- \Phi_0(r + r_1 + \Delta r) - \Phi_1\varrho + \Phi_2(2(r + r_1) + \varrho) = 0. \quad (63.3)$$

Es ist

$$\Phi_2 - \Phi_1 \equiv \Delta \Phi.$$

Subtrahiert man die Gleichung (63.3) von der Gleichung (63.2), dann ergibt sich

$$\Delta \Phi = \Phi_0 \frac{\Delta r}{r + r_1 + \varrho}. \quad (63.4)$$

Es wird gezeigt, daß der Fluß Φ_0 bis auf eine kleine Größe zweiter Ordnung konstant ist.

Durch Addition von Gleichung (63.1) und Gleichung (63.2) erhält man

$$\Phi_0(r + r_1 + R + \Delta r) + (\Phi_1 - \Phi_2)(r + r_1 + \varrho + \Delta r) = U. \quad (63.5)$$

Eliminiert man aus Gleichung (63.4) und Gleichung (63.5) $\Phi_2 - \Phi_1$, so ist

$$\Phi_0 = \frac{U}{r + r_1 + R - \frac{\Delta r^2}{r + r_1 + \varrho}}. \quad (63.6)$$

Vernachlässigt man die kleinen Größen zweiter Ordnung, so ergibt sich

$$\Phi_0 = \frac{U}{r + r_1 + R}. \quad (63.7)$$

Die Gleichung (63.7) zeigt, daß bei kleinen Änderungen der magnetischen Widerstände in den Luftspalten der variable magnetische Fluß sich nicht über den Permanentmagneten schließt.

Unter Verwendung der Gleichung (63.7) erhält die Gleichung (63.4) die Form

$$\Delta \Phi = \frac{U \Delta r}{(r + r_1 + \varrho)(r + r_1 + R)}.$$

Wir berücksichtigen, daß

$$r = \frac{d + x}{S}$$

ist, wobei d die Dicke eines Luftspaltes in der Gleichgewichtslage, S die Fläche des Luftspaltes, x die Größe der Verschiebung des beweglichen Organs im Wandler bezeichnen.

Die endgültige Gleichung lautet dann

$$\Delta\Phi = \frac{U \Delta x}{S \left(\frac{d}{S} + r_1 + \varrho \right) \left(\frac{d}{S} + r_1 + R \right)} \quad (63.8)$$

Aus der Gleichung (63.8) ergibt sich für den elektromechanischen Kopplungsfaktor der Ausdruck

$$\mathcal{M} = W \frac{d\Phi}{dx} = \frac{W U}{S \left(\frac{d}{S} + r_1 + \varrho \right) \left(\frac{d}{S} + r_1 + R \right)} \quad (63.9)$$

Für den Seismographen von BENIOFF ergab sich

$$\mathcal{M}' = \frac{2 W U}{S \left(\frac{2d}{S} + \sum R \right)^2}, \quad (63.10)$$

wobei $\sum R$ die Summe der magnetischen Widerstände des Magneten, der Polschuhe und des Ankers ist.¹⁾

Vernachlässigt man den Widerstand der Polschuhe und des Ankers im Verhältnis zum Widerstand der Luftspalte und des Permanentmagneten, so erhalten die Ausdrücke (63.9) und (63.10) folgende Formen:

$$\mathcal{M} = \frac{W U}{d \left(\frac{d}{S} + R \right)} \quad (63.11)$$

und

$$\mathcal{M}' = \frac{2 W U}{S \left(\frac{2d}{S} + R \right)^2} \quad (63.12)$$

Der Vergleich der Gleichungen (63.11) und (63.12) ergibt, daß das von uns vorgeschlagene System einen größeren elektromechanischen Kopplungsfaktor zuläßt. Physikalisch ist dies damit zu erklären, daß der variable magnetische Fluß nicht durch den Permanentmagneten geht.

Der konstante magnetische Fluß durchsetzt im vorliegenden System den Kern der Spule nicht. Da die Gefahr einer Sättigung des Kernes nicht besteht, kann letzterer einen kleineren Durchmesser erhalten. Im Zusammenhang damit kann die Windungszahl der Induktionsspule ohne Vergrößerung der Drahtlänge (und entsprechend des Ohmschen Widerstands der Spule) erhöht werden.

Diese beiden aufgezeigten Vorteile besitzen die vorhergegangenen Seismographensysteme nicht gleichzeitig. Man kann annehmen, daß mit dem angegebenen System bedeutend kleinere Abmessungen des Seismographen zu erreichen sind und es möglich ist, eine elektromagnetische Dämpfung einzuführen.

¹⁾ Für den Seismographen mit Differential-Brücken-Magnetsystem (von GREEN) ist \mathcal{M}' doppelt so groß wie für den Seismographen von BENIOFF.

§ 64. Zur Theorie der elektromagnetischen Dämpfung in Induktions-Seismographen ¹⁾

Die Einführung der elektromagnetischen Dämpfung in Induktions-Seismographen kleiner Periodendauer stößt oft auf Schwierigkeiten. Dies wird meist damit erklärt, daß bei einer kleinen Periodendauer der Eigenschwingungen des Seismographen und bei einer relativ großen trägen Masse seine mechanischen Widerstandskräfte elektromechanischen Ursprungs im Verhältnis zu den mechanischen Rückstellkräften klein sind. Einfache Berechnungen zeigen die Unzulänglichkeit dieser Erklärung.

Der Grund für den Mißerfolg bei der Einführung der elektromagnetischen Dämpfung liegt bis zu einem bestimmten Grad in der zu geringen Bewertung der Größe des induktiven Widerstandes im elektromechanischen Wandler.

In diesem Paragraphen wird die Theorie der elektromagnetischen Dämpfung unter Berücksichtigung des Scheinwiderstandes (Impedanz) des Wandlers behandelt. Abb. 148

Bei der Darlegung der Theorie der elektromagnetischen Dämpfung werden die Theorien elektromechanischer Systeme und Analogien in der Form angewandt, wie sie im vorliegenden Buch entwickelt wurden.

Es wird angenommen, daß der elektrodynamische oder elektromagnetische Seismograph (Abb. 148) ohne Dämpfung mechanischen Ursprungs durch einen Wirkwiderstand an seinen Ausgangsklemmen im äußeren Kreis abgeschlossen ist. In diesem Fall kann das zu betrachtende elektromechanische System so dargestellt werden, wie dies Abb. 149 zeigt.



Abb. 150

Abb. 149 und Abb. 150. Es ist $i\omega M$ der Trägheitswiderstand des Pendels im Seismographen; $\frac{k}{i\omega}$ der elastische Widerstand, der die Summe vom elastischen Widerstand des Aufhängesystems und negativem quasielastischen Widerstand darstellt, welcher durch die Wechselwirkung von Magnet und Kern im Wandler hervorgerufen wird; M der elektromechanische Kopplungsfaktor; $i\omega M$ der induktive Widerstand des Wandlers; R die Summe der Wirkwiderstände von Induktionsspule und äußerer Belastung

Wendet man die Methoden der Aufstellung äquivalenter Systeme an, so kann man das elektromechanische System durch ein mechanisches System ersetzen (s. § 43 und § 44).

¹⁾ Nachrichten der Akad. d. Wiss. d. UdSSR, Serie Geographie und Geophysik Nr. 1, 1939.

In Abb. 150 ist die schematische Darstellung dieses Systems wiedergegeben und in Abb. 151 die Darstellung des gleichen Systems in allgemeiner Form. Ein System gleicher Form wurde in der Theorie des Seismographen mit Luftdämpfung behandelt. Aus diesem Grunde können alle Ergebnisse der Theorie der Luftdämpfung in der Theorie der elektromagnetischen Dämpfung angewandt werden.

Hier werden die grundsätzlichen Beziehungen für das Schema angegeben.

Die Differentialgleichung für die Eigenschwingungen der trägen Masse im Seismographen hat die Form

$$\ddot{x} + \frac{1}{\tau} \dot{x} + n_{12}^2 \dot{x} + \frac{n_1^2}{\tau} x = 0. \quad (64.1)$$

Dabei sind x die Verschiebung der trägen Masse im Seismographen, \dot{x} die Geschwindigkeit der Verschiebung usw., $\tau = L/R$ die Zeitkonstante des in Abb. 148 dargestellten elektrischen Teils des elektromechanischen Systems, $n_1 = \sqrt{K/M}$ die Kreisfrequenz der Schwingungen der trägen Masse im Seismographen für $R = \infty$, d. h. ohne elektromechanische Rückwirkungen, $n_{12}^2 = n_1^2 + n_2^2$; ferner bezeichnen n_{12} die Kreisfrequenz unter

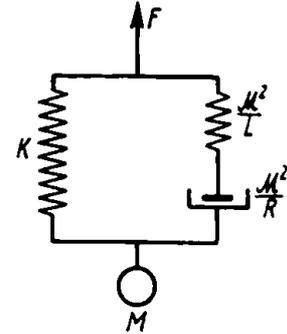


Abb. 151

der Wirkung aller elastischen und quasielastischen Kräfte, $n_2 = \frac{\mathcal{M}}{\sqrt{LM}}$ die Kreisfrequenz der Schwingungen der trägen Masse für $K = 0$, d. h. unter dem Einfluß nur einer quasielastischen Kraft elektrischen Ursprungs.

Die charakteristische Gleichung der Differentialgleichung (64.1) kann in folgender Weise geschrieben werden:

$$y^3 + p y + q = 0 \quad (64.2)$$

mit

$$\left. \begin{aligned} p &= n_{12}^2 - \frac{1}{3\tau^2}, \\ q &= \frac{2}{27} \cdot \frac{1}{\tau^3} + \frac{1}{3\tau} (2n_1^2 - n_2^2). \end{aligned} \right\} \quad (64.3)$$

Die Wurzeln der Gleichung (64.2) sind dann reell, wenn

$$\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27} \leq 0 \quad (64.4)$$

erfüllt ist.

Die Ungleichung (64.4) ist gleichzeitig die Bedingung für die aperiodische Dämpfung des Systems. Die Dämpfung im aperiodischen Grenzfall wird durch die Gleichung

$$\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27} = 0 \quad (64.5)$$

bestimmt.

Setzt man in Gleichung (64.5) die Werte aus Gleichung (64.3) ein, so ergibt sich

$$\frac{1}{\tau^4} + \frac{1}{\tau^2} a_1 + a_2 = 0 \quad (64.6)$$

mit

$$\left. \begin{aligned} a_1 &= \frac{n_1^2}{4} (8 - 20\eta^2 - \eta^4), \\ a_2 &= n_1^4 (1 + \eta^2)^3, \\ \eta &= \frac{n_2}{n_1}. \end{aligned} \right\} \quad (64.7)$$

Die zwei positiven Wurzeln der Gleichung (64.6) lauten

$$\frac{1}{\tau} = \frac{R}{L} = \frac{n_1}{\sqrt{8}} \sqrt{\eta^4 + 20\eta^2 - 8 \pm \eta(\eta^2 - 8)^{\frac{3}{2}}}. \quad (64.8)$$

Die Gleichung (64.8) ist günstiger durch

$$R = \frac{R_0}{\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{\eta^2} \sqrt{\eta^4 + 20\eta^2 - 8 \pm \eta(\eta^2 - 8)^{\frac{3}{2}}} \quad (64.9)$$

auszudrücken, wobei $R_0 = \frac{\mathcal{M}^2}{2Mn_1}$ der Betrag des Widerstandes ist, der für das betrachtete System zur Erreichung der Dämpfung für den aperiodischen Grenzfall notwendig ist, wenn die Induktivität der Spule im Wandler gleich Null ist.

Die Abhängigkeit des Verhältnisses R/R_0 von η ist in Abb. 152 dargestellt. Aus der Darstellung sowie aus den Gleichungen (64.8) und (64.9) ist ersichtlich, daß das betrachtete System entsprechend den zwei Vorzeichen, die vor dem Glied $\eta(\eta^2 - 8)^{\frac{3}{2}}$ stehen, zwei Grenzen für die Aperiodizität besitzt.

Die Grenzen für die Aperiodizität sind bei Erfüllung der Bedingung

oder

$$\left. \begin{aligned} \eta^2 &\geq 8 \\ \frac{n_2}{n_1} &\geq 3 \end{aligned} \right\} \quad (64.10)$$

Abb. 152

reell.

Im kritischen Fall ($\eta^2 = 8$) haben die Grenzen für die Aperiodizität einen gemeinsamen Punkt, für den

$$R = \frac{3\sqrt{3}}{4} R_0 \approx 1,3 R_0 \quad (64.11)$$

ist, oder

$$R = 3\sqrt{3} n_1 L \approx 5,2 L n_1. \quad (64.11')$$

Die Bedingung (64.10) kann in folgender Form geschrieben werden:

$$\frac{\mathcal{M}^2}{n_1^2 L M} \geq 8. \quad (64.10')$$

Wird sie nicht erfüllt, so ist für keinen Wert von R eine aperiodische Dämpfung zu erreichen. Je größer die linke Seite der Beziehung (64.10') ist, um so breiter ist das Gebiet der aperiodischen Dämpfung, und um so leichter ist der entsprechende Wert des Widerstandes R zu wählen.

Die Ungleichung (64.10') zeigt, daß eine Verbesserung der Dämpfungsbedingungen nicht durch eine Änderung der Windungszahl der Induktionsspule zu erreichen ist, da Zähler und Nenner der linken Seite der Ungleichung (64.10') proportional dem Quadrat der Windungszahl sind. Umgekehrt ermöglicht eine Verringerung der trägen Masse im Seismographen oder eine Vergrößerung der Periodendauer ihrer Eigenschwingungen die Befriedigung oder bessere Erfüllung der Ungleichung (64.10').

Wird die Ungleichung (64.10') erfüllt, dann erreicht man eine aperiodische Dämpfung, wenn der Ohmsche Widerstand des Wandlerkreises in den Grenzen liegt, die durch die Gleichung (64.8) bzw. (64.9) bestimmt werden.

§ 65. Der Einfluß des metallischen Spulenkörpers im elektrodynamischen Seismographen vom Typ SI-5¹⁾

a) *Ergänzung zur Theorie der elektromagnetischen Dämpfung im Induktions-Seismographen*

Die früher ausgearbeitete Theorie des elektrodynamischen Seismographen mit elektromagnetischer Dämpfung berücksichtigte nicht den Einfluß des metallischen Spulenkörpers im Seismographen.

Bei der Bewegung der Spule und des Spulenkörpers im magnetischen Feld des Seismographen werden sowohl in der Spule als auch im Spulenkörper, den man als eine geschlossene Windung betrachten kann, Ströme induziert. Die Spule und den Spulenkörper muß man als induktiv gekoppeltes System betrachten. Als Ergebnis erhält man ein kompliziertes elektromechanisches System mit zwei elektromechanischen Wandlern. Der elektrische Teil dieses Systems besteht aus zwei induktiv gekoppelten Kreisen (Abb. 153).

b) *Differentialgleichung der Eigenschwingungen des Seismographen*

Für die Differentialgleichung der Eigenschwingungen des Seismographen werden folgende Bezeichnungen angenommen. Es bedeuten M die träge Masse im Seismo-

¹⁾ Die Arbeit wurde von G. A. GAMBURZEW und P. S. WEIZMANN im Seismik-Laboratorium WKGR in der Zeit von 1939 bis 1940 ausgeführt. Der Bericht über das Thema Nr. 301 befindet sich im Archiv WHII für Geophysik. Die Arbeit wird hier erstmalig veröffentlicht. (Anm. d. Red. d. russ. Ausg.)

graphen, K die Härte der Aufhängefeder, x die Verschiebung der trägen Masse relativ zum Gehäuse des Seismographen, \mathcal{M} der elektromechanische Kopplungsfaktor der Spule (emKF) im Seismographen, n die Windungszahl der Spule, L die Induktivität der Spule, R der Ohmsche Widerstand der Spule und r der Ohmsche Widerstand des Spulenkörpers.

Betrachtet man den Spulenkörper als eine Windung und vernachlässigt den Einfluß des Bodens im Spulenkörper, so kann man annehmen, daß der emKF des Spulenkörpers gleich $\frac{\mathcal{M}}{n}$ ist. Die Induktivität des Spulenkörpers ist L/n^2 , und die Gegeninduktivität der Kreise wird gleich L/n angenommen, wobei eine vollständige Kopplung vorausgesetzt wird.

Die Gleichung für die Eigenschwingungen der trägen Masse im Seismographen wird in der Form

$$M\ddot{x} + Kx + \mathcal{M}I + \frac{\mathcal{M}}{n}i = 0 \quad (65.1)$$

geschrieben, wobei I der Strom in der Spule und i der Strom im Spulenkörper bedeuten.

Die Dämpfung mechanischen Ursprungs im Seismographen wird hierbei vernachlässigt. Die Ströme I und i werden aus folgenden Gleichungen berechnet:

$$IR + L \frac{dI}{dt} + \frac{L}{n} \cdot \frac{di}{dt} = \mathcal{M}\dot{x}, \quad (65.2)$$

$$ir + \frac{L}{n^2} \frac{di}{dt} + \frac{L}{n} \frac{dI}{dt} = \frac{\mathcal{M}}{n} \dot{x}. \quad (65.3)$$

Im Schema Abb. 152 ist berücksichtigt, daß die Spule des Seismographen kurzgeschlossen oder nur der Ohmsche Widerstand in den Kreis geschaltet worden ist. Im letzten Fall ist unter R der gesamte Ohmsche Widerstand der Spule und des äußeren Kreises zu verstehen.

Das Gleichungssystem (65.2) und (65.3) kann auf eine Differentialgleichung dritten Grades zurückgeführt werden. Dazu werden die Werte I und i bestimmt:

$$I = \frac{\mathcal{M}r\dot{x}}{Rr + pL\left(r + \frac{1}{n^2}R\right)}, \quad (65.4)$$

$$i = \frac{\mathcal{M}\dot{x} \frac{1}{n}R}{Rr + pL\left(r + \frac{1}{n^2}R\right)}; \quad (65.5)$$

$p = d/dt$ ist der Differentialoperator.

Setzt man die Gleichungen (65.4) und (65.5) in Gleichung (65.1) ein, so ergibt sich

$$\ddot{x} + \frac{r}{Q} \cdot \frac{1}{\tau} \dot{x} + n_{12}^2 \dot{x} + n_1^2 \frac{r}{Q\tau} x = 0, \quad (65.6)$$

wobei $Q = r + \frac{1}{n^2}R$ ist, und $\tau = L/R$ bezeichnet die Zeitkonstante der Spule, $n_{12} = n_1^2 + n_2^2$, $n_1 = \sqrt{K/M}$ die Frequenz der Eigenschwingungen der trägen Masse im

Seismographen ohne Berücksichtigung der elektromechanischen Kräfte, $n_2 = \sqrt{M_2/LM}$ die Frequenz der Schwingungen der trägen Masse nur unter der Wirkung der elastischen Kräfte elektromechanischen Ursprungs, jedoch ohne Berücksichtigung des Spulenkörpers.

Definiert man

$$\frac{1}{\bar{\tau}} = \frac{r}{Q} \cdot \frac{1}{\tau} = \left(r + \frac{R}{n^2} \right) L,$$

dann erhält die Differentialgleichung des Seismographen die gleiche Form, wie sie sich auch für den Seismographen ergibt, dessen Spulenkörper elektrisch nichtleitend ist ($r = \infty$)

$$\ddot{x} + \frac{1}{\bar{\tau}} \dot{x} + n_{12}^2 \dot{x} + n_1^2 \frac{1}{\bar{\tau}} x = 0. \quad (65.7)$$

c) Bedingung für die Dämpfung im aperiodischen Grenzfall

Die Differentialgleichung, die analog der Form der Gleichung (65.7) ist, wird als Differentialgleichung für die Eigenschwingungen der trägen Masse im Seismographen betrachtet. In dieser Gleichung ist $\tau = L/R$ die Zeitkonstante des elektrischen Teils im elektromechanischen System, wobei der Einfluß des Spulenkörpers nicht berücksichtigt wird.

Wir wenden die Folgerungen von Seite 190 an. Es wird kurz der Verlauf der Überlegungen wiederholt, und sie werden zur Lösung der Gleichung (65.7) benutzt. Die charakteristische Gleichung der Differentialgleichung (65.7) wird auf die Form

$$y^3 + py + q = 0 \quad (65.7 a)$$

gebracht mit

$$\left. \begin{aligned} p &= n_{12}^2 - \frac{1}{3\bar{\tau}^2}, \\ q &= \frac{2}{27} \cdot \frac{1}{\bar{\tau}^3} + \frac{1}{3\bar{\tau}} (2n_1^2 - n_2^2). \end{aligned} \right\} \quad (65.8)$$

Die Bedingung für die Dämpfung im aperiodischen Grenzfall lautet

$$\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27} = 0. \quad (65.9)$$

Wenn man Gleichung (65.8) in Gleichung (65.9) einsetzt, ergibt sich

$$\frac{1}{\bar{\tau}^4} + \frac{1}{\bar{\tau}^2} a_1 + a_2 = 0 \quad (65.10)$$

mit

$$\left. \begin{aligned} a_1 &= \frac{n_1^2}{4} (8 - 20\eta^2 - \eta^4), \\ a_2 &= n_1^4 (1 + \eta^2)^3, \\ \eta &= \frac{n_2}{n_1}. \end{aligned} \right\} \quad (65.11)$$

Einen physikalischen Sinn haben nur die positiven Wurzeln der biquadratischen Gleichung (65.10), die in folgender Form dargestellt werden können:

$$\frac{1}{\tau} = \frac{R}{L} = \frac{n_1}{\sqrt{8}} \sqrt{\eta^4 + 20\eta^2 - 8 \pm \eta(\eta^2 - 8)^{3/2}}. \quad (65.12)$$

Wir führen die Größe

$$R_0 = \frac{\mathcal{M}^2}{2Mn_1} \quad (65.13)$$

ein, die gleich dem Betrag des Ohmschen Widerstandes ist, den die Spule im Seismographen zur Erlangung der Dämpfung für den aperiodischen Grenzfall besitzen müßte, wenn die Induktivität der Spule vernachlässigt wird.

Setzt man die Gleichung (65.13) in die Gleichung (65.12) ein und löst sie nach τ auf, so ergibt sich

$$\frac{R}{1 + \frac{R}{n_1^2 \tau}} = \frac{R_0}{\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{\eta^2} \sqrt{\eta^4 + 20\eta^2 - 8 \pm \eta(\eta^2 - 8)^{3/2}}. \quad (65.14)$$

Die Gleichung (65.14) ist mit der Gleichung (64.9) für $\tau = \infty$ identisch. In dieser Gleichung fehlt das Glied $R/n^2\tau$, wodurch sich die vorliegende Theorie von der auf Seite 196 entwickelten Theorie unterscheidet. Dieses Glied gestattet, den Einfluß des metallischen Spulenkörpers im Seismographen zu berücksichtigen.

Analog zu den Überlegungen von Seite 195 wird $\frac{R R_0}{1 + (R/n^2\tau)}$ als Funktion von η dargestellt. Die sich ergebende Darstellung dieser Funktion ist der in Abb. 144 angeführten Darstellung ähnlich. Dort sind zwei Grenzen für die Aperiodizität angegeben, die den zwei Vorzeichen vor dem Glied $\eta(\eta^2 - 8)^{3/2}$ in der Gleichung (65.14) entsprechen. Zwischen diesen beiden Grenzen liegt das Gebiet der aperiodischen, außerhalb der Grenzen das Gebiet der periodischen Lösungen der Gleichung (65.7).

Ein besonderes Interesse besitzt der kritische Punkt, d. h. der gemeinsame Punkt der Grenzen für die Aperiodizität, dessen Koordinaten

$$\eta = \sqrt[3]{8} \quad \text{und} \quad \frac{R_0}{1 + \frac{R}{n^2\tau}} = \frac{3\sqrt[3]{3}}{4} \quad (65.15)$$

sind.

Für $\eta < \sqrt[3]{8}$ ist keine aperiodische Dämpfung zu erreichen.

Aus der Gleichung (65.15) folgt, daß für den vorgegebenen Betrag des Spulenwiderstandes und der Windungszahl auf der Spule bei festgelegtem R_0 nur ein Wert für den Widerstand τ des Spulenkörpers existiert, der den kritischen Punkt befriedigt.

Der Zusammenhang zwischen R und τ wird hergestellt durch

$$\frac{1}{R} + \frac{1}{n^2\tau} = \frac{1}{R_0} \frac{4}{3\sqrt[3]{3}}. \quad (65.16)$$

Der Zusammenhang zwischen den Leitfähigkeiten der Spule und des Spulenkörpers ist in Abb. 154 angegeben.

Aus Abb. 154 ist ersichtlich, daß bei

$$r = \frac{R_0 3 \sqrt{3}}{4 n^2} \quad (65.17)$$

der kritische Punkt nur für $R = \infty$ zu erreichen ist.

Wenn das Frequenzverhältnis n_2/n_1 angenähert dem kritischen ($\sqrt{8}$) entspricht, wird durch die Gleichung (65.17) der minimale von den zulässigen Werten für den Widerstand des Spulenkörpers bestimmt.

Abb. 154

Eigenschwingungen des Seismographen. Wir betrachten nun den interessantesten Fall von Eigenschwingungen des Seismographen, d. h., wenn seine Dämpfung einer der Grenzen der Aperiodizität entspricht.

Für alle Punkte auf den Grenzen der Aperiodizität, außer dem kritischen, besitzt die der Differentialgleichung (65.7) entsprechende charakteristische Gleichung drei reelle Wurzeln, von denen zwei eine Doppelwurzel bilden.

Die charakteristische Gleichung kann deshalb

$$(y - \alpha)^2 (y - \beta) = 0 \quad (65.18)$$

geschrieben werden, wobei α und β die Wurzeln der Gleichung sind; α ist eine Doppelwurzel.

In entwickelter Form lautet die Gleichung (65.18)

$$y^3 - y^2(2\alpha + \beta) + y(2\alpha\beta + \alpha^2) - \alpha^2\beta = 0. \quad (65.19)$$

Vergleicht man die Koeffizienten der Gleichung (65.19) und der charakteristischen Gleichung, die der Differentialgleichung (65.7), d. h.

$$y^3 + \frac{1}{\tau} y^2 + n_{12}^2 y + \frac{n_1^2}{\tau} = 0 \quad (65.20)$$

entspricht, so ergibt sich das Gleichungssystem

$$\begin{aligned} -2\alpha - \beta &= \frac{1}{\tau}, \\ 2\alpha\beta + \alpha^2 &= n_{12}^2, \\ -\alpha^2\beta &= \frac{n_1^2}{\tau}, \end{aligned} \quad (65.21)$$

woraus die Werte α und β bestimmt werden:

$$\alpha = \frac{\bar{\tau}}{2} \cdot \frac{n_2^2 - 8n_1^2}{1 - 3\bar{\tau}^2 n_{12}^2}, \quad (65.22)$$

$$\beta = \frac{1}{\bar{\tau}} \cdot \frac{2\bar{\tau}^2 n_2^2 + 11\bar{\tau}^2 n_1^2 - 1}{1 - 3\bar{\tau}^2 n_{12}^2}. \quad (65.23)$$

Die Lösung der linearen Differentialgleichung dritter Ordnung (65.7) hat im vorliegenden Fall die Form

$$x = e^{\alpha t} (C_1 t + C_2) + C_3 e^{\beta t}. \quad (65.24)$$

Setzt man die Werte α und β in die Gleichung (65.24) ein, so ergibt sich

$$x = e^{-t \frac{\bar{\tau}}{2} \cdot \frac{n_2^2 - 8n_1^2}{1 - 3\bar{\tau}^2 n_{12}^2}} (C_1 t + C_2) + C_3 e^{-t \frac{1}{\bar{\tau}} \cdot \frac{2\bar{\tau}^2 n_2^2 + 11\bar{\tau}^2 n_1^2 - 1}{1 - 3\bar{\tau}^2 n_{12}^2}}. \quad (65.25)$$

Die Lösung geht für den kritischen Punkt $n_2/n_1 = \sqrt[3]{8}$ in die unbestimmte Form über, d. h., in diesem Fall werden Zähler und Nenner der Brüche im Exponenten von e gleich Null.

Die charakteristische Gleichung hat eine dreifache Wurzel und kann in folgender Form geschrieben werden:

$$y^3 - 3\alpha y^2 + 3\alpha^2 y - \alpha^3 = 0. \quad (65.26)$$

Vergleicht man die Koeffizienten von y^2 in den Gleichungen (65.20) und (65.26), so zeigt sich, daß

$$\text{oder} \quad \left. \begin{aligned} \alpha &= -\frac{1}{3\bar{\tau}} \\ \alpha &= -n_1 \sqrt[3]{3} \end{aligned} \right\} \quad (65.27)$$

(die letzte Gleichung erhält man für $n_1 = \frac{1}{3\sqrt[3]{3\bar{\tau}}}$) ist.

Die Gleichung für die Eigenschwingungen hat für den kritischen Punkt die Form

$$x = e^{-n_1 \sqrt[3]{3} t} (B_1 t^2 + B_2 t + B_3). \quad (65.28)$$

Die Konstanten in den Gleichungen (65.25) und (65.28) werden für den Fall bestimmt, daß im Spulenkreis eine konstante Spannung ein- oder ausgeschaltet wird.

Zu diesem Zweck wird nochmals das Ausgangs-Gleichungssystem der Gleichungen (65.1), (65.2) und (65.3) betrachtet. Nur die rechte Seite der Gleichung (65.2) wird durch ein zusätzliches Glied ergänzt, das die äußere Spannung $E = E(t)$ charakterisiert.

Es wird angenommen, daß für $t < 0$

$$E(t) = -E_0 \quad (65.29)$$

und für $t > 0$

$$E(t) = 0$$

ist. Dann ergibt sich

$$i = \frac{\mathcal{M} \dot{x} \frac{R}{n} - E \frac{L}{n} P}{rR + \frac{L}{n^2} PR + LrP}, \quad (65.30)$$

$$I = \frac{\mathcal{M} \dot{x} r + E \left(r + \frac{L}{n^2} P \right)}{rR + \frac{L}{n^2} PR + LrP}. \quad (65.31)$$

Setzt man die Gleichungen (65.30) und (65.31) in die Gleichung (65.1) ein, so ergibt sich

$$\ddot{x} + \dot{x} \frac{1}{\bar{\tau}} + \dot{x} n_2^2 + x \frac{n_1^2}{\bar{\tau}} + \frac{\mathcal{M} E r}{LMQ} = 0. \quad (65.32)$$

In dieser Gleichung weist E für $t = 0$, wie bereits gezeigt, eine Sprungstelle auf.

Von den zur vorliegenden Gleichung gehörenden Gliedern hat nur \ddot{x} bei $t = 0$ eine Sprungstelle. Wenn bei einem Differentialquotienten niedrigerer Ordnung eine Sprungstelle vorliegt, wird der zur gegebenen Gleichung gehörende Differentialquotient höherer Ordnung unendlich.

Stellt man zwei Gleichungen der Form (65.32) für $t = +\varepsilon$ und $t = -\varepsilon$ auf, wobei ε eine unendlich kleine Größe ist, und subtrahiert die eine von der anderen, so ergibt sich

$$\ddot{x}_{+\varepsilon} - \ddot{x}_{-\varepsilon} = - \frac{\mathcal{M} E_0 r}{LMQ}. \quad (65.33)$$

Da $\dot{x}_{-\varepsilon} = 0$ ist, ergibt sich für den Grenzübergang $\varepsilon \rightarrow 0$

$$\ddot{x}_0 = - \frac{\mathcal{M} E_0 r}{LMQ}. \quad (65.34)$$

Da sich bis zum Beginn der zu betrachtenden Zeit die Induktionsspule in Ruhe befindet, ist

$$\dot{x}_0 = \ddot{x}_0 = 0, \quad (65.35)$$

wobei x_0 für $t < 0$ von Null verschieden ist, da dann die konstante Spannung $-E_0$ wirkt.

Aus Gleichung (65.32) erhält man

$$x_0 = \frac{\mathcal{M} E_0 r \bar{\tau}}{LMQ n_1^2}. \quad (65.36)$$

Die Gleichungen (65.34), (65.35) und (65.36) sind die Anfangsbedingungen für die vorliegende Aufgabenstellung. Wendet man die normalen Methoden zur Bestimmung der willkürlichen Konstanten an, so ergibt sich als Lösung für den kritischen Punkt

$$x = e^{-\frac{t}{3\bar{\tau}}} \left(\frac{8 E_0 r \bar{\tau}}{\mathcal{M} Q} \right) \left(\frac{1}{18} \left(\frac{t}{\bar{\tau}} \right)^2 + \frac{1}{3} \cdot \frac{t}{\bar{\tau}} + 1 \right). \quad (65.37)$$

Bei der Aufstellung dieser Gleichung wurden die Werte $n_2^2/n_1^2 = 8$ und $n_1 = \frac{1}{3\sqrt{3}\bar{\tau}}$ berücksichtigt.

Die letzte Gleichung erhält man aus Gleichung (65.12) für $\eta = 8$.

Dynamische Empfindlichkeit des Seismographen. Die Gleichung für erzwungene Schwingungen der trägen Masse im Seismographen lautet

$$M \ddot{x} + Kx + MI + \frac{M}{n} \dot{i} = -M \ddot{\xi}. \quad (65.38)$$

Führt man in die Gleichung (65.38) die Werte I und i aus den Gleichungen (65.4) und (65.5) ein, so ergibt sich die Gleichung

$$\ddot{x} + \frac{1}{\tau} \dot{x} + n_{12}^2 \dot{x} + n_1^2 \frac{1}{\tau} x = -\frac{1}{\tau} \ddot{\xi} - \ddot{\xi}. \quad (65.39)$$

Hierbei ist, wie auch früher,

$$\frac{1}{\tau} = \frac{r}{Q} \cdot \frac{1}{\tau} = \frac{rR}{\left(r + \frac{R_1}{n^2}\right)L},$$

mit

$$Q = r + \frac{1}{n^2} R_1, \quad \tau = \frac{L}{R}. \quad (65.40)$$

Der Lösungsansatz für die Gleichung (65.39) hat die Form

$$\xi = A e^{i\omega t}, \quad x = B e^{i\omega t}. \quad (65.41)$$

Führt man diese Ausdrücke in die Gleichung (65.39) ein, so erhält man die Gleichung für die dynamische Empfindlichkeit des mechanischen Teils im Gerät:

$$v_{\text{mech}} = \frac{x}{\xi} = \frac{\frac{\omega^2}{\tau} + i\omega^3}{\left(\frac{n_1^2}{\tau} - \frac{\omega^2}{\tau}\right) + i(n_{12}^2 \omega - \omega^3)}. \quad (65.42)$$

Bildet man den Betrag von Gleichung (65.42), so ergibt sich

$$|v_{\text{mech}}| = \frac{\omega^2 \sqrt{\frac{1}{\tau^2} + \omega^2}}{\sqrt{\frac{1}{\tau^2} (n_1^2 - \omega^2)^2 + \omega^2 (n_{12}^2 - \omega^2)^2}}. \quad (65.43)$$

Für den kritischen Punkt $\left(n_{12}/n_1 = 3 \text{ und } \tau = \frac{1}{3\sqrt{3}n_1}\right)$ ist

$$|v_{\text{mech}}| = \frac{\omega^2 \sqrt{27 + \frac{\omega^2}{n_1^2}}}{\left(3 + \frac{\omega^2}{n_1^2}\right)^{3/2}}. \quad (65.44)$$

Bei großem ω wird

$$|v_{\text{mech}}| = \frac{\omega^3}{\omega^3} = 1. \quad (65.45)$$

Bei kleinem ω wird

$$|v_{\text{mech}}| = \frac{\omega^2 3\sqrt{3}n_1}{3\sqrt{3}n_1^3} = \frac{\omega^2}{n_1^2}. \quad (65.46)$$

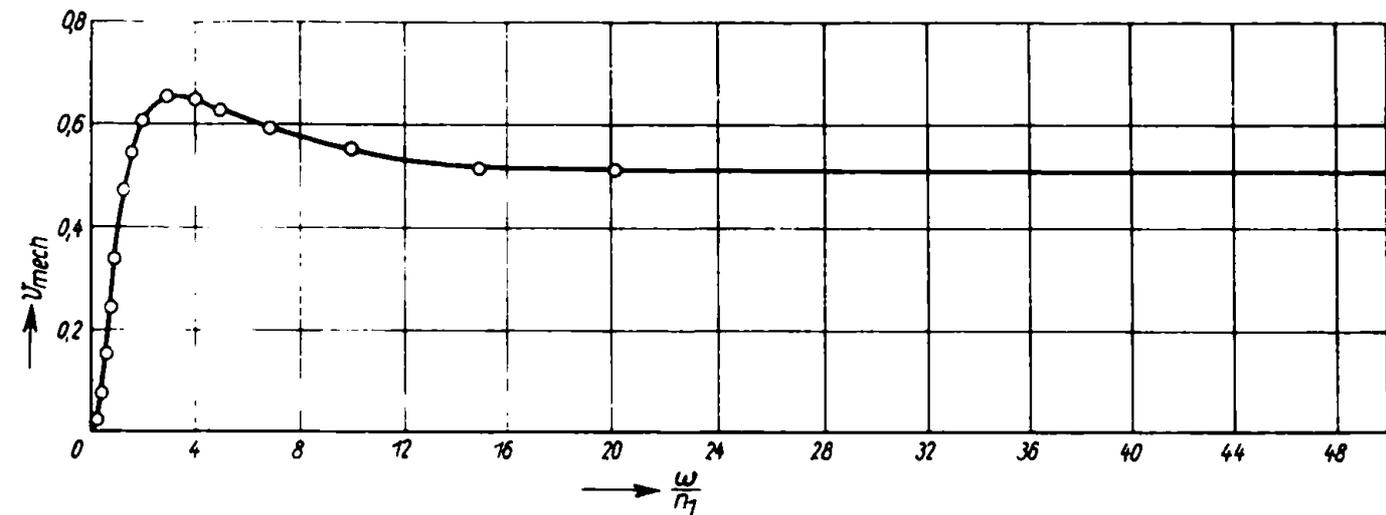


Abb. 155

Die Gleichung (65.44) gestattet es, die Frequenzcharakteristik des mechanischen Teils im Gerät im Falle kritischer Dämpfung zu zeichnen (Abb. 155).

Die Frequenzcharakteristik des elektrischen Teils im Seismographen, genauer des elektromechanischen Wandlers, erhält man aus Gleichung (65.4).

Bildet man den Betrag des Quotienten I/x , so ergibt sich

$$|v_{\text{el}}| = \frac{Mr\omega}{LQ \sqrt{\frac{1}{\tau^2} + \omega^2}} \quad (65.47)$$

Für den kritischen Punkt ist

$$|v_{\text{el}}| = \frac{M_2 \omega}{LQ \sqrt{27 + \left(\frac{\omega}{n_1}\right)^2}} \quad (65.48)$$

In Abb. 156 ist die Form der Charakteristik $|v_{\text{el}}|$ angegeben. Bei kleinem ω ist der Wert $|v_{\text{el}}|$ proportional der Frequenz, bei großen Frequenzen ist $|v_{\text{el}}|$ frequenzunabhängig. In diesem Verhalten liegt der Unterschied der Frequenzcharakteristik $|v_{\text{el}}|$ zur Frequenzcharakteristik des Wandlers ohne Berücksichtigung der elektromechanischen Rückwirkung und der induktiven Belastung.

Die vollständige dynamische Charakteristik des Gerätes ist das Produkt

$$|v| = |v_{\text{mech}}| \cdot |v_{\text{el}}|$$

oder, in allgemeiner Form,

$$|v| = \frac{M\omega^3}{L \sqrt{\frac{1}{\tau^2} (n_1^2 - \omega^2)^2 + \omega^2 (n_{12}^2 - \omega^2)^2}} \cdot \frac{r}{r + \frac{R}{n^2}} \quad (65.49)$$

Eine besondere Bedeutung hat der Faktor $\frac{r}{r + \frac{R}{n^2}}$. Er zeigt, daß für einen Widerstand des Spulenkörpers gleich Null die dynamische Empfindlichkeit des Gerätes ebenfalls gleich Null ist. Der Widerstand des Spulenkörpers darf demzufolge nicht zu klein gewählt werden. Seine Größe ist in Übereinstimmung mit dem Betrag des Widerstandes und der Windungszahl der Induktionsspule zu bestimmen.

Weiter oben wurde festgestellt, daß die Forderung einer aperiodischen Dämpfung für das System ebenfalls analoge Beschränkungen für die Größe des Widerstandes des Spulenkörpers ergibt.

d) Untersuchungen der Seismographen vom Typ SI-5 im Labor

Die Abb. 157 zeigt die allgemeine Form eines Seismographen vom Typ SI-5.

Die Eigenschaften des elektromagnetischen Seismographen sind vollständig bestimmt, wenn bekannt sind

1. der elektromechanische Kopplungsfaktor \mathcal{M} ,
2. die Dämpfung,
3. die Periodendauer der Eigenschwingungen,
4. die Frequenzcharakteristik des Gerätes.

Außer der Bestimmung dieser Größen erfolgt eine experimentelle Kontrolle des Einflusses, den der Spulenkörper auf die Dämpfung des Gerätes ausübt.

Bestimmung des emKF. Der elektromechanische Kopplungsfaktor wird mit Hilfe der bekannten Beziehung $\mathcal{M} = F/i$ bestimmt. Dabei ist F die mechanische Kraft, die an der Spule angreift und durch den Strom i kompensiert werden kann.

Zur Bestimmung des emKF für den Seismographen vom Typ SI-5 wird die Spule durch ein kleines Gewicht aus der Gleichgewichtslage gebracht und dann durch einen entsprechenden Gleichstrom wieder in die Ausgangslage zurückgeführt.

Die Lage der Spule wird mit Hilfe eines Mikroskops mit Fadenkreuz fixiert und kontrolliert. Die Größe der Belastung ist bekannt, und der Strom wird mit einem in den Kreis geschalteten Milliampere-meter gemessen. Der Quotient F/i (wenn F in p und i in mA eingesetzt wird) ist mit dem Faktor $9,8 \cdot 10^6$ zu multiplizieren. Als Ergebnis erhält man den in CGSM-Einheiten ausgedrückten Wert für \mathcal{M} .

Für den Seismographen vom Typ SI-5 ergibt sich ein mittlerer Wert von $\mathcal{M} = 5,5 \cdot 10^7$ CGSM.

Für den gleichen Seismographen ohne Spulenkörper ergibt sich $7 \cdot 10^7$ CGSM. Abb. 157

Methodik zur Bestimmung der Periodendauer der Eigenschwingungen des Aufhängesystems. Zur Bestimmung der Periodendauer der Eigenschwingungen des Aufhängesystems im Seismographen vom Typ SI-5 wird ein Seismograph ohne Gehäuse in einem Oszillographen untergebracht. Die Spule des Gerätes wird zuvor aus dem Luftspalt herausgenommen und an den Federn außerhalb des magnetischen Feldes im Seismographen aufgehängt. Mit anderen Worten: Im System werden alle Dämpfungen aufgehoben. Die Spule erhält dann einen mechanischen Impuls. Die Schwingungen des mechanischen Systems im Seismographen werden mit Hilfe eines Spiegels, der an der flachen, die Spule tragenden Feder, befestigt ist, in einem einfachen optischen System und einem normalen Streifenregistriergerät aufgezeichnet. Die auf diese Weise bestimmte Periodendauer des Seismographen SI-5 beträgt 0,051 s. Dieser Wert stimmt mit dem berechneten und auch mit



Abb. 158

dem aus dem Diagramm von G. A. GAMBURZEW (Abb. 158) bestimmten Wert überein.

Das Diagramm wurde auf Grund folgender Überlegungen konstruiert: Die Frequenzcharakteristik des mechanischen Teils im Seismographen hat die Form (s. § 3)

$$v_{\text{mech}} = \frac{V \omega^2}{\sqrt{(n_0^2 - \omega^2)^2 + 4\omega^2 h^2}},$$

und nach mehrmaliger Umformung erhält man daraus die Gleichung

$$\left(\frac{V}{v}\right)^2 = (\tau^2 - 1)^2 + 4H^2 \tau^2,$$

wobei $\tau = n_0/\omega$, $H = h/n_0$ gilt (hierbei sind h der Dämpfungskoeffizient und V die Vergrößerung für unendlich schnelle Schwingungen).

Das Diagramm gibt eine Kurvenschar mit verschiedenen Werten des Parameters h wieder. Auf der Ordinate ist $\lg V^2/v^2$ und auf der Abszisse $\lg \tau$ aufgetragen.

Auf das Diagramm wird die in entsprechender Weise umgerechnete Frequenzcharakteristik des Seismographen gelegt. Verschiebt man die experimentell bestimmte Frequenzcharakteristik des Seismographen in vertikaler und horizontaler Richtung und stellt fest, mit welcher Kurve sie am besten übereinstimmt, so kann man die Dämpfung des Gerätes bestimmen.

Da im Diagramm auf der Abszisse $\lg n_0 - \lg \omega$ aufgetragen ist und bei der Darstellung der experimentell erhaltenen Kurve für die Frequenzcharakteristik $\lg \omega$ aufgetragen wird, kann aus der Differenz der Werte auf den Abszissen in beiden Darstellungen die Eigenfrequenz des untersuchten Seismographen ermittelt werden.

Frequenzcharakteristik. Gewöhnlich werden die Frequenzcharakteristiken von Seismographen mit Hilfe eines Schwingtisches aufgenommen, mit dem auf irgendeine Weise die interessierenden Schwingungen erregt werden. Die Plattform stellt eine große Masse dar, die an einer Feder oder mit Hilfe von Gummi in der Weise aufgehängt wird, daß sie frei von äußeren Schwingungen ist. Wird als Schwingungserreger das Rad von KELLER (Abb. 159) verwendet, so kann die Frequenzcharakteristik für Schwingungen mit einer Frequenz bis zu 100 Hz aufgenommen werden. Das Rad von KELLER ist ein sich frei drehendes Rad mit einem exzentrisch befestigten Gewicht. Die Drehachse des Rades ist starr mit der Masse der vibrierenden Plattform verbunden. Dem Rad wird eine Anfangsgeschwindigkeit erteilt, so daß es sich dann nach dem Trägheitsgesetz bewegt.

Mit Verringerung der Drehzahl ändert sich die Frequenz der anregenden Kraft vom möglichen Maximalwert bis auf Null. Wenn das Aufhängesystem des Seismographen nur in einer Richtung schwingt, dann reagiert der Seismograph auf Verschiebungen, die gleich der Projektion der Bewegung des Massenmittelpunktes auf diese Richtung sind (im vorliegenden Fall auf die vertikale). Die Schwingungsamplitude der Plattform hängt in diesem Fall nicht von der Frequenz ab. Die vertikale Projektion der Kraft, die bei der Drehung des Rades von KELLER (Z. Geophys. Nr. 8, 1932) durch den Exzenter entsteht, ist gleich

Abb. 159

$$m r \omega^2 \cos \omega t = M \ddot{\xi} = \omega^2 M \xi,$$

woraus folgt

$$\xi = \frac{m r}{M} \cos \omega t.$$

Dabei bezeichnen m die Masse des Exzenter, M die gesamte Masse von Plattform und Seismograph, r den Abstand der Masse des Exzenter von der Drehachse und ξ die vertikale Verschiebung der Plattform.

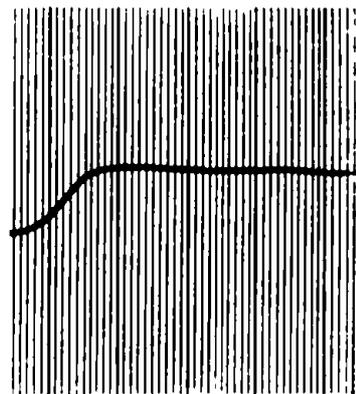
Die Eigenfrequenz der Plattform muß dabei genügend tief liegen. Mit Hilfe dieser Anordnung kann die Frequenzcharakteristik des gesamten seismischen Empfangskanals aufgenommen werden, was für Feldbedingungen äußerst wichtig ist.

e) *Dämpfungsmessung und experimentelle Kontrolle des Einflusses des Spulenkörpers im Seismographen*

Der Spulenkörper aus Aluminium im Seismographen vom Typ SI-5 verhält sich als Kurzschlußwindung im magnetischen Feld und übt einen spürbaren Einfluß auf die Dämpfung des Gerätes aus. Dies zeigt sich bei folgenden Versuchen: Eins der ersten Modelle des Gerätes vom Typ SI-5 (s. Abb. 157) wird ohne Gehäuse in das Innere eines Labor-Oszillographen gebracht. Auf die Mitte der flachen Feder, an der die Spule befestigt ist, wird ein Spiegel geklebt. Das Gerät wird in seiner normalen Lage in der Weise befestigt, daß sich unter ihm ein Prisma befindet, durch das der Strahl von der Lichtquelle auf den Spiegel gelenkt wird und dann in umgekehrter Richtung durch das Prisma und eine fokussierende Linse auf das Photopapier fällt.

Mit dieser Anordnung können unmittelbar die mechanischen Verschiebungen der Spule im Seismographen registriert werden, die durch Ein- und Ausschalten eines Gleichstromes (in der Größenordnung von 1...2 mA) im Spulenkreis hervorgerufen werden. Die bei diesem Versuch erhaltene Aufzeichnung ist in Abb. 160 wiedergegeben. Beim Einschalten verhält sich das Gerät deutlich gedämpft. Beim Ausschalten ist die Dämpfung wesentlich kleiner, aber noch genügend groß. Die Existenz dieser großen Dämpfung wird beim Öffnen des Spulenkreises hervorgerufen durch 1. die Luftdämpfung, die durch das Luftkissen zwischen dem in die Spule hineinragenden Kern und dem Spulenkörper entsteht, 2. den Einfluß des Spulenkörpers, der eine sich im konstanten Feld des Magneten im Seismographen bewegende Kurzschlußwindung darstellt.

Um diese zwei Dämpfungsursachen getrennt untersuchen zu können, wird die Spule aus dem Magnetsystem im Seismographen herausgenommen und an Federn außerhalb des magnetischen Feldes befestigt. In die Spule wird dabei eine Nach-



bildung des Kernes mit den entsprechenden Abmessungen eingesetzt. Der Spule wird ein mechanischer Impuls erteilt und die Verschiebung des Lichtflecks auf dem Photopapier registriert. Die sich dabei ergebende Aufzeichnung ist in Abb. 161 wiedergegeben. Diese Aufzeichnung charakterisiert die Luftdämpfung im Gerät, die sich somit als unbedeutend erweist. Dann wird eine freitragend gewickelte Spule, deren

Windungen mit Schellack verbunden sind, konstruiert. Durch Ein- und Ausschalten des Stromes in der freitragend gewickelten Spule, die sich im magnetischen Feld im Seismographen befindet, wird bestätigt, daß der Spulenkörper wesentlichen Einfluß auf die Dämpfung des Seismographen hat. Die bei diesen Versuchen erhaltene Aufzeichnung ist in Abb. 162 wiedergegeben.

Die Dämpfung des elektromagnetischen Seismographen vom Typ SI-5 setzt sich aus der elektrischen Dämpfung, die durch das induktiv gekoppelte System Spule —

metallischer Spulenkörper hervorgerufen wird, und dem geringen Anteil der Luftdämpfung zusammen. Die durchgeführten Versuche zeigen, daß mit wachsendem Widerstand des Spulenkörpers die Empfindlichkeit des Seismographen etwas zunimmt. Offensichtlich wird jedoch mit dem für das untersuchte Gerät ausgewählten Material, den Abmessungen des Spulenkörpers und dem vorliegenden Wert des elektromechanischen Kopplungsfaktors die maximal mögliche Empfindlichkeit des Seismographen angenähert erreicht. Die vorhandene, durch den Spulenkörper erzeugte, zusätzliche konstante Dämpfung gewährleistet eine stabile Arbeitsweise des Seismographen. Obwohl bei einer freitragend gewickelten Spule der emKF etwas größer ist, muß bei der weiteren Arbeit die normale Spule verwendet und der Einfluß des Spulenkörpers berücksichtigt werden.

Aus diesem Grunde wurde in diesem Paragraphen die Theorie des elektrodynamischen Seismographen unter Berücksichtigung des Einflusses des metallischen Spulenkörpers im Seismographen behandelt. Ermittelt wurde der Zusammenhang zwischen dem Widerstand des Spulenkörpers, der dynamischen Empfindlichkeit des Seismographen und den Bedingungen für eine aperiodische Dämpfung. Allgemein ausgedrückt nimmt mit wachsender Leitfähigkeit des Spulenkörpers die Empfindlichkeit des Seismographen ab. Wie aus der Theorie und dem Experiment folgt, entspricht im untersuchten Gerät vom Typ SI-5 mit den gewählten Massen und dem Material des Spulenkörpers die Empfindlichkeit des Seismographen angenähert dem maximal möglichen Wert (bei vorgegebenem Wert des elektromechanischen Kopplungsfaktors).

§ 66. Das Filtersystem in Verstärkern ¹⁾

Die Verstärker sind das Hauptglied der seismischen Apparatur, in dem das Frequenzspektrum der zu registrierenden Schwingungen die größten Änderungen erfährt. Eine Zeitlang wurden bei der seismischen Erkundung in der UdSSR hauptsächlich Ver-

○ - 160V

○ - 160V + 15

○ - - 15

Abb. 163. Schaltbild des Verstärkers Y-3-5

(Tr_1 und Tr_2 Ein- und Ausgangstransformator, R_a und R_g Anoden- und Gitterableitwiderstand, C_p Koppelkapazität, C_a die Anodenkapazität, C und R Kapazität und Widerstand parallel zur Primärwicklung des Ausgangstransformators, G Galvanometer)

stärker mit einem breiten Durchlaßbereich angewandt, die bei tiefen Frequenzen einen steilen Abfall der Frequenzcharakteristik besaßen. Dieses Filtersystem kann unter dem Gesichtspunkt einer notwendigen maximalen Erhöhung der effektiven

¹⁾ Bericht der Geophysikalischen Abteilung der Expedition für die Osteuropäische Tafel auf dem Gebiet der UdSSR. Fonds des Geophysikalischen Instituts der Akademie der Wissenschaften der UdSSR 1939. Die Arbeit wird hier erstmalig veröffentlicht. (Anm. d. Red. d. russ. Ausg.)

Empfindlichkeit der Apparatur nicht als das beste bezeichnet werden. Das gilt auch für den Fall, wenn die Seismogramme durch hochfrequente Störungen seismischen oder elektrischen Ursprungs kompliziert werden.

Es ist deshalb von Interesse, die Filtersysteme zu untersuchen, deren Frequenzcharakteristiken ein scharf ausgeprägtes Maximum besitzen. Um von ungedämpften Schwingungskreisen abzukommen, wurde die in Abb. 163 dargestellte Schaltung eines Verstärkers gewählt. In dieser Schaltung liegen parallel zu den Anodenwiderständen (austauschbare) Kondensatoren. In der Ausgangsstufe liegen parallel zur Primärwicklung des Transformators ein Kondensator und ein Widerstand.

Im folgenden wird die Theorie von Filtergliedern, die den oben angeführten analog sind, dargelegt.

a) Theorie des einstufigen Verstärkers

Das Ersatzschaltbild des einstufigen Verstärkers ist in Abb. 164 angegeben.

Aus dem Ersatzschaltbild folgt das Verhältnis

$$\frac{u_2}{u_1} = \frac{\mu}{C_a R_i} \cdot \frac{i\omega}{(i\omega)^2 + i\omega \left(\frac{1}{C_a S_{g ia}} + \frac{1}{C_g R_g} \right) + \frac{1}{C_a C_g S_{i a} R_g}} \quad (66.1)$$

mit

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{S_{g ia}} &= \frac{1}{R_g} + \frac{1}{R_i} + \frac{1}{R_a} \\ \frac{1}{S_{i a}} &= \frac{1}{R_i} + \frac{1}{R_a} \end{aligned} \right\} (66.2)$$

Ersetzt man $i\omega$ durch den Operator p ($p = \frac{d}{dt}$), dann zeigt sich, daß die Gleichung (66.1) äquivalent der Differentialgleichung

$$\ddot{u}_2 + 2h\dot{u}_2 + n_0^2 u_2 = v\dot{u}_1 \quad (66.3)$$

ist, wobei die Beziehungen gelten

$$\left. \begin{aligned} n_0^2 &= \frac{1}{S_{i a} R_g C_a C_g} \\ 2h &= \frac{1}{C_a S_{g ia}} + \frac{1}{C_g R_g} \\ v &= \frac{\mu}{R_i C_a} \end{aligned} \right\} (66.4)$$

Die Eigenschwingungen im betrachteten Glied haben den gleichen Charakter wie die im gedämpften Seismographen oder Galvanometer.

Es ist leicht zu zeigen, daß die Dämpfung des Systems größer als die dem aperioidischen Grenzfall entsprechende ist. Dazu ist es ausreichend, die Ungleichung

$$h > n_0 \quad (66.5)$$

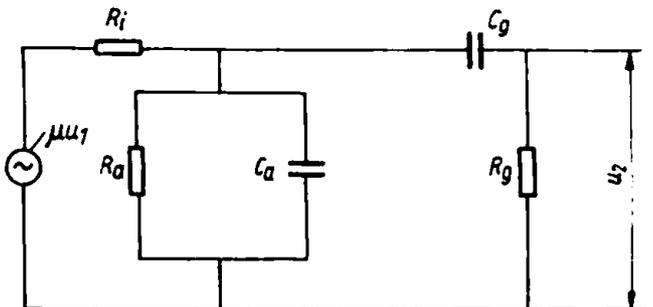


Abb. 164. Ersatzschaltbild des einstufigen Verstärkers

(μ Verstärkungsfaktor der Röhre,
 u_1 bzw. u_2 Spannung am Eingang bzw. am Ausgang der Stufe,
 R_i innerer Widerstand der Röhre,
 R_a und R_g Anoden- und Gitterableitwiderstand,
 C_g und C_a Koppel- und Anodenkapazität)

oder

$$\left(\frac{1}{C_a S_{gia}} + \frac{1}{C_g R_g} \right)^2 > \frac{4}{C_a C_g S_{ia} R_g} \quad (66.5')$$

zu kontrollieren.

Ersetzt man $\frac{1}{S_{gia}}$ durch die kleinere Größe $\frac{1}{S_{ia}}$ (wodurch die Ungleichheit nur kleiner werden kann) und stellt das Ergebnis in der Form

$$\left(\frac{1}{C_a S_{ia}} - \frac{1}{C_g R_g} \right)^2 > 0 \quad (66.6)$$

dar, so zeigt sich die Richtigkeit der Behauptung.

Die Ungleichung (66.6) besagt gleichzeitig, daß man bei einer Dämpfung, die größer als die für den aperiodischen Grenzfall notwendige ist, durch entsprechende Auswahl der Parameter der Schaltung dem aperiodischen Grenzfall sehr nahe kommen kann.

Der aperiodische Grenzfall wird erreicht, wenn

$$\frac{1}{C_a S_{ia}} = \frac{1}{C_g R_g} \quad (66.7)$$

und außerdem

$$\frac{1}{S_{gia}} \rightarrow \frac{1}{S_{ia}} \quad (66.8)$$

erfüllt ist.

Zur Erfüllung der Bedingung (66.8) ist es erforderlich, daß R_g wesentlich größer als R_i oder R_a ist.

Auf die Frage der Dämpfung wird nochmals bei der Behandlung der minimalen Bandbreite des Durchlaßbereiches des Filterkreises eingegangen.

Im folgenden werden die erzwungenen stationären Schwingungen bei sinusförmiger Anregung analysiert.

Die Lösung der Gleichung (66.3) hat die Form

$$u_2 = \frac{u_{10} v \omega \sin(\omega t + \varphi)}{\sqrt{(n_0^2 - \omega^2)^2 + 4h^2 \omega^2}}, \quad (66.9)$$

wobei die Phasenverschiebung φ aus den Gleichungen

$$\begin{aligned} \cos \varphi &= -\frac{2h\omega}{\sqrt{(n_0^2 - \omega^2)^2 + 4h^2 \omega^2}}, \\ \sin \varphi &= \frac{n_0^2 - \omega^2}{\sqrt{(n_0^2 - \omega^2)^2 + 4h^2 \omega^2}} \end{aligned} \quad (66.10)$$

bestimmt wird.

Die Frequenzcharakteristik des einstufigen Verstärkers,

$$\mathcal{V} = \frac{v\omega}{\sqrt{(n_0^2 - \omega^2)^2 + 4h^2 \omega^2}}, \quad (66.11)$$

unterscheidet sich von den Frequenzcharakteristiken des mechanischen Seismographen und Galvanometers nur durch die Form des Zählers.

Für den mechanischen Seismographen ist

$$\mathcal{V}_S = \frac{v\omega^2}{\sqrt{(n_0^2 - \omega^2)^2 - 4h^2\omega^2}} \quad (66.12)$$

und für das Galvanometer

$$\mathcal{V}_G = \frac{v}{\sqrt{(n_0^2 - \omega^2)^2 + 4h^2\omega^2}} \quad (66.13)$$

Es ist ersichtlich, daß

$$\mathcal{V} = \sqrt{\mathcal{V}_S \mathcal{V}_G} \quad (66.14)$$

gilt, d. h., die Frequenzcharakteristik des einstufigen Verstärkers kann als geometrisches Mittel der Frequenzcharakteristiken des Seismographen und des Galvanometers dargestellt werden. Diese Bemerkung wird bei der Untersuchung der Verzerrungen in der gesamten seismischen Apparatur berücksichtigt.

Die Frequenzcharakteristik (66.11) hat die Form einer Kurve, die ein Maximum besitzt. Die Frequenz ω_{\max} , bei der das Maximum von \mathcal{V} auftritt, wird aus der Gleichung

$$\omega_{\max} = n_0 = \frac{1}{\sqrt{C_a C_g S_{ia} R_g}} \quad (66.15)$$

und die maximale Empfindlichkeit aus der Gleichung

$$\mathcal{V}_{\max} = \frac{v}{2h} = \frac{\mu}{R_i} \cdot \frac{1}{\frac{C_a}{C_g R_g} + \frac{1}{S_{gia}}} \quad (66.16)$$

ermittelt.

Im Bereich hoher Frequenzen ist die Verstärkung der Stufe umgekehrt proportional der Frequenz und im Bereich tiefer Frequenzen direkt proportional der Frequenz.

Für $\omega < n_0$ und $\varphi > 0$ liegt eine Voreilung und für $\omega > n_0$ eine Nacheilung vor.

Im Zusammenhang mit den oben angeführten Überlegungen wird die Bedingung bestimmt, bei der eine minimale Bandbreite der Frequenzcharakteristik erreicht wird.

Zu diesem Zweck werden in der Frequenzcharakteristik die beiden Punkte ω_1 und ω_2 mit gleichen Ordinaten, die dem k -ten Teil der maximalen Ordinate entsprechen, betrachtet. Als Bandbreite der Frequenzcharakteristik wird die Differenz $(\omega_2 - \omega_1)$ der Abszissen dieser zwei Punkte bezeichnet.

Da die Frequenzcharakteristik durch die Gleichung (66.11) und ihr maximaler Wert durch die Gleichung (66.16) ausgedrückt werden, ergibt sich zur Bestimmung der Frequenzen ω_1 und ω_2 die Gleichung

$$\frac{v\omega}{\sqrt{(n_0^2 - \omega^2)^2 + 4h^2\omega^2}} = \frac{v}{2hk} \quad (66.17)$$

woraus folgt

$$\omega^2 = 2h^2(k^2 - 1) + h_0^2 \pm 2h \sqrt{h^2(k^2 - 1)^2 + n_0^2(k^2 - 1)}. \quad (66.18)$$

Eine der Lösungen entspricht der Frequenz ω_1 und die andere der Frequenz ω_2 . Demzufolge ist

$$|\omega_2^2 - \omega_1^2| = 4h \sqrt{h^2(k^2 - 1)^2 + n_0^2(k^2 - 1)}. \quad (66.19)$$

Da dem festgelegten Wert ω_{\max} der festgelegte Wert n_0 entspricht, kann man sagen, daß die minimale Bandbreite der Frequenzcharakteristik dem minimalen Wert von h entspricht.

Bestimmt wird das Minimum des Dämpfungsfaktors h in Abhängigkeit von den Kapazitäten C_a und C_g und unter der Bedingung $n_0 = \text{const}$ und demzufolge

$$C_a C_g = \text{const}. \quad (66.20)$$

Als Lösung der Gleichungen

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{S_{g ia}} \cdot \frac{dC_a}{C_a^2} + \frac{1}{R_g} \cdot \frac{dC_g}{C_g^2} &= 0, \\ C_a dC_g + C_g dC_a &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (66.21)$$

erhält man

$$C_a = C_g \frac{R_g}{S_{g ia}} = C_g \left(1 + \frac{R_g}{R_i} + \frac{R_g}{R_a} \right). \quad (66.22)$$

Für einen vorgegebenen Wert C_a erhalten die Parameter der Gleichung (66.3) die Werte

$$\left. \begin{aligned} n_0^2 &= \frac{S_{g ia}}{S_{i a}} \cdot \frac{1}{C_g^2 R_g^2}, \\ h &= \frac{1}{C_g R_g}, \\ v &= \frac{\mu S_{g ia}}{R_i C_g R_g}, \end{aligned} \right\} \quad (66.23)$$

und die Frequenzcharakteristik ist

$$v = \frac{\frac{\mu}{R_i} \cdot \frac{S_{g ia}}{C_g R_g} \omega}{\omega^2 - \frac{S_{g ia}}{S_{i a}} \cdot \frac{1}{R_g^2 C_g^2} + 4\omega^2 \frac{1}{R_g^2 C_g^2}}. \quad (66.24)$$

Wenn der Gitterableitwiderstand R_g wesentlich größer als R_i und R_a ist, kann man näherungsweise setzen

$$S_{g ia} = S_{i a}. \quad (66.25)$$

In diesem Fall ist die Gleichung (66.22) mit der Gleichung (66.7) identisch, und die Dämpfung entspricht der im aperiodischen Grenzfall.

Die Richtigkeit der Gleichung $n_0 = h$ bei Erfüllung der Bedingung (66.25) kann festgestellt werden, wenn man die ersten beiden Gleichungen der Gruppe (66.23) miteinander vergleicht.

Im folgenden wird im wesentlichen der Spezialfall minimaler Bandbreite des Durchlaßbereiches behandelt.

Die Gleichungen für die Frequenz- und Phasencharakteristiken erhalten die Form

$$V = \frac{\omega v}{\omega^2 + n_0^2} = \frac{\mu}{R_i} \cdot \frac{S_{ia}}{C_g R_g} \cdot \frac{\omega}{\omega^2 + \frac{1}{C_g^2 R_g^2}}, \quad (66.26)$$

$$\left. \begin{aligned} \cos \varphi &= \frac{2 n_0 \omega}{n_0^2 + \omega^2} \\ \sin \varphi &= \frac{n_0^2 - \omega^2}{n_0^2 + \omega^2} \end{aligned} \right\} \quad (66.27)$$

Die maximale Verstärkung ergibt sich aus der Gleichung

$$V_{\max} = \frac{1}{2} \mu \frac{R_a}{R_a + R_i} \quad (66.28)$$

Wäre C_a nicht vorhanden, dann würde sich für die gleiche Frequenz folgender Verstärkungsfaktor ergeben:

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \mu \frac{R_a}{R_a + R_i} \quad (66.29)$$

C_a bedingt demzufolge in jeder Stufe eine Verringerung der absoluten Empfindlichkeit um das $\sqrt{2}$ -fache (unter der Bedingung einer minimalen Bandbreite der Frequenzcharakteristik).

Alle Folgerungen des vorliegenden Paragraphen kann man auf den Fall erweitern, bei dem die zusätzliche Kapazität (C) parallel zum Gitterableitwiderstand geschaltet wird. Die Differentialgleichung des einstufigen Verstärkers erhält dann die Form

$$\ddot{u}_2 + \dot{u}_2 \left(C_g \frac{1}{S_{ia}} + C \frac{1}{S_{gia}} \right) + u_2 \frac{1}{C C_g R_g S_{ia}} = \dot{u}_1 \frac{\mu}{R_i C} \quad (66.30)$$

Die Bedingung für die minimale Bandbreite des Durchlaßbereiches (bei gegebener Frequenz) lautet dann

$$\frac{1}{C_g S_{ia}} = \frac{1}{C S_{gia}} \quad (66.31)$$

oder, näherungsweise,

$$C_g \approx C \quad (66.32)$$

für $S_{ia} \approx S_{gia}$.

Die maximale Verstärkung wird dabei durch eine Gleichung der Form (66.28) bestimmt. Beide Typen von Filtergliedern sind demzufolge einander äquivalent.

Zuletzt wird ein kombiniertes Filterglied betrachtet, in dem Kondensatoren parallel zu den Anoden- und Gitterableitwiderständen geschaltet worden sind.

In diesem Fall ergibt sich eine Differentialgleichung der Form

$$\begin{aligned} \ddot{u}_2 + \dot{u}_2 \left(\frac{C_g}{S_{gia}} + \frac{C_a}{R_g} + \frac{C}{S_{ia}} \right) + u_2 \frac{1}{C C_g + C C_a + C_g C_a} \left(\frac{1}{R_g S_{ia}} \cdot C C_a + \frac{1}{C C_g + C_g C_a} \right) \\ = \mu \frac{C_g}{R_i} \cdot \frac{\dot{u}_1}{C C_a + C C_g + C_g C_a} \end{aligned} \quad (66.33)$$

Die Analyse dieser Gleichung führt zu den gleichen Folgerungen, wie sie oben erhalten worden sind.

b) Ausgangsstufe

Das Ersatzschaltbild der Ausgangsstufe ist in Abb. 165 angegeben.

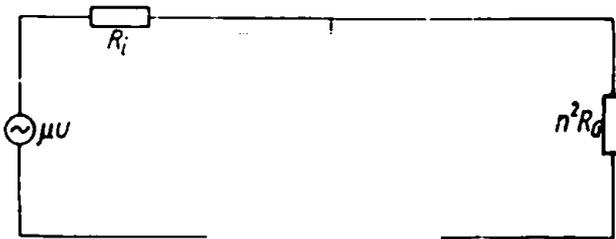


Abb. 165. Ersatzschaltbild der Ausgangsstufe

(μ Verstärkungsfaktor der Röhre,
 u die Spannung am Eingang der Stufe,
 R_i innerer Widerstand der Röhre,
 C und R Kapazität und Widerstand parallel zur
 Primärwicklung des Ausgangstransformators,
 L Induktivität der Primärwicklung
 des Transformators,
 R_G Widerstand des Galvanometers,
 n Übersetzungsverhältnis)

Das Verhältnis des Stromes I_G im Galvanometer zur Spannung, die am Eingang der letzten Stufe liegt, wird durch die Gleichung

$$\frac{I_G}{u} = \frac{\mu}{C_n R_G R_i} \cdot \frac{i\omega}{(i\omega)^2 + i\omega \frac{1}{SC} + \frac{1}{LC}} \quad (66.34)$$

ausgedrückt, wobei die Beziehung besteht

$$\frac{1}{S} = \frac{1}{R_i} + \frac{1}{R} + \frac{1}{n^2 R_G} \quad (66.35)$$

Die zur Gleichung (66.34) äquivalente Differentialgleichung hat die Form

$$\ddot{I}_G + \dot{I}_G \frac{1}{SC} + I_G \frac{1}{LC} = n C \frac{\mu}{R_G R_i} \dot{u}. \quad (66.36)$$

Vergleicht man die Gleichung (66.36) mit der Gleichung (66.3), so kann man schließen, daß bei entsprechender Auswahl der Parameter in Gleichung (66.36) die Verzerrungen in der Ausgangsstufe die gleiche Form wie im einstufigen Verstärker besitzen.

c) Verzerrungen im mehrstufigen Verstärker

Die Behandlung dieser Frage wird auf den hier interessanten Fall minimaler Bandbreite des Durchlaßbereiches beschränkt. Wenn man berücksichtigt, daß alle Stufen identisch sind, ergibt sich das lineare Differentialgleichungssystem

$$\left. \begin{aligned} (p + n_0)^2 u_2 &= v p u_1, \\ (p + n_0)^2 u_3 &= v p u_2, \\ \dots &\dots \dots \dots \dots \dots \dots \\ (p + n_0)^2 u_{k-1} &= v p u_k \end{aligned} \right\} \quad (66.37)$$

mit

$$p = \frac{\partial}{\partial t}.$$

Das System (66.37) kann durch die Differentialgleichung

$$(p + n_0)^{2k} u_{k+1} = v^k p^k u_1 \quad (66.38)$$

ersetzt werden.

Für die Frequenzcharakteristik des Verstärkers gilt die Gleichung

$$v^k = \frac{v^k \omega^k}{(\omega^2 + n_0^2)^k} \quad (66.39)$$

Die Frequenzcharakteristik ist für $k = 4$ in Abb. 166 dargestellt.

Für gewisse Parameterwerte des Seismographen und des Galvanometers kann die Frequenzcharakteristik der gesamten seismischen Apparatur durch eine Gleichung wiedergegeben werden, die angenähert der Gleichung Δv (66.39) entspricht. Es ist

$$v_\Sigma = v_S \omega v_A^k v_G, \quad (66.40)$$

wobei die entsprechenden Indizes S, A und G den Seismographen (seinen mechanischen Teil), den Verstärker und das Galvanometer bezeichnen.

Der Faktor ω entspricht der Frequenzcharakteristik des elektromechanischen Wandlers.

Wenn man beachtet, daß bei entsprechender Auswahl der Konstanten die Frequenzcharakteristik des einstufigen Verstärkers gleich dem geometrischen Mittel aus den Frequenzcharakteristiken des mechanischen Seismographen und des Galvanometers ist, erhält man (exakt bis auf einen konstanten Faktor)

$$v_\Sigma = \omega v_A^{k+2} = \frac{\omega^{k+3}}{(\omega^2 + n_0^2)^{k+2}} \quad (66.41)$$

In der Gleichung (66.40) wurde die elektromechanische Rückwirkung nicht berücksichtigt. Deshalb kann für sie kein Anspruch auf Genauigkeit erhoben werden.

Von großem Interesse ist die Untersuchung der Eigenschwingungen im mehrstufigen Verstärker und die mit ihnen zusammenhängenden Übergangsvorgänge.

Wird auf den Eingang der ersten Stufe der Einheitsimpuls gegeben,

$$\begin{aligned} \bar{u}_1 &= 0 & \text{für } t < 0, \\ \bar{u}_1 &= 1 & \text{für } t > 0, \end{aligned} \quad (66.42)$$

dann erhält die Lösung der Gleichung (66.38) bei der durch die Gleichungen (66.42) beschriebenen Anregung die Form

$$u_{k+1} = e^{-n_0 t} \frac{(v t)^k}{k!} \left[1 - \frac{k-1}{(1!)^2} n_0 t + \frac{(k-1)(k-2)}{(2!)^2} (n_0 t)^2 + \dots + \frac{(-1)^{k-1}}{(k-1)!} (n_0 t)^{k-1} \right]. \quad (66.43)$$

Abb. 166. Frequenzcharakteristik des vierstufigen Verstärkers mit Filtern im Anodenkreis

Wären keine Anodenwiderstände vorhanden, dann würden Eigenschwingungen nach der Gleichung

$$u'_{k+1} = e^{-\frac{t}{\tau}} v^k \left[1 - \frac{k-1}{(1!)^2} \cdot \frac{t}{\tau} + \frac{(k-1)(k-2)}{(2!)^2} \left(\frac{t}{\tau}\right)^2 + \dots + \frac{(-1)^{k-1}}{(k-1)!} \left(\frac{t}{\tau}\right)^{k-1} \right], \quad (66.44)$$

entstehen, wobei τ die Zeitkonstante in jeder Stufe ist.

Die Gleichung (66.44) unterscheidet sich von der Gleichung (66.43) durch den fehlenden Faktor $\frac{t^k}{k!}$.

Die Form der Eigenschwingungen ist für beide Fälle für $k=4$ in Abb. 167 dargestellt. Die Kurve *I* gibt die Eigenschwingungen des Verstärkers mit einem Filter

Abb. 167. Eigenschwingungen des vierstufigen Verstärkers

(*I* Verstärker mit Filter,
II Verstärker ohne Filter im Anodenkreis)

Abb. 168. Einschaltvorgang einer plötzlich beginnenden sinusförmigen Schwingung, deren Frequenz mit der Eigenfrequenz n_0 der einzelnen Verstärkerstufen übereinstimmt

(u_1 sinusförmige Schwingung am Eingang,
 u_4 die gleiche Schwingung am Ausgang des vierstufigen Verstärkers)

im Anodenkreis, die Kurve *II* gibt die Eigenschwingungen ohne Filter im Anodenkreis wieder.

Die Kurven der Eigenschwingungen schneiden die Zeitachse dreimal in den Punkten $t_1 \approx 0,42n_0$, $t_2 \approx 2,29n_0$ und $t_3 \approx 6,28n_0$. In Kurve *II* ist die erste Amplitude die maximale, und die anderen sind wesentlich kleiner. In Kurve *I* ist die letzte Amplitude die größte, und dann nähert sich die Kurve asymptotisch der Zeitachse. Da die ersten zwei Amplituden klein sind, entsteht der Eindruck, daß eine Verzögerung vorhanden ist.

Die Betrachtung des Übergangsvorganges wird auf den interessantesten und gleichzeitig einfachsten Fall einer plötzlich beginnenden sinusförmigen Schwingung beschränkt, deren Frequenz mit der Frequenz n_0 der Eigenschwingungen der Verstärkerstufen übereinstimmt:

$$\left. \begin{array}{l} \text{für } t > 0 \quad u_1 = \sin n_0 t, \\ \text{für } t < 0 \quad u_1 = 0. \end{array} \right\} \quad (66.45)$$

Als Ergebnis der Berechnungen ergeben sich die Gleichungen (die bis auf einen konstanten Faktor exakt sind)

$$u_2 = \sin n_0 t - e^{-n_0 t} n_0 t, \quad (66.46)$$

$$u_3 = \sin n_0 t - e^{-n_0 t} n_0 t \left[1 + n_0 t - \frac{(n_0 t)^2}{3} \right], \quad (66.47)$$

$$u_4 = \sin n_0 t - e^{-n_0 t} n_0 t \left[1 + n_0 t + \frac{(n_0 t)^2}{3} - \frac{(n_0 t)^3}{3} + \frac{(n_0 t)^4}{3} \right]. \quad (66.48)$$

Die Kurve u_4 in Abb. 168 zeigt, wie die Amplitude der Schwingung als Funktion der Zeit zunimmt.

§ 67. Theorie des Mischers ¹⁾

Einige Typen moderner seismischer Apparaturen, die bei der reflexionsseismischen Erkundung eingesetzt werden, enthalten eine einfache Baugruppe, mit deren Hilfe eine Mischung der in den verschiedenen Kanälen fließenden Ströme erfolgt.

Die Aufgabe dieser Baugruppe, die auch als Mischer (mixer) bezeichnet wird, besteht in der Reduzierung der unregelmäßigen Störungen, die eine Ausscheidung der reflektierten Wellen erschweren.

Der Mischer ist im Prinzip ein Verbindungsschema der Galvanometer, in dem eine wechselseitige Verbindung zwischen den seismischen Kanälen hergestellt wird und entsprechende wechselseitige Einwirkungen entstehen.

Die wechselseitigen Einwirkungen unterscheiden sich von den unregelmäßigen wechselseitigen Einwirkungen, die unerwünscht sind, durch eine besondere, speziell aufgestellte Gesetzmäßigkeit. Erstens entstehen beim Einschalten des Mischers bezüglich der Phase (Ohmsche Verbindung zwischen den Kanälen) wechselseitige Einwirkungen mit gleicher Polarität. Zweitens nimmt der Grad der wechselseitigen Einwirkungen zwischen zwei benachbarten Kanälen mit wachsender Anzahl der Kanäle ab.

Die Prinzipschaltung des Mischers zeigt Abb. 169. Er besteht aus einer Kette in Reihe geschalteter Ohmscher Widerstände r , durch die die Verbindung zwischen den Galvanometern hergestellt wird, und den parallel geschalteten Impedanzen z , die durch

Abb. 169

den Widerstand des Galvanometers, die Parallelwiderstände zum Galvanometer und den angeschlossenen Ausgangswiderstand des Verstärkers bestimmt werden.

Im folgenden wird die Theorie des Mischers näherungsweise behandelt; wir sehen dabei von einigen Einzelheiten ab, die zweitrangige Bedeutung haben.

¹⁾ Nachrichten der Akademie der Wissenschaften der UdSSR, Serie Geographie und Geophysik, Bd. IX, Nr. 4, 1945.

a) Mischungsgrad

Anfangs wird angenommen, daß keine endliche, sondern eine unendliche Kette aus den angegebenen Elementen zusammengestellt worden ist. In erster Näherung wird auch angenommen, daß der Widerstand z ein reiner Wirkwiderstand ist. Angenommen wird, daß die äußere elektromotorische Kraft nur an einem der Widerstände z (parallel zu ihm) liegt. Es wird der rechte Zweig der Kette, beginnend bei dem Element, an dem die elektromotorische Kraft liegt, betrachtet, und es werden die Gleichungen der Maschenströme (Abb. 170) aufgestellt:

Abb. 170

$$\left. \begin{aligned} I_0 z &= E_0, \\ -I_0 z + I_1(2z + r) - I_2 z &= 0, \\ -I_1 z + I_2(2z + r) - I_3 z &= 0, \\ \dots \dots \dots \end{aligned} \right\} \quad (67.1)$$

Diese Gleichungen (außer der ersten) werden umgeformt in

$$\left. \begin{aligned} (I_0 + I_2) \frac{1}{I_1} &= 2 + \frac{r}{z}, \\ (I_1 + I_3) \frac{1}{I_2} &= 2 + \frac{r}{z}, \\ \dots \dots \dots \end{aligned} \right\} \quad (67.1')$$

Aus dem System (67.1') ergibt sich

$$\left. \begin{aligned} I_0 I_2 - I_1 I_3 &= I_1^2 - I_2^2, \\ I_1 I_3 - I_2 I_4 &= I_2^2 - I_3^2, \\ \dots \dots \dots \end{aligned} \right\} \quad (67.2)$$

Summiert man die Gleichungen und berücksichtigt, daß in den unendlich weit entfernten Maschen der Strom gleich Null ($I_\infty = 0$) wird, ergibt sich

$$\left. \begin{aligned} I_0 I_2 &= I_1^2, \\ I_1 I_3 &= I_2^2, \\ \dots \dots \dots \end{aligned} \right\} \quad (67.3)$$

oder

$$\frac{I_0}{I_1} = \frac{I_1}{I_2} = \dots = q = \text{const.} \quad (67.4)$$

Auf diese Weise erfolgt die Änderung (Abnahme) der Amplitude der Maschenströme mit dem Abstand von der Urspannungsquelle nach einer geometrischen Reihe. Es ist offensichtlich, daß das gleiche auch für die Ströme gilt, die durch die Widerstände z und demzufolge auch durch die Galvanometer G fließen.

Der Faktor q , der als Mischungsgrad bezeichnet wird, ergibt sich aus der Gleichung

$$-\frac{I_{k-1}}{I_k} \cdot \frac{I_k}{I_{k+1}} \cdot z + \frac{I_k}{I_{k+1}} (2z + r) - z = 0 \quad (67.5)$$

oder aus

$$q^2 - 2q \left(1 + \frac{r}{2z}\right) + 1 = 0. \quad (67.5')$$

Löst man die Gleichung (67.5'), so ergeben sich zwei Wurzeln, deren Produkt gleich Eins ist.

Dem zu betrachtenden Fall entspricht die Wurzel

$$q_1 = 1 + \frac{r}{2z} - \sqrt{\frac{r}{z} \left(1 + \frac{r}{4z}\right)}. \quad (67.6)$$

Die zweite Wurzel entspricht der umgekehrten Numerierung der Kanäle. Ist z komplex, dann ist q ebenfalls komplex, und das weist im gegebenen Fall auf eine vorhandene Phasenverschiebung hin. Dieser Fall wird hier nicht analysiert.

b) Endliche Kette, die zur unendlichen Kette äquivalent ist

Oben wurde eine unendliche Kette betrachtet, für die die angegebenen Gleichungen richtig sind. Die Gleichungen kann man jedoch auch für die endliche Kette verwenden, wenn diese am Anfang und Ende durch einen entsprechenden Widerstand abgeschlossen wird.

Angenommen, man zerlegt die unendliche Kette in zwei Teile (Abb. 171), so entsteht die Frage, welcher äquivalente Widerstand z' den zweiten Teil der Kette ersetzen kann? Zur Lösung dieser Frage wird die Gleichung der Maschenströme für das letzte Glied des Ersatzschaltbildes

— r r r r

—

—

—

Abb. 171

aufgestellt, d. h. für das Glied, das den äquivalenten Widerstand z' enthält. Fordert man, daß im gegebenen Fall wie oben das Gesetz einer geometrischen Reihe befolgt wird, so ergibt sich

$$-Iz + Iq(z + z') = 0,$$

woraus folgt

$$z' = z \frac{1 - q}{q}. \quad (67.7)$$

Wenn man

$$\frac{r}{z} = \frac{(1 - q)^2}{q}$$

berücksichtigt, ergibt sich für z' die Gleichung

$$z' = \frac{r}{1 - q}. \quad (67.7')$$

Schließt man den ersten und letzten Kanal mit dem Widerstand z' ab, so erhält die endliche Kette die Eigenschaften einer unendlichen Kette, und damit sind identische Bedingungen für die Mischung in allen Kanälen gewährleistet. Die weiteren Berechnungen erfolgen unter der Annahme, daß diese äquivalenten Abschlußwiderstände eingeführt worden sind.

c) Richtcharakteristik des Mischers

Es wird der k -te Kanal der seismischen Apparatur, die insgesamt n Kanäle hat, betrachtet. In diesem Kanal fließt der Strom (im gegebenen Fall der wahre Maschenstrom)

$$I_k = I_0 \sin \omega t \quad (67.8)$$

unter der Bedingung, daß in den anderen Kanälen keine elektromotorische Kraft vorhanden ist.

Tritt in einem beliebigen Kanal mit der Nummer $(k + m)$ eine elektromotorische Kraft auf, so tritt durch die wechselseitige Verbindung zwischen den Kanälen im k -ten Kanal ein zusätzlicher Strom auf, dessen Größe in Übereinstimmung mit den Ergebnissen der vorhergehenden Abschnitte zu berechnen ist.

Wenn auf die Seismographen, die in gleichen Abständen Δx aufgestellt worden sind, unter dem Winkel i eine ebene Welle mit der wahren Geschwindigkeit v trifft (und entsprechend mit der scheinbaren Geschwindigkeit $v^* = v/\sin i$), dann wird der Strom im $(k + m)$ -ten Kanal unter der Bedingung, daß er durch keinen anderen Kanal beeinflußt wird, ausgedrückt durch die Gleichung

$$I_{k+m} = I_0 \sin(\omega t - m\varphi) \quad (67.9)$$

mit

$$\varphi = \frac{\omega \Delta x \sin i}{v} = \frac{\omega \Delta x}{v^*}. \quad (67.10)$$

Der Strom nach Gleichung (67.9) verursacht im k -ten Kanal den zusätzlichen Strom

$$\Delta I_{k,k+m} = I_0 \sin(\omega t - m\varphi) q^m. \quad (67.11)$$

Der Gesamtstrom im k -ten Kanal ist

$$\begin{aligned} I_{k\Sigma} &= I_k + \sum \Delta I_{k,k+m} = \\ &= I_0 \{ \sin \omega t + q \sin(\omega t - \varphi) + q^2 \sin(\omega t - 2\varphi) + \\ &\quad + \dots + q^{n-k} \sin[\omega t - (n-k)\varphi] + q \sin(\omega t + \varphi) + \\ &\quad + q^2 \sin(\omega t + 2\varphi) + \dots + q^{k-1} \sin[\omega t + (k-1)\varphi] \}. \end{aligned} \quad (67.12)$$

Ohne Verletzung der allgemeinen Folgerungen wird

$$n \geq 2k \quad (67.13)$$

angenommen.

Besteht in der Praxis die reziproke Ungleichheit, dann kann die Numerierung der Kanäle umgekehrt werden, indem man den letzten Kanal als ersten betrachtet.

Unter der Bedingung (67.13) erhält die Gleichung (67.12) die Form

$$I_{k\Sigma} = I_0 \left\{ \sin \omega t + 2 \sin \omega t \sum_{i=1}^{k-1} q^i \cos i\varphi + \sum_{i=k}^{n-k} q^i \sin(\omega t - i\varphi) \right\}. \quad (67.14)$$

Die Glieder unter dem zweiten Summenzeichen weisen auf vorhandene Phasenverzerrungen hin, die durch die unsymmetrische Anordnung des k -ten Kanals relativ zu den anderen bedingt sind.

Es wird die Wirkung des Mischers auf den mittleren Kanal betrachtet. Zur Vereinfachung der Folgerungen wird eine unendliche Anzahl von Kanälen angenommen. Bei genügend kleinem Mischungsgrad und einer großen Anzahl von Kanälen führt diese Annahme zu keinem merkbaren Fehler.

Die Gleichung (67.14) erhält im vorliegenden Fall die Form

$$I_{k\Sigma} = I_0 \sin \omega t \left(1 + 2 \sum_{i=1}^{\infty} q^i \cos i\varphi \right). \quad (67.15)$$

Die Summe

$$\sum_{i=1}^{\infty} q^i \cos i\varphi \quad (67.16)$$

wird getrennt betrachtet.

Sie kann als Realteil der komplexen Reihe

$$-1 + \sum_{i=0}^{\infty} (q e^{i\varphi})^i$$

mit $i = \nu - 1$ dargestellt werden.

Wendet man die Gleichung auf die Summe der unendlichen geometrischen Reihe an, so ergibt sich

$$\sum_{i=1}^{\infty} q^i \cos i\varphi = \Re \left[-1 + \sum_{i=0}^{\infty} (q e^{i\varphi})^i \right] = \Re \left(\frac{q}{e^{-i\varphi} - q} \right) = \frac{q \cos \varphi - q^2}{1 - 2q \cos \varphi + q^2}, \quad (67.17)$$

wobei \Re das Symbol für den Realteil des komplexen Ausdruckes ist.

Wird in Gleichung (67.15) die Summe (67.16) durch die Gleichung (67.17) ersetzt, so ergibt sich

$$I_{k\Sigma} = I_0 \sin \omega t \frac{1 - q^2}{1 - 2q \cos \varphi + q^2}. \quad (67.18)$$

Die Richtcharakteristik des Mischers wird durch die Gleichung

$$\nu = \frac{1 - q^2}{1 - 2q \cos \varphi + q^2} \quad (67.19)$$

beschrieben.

Phasenverschiebungen existieren in diesem Fall nicht.

Die Schar der Richtcharakteristiken zeigt Abb. 172.

Die maximale Empfindlichkeit tritt auf für $\cos \varphi = 1$, die minimale für $\cos \varphi = -1$, wobei gilt

$$v_{\max} = \frac{1+q}{1-q}, \quad (67.20)$$

$$v_{\min} = \frac{1-q}{1+q}. \quad (67.21)$$

Das Verhältnis Q dieser beiden Größen charakterisiert den maximalen Effekt der Mischung:

$$Q = \frac{v_{\max}}{v_{\min}} = \left(\frac{1+q}{1-q} \right)^2. \quad (67.22)$$

Q wächst mit zunehmendem Mischungsgrad (s. Tabelle 4).

Tabelle 4

| | | | | |
|-----------|------|------|-----|-----|
| q | 0,2 | 0,4 | 0,6 | 0,8 |
| Q | 2,25 | 5,43 | 16 | 81 |

Die Richtwirkung des Mischers ist des- Abb. 172
halb bei kleinen Beträgen des Mischungs-
grades klein (kleiner als für eine Gruppe von Seismographen). Diese Charakteristiken
besitzen keine dazwischenliegenden Extremwerte. Die Achse der maximalen Emp-
findlichkeit des Gerätes liegt vertikal.

Um eine schärfer ausgeprägte Richtcharakteristik zu erhalten, muß q vergrößert
werden. Dies ist jedoch mit dem Auftreten von unzulässig großen Phasenverschie-
bungen in den äußeren Kanälen verbunden. Diese Frage wird weiter unten behandelt.

d) Grenzwert des Mischungsgrades

Der Grenzwert des Mischungsgrades kann von folgender Grundforderung ausgehend
bestimmt werden: Die Achsen der phasengleichen Wellen, die auf dem Seismogramm
registriert werden, müssen unbedingt ihre wahre Lage exakt beibehalten, um eine rich-
tige geometrische Interpretation zu gewährleisten.

Bei geradlinigen Achsen der Phasengleichheit sind die größten Phasenverschiebun-
gen in Abhängigkeit von der Zeit in den äußeren Kanälen zu erwarten. Bei krumm-
linigen Achsen der Phasengleichheit (hyperbolische Laufzeitkurve der reflektierten
Wellen) kann man die bekannten Verzerrungen im Gebiet des Minimums der Lauf-
zeitkurve erwarten.

Diese zwei Fälle werden betrachtet.

Die Phasenverschiebungen in den äußeren Kanälen. Hier tritt die Aufgabe der „ein-
seitigen“ Mischung auf, d. h. der Fall der Mischung, wenn sich alle Kanäle der Appa-
ratur auf einer Seite von dem zu betrachtenden Kanal befinden.

Wir kehren zur Gleichung (67.14) zurück und nehmen $k = 1$ an, wobei wir berücksichtigen, daß alle anderen Kanäle rechts von dem betrachteten Kanal liegen. Es wird eine unendliche Anzahl von Kanälen angenommen.

Die Gleichung (67.14) erhält die Form

$$I_{i\Sigma} = I_0 \sum_{i=0}^{\infty} q^i \sin(\omega t - i\varphi). \quad (67.23)$$

Wendet man die Eulerschen Formeln und die Formel für die Summe der unendlichen geometrischen Reihe an, so ergibt sich

$$I_{i\Sigma} = I_0 \frac{\sin \omega t - q \sin(\omega t + \varphi)}{1 - 2q \cos \varphi + q^2} \quad (67.23')$$

oder, endgültig,

$$I_{i\Sigma} = I_0 \frac{\sin(\omega t - \psi)}{\sqrt{1 - 2q \cos \varphi + q^2}}, \quad (67.24)$$

wobei die Phasenverschiebung ψ durch die Gleichung

$$\tan \psi = \frac{q \sin \varphi}{1 - q \cos \varphi} \quad (67.25)$$

bestimmt wird.

Wendet man die normalen Regeln zur Bestimmung von Extremwerten einer Funktion an, so ergibt sich eine maximale Phasenverschiebung für

$$\varphi = \arccos q \quad (67.26)$$

und für den Betrag der maximalen Phasenverschiebung

$$\psi_{\max} = \arcsin q. \quad (67.27)$$

Aus Gleichung (67.27) folgt als Grenzwert für den Mischungsgrad

$$q_{\max} = \sin \psi_{\max}. \quad (67.28)$$

Wenn $T = 0,03$ s und die geforderte Genauigkeit des Zeitmaßstabes $0,002$ s ist, wird

$$q_{\max} = 0,41.$$

Für $\Delta t = 0,001$ s ist $q_{\max} = 0,21$.

Die Phasenverschiebung im mittleren Kanal bei hyperbolischer Form der Achse der Phasengleichheit. Die Gleichung der Laufzeitkurve für reflektierte Wellen lautet

$$(vt)^2 = x^2 + a^2. \quad (67.29)$$

Der Betrag der Phasenwinkel (φ) wird unter der Annahme bestimmt, daß sich das Minimum der Hyperbel im mittleren Kanal befindet. Bei gleichen Abständen Δx zwischen den Seismographen ergibt sich die Folge

$$(vt_i)^2 = (i \Delta x)^2 + a^2 \quad [i = 0, 1, 2, \dots]. \quad (67.30)$$

Daraus folgt

$$v^2 (t_i + t_0) (t_i - t_0) = (i \Delta x)^2 \quad (67.31)$$

oder, in ausreichender Näherung,

$$t_i - t_0 \approx \frac{(i \Delta x)^2}{v^2 2 t_0}. \quad (67.32)$$

Der Phasenwinkel für den k -ten Kanal (zwischen dem mittleren und nullten) ist gleich

$$\varphi_k = 2 \pi \frac{t_k - t_0}{T} = \omega (t_k - t_0) = b k^2 \quad (67.33)$$

mit

$$b = \frac{\omega \Delta x^2}{2 t_0 v^2} = \frac{\omega \Delta x^2}{2 a v}. \quad (67.34)$$

Für den Gesamtstrom im mittleren Kanal erhält man die Gleichung

$$I_{\Sigma} = I_0 \{ \sin \omega t + 2 q \sin (\omega t - b) + 2 q^2 \sin (\omega t - 4 b) + \\ + \dots + 2 q^k \sin (\omega t - k^2 b) \}, \quad (67.35)$$

wobei k die Anzahl der Kanäle auf einer Seite vom mittleren Kanal ist (die Anzahl der Kanäle ist gleich $2k + 1$).

Die Gleichung (67.35) kann umgeformt werden in

$$I_{\Sigma} = 2 I_0 R \sin (\omega t - \psi) \quad (67.36)$$

mit

$$R = \sqrt{\left[\frac{1}{2} + \sum_{i=1}^k q^i \cos i^2 b \right]^2 + \left[\sum_{i=1}^k q^i \sin i^2 b \right]^2}, \quad (67.37)$$

$$\tan \psi = \frac{\sum_{i=1}^k q^i \sin i^2 b}{\frac{1}{2} + \sum_{i=1}^k q^i \cos i^2 b}. \quad (67.38)$$

Beispiel: Es sei $a = 2$ km, das entspricht einer Tiefe des reflektierenden Horizontes von 1 km, $v = 2$ km/s, $\Delta x = 0,02$ km, $\omega = 200$ s⁻¹ ($f \approx 32$ Hz), die Anzahl der Kanäle ist $2k + 1 = 11$ ($k = 5$), $q = 0,4$.

Für den Koeffizienten b ergibt sich

$$b = \frac{200 \cdot (2 \cdot 10^{-2})^2}{2 \cdot 2 \cdot 2} = 0,01.$$

Für die angegebenen Werte von b und k kann der Sinus der Winkel $i^2 b$ durch die Winkel selbst ersetzt und der Kosinus der Winkel gleich Eins angenommen werden. Dann kann an Stelle der Gleichung (67.38) die folgende verwendet werden:

$$\tan \psi = \frac{b \sum_{i=1}^k q^i i^2}{\frac{1}{2} + \frac{1 - q^{k+1}}{1 - q}}. \quad (67.39)$$

In diesem Fall ist

$$\tan \psi \approx 0,011.$$

Daraus folgt für die Phasenverschiebung (im Zeitmaßstab) bei $\omega = 200 \text{ s}^{-1}$

$$\Delta t = \frac{\psi}{\omega} \approx \frac{\tan \psi}{\omega} \approx 6 \cdot 10^{-5} \text{ s}.$$

Demzufolge ist Δt im vorliegenden Fall um 20...40mal kleiner als der zulässige Grenzwert.

Wie das Beispiel zeigt, sind die Fehler am bedeutendsten, die durch einseitige Mischung auf die äußeren Kanäle entstehen, und ihre Werte bestimmen die zulässige Größe des Mischungsgrades.

Im Zusammenhang damit kehren wir zur ersten Aufgabe zurück und behandeln sie in einer etwas anderen Variante.

Es wird angenommen, daß sich beim kontinuierlichen Schießen bei Umstellung der Seismographen nicht einer, sondern zwei Seismographen „überlappen“. Die Aufzeichnung des letzten und ersten Kanales wird bei der Bearbeitung des Seismogrammes und bei der Interpretation nicht berücksichtigt. Bekanntlich sind die Phasenverzerrungen in den den äußeren Kanälen benachbarten Kanälen wesentlich kleiner als in diesen. Das gestattet eine Vergrößerung des Mischungsgrades.

Im folgenden werden die entsprechenden Berechnungen durchgeführt.

Phasenverschiebung im zweiten und vorletzten Kanal. Wir wenden die Gleichung (67.24),

$$I_{1\Sigma} = I_0 \frac{\sin(\omega t - \psi)}{\sqrt{1 - 2q \cos \varphi + q^2}},$$

an mit

$$\tan \psi = \frac{q \sin \varphi}{1 - q \cos \varphi}.$$

Wenn außer den in Gleichung (67.24) berücksichtigten Kanälen noch ein Kanal vorhanden ist, der auf der anderen Seite der unendlichen Kette liegt, so erhält man an Stelle der Gleichung (67.24) die Gleichung

$$I_{2\Sigma} = I_0 \left(\frac{\sin(\omega t - \psi)}{\sqrt{1 - 2q \cos \varphi + q^2}} + q \sin(\omega t + \varphi) \right), \quad (67.40)$$

die nach den entsprechenden trigonometrischen Umformungen die Form

$$I_{2\Sigma} = I_0 R' \sin(\omega t - \psi) \quad (67.41)$$

erhält, wobei gilt

$$R' = \sqrt{q^2 + \frac{1}{1 - 2q \cos \varphi + q^2} + \frac{2q \cos(\varphi + \psi)}{\sqrt{1 - 2q \cos \varphi + q^2}}}, \quad (67.41')$$

$$\tan \psi' = \frac{\sin \psi - q \sin \varphi \sqrt{1 - 2q \cos \varphi + q^2}}{\cos \psi + q \cos \varphi \sqrt{1 - 2q \cos \varphi + q^2}}. \quad (67.42)$$

Wir wollen nun feststellen, wie groß die Phasenverschiebung im zweiten Kanal ist, wenn im ersten Kanal die maximale Phasenverschiebung auftritt.

Zu diesem Zweck wird entsprechend den Gleichungen (67.26) und (67.27) angenommen

$$\cos \varphi = q, \quad (67.26')$$

$$\sin \psi = q. \quad (67.27')$$

Für $\tan \psi'$ ergibt sich

$$\tan \psi' = \frac{q^3}{(1+q^2)\sqrt{1-q^2}}. \quad (67.43)$$

Die analoge Gleichung für $\tan \psi$ (ψ ist die Phasenverschiebung im ersten Kanal) lautet

$$\tan \psi = \frac{q}{\sqrt{1-q^2}}. \quad (67.27'')$$

Aus Gleichung (67.43) und (67.27') ergibt sich

$$\frac{\tan \psi}{\tan \psi'} = 1 + \frac{1}{q^2}. \quad (67.44)$$

Für den oben betrachteten Fall ($q = 0,41$) ist

$$\frac{\tan \psi}{\tan \psi'} \approx 7,5.$$

Die Verschiebung der Extremwerte der Schwingungen als Funktion der Zeit beträgt im zweiten Kanal im vorliegenden Fall einige zehntausendstel Sekunden (an Stelle von 0,002 s im ersten Kanal).

Wenn der Mischungsgrad auf 0,5 erhöht wird, so sind auch in diesem Fall die Verschiebungen der Extremwerte als Funktion der Zeit bedeutend kleiner als 0,001 s.

Opfert man demzufolge zwei Kanäle (den ersten und letzten), so begrenzt die Frage bezüglich der Phasenverzerrungen bereits die Wahl des Mischungsgrades praktisch nicht mehr. Dann entstehen weitere Fragen und vor allem die Frage bezüglich der Richtcharakteristik des Systems. Aus diesem Grunde wird die Abb. 172 betrachtet, in der die Richtcharakteristiken angegeben sind (als Funktion des Winkels φ für drei Werte des Parameters q (0,25; 0,50; 0,75). Der maximale Wert des Parameters q ist unter Orientierung auf die Form der Charakteristiken zu wählen, wobei man unbedingt von den konkreten seismisch-geologischen Verhältnissen ausgehen und im voraus die maximalen Werte des Phasenwinkels φ berechnen muß, die bei der reflexionsseismischen Erkundung im gegebenen Gebiet auftreten können.

Beispiel: Es sei $\omega = 200 \text{ s}^{-1}$ ($f \approx 32 \text{ Hz}$), der Abstand zwischen den Seismographen $\Delta x = 20 \text{ m}$, der Grenzabstand zwischen dem Schußpunkt und dem Seismographen $x = 750 \text{ m}$, die minimale Tiefe der Erkundung 1,5 km, die mittlere Geschwindigkeit der Wellen $v = 2500 \text{ m/s}$, der Grenzwinkel der Neigung der reflektierenden Schichten $\alpha = 15^\circ$. Bestimmt man aus der Gleichung der Laufzeitkurve der reflektierten Wellen den minimalen Wert der scheinbaren Geschwindigkeit, dann ergibt sich

$$q_{\max} = \frac{\omega \Delta x}{v_{\min}} = \frac{200 \cdot 20}{5350} \approx 0,75 \text{ rad} \approx 43^\circ.$$

Die Abb. 172 zeigt, daß es bei der gegebenen Größe von q genügt, $q = 0,5$ anzunehmen, da der dabei auftretende Verlust an Empfindlichkeit (annähernd 50 %) praktisch noch erträglich ist.

Die erhaltenen Zahlenwerte beziehen sich auf den Fall, daß das Profil in Richtung des Einfallens der reflektierenden Schichten liegt. Bei umgekehrter Orientierung des Profils wird angenähert die maximale Empfindlichkeit erreicht.

Es hat nur in den Fällen Sinn, eine so bedeutende Erhöhung des Mischungsgrades vorzunehmen, wenn die Unterscheidung der Reflexionen durch wesentliche unregelmäßige Störungen erschwert wird. Außerdem muß man bei einem großen Mischungsgrad mit großer Vorsicht bei der Festlegung der Reflexion auf dem Seismogramm vorgehen. *Oft bleiben die Gruppen von Schwingungen unberücksichtigt, die durch kurze Achsen der Phasengleichheit charakterisiert werden.* Es wird daran erinnert, daß der Mischer die Ausdehnungen von reflektierenden Flächen in einem um so größeren Maße vergrößert, je größer der Mischungsgrad ist.

Die Gefahr eines Überganges von der Phase einer Welle auf die Phase einer anderen Welle bei der Korrelation erhöht sich mit der Vergrößerung des Mischungsgrades.

Bei parallelen reflektierenden Grenzen bestehen keine Befürchtungen dieser Art.

e) Entfernung zwischen den Seismographen bei Anwendung des Mischers

Der Abstand zwischen den einzelnen Seismographen muß bei Anwendung des Mischers von den gleichen Gesetzmäßigkeiten ausgehend gewählt werden wie bei der Bündelung von Seismographen. Die Behandlung dieser Gesetzmäßigkeiten ist in beiden Fällen zwangsläufig verschieden, da bei der Bündelung der Seismographen beliebig kleine Abstände zwischen den Seismographen einer Gruppe gewählt werden können. Bei Anwendung des Mischers und einem Seismographen pro Kanal wird der Seismographenabstand im Hinblick auf die Leistungsfähigkeit nicht kleiner als 20... 25 m angenommen. Mit der Seismographenbündelung wird die Elimination der Oberflächenwellen kleiner Geschwindigkeit angestrebt und in Verbindung damit der Abstand zwischen den in der Gruppe aufgestellten Seismographen berechnet. Bei der Anwendung des Mischers wird gefordert, daß die Nutzsignale (Reflexionen) in dem Gebiet der Richtcharakteristiken liegen, in dem die Empfindlichkeit des Systems nahe der maximalen ($\varphi = 0$) ist. Dieses Vorgehen ist dann sehr zweckmäßig, wenn zufällige Störungen auftreten und ihre Kompensation sowohl bei kleinen als auch bei großen Abständen zwischen den Aufnahmezentren erfolgt. Werden die Störungen durch regelmäßige Oberflächenwellen hervorgerufen, so ist es mitunter nicht möglich, beide Forderungen (große Empfindlichkeit für Reflexionswellen und minimale für die Oberflächenwellen) zu erfüllen. Im Zusammenhang damit steht die Frage nach kombinierter Anwendung des Mischers und der Bündelung. Bei der Berechnung der entsprechenden Entfernungen (der Entfernungen zwischen den einzelnen Seismographen einer Gruppe und zwischen den Zentren der Gruppe) muß beachtet werden, daß die resultierende Richtcharakteristik dieses komplizierten Systems gleich dem Produkt der Charakteristiken der Gruppe und des Mischers ist.

f) Anwendung des Mischers in der Refraktionsseismik

Betrachtet man die Methode der ersten Einsätze, so ist festzustellen, daß der Mischer natürlich nur einen nachteiligen Einfluß hat. Praktisch führt der Mischer zu einem Ausgleich der Zeiten, in denen die Schwingungen aller Kanäle auf dem Seismogramm beginnen. Deshalb wird in dem Mischer eine Zusatzeinrichtung (ein Relais) eingebaut, mit deren Hilfe der Mischer erst dann eingeschaltet wird, wenn der am weitesten vom Schußpunkt entfernte Seismograph bereits den Einsatz der ersten Welle erhalten hat.

Bei der Korrelationsmethode gebrochener Wellen (KMGW), bei der nicht die Einsätze, sondern die Phasen (wie auch bei der Reflexionsmethode) die größte Bedeutung haben, liegen die Verhältnisse anders. Hier bringt die Anwendung des Mischers in einigen Fällen gewisse Vorteile. In erster Linie ist beim Schießen von „Quer-“ Profilen an die Anwendung des Mischers zu denken, wenn der Abstand zwischen dem Schußpunkt und den Seismographen entlang des gesamten Profils annähernd konstant bleibt. Sind in diesem Fall die scheinbaren Geschwindigkeiten aller Wellen sehr hoch, dann wird der Mischer keinerlei spürbare Phasenverschiebungen oder Amplitudenverzerrungen verursachen. Außerdem beseitigt der Mischer sporadische Schwingungen, so daß die Seismogramme eine besser lesbare Form erhalten.

Der Mischer muß besonders bei der Erhöhung der effektiven Empfindlichkeit der Apparatur beachtet werden. Beruht die mikroseismische Bodenunruhe, die gewöhnlich die Grenze der zweckmäßigen Empfindlichkeit der Apparatur bestimmt, auf „zufälligen“ Schwingungen dieser Art, dann kann der durch die mikroseismische Bodenunruhe verursachte Störpegel durch den Mischer verringert werden. Dies gestattet wiederum, die absolute Empfindlichkeit der Apparatur zu erhöhen und eine entsprechend kleinere Sprengladung anzuwenden.

Es ist offensichtlich, daß bei der reflexionsseismischen Methode der gleiche Effekt auftritt. Es sei aber daran erinnert, daß beim refraktionsseismischen Verfahren die Frage der maximalen effektiven Empfindlichkeit der Apparatur zweifellos eine größere Bedeutung als in der Reflexionsseismik hat.

Der Wert des Mischers wird beim Schießen von Längsprofilen nach der KMGW nicht so augenscheinlich, da er im wesentlichen durch die seismische Charakteristik des Arbeitsgebietes bestimmt wird. Dies sind die Geschwindigkeits-Charakteristiken der festzustellenden Schichten, die zulässigen Entfernungen zwischen den Seismographen und gewisse andere Faktoren. Zweifellos würde ein positiver Effekt in dem Fall auftreten, wenn die Achsen maximaler Empfindlichkeit des Mischers, wie bei der Methode von RIEBER, keine vertikale, sondern eine andere, vorher ausgewählte Richtung haben würden.

Es muß festgestellt werden, daß die Anwendung des Mischers in der KMGW infolge der Besonderheiten bei der Korrelation von gebrochenen Wellen mit noch größerer Vorsicht erfolgen muß, als bei der Reflexionsseismik.

g) Schlußfolgerungen

1. Die Wirkung des Mischers kann bei einer großen Anzahl zu mischender Kanäle in ausreichendem Umfang nach dem „Mischungsgrad“ q (Gleichung (67.6)) beurteilt werden, da q der einzige Parameter ist, der in die Gleichungen für die Charakteristiken des Mischers eingeht.

2. Die Theorie des Mischers wurde für die unendliche Anzahl von Kanälen oder für eine endliche Anzahl von Kanälen entwickelt, die mit Parallelwiderständen abgeschlossen sind, d. h. den Eigenschaften der unendlichen Kette entsprechen. Diese Abschlußwiderstände werden natürlich in der Praxis eingeführt, da sie eine gleichmäßigere Mischung der verschiedenen Kanäle ermöglichen. Die Größe dieses Widerstandes kann mittels der Gleichungen (67.7) und (67.7') berechnet werden.

3. Die Richtcharakteristik des Mischers wird durch die Gleichung (67.19) ausgedrückt. Die Achse der maximalen Empfindlichkeit liegt vertikal. Die Charakteristik besitzt keine Zwischenmaxima, wie sie bei der Bündelung von Seismographen auftreten. Sie unterscheidet sich jedoch durch eine weniger spitze Form.

4. Der maximale (in der Praxis zulässige) Betrag des Mischungsgrades wird in erster Linie durch zwei Faktoren bestimmt: a) durch die Größe der Phasenverschiebung in den äußeren Kanälen und b) durch die Abnahme der Empfindlichkeit für Wellen, deren Achse der Phasengleichheit in den Seismogrammen nicht vertikal liegt.

5. Die Betrachtung des ersten Faktors (4a) führt zu einer sehr einfachen Formel: Der maximale Betrag des Mischungsgrades ist gleich dem Sinus des Winkels der maximalen (zulässigen) Phasenverschiebung. Wenn die geforderte Genauigkeit bezüglich der Phasenlage (im Zeitmaßstab) 0,001 s beträgt, dann ist $q = 0,21$. Bei einem zulässigen Fehler von 0,002 s ist $q = 0,41$.

6. Für den dem äußeren Kanal benachbarten Kanal ist die Phasenverschiebung $1 + \frac{q^2}{q^2}$ -mal kleiner. Wenn bei dem gewählten q die Gefahr besteht, in den äußeren Kanälen zu große Phasenverschiebungen zu erhalten, dann ist immer noch der Ausweg vorhanden, bei der Interpretation alle außer den äußeren Kanälen zu berücksichtigen. Bei der kontinuierlichen Profilaufnahme kann sich die Überlappung von zwei Kanälen an Stelle von einem als zweckmäßig erweisen.

7. Die Phasenverschiebungen in den mittleren Kanälen, die durch die gekrümmte (hyperbolische) Form der Laufzeitkurve der reflektierten Wellen hervorgerufen werden, sind sehr gering.

8. Die Bedeutung des zweiten Faktors (4b) wird durch die Form der Richtcharakteristik, die Eigenschaften des Profils und der Lage der Punkte für die Anregung und Aufnahme der Erschütterungen im Verhältnis zur Unstetigkeitsfläche bestimmt. Die Größe q ist im gegebenen Fall in Abhängigkeit von der konkreten geologischen Situation zu wählen.

9. Neben den beiden genannten Faktoren existieren eine Anzahl weiterer, die man schwer quantitativ fassen kann. Zu ihnen gehört z. B. die durch den Mischer hervor-

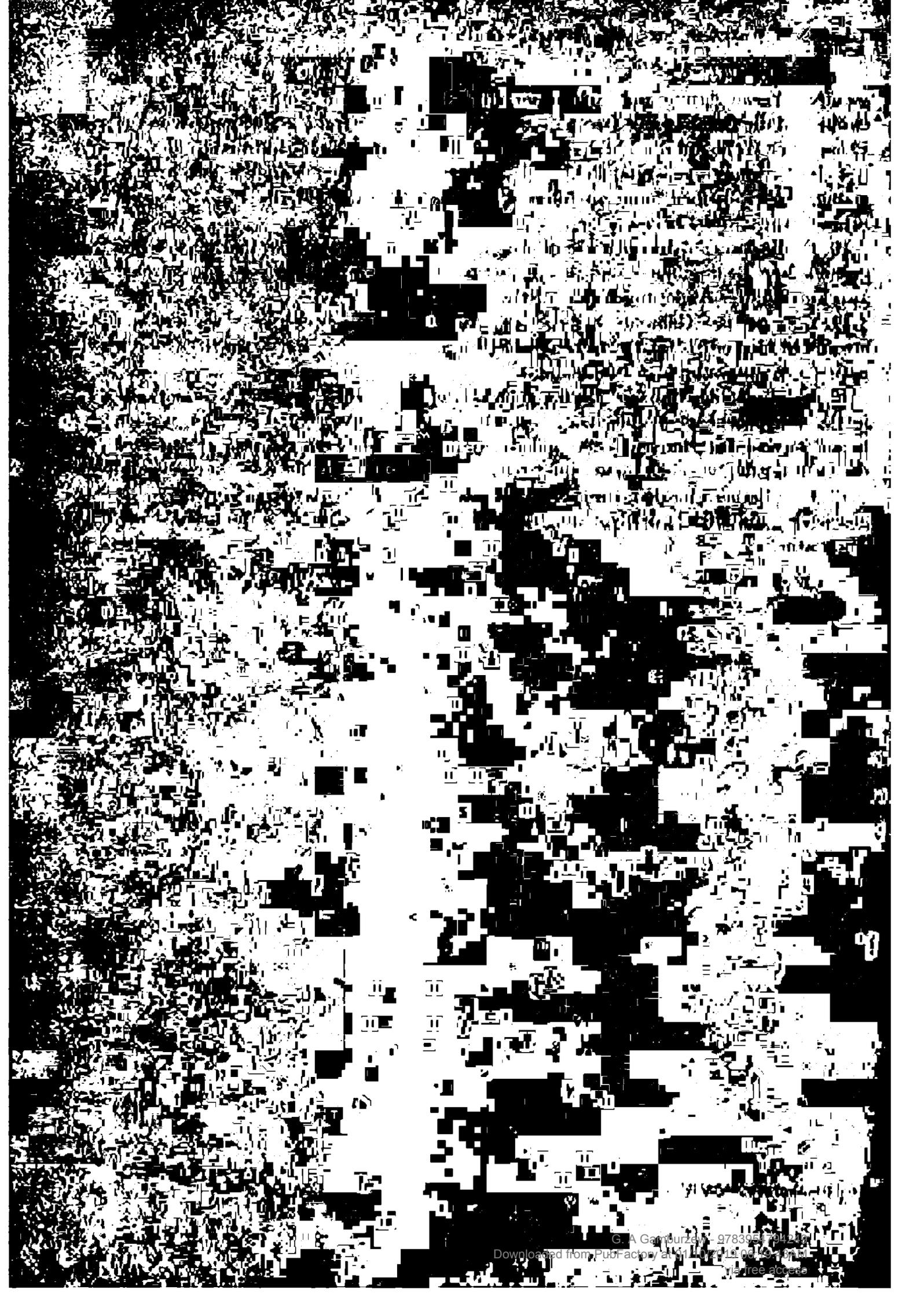
gerufene Verlängerung der Achse der Phasengleichheit gegenüber ihrer wahren Größe und die Gefahr eines Überganges bei der Korrelation der Reflexionen von der Phase einer Welle auf die Phase einer anderen Welle. Durch eine aufmerksame Analyse der Seismogramme sind Fehler dieser Art zu vermeiden. Es ist jedoch zweckmäßig, Kontrollaufzeichnungen (ohne Mischer) wenigstens für die Punkte vorzunehmen, die Zweifel hervorrufen.

10. Da die Auswahl des optimalen Betrages des Mischungsgrades wesentlich von den geologischen Bedingungen und den Erkundungsaufgaben abhängt, ist ein Mischer zweckmäßig, der Änderungen des Mischungsgrades zuläßt.

11. Eine gewisse Gebundenheit bei der Anwendung des Mischers sowie ein unerwünscht kleiner Abstand zwischen den Seismographen führen zur Frage der Kombination von Mischung und Bündelung.

12. Es ist möglich, daß der Mischer auch bei der Erkundung nach der Korrelationsmethode gebrochener Wellen (Bogenprofile) einen positiven Effekt ergibt, jedoch haben hierbei Interferenzeffekte und die damit verbundenen Schwierigkeiten bei der Deutung der Seismogramme eine größere Bedeutung als bei der Reflexionsseismik.

13. Der Mischer, der den Grundpegel der unregelmäßigen Störungen verringert, ist gleichzeitig ein Mittel zur Erhöhung der effektiven Empfindlichkeit der seismischen Apparatur.



ZWEITER TEIL

**METHODIK DER SEISMISCHEN
ERKUNDUNG
UND INTERPRETATION**

IX. Einführung in die geometrische Seismik

11

§ 68. Das Fermatsche Prinzip

Erfolgt in irgendeinem Gebiete eines elastischen Mediums unendlicher Ausdehnung eine Anregung, so wird dieses Gebiet zur Quelle longitudinaler oder transversaler Wellen (oder beider gleichzeitig), je nach dem Charakter der primären Gleichgewichtsstörung und den Eigenschaften des Mediums.

Die Grenzflächen jenes Gebietes, das von der Anregung ergriffen wird, ändern im Laufe der Zeit ihre Lage und Form. Die äußere Grenzfläche dieses Gebietes wird vordere Wellenfläche oder Wellenfront genannt.

Handelt es sich um ein homogenes Medium und ist die primäre Anregung auf ein überaus kleines Teilgebiet konzentriert, so wird die Wellenfläche sphärische Form haben. Der Radius der sphärischen Wellenfläche nimmt proportional der Zeit zu. Der Proportionalitätsfaktor ist die Ausbreitungsgeschwindigkeit der elastischen Welle des entsprechenden Wellentyps. Ist das Gebiet der primären Gleichgewichtsstörung nicht sphärischer Form und nicht auf ein unendlich kleines Raumelement beschränkt, so verliert die Wellenfront ihre sphärische Konfiguration, wobei sie sich mit zunehmender Entfernung vom Quellgebiet einer Kugelfläche nähert.

Da der Krümmungsradius der Wellenfront gleich dem Abstand vom Anregungszentrum ist, kann man in sehr großen Abständen die Wellenfronten als planparallel annehmen.

Erzeugt die Anregungsquelle sowohl longitudinale als auch transversale Wellen gleichzeitig, so muß man die Wellenfronten der Longitudinal- und Transversalwellen einzeln betrachten.

Die angewandte seismische Erkundung interessiert sich natürlich in erster Linie für inhomogene Medien. Die Wellenflächen haben in diesem Falle keine sphärische Gestalt.

Bildet zu irgendeinem gegebenen Zeitpunkt die Wellenfront eine geschlossene Fläche, so kann man die Lage der Wellenfront in einem folgenden Zeitpunkt leicht bestimmen. Zu diesem Zwecke benutzt man das aus der geometrischen Optik her bekannte Huygenssche Prinzip. Indem man jeden Punkt der Wellenoberfläche als Strahlungspunkt betrachtet, konstruiert man mit dem Radius $v\Delta t$ die jeweiligen Halbsphären, wobei hier v die Ausbreitungsgeschwindigkeit der Welle eines entsprechenden Typs ist. Die Hüllkurve jener Schar von Halbkreisen ergibt die neue Lage der Wellenfront.

Die zu den Wellenfronten senkrecht verlaufenden Linien werden als seismische Strahlen bezeichnet. Wie in der Theorie der seismischen Wellen gezeigt werden wird, erfolgt der Transport der seismischen Energie längs jener Strahlen.

Die seismischen Strahlen besitzen folgende wichtige Eigenschaft: Die Laufzeit der seismischen Welle längs eines Strahles ist im Vergleich zu anderen möglichen Ausbreitungswegen die minimalste. Diese Tatsache beinhaltet das sogenannte Fermatsche Prinzip.¹⁾

Abb. 173

Man kann das Fermatsche Prinzip aus dem Huygensschen Prinzip ableiten. Wir wollen annehmen, daß die Wellenfronten zu bestimmten Zeitpunkten, die sich voneinander um $\Delta t_1, \Delta t_2, \dots$ unterscheiden, die Lagen 0, 1, 2, 3, \dots (siehe Abb. 173) einnehmen.

Die Laufzeit einer Welle zwischen den Punkten A und B längs des seismischen Strahles, d. h. längs der Linie $AA_1A_2 \dots B$, die normal zu den Wellenfronten verläuft, beträgt

$$t = \Delta t_1 + \Delta t_2 + \dots + \Delta t_n. \quad (68.1)$$

Längs irgendeiner anderen Linie $AA_1'A_2' \dots B$ (sie kann kürzer sein als $AA_1A_2 \dots B$) ist die Laufzeit der Welle gleich

$$T = \Delta T_1 + \Delta T_2 + \dots + \Delta T_n. \quad (68.2)$$

Man kann leicht zeigen, daß jeder Summand der Summe (68.2) größer ist als die entsprechende Größe der Summe (68.1). Betrachten wir jetzt als Beispiel den Weg zwischen den Isochronen 1 und 2. Wäre der Abschnitt $A_1'A_2'$ zu den Isolinien 1 und 2 normal, würde die Laufzeit für diesen Abstand (ΔT_2) gleich Δt_2 sein, d. h., sie wäre der Laufzeit auf dem Abschnitt A_1A_2 gleich. Da jedoch $A_1'A_2'$ mit den Wellenfrontlinien 1 und 2 keinen rechten Winkel einschließt, gilt offensichtlich

$$\Delta T_2 > \Delta t_2.$$

Das gleiche gilt aber auch für alle anderen Abschnittspaare.

Daraus folgt die Beziehung

$$t < T, \quad (68.3)$$

d. h., die Laufzeit einer Welle ist längs einer Linie, die zu den Isochronen normal verläuft (längs eines Strahles), geringer als die Laufzeit längs einer beliebigen anderen Richtung.

¹⁾ Nach dem Fermatschen Prinzip stellt die Laufzeit längs eines Strahles im Vergleich zu anderen möglichen Ausbreitungswegen einen Extremwert dar. In der übergroßen Mehrzahl aller Fälle, die für die seismische Erkundung und für die Seismologie von Bedeutung sind, handelt es sich um Minima.

In einigen Fällen, z. B. bei der Reflexion und Brechung von Wellen an gekrümmten Grenzflächen, kann das Extremum ein Maximum oder ein Sattelpunkt sein. (Anm. d. Red. d. russ. Ausg.)

In allgemeinerer Form kann die Laufzeit einer Welle zwischen den Punkten A und B durch folgende Formel zum Ausdruck gebracht werden:

$$t = \int_A^B \frac{ds}{v(x, y, z)}, \quad (68.4)$$

wobei ds das Wegelement ist.

Auf der Grundlage des Fermatschen Prinzips kann die Bestimmung der Gestalt des seismischen Strahles auf die Lösung einer Variationsaufgabe zur Ermittlung desjenigen Integrationsweges zurückgeführt werden, über dem das Integral (68.4) zu einem Minimum wird.¹⁾

§ 69. Brechung und Reflexion elastischer Wellen

Das Fermatsche Prinzip führt in der geometrischen Optik zu den bekannten Gesetzen der Brechung und Reflexion.

Wenn man berücksichtigt, daß beim Einfallen einer elastischen Welle auf die Grenzfläche zweier fester Medien (Abb. 174 und 175) sich zwei Arten gebrochener

M

Abb. 174

und reflektierter Wellen bilden (Longitudinal- und Transversalwellen), kann man das allgemeine Gesetz der Brechung und Reflexion elastischer Wellen in folgender Form schreiben:

$$\frac{\sin e l}{a_1} = \frac{\sin d l}{a_2} = \frac{\sin d t}{b_2} = \frac{\sin r l}{a_1} = \frac{\sin r t}{b_1}, \quad (69.1)$$

$$\frac{\sin e t}{b_1} = \frac{\sin d l}{a_2} = \frac{\sin d t}{b_2} = \frac{\sin r l}{a_1} = \frac{\sin r t}{b_1}, \quad (69.1')$$

wobei a_1, a_2 und b_1, b_2 die Geschwindigkeiten der Longitudinalwellen (a) und der Transversalwellen (b) im ersten (I) und zweiten (II) Medium sind. Unter dem sin-

¹⁾ Im allgemeinen Falle muß das Integral (68.4) den Bedingungen für stationäre Funktionen genügen. (Anm. d. Red. d. russ. Ausg.)

Zeichen stehen die Winkel, die von der einfallenden Welle (e), der gebrochenen (d) und der reflektierten Welle (r) mit der Normalen zur Grenzfläche gebildet werden. Durch den Buchstaben l wird hier die Longitudinalwelle, durch den Buchstaben t die Transversalwelle bezeichnet (so wird z. B. durch das Symbol rl jener Winkel bezeichnet, der durch den Strahl der reflektierten Longitudinalwelle mit der Normalen gebildet wird).

Wir wollen jetzt zeigen, daß die Formeln (69.1) und (69.1') mit dem Fermatschen Prinzip übereinstimmen. Untersuchen wir als Beispiel jenen Fall, wo eine einfallende Longitudinalwelle eine reflektierte Transversalwelle hervorruft.

Die Laufzeit einer Welle derartigen Typs beträgt zwischen den Punkten A und B

$$t = \frac{h}{a_1} \cdot \frac{1}{\cos el} + \frac{h}{b_1} \cdot \frac{1}{\cos rt}, \quad (69.2) \quad \text{Abb. 176}$$

wobei h der Abstand zwischen der Reflexionsfläche und jener Fläche ist, auf der sich die beiden Punkte A und B befinden (Abb. 176).

Aus der Abb. 176 ist ersichtlich, daß zwischen den Winkeln el und rt die Beziehung

$$\tan el + \tan rt = \frac{x}{h} \quad (69.3)$$

gelten muß, wobei x der Abstand zwischen den Punkten A und B ist.

Aus der Schar der möglichen Laufwege wählen wir jenen Weg, längs dessen die Laufzeit der Welle zu einem Minimum wird. Indem man den Winkel el als Parameter der Kurvenschar einführt, kann man die Bedingung für das Laufzeitenminimum in folgender Form schreiben:

$$\frac{dt}{d(el)} = \frac{h}{a_1} \cdot \frac{\sin el}{\cos^2 el} + \frac{h}{b_1} \cdot \frac{\sin rt}{\cos^2 rt} \cdot \frac{d(rt)}{d(el)} = 0. \quad (69.4)$$

Nachdem man $\frac{d(rt)}{d(el)}$ aus der Gleichung (69.3) bestimmt und in die Gleichung (69.4) eingesetzt hat, erhält man in Übereinstimmung mit der Formel (69.1)

$$\frac{\sin el}{a_1} = \frac{\sin rt}{b_1}. \quad (69.4')$$

Auf völlig gleiche Art könnte man die Richtigkeit aller anderen Gleichungen überprüfen, die aus den Formeln (69.1) und (69.1') folgen.

Untersuchen wir jetzt, wie groß der Einfallswinkel einer seismischen Welle zur Grenzfläche sein muß, wenn der Brechungswinkel $\frac{\pi}{2}$ betragen soll.

Aus den Gleichungen (69.1) und (69.1') erhalten wir vier Varianten:

1. Einfallende Welle und gebrochene sind Longitudinalwellen:

$$el = i_1 = \arcsin \frac{a_1}{a_2} \quad (69.5)$$

2. Die einfallende Welle ist eine Transversal-, die gebrochene eine Longitudinalwelle:

$$et = i_2 = \arcsin \frac{b_1}{a_2}. \quad (69.6)$$

3. Die einfallende Welle ist eine Longitudinal-, die gebrochene eine Transversalwelle:

$$el' = i_3 = \arcsin \frac{a_1}{b_2}. \quad (69.7)$$

4. Die einfallende Welle sowie die gebrochene sind Transversalwellen:

$$et' = i_4 = \arcsin \frac{b_1}{b_2}. \quad (69.8)$$

Die Winkel i_1, i_2, i_3 und i_4 werden wir als Grenzwinkel (kritische) bezeichnen. Ist der Einfallswinkel größer als der Grenzwinkel, so tritt keine gebrochene Welle mehr in Erscheinung. Aus den Formeln (69.5) bis (69.8) geht hervor, daß ein Grenzwinkel nur in dem Falle beobachtet werden kann, wenn die Ausbreitungsgeschwindigkeit der Wellen im zweiten Medium größer als im ersten ist.

Der Begriff des Grenzwinkels besitzt in der Theorie der Interpretation von Meßergebnissen der Refraktionsmethode besondere Bedeutung.

Bei Betrachtung des Reflexionsgesetzes elastischer Wellen erkennen wir, daß Einfalls- und Reflexionswinkel nur dann einander gleich sind, wenn es sich bei den einfallenden und reflektierten Wellen um Wellen gleichen Typs handelt. Ändern sich bei der Reflexion die Wellentypen, so wird die Gleichheit zwischen Einfalls- und Reflexionswinkel gestört. Da die Geschwindigkeit der Transversalwelle kleiner als die der Longitudinalwelle ist, bildet die Transversalwelle mit der Normalen einen kleineren Winkel als die Longitudinalwelle.

Hieraus kann man eine wichtige Schlußfolgerung ziehen: Wird beim Einfallen einer Transversalwelle von einer Grenzfläche eine Longitudinalwelle reflektiert, so tritt bei einem Einfallswinkel, der größer als ein gewisser Grenzwinkel ist, keine Reflexionswelle mehr auf. Der Grenzwinkel für eine Transversal-Longitudinalwelle kann nach folgender Formel errechnet werden:

$$\sin et = \frac{b_1}{a_1}. \quad (69.9)$$

§ 70. Die Typen gebrochener und reflektierter Wellen beim Vorhandensein einer Grenzfläche

Untersuchen wir zuerst die verschiedenen Typen gebrochener Wellen. Wir wollen annehmen, daß die Grenzfläche, welche die obere Schicht von der unteren trennt, nicht mit der Erdoberfläche zusammenfällt und relativ zu dieser konvexe Form hat.

Das Erregungszentrum der Welle sei an der Erdoberfläche. Soll die Welle nach ihrer Brechung erneut an die Erdoberfläche zurückkehren, ist in erster Linie erforderlich, daß die Ausbreitungsgeschwindigkeit der elastischen Wellen im zweiten (un-

teren) Medium größer ist als im ersten. Damit der Strahl, der an der Grenzfläche das erste Mal gebrochen wird, wieder an die Erdoberfläche zurückkehren kann, muß er noch ein zweites Mal gebrochen werden. Auf diese Weise wird der Weg der gebrochenen Welle in drei Teilstücke zerlegt. Das erste und zweite Teilstück befinden sich in der ersten Schicht — das mittlere in der zweiten. Dieser Umstand, der viele Kombinationen zuläßt, bedingt eine Vielzahl von Typen gebrochener Wellen.

Unter der Voraussetzung $a_2 > b_2 > a_1 > b_1$ kann man die Typen gebrochener Wellen zusammenstellen (Tabelle 5). -

Tabelle 5. Wellentypen

| erste Schicht | zweite Schicht | erste Schicht | Symbol |
|---------------------------|---------------------------|---------------------------|---------------|
| Longitudinalwelle (P) | Longitudinalwelle (P) | Longitudinalwelle (P) | P_{121} |
| Transversalwelle (S) | Longitudinalwelle (P) | Longitudinalwelle (P) | $S_1 P_{21}$ |
| Longitudinalwelle (P) | Transversalwelle (S) | Longitudinalwelle (P) | $P_1 S_2 P_1$ |
| Longitudinalwelle (P) | Longitudinalwelle (P) | Transversalwelle (S) | $P_{12} S_1$ |
| Transversalwelle (S) | Transversalwelle (S) | Transversalwelle (S) | S_{121} |
| Longitudinalwelle (P) | Transversalwelle (S) | Transversalwelle (S) | $P S_{21}$ |
| Transversalwelle (S) | Longitudinalwelle (P) | Transversalwelle (S) | $S_1 P_2 S_1$ |
| Transversalwelle (S) | Transversalwelle (S) | Longitudinalwelle (P) | $S_{12} P_1$ |

Mit dem Buchstaben P sind hier die Longitudinalwellen, mit dem Buchstaben S die Transversalwellen bezeichnet. Die den Buchstaben beigefügten Ziffern kennzeichnen die Schicht, die von der Welle des genannten Typs durchlaufen wird.

Das Symbol $P_1 S_2 P_1$ bezeichnet z. B. eine Welle, die innerhalb der ersten Schicht, d. h. vom Erregungszentrum zur Grenzfläche, als Longitudinalwelle, in der zweiten Schicht als Transversalwelle und auf dem dritten Teilstück ihres Weges wieder als Longitudinalwelle läuft.

Ist die Brechungsfläche relativ zur Erdoberfläche konkav, so müßten die hier von uns genannten Typen der gebrochenen Wellen fehlen, da nicht ein einziger in das zweite Medium eingedrungener Strahl auf seinem Wege die Brechungsgrenze jemals wiedertrifft. Infolge der Diffraktionserscheinungen laufen jedoch die seismischen Wellen längs der Grenzfläche, indem sie den Weg des Laufzeitminimums nehmen und kontinuierlich Energie aus dem zweiten Medium in das erstere ausstrahlen.

In dem Falle einer ebenen Grenzfläche können wir ebenfalls die Diffraktionserscheinungen beobachten.

Unter Vernachlässigung der bei der Wellenbildung auftretenden physikalischen Besonderheiten, und unter alleiniger Berücksichtigung des Fermatschen Prinzips, kann man in bezug auf die Laufwege der in diesem Falle beobachteten Wellen folgende Schlußfolgerungen ziehen.

Da sich die Wellen des untersuchten Typs im zweiten Medium längs der Grenzfläche ausbreiten, müssen sie zu dieser unter dem Grenzwinkel einfallen und unter dem gleichen Winkel wieder aus dem zweiten ins erstere Medium austreten. Nur in

diesem Falle beträgt der Winkel zwischen der Normalen zur Grenzfläche und dem Wellenstrahl im zweiten Medium $\frac{\pi}{2}$. Die Sinuswerte der Grenzwinkel sind durch die Formeln (69.5) bis (69.8) bestimmt.

Nicht alle Typen gebrochener Wellen existieren gleichzeitig. Bei den bekannten Beziehungen zwischen den Ausbreitungsgeschwindigkeiten elastischer Wellen in der ersten und zweiten Schicht entfällt ein Teil der hier aufgezählten Wellen. Bei wachsendem Neigungswinkel der Grenzfläche verringert sich die Zahl der Wellentypen ebenfalls. Bei stetiger Annäherung des Beobachtungspunktes zum Schußpunkt erfolgt schließlich ein allmähliches Verschwinden sämtlicher Typen gebrochener Wellen.

Wir wollen hier noch unterstreichen, daß einige der geometrisch möglichen Wellentypen nur überaus wenig Energie besitzen können.

Neben den hier aufgezählten Arten gebrochener Wellen sind noch vier Typen reflektierter Wellen möglich — die Typen P_{11} , P_1S_1 , S_1P_1 und S_{11} . Mit dem Symbol P_{11} ist eine Welle gemeint, die sowohl vor als auch nach der Reflexion Longitudinalcharakter trägt. Das Symbol P_1S_1 kennzeichnet eine Welle, die auf dem ersten Teil ihres Weges als Longitudinalwelle, auf dem zweiten Teil als Transversalwelle läuft usw.

Die Indexe 1 bei den angeführten Symbolen sollen zeigen, daß die Reflexionswelle ihren gesamten Weg einzig und allein in der ersten Schicht zurücklegt.

Trifft eine Transversalwelle unter dem Grenzwinkel auf eine ebene Grenzfläche, so verläuft der Strahl der reflektierten Longitudinalwelle innerhalb der ersten Schicht längs der Grenzfläche. Infolge der Diffraktionserscheinung ist eine Rückkehr dieser Welle zur Erdoberfläche in Form einer transversalen Schwingung möglich. Eine Welle dieses Typs, deren Existenz auf Grund geometrischer Erwägungen real ist, bezeichnen wir mit dem Symbol $S_1P_1S_1$.

Fügt man zu den hier angeführten Wellentypen noch die direkten Wellen (longitudinale, transversale und Oberflächenwellen), die Mehrfachreflexionen und die reflektierten Refraktionswellen hinzu, wird uns verständlich, welche komplizierte Form ein Seismogramm — selbst unter den einfachsten geologischen Bedingungen (zwei Schichten) — annehmen kann. Bei zunehmender Anzahl der Schichten wächst die Zahl der möglichen Wellentypen rasch an.

§ 71. Die Scheingeschwindigkeit

Die Kurve, welche die Abhängigkeit zwischen der Laufzeit einer seismischen Welle und dem Abstand zwischen Seismographen und Erregungszentrum widerspiegelt, wird gewöhnlich als Laufzeitkurve bezeichnet. Die Laufzeitkurve der direkten Welle ist demzufolge eine Gerade

$$t = \frac{x}{v_1}, \quad (71.1)$$

deren Richtungsfaktor der reziproke Wert der Ausbreitungsgeschwindigkeit v_1 der direkten Welle ist.

Die Form der Laufzeitkurven anderer Wellen, d. h. die Gestalt der Funktion $f(x)$, hängt ganz von der Form der Grenzfläche ab. Die Größe dt/dx bestimmt in diesem Falle den reziproken Wert der Scheingeschwindigkeit, d. h. der Ausbreitungsgeschwindigkeit der Wellenfront längs eines Profils (x).

Die Scheingeschwindigkeit steht mit dem Austrittswinkel der seismischen Strahlen und der Ausbreitungsgeschwindigkeit der Welle innerhalb der ersten Schicht in einer bekannten Beziehung.

$$x \quad (x+\Delta x)$$

Abb. 178

Eine ebene Welle beliebigen Typs möge zur Erdoberfläche unter dem Winkel i_0 (Abb. 177) zurückkehren. Der Zeitunterschied beim Eintreffen der seismischen Welle an zwei benachbarten Punkten x und $x + \Delta x$ des Profils kommt in folgender Formel zum Ausdruck:

$$\Delta t = \frac{\Delta x \sin i_0}{v_1}.$$

Durch Übergang zum Grenzwert finden wir hieraus den Ausdruck für die Scheingeschwindigkeit:

$$v^* = \frac{v_1}{\sin i_0}. \quad (71.2)$$

Häufig benutzt man an Stelle des Winkels i_0 (Einfallswinkel oder Emergenzwinkel) den Ergänzungswinkel e_0 , der oft als Austrittswinkel der seismischen Strahlung bezeichnet wird. In diesem Falle nimmt der Ausdruck (71.2) die Form an

$$\cos e_0 = \frac{v_1}{v^*}. \quad (71.3)$$

Diese Formel trägt die Bezeichnung Benndorfsches Gesetz.

Der Begriff der Scheingeschwindigkeit und des Austrittswinkels wird von uns bei den weiteren Untersuchungen ständig benutzt werden.

Die Formel (71.2) gestattet, den Wert der Scheingeschwindigkeit mit dem Neigungswinkel der Brechungsgrenze (q) und dem Grenzwinkel in Verbindung zu bringen.

Liegt das Profil in Richtung des Anstiegs der Brechungsfläche, so folgt aus Abb. 178

$$i_0 = i - \varphi,$$

woraus wir wiederum

$$v_+^* = \frac{v_1}{\sin(i - \varphi)} \quad (71.4)$$

erhalten. Mit dem Zeichen + ist hier die positive Richtung des Profils (Richtung des Anstieges) charakterisiert.

Ist das Profil in Richtung des Einfallens der Grenzfläche orientiert, so erhalten wir für die Scheingeschwindigkeit

$$v_-^* = \frac{v_1}{\sin(i + \varphi)}. \quad (71.5)$$

Liegt die brechende Grenzfläche horizontal ($\varphi = 0$), so ist der Wert der Scheingeschwindigkeit gleich dem Werte der tatsächlichen Ausbreitungsgeschwindigkeit in der unteren Schicht:

$$v_+^* = v_-^* = \frac{v_1}{\sin i} = v_2.$$

Die Scheingeschwindigkeit ist größer als die tatsächliche Ausbreitungsgeschwindigkeit in der zweiten Schicht (oder negativ), wenn das Profil in Richtung zum Anstieg orientiert ist, und geringer, wenn das Profil in Richtung zum Einfallen der Brechungsfläche liegt; v_-^* ändert sich in den Grenzen von v_1 bis v_2 . Den unteren Grenzwert v_-^* erhalten wir bei $i + \varphi = \frac{\pi}{2}$, den oberen bei $\varphi = 0$. Ist $i + \varphi > \frac{\pi}{2}$, so können die seismischen Strahlen bereits nicht mehr zur Erdoberfläche zurückkehren. v_+^* ändert sich in den Grenzen von v_2 bis $+\infty$ und von $-\infty$ bis $-\frac{v_1}{\cos 2i}$.

Einer unendlich großen Scheingeschwindigkeit entspricht der horizontale Verlauf der Laufzeitkurve mit dem Austrittswinkel der seismischen Strahlung $\frac{\pi}{2}$ ($i_0 = 0$, $e_0 = \frac{\pi}{2}$). Ist $\varphi > i$, so wird v_+^* negativ, d. h., bei wachsendem Abstand längs des Profils verringert sich die Laufzeit. Den Grenzwert der negativen Geschwindigkeit erhält man aus der Bedingung

$$i + \varphi \leq \frac{\pi}{2},$$

welche die Möglichkeit des Einfalles seismischer Strahlen (der Quellpunkt befindet sich an der Erdoberfläche) auf die Brechungsgrenze unter dem Grenzwinkel bestimmt.

Folglich erhält man bei

$$i + \varphi = \frac{\pi}{2}$$

die Beziehung

$$\sin(i - \varphi) = -\cos 2i.$$

Hiermit findet man schließlich

$$v_+^* = - \frac{v_1}{\cos 2i} = - \frac{v_1}{1 - 2\left(\frac{v_1}{v_2}\right)^2}. \quad (71.6)$$

Die Scheingeschwindigkeit kann nicht negativ werden, wenn gilt

$$i > \frac{\pi}{4} \quad \text{oder} \quad \frac{v_2}{v_1} < \sqrt{2}. \quad (71.7)$$

Je größer das Verhältnis der Ausbreitungsgeschwindigkeiten der elastischen Wellen in der zweiten und ersten Schicht ist, um so geringer ist der absolute Wert der negativen Scheingeschwindigkeit.

Hat man

$$\frac{v_2}{v_1} \gg 1,$$

so beträgt der Grenzwert der negativen Scheingeschwindigkeit

$$v_+^* = -v_1. \quad (71.8)$$

X. Die Laufzeitkurven longitudinaler Refraktionswellen und ihre Interpretation im Falle ebener Grenzflächen

Ist die Ausbreitungsgeschwindigkeit longitudinaler Wellen in jeder folgenden Schicht größer als in der vorhergehenden, d. h. ist $a_1 < a_2 < a_3$ usw., und sind die Grenzflächen eben, so hat die Laufzeitkurve der ersten Einsätze die Form einer mehrfach geknickten Geraden. Wenn nicht gerade irgendeine Schicht aus der Laufzeitkurve „herausfällt“ (siehe § 75), so ist die Zahl der Knicke mit der Anzahl der Grenzflächen identisch.

Die Gleichung der Laufzeitkurve einer Refraktionswelle kann in der Form geschrieben werden

$$t = t_0 + \frac{x}{v^*},$$

wobei v^* die Scheingeschwindigkeit der Refraktionswelle ist. Die Unveränderlichkeit der Scheingeschwindigkeit für jeden Ast der Laufzeitkurve (jeweils zwischen zwei benachbarten Knicken), d. h. die Linearität der Gleichung der Laufzeitkurve, erklärt sich dadurch, daß der Austrittswinkel der gebrochenen Welle von x unabhängig ist.

Tatsächlich stellt sich bei der Untersuchung zweier beliebiger Strahlen einer Refraktionswelle (die aus ein und derselben Schicht zur Erdoberfläche zurückkehren) heraus, daß sie aus parallelen Teilstücken zusammengesetzt sind (Abb. 179).

Die Parallelität wird nur in jenen Fällen gestört, wo im Gebiet zwischen zwei untersuchten Strahlen eine Auskeilung einer der Zwischenschichten erfolgt.

Bei der Ableitung der Gleichung für die Laufzeitkurven besteht unsere Aufgabe in der Bestimmung der Konstanten t_0 und v^* . Im Gegensatz dazu kann man bei der Interpretation der Laufzeitkurven auf Grund der t_0 - und v^* -Werte die Tiefe und die Neigung der entsprechenden Schicht sowie die Ausbreitungsgeschwindigkeit der elastischen Wellen innerhalb derselben ermitteln.

Wir beginnen bei der Darlegung der Theorie der Laufzeitkurven mit dem einfachsten Fall, d. h. mit der Brechung an einer einzelnen Grenzfläche.

§ 72. Das Zwei-Schichten-Problem

Im Falle einer ebenen Grenzfläche (d. h. bei Vorhandensein zweier Schichten) ist die Ausbreitungsgeschwindigkeit einer Welle des Typs P_{121} in Übereinstimmung mit Formel (71.4) gleich

$$a^* = \frac{a_1}{\sin(i_{12} - \varphi)}, \quad (72.1)$$

wobei i_{12} der Grenzwinkel ($i_{12} = \arcsin \frac{a_1}{a_2}$) und φ der Neigungswinkel der brechenden Grenze ist (der Winkel φ werde in Richtung zum Anstieg der Grenzfläche als positiv angenommen).

Die Gleichung der Laufzeitkurve der Welle P_{121} erhält die Gestalt

$$t = t_0 + \frac{x}{a_1} \sin(i_{12} - \varphi). \quad (72.2)$$

Zur vollkommenen Bestimmung der Geraden (72.2) muß nur noch t_0 ermittelt werden. Wir benutzen hierzu eine Methode, die von uns auch im weiteren, in noch bedeutend komplizierteren Fällen, zu Untersuchungen herangezogen werden wird. Hierbei verwenden wir eine Hilfslaufzeitkurve, die die gleiche Richtung wie die eigentliche Laufzeitkurve hat, jedoch bereits im Gebiet negativer x ihren Anfang nimmt und den Wellen P_{121} entspricht, die vom Ursprung der Hilfslaufzeitkurve zum Ursprung der eigentlichen Laufzeitkurve verlaufen (Abb. 180).

Wir fixieren jetzt auf der Hauptlaufzeitkurve einen beliebigen Punkt x oberhalb des Knickes und konstruieren für diese Koordinate das Strahlenschema der gebrochenen Wellen, die ihren Verlauf

1. vom Ursprung der Hilfslaufzeitkurve zum Ursprung der Hauptlaufzeitkurve,
2. vom Ursprung der Hilfslaufzeitkurve zum Punkt x und
3. vom Ursprung der Hauptlaufzeitkurve zum Punkt x nehmen.

Die entsprechenden Laufzeiten bezeichnen wir mit t_1 , t_2 und t_3 . Unter Berücksichtigung, daß beide Laufzeitkurven der Wellen P_{121} einander parallel sind, erhalten wir

$$t_0 = t_1 - (t_2 - t_3). \quad (72.3)$$

Da jedoch die Beziehungen

$$\left. \begin{aligned} t_1 &= t[O_1 A B] + t[BO], \\ t_2 &= t[O_1 A B] + t[BC] + t[CDx], \\ t_3 &= t[OC] + t[CDx] \end{aligned} \right\} \quad (72.4)$$

gelten, so finden wir schließlich

$$t_0 = t[BO] + t[OC] - t[BC]. \quad (72.5)$$

Die Berechnung der in die Formel (72.5) eingehenden Werte ergibt

$$t[BO] = t[OC] = \frac{h}{a_1 \cos i_{12}}, \quad (72.6)$$

$$t[BC] = \frac{2h}{a_2} \tan i_{12} = \frac{2h}{a_1} \cdot \frac{\sin^2 i_{12}}{\cos i_{12}}, \quad (72.7)$$

wobei hier h der Abstand vom Koordinatenursprung O bis zur brechenden Grenzfläche ist.

Nach dem Einsetzen der Werte (72.6) und (72.7) in die Formel (72.5) erhalten wir schließlich

$$t_0 = \frac{2h \cos i_{12}}{a_1}. \quad (72.8)$$

Unter Berücksichtigung der Formel (72.8) formen wir die Gleichung der Laufzeitkurve der gebrochenen Wellen in folgende Gestalt um:

$$t = \frac{1}{a_1} (2h \cos i_{12} + x \sin(i_{12} - \varphi)). \quad (72.9)$$

Verläuft das Profil in Richtung des Einfallens der Grenzfläche, so hat in der Formel (72.9) der Winkel φ das Vorzeichen +.

Wir bestimmen jetzt die Lage des Knickpunktes x_1 der Laufzeitkurve einer Welle des Typs P_{121} . Sie wird durch die Bedingung charakterisiert

$$t_{P_1} = t_{P_{121}} \quad (72.10)$$

bzw. durch

$$x_1 = 2h \cos i_{12} + x_1 \sin(i_{12} - \varphi).$$

Durch Auflösung der letzteren Gleichung findet man für die Abszisse x_1 des Knickpunktes

$$x_1 = \frac{2h \cos i_{12}}{1 - \frac{a_1}{a_2^*}} \quad (72.11)$$

oder

$$x_1 = \frac{2h \sqrt{1 - \left(\frac{a_1}{a_2}\right)^2}}{1 - \frac{a_1}{a_2^*}}. \quad (72.11')$$

Liegt die Brechungsfläche horizontal, so gilt

$$x_1 = 2h \sqrt{\frac{a_2 + a_1}{a_2 - a_1}}. \quad (72.12)$$

Wie man aus der Formel (72.12) ersieht, liegt im Falle einer horizontalen Lagerung der Grenzfläche der Knickpunkt der Laufzeitkurve von deren Ursprung in einer Entfernung, die die doppelte Tiefe der Grenzfläche übertrifft. Je geringer der Geschwindigkeitsunterschied ($a_2 - a_1$) ist, um so größer ist die Entfernung des Knickpunktes vom Ursprung.

Die Formel (72.12) gestattet also, in Abhängigkeit von dem zu erwartenden Geschwindigkeitsverhältnis und der Tiefe der Grenzfläche die Länge des Profils zu bestimmen. Zur Bestimmung der Tiefe der Grenzfläche lassen sich die Formeln (72.11) und (72.8) benutzen.

Die Interpretation von Laufzeitkurven gebrochener Wellen besteht in der Ermittlung der Gestalt der die Schichten trennenden Grenzflächen sowie in der Bestimmung der Wellenausbreitungsgeschwindigkeiten innerhalb der Schichten.

Im Falle einer ebenen, geneigten Grenzfläche erfolgt bei Vorhandensein von jeweils einer Vor- und Rückschußlaufzeitkurve die Interpretation in folgender Reihenfolge:

1. Aus den Laufzeitkurven der Wellen P_1 und P_{121} , die in direkter und umgekehrter Richtung laufen, ermittelt man die wahre Geschwindigkeit in der oberen Schicht (a_1) sowie die Scheingeschwindigkeiten (a_{2+}^* und a_{2-}^*) in der zweiten Schicht. Die wahren Geschwindigkeiten der Wellen P_1 , bestimmt nach den Laufzeitkurven aus Vor- und Rückschuß, müssen einander gleich sein, während die Scheingeschwindigkeiten der Wellen P_{121} für jede derselben konstant sein müssen. Mit a_{2+}^* bezeichnet man hier jene Scheingeschwindigkeit, die entweder den größeren Wert hat oder negativ ist. Das dieser Scheingeschwindigkeit entsprechende Profil ist in Richtung des Anstiegs der Brechungsfläche orientiert.

2. Mit Hilfe der Formeln

$$\left. \begin{aligned} \sin(i_{12} - \varphi) &= \frac{a_1}{a_{2+}^*} \\ \sin(i_{12} + \varphi) &= \frac{a_1}{a_{2-}^*} \end{aligned} \right\} \quad (72.13)$$

bestimmt man den Neigungswinkel φ der Grenzfläche sowie den Grenzwinkel i_{12} .

3. Über den Grenzwinkel kann man nun die wahre Ausbreitungsgeschwindigkeit in der zweiten Schicht ermitteln:

$$a_2 = \frac{a_1}{\sin i_{12}} \quad (72.14)$$

Wir wollen hier noch darauf hinweisen, daß man bei geringen Neigungswinkeln der Grenzfläche (wenn man $\cos \varphi = 1$ setzen kann) anstatt der Formel (72.14) die Näherungsformel

$$\frac{1}{a_2} \approx \frac{1}{2} \left(\frac{1}{a_{2+}^*} + \frac{1}{a_{2-}^*} \right) \quad (72.15)$$

benutzen kann.

Den Ausdruck (72.15) erhält man aus den Formeln (72.13) durch Summation unter Berücksichtigung, daß $\cos \varphi = 1$ ist.

4. Nach der Bestimmung des Grenzwinkels errechnen wir jetzt die Tiefe der Grenzfläche. Die Berechnung erfolgt nach einer der hier angeführten Formeln:

$$h = \frac{t_0 a_1}{2 \cos i_{12}}, \quad (72.16)$$

$$h = \frac{x_1}{2 \cos i_{12}} \left(1 - \frac{a_1}{a_2^*} \right). \quad (72.17)$$

Die Formel (72.16) kann ebenfalls in folgender Form geschrieben werden:

$$h = \frac{x_2}{2 \cos i_{12}}. \quad (72.16')$$

Hier ist x_2 die Abszisse jenes Punktes der Laufzeitkurve P_1 , an dem die Ordinate gleich t_0 ist, und h der Abstand der Grenzfläche vom Schußpunkt längs der Normalen.

Bisher haben wir angenommen, daß das Profil genau entweder in Richtung des Anstiegs oder in Richtung des Einfallens der Brechungsgrenze orientiert ist. Wird diese Voraussetzung nicht erfüllt, so erfolgt der Strahlenverlauf bereits nicht mehr in einer vertikalen Ebene. Die Strahlen werden sich in einer Ebene befinden, die vertikal zur Grenzfläche liegt. Betrachtet man diese Fläche als Zeichenebene, so bleiben für diese alle in diesem Paragraphen gemachten Schlußfolgerungen ohne Änderung in Kraft. Zur genauen Lagebestimmung der Brechungsfläche im Raum ist jedoch ein Zusatzprofil notwendig, das unter einem beliebigen Winkel zum ersteren liegen kann. Auf jedem dieser Profile ermittelt man längs der Normalen die Tiefe der Grenzfläche. Die Punkte mit gleichen Normalabständen verbindet man durch Geraden (Abb. 181).

Diese Verbindungsgeraden verlaufen, wie man leicht ersehen kann, zur Richtung des Einfallens (s) der Brechungsfläche normal. Der Einfallswinkel (γ) wird durch die einfache Formel

$$\sin \gamma = \frac{\Delta h}{\Delta s} \quad (72.18)$$

bestimmt, wobei hier Δh der Tiefenunterschied zweier benachbarter Isolinien und Δs der Abstand zwischen ihnen ist.

Zur Kartierung der vertikalen Tiefen genügt es, jeder Isolinie den Wert $h/\cos \gamma$ zuzuschreiben.

§ 73. Das Drei-Schichten-Problem

Wir nehmen jetzt an, daß sich unter der ersten Brechungsgrenze noch eine zweite befindet, die mit der ersten den Winkel ψ bildet.

Die Laufzeitkurve der gebrochenen Longitudinalwellen wird in diesem Falle genauso wie früher eine Gerade sein:

$$t = t_0 + \frac{x}{a_3^*}. \quad (73.1)$$

Als erstes wollen wir die Größe der Scheingeschwindigkeit der Wellen P_{12321} bestimmen. Wir benutzen dazu wieder die Benndorfsche Formel. Aus der Abb. 182 können wir entnehmen, daß der Einfallswinkel des seismischen Strahles zur Erdoberfläche ($\alpha_1 - \varphi$) ist (α_1 ist der Brechungswinkel beim Austritt des Strahles aus dem zweiten Medium ins erstere). Wir finden hiermit

$$\frac{1}{a_{3+}^*} = \frac{\sin(\alpha_1 - \varphi)}{a_1} \quad (73.2)$$

Unter Berücksichtigung der Beziehungen

$$\left. \begin{aligned} \frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2} &= \frac{a_1}{a_2}, \\ \alpha_2 &= i_{23} - \psi \end{aligned} \right\} \quad (73.3)$$

Abb. 182

kann man die Formel (73.2) in folgender Form wiedergeben:

$$\frac{1}{a_{3+}^*} = \frac{1}{a_1} \sin \left\{ \arcsin \left[\frac{a_1}{a_2} \sin(i_{23} - \psi) \right] - \varphi \right\} \quad (73.4)$$

Ist das Profil in Richtung zum Einfallen der Schichten orientiert, so gilt

$$\frac{1}{a_{3-}^*} = \frac{1}{a_1} \sin \left\{ \arcsin \left[\frac{a_1}{a_2} \sin(i_{23} + \psi) \right] + \varphi \right\} \quad (73.5)$$

Zur Bestimmung des t_0 -Abschnittes, der von der Laufzeitkurve der P_{12321} -Wellen auf der Zeitachse abgeteilt wird, benutzen wir die gleiche Methode wie früher. Wir konstruieren uns eine Hilfslaufzeitkurve, die nach der gleichen Seite orientiert ist wie

$I - a_3$
Abb. 183

die eigentliche (Abb. 183). Nun wählen wir uns auf der Laufzeitkurve der ersten Einsätze außerhalb des zweiten Knickes einen Punkt x und konstruieren die drei Strahlenwege jener Wellen, die an der zweiten Grenzfläche gebrochen wurden und

1. vom Ursprung der Hilfslaufzeitkurve zum Ursprung der eigentlichen Laufzeitkurve (wir nehmen dabei an, daß der Ursprung der Hilfslaufzeitkurve so weit von dem der Hauptlaufzeitkurve entfernt liegt, daß derartige Wellen real sind),
2. vom Ursprung der Hilfslaufzeitkurve zum Punkt x ,
3. vom Ursprung der Hauptlaufzeitkurve zum Punkt x verlaufen.

Indem wir abermals die entsprechenden Laufzeiten der Wellen mit t_1 , t_2 und t_3 bezeichnen, finden wir für den gesuchten Abschnitt auf der t -Achse

$$t_0 = t_1 - t_2 + t_3. \quad (73.6)$$

Dabei bedeuten

$$\left. \begin{aligned} t_1 &= t[O_1 A B C] + t[CD] + t[DO], \\ t_2 &= t[O_1 A B C] + t[CF] + t[FG H x], \\ t_3 &= t[OE] + t[EF] + t[FG H x]. \end{aligned} \right\} \quad (73.7)$$

Nach dem Einsetzen von (73.7) in (73.6) sowie nach einigen weiteren Umformungen erhalten wir

$$t_0 = t[CD] + t[DO] + t[OE] + t[EF] - t[CF]. \quad (73.8)$$

Wir ermitteln noch jede der in den Ausdruck (73.8) eingehenden Größen und finden

$$\left. \begin{aligned} t[DO] &= \frac{h_1}{a_1 \cos \alpha_1}, \\ t[OE] &= \frac{h_1}{a_1 \cos \beta_1}, \\ t[CD] &= \frac{h_2'}{a_2 \cos i_{23}}, \\ t[EF] &= \frac{h_2''}{a_2 \cos i_{23}}, \\ t[CF] &= \frac{(h_2'' + h_2') \tan i_{23}}{a_3} + \frac{h_1 (\tan \alpha_1 + \tan \beta_1) \cos \psi}{a_3}. \end{aligned} \right\} \quad (73.9)$$

Hier bedeuten (Abb. 184): h_1 den Abstand vom Ursprung der Laufzeitkurve bis zur ersten Grenzfläche (längs der Normalen), h_2 den Abstand vom Ende des Abschnittes h_1 bis zur zweiten Grenzfläche (längs der Normalen), h_2' und h_2'' die Abstände von den Punkten D und E bis zur zweiten Grenzfläche ($h_2' \parallel h_2'' \parallel h_2$), α_2 und α_1 den Einfallswinkel und Brechungswinkel der zum Ursprung der Laufzeitkurve laufenden Refraktionswellen an der ersten Grenzfläche, β_1 und β_2 den Einfallswinkel und Brechungswinkel der vom Ursprung der Laufzeitkurve ausgehenden Wellen an der ersten Grenzfläche, i_{23} den Winkel der totalen Reflexion an der zweiten

Abb. 184

Grenzfläche (zwischen der zweiten und dritten Schicht), $\sin i_{23} = \frac{a_2}{a_3}$, und a_1, a_2, a_3 sind Geschwindigkeiten der Longitudinalwellen in der ersten und zweiten Schicht ($a_1 < a_2 < a_3$), ψ ist der zwischen der ersten und zweiten Grenzfläche eingeschlossene Winkel.

Unter Berücksichtigung von

$$\frac{1}{a_2 \cos i_{23}} - \frac{1}{a_3} \tan i_{23} = \frac{1}{a_2} \cos i_{23}$$

erhält man nach Einsetzen von (73.9) in die Formel (73.8) den Ausdruck

$$t_0 = \frac{h_1}{a_1} \left(\frac{1}{\cos \alpha_1} + \frac{1}{\cos \beta_1} \right) + (h_2' + h_2'') \frac{\cos i_{23}}{a_2} - h_1 (\tan \alpha_1 + \tan \beta_1) \frac{\cos \psi}{a_3}. \quad (73.10)$$

Indem wir jetzt h_2' und h_2'' durch h_2 ausdrücken, finden wir

$$\left. \begin{aligned} h_2' &= h_2 + h_1 \tan \alpha_1 \sin \psi, \\ h_2'' &= h_2 - h_1 \tan \beta_1 \sin \psi. \end{aligned} \right\} \quad (73.11)$$

Unter Benutzung dieser Formeln können wir den Ausdruck (73.10) wie folgt schreiben:

$$\begin{aligned} t_0 &= \frac{h_1}{a_1} \left(\frac{1}{\cos \alpha_1} + \frac{1}{\cos \beta_1} \right) + \frac{2h_2}{a_3} \cos i_{23} + \frac{h_1}{a_2} \cos i_{23} \sin \psi (\tan \alpha_1 - \tan \beta_1) - \\ &\quad - \frac{h_1}{a_2} \cos \psi (\tan \alpha_1 + \tan \beta_1) = \\ &= \frac{h_1}{a_1} \left(\frac{1}{\cos \alpha_1} + \frac{1}{\cos \beta_1} \right) + \frac{2h_2}{a_2} \cos i_{23} - \frac{h_1}{a_2} \tan \alpha_1 \sin (i_{23} - \psi) - \\ &\quad - \frac{h_1}{a_2} \tan \beta_1 \sin (i_{23} + \psi). \end{aligned} \quad (73.12)$$

Zwischen den Winkeln in den Formeln (73.9) bestehen folgende Beziehungen:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2} &= \frac{\sin \beta_1}{\sin \beta_2} = \frac{a_1}{a_2}, \\ \alpha_2 &= i_{23} - \psi, \\ \beta_2 &= i_{23} + \psi, \\ \sin i_{23} &= \frac{a_2}{a_3}. \end{aligned} \right\} \quad (73.13)$$

Hieraus folgt

$$\left. \begin{aligned} \sin (i_{23} - \psi) &= \sin \alpha_2 = \frac{a_2}{a_1} \sin \alpha_1, \\ \sin (i_{23} + \psi) &= \sin \beta_2 = \frac{a_2}{a_1} \sin \beta_1. \end{aligned} \right\} \quad (73.14)$$

Mit Hilfe der Formeln (73.14) kann man jetzt den Ausdruck (73.12) auf folgende Weise schreiben:

$$t_0 = \frac{h_1}{a_1} \left(\frac{1}{\cos \alpha_1} + \frac{1}{\cos \beta_1} \right) + \frac{2h_2}{a_2} \cos i_{23} - \frac{h_1}{a_1} \frac{\sin^2 \alpha_1}{\cos \alpha_1} - \frac{h_1}{a_1} \frac{\sin^2 \beta_1}{\cos \beta_1}.$$

Hieraus erhalten wir endgültig

$$t_0 = \frac{2h_2}{a_2} \cos i_{23} + \frac{h_1}{a_1} (\cos \alpha_1 + \cos \beta_1). \quad (73.15)$$

Die Winkel α_1 und β_1 müssen entweder über die Formeln (73.14) oder nach den folgenden Formeln berechnet werden:

$$\left. \begin{aligned} \alpha_1 &= \arcsin \frac{a_1}{a_{3+}} + \varphi, \\ \beta_1 &= \arcsin \frac{a_1}{a_{3-}} - \varphi. \end{aligned} \right\} \quad (73.16)$$

Die Berechnung der wahren Ausbreitungsgeschwindigkeit der elastischen Wellen innerhalb der dritten Schicht sowie die Ermittlung der Tiefe ihrer oberen Grenzfläche erfolgen in der hier angeführten Reihenfolge.

1. Aus den Formeln des § 72 errechnet man die Geschwindigkeiten a_1 , a_2 sowie Neigung und Tiefe h_1 der ersten Brechungsfläche.

2. Unter Benutzung der Formeln

$$\begin{aligned} \sin(i_{23} - \psi) &= \frac{a_2}{a_1} \sin\left(\arcsin \frac{a_1}{a_{3+}} + \varphi\right), \\ \sin(i_{23} + \psi) &= \frac{a_2}{a_1} \sin\left(\arcsin \frac{a_1}{a_{3-}} - \varphi\right) \end{aligned}$$

bestimmt man nun den Neigungswinkel (ψ) der oberen Grenzfläche der dritten Schicht sowie den Grenzwinkel i_{23} .

3. Schließlich ermittelt man mit Hilfe der Formel

$$a_3 = \frac{a_2}{\sin i_{23}}$$

die wahre Ausbreitungsgeschwindigkeit der Longitudinalwellen innerhalb der dritten Schicht.

4. Die Tiefe h_0 der oberen Grenzfläche der dritten Schicht am Ursprung der Laufzeitkurve kann man nun nach den Formeln (73.15) und (73.16) errechnen.

§ 74. Der Fall für n -horizontale Schichten

Wir leiten jetzt die Gleichung der Laufzeitkurve jener gebrochenen Wellen ab, die die n -te Schicht durchlaufen.

Die Einfallswinkel und Brechungswinkel an den entsprechenden Grenzflächen bezeichnen wir mit i_{1n}, i_{2n}, \dots (Abb. 185). Wir erhalten somit die Formeln

$$\left. \begin{aligned} \sin i_{1n} &= \frac{a_1}{a_n}, \\ \sin i_{2n} &= \frac{a_2}{a_n}, \\ \sin i_{3n} &= \frac{a_3}{a_n}, \\ &\dots \dots \dots \\ \sin i_{n-1,n} &= \frac{a_{n-1}}{a_n}. \end{aligned} \right\} \quad (74.1)$$

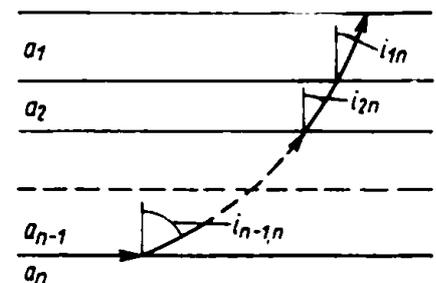


Abb. 185

Indem wir die reduzierten Gleichungen gliedweise multiplizieren, finden wir

$$\left. \begin{aligned} \sin i_{1n} &= \frac{a_1}{a_n}, \\ \sin i_{2n} &= \frac{a_2}{a_n} \end{aligned} \right\} \quad (74.2)$$

Die erste dieser Formeln gestattet die Bestimmung der Scheingeschwindigkeit aus dem n -ten Ast der Laufzeitkurve:

$$a_n^* = \frac{a_1}{\sin i_{1n}} = a_n. \quad (74.3)$$

Wir finden auf diese Weise, daß im Falle horizontaler Schichtenfolge die aus dem n -ten Ast der Laufzeitkurve ermittelte Scheingeschwindigkeit der tatsächlichen Ausbreitungsgeschwindigkeit in der n -ten Schicht gleich ist.

Daraus folgt, daß die Gleichung des n -ten Astes der Laufzeitkurve in der Form

$$t_n = t_{0n} + \frac{x}{a_n} \quad (74.4)$$

geschrieben werden kann. Hier ist t_{0n} der vom n -ten Ast der Laufzeitkurve auf die Zeitachse projizierte Abschnitt.

Indem man zur Bestimmung jenes Abschnittes in der gleichen Weise wie früher an das Problem herangeht, erhält man schließlich

$$t_{0n} = 2 \sum_{k=1}^{n-1} \frac{h_k}{a_k} \cos i_{k,n}, \quad (74.5)$$

wobei hier h_k die Mächtigkeit der k -ten Schicht ist.

Um die Mächtigkeit der $(n-1)$ ten Schicht zu finden, muß man, wie man leicht einsieht, die Mächtigkeiten aller darüberliegenden Schichten bestimmen.

Zu diesem Zweck stellt man sich folgende Formelfolge zusammen:

$$\left. \begin{aligned} t_{02} &= 2 \frac{h_1}{a_1} \cos i_{12}, \\ t_{03} &= 2 \frac{h_1}{a_1} \cos i_{13} + 2 \frac{h_2}{a_2} \cos i_{23}, \\ &\dots \dots \dots \end{aligned} \right\} \quad (74.6)$$

Durch die Kenntnis der Werte t_{02}, t_{03}, \dots und der Ausbreitungsgeschwindigkeiten der elastischen Wellen innerhalb jeder einzelnen Schicht kann man nacheinander die Werte h_1, h_2 usw. bestimmen.

§ 75. Ausfall von Zwischenschichten

Bei einer mehrschichtigen Struktur kann der Fall eintreten, daß ein oder mehrere Äste der Laufzeitkurve der gebrochenen Wellen aus der Laufzeitkurve der ersten Einsätze herausfallen. Dann entsprechen der n -schichtigen Struktur nicht mehr n Äste in der Laufzeitkurve der ersten Einsätze, sondern nur noch $n-k$, wobei k die Anzahl der herausfallenden Äste ist. Daß es sich um einen einfachen Ausfall der

Zwischenschichten handelt, kann unter Umständen unbekannt bleiben, so daß demzufolge die n -schichtige Struktur für eine $(n - k)$ -schichtige angesehen wird. Das wiederum führt zu Fehlern bei der Errechnung der Tiefen der unterhalb der herausfallenden Schichten liegenden Grenzflächen.

Ein einfacher Fall des Herausfallens einer Zwischenschicht tritt bei Störung folgender Bedingung ein:

$$a_1 < a_2 < \dots < a_n. \quad (75.1)$$

Jedoch selbst dann, wenn die Bedingung (75.1) erfüllt bleibt, kann bei bekannten Mächtigkeitsverhältnissen und bekannten Beziehungen der Geschwindigkeiten a_1, a_2, \dots, a_n untereinander ein Ausfall einer oder mehrerer Äste der Laufzeitkurve eintreten.

Abb. 186

Wir beschränken uns hier auf die Betrachtung des einfachsten Falles dreier planparalleler Schichten.

Die Ausfallsbedingung einer Zwischenschicht bei gleichzeitiger Gültigkeit der Bedingung (75.1) kann auf folgende Weise formuliert werden (Abb. 186):

$$\text{oder} \quad \left. \begin{array}{l} x_{12} > x_{13}, \\ x_{23} < x_{13}; \end{array} \right\} \quad (75.2)$$

x_{12} , x_{13} und x_{23} bedeuten hier die Abszissen der Schnittpunkte der Laufzeitkurven: P_1 mit P_{121} , P_1 mit P_{12321} und P_{121} mit P_{12321} . Die herausfallende Schicht hat ihre größtmögliche Mächtigkeit, wenn gilt (Abb. 187)

$$x_{12} = x_{13} = x_{23}. \quad (75.3)$$

Wäre die Mächtigkeit der Zwischenschicht nur noch ein klein wenig größer, so würde sie bereits auf der Laufzeitkurve der ersten Einsätze durch einen ihr entsprechenden Ast in Erscheinung treten.

Zur Berechnung des Wertes des größtmöglichen Fehlers in der Bestimmung der Tiefe, der durch den Ausfall einer Zwischenschicht entsteht, benutzen wir als Ausgangspunkt die Bedingung (75.3).

Die Laufzeit der Wellen P_1 , P_{121} und P_{12321} ist im gemeinsamen Punkt x_{123} gleich

$$\frac{x_{123}}{a_1} = t_{02} + \frac{x_{123}}{a_2} = t_{03} + \frac{x_{123}}{a_3}.$$

Nach Elimination von x_{123} aus diesen Gleichungen erhalten wir

$$\frac{t_{03}}{t_{02}} = \frac{\frac{1}{a_1} - \frac{1}{a_3}}{\frac{1}{a_1} - \frac{1}{a_2}}. \quad (75.4)$$

Indem man nun für t_{03} und t_{02} die entsprechenden Werte aus (74.6) einsetzt, findet man

$$\frac{h_2 + h_1}{h_1} = \left(\frac{\frac{1}{a_1} - \frac{1}{a_3}}{\frac{1}{a_1} - \frac{1}{a_2}} - \frac{\cos i_{13}}{\cos i_{12}} \right) \frac{a_2 \cos i_{12}}{a_1 \cos i_{23}} + 1. \quad (75.5)$$

Würde die Errechnung der Tiefe der oberen Grenzfläche der durch die Ausbreitungsgeschwindigkeit a_3 charakterisierten Schicht ohne Berücksichtigung der zweiten Schicht erfolgen, so geschähe dies mit Hilfe der Formel

$$t_{03} = \frac{2h^* \cos i_{13}}{a}. \quad (75.6)$$

Hieraus erhalten wir unter Einbeziehung der Formeln (74.6) und (75.4)

$$\frac{t_{03}}{t_{02}} = \frac{h^* \cos i_{13}}{h_1 \cos i_{12}} = \frac{\frac{1}{a_1} - \frac{1}{a_3}}{\frac{1}{a_1} - \frac{1}{a_2}}. \quad (75.7)$$

Indem wir nun gliedweise die Formel (75.5) durch (75.7) dividieren, kommen wir zu der von uns gesuchten Beziehung zwischen der maximal möglichen Tiefe ($h_1 + h_2$) und der scheinbaren Tiefe (h^*):

$$\frac{h_2 + h_1}{h^*} = \left(1 - \frac{\cos i_{13}}{\cos i_{12}} \cdot \frac{\frac{1}{a_1} - \frac{1}{a_2}}{\frac{1}{a_1} - \frac{1}{a_3}} \right) \frac{a_2 \cos i_{13}}{a_1 \cos i_{23}} + \frac{\frac{1}{a_1} - \frac{1}{a_2}}{\frac{1}{a_1} - \frac{1}{a_3}} \cdot \frac{\cos i_{13}}{\cos i_{12}}. \quad (75.8)$$

Das Verhältnis $(h_2 + h_1)/h^*$ wird bei $a_2 = a_1$ und $a_2 = a_3$ zu Eins.

In der Abb. 188 sind die Ergebnisse der Berechnungen BRINGMEIERS dargestellt, der für verschiedene Geschwindigkeiten in der ersten und dritten Schicht die Abhängigkeit zwischen der Größe $(h_2 + h_1)/h^*$ und der Geschwindigkeit in der zweiten Schicht errechnet hat. Für die erste Schicht wurde eine Ausbreitungsgeschwindigkeit von 1800 m/s, für die dritte 4000 m/s (Kurve A), 5000 m/s (Kurve B) und 6000 m/s (Kurve C) angenommen.

Wie man aus der Abb. 188 ersieht, kann der Fehler in der Bestimmung der Tiefe 30 % erreichen.

a_2 [km/s]
▶

Diesen Fehler kann man vermeiden, wenn man auf den Seismogrammen die zweiten Einsätze verfolgt, aus denen man einen zweiten Laufzeitkurvenast zeichnen kann. Hinweise auf den Ausfall einer Zwischenschicht kann man ebenfalls reflexionsseismischen Messungen entnehmen. Sie können erstens das Vorhandensein einer Zwischengrenzfläche nachweisen, und zweitens, und darin besteht ihr Hauptwert in diesem konkreten Falle, können sie den wahren Wert der mittleren (effektiven) Geschwindigkeit in dem zwischen der Erdoberfläche und dem untersuchten Horizont liegenden Schichtenpaket liefern.

Der Ausfall einer Zwischenschicht kann weiterhin durch Vergleich der auf verschiedenen Geländeabschnitten erhaltenen Laufzeitkurven nachgewiesen werden. Wenn sich im Meßgebiet die Schichtgeschwindigkeiten und die Mächtigkeiten ändern, ist es durchaus möglich, daß eine Schicht, die auf einem Geländeabschnitt herausfällt, auf einem benachbarten Teilgebiet wieder feststellbar ist.

§ 76. Die Bruchstufe

Wir nehmen jetzt an, daß die Grenzfläche entsprechend der Abb. 189 stufenförmige Form habe. Weiterhin werde angenommen, daß die Neigungen der Grenzflächen zu beiden Seiten der Bruchstufe gleich seien. Die Laufzeitkurve der gebrochenen Wellen längs eines Profils, das im rechten Winkel zur Stufe verläuft, besteht dann aus drei Abschnitten. Der erste und der dritte Abschnitt werden durch konstante und einander gleiche Geschwindigkeiten a_2^* (entsprechend den gleichbleibenden Neigungen) charakterisiert. Der zweite, d. h. dazwischenliegende Abschnitt, zeigt in Abhängigkeit von der Lage des Profils entweder erhöhte oder geringere Scheingeschwindigkeiten. Die quantitative Interpretation der Laufzeitkurve im Gebiet einer Bruchstufe ist um so einfacher und genauer, je geringer die Ausdehnung des Zwischenteils der Laufzeitkurve ist, d. h.

Abb. 189

je kürzer der Übergang von einem geradlinigen Ast der Laufzeitkurve zum anderen ihm parallelen ist. Das ist der Fall, wenn sich der Anfang der Laufzeitkurve über dem emporgehobenen Teil, in ausreichender Entfernung von seiner Kante befindet.

In Übereinstimmung mit dem oben bereits Gesagten haben wir es hier mit drei verschiedenen Typen gebrochener Wellen zu tun. Der erste Typ ist durch die im emporgehobenen Teil der Stufe entlanglaufenden Refraktionswellen vertreten, der zweite durch die an der Oberkante hervorgerufenen Diffraktionswellen und der dritte Typ schließlich wieder durch die gebrochenen Wellen, die an der Oberkante des abgesunkenen Teiles entlanglaufen.

Die Gleichungen der Laufzeitkurven jener Wellen, die zum ersten und dritten Wellentyp gehören, haben die Form

$$t = t_0 + \frac{x}{a_2^*}, \quad (76.1)$$

$$t = t_0' + \frac{x}{a_2^*}. \quad (76.2)$$

Hier bedeuten t_0 und t_0' die auf der Zeitachse der Laufzeitkurven festgelegten Abschnitte.

Die Wellen des ersten Typs treten bis zum Punkte x' auf, der durch die Gleichung

$$x' = x_0 + z_0 \tan(i_{12} - \varphi) \quad (76.3)$$

bestimmt ist. Mit x_0 und z_0 sind hier die Koordinaten der Oberkante der Bruchstufe bezeichnet, mit φ der Neigungswinkel der Stufenflächen.

Der dritte Abschnitt der Laufzeitkurve beginnt am Punkte x'' :

$$x'' = x_0 + z_1 \tan(i_{12} - \varphi); \quad (76.4)$$

z_1 ist die Tiefe des abgesunkenen Teils der Stufe unmittelbar an der Störung.

Die Zeitverschiebung Δt läßt sich unmittelbar aus diesen beiden Abschnitten der Laufzeitkurve ermitteln:

$$\Delta t = t_0' - t_0. \quad (76.5)$$

Die Laufzeit der Refraktionswelle bis zum Punkte x sei bei Vorhandensein einer Bruchstufe (d. h. nach dem dritten Abschnitt der Laufzeitkurve) gleich T' , unter der Annahme des Nichtvorhandenseins einer Stufe (d. h. nach der Verlängerung des ersten Abschnittes der Laufzeitkurve) gleich T . Der Zeitunterschied ($T' - T$) setzt sich aus folgenden Gliedern zusammen:

$$T' - T = \Delta t = t[AB] + t[Bx] - t[CB] - t[Bx]. \quad (76.6)$$

Unter der Annahme, daß der Abschnitt AB mit der Geschwindigkeit a_1 und der Abschnitt CB mit der Geschwindigkeit a_2 durchlaufen wird, erhalten wir

$$\Delta t = \Delta h \left(\frac{1}{a_1 \cos i_{12}} - \frac{\tan i_{12}}{a_2} \right) = \frac{\Delta h}{a_1} \cos i_{12}, \quad (76.7)$$

wobei h der Abstand zwischen oberer und unterer Grenzfläche der Bruchstufe ist.

Diese Formel gestattet, aus der Parallelverschiebung der Laufzeitkurven die Stufenhöhe zu berechnen. Ist der zweite Abschnitt der Laufzeitkurve der Welle P_{121} nach oben verschoben, so weist dies auf eine Absenkung jenes Grenzflächenteiles hin und umgekehrt.

Verweilen wir jetzt kurz bei der zweiten Wellenart, d. h. beim mittleren Abschnitt der Laufzeitkurve.

Für Strahlen, die an der Oberkante der Bruchstufe diffraktiert werden, gilt

$$a_1^2(t - t')^2 = (x - x_0)^2 + z_0^2, \quad (76.8)$$

wo t' die Laufzeit der Welle bis zum Diffraktionspunkt ist.

Die Hyperbel (76.8) ist relativ symmetrisch zum Punkte x_0 , in dem sie ein Minimum hat, und berührt die Laufzeitkurve der Refraktionswelle des ersten Typs im

Punkte x' . Das wird schon daraus klar, daß im Punkte x' die Wellen ersten und zweiten Typs gleiche Laufzeiten und gleiche Austrittswinkel (und folglich nach dem Benndorfschen Gesetz auch die gleiche Scheingeschwindigkeit) haben.

Die Asymptote der Hyperbel (76.8) ist die Gerade

$$t = t' + \frac{x - x_0}{a_1}. \quad (76.9)$$

Daraus folgt, daß die Scheingeschwindigkeit der Wellen zweiten Typs nicht kleiner als a_1 sein kann.

Im Abstand x'' beginnen die Wellen dritten Typs (die an der unteren Grenzfläche laufenden Wellen) die Wellen des zweiten Typs zu überholen. Das Intervall $x'' - x'$, in dem die Wellen zweiten Typs feststellbar sind (da sie als erste ankommen), ist um so breiter, je tiefer sich der abgesunkene Teil der Bruchstufe befindet.

Im Grenzfalle einer „unendlich tiefen Bruchstufe“ rückt der Punkt x'' ins Unendliche.

Die Lage der Oberkante der Stufe findet man auf folgende Art: Unter Benutzung des Benndorfschen Gesetzes konstruieren wir den Strahl, der an der Erdoberfläche im Punkte x' austritt. Dieser Strahl bildet mit der Oberfläche den Winkel e , wobei die Winkelbeziehung gilt

$$\cos e = \frac{a_1}{a_2^*}.$$

Den oberen Kantenpunkt der Stufe finden wir nun im Schnittpunkt des von uns konstruierten Strahles mit der oberen Grenzfläche der Stufe.

Es sei hier darauf hingewiesen, daß der allmähliche Übergang der Laufzeitkurven der Wellen ersten und zweiten Typs im Punkte x' , d. h. die allmähliche Änderung der Form der Laufzeitkurve, eine genaue Festlegung der Stufenkante erschwert.

Ist die Laufzeitkurve in der entgegengesetzten Richtung orientiert, so erhält man für den Verschiebungswert der Laufzeitkurvenabschnitte dieselbe Formel (76.7), nur mit dem entgegengesetzten Vorzeichen. Die Länge des Intervalles, in dem der Übergangsstast der Laufzeitkurve auftritt, ist jedoch in diesem Falle größer. Auf Grund dieser Tatsache läßt sich die Sprunghöhe einer Bruchstufe mit größerer Sicherheit dann bestimmen, wenn das Profil vom emporgehobenen Teil der Stufe zu ihrem abgesunkenen Teil orientiert ist.

§ 77. Vertikale Grenzflächen

Verläuft das Profil senkrecht zu einer vertikalen Grenzfläche, welche die Beobachtungsfläche schneidet, so werden die Laufzeitkurven der ersten Einsätze durch folgende Gleichungen beschrieben:

$$t = \frac{x}{a_1} \quad (\text{für } 0 < x < x_0),$$

$$t = \frac{x_0}{a_1} + \frac{x - x_0}{a_2} \quad (\text{für } x > x_0).$$

Hier bedeuten a_1 die Geschwindigkeit der Refraktionswellen auf jener Seite der vertikalen Grenzfläche, auf der sich der Ursprung der Laufzeitkurve befindet, a_2 die Ausbreitungsgeschwindigkeit der Welle auf der entgegengesetzten Seite der Grenzfläche, x_0 die Abszisse der vertikalen Grenzfläche auf dem Profil.

Die Gleichung der Laufzeitkurve des Rückschusses, die ihren Ursprung auf der anderen Seite der Grenzfläche hat, erhalten wir in folgenden Formen:

$$t = \frac{y}{a_2} \quad (\text{für } 0 < y < y_0),$$

$$t = \frac{y_0}{a_2} + \frac{y - y_0}{a_1} \quad (\text{für } y > y_0),$$

wo y der Abstand vom Ursprung der Rückschuß-Laufzeitkurve längs des Profils in entgegengesetzter Richtung von x und y_0 der Abstand der vertikalen Grenzfläche vom Ursprung der Rückschuß-Laufzeitkurve bezeichnen.

In der Abb. 190 sind die Vor- und Rückschuß-Laufzeitkurven für den Fall $a_1 < a_2$ dargestellt. Man kann der Abbildung bereits entnehmen, daß die Frage des Vorhandenseins einer vertikalen oder horizontalen Grenzfläche aus nur einer einzelnen Laufzeitkurve nicht zu lösen ist. Diese Mehrdeutigkeit in der Interpretation der Laufzeitkurve wird sofort durch eine Rückschuß-Laufzeitkurve oder eine Vorschuß-Laufzeitkurve von einem anderen Ursprung aus behoben. Ist die Abszisse des Knickpunktes der Vorschuß-Laufzeitkurven unabhängig von der Lage ihres Ursprunges, so deutet das auf das Vorhandensein einer vertikalen Grenzfläche hin.

Abb. 190

Zeigt die erste Laufzeitkurve, die auf einem bestimmten Profilabschnitt erhalten wurde, daß die Geschwindigkeit für den zweiten Ast niedriger als für den ersten ist, so bedarf die Annahme über das Vorhandensein einer vertikalen Grenzfläche keiner weiteren zusätzlichen Beobachtungen.

Das in diesem Paragraphen dargelegte Material kann auch in jenen Fällen zur Interpretation herangezogen werden, wo es sich um Grenzflächen handelt, die zwar nicht vertikal, aber unter einem Neigungswinkel zur Erdoberfläche verlaufen, der größer als der Grenzwinkel ist.

Ist diese letztere Bedingung nicht mehr erfüllt, d. h. ist der Neigungswinkel der Brechungsfläche geringer als der Grenzwinkel, so wird die Form der Laufzeitkurven bereits komplizierter.

Die Laufzeitkurve, die in Richtung zum Anstieg der Brechungsgrenze orientiert ist, besteht — bei ausreichender Entfernung ihres Ursprunges vom Schnittpunkt des Profils mit der Grenzfläche — aus drei Ästen (Abb. 191). Der erste Ast entspricht den direkten Wellen P_1 in der ersten Schicht. Der zweite Ast, der den Wellen P_{121} entspricht, wird durch die konstante Scheingeschwindigkeit a_{2+}^* (dem Neigungswinkel der Grenzfläche entsprechend) charakterisiert. Der dritte Ast der Wellen P_{12} , der

seinen Anfang im Schnittpunkt der Grenzfläche mit der Erdoberfläche nimmt, ist gekrümmt. Im Ursprung ist die Scheingeschwindigkeit gleich dem Quotienten aus der tatsächlichen Geschwindigkeit in der zweiten Schicht und dem Kosinus des Neigungswinkels der Grenzfläche. Mit zunehmendem Abstand vom Koordinatenursprung verringert sich die Scheingeschwindigkeit für den dritten Ast und nähert sich der wahren Ausbreitungsgeschwindigkeit innerhalb der zweiten Schicht.

Abb. 191

Abb. 192

Die Rückschuß-Laufzeitkurve besteht aus zwei Ästen. Der erste Ast ist geradlinig und entspricht den direkten Wellen innerhalb der Schicht *II*. Der zweite Ast ist wieder gekrümmt. Am Anfang des zweiten Astes der Rückschuß-Laufzeitkurve kann die Scheingeschwindigkeit a^* nach folgenden Formeln errechnet werden:

$$\frac{\sin i_1}{\sin i_2} = \frac{a_1}{a_2},$$

$$i_2 = \frac{\pi}{2} - \varphi,$$

$$a^* = \frac{a_1}{\sin(i_1 + \varphi)}.$$

Hier sind i_1 und i_2 die Winkel, die durch die Normale zur Grenzfläche und die Strahlen im ersten und zweiten Medium gebildet werden. φ ist der Neigungswinkel der Grenzfläche (Abb. 192).

Es ist leicht zu erkennen, daß der Winkel i_1 kleiner als der Winkel der Totalreflexion ist. Hieraus folgt, daß die Scheingeschwindigkeit am Anfang des zweiten Astes größer als a_{2-}^* ist.

Mit zunehmendem Abstand verringert sich die Scheingeschwindigkeit und nähert sich dem Wert a_{2-}^* .

Ist das Profil unter einem schiefen Winkel zur Schnittlinie der Grenzfläche mit der Erdoberfläche orientiert, so werden die Form der Laufzeitkurven und die Methoden ihrer Interpretation bedeutend schwieriger. Wir werden uns hier jedoch nicht mit jenen Fällen beschäftigen, da man in der Praxis bemüht ist, derartige Fälle durch geeignete Profilanlage zu vermeiden.

Wir betrachten jetzt noch den Fall zweier Grenzflächen, wobei eine von beiden als horizontal und die andere als vertikal angenommen werde. Eine Darstellung der hier möglichen Varianten ist in den Abb. 193 und 194 gegeben.

Wie Abb. 193 zeigt, befinden sich unter einer horizontal lagernden Schicht mit der Schichtgeschwindigkeit a_1 zwei Medien, die durch ihre Ausbreitungsgeschwindigkeiten a_2 und a_3 charakterisiert und voneinander durch eine vertikale Grenzfläche getrennt sind. Wir nehmen an, daß $a_1 < a_2 < a_3$ sei. Ein entgegengesetztes Verhältnis ist für uns ohne Interesse. Jener Fall, bei dem a_1 größer als eine der anderen Geschwindigkeiten ist, führt erneut zu dem von uns bereits im § 76 untersuchten Fall der Bruchstufe.

Aus der Abb. 193 kann man entnehmen, daß die der vertikalen Grenzfläche entsprechenden Knickpunkte der Vor- und Rückschuß-Laufzeitkurve nicht mehr zusammenfallen. Sie sind relativ zueinander um einen Abstand verschoben, der vom Austrittswinkel der seismischen Strahlen und der Tiefe der Medien *II* und *III* abhängt.

Die Laufzeitkurve kann in Abhängigkeit vom Abstand des Laufzeitkurvenursprungs von der vertikalen Grenzfläche entweder zwei oder drei Äste enthalten.

Ein weiterer möglicher Fall ist in der Abb. 194 schematisch dargestellt. Unter einer Schicht, die durch eine vertikale Grenzfläche in zwei Hälften (mit den

Ausbreitungsgeschwindigkeiten a_1 und a_2) getrennt ist, liegt ein Medium mit konstanter Ausbreitungsgeschwindigkeit (a_3), wobei hier $a_3 > a_2 > a_1$ angenommen werde.

Befindet sich der Ursprung der Laufzeitkurve weit von der Trennfläche der Medien *I* und *II* (z. B. in O_1 und O_2), so ist die Gestalt der Laufzeitkurve qualitativ die gleiche wie im Falle einer Bruchstufe. Hier ist, genau wie auch schon in den früher untersuchten Varianten, eine Mehrdeutigkeit bei der Interpretation der Laufzeitkurven vorhanden, die jedoch leicht mit Hilfe zusätzlicher kürzerer Laufzeitkurven, die ihren Ursprung in unmittelbarer Umgebung der vertikalen Grenzfläche (in O_3 und O_4) haben, zu klären ist.

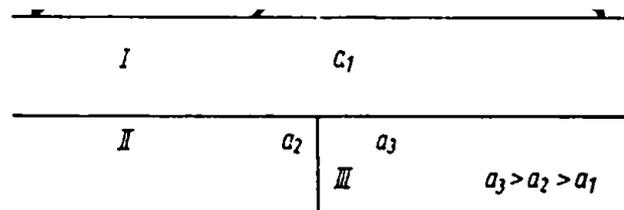


Abb. 193

Abb. 194

$$a_3 > a_2 > a_1$$

XI. Longitudinal-transversale und transversale Wellen

§ 78. Die Existenz der verschiedenen Typen gebrochener Wellen in Abhängigkeit vom Verhältnis der Ausbreitungsgeschwindigkeiten der elastischen Wellen innerhalb der ersten und zweiten Schicht sowie vom Neigungswinkel der Grenzflächen und dem Abstand zwischen Schußpunkt und Seismographen

In diesem Kapitel erfolgt eine kurze Darlegung der Theorie der Laufzeitkurven longitudinal-transversaler und transversaler Wellen. Diese Wellen treffen erst nach den Longitudinalwellen am Beobachtungsorte ein und werden demzufolge auch erst im Gebiet der späteren Einsätze registriert.

Bei der Untersuchung der Existenz der verschiedenen Typen gebrochener Wellen stützen wir uns im vollen Umfange auf das im § 69 formulierte Brechungsgesetz.

Uns ist bereits bekannt, daß im einfachsten Falle einer einzelnen horizontalen Grenzfläche nur dann gebrochene Wellen beobachtet werden können, wenn die Ausbreitungsgeschwindigkeit der entsprechenden Welle innerhalb der zweiten Schicht größer als in der ersten ist. Wir betrachten jetzt die hier eben ausgesprochene Tatsache etwas näher.

Wir wollen annehmen, daß das Verhältnis zwischen den Geschwindigkeiten der Longitudinalwellen und der transversalen Wellen vom Medium unabhängig sei:

$$\frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2} = \dots = \text{const.} \quad (78.1)$$

Nach den Erfahrungen der Seismologie und Seismik schwankt dieses Verhältnis zwischen den Grenzwerten 1,7 und 2,2.¹⁾

Ist die Ausbreitungsgeschwindigkeit der langsamsten (transversalen) Wellen innerhalb der zweiten Schicht niedriger als die Geschwindigkeit der schnellsten (longitudinalen) Wellen innerhalb der ersten Schicht, so sind sämtliche Typen gebrochener Wellen (siehe Tabelle 5) zu erwarten.

Im entgegengesetzten Falle, wenn die Geschwindigkeit der schnellsten Wellen innerhalb der zweiten Schicht niedriger als die der langsamsten Wellen innerhalb der ersten Schicht ist, wird kein einziger Typ der verschiedenen Refraktionswellen angetroffen werden.

¹⁾ In porösen Gesteinen kann das Verhältnis zwischen den Geschwindigkeiten longitudinaler und transversaler Wellen größere Werte annehmen. (Anm. d. Red. d. russ. Ausg.)

In den Zwischenfällen wird folgendes eintreten:

1. $a_2 > a_1$, aber $b_2 < a_1$: die Wellentypen $P_1 S_2 P_1$, $P_1 S_{21}$, $S_{12} P_1$ verschwinden;
2. $a_2 < a_1$, aber $a_2 > b_1$: es existieren nur noch Wellen des Typs $S_1 P_2 S_1$.

Im letzteren Falle treffen die direkten Longitudinalwellen stets eher als die gebrochenen Wellen ein.

Bei einer Änderung des Neigungswinkels der Grenzfläche ist die Reihenfolge des Ausscheidens der verschiedenen Wellentypen etwas anders als im eben geschilderten Falle.

Wir nehmen vorerst an, daß die Ausbreitungsgeschwindigkeit der Transversalwellen in der zweiten Schicht größer als die der longitudinalen Wellen innerhalb der darüberliegenden Schicht sei.

Ist das Profil in Richtung zum Anstieg der brechenden Grenze orientiert, so erhalten wir aus der Bedingung eines möglichen Einfalls der seismischen Wellen zur Grenzfläche unter dem Winkel der Totalreflexion die Existenzbedingung

$$\text{oder } \varphi < \frac{\pi}{2} - i \quad (78.2)$$

$$\varphi < \frac{\pi}{2} - \arcsin \frac{v_1}{v_2}. \quad (78.2')$$

In Abhängigkeit vom Wellentyp sind folgende drei Varianten möglich:

$$1. \varphi < \frac{\pi}{2} - \arcsin \frac{a_1}{b_2}, \quad (78.3)$$

$$2. \varphi < \frac{\pi}{2} - \arcsin \frac{a_1}{a_2} = \frac{\pi}{2} - \arcsin \frac{b_1}{b_2}, \quad (78.4)$$

$$3. \varphi < \frac{\pi}{2} - \arcsin \frac{b_1}{a_2}. \quad (78.5)$$

Da wir annehmen, daß $\frac{a_1}{b_2} > \frac{a_1}{a_2} > \frac{b_1}{a_2}$ ist, werden mit Anwachsen des Winkels φ zunächst die erste der Bedingungen, später auch die zweite und dritte nicht mehr erfüllt.

Da in diesem Falle irgendwelche Einschränkungen der Bedingungen über den Austritt der seismischen Strahlen aus der zweiten Schicht in die erste nicht vorliegen, können wir annehmen, daß mit zunehmender Neigung der Grenzfläche zuerst jene Wellen verschwinden, deren Symbole mit $P_1 S_2$ beginnen (was der ersten Variante unserer Ungleichung entspricht). Später verschwinden mit wachsendem φ die mit P_{12} oder S_{12} beginnenden Wellentypen. Als letzte hören schließlich die mit dem Symbol $S_1 P_2$ beginnenden Wellen auf zu existieren. Die endgültigen Resultate kann man sehr anschaulich in Form einer Tabelle demonstrieren (Tabelle 6).

Die Tabelle 6 bezieht sich auf jenen Fall, in dem das Profil in Richtung des Anstiegs der Grenzfläche verläuft. Ist jedoch das Profil in Richtung zum Einfallen der Schicht orientiert, muß an Stelle der Bedingung über die Möglichkeit des Einfalls der Welle zur Grenzfläche unter dem Grenzwinkel die Untersuchung der Bedingung über die Möglichkeit des Austritts der seismischen Welle aus dem zweiten Medium

Tabelle 6

| Winkel | Typen der existierenden Refraktionswellen | | | | | | | |
|---|---|--------------|---------------|--------------|-----------|--------------|---------------|--------------|
| $\varphi < \frac{\pi}{2} - \arcsin \frac{a_1}{b_2}$ | P_{121} | $S_1 P_{21}$ | $P_1 S_2 P_1$ | $P_{12} S_1$ | S_{121} | $P_1 S_{21}$ | $S_1 P_2 S_1$ | $S_{12} P_1$ |
| $\frac{\pi}{2} - \arcsin \frac{a_1}{b_2} < \varphi < \frac{\pi}{2} - \arcsin \frac{a_1}{a_2}$ | P_{121} | $S_1 P_{21}$ | — | $P_{12} S_1$ | S_{121} | — | $S_1 P_2 S_1$ | $S_{12} P_1$ |
| $\frac{\pi}{2} - \arcsin \frac{a_1}{a_2} < \varphi < \frac{\pi}{2} - \arcsin \frac{b_1}{a_2}$ | — | $S_1 P_{21}$ | — | — | — | — | $S_1 P_2 S_1$ | — |
| $\varphi < \frac{\pi}{2} - \arcsin \frac{b_1}{a_2}$ | — | — | — | — | — | — | — | — |

Tabelle 7

| Winkel | Typen der existierenden Refraktionswellen | | | | | | | |
|---|---|--------------|---------------|--------------|-----------|--------------|---------------|--------------|
| $\varphi < \frac{\pi}{2} - \arcsin \frac{a_1}{b_2}$ | P_{121} | $P_{12} S_1$ | $P_1 S_2 P_1$ | $S_1 P_{21}$ | S_{121} | $S_{12} P_1$ | $S_1 P_2 S_1$ | $P_1 S_{21}$ |
| $\frac{\pi}{2} - \arcsin \frac{a_1}{b_2} < \varphi < \frac{\pi}{2} - \arcsin \frac{a_1}{a_2}$ | P_{121} | $P_{12} S_1$ | — | $S_1 P_{21}$ | S_{121} | — | $S_1 P_2 S_1$ | $P_1 S_{21}$ |
| $\frac{\pi}{2} - \arcsin \frac{a_1}{a_2} < \varphi < \frac{\pi}{2} - \arcsin \frac{b_1}{a_2}$ | — | $P_{12} S_1$ | — | — | — | — | $S_1 P_2 S_1$ | — |
| $\varphi < \frac{\pi}{2} - \arcsin \frac{b_1}{a_2}$ | — | — | — | — | — | — | — | — |

ins erstere treten (unter einem solchen Winkel, daß der Strahl auch die Erdoberfläche wieder erreicht). Beide Bedingungen werden mathematisch in gleicher Weise beschrieben.

Genau wie vorher erhalten wir auch hier drei Varianten. Diese Varianten beziehen sich auf Wellen, deren Symbole auf $S_2 P_1$ (erste Variante), auf P_{21} oder S_{21} (zweite Va-

riante) und schließlich auf P_2S_1 (dritte Variante) enden. Die Ergebnisse sind in der Tabelle 7 dargestellt.

Zwischen den Tabellen 6 und 7 kann man leicht eine Analogie erkennen. Liest man in der Tabelle 7 die Wellensymbole nicht, wie gewöhnlich, von links nach rechts, sondern von rechts nach links, so erhalten wir jene Symbole, die in den entsprechenden Zeilen der Tabelle 6 stehen.

Wir untersuchen jetzt die Abhängigkeit zwischen Anzahl und Typ der gebrochenen Wellen und dem Abstand der Laufzeitkurvenpunkte vom Koordinatenursprung.

Jede Laufzeitkurve einer gebrochenen Welle hat ihren Anfangspunkt, dessen Lage durch die Bedingung bestimmt wird, daß die Weglänge der Refraktionswelle innerhalb der zweiten Schicht zu Null wird.

In diesem Punkte fällt der Strahlenverlauf der Refraktionswelle mit dem des entsprechenden Typs der reflektierten Welle zusammen.

Indem wir uns auf dem Fall einer horizontalen Grenzfläche beschränken, erhalten wir für die Abszisse des Anfangspunktes den Ausdruck

$$x = h (\tan i + \tan i'), \quad (78.6)$$

wobei i den Einfallswinkel der Welle auf die Grenzfläche und i' den Brechungswinkel beim Austritt aus dem zweiten ins erstere Medium bezeichnen.

Für die Wellen P_{121} und S_{121} gilt

$$x = 2h \tan i_1 \quad (78.7)$$

mit $i_1 = \arcsin \frac{a_1}{a_2} = \arcsin \frac{b_1}{b_2}$.

Für die Wellen $P_{12}S_1$ und S_1P_{21} hat man

$$x = h (\tan i_1 + \tan i_2) \quad (78.8)$$

mit $i_2 = \arcsin \frac{b_1}{a_2}$.

Für die Wellen des Typs $S_{12}P_1$ und P_1S_{21} finden wir

$$x = h (\tan i_1 + \tan i_3) \quad (78.9)$$

mit $i_3 = \arcsin \frac{a_1}{b_2}$.

Für die Wellen $S_1P_2S_1$ gilt

$$x = 2h \tan i_2, \quad (78.10)$$

und für die Wellen des Typs $P_1S_2P_1$ hat man schließlich

$$x = 2h \tan i_3. \quad (78.11)$$

Da $i_2 < i_1 < i_3$ ist, kann man in Abhängigkeit vom Wert der Abszisse die Typen der Refraktionswellen in folgender Reihenfolge anordnen: 1) $S_1P_2S_1$, 2) $P_{12}S_1$ und S_1P_{21} , 3) P_{121} und S_{121} , 4) $S_{12}P_1$ und P_1S_{21} und 5) $P_1S_2P_1$.

Die Anfangspunkte der Wellen des Typs $S_1P_2S_1$ sind also die naheliegendsten, während die des Wellentyps $P_1S_2P_1$ die vom Schußpunkt am entferntesten Anfangspunkte sind.

§ 79. Laufzeitkurven aller Typen gebrochener Wellen

Wir nehmen an, daß die Refraktionswellen auf dem ersten Teil ihres Weges die Ausbreitungsgeschwindigkeit v_1 , auf dem zweiten Teil v_2 und auf dem dritten schließlich v_1' haben. Indem wir nun die Geschwindigkeiten v_1 und v_1' gleich a_1 oder b_1 und v_2 gleich a_2 oder b_2 setzen, berücksichtigen wir sämtliche möglichen Typen gebrochener Wellen.

Die Gleichung der Laufzeitkurve gebrochener Wellen kann unabhängig vom Wellentyp auf folgende Weise ausgedrückt werden:

$$t = t_0 + \frac{x}{v_2^*}. \quad (79.1)$$

Hier bedeuten t_0 den von der Laufzeitkurve auf der Zeitachse begrenzten Abschnitt, v_2^* die Scheingeschwindigkeit der Refraktionswellen.

Unter Benutzung des Benndorfschen Gesetzes finden wir

$$v_2^* = \frac{v_1'}{\sin(i' - \varphi)}, \quad (79.2)$$

wo $i' = \arcsin v_1'/v_2$ und φ der Neigungswinkel der brechenden Grenzfläche ist.

Die Formel (79.2) zeigt, daß die Scheingeschwindigkeit und folglich auch der Winkelkoeffizient der Laufzeitkurve vom Wert der Geschwindigkeit der Welle im ersten Teil ihres Weges unabhängig sind. Folglich haben alle Wellentypen, die sich nur durch den ersten Buchstaben in ihrer symbolischen Schreibweise voneinander unterscheiden, die gleiche Scheingeschwindigkeit.

Zur Bestimmung des t_0 -Abschnittes benutzen wir die Ergebnisse aus § 72 und finden damit (Abb. 195)

$$t_0 = t(OA) + t(OB) - t(AB) = \frac{h}{v_1 \cos i} + \frac{h}{v_1' \cos i'} - \frac{h}{v_2} \tan i - \frac{h}{v_2} \tan i'. \quad (79.3)$$

Unter Berücksichtigung, daß $\frac{v_1}{v_2} = \sin i$ und $\frac{v_1'}{v_2} = \sin i'$ ist, erhalten wir endgültig

$$t_0 = h \left(\frac{\cos i}{v_1} + \frac{\cos i'}{v_1'} \right). \quad (79.4)$$

Die Gleichung (79.1) kann man nach Einsetzen der Ergebnisse für v_2^* und t_0 zu folgender Gestalt umformen:

$$t = h \left(\frac{\cos i}{v_1} + \frac{\cos i'}{v_1'} \right) + \frac{x \sin(i' - \varphi)}{v_1'}. \quad (79.5)$$

Indem man für v_1 , v_1' und v_2 die Werte des entsprechenden Wellentyps einsetzt, erhalten wir die hier angeführte Gleichungsserie der Laufzeitkurven gebrochener Wellen.

1. Für P_{121} ($v_1 = v_1' = a_1$, $v_2 = a_2$) ist

$$t = \frac{2h \cos i_1}{a_1} + \frac{x \sin(i_1 - \varphi)}{a_1} \quad (79.6)$$

mit

$$i_1 = \arcsin \frac{a_1}{a_2};$$

2. für $P_{12}S_1$ ($v_1 = a_1$, $v_2 = a_2$, $v_1' = b_1$) ist

$$t = h \left(\frac{\cos i_1}{a_1} + \frac{\cos i_2}{b_1} \right) + \frac{x}{b_1} \sin(i_2 - \varphi) \quad (79.7)$$

mit

$$i_2 = \arcsin \frac{b_1}{a_2};$$

3. für $P_1S_2P_1$ ($v_1 = v_1' = a_1$, $v_2 = b_2$) ist

$$t = \frac{2h}{a_1} \cos i_3 + \frac{x}{a_1} \sin(i_3 - \varphi) \quad (79.8)$$

mit

$$i_3 = \arcsin \frac{a_1}{b_2};$$

4. für S_1P_{21} ($v_1 = b_1$, $v_2 = a_2$, $v_1' = a_1$)

$$t = h \left(\frac{\cos i_2}{b_1} + \frac{\cos i_1}{a_1} \right) + \frac{x}{a_1} \sin(i_1 - \varphi); \quad (79.9)$$

5. für S_{121} ($v_1' = v_1 = b_1$, $v_2 = b_2$) ist¹⁾

$$t = \frac{2h}{b_1} \cos i_1 + \frac{x}{b_1} \sin(i_1 - \varphi); \quad (79.10)$$

6. für $S_{12}P_1$ ($v_1 = b$, $v_2 = b_2$, $v_1' = a_1$)

$$t = h \left(\frac{\cos i_1}{b_1} + \frac{\cos i_3}{a_1} \right) + \frac{x}{a_1} \sin(i_3 - \varphi); \quad (79.11)$$

7. für $S_1P_2S_1$ ($v_1 = v_1' = b_1$, $v_2 = a_2$)

$$t = \frac{2h}{b_1} \cos i_2 + \frac{x}{b_1} \sin(i_2 - \varphi); \quad (79.12)$$

8. für P_1S_{21} ($v_1 = a_1$, $v_2 = b_2$, $v_1' = b_1$)

$$t = h \left(\frac{\cos i_3}{a_1} + \frac{\cos i_1}{b_1} \right) + \frac{x}{b_1} \sin(i_1 - \varphi). \quad (79.13)$$

Wir untersuchen als erstes den einfachsten Fall, in dem der Neigungswinkel der brechenden Grenzfläche gleich Null ist.

In diesem Falle gliedern sich die Laufzeitkurven der gebrochenen Wellen in zwei Gruppen. Jede derselben besteht aus mehreren parallelen Ästen. Die Laufzeitkurven der Wellen aus der ersten Gruppe (P_{121} , $P_{12}S_1$, S_1P_{21} , $S_1P_2S_1$) haben den Winkel-

¹⁾ In dieser sowie in den folgenden Formeln wird angenommen, daß das Geschwindigkeitsverhältnis der longitudinalen und transversalen Wellen für die erste und zweite Schicht gleich sei.

koeffizienten $1/a_2$. Bei den Laufzeitkurven der zweiten Gruppe (S_{121} , $S_{12}P_1$, P_1S_{21} und $P_1S_2P_1$) ist der Winkelkoeffizient gleich $1/b_2$.

Die Laufzeitkurven der Wellentypen $P_{12}S_1$ und S_1P_{21} sowie der Wellen P_1S_{21} und $S_{12}P_1$ begrenzen paarweise auf der Zeitachse gleiche Abschnitte.

Auf Grund dieses Umstandes fallen die Laufzeitkurven der Wellen $P_{12}S_1$ und S_1P_{21} und ebenso die der Wellen P_1S_{21} und $S_{12}P_1$ paarweise aufeinander.

In der Abb. 196 ist das System der Laufzeitkurven der gebrochenen und direkten Wellen für den Sonderfall mit $a_1 = 2000$ m/s, $b_1 = 1000$ m/s, $a_2 = 6000$ m/s und $b_2 = 3000$ m/s sowie $h = 1000$ m dargestellt. Alle Laufzeitkurven der gebrochenen Wellen sind bis zum Schnittpunkt mit der Zeitachse punktiert verlängert.

Aus der Abb. 196 ist zu ersichen, welche komplizierte Gestalt ein Seismogramm selbst im einfachsten Falle einer einzelnen Grenzfläche haben kann. Die zusätzliche Anwesenheit von reflektierten Wellen macht das Seismogramm noch komplizierter. Verlängern wir jedoch die von uns konstruierten Laufzeitkurven, so werden wir feststellen, daß bei großen Abständen zwischen Schußpunkt und Seismographen sich das Bild bis zu einem bereits bekannten Grade vereinfacht. Es erfolgt eine zeitliche Trennung jener beiden Gruppen von Laufzeitkurven, von denen soeben die Rede war (Abb. 197). Die Wellen der ersten Gruppe eilen denen der zweiten Gruppe um so weiter voraus, je größer der Abstand zwischen Laufzeitkurvenpunkt und dem Koordinatenursprung geworden ist. In genügend großem Abstand zwischen Schußpunkt und Empfangsgerät folgen der Welle P_{121} die Wellen des Typs $P_{12}S_1$ oder S_1P_{21} , anschließend die Wellen des Typs $S_1P_2S_1$, und erst nach einem weiteren Zeitabschnitt, der sich

0
Abb. 197

geworden ist. In genügend großem Abstand zwischen Schußpunkt und Empfangsgerät folgen der Welle P_{121} die Wellen des Typs $P_{12}S_1$ oder S_1P_{21} , anschließend die Wellen des Typs $S_1P_2S_1$, und erst nach einem weiteren Zeitabschnitt, der sich

mit zunehmenden Abstand vergrößert, folgen die Wellen der zweiten Gruppe. Es sei jedoch darauf hingewiesen, daß bereits im Falle einer einzelnen Grenzfläche eine Störung dieser Reihenfolge eintreten kann. Diese Tatsache wird durch den Umstand hervorgerufen, daß wir die Möglichkeiten der Entstehung mehrfach reflektierter Refraktionswellen, zu denen z. B. die Welle des Typs P_{11121} gehört (der Strahlenverlauf ist in der Abb. 198 dargestellt), unbeachtet ließen. Die Laufzeitkurven einiger Typen gebrochener Reflexionswellen (einschließlich des Typs P_{11121}) werden durch die gleiche Scheingeschwindigkeit charakterisiert wie in den Laufzeitkurven der ersten Gruppe.

In kürzeren Abständen vom Schußpunkt werden einige dieser Wellen im gleichen Zeitintervall registriert wie auch die Wellen der zweiten Gruppe. Deshalb ist auch die Möglichkeit einer Interferenz der Wellen der Gruppen *I* und *II* gegeben.

Abb. 198

Wir untersuchen jetzt, zu welchen Veränderungen das Auftreten von Neigungen der Grenzfläche in der Anordnung der Laufzeitkurven führt. Aus den Formeln (72.16) bis (79.13) kann man folgende Schlußfolgerungen ziehen:

A. Die Abschnitte, die bei Vorhandensein von Neigungen durch die Laufzeitkurven auf der Zeitachse abgegrenzt werden, sind die gleichen wie bei horizontaler Lagerung der Schicht.

Den größten Abschnitt auf der Zeitachse bildet die Laufzeitkurve der Welle $S_1P_2S_1$, den kleinsten die der Welle $P_1S_2P_1$.

B. Die Laufzeitkurven gliedern sich nach dem Wert ihrer Scheingeschwindigkeit in vier Gruppen:

1. Für Wellen des Typs P_{121} und S_1P_{21} ist

$$v^* = \frac{a_1}{\sin(i_1 - \varphi)}; \quad (79.14)$$

2. für Wellen des Typs $P_{12}S_1$ und $S_1P_2S_1$ ist

$$v^* = \frac{b_1}{\sin(i_2 - \varphi)}; \quad (79.15)$$

3. für Wellen des Typs $P_1S_2P_1$ und $S_{12}P_1$ ist

$$v^* = \frac{a_1}{\sin(i_3 - \varphi)}; \quad (79.16)$$

4. für Wellen des Typs S_{121} und P_1S_{21} ist

$$v^* = \frac{b_1}{\sin(i_1 - \varphi)}. \quad (79.17)$$

Dabei gelten die folgenden Beziehungen:

$$i_1 = \arcsin \frac{a_1}{a_2}; \quad i_2 = \arcsin \frac{b_1}{a_2}; \quad i_3 = \arcsin \frac{a_1}{b_2}.$$

C. Da $i_2 < i_1 < i_3$ ist, wächst die Scheingeschwindigkeit der Wellen der zweiten Gruppe ($P_{1_2}S_1$ und $S_1P_{2_1}S_1$) bei zunehmendem Steigungswinkel der Grenzfläche besonders rasch. Am geringsten werden die Wellen der dritten Gruppe ($P_1S_2P_1$ und $S_{1_2}P_1$) vom Neigungswinkel beeinflusst.

In den Abbildungen 199 und 200 sind die Vor- und Rückschuß-Laufzeitkurven für eine Steigung der Grenzfläche von $7,2^\circ$ aufgetragen. Die Geschwindigkeitswerte der

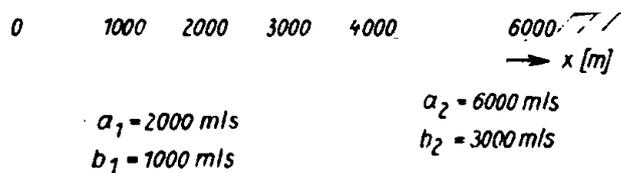


Abb. 199



Abb. 200

Longitudinal- und Transversalwellen in der ersten und zweiten Schicht sowie die Tiefe der Grenzfläche stimmen mit den Zahlenwerten des oben bereits beschriebenen Beispiels überein.

Das System der Rückschuß-Laufzeitkurven ist in zwei Varianten dargestellt. In der ersten wurde der Koordinatenursprung im Schnittpunkt O_1 der Grenzfläche mit der Beobachtungsebene gewählt. In diesem Falle fällt der erste Teil des Weges der gebrochenen Wellen weg, was in der symbolischen Schreibweise für die gebrochenen Wellen durch das Fehlen des ersten Buchstaben zum Ausdruck kommt. Bei der zweiten Variante liegt der Koordinatenursprung im Punkte O_2 des Profils.

Aus dem in der Abb. 199 dargestellten System der Vorschuß-Laufzeitkurven (in Richtung zum Anstieg der Grenzfläche orientiert) ist ersichtlich, daß sich die Schnittpunkte der Laufzeitkurven $P_{1_2}S_1$ mit $P_{1_2}S_1$, $S_1P_{2_1}$ mit $S_1P_{2_1}S_1$, $P_1S_2P_1$ mit $P_1S_2P_1$ und $S_{1_2}P_1$ mit $S_{1_2}P_1$ auf einer vertikalen Geraden befinden, die durch den Schnittpunkt der oberen Grenzfläche der zweiten Schicht mit der Erdoberfläche verläuft. Das erklärt sich daraus, daß für den hier untersuchten Punkt der Laufzeitkurve die Länge des

dritten Teils des Strahlenweges Null wird. Dadurch wird der Unterschied im dritten Buchstaben des Wellensymbols unwesentlich.

Bei horizontal verlaufender Grenzfläche fallen die für die seismische Erkundung besonders interessanten Laufzeitkurven der Wellen $P_{12}S_1$ und S_1P_{21} zusammen. Im Falle einer geneigten Grenzfläche sind die Winkelkoeffizienten der Laufzeitkurven der Wellen $P_{12}S_1$ und S_1P_{21} verschieden. Die Laufzeitkurve der Welle S_1P_{21} ist bei beliebigen Neigungen der Grenzfläche der Laufzeitkurve P_{121} parallel, wobei jedoch gleichzeitig der Winkel zwischen den Laufzeitkurven der Wellen P_{121} und $P_{12}S_1$ vom Neigungswinkel der Schicht abhängig ist. Verläuft das Profil in Richtung des Anstieges (s. Abb. 199), so konvergieren die Laufzeitkurven der Wellen P_{121} und $P_{12}S_1$; im entgegengesetzten Falle herrscht Divergenz (s. Abb. 200).

Diese Bemerkung muß bei der Interpretation der zweiten Einsätze berücksichtigt werden. Bleibt das Zeitintervall zwischen den ersten und zweiten Einsätzen nicht konstant, so weist das darauf hin, daß der zweite Einsatz nicht zu den Wellen des Typs S_1P_{21} gezählt werden kann.

§ 80. Die Berechnung der Tiefen der Grenzflächen nach den Laufzeitunterschieden der Wellen S_1P_{21} , $P_{12}S_1$ und P_{121}

Die gemachten Erfahrungen bestätigen, daß es in vielen Fällen durchaus möglich ist, Wellen des Typs $P_{12}S_1$ ¹⁾ und S_1P_{21} zu interpretieren. Wir halten es deshalb für zweckmäßig, kurz auf die Methoden der Tiefenberechnung nach den Einsätzen dieser Wellen, genauer gesagt, nach dem Zeitunterschied zwischen den Einsätzen der Wellen $P_{12}S_1$ und P_{121} oder S_1P_{21} und P_{121} , einzugehen.

Die Wellen des Typs S_1P_{21} und P_{121} unterscheiden sich voneinander, wie man bereits den Symbolen entnehmen kann, in den ersten Abschnitten ihres Strahlenverlaufes. Die Wellen $P_{12}S_1$ und P_{121} unterscheiden sich im dritten Teil ihres Weges. Da wir annehmen, daß der Ursprung des Weges der seismischen Wellen mit dem Ursprung der Laufzeitkurve übereinstimmt, folgt daraus, daß der Laufzeitunterschied der Wellen S_1P_{21} und P_{121} nur von der Tiefe am Laufzeitkurvenursprung abhängig sein kann, während der Laufzeitunterschied zwischen den Einsätzen der Wellen $P_{12}S_1$ und P_{121} von der Tiefe am jeweils betrachteten Punkt der Laufzeitkurve abhängen muß. Diese Schlußfolgerung wird noch durch die Tatsache bestätigt, daß die Laufzeitkurven der Wellen S_1P_{21} und P_{121} unabhängig vom Neigungswinkel der Grenzfläche stets parallel sind, während die Laufzeitkurven der Wellen $P_{12}S_1$ und P_{121} nur in den Fällen horizontaler Lage der Grenzfläche einander parallel sind. Dieser Umstand verlangt, der Interpretation der Wellen $P_{12}S_1$ besondere Aufmerksamkeit zu schenken. In einem aus Vor- und Rückschuß-Laufzeitkurve bestehenden Laufzeit-

¹⁾ In den Jahren 1951 bis 1954 wurden unter der Leitung von G. A. GAMBURZEW im Geophysikalischen Institut der Akademie der Wissenschaften der UdSSR spezielle Untersuchungen zur Registrierung von Wellen des Typs $P_{12}S_1$ durchgeführt, welche die Möglichkeit der Ausnutzung derartiger Wellen bei seismischen Erkundungsarbeiten erwiesen [12]. (Anm. d. Red. d. russ. Ausg.)

kurvensystem können die Wellen $P_{12}S_1$ mit der Laufzeitkurve der Welle S_1P_{21} in ihrem gemeinsamen Punkte angeschlossen werden.

Wir leiten jetzt die Abhängigkeit zwischen der Tiefe der Grenzfläche und dem Laufzeitenunterschied der Wellen $P_{12}S_1$ und P_{121} her.

Aus der Abb. 201 folgt, daß die Aufspaltung der Wege der Wellen P_{121} und $P_{12}S_1$ erst im Punkte A beginnt. Deshalb läßt sich der Laufzeitunterschied Δt der Wellen $P_{12}S_1$ und P_{121} auf folgende Weise darstellen:

$$\Delta t = t[AB] + t[Bx] - t[Ax].$$

Unter Berücksichtigung von

$$t[AB] = t[AC] - t[BC]$$

schreiben wir die vorhergehende Formel in der Gestalt

$$\begin{aligned} \Delta t &= t[Bx] - t[BC] - (t[Ax] - t[AC]) \\ &= \frac{h}{b_1 \cos i_2} - \frac{h \tan i_2}{a_2} - \left(\frac{h}{a_1 \cos i_1} - \frac{h \tan i_1}{a_2} \right). \end{aligned}$$

Hieraus erhalten wir schließlich die von uns gesuchte Abhängigkeit

$$\Delta t = \left(\frac{\cos i_2}{b_1} - \frac{\cos i_1}{a_1} \right) h = kh. \quad (80.1)$$

Zur Bestimmung des Ausdruckes in der Klammer ist die Kenntnis der Ausbreitungsgeschwindigkeiten der Longitudinal- und Transversalwellen innerhalb der ersten Schicht sowie die Geschwindigkeit der longitudinalen Wellen in der zweiten Schicht erforderlich.

In der Praxis kann man sich oft mit der experimentellen Bestimmung des Koeffizienten k begnügen, indem man die Δt -Werte mit bereits bekannten Tiefen vergleicht.

Diese Formel dient auch zur Bestimmung der Tiefe der Grenzfläche am Koordinatenursprung nach dem Laufzeitenunterschied zwischen den Einsätzen der Wellen S_1P_{21} und P_{121} . Ist die Grenzfläche gekrümmt, so bleibt der Ausdruck (80.1) als Näherungsformel trotzdem noch verwendbar.

XII. Die Interpretation von Laufzeitkurven longitudinaler Refraktionswellen im Falle gekrümmter Grenzflächen

§ 81. Die Methode der arithmetischen Mittelung

Bei gekrümmter Grenzfläche sind die Laufzeitkurven der gebrochenen Wellen keine geraden Linien mehr. Bei der Interpretation derartiger Laufzeitkurven wird angenommen, daß der seismische Strahl längs der Grenzfläche gleitet.

Für konkave Grenzflächen ist diese Voraussetzung genau erfüllt, für konvexe näherungsweise. Die Näherung ist im konvexen Falle um so genauer, je geringer die Abweichung der Grenzfläche von einer Ebene ist. In Abhängigkeit von der Profillänge kann diese Abweichung als erheblich oder gering angesehen werden. Je kürzer das Profil ist, um so genauer wird die Voraussetzung erfüllt, daß die seismischen Strahlen entlang der Grenzfläche verlaufen.¹⁾

Wir nehmen an, daß auf einem vorgegebenen Profilabschnitt die beiden Laufzeitkurven von Vor- und Rückschuß vorhanden seien, wobei wenigstens eine der beiden bis zum Ursprung der anderen reiche.

Als Nutzteil des Profils wollen wir jenen Abschnitt bezeichnen, über dem sich die Äste P_{121} der Vor- und Rückschuß-Laufzeitkurve befinden. Innerhalb des Nutzteiles des Profiles fixieren wir einen beliebigen Punkt x und bestimmen in ihm auf der kürzeren der Laufzeitkurven die Laufzeit. Benennen wir als Vorschuß-Laufzeitkurve die von links nach rechts orientierte, so ist in unserem Falle (Abb. 202) die Rückschuß-Laufzeitkurve die kürzere. Die Laufzeit der Wellen P_{121} im Punkte x der Rückschuß-Laufzeitkurve bezeichnen wir

Abb. 202

¹⁾ Die Erfahrungen die in der Korrelationsmethode gebrochener Wellen gesammelt wurden, haben gezeigt, daß bei der Untersuchung sedimentärer Schichtpakete die gebrochenen Wellen gewöhnlich geringmächtigen Zwischenschichten mit erhöhten Ausbreitungsgeschwindigkeiten entsprechen. Im Falle geringmächtiger Schichten ist die Voraussetzung, daß die Wellen längs der Grenzfläche gleiten, immer erfüllt. Das wird durch die Parallelität der gestaffelten Laufzeitkurven bestätigt. (Anm. d. Red. d. russ. Ausg.)

mit \vec{t} . Würden wir vom Punkte x aus eine Hilfs-Laufzeitkurve in Richtung der Vorschuß-Laufzeitkurve konstruieren, so würde der Ast P_{121} dieser Laufzeitkurve die durch den Ursprung der Rückschuß-Laufzeitkurve verlaufende Zeitachse in der gleichen Höhe \vec{t} schneiden.

Die Laufzeit zwischen zwei Punkten darf sich beim Vertauschen von Schuß- und Beobachtungspunkt nicht ändern.

Wenn also der Wellenstrahl längs der Grenzfläche gleitet, müssen die beiden in gleicher Richtung orientierten Laufzeitkurven der Wellen P_{121} parallel zueinander sein. Auf Grund dieser Tatsache muß der Laufzeitunterschied an den Enden der Vor- und Rückschuß-Laufzeitkurve dem Laufzeitunterschied im Punkte x gleich sein. Der Zeitabschnitt, der von der Hilfs-Laufzeitkurve auf der durch den x -Punkt verlaufenden Zeitachse festgelegt würde, wäre demzufolge

$$t_0(x) = \vec{t} - (T - \vec{t}) = \vec{t} + \vec{t} - T. \quad (81.1)$$

Mit \vec{t} und \vec{t} sind die nach der Vor- und Rückschuß-Laufzeitkurve bestimmten Laufzeiten im Punkte x bezeichnet.

Aus dem vorher Beschriebenen ist uns bereits bekannt, daß der Abschnitt $t_0(x)$ mit der Tiefe im Punkte x auf folgende Weise verknüpft ist:

$$t_0(x) = \frac{2h \cos i_{12}}{a_1}. \quad (81.2)$$

Es ist notwendig, darauf hinzuweisen, daß bei gekrümmter Grenzfläche die Anwendung der Formel (81.2) nur dann gerechtfertigt bleibt, wenn sich der Grenzflächenabschnitt zwischen den beiden Austrittspunkten A und B der Welle P_{121} nur wenig von einer ebenen Fläche unterscheidet. Von diesem Gesichtspunkt aus betrachtet, ist also die hier beschriebene Methode um so genauer, je geringer der Abstand der Grenzfläche von der Beobachtungsebene und je größer das Verhältnis a_2/a_1 ist.

Indem wir in die Formel (81.1) den Wert von $t_0(x)$ aus (81.2) einsetzen, erhalten wir endgültig

$$h = \frac{a_1}{2 \cos i_{12}} (\vec{t} + \vec{t} - T). \quad (81.3) \quad \text{Abb. 203}$$

Diese Formel ist für alle Punkte im Nutzintervall des Profils gerechtfertigt. Ist das Profil senkrecht zum Streichen der Struktur gerichtet, so genügt zum Übergang von den Tiefen längs der Normalen (h) zu den vertikalen Tiefen eine Kreisschar, wie sie in Abb. 203 dargestellt ist. Als Zentren der Kreise dienen jene Punkte, für die man die Werte $(\vec{t} + \vec{t} - T)$ zusammenstellt. Die Radien sind die längs der Normalen gemessenen Tiefen. Die Schnittlinien der Grenzfläche erhalten wir aus der Hüllkurve der Kreisschar. Die Grenzfläche muß jeden der Kreise berühren. Sind die Neigungen der Grenzfläche gering, so macht sich eine Konstruktion der Kreisschar nicht nötig, da die vertikalen Tiefen praktisch mit den längs der Normalen gemessenen Tiefen übereinstimmen.

Die Formel (81.3) kann auch in der Gestalt

$$h = k \left(\tau - \frac{T}{2} \right) \quad (81.4)$$

geschrieben werden, wobei $\tau = \frac{\vec{t} + \overleftarrow{t}}{2}$ das arithmetische Mittel der aus den Vor- und Rückschuß-Laufzeitkurven entnommenen Laufzeiten ist; $k = \frac{a_1}{\cos i_{12}}$.

In Übereinstimmung mit Formel (81.4) kann man zur Ermittlung der Tiefe der Brechungsfläche folgende Berechnungsregel angeben:

1. Im Nutzintervall des Profils wird die τ -Kurve konstruiert, welche die zwischen den Vor- und Rückschuß-Laufzeitkurven eingeschlossenen Ordinatenabschnitte halbiert.

2. Man zeichnet eine Gerade, die im Abstand $T/2$ zur x -Achse parallel verläuft.

3. Die zwischen der τ -Kurve und der Geraden $T/2$ liegenden Ordinatenabschnitte werden mit dem Koeffizienten k multipliziert, woraus sich die Tiefen längs der Normalen ergeben.

Die Größe des Koeffizienten k kann auf verschiedene Arten bestimmt werden:

1. aus der Laufzeitkurve der direkten Wellen,

2. aus der Laufzeitkurve reflektierter Wellen,

3. aus bohrlochseismischen Untersuchungen,

4. durch Vergleich der $\left(\tau - \frac{T}{2} \right)$ -Werte mit etwa vorhandenen Bohrerergebnissen.

Die letzten beiden Methoden liefern die sichersten Angaben. Es muß dabei nur beachtet werden, daß die nach der Formel (81.4) erhaltenen Tiefen h Abstände längs der Normalen sind, während es sich bei den Bohrerergebnissen offensichtlich um vertikale Tiefen handelt. Der Wert von k kann sich längs eines Profils ändern.

Reicht keine der beiden Laufzeitkurven bis zum Ursprung der anderen, so daß die Zeit $T/2$ nicht bestimmt werden kann, dann muß die Methode des arithmetischen Mittels in Differentialform zur Anwendung gebracht werden. Vorausgesetzt wird natürlich, daß die beiden Laufzeitkurven auch tatsächlich ein und derselben Grenzfläche entstammen:

$$h_2 - h_1 = k_2 \tau_2 - k_1 \tau_1; \quad (81.5)$$

h_1, k_1, τ_1 und h_2, k_2, τ_2 sind die entsprechenden Werte von h, k und τ in den beliebigen Punkten 1 und 2 im Nutzintervall des Profils.

Ist k konstant, so erhalten wir in diesem Sonderfall

$$\Delta h = k \Delta \tau. \quad (81.6)$$

Die Formeln (81.5) und (81.6) bestimmen die Gestalt der Grenzfläche; ihre absolute Tiefe bleibt zunächst noch unbekannt.

Zur endgültigen Bestimmung von Form und Tiefe der Grenzfläche ist die Kenntnis der tatsächlichen Tiefe in wenigstens einem Punkt des Profils erforderlich. Die notwendigen Zusatzinformationen können über andere Schnittprofile, aus reflexionsseismischen Untersuchungen oder aus Gegenüberstellungen mit Bohrerergebnissen erhalten werden.

Die Methode des arithmetischen Mittels kann auch auf das Drei-Schichten-Problem ausgedehnt werden. Durch analoge Überlegungen läßt sich zeigen, daß auch für den dritten Ast einer Laufzeitkurve der ersten Einsätze die Beziehung

$$t_{02}(x) = \vec{t} + \overleftarrow{t} - T \quad (81.7)$$

gilt, mit den Bezeichnungen \vec{t} und \overleftarrow{t} für die Laufzeiten der Wellen \vec{P}_{12321} und $\overleftarrow{P}_{12321}$ im Punkte x . Mit T wird die Laufzeit derselben Wellen zwischen den Anfangspunkten von Vor- und Rückschuß-Laufzeitkurve bezeichnet.

Unter $t_{02}(x)$ ist eine Größe zu verstehen, die auf folgende Art bestimmt ist: Hätten wir eine Laufzeitkurve, die im Punkte x ihren Anfang nimmt, so wäre der durch den P_{12321} -Ast dieser Laufzeitkurve, auf der durch den x -Punkt verlaufenden Zeitachse bestimmte Zeitabschnitt gleich $t_{02}(x)$.

In § 73 haben wir die Formel (73.15) abgeleitet, welche die durch den dritten Laufzeitkurvenast der ersten Einsätze auf der Zeitachse festgelegte Größe dieses Zeitabschnittes mathematisch formuliert.

Unterscheiden sich die erste und zweite Grenzfläche nur wenig von einer Ebene, so ist die Formel (73.15) auch in unserem Falle verwendbar. Deshalb kann die zur Berechnung der Tiefen ebener Grenzflächen erarbeitete Technik ohne weiteres für den Fall gekrümmter Grenzflächen übernommen werden. Erforderlich dafür ist nur ein entsprechendes Laufzeitkurvensystem, mit dessen Hilfe der Ausdruck (81.7) bestimmt werden kann.

§ 82. Die Methode der „zugeordneten Punkte“

Wir untersuchen jetzt die beiden Strahlen $OABx_1$ und $O'CBx_2$ (Abb. 204). Beide Strahlen sind durch ihren gemeinsamen Austrittspunkt B aus der Grenzfläche charakterisiert. Die Austrittspunkte dieser Strahlen an der Erdoberfläche wollen wir als „einander zugeordnet“ bezeichnen.

Man erkennt hieraus, daß innerhalb eines beliebigen Profilintervalles jedem Punkte der Vorschuß-Laufzeitkurve ein ihm zugeordneter Punkt auf der Rückschuß-Laufzeitkurve entspricht.

Es läßt sich leicht zeigen, daß für die einander zugeordneten Punkte folgende Beziehung gilt:

$$\vec{t}_1 + \overleftarrow{t}_2 - T = t|Bx_2| + t|Bx_1|. \quad (82.1)$$

\vec{t}_1 und \overleftarrow{t}_2 sind die Laufzeiten in den einander zugeordneten Punkten x_1 und x_2 nach der Vor- (\vec{t}_1) und Rückschuß-Laufzeitkurve (\overleftarrow{t}_2); T ist die Laufzeit vom Ursprung der

Vorschub-Laufzeitkurve bis zum Ursprung der Rückschub-Laufzeitkurve bzw. umgekehrt; $t[Bx_1]$ und $t[Bx_2]$ sind die Laufzeiten der Longitudinalwelle vom gemeinsamen Brechungspunkt (B) bis zu den einander zugeordneten Punkten.

Die Laufzeiten \vec{t}_1 , \overleftarrow{t}_2 und T können auf folgende Art dargestellt werden:

$$\left. \begin{aligned} \vec{t}_1 &= t[OA] + t[AB] + t[Bx_1], \\ \overleftarrow{t}_2 &= t[O'C] + t[CB] + t[Bx_2], \\ T &= t[OA] + t[AB] + t[BC] + t[CO']. \end{aligned} \right\} (82.2)$$

Durch Einsetzen der Werte \vec{t}_1 , \overleftarrow{t}_2 und T in die linke Seite der Formel (82.1) überzeugen wir uns von deren Richtigkeit.

Wäre jetzt die genaue Lage der einander zugeordneten Punkte bekannt, so könnte die Berechnung der Tiefe nach den gleichen Formeln erfolgen, die in der reflexionsseismischen Untersuchungsmethode Verwendung finden, da ja die Summe der Laufzeiten $t[Bx_1]$ und $t[Bx_2]$ mit der Laufzeit der reflektierten Welle zwischen den Punkten x_1 und x_2 übereinstimmt. Der Abstand zwischen den einander zugeordneten Punkten ist jedoch unbekannt. Wir müssen deshalb zu einigen anderen Methoden in der Interpretation greifen. Eine dieser Methoden wollen wir jetzt beschreiben (Abb. 205).

Innerhalb des zu interpretierenden Profilabschnittes wird die Lage eines der einander zugeordneten Punkte x_1 vorgegeben. Nach der Benndorfschen Formel bestimmt man dann die Richtung des seismischen Strahles, der die Erdoberfläche in diesem Punkte schneidet. Indem man nun eine näherungsweise Vorstellung über jenes Intervall hat, innerhalb dessen sich der zweite zugeordnete Punkt x_2 befindet, fixiert man mehrere seiner möglichen Lagen (x_{21} , x_{22} usw.).

Für jede dieser möglichen Lagen konstruiert man mit dem Wert der Scheingeschwindigkeit den Strahlenverlauf. Die Grenzfläche muß durch den Schnittpunkt des vom Punkte x_1 ausgehenden Strahles mit einem der von der Erdoberfläche in den Punkten x_{21} , x_{22} usw. ausgehenden Strahles verlaufen.

Unter den möglichen Varianten ist jene die richtige, die der Gleichung (82.1) genügt, die in diesem Falle folgende Form hat:

$$\vec{t} + \overleftarrow{t}_{2k} - T = t[B_k x_1] + t[B_k x_{2k}]. \quad (82.3)$$

Die Bestimmung des tatsächlichen Strahlenverlaufes kann graphisch oder analytisch erfolgen. Im ersteren Falle mißt man unmittelbar die Länge des Weges

$x_1 B_k x_{2k}$. Hierfür lassen sich einfache Tabellen verwenden. Im zweiten Falle kann man folgendermaßen vorgehen: Man stellt die Gleichungen

$$\left. \begin{aligned} s_{2k} \sin i_{2k} + s_{1k} \sin i_1 &= x_1 - x_{2k}, \\ \frac{s_{2k} + s_{1k}}{a_1} &= \vec{t}_1 + \overleftarrow{t}_2 - T, \\ s_{2k} \cos i_{2k} &= s_{1k} \cos i_1 \end{aligned} \right\} \quad (82.4)$$

zusammen mit s_{2k} als Weglänge $B_k x_{2k}$ und s_{1k} als Weglänge $B_k x_1$. Mit i_1 und i_{2k} sind die Winkel zwischen den seismischen Strahlen und den durch die Punkte x_1 und x_{2k} verlaufenden Normalen bezeichnet.

Indem man nun aus dem Gleichungssystem (82.4) die Größen s_{2k} und s_{1k} eliminiert, kommt man zu der Formel

$$\vec{t}_1 + \overleftarrow{t}_2 - T = \frac{x_1 - x_{2k}}{a_1} \cdot \frac{\cos i_{2k} + \cos i_1}{\sin(i_{2k} + i_1)}. \quad (82.5)$$

Nun konstruiert man die Kurven

$$\Phi_1(x_{2k}) = \vec{t}_1 + \overleftarrow{t}_2 - T \quad (82.6)$$

und

$$\Phi_2(x_{2k}) = \frac{x_1 - x_{2k}}{a_1} \cdot \frac{\cos i_{2k} + \cos i_1}{\sin(i_{2k} + i_1)} \quad (82.7)$$

und findet schließlich den gesuchten Schnittpunkt. Die Abszisse x_{2k} , die dem Schnittpunkt der Kurven Φ_1 und Φ_2 entspricht, bestimmt die Lage des zweiten zugeordneten Punktes.¹⁾

Nachdem man nun die Lage des einander zugeordneten Punktpaares, die Scheingeschwindigkeit in diesen Punkten und die Laufzeit der Welle längs jenes Weges, der mit dem Strahlenverlauf einer Reflexionswelle übereinstimmt, kennt, kann man zur Bestimmung der Lage des Grenzflächenelementes die Berechnungsmethoden benutzen, die für die reflexionsseismische Methode entwickelt wurden (s. Kap. XVI).

§ 83. Übergang von den Tiefen in Normalenrichtung zu den vertikalen Tiefen

Um von den Tiefen in Normalenrichtung zu den tatsächlichen Tiefen (in vertikaler Richtung) übergehen zu können, müssen einige zusätzliche Konstruktionen durchgeführt werden. Indem man die in der Beobachtungsebene liegenden Punkte mit gleicher Normalen-Tiefe durch Isolinien verbindet, erhalten wir eine „Isonormalen-

¹⁾ Die Methode der einander zugeordneten Punkte wurde in den Arbeiten [9], [47] entwickelt. (Anm. d. Red. d. russ. Ausg.)

Tiefenkarte“. Die Isonormalen haben folgende Eigenschaft: Die Normale zur Grenzfläche verläuft senkrecht zur Isonormalen.

Beim Fortschreiten längs einer Isonormalen S muß die Längenänderung der Normalen Null bleiben, d. h.

$$\frac{dN}{ds} = 0.$$

Würde die Normale zur Grenzfläche mit der Isonormalen den Winkel α einschließen, so wäre

$$\frac{dN}{ds} = \cos \alpha.$$

Hieraus folgt, daß $\alpha = \frac{\pi}{2}$ sein muß, was es zu zeigen galt.

Die hier demonstrierte Beziehung zwischen der Normalenlage und den Isonormalen führt zu folgender Konstruktionsmethode für die Isohypsen der Grenzfläche (Abb. 206). Wir zeichnen die Schar jener Linien, die zu den Isonormalen orthogonal verlaufen und nennen sie Orthogonalprofile. Die Normalen zur Grenzfläche in den Punkten des Orthogonalprofils liegen in vertikalen Ebenen, die am Normalprofil tangieren. Man kann also das Normalprofil als ein Profil ansehen, das senkrecht zum Streichen der Grenzfläche verläuft. Wir wollen weiterhin annehmen, daß das Normalprofil nur eine derartig geringe Krümmung aufweise, daß die Projektionen der Normalen auf die Beobachtungsebene nur sehr wenig von den Linien der Orthogonalprofile abweichen. In diesem Falle kann man die räumliche Aufgabe durch Streckung des Orthogonalprofils auf eine zweidimensionale Aufgabe zurückführen.

Die Punkte A, B, C, \dots des Orthogonalprofils mögen jetzt nach Streckung desselben auf der Geraden Ax liegen. In jedem dieser Punkte ist die auf die Normalenrichtung bezogene Tiefe der Grenzfläche bekannt. Weiterhin weiß man, daß die Normalen in der Vertikalebene (von uns als Zeichenebene angenommen) liegen.

In diesem Falle genügt zur Ermittlung des Profilschnittes die Konstruktion einer Kreisschar (siehe § 81). Die Hüllkurve dieser Kreisschar bestimmt die tatsächliche Tiefe der Brechungsgrenze in jedem Punkte des Orthogonalprofils. Aus den vertikalen Tiefenwerten aller Orthogonalprofile kann man schließlich eine Karte des Brechungshorizontes in Isohypsen zusammenstellen.

§ 84. Konstruktion des Profilschnittes bei Fehlen der Rückschuß-Laufzeitkurve

Steht auf einem Profilabschnitt keine Rückschuß-Laufzeitkurve zur Verfügung, so kann man, wenn die Ausbreitungsgeschwindigkeiten der Wellen innerhalb der ersten und zweiten Schicht sowie die Tiefe der Grenzfläche in wenigstens einem Punkte der Laufzeitkurve im Nutzteile des Profils bekannt sind, die Konstruktion des Tiefenreliefs auf folgende Weise vornehmen: Die Laufzeitkurve wird in eine Anzahl geradliniger Abschnitte unterteilt (Abb. 207).

Der erste dieser Abschnitte muß durch jenen Punkt gehen, in dem die Tiefe der Grenzfläche bekannt ist. Für jeden dieser Abschnitte bestimmt man nun nach der Benndorfschen Formel den Austrittswinkel der seismischen Strahlen. In jedem Knickpunkt der Laufzeitkurve konstruiert man den seismischen Wellenstrahl, der mit dem Profil den Winkel e einschließt ($\cos e = a_1/a_2^*$).



Hierbei benutzt man für den k -ten Knickpunkt die zwischen dem $(k-1)$ -ten und k -ten Knickpunkt geltende Scheingeschwindigkeit.

Abb. 207

Die auf diese Art konstruierten Strahlen müssen die Grenzfläche unter dem Grenzwinkel i_{12} schneiden. Dieser Regel folgend konstruiert man, beginnend vom Knickpunkt 1, das ganze Profil. Die Konstruktion des Profiles selbst kann man sehr bequem mit einer Hilfsschablone in Form eines stumpfwinkligen Dreiecks ABC durchführen, dessen stumpfer Winkel (am Endpunkt B) gleich $\frac{\pi}{2} + i_{12}$ ist. Das Dreieck wird so angelegt, daß einer seiner am stumpfen Winkel anschließenden Schenkel (die Seite BC) mit der Richtung des zuerst konstruierten Strahles übereinstimmt. Der zweite Schenkel (AB) gehe durch den uns bekannten Ausgangspunkt auf der Grenzfläche. Nachdem man auf der Zeichnung die Lage des im stumpfen Winkel liegenden Eckpunktes B vermerkt hat, verschiebt man das Dreieck so, daß seine rechte Seite (BC) mit der Linie des zweiten Strahles zusammenfällt und die untere Seite (AB) durch jenen Punkt läuft, in dem sich in der vorhergehenden Lage des Dreiecks der Eckpunkt am stumpfen Winkel befand. Indem man jedes Mal die Lage des im stumpfen Winkel liegenden Eckpunktes B vermerkt, wiederholt man diese Operationen in der gleichen Reihenfolge so lange, bis der letzte Punkt der Laufzeitkurve auf diese Weise ausgewertet ist.

Nun verbindet man noch die vermerkten Punkte B, B', B'', \dots und erhält damit die Schnittlinie des Tiefenreliefs. Je kürzer die Abschnitte sind, in die man die Laufzeitkurve unterteilt, um so geringer sind die Sprünge der Scheingeschwindigkeiten beim Übergang von einem Abschnitt zum anderen und um so genauer sind die

Konstruktionsergebnisse. Ändert sich in Profilrichtung das Verhältnis der Ausbreitungsgeschwindigkeiten a_1 und a_2 , so muß die benutzte Schablone durch eine andere, die dem neuen Geschwindigkeitsverhältnis a_1/a_2 entspricht, ersetzt werden.

Der Satz an Dreiecksschablonen kann durch ein halbkreisförmiges durchsichtiges Blatt mit radial aufgetragenen Linien, die den verschiedenen Werten des Grenzwinkels entsprechen, ersetzt werden.

Mit Hilfe des gleichen Blattes kann auch die Konstruktion des seismischen Strahles unter dem Austrittswinkel erfolgen.

Diese Methode, wie auch die Methode des arithmetischen Mittels, basiert auf der Voraussetzung, daß die seismischen Strahlen im zweiten Teil ihres Weges (innerhalb der zweiten Schicht) über alle Unebenheiten hinweg entlang der Grenzfläche verlaufen. Diese Methode ist jedoch mit einigen Nachteilen behaftet, die bei der Methode der arithmetischen Mittlung nicht auftreten.

Unterläuft bei der Konstruktion des Profilschnittes nach der Laufzeitkurve in irgendeinem Punkt ein Fehler, so geht dieser Fehler in alle weiteren Berechnungen ein. Die Genauigkeit der Tiefenbestimmung in irgendeinem Punkte des Profils hängt also von der Genauigkeit der Tiefenbestimmungen auf allen vorhergehenden Profilabschnitten ab.

Das ist bei der Methode der arithmetischen Mittlung, wo die Tiefe in jedem Profilpunkt unabhängig von der Tiefe in anderen Punkten ermittelt wird, nicht der Fall.

Es sei noch darauf hingewiesen, daß die hier beschriebene Konstruktionsmethode auch analytisch formuliert werden kann. Die Einfachheit der graphischen Darstellung erübrigt jedoch die mathematische Fassung dieser Methode.¹⁾

Wir treffen noch eine weitere Feststellung, die sich im gleichen Maße auch auf alle anderen Näherungsverfahren zur Interpretation bezieht.

In sämtlichen Fällen wurde vorausgesetzt, daß die seismischen Strahlen entlang der Grenzfläche laufen. Zeichnet sich diese jedoch durch hohe Mächtigkeit und starke Krümmung aus, so ist diese Voraussetzung nicht mehr gerechtfertigt. In einem derartigen Falle ist folgendes Interpretationsverfahren zu empfehlen.

Ausgehend von unserer üblichen Voraussetzung konstruiert man die Grenzfläche vorerst näherungsweise. Auf der Grundlage des erhaltenen Profilschnittes konstruiert man jetzt eine theoretische Laufzeitkurve, wobei man voraussetzt, daß sich die Strahlen den Gesetzen der geometrischen Seismik genau unterordnen. Die Laufzeit der Refraktionswelle wird der Summe der Laufzeiten aller geradlinigen Wellenstrahlabschnitte gleichgesetzt. Nun vergleicht man die theoretische Laufzeitkurve mit der tatsächlichen. Liegt die theoretische Laufzeitkurve unterhalb der tatsächlichen,

¹⁾ Gegenwärtig benutzt man zur Konstruktion der Profilschnitte nach den Laufzeitkurven gebrochener Wellen in breitem Umfang die von J. W. RISNITSCHENKO [54] vorgeschlagene Methode der Zeitfelder. Diese Methode ist am allgemeinsten und genauesten und kann bei beliebigem Aufbau des überdeckenden Mediums und beliebiger Gestalt der Grenzfläche angewandt werden, wenn nur die Geschwindigkeitsverteilung bekannt ist. Gleichzeitig mit der Konstruktion der Grenzfläche läßt sich auch die Grenzgeschwindigkeit ermitteln. (Anm. d. Red. d. russ. Ausg.)

so senkt man die entsprechenden Teile der Grenzfläche etwas. Durch sukzessive Approximation findet man schließlich jene Schnittlinie, für die beide Laufzeitkurven übereinstimmen.

§ 85. Bohrlochseismische Untersuchungen

Sind im Untersuchungsgebiet Tiefbohrungen vorhanden, so kann man, indem man die Seismographen durch ihre Einführung in die Bohrung näher an das Untersuchungsobjekt heranbringt, den Anwendungsbereich der refraktionsseismischen Untersuchungsmethode erweitern.

Eine der vielen möglichen Aufgaben betrachten wir jetzt etwas näher. Wir nehmen an, daß die Flanke einer kuppelförmigen Aufwölbung zu bestimmen sei. Dazu soll eine bis in den Kuppelkörper vorgedrungene Tiefbohrung benutzt werden. Eine der möglichen Untersuchungsmethoden ist folgende: Man führt einen Seismographen bis zur Tiefe z so in die Bohrung ein, daß der uns interessierende Teil der Grenzfläche etwas oberhalb des Seismographen verläuft.¹⁾ Indem man nun

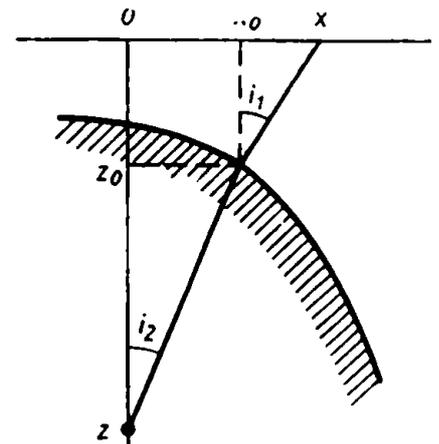


Abb. 208

den Seismographen nach unten führt und damit gleichzeitig den Schußpunkt längs eines Profils über die Bohrung ständig versetzt, erhält man eine ganze Strahlenschar.

Für die Strahlen gelten folgende Beziehungen (Abb. 208):

$$x - x_0 = z_0 \tan i_1, \quad (85.1)$$

$$x_0 = (z - z_0) \tan i_2, \quad (85.2)$$

$$T = \frac{1}{a_1} \sqrt{(x - x_0)^2 + z_0^2} + \frac{1}{a_2} \sqrt{x_0^2 + (z - z_0)^2}. \quad (85.3)$$

Hier bedeuten x_0 und z_0 die Koordinaten jenes Punktes der Grenzfläche, in dem die Strahlenbrechung erfolgt, und i_1 und i_2 die Winkel zwischen der Vertikalen und den Strahlen im ersten und zweiten Medium.

Um die vier Unbekannten zu ermitteln, die in den Gleichungen (85.1), (85.2) und (85.3) enthalten sind, muß noch eine vierte Gleichung aufgestellt werden. Zu diesem Zweck untersuchen wir das Verhältnis zwischen der Ableitung dT/dx und den Winkeln i_1 und i_2 . Die Zeitdifferenz ΔT ist gleich der Summe der Laufzeitdifferenzen längs der Strahlen im ersten und zweiten Medium:

$$\Delta T = \Delta t_1 + \Delta t_2. \quad (85.4)$$

¹⁾ Die in diesem Paragraphen vorgeschlagene Methodik der Beobachtung und Interpretation wurde später in einer Reihe von Arbeiten sowjetischer und ausländischer Autoren weiterentwickelt (z. B. [55]). (Anm. d. Red. d. russ. Ausg.)

Unter der Annahme, daß zwei benachbarte Strahlen etwa parallel verlaufen und daß man die kleinen Größen zweiter Ordnung vernachlässigen kann, erhalten wir

$$\Delta t_1 = \frac{\Delta x \sin i_1}{a_1}, \quad (85.5)$$

$$\Delta t_2 = \frac{\Delta z \cos i_2}{a_2}. \quad (85.6)$$

Nachdem man (85.5) und (85.6) in die Formel (85.4) eingesetzt hat und zum Grenzwert übergegangen ist, findet man

$$\frac{dT}{dx} = \frac{\sin i_1}{a_1} + \frac{\cos i_2}{a_2} \cdot \frac{dz}{dx}. \quad (85.7)$$

Entspricht jeder horizontalen Verschiebung des Schußpunktes längs des Profils die gleiche Weiterführung des Seismographen in vertikaler Richtung, so ist

$$\begin{aligned} \frac{dz}{dx} &= 1 \quad \text{und} \\ \frac{dT}{dx} &= \frac{\sin i_1}{a_1} + \frac{\cos i_2}{a_2}. \end{aligned} \quad (85.8)$$

Die vier Gleichungen (85.1), (85.2), (85.3) und (85.7) bzw. (85.8) lösen die Aufgabe.

Aus ihnen lassen sich unmittelbar die Koordinaten der Brechungsfläche berechnen. Die Interpretationsmethode wird besonders einfach, wenn die Beobachtungen in der Bohrung mit Hilfe zweier Seismographen durchgeführt werden, die stets den gleichen Abstand voneinander beibehalten. In diesem Falle kann der Winkel i_2 unabhängig von den anderen Größen nach der Formel

$$\cos i_2 = \frac{\Delta \tau a_2}{\Delta z} \quad (85.9)$$

errechnet werden ($\Delta \tau$ ist der Laufzeitenunterschied zwischen den beiden Seismographen, die sich im Abstand Δz voneinander befinden).

Eine der vielversprechenden Varianten der bohrlochseismischen Untersuchungen ist die, bei der der Seismograph in der Bohrung seine Lage in Höhe der zu untersuchenden Grenzfläche unverändert beibehält.

Die Interpretationsmethodik hat in diesem Falle viel Gemeinsames mit den üblichen Verfahren bei Beobachtung an der Erdoberfläche.

§ 86. Die Oberflächen- und Langsamschichtkorrektur

In der obersten Schicht der Erdkruste herrschen in einer Tiefe von einigen Metern bis zu mehreren Dutzend Metern anomal niedrige Ausbreitungsgeschwindigkeiten, die unter Umständen sogar noch unter der Schallgeschwindigkeit in der Luft liegen können (Langsamschicht). Unbedeutende Mächtigkeitsänderungen in der oberflächennahen Verwitterungszone können deshalb zu erheblichen Verzerrungen der Form der Laufzeitkurven gebrochener Wellen führen. *Eine Zunahme der Mächtigkeit der*

Langsamschicht um einen Meter entspricht einer Tiefenzunahme der Brechungsfläche (oder Reflexionsfläche) um etwa a_1/a_0 Meter (a_0 ist die Ausbreitungsgeschwindigkeit der Longitudinalwellen in der Langsamschicht).

Dieses Verhältnis erreicht in einer Reihe von Fällen die Größenordnung 10. Hieraus kann man die Bedeutung einer entsprechenden Langsamschichtkorrektur abschätzen.

Oftmals reduziert man die Beobachtungsergebnisse auf die untere Grenzfläche dieser Schicht, wenn sich diese nur unwesentlich von einer Ebene unterscheidet. Die Einführung der Korrektur ist in diesem Falle elementar einfach. Von den Laufzeiten der Refraktionswellen subtrahiert man den Wert

Erdoberfläche

$$\Delta t = \frac{1}{a_0} (\Delta h_1 + \Delta h_2). \quad (86.1)$$

Hier bedeuten h_1 und h_2 die Abstände der unteren Grenzfläche der Langsamschicht am Schußpunkt (h_1) und am Beobachtungspunkt (h_2) (Abb. 209).

Abb. 209

Bei der Festlegung dieser Formel wurde angenommen, daß die Strahlen in der oberen Schicht senkrecht zu ihrer unteren Grenzfläche verlaufen.

Diese Annahme wird dadurch gerechtfertigt, daß die Geschwindigkeit in der oberen Schicht gewöhnlich um ein Mehrfaches geringer ist als in den darunterliegenden Gesteinen ($a_0 \ll a_1$).

Ändert sich a_0 in Profilrichtung, so muß die Formel (86.1) verändert werden:

$$\Delta t = \frac{\Delta h_1}{a_0(x_1)} + \frac{\Delta h_2}{a_0(x_2)}; \quad (86.2)$$

x_1 ist die Abszisse des Schußpunktes, x_2 die Abszisse des Beobachtungspunktes.

Es ist ohne weiteres verständlich, daß mit den Formeln (86.1) und (86.2) auch gleichzeitig eine Korrektur des Einflusses der Oberflächenform vorgenommen wird. Die zusätzliche Anbringung irgendwelcher Spezialkorrekturen ist hier nicht mehr erforderlich.

Die Mächtigkeit der Langsamschicht sowie die Ausbreitungsgeschwindigkeit der Longitudinalwellen in ihr können mit Hilfe eines Systems von kurzen Profilen ermittelt werden.

Nachdem man die Beobachtungsergebnisse auf die untere Grenzfläche der Langsamschicht reduziert hat, erfolgt die weitere Interpretation der Meßergebnisse auf normale Art mit Hilfe der Methoden, die in den vorhergehenden Paragraphen beschrieben wurden. Es muß nur beachtet werden, daß die Tiefen nicht von der Erdoberfläche, sondern von der Reduktionsebene aus gerechnet werden müssen.

Zeigt die untere Grenzfläche der Langsamschicht starke Abweichungen von einer Ebene, so kann man Korrekturen zweiter Art anbringen, indem man die Meßergebnisse auf eine Ebene bezieht, die geringere Abweichungen aufweist.

Die Einführung sekundärer Korrekturen erfolgt nach der Formel

$$\Delta t' = \frac{1}{a_1} \left(\frac{\Delta h_1'}{\cos \gamma_1} - \frac{\Delta h_2'}{\cos \gamma_2} \right), \quad (86.3)$$

wobei $\Delta h_1'$ und $\Delta h_2'$ die entsprechenden Abstände von der unteren Grenzfläche der Langsamschicht bis zur zweiten Bezugsebene ($\Delta h_1'$ am Schußpunkt, $\Delta h_2'$ am Beobachtungspunkt) sind. Die Winkel γ_1 und γ_2 werden durch die Formeln

$$\left. \begin{aligned} \sin(\gamma_1 - \psi_1) &= \frac{a_1}{a^*(x_1)}, \\ \sin(\gamma_2 - \psi_2) &= \frac{a_1}{a^*(x_2)} \end{aligned} \right\} \quad (86:4)$$

bestimmt. Hier sind $a^*(x_1)$ und $a^*(x_2)$ die Scheingeschwindigkeiten in den Punkten x_1 und x_2 und ψ_1 und ψ_2 die Winkel zwischen der ersten und zweiten Bezugsfläche in den Punkten x_1 und x_2 (Abb. 210).

Vor der Bestimmung der Scheingeschwindigkeiten müssen die Korrekturen erster Art bereits angebracht sein. Der Wert $a^*(x_2)$ wird aus der Vorschußlaufzeitkurve, der Wert $a^*(x_1)$ — aus der Rückschuß-Laufzeitkurve berechnet.

Strenggenommen müßte man nicht nur die Laufzeiten durch Korrekturen berichtigen, sondern auch die Abszissen der Schuß- und Beobachtungspunkte. Da ihre Rolle bei der Interpretation der Meßergebnisse jedoch unbedeutend ist, wird von der Anbringung derartiger Korrekturen gewöhnlich Abstand genommen.

Korrekturen zweiter Art sind nicht unbedingt erforderlich, da bei der Interpretation nach der arithmetischen Mittlung (sowie nach anderen Methoden) selbst bei sich stark änderndem Relief der unteren Langsamschichtgrenze keine besonderen Schwierigkeiten auftreten.

Wir weisen hier noch darauf hin, daß auf einem Profil alle Laufzeitkurven auf eine gemeinsame Fläche reduziert werden müssen. Bei verschiedenen Profilen können verschiedene Reduktionsflächen benutzt werden, was natürlich bei der Anfertigung von Strukturkarten besonders beachtet werden muß.

$x_2 \Delta$ Erdoberfläche

sekundäre
Bezugsfläche

Abb. 210

XIII. Die geometrische Seismik homogener Medien

Das Studium der geometrischen Seismik von Medien, in denen die Ausbreitungsgeschwindigkeit elastischer Wellen mit der Tiefe kontinuierlich zunimmt (oder abnimmt), ist für die Praxis von großer Bedeutung.

1. Das Studium dieses Abschnittes über die geometrische Seismik gestattet die Entwicklung von Interpretationsmethoden für Laufzeitkurven gebrochener und reflektierter Wellen in jenen Fällen, in denen kontinuierliche und sprungartige Geschwindigkeitsänderungen kombiniert auftreten.

2. Indem man die Gesetzmäßigkeiten der Geschwindigkeitsänderung mit zunehmender Tiefe bestimmt, kann man in vielen Fällen Schlußfolgerungen auf den Charakter des geologischen Aufbaus ziehen. Bestimmt man längs eines Profils auf einer Reihe von Abschnitten die Abhängigkeit der Geschwindigkeit von der Tiefe und verbindet danach die Punkte mit gleichartigen Geschwindigkeiten durch Isolinien, so kann man aus dem dadurch erhaltenen Bild Strukturtypen unterscheiden.

Wir beschränken uns bei der Untersuchung der Seismik homogener Medien auf den einfachsten Fall, in dem die Ausbreitungsgeschwindigkeit eine monotone Funktion der Tiefe (z) und von den Koordinaten x und y unabhängig ist.

§ 87. Die Lösung der direkten Aufgabe

Ausgehend vom Fall n -horizontaler Schichten, der bereits früher betrachtet wurde, gehen wir jetzt zum gleichen Problem bei kontinuierlicher Geschwindigkeitszunahme mit zunehmender Tiefe über. Wir nehmen an, daß die Anzahl der Schichten unendlich groß werde und gleichzeitig damit die Mächtigkeit jeder einzelnen Schicht sowie der Geschwindigkeitsunterschied beim Übergang von einer Schicht zur anderen verschwinde. Wir kommen hierbei durch Bildung des Grenzwertes zum Falle des homogenen Mediums.

In § 74 wurde festgestellt, daß eine Welle, welche die n -te Schicht durchläuft, auf die Oberfläche der k -ten Schicht unter dem Winkel i_{kn} einfällt. Hierbei gilt

$$\sin i_{kn} = \frac{a_k}{a_n} .$$

Für den gewählten Strahlenverlauf einer seismischen Welle bleibt im Brechungspunkt das Verhältnis zwischen dem sin des Brechungswinkels und der Ausbreitungsgeschwindigkeit der elastischen Wellen konstant:

$$\frac{\sin i_{kn}}{a_k} = \frac{1}{a_n} = \text{const.}$$

Diese Tatsache besitzt auch für homogene Medien Gültigkeit:

$$\frac{\sin i}{a} = \frac{\sin i_0}{a_0} = \frac{1}{a_{\max}}. \quad (87.1)$$

 $a' = a_{\max}$

Hier bedeuten i den Winkel zwischen der Richtung des Strahles und der Vertikalen in irgendeinem Punkte des Strahlenverlaufes (Abb. 211), a die Geschwindigkeit der Longitudinalwellen in jenem Punkte,

$i_0 = \frac{\pi}{2} - e_0$ die Größe des Winkels i an der Erdoberfläche, a_0 die Geschwindigkeit a an der Erdoberfläche, a_{\max} die Ausbreitungsgeschwindigkeit der Longitudinalwellen im untersten Punkt des Strahlenverlaufes, d. h. in jenem Punkte, wo $i = \pi/2$ ist.

 a_{\max}

Abb. 211

Für jeden beliebigen anderen Strahlenverlauf wird eine ähnliche Gleichung gelten, nur mit dem Unterschied, daß a_{\max} einen anderen Wert hat.

Nun wollen wir zur Ableitung der Gleichung des seismischen Strahles übergehen und die Laufzeit der seismischen Welle als Funktion der Eindringtiefe des seismischen Strahles darstellen.

Unter Berücksichtigung, daß

$$dx = \tan i dz \quad (87.2)$$

ist, erhalten wir die Gleichung des seismischen Strahles in der Form

$$x = \int_0^z \frac{\alpha a(z) dz}{\sqrt{1 - \alpha^2 a^2(z)}} \quad (87.3)$$

mit $\alpha = \frac{\sin i_0}{a_0}$ als Parameter.

Für die Laufzeit der seismischen Welle bis zur Tiefe z finden wir analog den Ausdruck

$$t = \int_0^z \frac{dz}{a(z) \sqrt{1 - \alpha^2 a^2(z)}} \quad (87.4)$$

Multipliziert man in den Formeln (87.3) und (87.4) die rechten Seiten mit 2 und setzt $z = z_{\max}$ mit z_{\max} als maximale Eindringtiefe des seismischen Strahles, so erhalten wir die Gleichung der Laufzeitkurve der Refraktionswellen in Parameterform:

$$x = 2 \int_0^{z_{\max}} \frac{\alpha a(z) dz}{\sqrt{1 - \alpha^2 a^2(z)}}, \quad (87.5)$$

$$t = 2 \int_0^{z_{\max}} \frac{dz}{a(z) \sqrt{1 - \alpha^2 a^2(z)}} \quad (87.6)$$

Dem Parameter α kann man in Übereinstimmung mit Formel (87.1) folgenden Sinn geben:

$$\alpha = \frac{1}{a_{\max}} = \frac{dt}{dx}. \quad (87.7)$$

Der Parameter α ist der reziproke Wert der Scheingeschwindigkeit der Refraktionswellen. Genau wie im Falle eines n -schichtigen Mediums mit horizontaler Schichtenfolge ist die Scheingeschwindigkeit der elastischen Wellen gleich der tatsächlichen Ausbreitungsgeschwindigkeit der elastischen Wellen im untersten Punkte des Strahlenganges.

Es ist auch nicht schwierig, die Gleichung der Laufzeitkurve der reflektierten Wellen aufzustellen. Dazu genügt es, die Integrationsgrenze z_{\max} erneut durch z zu ersetzen. Als Ergebnis erhalten wir die Gleichungen der Laufzeitkurve der an einer ebenen Grenzfläche in der Tiefe z reflektierten Wellen:

$$x = 2 \int_0^z \frac{\alpha a(z) dz}{\sqrt{1 - \alpha^2 a^2(z)}}, \quad (87.8)$$

$$t = 2 \int_0^z \frac{dz}{a(z) \sqrt{1 - \alpha^2 a^2(z)}}. \quad (87.9)$$

Hier gilt die Beziehung $\alpha = 1/a_{\max}$ bereits nicht mehr. Die Gleichung $\alpha = dt/dx$ bleibt jedoch in Kraft. Auf die Gleichungen (87.8) und (87.9) kommen wir in Kapitel XVIII zurück.

Damit ist der Weg zur Lösung der direkten Aufgabe, d. h. der Bestimmung der Form der Laufzeitkurve und des Strahlenverlaufes aus der vorgegebenen Geschwindigkeitsänderung mit der Tiefe in allgemeiner Form dargelegt.

§ 88. Lineare Geschwindigkeitszunahme mit der Tiefe

In der Praxis läßt sich oft eine annähernd lineare Abhängigkeit zwischen Ausbreitungsgeschwindigkeit und Tiefe nachweisen. Die Untersuchung dieses Falles ist deshalb von wesentlicher praktischer Bedeutung.

Es sei

$$a(z) = a_0(1 + \beta z), \quad (88.1)$$

wo β ein beliebiger positiver konstanter Koeffizient ist.

Setzt man die Funktion (88.1) in die Formel (87.3) ein, so erhält man als Gleichung für den seismischen Strahl

$$x = \alpha a_0 \int_0^z \frac{(1 + \beta z) dz}{\sqrt{1 - \alpha^2 a_0^2 (1 + \beta z)^2}} = \frac{1}{\alpha a_0 \beta} [\sqrt{1 - \alpha^2 a_0^2} - \sqrt{1 - \alpha^2 a_0^2 (1 + \beta z)^2}]. \quad (88.2)$$

Für die Laufzeit der Welle von der Erdoberfläche bis zur Tiefe z finden wir den Ausdruck

$$t = \frac{1}{a_0 \beta} \ln \frac{(1 + \beta z)(1 + \sqrt{1 - \alpha^2 a_0^2})}{1 + \sqrt{1 - \alpha^2 a_0^2}(1 + \beta z)^2}. \quad (88.3)$$

Die Formel (88.2) kann man auch folgendermaßen darstellen:

$$x = \frac{1}{\beta \tan i_0} - \frac{1}{\beta \sin i_0} \sqrt{1 - \sin^2 i_0 (1 + \beta z)^2}, \quad (88.4)$$

wobei i_0 der Ergänzungswinkel zum Austrittswinkel der seismischen Strahlen ist.

Indem wir radizieren, schreiben wir die Formel in der Form

$$(x - x_0)^2 + (z - z_0)^2 = R^2 \quad (88.5)$$

mit

$$\left. \begin{aligned} x_0 &= \frac{1}{\beta \tan i_0} \\ z_0 &= -\frac{1}{\beta} \\ R &= \frac{1}{\beta \sin i_0} \end{aligned} \right\} \quad (88.6)$$

Hieraus erkennen wir, daß die seismischen Strahlen bei linearer Geschwindigkeitszunahme Kreisbogen sind.

Das Zentrum eines Kreises liegt im Abstand $1/\beta$ über der x -Achse in der Mitte zwischen Schußpunkt und Beobachtungspunkt.

Die maximale Eindringtiefe des Strahles ist

$$z_{\max} = R - \frac{1}{\beta} = \frac{1}{\beta} \left(\frac{1}{\sin i_0} - 1 \right). \quad (88.7)$$

Die Reichweite, d. h. der Abstand zwischen Schuß- und Beobachtungspunkt, beträgt $2x_0$:

$$x = 2x_0 = \frac{2}{\beta \tan i_0}. \quad (88.8)$$

Indem wir uns in den letzten beiden Formeln von i_0 freimachen, erhalten wir die Abhängigkeit zwischen Reichweite und maximaler Eindringtiefe:

$$z_{\max} = \frac{1}{\beta} \left(\sqrt{1 + \left(\frac{x\beta}{2} \right)^2} - 1 \right). \quad (88.9)$$

In der Tiefe z_{\max} beträgt die Geschwindigkeit

$$a_{\max} = a_0(1 + \beta z_{\max}) = a_0 \sqrt{1 + \left(\frac{x\beta}{2} \right)^2}. \quad (88.10)$$

Diese Formel benutzen wir zur Bestimmung des Koeffizienten β aus der Laufzeitkurve der Refraktionswellen.

Wir kommen nun zur Ableitung der Gleichung der Laufzeitkurve.

In den Gleichungen (88.2) und (88.3) multiplizieren wir die rechten Seiten mit 2, setzen $z = z_{\max}$ und eliminieren z_{\max} unter Berücksichtigung von

$$\alpha = \frac{1}{a_{\max}} = \frac{1}{a_0(1 + \beta z_{\max})}.$$

Man kann auch einen weniger umständlichen Weg einschlagen.

Auf Grund der Tatsache, daß $a_{\max} = dx/dt$ ist, erhalten wir aus der Formel (88.10) den Ausdruck

$$1 - \frac{x}{a_0} \frac{dx}{dt} = \frac{(x\beta)^2}{2},$$

woraus wir schließlich die Gleichung der Laufzeitkurve der Refraktionswelle in folgender Form erhalten:

$$t = \frac{2}{a_0\beta} \ln \left(\frac{x\beta}{2} + \sqrt{\left(\frac{x\beta}{2}\right)^2 + 1} \right) \quad (88.11)$$

oder auch

$$t = \frac{2}{a_0\beta} \arcsin \frac{x\beta}{2}. \quad (88.11')$$

Auf diese Art läßt sich die direkte Aufgabe lösen.

Wir untersuchen jetzt, wie man aus der Laufzeitkurve den Geschwindigkeitszunahme-Koeffizienten β bestimmen kann. In Formel (88.10) ist die Größe a_{\max} oder, was damit gleichbedeutend ist, dx/dt enthalten. Die Größe dx/dt kann unmittelbar aus der Laufzeitkurve selbst durch Differenzieren erhalten werden. Indem wir den linken und rechten Teil des Ausdrucks (88.10) ins Quadrat erheben und neue Veränderliche

$$u = \left(\frac{a_{\max}}{a_0} \right)^2 \quad (88.12)$$

und

$$w = \left(\frac{x}{2} \right)^2 \quad (88.13)$$

einführen, schreiben wir Formel (88.10) in folgender Gestalt:

$$u = 1 + \beta^2 w. \quad (88.14)$$

Ist die Geschwindigkeit eine lineare Funktion der Tiefe, so muß sich die Gleichung (88.10) im quadratischen Koordinatensystem (u, w) in die Gleichung einer Geraden verwandeln.

Die w -Achse wird von der Geraden in

$$w_0 = - \frac{1}{\beta^2}$$

geschnitten, woraus sich schließlich β bestimmen läßt.

Wir wollen darauf hinweisen, daß die Darstellung der Abhängigkeit zwischen a^* ($a^* = dx/dt$) und x in einem quadratischen Koordinatensystem gestattet, die Abweichung der Beziehung $a = a(z)$ von einer linearen Funktion zu beurteilen. Fügen sich die einzelnen Punkte nur schlecht zu einer Geraden zusammen, so weist das darauf hin, daß wir von einem linearen Ansatz der Geschwindigkeitsabhängigkeit von der Tiefe Abstand nehmen müssen.

§ 89. Exponentielle Geschwindigkeitszunahme

Die Abhängigkeit zwischen der Ausbreitungsgeschwindigkeit der elastischen Wellen und der Tiefe sei durch die Formel

$$a = a_0 e^{kz} \quad (89.1)$$

bestimmt.

Die Gleichung des Wellenstrahles hat dann die Form

$$x = \int_0^z \frac{\alpha a_0 e^{kz} dz}{\sqrt{1 - \alpha^2 a_0^2 e^{2kz}}} = \frac{1}{k} (\arcsin(\alpha a_0 e^{kz}) - \arcsin(\alpha a_0)) = \frac{1}{k} (i - i_0). \quad (89.2)$$

Die Laufzeit längs des Strahles bis zur Tiefe z beträgt

$$t = \frac{1}{ka_0} (\sqrt{1 - \alpha^2 a_0^2} - e^{-kz} \sqrt{1 - \alpha^2 a_0^2 e^{2kz}}) = \frac{\sin i_0}{ka_0} (\cot i_0 - \cot i). \quad (89.3)$$

Indem wir die rechten Seiten der Formeln (89.2) und (89.3) mit 2 multiplizieren und in ihnen $i = \pi/2$ setzen, erhalten wir die Gleichung der Laufzeitkurve der Refraktionswellen in Parameterform:

$$x = \frac{2}{k} \left(\frac{\pi}{2} - i_0 \right) = \frac{2}{k} e_0, \quad (89.4)$$

$$t = \frac{2}{ka_0} \cos i_0 = \frac{2}{ka_0} \sin e_0. \quad (89.5)$$

Nachdem wir uns vom Parameter i_0 befreit haben, kommen wir zu folgender Laufzeitkurvengleichung:

$$t = \frac{2}{ka_0} \sin \frac{kx}{2}. \quad (89.6)$$

Die Formel (89.4) hat nur dann einen physikalischen Sinn, solange der Austrittswinkel der seismischen Strahlen weniger als $\pi/2$ beträgt. Hieraus folgt, daß man nur solche Abstände untersuchen darf, die geringer als π/k sind, was $t < \frac{2}{a_0 k}$ entspricht.

Die maximale Eindringtiefe (bei $x < \frac{\pi}{k}$) wird folgendermaßen bestimmt:

$$z_{\max} = -\frac{1}{k} \ln \frac{a_0}{a_{\max}} = -\frac{1}{k} \ln \cos e_0 = -\frac{1}{k} \ln \cos \frac{kx}{2}. \quad (89.7)$$

Für $x = \pi/k$ wird die Eindringtiefe unendlich groß.

Um nachzuprüfen, inwieweit die Geschwindigkeitszunahme tatsächlich dem Exponentialgesetz entspricht, kann man die Funktion $\arccos \left(a_0 \frac{dt}{dx} \right)$ als Funktion von x zeichnen. Erhält man in Übereinstimmung mit Formel (89.4) eine direkte Proportionalität, so weist das auf die Richtigkeit der von uns gemachten Annahme hin. Der Proportionalitäts-Koeffizient muß gleich $k/2$ gesetzt werden.

§ 90. Die Lösung der umgekehrten Aufgabe bei beliebiger Geschwindigkeitszunahme mit der Tiefe

Es sei α eine uns unbekannte Funktion von z , dessen Gestalt es zu bestimmen gilt. Nach Einführung der neuen Bezeichnung

$$\alpha(z) = \frac{1}{\eta(z)} \quad (90.1)$$

schreiben wir die Formel (87.5) in folgender Gestalt:

$$x(\alpha) = 2\alpha \int_0^{z_{\max}} \frac{dz}{\sqrt{\eta^2 - \alpha^2}}. \quad (90.2)$$

Ändert man die Integrationsgrenzen, so kann man der Formel (90.2) schließlich die Form geben

$$x(\alpha) = -2\alpha \int_{\alpha_0}^{\eta_0} \frac{\psi(\eta) d\eta}{\sqrt{\eta^2 - \alpha^2}}, \quad (90.3)$$

wobei die Beziehungen

$$\psi(\eta) = \frac{dz}{d\eta}, \quad (90.4)$$

$$\eta_0 = \frac{1}{\alpha_0} \quad (90.5)$$

gelten.

Wir multiplizieren jetzt die rechte und linke Seite der Gleichung (90.3) mit $\frac{d\alpha}{\sqrt{\alpha^2 - \eta_1^2}}$, wobei η_1 eine Konstante ist, die der Bedingung

$$\eta_1 < \eta$$

genügt.

Integriert man nun über x innerhalb der Grenzen $\alpha = \eta_1$ bis $\alpha = \eta_0$, so erhalten wir

$$\int_{\eta_1}^{\eta_0} \frac{x(\alpha) d\alpha}{\sqrt{\alpha^2 - \eta_1^2}} = -2 \int_{\eta_1}^{\eta_0} \frac{\alpha d\alpha}{\sqrt{\alpha^2 - \eta_1^2}} \int_{\alpha}^{\eta_0} \frac{\psi(\eta) d\eta}{\sqrt{\eta^2 - \alpha^2}}. \quad (90.6)$$

Das erste Integral auf der rechten Seite der Formel (90.6) kann von uns nicht gelöst werden, da unter dem Integralzeichen eine uns unbekannte Funktion $\psi(\eta)$ der Größe η steht. Aus diesem Grunde ist es zweckmäßig, die Reihenfolge der Integration zu ändern.

Das Integrationsgebiet ist in der Abb. 212 dargestellt. Die Veränderlichen α und η bilden ein rechtwinkliges Koordinatensystem. In der Formel (90.6) wird die erste Integration (über η) von einem beliebigen Punkt der Geraden $\eta = \alpha$ bis zur Geraden $\eta = \eta_0$ längs eines unendlich schmalen, der η -Achse parallelen Streifens durchgeführt. Bei der zweiten Integration (über α) verschieben wir die Integrationslinie von η_1 bis η_0 längs der α -Achse und überstreichen damit die ganze Fläche des Dreiecks ABC . Bei einer Änderung der Integrationsfolge unter Beibehaltung des Integrationsgebietes muß bei der ersten Integration (über α) die Größe α in den Grenzen von $\alpha = \eta_1$ bis $\alpha = \eta_0$ durchlaufen und bei der zweiten Integration (über η) der Streifen der ersten Integration von η_1 nach η_0 bewegt werden.

$$\alpha = \eta_0 \quad |$$

$$\alpha = \eta_1 \quad | -$$

Abb. 212

Durch Änderung der Integrationsfolge erhalten wir

$$\int_{\eta_1}^{\eta_0} \frac{x(\alpha) d\alpha}{\sqrt{\alpha^2 - \eta_1^2}} = -2 \int_{\eta_1}^{\eta_0} \psi(\eta) d\eta \int_{\eta_1}^{\eta} \frac{\alpha d\alpha}{\sqrt{(\alpha^2 - \eta_1^2)(\eta^2 - \alpha^2)}}. \quad (90.7)$$

Nach der Integration über α auf der rechten Seite der Formel (90.7) finden wir

$$\int_{\eta_1}^{\eta} \frac{\alpha d\alpha}{\sqrt{(\alpha^2 - \eta_1^2)(\eta^2 - \alpha^2)}} = \frac{\pi}{2}.$$

Unter Berücksichtigung, daß

$$\int_{\eta_1}^{\eta_0} \psi(\eta) d\eta = \int_{\eta_1}^{\eta_0} \frac{dz}{d\eta} d\eta = -z(\eta_1)$$

ist und wir nun den Index bei η_1 weglassen können, erhalten wir endgültig

$$z(\eta) = \frac{1}{\pi} \int_{\eta}^{\eta_0} \frac{x(\alpha) d\alpha}{\sqrt{\alpha^2 - \eta^2}}. \quad (90.8)$$

Mit dieser Formel findet man für einen vorgegebenen Wert $\alpha = 1/\eta_0$ die ihm entsprechende Größe z .¹⁾

¹⁾ Eine Weiterentwicklung der Seismik homogener Medien findet man in den Arbeiten [4], [5], [10], [49], [52] u. a. (Anm. d. Red. d. russ. Ausg.)

XIV. Die Anwendung der geometrischen Seismik homogener Medien bei einigen Fragen der Interpretation von Laufzeitkurven gebrochener Wellen

In der seismischen Erkundung trifft man oft Kombinationen von Medien mit konstanter und veränderlicher Ausbreitungsgeschwindigkeit elastischer Wellen, wobei an den Grenzflächen zwischen beiden Medien sowohl eine stetige als auch eine sprunghafte Änderung der elastischen Eigenschaften erfolgen kann.

Die möglichen Kombinationen sind in der Tabelle 8 dargestellt.

Tabelle 8.

| Abhängigkeit der Geschwindigkeit von der Tiefe | | Art des Überganges von der ersten Schicht zur zweiten |
|--|-------------------------------|---|
| Schicht 1 | Schicht 2 | |
| veränderliche Geschwindigkeit | konstante Geschwindigkeit | sprungweise |
| veränderliche Geschwindigkeit | konstante Geschwindigkeit | stetig |
| konstante Geschwindigkeit | veränderliche Geschwindigkeit | sprungweise |
| konstante Geschwindigkeit | veränderliche Geschwindigkeit | stetig |
| veränderliche Geschwindigkeit | veränderliche Geschwindigkeit | sprungweise |

Jene Grenzflächen, an denen sich die Ausbreitungsgeschwindigkeit der Wellen sprunghaft ändert, werden oft auch Grenzflächen erster Ordnung genannt. Ändert sich beim Übergang von der ersten zur zweiten Schicht die Ausbreitungsgeschwindigkeit nicht sprunghaft und ist aber trotzdem noch ein Knickpunkt in der Kurve der Geschwindigkeitsänderung vorhanden, so haben wir es mit Grenzflächen zweiter Ordnung zu tun. Aus der Zahl der möglichen Varianten der stetigen Geschwindigkeitsänderung beim Übergang von einer Schicht zur anderen wählen wir nur den letzten Fall aus.

Später vernachlässigen wir alle Varianten der Geschwindigkeitsabnahme mit zunehmender Tiefe bis auf jenen Fall, in dem die Geschwindigkeitsabnahme in der ersten Schicht durch eine sprunghafte Geschwindigkeitszunahme in der zweiten Schicht unterbrochen wird, wobei die Ausbreitungsgeschwindigkeit innerhalb der zweiten Schicht höher als die Anfangsgeschwindigkeit in der oberen Schicht ist. Man muß deshalb zwei Varianten des in der ersten Zeile von Tabelle 8 angeführten Falles untersuchen. In den übrigen Fällen werden wir annehmen, daß die Ausbreitungsgeschwindigkeiten in der ersten und zweiten Schicht mit zunehmender Tiefe nicht abnehmen. Würden wir das Gegenteil annehmen, könnten wir trotzdem keine prinzipiell neuen Ergebnisse erhalten.

§ 91. Veränderliche Ausbreitungsgeschwindigkeit in der ersten Schicht und sprunghafte Geschwindigkeitsänderung beim Übergang in die zweite Schicht

Wir untersuchen jetzt die erste Variante des ersten Falles (Anwachsen der Geschwindigkeit innerhalb der ersten Schicht mit zunehmender Tiefe, konstante Geschwindigkeit in der zweiten Schicht, sprunghafte Geschwindigkeitsänderung beim Übergang von der ersten in die zweite Schicht).

Bei Beschränkung auf Longitudinalwellen haben wir es nur mit zwei Typen von Wellen zu tun: den Wellen P_1 und P_{121} .

Die Wellen P_1 werden wir als direkte Wellen bezeichnen zum Unterschied von der Refraktionswelle P_{121} . Strenggenommen müßte natürlich auch die in der oberen Schicht laufende Welle als Refraktionswelle bezeichnet werden.

In der Abb. 213 sind die Formen der Laufzeitkurven der Wellen P_1 und P_{121}

Abb. 213

für den Fall einer horizontalen ebenen Grenzfläche dargestellt. Im linken Teil der Zeichnung ist die Geschwindigkeitsabhängigkeit mit zunehmender Tiefe in Form einer Geschwindigkeitskurve dargestellt.

Während die Laufzeitkurve der Welle P_1 eine gekrümmte Form aufweist, ist die Laufzeitkurve der Welle P_{121} geradlinig. Die Laufzeitkurve der Welle P_1 hat einen Grenzpunkt β . Rechts vom Grenzpunkt β (in Profilrichtung) wird die direkte Welle nicht mehr angetroffen. Dem Grenzpunkte entspricht der Grenzstrahl der Welle P_1 , der in seinem tiefstem Punkt die Grenzfläche berührt.

Die Bestimmung der Tiefe der Grenzfläche der zweiten Schicht kann auf zweierlei Art erfolgen. Ist die Lage des Grenzpunktes auf der Laufzeitkurve der Welle P_1 bekannt, so kann die Eindringtiefe des Grenzstrahles und damit die Tiefe der Grenzfläche unmittelbar aus den Formeln der Paragraphen 88, 89 und 90 ermittelt werden.

Die Benutzung dieser Methode ist jedoch in der Praxis mit Schwierigkeiten verbunden, da sich für ihre Anwendung eine genaue Fixierung der Lage des Grenzpunktes der Laufzeitkurve P_1 notwendig macht, was sich nur selten realisieren läßt.¹⁾

Der zweite Weg der Interpretation besteht in der Bestimmung der Tiefe aus dem durch die Laufzeitkurve der Welle P_{121} auf der Zeitachse festgelegten Zeitabschnitt.

¹⁾ Die Bestimmung des Grenzpunktes der Welle P_1 ist deswegen mit Schwierigkeiten verbunden, da außerhalb dieses Punktes zweifach und dreifach an der Erdoberfläche reflektierte Wellen des Typs P_{11} , P_{111} , ... auftreten können, die manchmal eine relativ hohe Intensität aufweisen [56]. (Anm. d. Red. d. russ. Ausg.)

Die Größe dieses Zeitabschnittes ist genau wie in allen anderen von uns bereits untersuchten Fällen gleich (Abb. 214)

$$t_0 = t[AO] + t[OB] - t[BA] = 2t[AO] - t[BA]. \quad (91.1)$$

Jedes dieser Zeitintervalle kann mit Hilfe der im vorhergehenden Paragraphen entwickelten Formeln berechnet werden.

In erster Linie muß bestimmt werden, nach welchem Gesetz sich die Geschwindigkeit innerhalb der ersten Schicht mit zunehmender Tiefe ändert. Nimmt man an, daß

c

Abb. 215

die Geschwindigkeit mit zunehmender Tiefe linear anwächst, so kann man die Zeit $t(OA)$ nach der Formel

$$t[OA] = \int_{i_0}^i \frac{R di}{a} \quad (91.2)$$

errechnen (Abb. 215) mit den Bezeichnungen:

$$\left. \begin{aligned} i_0 &= \arcsin \alpha a_0, \\ i &= \arcsin \alpha a. \end{aligned} \right\} \quad (91.3)$$

Wir erinnern daran, daß i_0 der vom Strahl und der Vertikalen zur Erdoberfläche gebildete Winkel, i der an der Grenzfläche gebildete Winkel und a die reziproke Scheingeschwindigkeit ist.

Im vorliegenden Falle ist die Scheingeschwindigkeit gleich der Ausbreitungsgeschwindigkeit in der zweiten Schicht:

$$\alpha = \frac{1}{a_2}. \quad (91.4)$$

Unter Berücksichtigung, daß

$$a = a_0(1 + \beta z) = a_0 \beta R \sin i$$

ist, erhalten wir

$$t[OA] = \frac{1}{a_0 \beta} \ln \frac{\tan \frac{i}{2}}{\tan \frac{i_0}{2}}. \quad (91.5)$$

Andererseits gilt

$$t|AB| = \frac{AB}{a_2} = \frac{2R}{a_2} (\cos i_0 - \cos i). \quad (91.6)$$

Auf diese Weise erhalten wir endgültig

$$t_0 = \frac{2}{a_0 \beta} \left(\ln \frac{\tan \frac{i}{2}}{\tan \frac{i_0}{2}} + \cos i - \cos i_0 \right). \quad (91.7)$$

Aus der Formel (91.7) kann man i bestimmen. Dazu muß man eine transzendente Gleichung des Typs

$$\ln \tan \frac{i}{2} + \cos i = C \quad (91.7')$$

lösen, was mit Hilfe graphischer Lösungsmethoden leicht möglich ist. Die Grenzfläche befindet sich im Schnittpunkt des Bogens OB mit dem vom Punkte C unter dem Winkel i gezeichneten Radius R .

Wir wollen hier noch darauf hinweisen, daß diese Methode nicht frei von Extrapolation und den damit verbundenen Fehlern ist, da man die Form der Laufzeitkurve P_1 nur bis zum Knickpunkt der Laufzeitkurve der ersten Einsätze kennt (wenn es nicht gelingt, die Laufzeitkurve P_1 aus den zweiten Einsätzen zu konstruieren).

Stellt sich heraus, daß der Laufzeitkurve der Wellen des Typs P_1 eine exponentielle Abhängigkeit zwischen Geschwindigkeit und Tiefe entspricht, so kann die Berechnung der Grenzflächentiefe auf folgende Art durchgeführt werden.

In Übereinstimmung mit den Ergebnissen aus § 89 des vorhergehenden Kapitels [siehe (89.3)] ist die Laufzeit längs des Abschnittes OA durch die Formel

$$t|OA| = \frac{\alpha}{k} (\cot i_0 - \cot i) \quad (91.8)$$

bestimmt.

Unter Benutzung der Formel (89.2) erhalten wir

$$t|AB| = \frac{2}{ka_2} (i - i_0). \quad (91.9)$$

Mit Hilfe der Formeln (91.1), (91.8) und (91.9) kann man die Länge des von der Laufzeitkurve auf der Zeitachse festgelegten Zeitabschnittes ermitteln:

$$t_0 = \frac{2}{ka_2} (\cot i_0 - \cot i - i + i_0). \quad (91.10)$$

Hieraus kann sehr einfach auf graphischem Wege der dem t_0 -Wert entsprechende Grenzwinkel i gefunden werden.

Kennt man die Abhängigkeit zwischen $\sin i$ und z , so kann man schließlich die Tiefe z bestimmen:

$$z = \frac{1}{k} \ln \left(\frac{a_2}{a_0} \sin i \right). \quad (91.11)$$

Ganz analoge Berechnungsmethoden kann man auch für jenen Fall entwickeln, in dem die Geschwindigkeitszunahme mit der Tiefe nach einem beliebigen, graphisch vorgegebenen Gesetz erfolgt.

Wir untersuchen jetzt die qualitativen Veränderungen in der Form der Laufzeitkurven der Wellen P_{121} bei geneigter Grenzfläche. Dabei wollen wir zeigen, daß die Laufzeitkurve der Refraktionswellen in diesem Falle ihre geradlinige Form verliert.

Ist das Profil in Richtung zum Anstieg der brechenden Grenze orientiert, so wächst die Scheingeschwindigkeit der Wellen P_{121} mit zunehmendem Abstand vom Ursprung der Laufzeitkurve an.

Wir untersuchen jetzt zwei beliebige Strahlen I und II , die in den Punkten x' und x'' ($x'' > x'$) an der Erdoberfläche austreten (Abb. 216).

Die Grenzwinkel der Strahlen I und II an der Grenzfläche werden durch die Formeln

$$\left. \begin{aligned} \sin \alpha' &= \frac{a_1'}{a_2} \\ \sin \alpha'' &= \frac{a_1''}{a_2} \end{aligned} \right\} \quad (91.12)$$

bestimmt.

Uns ist bekannt, daß längs eines Strahles (wenn die Ausbreitungsgeschwindigkeit innerhalb der ersten Schicht nur von der Tiefe abhängig ist) das Verhältnis $\frac{\sin i}{a_1}$ konstant bleibt.

Hieraus folgt

$$\text{und} \quad \left. \begin{aligned} \frac{1}{a_2^{*'}} &= \frac{\sin i_0'}{a_0} = \frac{\sin(\alpha' - \varphi)}{a_1'} \\ \frac{1}{a_2^{*''}} &= \frac{\sin i_0''}{a_0} = \frac{\sin(\alpha'' - \varphi)}{a_1''} \end{aligned} \right\} \quad (91.13)$$

mit $a_2^{*'}$ und $a_2^{*''}$ als den Scheingeschwindigkeiten in den Punkten x' und x'' .

Unter Berücksichtigung der Formel (91.12) erhalten wir mit Hilfe einfacher trigonometrischer Umformungen

$$\frac{1}{a_2^{*'}} - \frac{1}{a_2^{*''}} = -\sin \varphi \left(\frac{\cos \alpha'}{a_1'} - \frac{\cos \alpha''}{a_1''} \right) \quad (91.14)$$

bzw.

$$\frac{1}{a_2^{*'}} - \frac{1}{a_2^{*''}} = \frac{\sin \varphi}{a_2} (\cot \alpha'' - \cot \alpha'). \quad (91.14')$$

Da $a_1' > a_1''$, ist auch $\alpha' > \alpha''$ und folglich $\cot \alpha' < \cot \alpha''$. Deshalb ist

$$\frac{1}{a_2^{*'}} - \frac{1}{a_2^{*''}} > 0,$$

woraus

$$a_2^{*''} > a_2^{*'}$$

folgt, was es zu beweisen galt.

Die Scheingeschwindigkeit ändert sich um so schneller, je größer die Neigung der brechenden Grenze und je größer der Geschwindigkeitsgradient innerhalb der ersten Schicht ist.

Ist das Profil in Richtung zum Einfallen der brechenden Grenze orientiert, so wird die Scheingeschwindigkeit auf Grund der Erhöhung der Geschwindigkeit a_1 mit zunehmender Tiefe ebenfalls mit wachsender Entfernung vom Ursprung ansteigen. In der Abb. 217 ist die Form der Vor- und Rückschuß-Laufzeitkurve der Wellen P_{121} bei geneigter Grenzfläche schematisch dargestellt.¹⁾

Wäre nur eine Laufzeitkurve vorhanden und diese in Richtung zum Einfallen orientiert, so könnte die Grenzfläche fälschlicherweise für konvex angenommen werden. Die Frage, wodurch die gekrümmte Form der Laufzeitkurven der Wellen P_{121} zu erklären sei, kann nur durch die Vor- und Rückschuß-Laufzeitkurve gemeinsam beantwortet werden.

Wir bringen jetzt das Schema der Interpretation für den Fall einer linearen Geschwindigkeitszunahme innerhalb

Abb. 217

$$a_1(z) = 2(1+2z) \quad \longrightarrow x [km]$$

$$a_2 = 5 \text{ km/s}$$

Abb. 218

Analog zu den Ableitungen in § 82 kann man für einen Profilschnitt, auf dem Vor- und Rückschuß-Laufzeitkurve der Wellen P_{121} vorhanden sind, ein Paar „einander zugeordnete“ Punkte x_1 und x_2 finden, für welche die Gleichung

$$\vec{t}_1 + \overleftarrow{t}_2 - T = t[Bx_1] + t[Bx_2] \quad (91.15)$$

gilt. Hier bedeuten \vec{t}_1 und \overleftarrow{t}_2 die Laufzeiten der Wellen \vec{P}_{121} und \overleftarrow{P}_{121} zu den Punkten x_1 und x_2 ; T ist die Laufzeit der Welle P_{121} vom Ursprung der Vorschuß-Laufzeitkurve zum Ursprung der Rückschußlaufzeitkurve; $t[Bx_1]$ und $t[Bx_2]$ sind die Laufzeiten vom gemeinsamen Brechungspunkt B zu den einander zugeordneten Punkten x_1 und x_2 längs der Bahnen Bx_1 und Bx_2 (Abb. 218).

¹⁾ Die Abb. 217 wurde ausgewechselt. Die hier dargestellten Laufzeitkurven wurden von N. N. PUSIRJEW errechnet. (Anm. d. Red. d. russ. Ausg.)

Die Lage eines der beiden einander zugeordneten Punkte kann beliebig gewählt, die Lage des anderen muß ermittelt werden. Zu diesem Zwecke konstruiert man zunächst den seismischen Strahl der Welle, die im gewählten Punkte unter einem bestimmten Winkel (dessen Wert nach dem Benndorfschen Gesetz bestimmt wird) an der Erdoberfläche austritt. Dann konstruiert man in einer Reihe von Punkten innerhalb jenes Profilverintervalls, in dem der zweite der einander zugeordneten Punkte erwartet wird, eine Schar ähnlicher Strahlen.

Aus der Schar der möglichen Strahlen muß jener ausgewählt werden, der der Gleichung (91.15) genügt.

Zu diesem Zwecke müssen für jeden der möglichen Strahlen die Zeiten $t[Bx_1]$ und $t[Bx_2]$ errechnet werden, was mit Hilfe der Formeln (91.15) möglich ist.

Indem man die Kurven

$$\Phi_1(x_2) = \vec{t}_1 + \vec{t}_2 - T,$$

$$\Phi_2(x_2) = t[Bx_1] + t[Bx_2]$$

konstruiert und ihren Schnittpunkt bestimmt, findet man gleichzeitig die Lage des gesuchten Punktes (x_2). Das Flächenelement der brechenden Grenze befindet sich im Schnittpunkt der in den Punkten x_1 und x_2 an der Erdoberfläche austretenden Strahlen \vec{P}_{121} und \vec{P}_{121}^1)

Wir gehen nun zur zweiten Variante des ersten Falles über. Es werde angenommen, daß die Ausbreitungsgeschwindigkeit innerhalb der ersten Schicht mit zunehmender Tiefe kontinuierlich abnehme. Beim Übergang von der ersten in die zweite Schicht erfolge jedoch eine sprungartige Geschwindigkeitsänderung. Die Ausbreitungsgeschwindigkeit in der zweiten Schicht sei dabei größer als die maximale Ausbreitungsgeschwindigkeit innerhalb der ersten Schicht.

Liegt die Grenzfläche horizontal, so ist diese Variante nicht von dem Fall zweier Medien mit konstanten Ausbreitungsgeschwindigkeiten zu unterscheiden. Sowohl die Laufzeitkurve der direkten Wellen als auch die der Refraktionswellen wird geradlinig sein. Würden wir versuchen, die Tiefe der brechenden Grenze zu berechnen, so erhielten wir eine erhebliche Abweichung von dem tatsächlichen Werte, da die mittlere Geschwindigkeit innerhalb der ersten Schicht nicht mit der Geschwindigkeit gleichzusetzen ist, durch die der erste Ast der Laufzeitkurve der ersten Einsätze charakterisiert ist. Wenn die Geschwindigkeit mit der Tiefe kontinuierlich abnimmt, dringen die Wellen P_1 nicht tiefer in die erste Schicht ein, sondern breiten sich längs der Oberfläche aus. Der Winkelkoeffizient der Laufzeitkurve P_1 wird deshalb durch die Geschwindigkeit in der Oberfläche der ersten Schicht bestimmt.

Die errechnete Geschwindigkeit der Wellen innerhalb der ersten Schicht sowie die daraus ermittelten Tiefenwerte der Grenzfläche liegen demzufolge zu hoch.

¹⁾ Die Interpretation von Vor- und Rückschuß-Laufzeitkurven gebrochener Wellen kann bei vorgegebener Geschwindigkeitsabhängigkeit auch nach der Methode der Zeitfelder erfolgen [1], [39], [54]. (Anm. d. Red. d. russ. Ausg.)

Sind keinerlei andere Anhaltspunkte über die Tiefe der Grenzfläche vorhanden, so kann die Geschwindigkeitsabnahme mit zunehmender Tiefe nur bei geneigten Grenzflächen festgestellt werden.

Bei geneigter Grenzfläche treten die gleichen Erscheinungen auf, wie sie von uns bereits in früheren Fällen beobachtet wurden.

Die Frage nach der Änderung der Scheingeschwindigkeit mit zunehmendem Abstand vom Ursprung der Laufzeitkurve kann mit Hilfe der Formel (91.14') beantwortet werden. Die Analyse dieser Formel führt jedoch zu Schlußfolgerungen, die zu den von uns früher erhaltenen im Widerspruch stehen.

Ist das Profil in Richtung zum Anstieg der brechenden Grenze orientiert, so finden wir infolge der Geschwindigkeitsabnahme mit zunehmender Tiefe, daß

$$a_1' < a_1'', \quad \alpha' < \alpha''$$

und folglich

$$a_2^{*''} < a_2^{*}'$$

ist, d. h., die Scheingeschwindigkeit nimmt mit zunehmender Entfernung vom Laufzeitkurvenursprung ab. Ist das Profil in Richtung zum Einfallen orientiert, kommen wir ebenfalls zur Ungleichung

$$a_2^{*''} < a_2^{*}'.$$

Die Scheingeschwindigkeit nimmt also mit zunehmender Entfernung in Profilrichtung ab.

Die Gestalt der Vor- und Rückschuß-Laufzeitkurve bei geneigter Grenzfläche ist in Abb. 219 dargestellt.

Wir weisen darauf hin, daß hier eine mehrdeutige Interpretation der Laufzeitkurven möglich ist. Aus den in Abb. 219 dargestellten Laufzeitkurven könnte man ebenso entnehmen, daß in der ersten Schicht die Ausbreitungsgeschwindigkeit konstant und in der zweiten veränderlich ist, wobei die Geschwindigkeitsänderung innerhalb der zweiten Schicht in horizontaler Richtung erfolgt.

§ 92. Grenzflächen zweiter Ordnung

Als zweites Beispiel ist in der Tabelle 8 die Grenzfläche zweiter Ordnung angeführt. Es handelt sich hier also um eine Grenzfläche, an der nicht die Kurve der Geschwindigkeitsabhängigkeit mit zunehmender Tiefe einen Unstetigkeitssprung aufweist, sondern ihre Ableitung nach der Tiefe. An einer Grenzfläche zweiter Ordnung hat also die Kurve $a = a(z)$ einen Knickpunkt. Man kann auch sagen, daß sich beim Übergang

von der ersten zur zweiten Schicht die Beschleunigung der Wellenfront sprunghaft ändert.

Da keine sprunghafte Änderung der Geschwindigkeit beim Übergang an der Grenzfläche zweiter Ordnung vorhanden ist, werden die Strahlen demzufolge an dieser Fläche nicht gebrochen.

Wir untersuchen jetzt Wellenstrahlen, die im Koordinatenursprung ihren Anfang nehmen (Abb. 220). Mit Abnahme des Winkels i , der zwischen dem Strahl und der Vertikalen eingeschlossen ist, erhöht sich die maximale Eindringtiefe des Strahles. Wir kommen schließlich zu einem Winkel $i=i_1$, bei dem der tiefste Punkt des Strahles P_1 die Grenzfläche berührt. Jener Strahl, der die Grenzfläche zweiter Ordnung berührt, wird als Grenzstrahl der Welle P_1 bezeichnet, während der Schnittpunkt des Grenzstrahles mit der Erdoberfläche Grenzpunkt der Laufzeitkurve genannt wird.

Bei geringeren Winkelwerten i fallen die seismischen Strahlen zur Grenzfläche bereits unter einem Winkel ein, der kleiner als $\pi/2$ ist.

Die in das zweite Medium übertretenden Strahlen behalten ihre Richtung bei und nehmen geradlinige Form an. Jener Strahl, der sich im zweiten Medium durch Berührung des Wellenstrahles P_1 mit der Grenzfläche ergibt, breitet sich längs dieser aus und regt somit eine Welle P_{121} an, deren Laufzeitkurve geradlinig ist. Von allen übrigen Strahlen, die in die zweite Schicht eindringen, kehrt, wenn keine dritte Schicht mit höherer Ausbreitungsgeschwindigkeit vorhanden ist, kein einziger zur Erdoberfläche zurück.

Grenzflächen zweiter Ordnung können (nach den Erfahrungen der Seismologie) an der sprunghaften Intensitätsabnahme der ersten Einsätze in einem bestimmten Abstand vom Erregungszentrum festgestellt werden.

Aus der Lage des Grenzpunktes der Laufzeitkurve kann man nach den Formeln in § 89 die maximale Eindringtiefe der Wellen P_1 und folglich damit auch die Tiefe der Grenzfläche ermitteln.

§ 93. Veränderliche Ausbreitungsgeschwindigkeit in der zweiten Schicht

Wie man aus der Tabelle 8 entnehmen kann, sind drei Varianten bei veränderlicher Geschwindigkeit in der zweiten Schicht möglich.

In der Abb. 221 sind die Formen der Vor- und Rückschuß-Laufzeitkurve der Wellen P_1 und P_{121} für den Fall einer konstanten Geschwindigkeit in der ersten Schicht und einer veränderlichen Geschwindigkeit innerhalb der zweiten Schicht bei

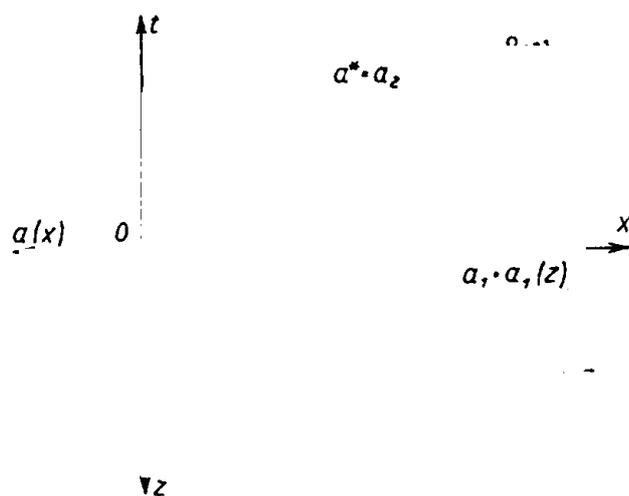


Abb. 220

einem sprunghaften Übergang zwischen beiden dargestellt. Der Einfachheit wegen wurde eine horizontale Grenzfläche angenommen. Hier ist eine mehrdeutige Interpretation der Laufzeitkurven möglich. Man könnte z. B. aus den Laufzeitkurven der Abb. 221 auf eine konkave Form der Grenzfläche schließen. Die Mehrdeutigkeit kann nur dann ausgeschlossen werden, wenn über dem entsprechenden Profilschnitt ein ganzes System von Vor- und Rückschuß-Laufzeitkurven vorhanden ist. Die Ungleichung der Scheingeschwindigkeiten (der Wellen P_{121}), die nach den in verschiedenen Profilmittelpunkten beginnenden, doch in gleicher Richtung orientierten Laufzeit-

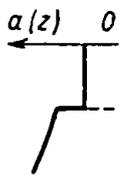


Abb. 221

kurven bestimmt wurden, würde zeigen, daß wir es tatsächlich mit veränderlichen Geschwindigkeiten innerhalb der zweiten Schicht zu tun haben.

Die Methodik der Profilkonstruktion kann noch nicht als anwendungsreif betrachtet werden. Wir begnügen uns deshalb hier mit einigen Hinweisen. Das Beobachtungsschema muß so gewählt werden, daß möglichst kurze Laufzeitkurven erhalten werden. Hierbei sind die durch das Eindringen der Wellen in die zweite Schicht bedingten Effekte weniger bedeutungsvoll und die dadurch entstehenden Fehler in der Bestimmung der Tiefen weniger erheblich. Die Methode der Parallelverschiebung der Laufzeitkurvenäste kann nur mit Vorsicht verwendet werden, da eine Vergrößerung des auf der Zeitachse von der Laufzeitkurve der Wellen P_{121} festgelegten Zeitabschnittes in diesem Falle unausbleiblich ist.

Das Maß dieser Vergrößerung könnte man bestimmen, wenn man die Abhängigkeit zwischen den Scheingeschwindigkeiten der Wellen P_{121} und dem Abstand vom Laufzeitkurvenursprung untersuchen würde.

Erfolgt der Übergang von der ersten Schicht (mit konstanter Geschwindigkeit) zur zweiten (mit veränderlicher Geschwindigkeit) ohne Geschwindigkeitssprung, so erfährt die Laufzeitkurve der Refraktionswellen eine erhebliche Formveränderung.

Wir untersuchen hierzu eine Schar von Strahlen (Abb. 222), die im Koordinatenursprung unter verschiedenen Winkeln ihren Anfang nehmen. Da an der Grenzfläche keine Brechung erfolgt, kann jeder Strahl, welche Richtung innerhalb der ersten Schicht er auch habe, in das zweite Medium eindringen.

Jene Strahlen, die auf die Grenzfläche etwa unter einem rechten Winkel einfallen, dringen nur wenig in die zweite Schicht ein. Ihre Weglänge innerhalb des zweiten Mediums ist gering. Der Strahlenverlauf ist in diesem Falle dem einer reflektierten Welle ähnlich (wenn eine reflektierte Welle existieren würde). Mit zunehmendem Winkel e bewegt sich der Austrittspunkt der Wellen P_{121} in Richtung des Laufzeitkurvenursprunges bis zu einem gewissen Grenzpunkt. Eine weitere Vergrößerung des Winkels e führt bereits zu einer Verschiebung des Strahlenaustrittspunktes in entgegengesetzter Richtung. Die Laufzeitkurve der Wellen P_{121} besteht deshalb aus zwei Ästen: Der obere wird durch eine sich mit zunehmendem Abstand verringernde Scheingeschwindigkeit charakterisiert (die sich im Unendlichen der Ausbreitungsgeschwindigkeit in der ersten Schicht nähert); der untere Ast zeichnet sich durch eine mit zunehmendem Abstand wachsende Scheingeschwindigkeit aus. Im Grenzpunkt (der für beide Äste gemeinsame Punkt) sind die Scheingeschwindigkeiten gleich.

Abb. 223

Wir weisen darauf hin, daß ähnliche Effekte, nur in einer weniger klaren Form, in einer der von uns bereits untersuchten Variante (Abb. 221) beobachtet werden können. In dieser Variante existiert jedoch der zweite (obere) Ast der Wellen P_{121} nur in einem endlichen Intervall. Er ist um so kürzer, je größer der Geschwindigkeitsprung von der ersten zur zweiten Schicht ist. Praktisch fällt dieser Ast mit dem Anfangsteil der Laufzeitkurve der reflektierten Wellen zusammen.

Benutzt man bei der Errechnung der Grenzflächentiefe die üblichen Regeln, die für Medien mit konstanter Ausbreitungsgeschwindigkeit gelten, so erhält man größere Tiefenwerte als die tatsächlichen.

Zur letzten Variante (mit zunehmender Tiefe ansteigende Geschwindigkeiten sowohl in der ersten als auch in der zweiten Schicht) sei hier nur vermerkt, daß die Laufzeitkurven der Wellen P_1 und P_{121} gekrümmte Form besitzen und für die Laufzeitkurven der Wellen P_1 ein Grenzpunkt existiert (Abb. 223).

Die Errechnung der Tiefen kann aus der Lage des Grenzpunktes der Laufzeitkurve P_1 oder in angenäherter Form nach der im § 91 beschriebenen Methodik erfolgen.

XV. Grundfragen der refraktionsseismischen Erkundungstechnik

§ 94. Das Beobachtungsschema

Bei der Lösung refraktionsseismischer Erkundungsaufgaben hängt die Profilanlage stark von den vorhandenen geologischen Bedingungen ab. Von großer Bedeutung ist die Richtung der Beobachtungslinien. Besteht das Ziel der Erkundung nur darin, eine qualitative Charakteristik der Struktur zu geben, so müssen die Beobachtungslinien senkrecht zum Streichen der Struktur angeordnet werden. Verlangt man von der Erkundung eine genaue quantitative Formbestimmung des Tiefenreliefs, so müssen die Beobachtungslinien längs der Strukturachse verlaufen. Diese Regel bezieht sich selbstverständlich auf solche Grenzflächen, deren Krümmung in gewissen Richtungen größere Werte annimmt. Im entgegengesetzten Falle sind selbstverständlich beliebige Linien gleichwertig.

Bei Spezialuntersuchungen ist eine lückenlose Korrelation der brechenden Grenze erforderlich. Es ist jedoch bekannt, daß der Ast der Welle P_{121} erst in einem bestimmten Abstand vom Ursprung auf der Laufzeitkurve der ersten Einsätze in Erscheinung tritt. Mit anderen Worten: Jede Laufzeitkurve der Refraktionswellen hat eine „blinde Zone“.¹⁾

Im Rahmen der Spezialuntersuchungen müssen diese blinden Zonen durch sogenannte gestaffelte Anschluß-Laufzeitkurven überdeckt werden. Unter einer derartigen Anschluß-Laufzeitkurve ist eine Laufzeitkurve gleicher Richtung zu verstehen, deren Ast P_{121} wenigstens bis zum Anfangspunkt des analogen Astes der angeschlossenen Laufzeitkurve (Abb. 224) reicht. Das gleiche System muß auch auf die Rückschuß-Laufzeitkurven angewandt werden.

↑ „gestaffelte“ →

Abb. 224

Die Beachtung dieser Regel garantiert das Erkennen von Bruchstufen und anderen starken Störungen des Tiefenreliefs. Die Überdeckung der blinden Zone gestattet weiterhin die sichere Ermittlung einer für die Interpretation überaus wichtigen Größe. Es handelt sich um den auf der Zeitachse der Laufzeitkurve festgelegten Zeit-

¹⁾ Bei der Korrelationsmethode gebrochener Wellen kann man die Welle P_{121} oft nicht nur im Bereich der ersten Einsätze, sondern auch im Gebiet der folgenden Einsätze verfolgen. In diesem Falle ist die sogenannte blinde Zone nicht vorhanden [20]. (Anm. d. Red. d. russ. Ausg.)

abschnitt (t_0). Der t_0 -Zeitabschnitt kann auf folgende Art ermittelt werden: Jener Teil der Anschluß-Laufzeitkurve, der über der blinden Zone der anzuschließenden Laufzeitkurve liegt, wird so weit nach unten parallelverschoben, bis sich die überschneidenden Teile der Äste P_{121} beider Laufzeitkurven decken (Abb. 224). Der vom parallelverschobenen Teil der Anschluß-Laufzeitkurve auf der Zeitachse liegende Zeitabschnitt ist die gesuchte Größe t_0 .

Die Abb. 225 illustriert, wie groß der Fehler bei der Bestimmung von t_0 sein kann, wenn man eine mögliche Formveränderung der Laufzeitkurve P_{121} in der blinden Zone unberücksichtigt läßt.

Übermäßig lange Laufzeitkurven sollten vermieden werden. Uns ist bereits bekannt, daß in den Fällen konvex gekrümmter Grenzflächen die seismischen Strahlen sich nicht mehr längs der Grenzflächen ausbreiten. Die Abweichung ist um so größer, je länger die Laufzeitkurve ist. Das Eindringen der Strahlen kann übrigens leicht berücksichtigt werden (durch die Methode der theoretischen Laufzeitkurven). Neben dieser Erscheinung kann aber auch noch ein Eindringen der Strahlen auf Grund einer Geschwindigkeitszunahme mit zunehmender Tiefe innerhalb der zweiten Schicht erfolgen. Die Berücksichtigung derartiger Effekte ist bereits bedeutend komplizierter. Da die durch das Eindringen der Strahlen hervorgerufenen Fehler auf kurzen Laufzeitkurven geringer sind, empfiehlt es sich, ein System von kurzen Laufzeitkurven zu benutzen. Ein komplettes Laufzeitkurvensystem ist in der Abb. 226 dargestellt.

Will man die Richtigkeit der Laufzeitkurven-Konstruktion nachprüfen, so muß

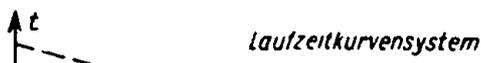


Abb. 226

man sich jenes Grundprinzips bedienen, das besagt, daß die Laufzeit einer Welle zwischen zwei Punkten unabhängig davon ist, in welchem der beiden Punkte sich das Erregungszentrum befindet.

Nach diesem Prinzip muß die Ordinate der Vorschub-Laufzeitkurve im Ursprung der Rückschub-Laufzeitkurve gleich der Ordinate der Rückschub-Laufzeitkurve im Ursprung der Vorschub-Laufzeitkurve sein.

Sind die Eindringeffekte unbedeutend, so gilt dieses Gegenseitigkeitsprinzip auch für die zusammengesetzten Laufzeitkurven, die aus einer größeren Anzahl von kurzen Laufzeitkurven durch Parallelverschiebung der P_{121} -Äste zusammengestellt wurden.

Ist die Geschwindigkeit in der ersten Schicht auf verschiedenen Profilschnitten unterschiedlich, so ist ein entsprechend enges Netz kurzer Profile zur Bestimmung der Geschwindigkeitsabhängigkeit innerhalb der ersten Schicht notwendig.

Die hier beschriebenen Laufzeitkurvensysteme gestatten bei der Interpretation die Verwendung der Methode der arithmetischen Mittelung. Die Interpretation kann auch nach der Methode der einander zugeordneten Punkte erfolgen.

Es ist empfehlenswert, die bei der Parallelverschiebung der P_{121} -Äste erhaltenen t_0 -Werte mit den analogen Werten aus der Summenbildung $(\vec{t} + \overleftarrow{t} - T)$ zu vergleichen.

Liegt zwischen der zu untersuchenden Grenzfläche und der Erdoberfläche noch eine weitere Grenzfläche, so muß vor der Formbestimmung der unteren Grenzfläche erst die Gestalt der dazwischenliegenden ermittelt werden. In diesem Falle muß das Laufzeitkurvensystem so beschaffen sein, daß bei den Vor- und Rückschuß-Laufzeitkurven sowohl zwischen den P_{121} -Ästen als auch zwischen den P_{12321} -Ästen keinerlei Lücken auftauchen können.

Man muß hier bereits zwei Laufzeitkurvensysteme haben. Das eine System dient zur Bestimmung der oberen Grenzfläche, während das zweite zur Formbestimmung der unteren Grenzfläche dient. Weist die obere Grenzfläche keine Besonderheiten auf und sind die Geschwindigkeitsunterschiede zwischen der ersten und zweiten Schicht unbedeutend, so genügt oft bereits ein (das zweite) Laufzeitkurvensystem.

Bei weniger detaillierten Untersuchungen kann ein vereinfachtes Beobachtungsschema verwendet werden. Das Laufzeitkurvensystem muß jedoch in jedem Falle so beschaffen sein, daß auf dem Profil eine genügende Anzahl von Kontrollpunkten vorhanden ist. Auf jenen Profilschnitten, wo eine Formveränderung oder andere Besonderheiten im Tiefenrelief erwartet werden, müssen die Vor- und Rückschuß-Laufzeitkurven unbedingt mit sich gegenseitig überschneidenden Ästen registriert werden.

Die Frage nach der Verteilung der Schußpunkte und Seismographenaufstellungen ist in Abhängigkeit von der zur Verfügung stehenden Anzahl an Seismographen, der Tiefe der brechenden Grenze u. a. zu klären. In der Regel werden zwei verschiedene Beobachtungssysteme angewandt:

1. die Methode der Seismographen-Versetzung,
2. die Versetzung der Schußpunkte.¹⁾

Selbstverständlich sind auch kombinierte Methoden möglich.

Ist die Tiefe der Grenzfläche groß, so daß nicht mit kurzen Laufzeitkurven gearbeitet werden kann, so muß mit der ersten Methode gearbeitet werden. Bei dieser

¹⁾ Gegenwärtig wird das mit Schußbohrungsverlagerung verbundene Beobachtungssystem nur selten und in der Hauptsache nur in schwer zugänglichen Gebieten angewandt. Die Interpretation ist dabei etwas ungenauer als bei den Beobachtungsergebnissen mit Seismographenverlagerung. (Anm. d. Red. d. russ. Ausg.)

Variante bleibt die Schußbohrung am Ursprung der Laufzeitkurve. Die Seismographen werden nach jedem Schuß in Profilrichtung weiter versetzt.

Beim Übergang zur folgenden Seismographenaufstellung muß im letzten Punkt der vorhergehenden Aufstellung angeschlossen werden. Das ist einerseits für eine einwandfreie Korrelation der Refraktionswellen erforderlich und dient andererseits zur Kontrolle des Abrisses.

Die Arbeitsproduktivität nimmt mit steigender Anzahl an verwendeten Seismographen zu. Gleichzeitig wird die erforderliche Ladungsmenge pro Profilkilometer herabgesetzt.

Wir beschäftigen uns jetzt mit dem Problem der Profilanlage in Abhängigkeit von der Form und Lage der geologischen Struktur und untersuchen hier nur drei Hauptvarianten.

Zur ersten Variante zählen wir Grenzflächen, die sich nur wenig von einer Ebene unterscheiden. Wenn sich die Neigungen der Grenzfläche nicht gerade dem Grenzwinkel nähern, kann die Orientierung der Profile beliebig erfolgen. Bei einer flächhaften Erkundung wird gewöhnlich ein rechtwinkliges Profilnetz bevorzugt. Die Profildichte wird in Abhängigkeit vom Erkundungsgrad und der Tiefe der zu untersuchenden Grenzfläche festgelegt.

Zur zweiten Variante wollen wir solche Grenzflächen zählen, die in erster Näherung mit Zylinderflächen gleichgesetzt werden können (synklinale und antiklinale Falten usw.).

Ist die Tiefe der Zylinderfläche sowie ihre Krümmung gering, so wird sich dieser Fall nicht wesentlich von der ersten Variante unterscheiden. In den übrigen Fällen muß die Orientierung der Profile in Übereinstimmung mit der am Anfang dieses Paragraphen formulierten Regel gewählt werden. Die senkrecht zum Streichen der Struktur orientierten Profile können nur zur qualitativen Charakterisierung des Tiefenreliefs sowie zur Lagebestimmung der Zylinderachse verwendet werden. Profile für eine eingehendere Aussage müssen längs der Strukturachse angelegt werden. Bei der Wahl der Profilrichtung müssen die Ergebnisse anderer geophysikalischer Untersuchungen sowie die geologischen Anhaltspunkte berücksichtigt werden.

Bei der rechnerischen Bearbeitung der Profile gilt es zu bedenken, daß der Strahlenverlauf der seismischen Wellen nicht in einer vertikalen Ebene erfolgt. Der Übergang von den längs der Normalen geltenden Tiefen zu den tatsächlichen kann nach der in § 83 beschriebenen Methode durchgeführt werden.

Bei kuppelförmigen Körpern ändert sich die Erkundungsmethodik in Abhängigkeit von der Tiefe und der räumlichen Ausdehnung des Erkundungsobjektes oft ganz beträchtlich. Sind Krümmung und Tiefe der Grenzfläche gering, so führt uns das wieder zum Fall einer Fläche, die sich nur unbedeutend von einer Ebene unterscheidet. Im entgegengesetzten Falle (starke Krümmung und große Tiefe der Grenzfläche) wird eine refraktionsseismische Erkundung mit Hilfe an der Oberfläche gelegener Profile unmöglich. Eine Formbestimmung der Grenzfläche kann in diesem Falle nur mit Hilfe reflexionsseismischer oder bohrlochseismischer Beobachtungsmethoden erfolgen.

In einem Grenzfall kann folgendes Beobachtungsschema gewählt werden: Das zu untersuchende Gebiet wird mit einem Netz von Radialprofilen überdeckt, das an den Strukturrändern durch Tangentialprofile ergänzt wird. Die letzteren dienen zur Bestimmung der steilen Flanken an der Struktur. Wenn es die räumliche Ausdehnung der Struktur gestattet, wird das radiale Profilnetz oft durch ein rechtwinkliges ersetzt.

Die Profilanlage hängt in starkem Maße auch von der Oberflächengestalt ab.

Es ist zweckmäßig, Profile mit übermäßig großen Reliefkorrekturen zu vermeiden.

Oftmals muß man auf Grund ungünstiger Oberflächenbedingungen von der auf Grund der geologischen Bedingungen vorgesehenen Profilanlage abweichen. Diese Feststellung bezieht sich in mehr oder weniger starkem Maße auf alle drei der hier untersuchten Varianten.

§ 95. Anregungs- und Empfangsbedingungen

Zur Konstruktion der Laufzeitkurven gebrochener Wellen ist die Kenntnis der Lage des Anregungszentrums und der Beobachtungspunkte, des Zeitpunktes des Schusses sowie der Laufzeit der Welle bis zum Beobachtungspunkt als gegeben vorauszusetzen. Die Messung der ersten drei dieser Größen ist in der Erkundungsseismik (im Gegensatz zur Seismologie) mit keinerlei Schwierigkeiten verbunden.

Die Möglichkeit der Laufzeitbestimmung sowie ihre Genauigkeit hängen von folgenden Faktoren ab:

1. dem Charakter der primären Gleichgewichtsstörung im Quellpunkt,
2. den Eigenschaften des von den Wellen durchlaufenen Mediums,
3. den Eigenschaften der Aufnahmeapparaturen,
4. der Intensität der Störschwingungen (mikroseismische Unruhe).

Der im Quellpunkt erzeugte elastische Impuls muß einen scharfen Einsatz haben, denn nur in diesem Falle kann man auf dem Seismogramm klare Schwingungseinsätze erwarten. Die Intensität des elastischen Impulses muß genügend hoch sein, damit sich die Amplituden der einlaufenden Wellen von den mikroseismischen Störungen unterscheiden. Das kann durch Verwendung von Brisanzsprengstoffen erreicht werden.

Die Ladung wird gewöhnlich in Bohrungen, Mulden oder Schürfen untergebracht. Der Nutzeffekt des Schusses wächst i. allg. mit zunehmender Ladungstiefe. Sprengungen in lockeren Gesteinen erfordern eine größere Ladungsmenge. Schüsse in dichten Gesteinen (Tonen) und im Wasser sind besonders effektiv. Die Ladungen werden elektrisch gezündet.

Zur Fixierung des Schußmomentes benutzt man einen geschlossenen Stromkreis, der den Schußpunkt mit der Registrationsapparatur verbindet. In diesem Kreis ist eine Gleichstromquelle und eines der Galvanometer des Oszillographen in Reihe geschaltet. Am Schußpunkt wird die den Kreis bildende Leitung über die Ladung

geführt (der Draht wird gewöhnlich um den Zünder gewickelt). Beim Schuß wird der Kreis unterbrochen, was zu einem Ausschlag des Galvanometers führt, der dann im Seismogramm als Nullpunkt der Zeitachse gewertet wird.

Oft wird der Abrißkreis über einen Transformator mit dem Galvanometer verbunden.¹⁾

Bei Sprengungen im Wasser (besonders im Salzwasser) kann sofort nach der Unterbrechung des Kreises eine sekundäre Schließung desselben erfolgen. Der Ausschlag des Galvanometers kann dadurch so gering werden, daß er praktisch nicht mehr feststellbar ist. In diesen Fällen muß entweder die Stromstärke im Abrißkreis erhöht oder (was bedeutend besser ist) der bei der Sprengung entstehende schwache elektrische Impuls mit Hilfe eines Niederfrequenzverstärkers verstärkt werden.

Der Schußmoment ist mit einer Genauigkeit bis zu 0,001 s zu bestimmen.

Bei Vergrößerung des Abstandes vom Schußpunkt erhöht man die Ladung oft direkt proportional dem Quadrat der Entfernung.

Es ist falsch anzunehmen, daß unter realen seismisch-geologischen Bedingungen die Amplitudenabnahme mit zunehmender Entfernung auf dem ganzen Profil streng nach einem konstanten Gesetz erfolgt.

Die Amplitude kann sich bei der Korrelation oft sprunghaft ändern. Selbst bei gleichbleibendem Wellentyp kann eine Veränderung in den Absorptionsbedingungen oder in der Grenzflächengestalt zu einer Verzerrung der Gesetzmäßigkeiten in der Amplitudenabnahme mit zunehmender Entfernung führen. Auf Grund dieser Tatsache wird die Ladungsbestimmung oft experimentell durchgeführt.

Erwartet man auf bestimmten Profilschnitten Bruchstufen oder andere starke Störungen im Tiefenrelief, so muß die Ladungsmenge über die Grenzen der allgemeinen Regel hinaus erhöht werden. Die Untersuchung konkaver Grenzflächen erfordert ebenfalls höhere Ladungsmengen.

Die Intensitätsverringering in der ersten Phase erklärt sich in diesem Falle aus der durch die Diffraktionserscheinungen hervorgerufenen Dämpfung der Wellen. Analoge Verhältnisse müssen erwartet werden, wenn eine sehr dünne Schicht sich von den umgebenden Gesteinen durch eine hohe Ausbreitungsgeschwindigkeit auszeichnet. Zur Untersuchung einer solchen Schicht müßten Ladungsmengen verwendet werden, welche die in der Regel verwandten Mengen weit übertreffen. Bei einer mittleren Mächtigkeit können die in der Schicht verlaufenden Wellen in geringen Abständen von der Schußbohrung noch zu erkennen, in größeren Abständen aber bereits nicht mehr auffindbar sein. Das kann bei der Bestimmung der Laufzeit zu Schwierigkeiten führen. In diesen Fällen ist eine besonders sorgfältige Analyse der Seismogramme notwendig.

Wir gehen jetzt zum Hauptproblem bei der Registrierung von Refraktionswellen über. Da die Austrittsrichtung der Refraktionswellen etwa mit der Vertikalen übereinstimmt, erfolgt die Registration fast ausschließlich mit Hilfe von Vertikalseismographen.

¹⁾ Gegenwärtig wird bei refraktionsseismischen Arbeiten der Schußmoment oft per Funk übertragen [20], [41]. (Anm. d. Red. d. russ. Ausg.)

Die maximale Empfindlichkeit der Seismographen wird durch das Störungsniveau (Mikroseismik) bestimmt. Ist die Empfindlichkeit der Seismographen so hoch, daß die mikroseismischen Störungen auf dem Seismogramm in Erscheinung treten, so führt eine weitere Erhöhung der Empfindlichkeit nicht mehr zu einer Verbesserung in der Registrierung der künstlich hervorgerufenen Erschütterungen. Zur Senkung des Störungsniveaus können verschiedenartige Maßnahmen ergriffen werden. Um die Seismographen vor Wind zu schützen, ordnet man sie in Vertiefungen von 0,25 bis 1 m Tiefe an. Man entfernt sie nach Möglichkeit von Industrieanlagen, Wegen, Wohnhäusern, Dörfern usw.

Eine Senkung des Störungsniveaus und folglich eine Erhöhung des Grenzwertes der maximalen Empfindlichkeit, kann man bei den Seismographen durch regelbar gerichteten Empfang der seismischen Schwingungen ermöglichen. Es ist nicht anzunehmen, daß die mikroseismischen Störungen nur aus jener Richtung an den Seismographen herantreten, aus der die künstlich hervorgerufene gebrochene Welle eintrifft. Orientiert man die Achse der maximalen Empfindlichkeit des Empfängergerätes in Richtung der ankommenden Wellen, so senken wir damit das Störungsniveau ohne die Intensität der Refraktionswellen zu schwächen.

Die Frequenzcharakteristik der Seismographen muß so beschaffen sein, daß Schwingungen mit Perioden von einigen 10^{-2} s bis zu 0,1 bzw. 0,2 s bei etwa gleicher maximaler Empfindlichkeit registriert werden.

Verlagert man das Maximum der Empfindlichkeit des Seismographen in Richtung höherer Frequenzen, so wird ein solches Gerät die ersten Longitudinalwellen nur im geringen Abstand von der Schußbohrung gut aufnehmen.

Das ist dadurch bedingt, daß sich mit zunehmendem Abstand vom Quellpunkt die Form des elastischen Impulses ändert. Der Anteil der hochfrequenten Schwingungskomponenten nimmt infolge der selektiven Absorptionseigenschaften des von der Welle durchlaufenen Mediums mit zunehmender Entfernung ab. Ein Verlust an hochfrequenten Komponenten erfolgt bereits bei der Bildung der Refraktionswellen (Wellen des Typs P_{121} , P_{12321} usw.).

Während die direkte Welle einen Stetigkeitssprung erster Ordnung (sprunghafter Geschwindigkeitseinsatz im Moment des Eintreffens der Welle) mit sich führt wird die Refraktionswelle, wie von JEFFREYS gezeigt wurde, durch einen Stetigkeitssprung zweiter Ordnung (sprunghafter Beschleunigungseinsatz) charakterisiert. Der Übergang vom Ruhezustand in die Bewegung erfolgt bei der Refraktionswelle deshalb stetig und ohne Knickpunkte. Außerdem hat man auf Grund der praktischen Erfahrung festgestellt, daß die Perioden der Refraktionswellen (genauer gesagt, das zwischen zwei benachbarten Schwingungsmaximas liegende Zeitintervall) mit zunehmender Tiefe der Grenzfläche anwachsen. Bei der Wahl der Frequenzcharakteristik des Seismographen wird besondere Aufmerksamkeit darauf gelegt, daß die Empfindlichkeit des Seismographen bei jenen relativ niedrigen Frequenzen, die in großem Abstand vom Schußpunkt auftreten, ausreichend hoch ist.

Hieraus folgt weiterhin, daß bei der Wahl der Abhängigkeit zwischen Ladungsmenge und Abstand der Seismographenaufstellung vom Schußpunkt auch die Form

der Frequenzcharakteristik der Seismographen und der Grad ihrer Übereinstimmung mit dem Frequenzspektrum der Wellen berücksichtigt werden müssen.

Die Amplitude der Anfangsauslenkung eines Bodenelementes beim Eintreffen der ersten Phase einer Longitudinalwelle ist oftmals klein im Vergleich zu den Amplituden der späteren Phasen. Es ist deshalb nicht ausgeschlossen, daß der erste Einsatz un-erkannt bleibt. Eine wesentliche Hilfe bei der Bestimmung des ersten Einsatzes er-weist folgende einfache Überlegung: Da bei der Sprengung eine Kompressionswelle entsteht, muß die erste an dem Seismographen angreifende Welle ebenfalls eine Kompressionswelle sein. Unabhängig vom Abstand zwischen Seismographen und Schußpunkt muß im Moment des Eintreffens der ersten Longitudinalwelle der Seis-mographenkörper einen von unten nach oben gerichteten Stoß erhalten. Um diese Tatsache zur Auffindung des ersten Einsatzes sich nutzbar machen zu können, ist die Kenntnis der Abhängigkeit zwischen der Bewegungsrichtung des Seismographen-körpers und der Auslenkungsrichtung des Galvanometers auf dem Seismogramm er-forderlich. Werden mehrere Geräte gleichzeitig zur Beobachtung benutzt, so muß die Polarität der Kreise so gewählt werden, daß die Richtung der ersten Einsätze bei allen Geräten gleich ist. In diesem Falle wird die Bestimmung der Scheingeschwindig-keiten und die Abtrennung der folgenden Einsätze wesentlich erleichtert.

Bei refraktionsseismischen Erkundungsarbeiten muß stets versucht werden, die zweiten Einsätze mit zu verfolgen, da eine nur nach den ersten Einsätzen erfolgte Interpretation der seismischen Beobachtungsergebnisse eine Mehrdeutigkeit oft nicht ausschließt. Dazu ist erforderlich, daß sowohl Seismographen als auch die anderen Elemente der Aufnahme-Apparatur entsprechend gute Dämpfungseigenschaften auf-weisen. Es ist weiterhin wünschenswert, daß die Frequenzcharakteristiken der Seis-mographen (aber auch die der Verstärker und Galvanometer) übereinstimmen. Dieses Problem ist jedoch hier im Vergleich zur Reflexionsseismik von untergeordneter Bedeutung. Bei den geringen Filtrationseigenschaften, die die Apparatur bei der Regi-strierung von Refraktionswellen aufweist, führen selbst erhebliche Abweichungen zwischen den Parametern der Geräte nur zu geringen Verzerrungen in der Form der Frequenzcharakteristik.

XVI. Die Laufzeitkurven reflektierter Wellen im Falle ebener Grenzflächen und ihre Beziehung zu den Laufzeitkurven der direkten und gebrochenen Wellen

§ 96. Die Laufzeitkurven der longitudinalen (P_{11}) und transversalen (S_{11}) Reflexionswellen

Die Konstruktion von Laufzeitkurven der Wellen des Typs P_{11} und S_{11} kann im Falle ebener Grenzflächen durch die Konstruktion von Laufzeitkurven der direkten Wellen ersetzt werden, die im Spiegelpunkt der Strahlenquelle ihren Ausgang nehmen.

Ermittelt man nach den Gesetzen der geometrischen Optik den Spiegelpunkt E^* der Strahlenquelle E , so wird man feststellen, daß die Punkte E^* , R und S auf einer Geraden liegen und die Weglängen E^*RS und ERS (Abb. 227) einander gleich sind.

Diese Feststellung gestattet uns, die Gleichung der Laufzeitkurve der reflektierten Welle in folgender Form zu schreiben:

$$t = \frac{1}{v} \sqrt{(x - x_0)^2 + (y(x) - y_0)^2 + z_0^2}. \quad (96.1)$$

Hier bedeuten t die Laufzeit der reflektierten Welle, v die Ausbreitungsgeschwindigkeit der Wellen des betrachteten Typs ($v = a_1$ für Wellen P_{11} und $v = b_1$ für Wellen S_{11}), $x, y(x), 0$ die Koordinaten des Beobachtungspunktes S , ferner x_0, y_0, z_0 die Koordinaten des Spiegelpunktes E^* der Erschütterungsquelle E ; $y = y(x)$ ist die Gleichung des Profils, dessen Ursprung im Punkte E gewählt wurde.

Wäre y in der Gleichung (96.1) eine unabhängige Veränderliche, so könnte man Gleichung (96.1) in bezug auf die Achsen x, y, t als Gleichung eines Rotationshyperboloides ansehen, dessen Symmetrieachse parallel zur Zeitachse durch den Punkt E^* verläuft.

Abb. 227

Alle möglichen Laufzeitkurven der reflektierten Wellen, die im Punkte E ihren Ausgang nehmen, liegen dann auf der Oberfläche dieses Hyperboloids.

Indem wir nun das Profil als geradlinig annehmen und die x -Achse in Profilrichtung orientieren ($y(x) = 0$), erhalten wir nach Einführung der Bezeichnung

$$y_0^2 + z_0^2 = r^2 \quad (96.2)$$

— mit r als Abstand zwischen E^* und dem Profil — die Gleichung der Laufzeitkurve für reflektierte Wellen in der Gestalt

$$t = \frac{1}{v} \sqrt{(x - x_0)^2 + r^2} \quad (96.3)$$

oder auch

$$\frac{(x - x_0)^2}{r^2} - \frac{t^2}{\left(\frac{r}{v}\right)^2} = -1. \quad (96.4)$$

Die Hyperbel (96.4) ist in bezug auf den Punkt x_0 , in dem sie ein Minimum hat, symmetrisch. Die Gleichungen der Asymptoten lauten

$$x - x_0 = \pm v t. \quad (96.5)$$

Wir untersuchen jetzt die Lage der Laufzeitkurven reflektierter Wellen im Vergleich zur Lage der Laufzeitkurven der direkten und gebrochenen Wellen.

Vorerst bleiben wir noch bei den Wellen des Typs P_{11} , deren Laufzeitkurve durch die Gleichung

$$\frac{(x - x_0)^2}{r^2} - \frac{t^2}{\left(\frac{r}{a_1}\right)^2} = -1 \quad (96.6)$$

beschrieben wird.

Wir stellen zunächst fest, daß die Asymptoten

$$x - x_0 = \pm a_1 t$$

den Laufzeitkurven der direkten Wellen

$$x = \pm a_1 t$$

parallel sind.

Ist das Profil in Richtung zum Anstieg des Reflektors orientiert, so liegt die Asymptote der Hyperbel unterhalb der Laufzeitkurve der direkten Welle. Bei entgegengesetzter Orientierung liegt die Asymptote entsprechend oberhalb der Laufzeitkurve der direkten Welle (Abb. 228). Im ersten Fall (Profil in Richtung zum Anstieg) schneidet die Laufzeitkurve der reflektierten Wellen die der direkten in dem Punkte, in dem das Profil die Reflexionsfläche schneidet. Dieser Punkt ist damit Grenzpunkt für die reflektierten und direkten Wellen.

Liegt die Reflexionsfläche horizontal, dann fallen die Asymptoten der Laufzeitkurve P_{11} mit den Laufzeitkurven P_1 zusammen.

Wir weisen noch darauf hin, daß die Laufzeitkurven der Wellen P_{121} und $P_1 S_2 P_1$ die Laufzeitkurven der reflektierten Wellen berühren. Die Berührungspunkte sind dabei gleichzeitig die Anfangspunkte der Laufzeitkurven P_{121} und $P_1 S_2 P_1$.

Verringert sich die Weglänge der Wellen P_{121} und $P_1 S_2 P_1$ innerhalb der zweiten Schicht auf Null, dann fällt das Strahlenbild dieser Wellen mit dem der reflektierten Wellen zusammen. Die Laufzeiten der gebrochenen und reflektierten Wellen sind in diesem Falle also gleich. Da die Scheingeschwindigkeiten nach dem Benndorfschen

Gesetz nur von der Ausbreitungsrichtung und der Geschwindigkeit der seismischen Wellen im Austrittspunkt an der Erdoberfläche abhängen, stimmen diese also in unserem Falle ebenfalls überein.

Die Gleichung der reflektierten Transversalwellen (S_{11}) hat die gleiche Gestalt wie die der Longitudinalwellen mit dem Unterschied, daß an Stelle a_1 die Geschwindigkeit

Abb. 228

keit b_1 einzusetzen ist. Die Asymptoten der Laufzeitkurve S_{11} sind den Laufzeitkurven der direkten Transversalwellen (S_1) parallel. Die Laufzeitkurve S_{11} berührt die Laufzeitkurven S_{121} und $S_1P_2S_1$ in deren Anfangspunkten.

§ 97. Die Laufzeitkurven der reflektierten Wechselwellen (P_1S_1 und S_1P_1)

Liegt die reflektierende Fläche horizontal, dann lautet die Laufzeitkurven-Gleichung der Wellen P_1S_1 in Parameterform

$$\left. \begin{aligned} t_{P_1S_1} &= h \left(\frac{1}{a_1} \cos el + \frac{1}{b_1} \cos \overline{rt} \right), \\ x' &= h (\tan el + \tan rt), \end{aligned} \right\} \quad (97.1)$$

wobei die Beziehung gilt

$$\frac{\sin el}{\sin rt} = \frac{a_1}{b_1}.$$

Die Laufzeitkurvengleichung der Wellen S_1P_1 kann in analoger Form geschrieben werden:

$$\left. \begin{aligned} t_{S_1P_1} &= h \left(\frac{1}{b_1 \cos et} + \frac{1}{a_1 \cos rl} \right) \\ x &= h (\tan et + \tan rl) \end{aligned} \right\} \quad (97.2)$$

mit

$$\frac{\sin et}{\sin rl} = \frac{b_1}{a_1}.$$

Man erkennt leicht, daß beide Laufzeitkurven identisch sind. Betrachten wir in den Gleichungen (97.1) den Winkel el und in den Gleichungen (97.2) den Winkel rl als unabhängige Parameter und setzen diese einander gleich, so stellen wir fest, daß gleichen Abständen vom Anregungszentrum gleiche Laufzeiten der Wellen P_1S_1 und S_1P_1 entsprechen. Das gleiche kann man bereits unmittelbar aus dem Strahlenverlauf dieser Wellen entnehmen.

Bei $x = 0^1)$ ($\cos el = \cos rl = 1$ und $\cos et = \cos rl = 1$) errechnen sich die Laufzeiten der Wellen P_1S_1 und S_1P_1 nach der einfachen Formel

$$t_0 = h \left(\frac{1}{a_1} + \frac{1}{b_1} \right). \quad (97.3)$$

Im Koordinatenursprung besitzt die Laufzeitkurve ein Minimum. Mit zunehmenden Abstand nähert sich die Laufzeitkurve asymptotisch der Geraden

$$t - \frac{x}{a_1} = \frac{h}{b_1} \sqrt{1 - \left(\frac{b_1}{a_1} \right)^2}. \quad (97.4)$$

Diese Gerade ist der Laufzeitkurve der direkten Longitudinalwellen parallel und schneidet die Zeitachse in

$$t_0' = \frac{h}{b_1} \sqrt{1 - \left(\frac{b_1}{a_1} \right)^2}.$$

Die Laufzeitkurve der reflektierten Longitudinal-Transversal-Wellen berührt die Laufzeitkurven der Refraktionswellen der Typen $P_{12}S_1$, P_1S_{21} , $S_{12}P_1$ und S_1P_{21} in ihren Anfangspunkten.

Wir untersuchen jetzt, wie sich die Form der Laufzeitkurven reflektierter Longitudinal-Transversal-Wellen bei geneigter Grenzfläche ändert.

1. Die Lage der Minima in den Laufzeitkurven der Wellen P_1S_1 und S_1P_1 bestimmt man auf folgende Weise: Im Minimum wird die Scheingeschwindigkeit unendlich. Die Front der hier an der Erdoberfläche eintreffenden Wellen muß folglich horizontal verlaufen. Der Reflexionswinkel φ muß in diesem Falle gleich dem Neigungswinkel des Reflektors sein. Der Einfallswinkel i wird für Wellen des Typs P_1S_1 durch die Formel

$$\sin i_1 = \frac{a_1}{b_1} \sin \varphi$$

1) Bei $x = 0$ können auf dem Profil keine Wellen des Typs P_1S_1 und S_1P_1 beobachtet werden, da bei normalem Einfall auf die Grenzfläche keine Wechselwellen gebildet werden. Die Größe t_0 kann durch Extrapolation der Laufzeitkurve bis zur Zeitachse ermittelt werden. (Anm. d. Red. d. russ. Ausg.)

und für die Wellen des Typs $S_1 P_1$ durch

$$\sin i_2 = \frac{b_1}{a_1} \sin \varphi$$

bestimmt.

Bezeichnen wir (Abb. 229) den Schnittpunkt zwischen Profil und Grenzfläche mit X , so erhalten wir für die Abszisse des Minimums den Ausdruck

$$x_{\min} = \frac{X}{1 + \cot(i + \varphi) \cot \varphi} \quad (97.5)$$

oder auch

$$x_{\min} = \frac{h}{\sin \varphi + \cot(i + \varphi) \cos \varphi} \quad (97.5')$$

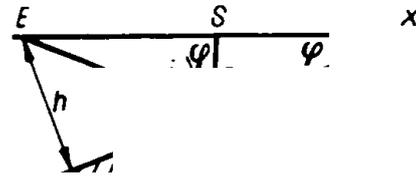


Abb. 229

Da der Punkt X Grenzpunkt der Laufzeitkurve der reflektierten Wellen ist, haben die Laufzeitkurven der Wellen $P_1 S_1$ und $S_1 P_1$ bei $i + \varphi > \frac{\pi}{2}$ kein Minimum mehr. Die Ungleichung $i + \varphi > \frac{\pi}{2}$ für Wellen $P_1 S_1$ entspricht der Bedingung

$$\tan \varphi > \frac{b_1}{a_1} \quad (97.6)$$

und für Wellen des Typs $S_1 P_1$ der Bedingung

$$\tan \varphi > \frac{a_1}{b_1}. \quad (97.7)$$

Ist die erste der Ungleichungen oder sind beide gleichzeitig erfüllt, so sind die Laufzeitkurven der Wellen $P_1 S_1$ oder entsprechend die Laufzeitkurven der Wellen $P_1 S_1$ und $S_1 P_1$ in ihrer gesamten Ausdehnung bis zu ihrem Grenzpunkt durch negative Scheingeschwindigkeiten charakterisiert (d. h., sie besitzen kein Minimum).

Das Minimum der Laufzeitkurve $P_1 S_1$ ist am weitesten vom Erregungszentrum entfernt, das der Laufzeitkurve $S_1 P_1$ liegt ihm am nächsten. Das Minimum der Laufzeitkurve P_{11} nimmt eine Mittellage zwischen den Minima der Laufzeitkurven $P_1 S_1$ und $S_1 P_1$ ein.

2. Die von den Laufzeitkurven $P_1 S_1$ und $S_1 P_1$ auf der Zeitachse gebildeten Ordinatenabschnitte sind einander gleich und vom Neigungswinkel der Grenzfläche unabhängig, wenn die längs der Normalen gemessenen Tiefe h konstant bleibt.

3. Zur Bestimmung des Neigungswinkels der Asymptoten der Laufzeitkurven der Wellen $P_1 S_1$ und $S_1 P_1$ ermitteln wir die Scheingeschwindigkeit der in großem Abstand vom Anregungszentrum eintreffenden Wellen.

Ist das Profil in Richtung zum Einfallen der reflektierenden Fläche orientiert, so strebt der Einfallswinkel der Welle $P_1 S_1$ zur Grenzfläche gegen $\pi/2$, der Reflexionswinkel dagegen zum Grenzwinkel der Reflexion (siehe § 69), der gleich $\arcsin \frac{b_1}{a_1}$ ist. Da der Einfallswinkel der reflektierten Welle zur Erdoberfläche gleich $(i + \varphi)$ ist, erhalten wir für den Grenzwert der Scheingeschwindigkeit der $P_1 S_1$ -Wellen den Ausdruck

$$\lim_{x \rightarrow \infty} v^* = \frac{b_1}{\sin(i + \varphi)}. \quad (97.8)$$

Der Neigungswinkel der Asymptote der $P_1 S_1$ -Laufzeitkurve hängt also vom Neigungswinkel des Reflektors ab. Wir erinnern daran, daß der Neigungswinkel der Asymptote longitudinaler reflektierter Wellen bei beliebiger Neigung der Grenzfläche konstant bleibt.

Ist das Profil zum Anstieg der reflektierenden Fläche hin orientiert, so haben wir, strenggenommen, nicht das Recht, eine Asymptote zu suchen, da die Laufzeitkurve der reflektierten Wellen einen Grenzpunkt hat, in dem sie sich mit der Laufzeitkurve der direkten Longitudinalwellen schneidet. Die Scheingeschwindigkeit in diesem Punkte ist nach der Laufzeitkurve der Wellen $P_1 S_1$ gleich

$$v^* = \frac{b_1}{\sin \left(\arcsin \left(\frac{b_1}{a_1} \cos \varphi \right) - \varphi \right)}. \quad (97.9)$$

Sie wird unendlich für

$$\tan \varphi = \frac{b_1}{a_1}. \quad (97.10)$$

Für die Laufzeitkurve der Wellen $S_1 P_1$ erhalten wir einfachere Ergebnisse. Da in diesem Falle der Reflexionswinkel beliebig groß (in den Grenzen von 0 bis $\pi/2$), der Einfallswinkel aber nicht größer als der Grenzwinkel sein kann, nähert sich die Richtung der seismischen Strahlen bei zunehmender Entfernung des Austrittspunktes der Horizontalen. Der Grenzwert der Scheingeschwindigkeit der $S_1 P_1$ -Wellen wird des-

halb a_1 . Die Asymptote der Laufzeitkurve der $S_1 P_1$ -Wellen (wie auch der Wellen P_{11}) ist also bei beliebiger negativer Neigung der reflektierenden Fläche der Laufzeitkurve der direkten Longitudinalwellen parallel. Ist das Profil in Richtung zum Anstieg orientiert, so ist die Scheingeschwindigkeit im Grenzpunkt der Laufzeitkurve gleich $a_1/\cos \varphi$.

4. Die Bedingung für das Tangieren der Laufzeitkurven $P_1 S_1$ und $S_1 P_1$ mit den Laufzeitkurven der gebrochenen Wellen ändert sich wie folgt: Die Laufzeitkurve der Welle $S_1 P_1$ berührt die Laufzeitkurven $P_{12} S_1$ und $P_1 S_{21}$, die Laufzeitkurve $S_1 P_1$ die der Wellen $S_1 P_{21}$ und $S_{12} P_1$.

Die Gesamtheit der Tangierungsbedingungen, die Koordinaten der Minima, der Neigungswinkel der Asymptoten usw. bestimmen sicher die Lage der Laufzeitkurven der longitudinal-transversalen Wellen innerhalb der anderen Laufzeitkurven (Abb. 230).

§ 98. Die Laufzeitkurven longitudinaler Reflexionswellen bei veränderlicher Geschwindigkeit innerhalb der ersten Schicht

Wir untersuchen jetzt die Lageänderung der Laufzeitkurve der P_{11} -Wellen in bezug auf die Laufzeitkurven der direkten und gebrochenen Wellen in den Fällen einer monotonen Geschwindigkeitszunahme oder Abnahme mit wachsender Tiefe innerhalb der ersten Schicht (zwischen Erdoberfläche und Reflektor). Die Form der Laufzeitkurven der P_1 - und P_{121} -Wellen wurde schon in § 91 untersucht. Es wurde gezeigt, daß die Laufzeitkurve der P_1 -Wellen bei monotoner Geschwindigkeitszunahme in der ersten Schicht einen Grenzpunkt hat. Dieser Grenzpunkt ist gleichzeitig der Grenzpunkt für die Laufzeitkurve der reflektierten Wellen. Im Grenzpunkt sind die Laufzeitkurven der P_1 - und P_{11} -Wellen durch gleiche Scheingeschwindigkeiten charakterisiert.

Abb. 231

Die Grenzpunkte der Laufzeitkurven P_1 und P_{11} fallen sowohl bei positiver als auch negativer Neigung der Grenzfläche zusammen (vgl. § 91). Die Tangierungsbedingungen für die Laufzeitkurven der Wellen P_{11} und der gebrochenen Wellen (P_{121} , $P_1 S_2 P_1$) bleiben unverändert. Die Form der Laufzeitkurven der hier genannten Wellentypen (außer $P_1 S_2 P_1$) ist in Abb. 231 schematisch dargestellt.

Nimmt die Geschwindigkeit innerhalb der ersten Schicht mit zunehmender Tiefe monoton ab, so haben im Gegensatz zum vorhergehenden Falle die Laufzeitkurven der Wellen P_1 und P_{11} nur einen gemeinsamen Grenzpunkt im Austrittspunkt der reflektierenden Fläche an der Erdoberfläche. Bei horizontaler Lage der Grenzfläche strebt die Laufzeitkurve der reflektierten Wellen asymptotisch einer Geraden zu,

←

die der Laufzeitkurve der direkten Wellen parallel ist. Je tiefer die Grenzfläche liegt, um so größer ist die Ordinate, bei der die Asymptote die Zeitachse schneidet. Die Tangierungsbedingungen der Laufzeitkurven P_{11} , P_{121} und $P_1 S_2 P_1$ bleiben vom Neigungswinkel der Grenzfläche unabhängig. Die Form der Laufzeitkurven der P_{1-} , P_{11-} und P_{121-} -Wellen ist in Abb. 232 dargestellt.

XVII. Methoden zur Bestimmung der Lage der Reflexionselemente und zur Konstruktion des Tiefenreliefs

§ 99. Berechnung der Tiefe und Neigung der Reflexionselemente bei bekannter Scheingeschwindigkeit

Die analytische Methode

Die reflexionsseismischen Untersuchungen werden gewöhnlich mit Hilfe einer Anzahl von Seismographen durchgeführt, die auf einem durch den Schußpunkt verlaufenden Profil angeordnet sind. Der Abstand zwischen den Seismographen wird im Vergleich zur Tiefe der reflektierenden Fläche klein gewählt.

Sind Scheingeschwindigkeit, Laufzeit der reflektierten Wellen, die Geschwindigkeit in der ersten Schicht und der Abstand der Beobachtungspunkte vom Schußpunkt bekannt, so können Tiefe und Neigungswinkel des Reflektors wie folgt errechnet werden.

Wir schreiben die Formel (96.6) in aufgliederter Form

$$x^2 - 4hx \sin q - (a_1 t)^2 = -4h^2 \quad (99.1)$$

mit h als Abstand des Reflektors vom Schußpunkt (längs der Normalen zur Grenzfläche) und q als Winkel zwischen Profil und Reflektor (Abb. 229).

Differenzieren wir (99.1) nach x , so erhalten wir

$$x - 2h \sin q - a_1^2 t \frac{dt}{dx} = 0 \quad (99.2)$$

mit dt/dx als reziproker Scheingeschwindigkeit.

Aus den Formeln (99.1) und (99.2) kann man nun h und q bestimmen:

$$h = \frac{1}{2} \sqrt{(a_1 t)^2 + x^2 - 2a_1^2 t x \frac{dt}{dx}}, \quad (99.3)$$

$$\sin q = \frac{1}{2h} \left(x - a_1^2 t \frac{dt}{dx} \right). \quad (99.4)$$

Ist das Profil genau in Richtung des Einfallens oder Anstiegs des Reflektors orientiert, so wird die Lage der Grenzfläche durch die Formeln (99.3) und (99.4) bestimmt. Im anderen Falle sind Beobachtungen längs zweier sich schneidender Profile (gewöhnlich senkrecht zueinander) erforderlich.

Für $\frac{dt}{dx} < \frac{a}{a_1^2 t}$ ist der Neigungswinkel der reflektierenden Fläche positiv (Anstieg in Richtung positiver x), im entgegengesetzten Falle negativ. Eine negative

Scheingeschwindigkeit weist immer auf einen Anstieg der Grenzfläche vom Schußpunkt zu den Seismographenpunkten hin.

Ist die reflektierende Fläche nicht eben, so bleiben die Formeln (99.3) und (99.4) für jedes der ebenen Reflexionselemente, in die man die Grenzfläche zerlegen kann, in Kraft.

Bei der Konstruktion der Reflexionselemente kann man wie folgt verfahren (Abb. 233): Auf der Grundlage der Formeln (99.3) und (99.4) konstruiert man die Fläche A , die als Reflektor in Frage käme, wenn dieser eben wäre. Das Reflexionselement liegt auf der Fläche A zwischen den beiden Strahlen, die an der Erdoberfläche an den äußersten Seismographenpunkten austreten. Bei der Anlage dieser Strahlen ermittelt man gleichzeitig den Spiegelpunkt (E^*) des Anregungszentrums.



Abb. 233

Wir untersuchen einige Sonderfälle der Formeln (99.3) und (99.4).

1. Der Abstand zwischen dem Anregungszentrum und den Beobachtungspunkten sei klein im Vergleich zur Tiefe der Grenzfläche:

$$\left. \begin{aligned} h &= \frac{a_1 t}{2}, \\ \sin \varphi &= -a_1 \frac{dt}{dx} \end{aligned} \right\} \quad (99.5)$$

2. Die Scheingeschwindigkeit sei unendlich groß (die Seismographen befinden sich im Gebiet des Laufzeitkurvenminimums der reflektierten Wellen):

$$\left. \begin{aligned} h &= \frac{1}{2} \sqrt{(a_1 t)^2 + x^2}, \\ \sin \varphi &= \frac{x}{2h} \end{aligned} \right\} \quad (99.6)$$

3. Der Reflektor liege horizontal:

$$h = \frac{1}{2} \sqrt{(a_1 t)^2 - x^2}. \quad (99.7)$$

Die graphische Methode

Ist die Scheingeschwindigkeit der reflektierten Wellen bekannt, dann kann man die Richtung der seismischen Strahlen nach ihrer Reflexion an der Grenzfläche nach dem Benndorfschen Gesetz bestimmen. Indem man auf den Strahl den Abschnitt $a_1 t$ abträgt (mit t als Laufzeit der reflektierten Welle), findet man den Spiegelpunkt des Anregungszentrums (Abb. 234). Nun ist noch folgende Konstruktion durchzuführen. Der Punkt E^* wird mit dem Schußpunkt E durch eine Gerade verbunden. Im Mittelpunkt dieser Strecke erreicht man die Senkrechte N .

E S

In ihrem Schnittpunkt mit der Linie E^*S befindet sich das Reflexionselement R . Seine Neigung stimmt mit der Neigung der Mittelsenkrechten N überein. In Abb. 235 ist ein Diagramm dargestellt, das die Konstruktion der Spiegelpunkte des Anregungszentrums erleichtert.

Die hier beschriebene graphische Konstruktionsmethode ist eine der einfachsten Interpretationsarten von reflexionsseismischen Meßergebnissen. Wir stellen fest, daß sowohl das graphische als auch die analytischen Verfahren die Möglichkeit geben, die Lage des Reflexionselementes nach nur einem Seismogramm zu errechnen, wenn die

km 10 08 06 04 02 S 02 04 06 08 10 km

05 04 03 02 01 0 01 02 03 04

Abb. 235

Scheingeschwindigkeit oder die tatsächliche Ausbreitungsgeschwindigkeit der Wellen bekannt ist. Weitere Methoden, die nachfolgend von uns untersucht werden und nicht auf der Bestimmung der Scheingeschwindigkeit basieren, erfordern mehrere Seismogramme.

§ 100. Methoden zur Bestimmung der Form der Reflexionsfläche bei unbekannter Scheingeschwindigkeit

Die Ellipsenmethode

Schon im Jahre 1926 wurde von P. P. LASAREW ein Verfahren zur Konstruktion reflektierender Grenzen vorgeschlagen, das später die Bezeichnung Ellipsenmethode erhielt. Wir nehmen an, das Profil sei senkrecht zum Streichen der Grenzfläche orientiert. Ist die Laufzeit einer reflektierten Welle zwischen den beiden Punkten E (Schußpunkt) und S (Beobachtungs- d. h. Seismographenpunkt) sowie ihre Ausbreitungsgeschwindigkeit bekannt, so kann man auch die Weglänge der Welle errechnen. Einer bestimmten Weglänge entspricht eine unendliche Anzahl möglicher Strahlenwege (von denen nur einer der Wirklichkeit entspricht). Die Reflexionspunkte

der möglichen Strahlen müssen auf einer Ellipse liegen, deren Brennpunkte die Punkte E und S darstellen (Abb. 236).

Dazu muß man sich daran erinnern, daß die Summe der Brennpunktabstände bei einer Ellipse konstant ist.

Ist die Laufzeit der reflektierten Welle für eine Reihe von Punktpaaren bekannt, so kann man für jedes von ihnen eine Ellipse konstruieren. Da einer der Punkte jeder Ellipse der reflektierenden Fläche angehört, so wird die Schnittlinie der Grenzfläche durch die Hüllkurve der Ellipsenschar bestimmt.

Die Ellipsenmethode ist für konvexe Reflektoren besonders bequem. Im entgegengesetzten Fall ist die Konstruktion der Hüllkurve etwas erschwert.

E S

Abb. 236

Abb. 237

In Abb. 237 ist ein Konstruktionsbeispiel für den Fall einer scharfen Einsenkung der Grenzfläche demonstriert. Die Hüllkurve erleidet, wie man der Abb. 237 entnimmt, einen Unstetigkeitssprung.

Die Ellipsenmethode kann mit der in § 99 beschriebenen graphischen Konstruktionsmethode kombiniert werden. Es ist leicht zu erschen, daß das Reflexionselement sich am Schnittpunkt der Ellipse mit einer Geraden befinden muß, die durch den Seismographenpunkt läuft und mit der Vertikalen den Winkel $\arcsin \frac{a_1}{a^*}$ einschließt. Ist der Abstand zwischen Schußpunkt und Seismographen gering, so können die Ellipsen durch Kreise ersetzt werden. Man kann hier bei der Konstruktion der Grenzflächenform die Isonormalenmethode verwenden. Wir wollen hier noch feststellen, daß die Isonormalenmethode in allen jenen Fällen benutzt werden kann, in denen die Tiefe längs der Normalen bekannt ist, unabhängig davon, auf welche Art sie erhalten wurde.

Der Ellipsenmethode kann eine analytische Form gegeben werden. Ist die Gleichung der Ellipsenschar

$$F(x, z, \alpha) = 0 \quad (100.1)$$

mit α als Parameter, so erhalten wir die Gleichung der Grenzflächenschnittlinie, indem wir aus den Gleichungen

$$\left. \begin{aligned} F(x, z, \alpha) &= 0, \\ \frac{\partial F(x, z, \alpha)}{\partial \alpha} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (100.2)$$

den Parameter α ausschließen.

Wir stellen jetzt die Gleichung der Grenzflächenschnittlinie für den Fall auf, daß der Schußpunkt im Koordinatenursprung liegt.

Die Ellipsengleichung hat in Polarkoordinaten die Form

$$\varrho = \frac{p}{1 - e \cos \theta} \quad (100.3)$$

mit $p = (a^2 - c^2)/a$ und $e = c/a$. Mit c ist der halbe Abstand zwischen den Brennpunkten der Ellipse bezeichnet; a ist die große Halbachse der Ellipse.

Indem wir nun den Koordinatenursprung in den linken Brennpunkt der Ellipse legen und berücksichtigen, daß die große Halbachse der Ellipse gleich $\frac{a_1 t}{2}$ ist, erhalten wir die Gleichung der Ellipsenschar in der Form

$$\varrho = \frac{1}{2} \cdot \frac{(a_1 t)^2 - x^2}{a_1 t - x \cos \theta} \quad (100.4)$$

mit x als Parameter der Schar.

Differenzieren wir (100.4) nach x , so erhalten wir eine zweite Gleichung des Systems, die die Hüllkurve der Ellipsenschar bestimmt:

$$\varrho = \frac{a_1^2 t \frac{dt}{dx} - x}{a_1 \frac{dt}{dx} - \cos \theta} \quad (100.5)$$

Aus den Gleichungen (100.4) und (100.5) finden wir

$$\cos \theta = - a_1 \frac{\frac{dt}{dx} ((a_1 t)^2 + x^2) - 2tx}{(a_1 t)^2 + x^2 - 2tx a_1^2 \frac{dt}{dx}} \quad (100.6)$$

Die Gleichung (100.6) bestimmt zusammen mit Gleichung (100.4) oder (100.5) die Schnittlinie der reflektierenden Fläche.

Die Formeln (100.4) und (100.6) sind in der Handhabung bequemer als die Formeln (99.3) und (99.4), da sie unmittelbar die Koordinaten der Reflexionselemente geben, ohne irgendwelche zusätzliche graphische Konstruktionsarbeiten erforderlich zu machen. Es sei hier noch darauf verwiesen, daß die Ellipsenmethode in ihrer analytischen Form den in § 99 beschriebenen Methoden näher steht, da die Berechnung nach den Formeln (100.4) und (100.6) die Scheingeschwindigkeit der reflektierten Wellen als bekannt voraussetzt.

Die Methode der Kreisschnittpunkte

Im Falle einer ebenen Grenzfläche kann folgende graphische Methode (Abb. 238) verwendet werden: Wir nehmen an, daß der Schußpunkt im Punkte E liegt und die Seismographen sich in den Punkten S_1 und S_2 befinden. Die diesen Punkten entsprechenden Laufzeiten der reflektierten Wellen bezeichnen wir mit t_1 und t_2 . Der Spiegel-

punkt E^* des Erregungszentrums befindet sich im Abstände $a_1 t_1$ vom Punkte S_1 und im Abstände $a_1 t_2$ von S_2 . Hieraus folgt, daß der Punkt E^* mit dem Schnittpunkt der Kreise um die Zentren S_1 und S_2 mit den Radien $a_1 t_1$ und $a_1 t_2$ zusammenfallen muß. Ist die Lage des Punktes E^* bekannt, so kann man Tiefe und Neigung des Reflektors mit Hilfe der bereits bekannten graphischen Konstruktionsmethode ermitteln.

Wir nehmen jetzt an, daß die Sprengungen in zwei verschiedenen Punkten E_1 und E_2 durchgeführt werden und die Registrierung der Reflexionen in nur einem Punkte S erfolgt. Die Laufzeiten der Wellen ändern sich offenbar nicht, wenn die Schuß- und Registrierpunkte miteinander vertauscht werden. Dieser Fall kann also leicht auf den vorherbeschriebenen zurückgeführt werden.¹⁾

Abb. 238

¹⁾ In der Praxis der seismischen Erkundung ist bei der Konstruktion der Reflexionshorizonte die Methode der Kreisschnittpunkte am weitesten verbreitet. Bei gekrümmten Grenzflächen findet die Ellipsen- und Kreismethode [50] Verwendung. Außer den in diesem Buche beschriebenen Konstruktionsmethoden für Reflexionsgrenzen verdient das von J. W. RISNITSCHENKO [54] vorgeschlagene Verfahren der Zeitfelder Erwähnung. (Anm. d. Red. d. russ. Ausg.)

XVIII. Einige Methoden zur Berücksichtigung von Inhomogenitäten oberhalb der Reflexionsfläche

§ 101. Methoden zur Bestimmung der mittleren Geschwindigkeiten

In die Formeln, nach denen Tiefe und Neigung der Reflexionsfläche berechnet werden, geht die Größe der Geschwindigkeit innerhalb der ersten Schicht (bis zur reflektierenden Grenzfläche) ein. Strenggenommen gelten diese Formeln nur in jenen Fällen, bei denen die Ausbreitungsgeschwindigkeit innerhalb der ersten Schicht konstant ist. In der Praxis benutzt man sie häufig auch bei veränderlicher Geschwindigkeit in der ersten Schicht. Dabei entsteht ein gewisser Fehler, der jedoch verhältnismäßig unbedeutend ist, solange der Abstand zwischen Schußpunkt und Seismographen einen gewissen Grenzwert nicht überschreitet. Wir beschreiben jetzt einige Methoden, die zur Bestimmung der mittleren Ausbreitungsgeschwindigkeit führen.

Bestimmung der mittleren Geschwindigkeit aus der Laufzeitkurve der reflektierten Wellen ¹⁾

Wir beziehen uns auf die Formel (96.6) und führen die quadratischen Koordinaten u und w ein:

$$\left. \begin{aligned} u &= (x - x_0)^2, \\ w &= t^2. \end{aligned} \right\} \quad (101.1)$$

Die Formel (96.6) nimmt dann die Gestalt

$$u - a_1^2 w + r^2 = 0 \quad (101.2)$$

an mit r als Abstand zwischen dem Punkte x_0 und dem Spiegelpunkt der Strahlenquelle.

Der Winkelkoeffizient der Geraden (101.2) bestimmt das Quadrat der Ausbreitungsgeschwindigkeit longitudinaler Wellen innerhalb der ersten Schicht. Der von der Geraden auf der u -Achse gebildete Abschnitt ist gleich r .

¹⁾ Die aus den Laufzeitkurven der reflektierten Wellen bestimmten Geschwindigkeiten werden besser als Effektivgeschwindigkeiten bezeichnet. Bei ebener Reflexionsfläche und homogener Deckschicht ist die effektive Geschwindigkeit der mittleren gleich; im Falle ebengeschichteter Medien unterscheidet sie sich etwas [54]. Bei gekrümmten Reflexionsflächen kann sich die effektive Geschwindigkeit erheblich von der mittleren unterscheiden [51], [54], [61]. (Anm. d. Red. d. russ. Ausg.)

Ordnen sich die aus den Beobachtungsergebnissen entnommenen u - und w -Werte gut in Form einer Geraden an, so zeigt das, daß wir mit vollem Recht die Formel (101.2) zur Bestimmung der mittleren Geschwindigkeit benutzen können. Wenn größere, aber nicht systematische Abweichungen der Punkte von einer Geraden die Bestimmung derselben erschweren, so führt man die Bearbeitung der Meßergebnisse nach der Methode der kleinsten Quadrate durch. Bei systematischen Abweichungen der Punkte von einer Geraden wird eine Anwendung der Methode der kleinsten Quadrate sinnlos. Die Richtigkeit der für die mittlere Geschwindigkeit erhaltenen Werte hängt in starkem Maße davon ab, mit welcher Genauigkeit die Lage des Minimums der Laufzeitkurve bestimmt wurde. Die Lage des Minimums läßt sich am genauesten bestimmen, wenn man die reflektierten Wellen zu beiden Seiten des Schußpunktes registriert.

Systematische Abweichungen der Funktion $w = w(u)$ von einer Geraden können durch eine Krümmung der Grenzfläche, durch rasche Änderungen der tatsächlichen Ausbreitungsgeschwindigkeit a_1 mit zunehmender Tiefe, durch eine von x abhängige Geschwindigkeit a_1 oder fehlerhafte Korrelation der Reflexionen bedingt sein.

Bei konkaver Form der Reflexionsfläche ist das Auftreten zweier Gruppen von reflektierten Wellen möglich, die in irgendeinem Punkte des Profils gleiche Laufzeiten, aber verschiedene Scheingeschwindigkeiten besitzen. Bei der Aufstellung der Laufzeitkurve ist in diesem Falle ein fehlerhafter Übergang von einer Gruppe zur anderen Reflexionsgruppe möglich, was eine Verzerrung der Geraden (101.2) zur Folge haben kann.

Ist es möglich, die Scheingeschwindigkeiten der reflektierten Wellen mit befriedigender Genauigkeit aus den Seismogrammen zu bestimmen, dann kann die mittlere Geschwindigkeit mittels der Formel (99.2) bestimmt werden:

$$x - 2h \sin \varphi - a_1^2 t \frac{dt}{dx} = 0. \quad (101.3)$$

Indem wir auf der Abszisse x und auf der Ordinate $t \frac{dt}{dx}$ abtragen ($t \frac{dt}{dx} = \frac{t}{a^*}$), müssen wir eine Gerade erhalten. Ihre Neigung ist mit dem Quadrat der mittleren Geschwindigkeit durch folgende Beziehung verbunden:

$$a_1^2 = \frac{\Delta x}{\Delta \left(t \frac{dt}{dx} \right)}. \quad (101.4)$$

Ist die Genauigkeit bei der Bestimmung von dt/dx genügend hoch, so kann man sich bei der Errechnung der mittleren Geschwindigkeit auf nur zwei Beobachtungspunkte stützen. Dabei ist wünschenswert, daß der Abstand zwischen beiden Punkten möglichst groß ist. Liegen die beiden Punkte (x_1 und x_2) zu beiden Seiten des Schußpunktes, so findet man die mittlere Geschwindigkeit nach der Formel

$$a_1^2 = \frac{|x_1| + |x_2|}{\frac{t(x_1)}{a^*(x_1)} + \frac{t(x_2)}{a^*(x_2)}}. \quad (101.5)$$

Hierbei wird selbstverständlich angenommen, daß zwischen den Punkten x_1 und x_2 die Reflexionsfläche eben und die Ausbreitungsgeschwindigkeit der Wellen in dem zwischen Erdoberfläche und Reflektor liegenden Raum etwa gleich ist. Eine Prüfung der Richtigkeit dieser Annahme kann durch Konstruktion der Abhängigkeit zwischen u und w oder $t \frac{dt}{dx}$ und x erfolgen, die im Falle der Richtigkeit eine gerade Linie ergeben muß.

Der Vorteil dieser Methode zur Errechnung der mittleren Geschwindigkeit besteht darin, daß die Lage des Minimums in der Laufzeitkurve der reflektierten Wellen unbekannt bleiben kann.¹⁾

Die Bestimmung der mittleren Geschwindigkeit aus den Laufzeitkurven der gebrochenen Wellen

Hat man mit Hilfe der refraktionsseismischen Erkundungsmethode die Mächtigkeit der zwischen Erdoberfläche und Reflektor liegenden Schichten sowie die Ausbreitungsgeschwindigkeiten der Wellen innerhalb derselben bestimmt, so kann die Berechnung der mittleren Geschwindigkeit nach folgender Formel erfolgen:

$$\bar{a} = \frac{\sum h_k}{\sum \frac{h_k}{a_k}}. \quad (101.6)$$

Es sei hier darauf hingewiesen, daß die Bestimmung der mittleren Geschwindigkeit nach den Laufzeitkurven der gebrochenen Wellen in vielen Fällen zu größeren Fehlern führt als eine Ermittlung aus den Laufzeitkurven der reflektierten Wellen.²⁾

Ändert sich die tatsächliche Geschwindigkeit mit zunehmender Tiefe, so ist die mittlere Geschwindigkeit

$$\bar{a} = \frac{h}{\int_0^h \frac{dz}{a(z)}}. \quad (101.7)$$

Im Falle einer linearen Geschwindigkeitszunahme $a = a_0(1 + \beta h)$ ist die mittlere Geschwindigkeit gleich:

$$\bar{a} = \frac{h a_0 \beta}{\ln(1 + \beta h)}. \quad (101.8)$$

¹⁾ Außer den in diesem Buch beschriebenen Methoden zur Bestimmung der effektiven Geschwindigkeit finden gegenwärtig die Methoden der theoretischen Laufzeitkurven [54], der Gegenschuß-Laufzeitkurven [25], [54], des konstanten Unterschiedes [11], der Differenz-Laufzeitkurve [24] u. a. breite Verwendung. Wir wollen weiterhin unterstreichen, daß jene Methoden, die eine Kenntnis der Scheingeschwindigkeit im Beobachtungspunkte voraussetzen, in der Praxis kaum Verwendung finden. (Anm. d. Red. d. russ. Ausg.)

²⁾ Die Bestimmung der mittleren Geschwindigkeit nach der refraktionsseismischen Methode über die Grenzgeschwindigkeiten ist nur in jenen Fällen möglich, in denen die Ausbreitungsgeschwindigkeiten längs der brechenden Schichten, die aus den Laufzeitkurven der Refraktionswellen bestimmbar sind, den Schichtgeschwindigkeiten im Tiefenintervall zwischen zwei benachbarten Brechungsgrenzflächen nahe sind. In der Mehrzahl der Fälle ist für sedimentäre Ablagerungen diese Bedingung nicht erfüllt. Die Ausbreitungsgeschwindigkeiten längs der brechenden Schichten sind in der Regel größer als die Schichtgeschwindigkeiten. (Anm. d. Red. d. russ. Ausg.)

Bei exponentiellem Anwachsen der tatsächlichen Geschwindigkeit ($a = a_0 e^{kz}$) wird

$$\bar{a} = \frac{a_0 k h}{1 - e^{-kh}}. \quad (101.9)$$

Bei der Interpretation wird angenommen, daß sich die mittlere Geschwindigkeit nur unbedeutend innerhalb der in der Praxis auftretenden Tiefenänderungen der Reflexionsfläche verändere. Ist dies nicht der Fall, so muß zu anderen Interpretationsmethoden gegriffen werden, deren Beschreibung noch folgt. In einigen Fällen verfährt man folgendermaßen: Man berechnet in erster Näherung die Tiefe der Grenzfläche, indem man von einem für alle Punkte gleichbleibenden Mittelwert der mittleren Geschwindigkeit ausgeht. Nachdem man die Form des Tiefenreliefs nun näherungsweise erhalten hat, führt man unter Berücksichtigung der Änderung der mittleren Geschwindigkeit mit zunehmender Tiefe Korrekturen ein.

Bestimmung der mittleren Geschwindigkeit aus bohrlochseismischen Beobachtungen

Sind im Erkundungsgebiet Tiefbohrungen vorhanden, so wird damit die Bestimmung der mittleren Geschwindigkeiten wesentlich erleichtert. Bringt man einen Seismographen innerhalb der Bohrung in Höhe des zu verfolgenden Reflexionshorizontes an und sprengt dann in unmittelbarer Nähe der Bohrung, so kann man die mittlere Geschwindigkeit der Wellen innerhalb jenes Schichtpaketes messen, das oberhalb der zu untersuchenden Schicht liegt.

Um parasitäre Schwingungen in der Verrohrung der Bohrung zu vermeiden, sprengt man meistens in einiger Entfernung von der Bohrung. Liegt der Schußpunkt im Abstände x von der Bohrung, so beträgt die mittlere Geschwindigkeit

$$\bar{a} = \frac{1}{t} \sqrt{x^2 + z^2}. \quad (101.10)$$

Hier bedeuten z die Tiefe des Seismographen und t die Laufzeit der direkten Welle.

Bohrlochseismische Beobachtungen helfen weiterhin bei der Lösung der Frage, wie der Wert der mittleren Geschwindigkeit bei einer Änderung des Abstandes zwischen den Schuß- und Empfangspunkten gewählt werden muß. Zu diesem Zwecke sprengt man in verschiedenen Abständen von der Bohrung. Der Wert der mittleren Geschwindigkeit, der bei einem Schuß im Abstände x von der Bohrung erhalten wurde, muß auf jenen Fall bezogen werden, in dem der Abstand zwischen Schußpunkt und Seismographen bei der Registrierung der Reflexionen gleich $2x$ ist.

Wir weisen weiter darauf hin, daß bohrlochseismische Beobachtungen die Möglichkeit geben, eine Interpretationsmethode zu entwickeln, die frei von Operationen mit einer mittleren Geschwindigkeit ist. Diese Methode wird in § 102 beschrieben.

Sind keine Tiefbohrungen vorhanden, in die Seismographen eingelassen werden können, so begnügt man sich manchmal damit, die mittlere Geschwindigkeit durch Vergleich der aus dem Bohrprofil erhaltenen Tiefen mit den Laufzeitkurven der reflektierten Wellen zu bestimmen.

Der Hauptnachteil der Methode der mittleren Geschwindigkeiten besteht im Auftreten großer Fehler bei der Bestimmung des Neigungswinkels eines Reflexionselementes. Indem wir den seismischen Strahl als geradlinig annehmen und verlangen, daß sich das Reflexionselement in der wahren Tiefe befinde, verringern wir den Neigungswinkel des Reflexionselementes, wenn die Ausbreitungsgeschwindigkeit der Wellen mit zunehmender Tiefe wächst. Nimmt die Geschwindigkeit mit zunehmender Tiefe ab (was jedoch bedeutend seltener angetroffen wird), so gibt die Methode der mittleren Geschwindigkeiten größere Werte für die Neigungswinkel. Dieser Umstand mahnt, bei steilen Neigungen der Grenzfläche mit Vorsicht an die Konstruktion des Tiefenreliefs nach den früher beschriebenen Methoden heranzugehen.¹⁾

§ 102. Die Methode des „Vertikalprofils“

Indem man den Seismographen innerhalb der Bohrung in verschiedene Tiefen hängt und in unmittelbarer Umgebung der Tiefbohrung schießt, kann man eine Laufzeitkurve der direkten Wellen längs eines Vertikalprofils zusammenstellen.

Wir nehmen an, daß die Registrierung der Reflexionen an der Bohrung erfolge, wobei sich Schußpunkt und Seismograph in unmittelbarer Umgebung der Bohrung befinde.

Würden wir den Bohrlochseismograph in Höhe des Reflexionshorizontes anbringen, so wäre die Laufzeit der direkten Welle bis zu ihm gleich der halben Laufzeit der reflektierten Welle. Jene Kurve, die die Laufzeit der direkten Welle bis zum Bohrseismographen in Abhängigkeit von seiner Tiefe darstellt, ist gleichzeitig die Abhängigkeit zwischen der halben Laufzeit der reflektierten Welle ($\frac{1}{2}t_p$) und der Tiefe der Reflexionsfläche (z). Wiederholt sich die Form der vertikalen Laufzeitkurve für eine Reihe von Bohrungen im vorgegebenen Gebiete, so hat man allen Grund anzunehmen, daß auch zwischen den Bohrungen eine Laufzeitkurve derartiger Gestalt erhalten werden kann.

Hieraus folgt eine einfache Interpretationsmethode. Zur Bestimmung der Tiefe eines Reflexionshorizontes genügt es, die Abszisse der vertikalen Laufzeitkurve zu ermitteln, die der halben Laufzeit der reflektierten Welle entspricht (Abb. 239). Diese Methode ist dann verwendbar, wenn die Grenzfläche horizontal liegt und der Empfangspunkt sich in unmittelbarer Nähe der Schußbohrung befindet. Ist die Grenzfläche horizontal, der

▲ t x_4 x_3 x_2 x_1 $x=0$

Abb. 240

¹⁾ Die Frage nach den Fehlern bei der Interpretation der Meßergebnisse unter Benutzung der Methode der mittleren Geschwindigkeiten wird in den Arbeiten [30], [48] untersucht. (Anm. d. Red. d. russ. Ausg.)

Abstand des Seismographen vom Schußpunkt jedoch größer, so muß eine andere Methode angewandt werden (Abb. 240). Man stellt eine ganze Schar von Laufzeitkurven zusammen, indem man den Schußpunkt in verschiedenen Entfernungen von der Bohrung anordnet (x ist der Parameter der Schar). Ist bei der Registrierung der reflektierten Wellen der Abstand zwischen Schußbohrung und Seismographen gleich x , so ist aus der Schar jene Kurve auszuwählen, deren Parameter gleich $x/2$ ist. Dann bestimmt man genau wie vorher die Abszisse, die der Ordinate $\frac{1}{2}t_p$ entspricht (t_p ist die Laufzeit der Reflexionswelle).

Diese Methode kann auch auf den Fall einer geneigten Reflexionsfläche übertragen werden.

Wir nehmen an, daß die Registrierung der Reflexionen in unmittelbarer Nähe der Schußbohrung erfolge (Abb. 241). Mit R sei jener Punkt der Grenzfläche bezeichnet, in dem Reflexion erfolgt; R' sei die Projektion dieses Punktes an der Erdoberfläche und x' der Abstand zwischen den Punkten R' und E (oder, was das gleiche ist, zwischen R' und S). Die Laufzeit zwischen den Punkten E und R (oder R und S) kann aus jener Kurve unserer Schar von Vertikal-Laufzeitkurven bestimmt werden, die dem Parameterwert x' entspricht. Bei der Lösung der umgekehrten Aufgabe, d. h. bei der Bestimmung der Lage des Reflexionselementes aus der Laufzeit der reflektierten Welle, bleibt der Parameter x' unbekannt. Er kann jedoch auf dem Umweg über die Scheingeschwindigkeit gefunden werden.

Abb. 241

Er kann jedoch auf dem Umweg über die Scheingeschwindigkeit gefunden werden.

Eine Schar von Vertikal-Laufzeitkurven gestattet nicht nur die Berechnung der Scheingeschwindigkeit in vertikaler Richtung (dz/dt), sondern auch längs der Erdoberfläche (dx/dt). Zur Errechnung von dx/dt genügt die Bestimmung der Ordinatendifferenz zweier benachbarter Kurven der Laufzeitkurvenschar, deren Parameterunterschied gleich Δx ist. In Abb. 242 sind jene Punkte der Vertikal-Laufzeitkurven durch Kurven (punktiert) miteinander verbunden, die gleiche Scheingeschwindigkeiten haben.

Bei bekannter Scheingeschwindigkeit der reflektierten Wellen wird der Interpretationsprozeß auf folgende Operationen reduziert: Aus der Schar der Isolinien gleicher Scheingeschwindigkeiten wird jene Kurve ausgewählt, die dem Wert der Scheingeschwindigkeit bei der

Abb. 242

Registrierung der reflektierten Wellen entspricht. Dann bestimmt man den Schnittpunkt A dieser Isolinie mit der Geraden $t = T/2$, wobei T die Laufzeit der reflektierten Welle ist. Die Abszisse dieses Punktes bestimmt die Tiefe des Reflexionselementes. Zur Bestimmung des Abstandes zwischen R' und E genügt es festzustellen, durch welchen Parameter die durch den Punkt A verlaufende vertikale Laufzeitkurve charakterisiert ist.

Fallen Schuß- und Empfangspunkt nicht zusammen, so ist die Berechnung etwas schwieriger. Hier müssen zwei Lösungsvarianten untersucht werden. Werden beim Beobachtungsprozeß Schuß- und Empfangspunkt vertauscht, dann kann in den Punkten E und S die Scheingeschwindigkeit der reflektierten Wellen errechnet werden. Es werden deshalb zwei Isolinien der Scheingeschwindigkeiten gewählt.

Es werde angenommen, daß die Laufzeiten t_1 (von R bis E) und t_2 (von R bis S) bekannt sind. Auf dem Diagramm der Vertikal-Laufzeitkurven müssen die Punkte t_1 und t_2 ein und demselben z -Wert entsprechen. Außerdem müssen sie auf den entsprechenden Isolinien der Scheingeschwindigkeiten liegen. Die Zeiten t_1 und t_2 sind unbekannt. Wir kennen jedoch die Hälfte ihrer Summe, die gleich der halben Laufzeit der reflektierten Welle ist:

$$\frac{T}{2} = \frac{t_1 + t_2}{2}.$$

Da die Punkte t_1 und t_2 auf den gewählten Isolinien der Scheingeschwindigkeiten liegen, muß sich der Punkt $T/2$ auf einer arithmetischen Mittellinie zwischen beiden befinden. Hieraus ist folgende Interpretationsregel zu entnehmen:

Aus den Werten der Scheingeschwindigkeiten wählt man in den Punkten E und S auf dem Diagramm der Vertikal-Laufzeitkurven zwei Isolinien der Scheingeschwindigkeiten und zeichnet zwischen beiden die arithmetische Mittellinie.

Man bestimmt nun den Schnittpunkt A dieser Linie mit der Geraden $T/2$ mit T als Laufzeit der reflektierten Welle zwischen den Punkten E und S . Die dem Schnittpunkt A entsprechende Größe Z' ist gleich dem Abstand zwischen Profil und Reflexionselement. Aus der nun bekannten Lage des Punktes $T/2$ findet man die Punkte t_1 und t_2 (da man ja weiß, daß sie auf den fixierten Isolinien der Scheingeschwindigkeiten liegen). Die Abstände $R'E$ und $R'S$ sind jenen Parametern gleich, welche die durch die Punkte t_1 und t_2 verlaufenden Vertikal-Laufzeitkurven charakterisieren.

Die Richtigkeit der Interpretation kann bis zu einem gewissen Grade durch folgende Bedingung nachgeprüft werden:

$$R'E + R'S = ES \quad (102.1)$$

(wenn R' zwischen E und S liegt) bzw. durch

$$|R'E - R'S| = ES \quad (102.2)$$

(wenn sich R' außerhalb des Intervalles ES befindet).

Ist die Scheingeschwindigkeit der reflektierten Wellen in nur einem Punkte bekannt, so kann nur eine Isolinie der Scheingeschwindigkeiten unmittelbar gewählt werden. Die zweite Isolinie findet man über die Bedingung (102.1) oder (102.2) durch Probieren.

§ 103. Strahlendiagramme

Ist das Gesetz, nach dem sich die Ausbreitungsgeschwindigkeit mit zunehmender Tiefe ändert, bekannt, so kann man die Schar der vertikalen Laufzeitkurven theoretisch mit Hilfe jener Methoden konstruieren, die im Paragraphen über die Seismik homogener Medien beschrieben wurden.¹⁾

In diesem Falle ist es jedoch bequemer, Diagramme zu benutzen, auf denen Scharen seismischer Strahlen und Wellenfronten (Isochronen) dargestellt sind (Abb. 243).

Wir untersuchen jetzt die Anwendungsmethoden derartiger Strahlendiagramme für einige Sonderfälle.

1. Der Schußpunkt E und der Seismographenpunkt S fallen zusammen, und die Scheingeschwindigkeit der reflektierten Wellen sei bekannt. — Das Diagrammzentrum O wird mit dem Punkte S zur Deckung gebracht. Es wird jener Strahl gewählt, der durch die vorgegebene Scheingeschwindigkeit charakterisiert ist. Das Reflexionselement befindet

Abb. 243

sich in jenem Punkte des Strahles, für den die Laufzeit gleich der halben Reflexionswellenlaufzeit ist. Die Neigung des Reflexionselementes fällt mit der Neigung der Isochrone zusammen.

2. Die Punkte E und S fallen zusammen; die Scheingeschwindigkeit ist unbekannt. — Man konstruiert für jeden Beobachtungspunkt nach dem Diagramm die Isochrone, die der halben Laufzeit der reflektierten Wellen entspricht. Die Hüllkurve aller Isochronen gibt die Schnittlinie der Reflexionsfläche.

3. Die Punkte E und S fallen nicht zusammen; die Scheingeschwindigkeit sei bekannt. — Man nimmt zwei gleichartige Diagramme. Eines der beiden wird mit dem Schußpunkt, das andere mit dem Empfangspunkt der seismischen Wellen in Übereinstimmung gebracht. Auf dem zweiten Seismogramm wählt man den Strahl, der

¹⁾ Methoden zur Konstruktion von Strahlendiagrammen für beliebige Gesetze der Geschwindigkeitsänderung mit zunehmender Tiefe wurden in den Arbeiten [49], [52] vorgeschlagen. (Anm. d. Red. d. russ. Ausg.)

durch die vorgegebene Scheingeschwindigkeit charakterisiert ist. Nun sucht man auf diesem Strahl den Punkt, für den die Summe der Isochronen gleich der Laufzeit der reflektierten Welle ist. Die Neigung des Reflexionselementes findet man aus der Forderung nach Gleichheit des Einfallswinkels und Reflexionswinkels.

4. Die Punkte E und S fallen nicht zusammen; die Scheingeschwindigkeit sei unbekannt. — Die zentralen Punkte der beiden Diagramme werden mit den Punkten E und S zur Deckung gebracht. Nach den bekannten Additionsregeln für Felder findet man jene Kurve, für die die Summe der Isochronen gleich der Laufzeit der reflektierten Welle ist. Diese Operation wird für jedes Punktpaar wiederholt. Schließlich zeichnet man die Hüllkurve für die erhaltene Schar der summierten Isochronen. Sie ist die Schnittkurve der Grenzfläche.

Derartige Diagramme können auch für mehrschichtige Medien (in denen sich die Ausbreitungsgeschwindigkeit an den Grenzflächen sprunghaft ändert) konstruiert werden.

§ 104. Die Slotnikschen Diagramme

Für jene Fälle, in denen die Reflexionsfläche horizontal liegt und die Ausbreitungsgeschwindigkeit innerhalb der ersten Schicht linear oder exponentiell mit zunehmender Tiefe wächst, wurden von M. SLOTNIK Diagramme erarbeitet, die eine Berechnung der Tiefe des Reflexionselementes wesentlich erleichtern.¹⁾

Lineare Geschwindigkeitsabhängigkeit mit der Tiefe: $a = a_0(1 + \beta z)$

In § 88 wurden von uns die Formeln abgeleitet

$$x = \frac{1}{\alpha a_0 \beta} [\sqrt{1 - (\alpha a_0)^2} - \sqrt{1 - (\alpha a_0)^2 (1 + \beta z)^2}], \quad (104.1)$$

$$t = \frac{1}{a_0 \beta} \ln \frac{(1 + \beta z) [1 + \sqrt{1 - (\alpha a_0)^2}]}{1 + \sqrt{1 - (\alpha a_0)^2 (1 + \beta z)^2}}, \quad (104.2)$$

aus denen der Strahlenverlauf der seismischen Wellen und ihre Laufzeit bei linearer Geschwindigkeitszunahme innerhalb der ersten Schicht mit zunehmender Tiefe bestimmt werden kann.

Multiplizieren wir die rechten Seiten der Gleichungen (104.1) und (104.2) mit 2 und eliminieren aus ihnen den Parameter α , so erhalten wir die Laufzeitkurve der reflektierten Wellen.

M. SLOTNIK führt dabei neue Veränderliche ein,

$$\tau = \frac{\beta a_0 t}{2}, \quad \sigma = \frac{\beta x}{2}, \quad \lambda = 1 + \beta z, \quad (104.3)$$

die dimensionslos sind.

¹⁾ Die Slotnikschen Diagramme haben in der Praxis keine Anwendung gefunden. (Anm. d. Red. d. russ. Ausg.)

Er kommt schließlich zu einer Laufzeitkurvengleichung der Form

$$\tau(\sigma) = \operatorname{arch} \frac{\sigma^2 + 1 + \lambda^2}{2\lambda}. \quad (104.4)$$

In der Abb. 244 ist die Schar der $\tau(\sigma)$ -Kurven dargestellt, deren Parameter λ sich in den Grenzen von 1,1 bis 3,2 bewegen.

Die Rechentechnik mit Hilfe des Diagrammes ist wie folgt: Zunächst ermittelt man nach den in § 88 beschriebenen Methoden den Geschwindigkeits-Zunahmekoeffizienten β . Aus den Formeln (104.3) errechnet man nun τ und σ und ermittelt auf dem

σ 0,1

Abb. 244

Abb. 245

Diagramm die durch den Koordinatenpunkt τ, σ verlaufende Kurve. Ist diese Kurve durch den Parameter λ charakterisiert, so findet man die Tiefe der Reflexionsfläche nach der Formel

$$z = \frac{\lambda - 1}{\beta}. \quad (104.5)$$

Weiterhin geht M. SŁOTNIK zu einer Abschätzung der Fehler über, die durch Einführung der mittleren Geschwindigkeiten bei der Bestimmung der Tiefe entstehen. Wir wissen bereits, daß bei linearer Geschwindigkeitszunahme die mittlere Geschwindigkeit durch

$$\bar{a} = \frac{z a_0 \beta}{\ln(1 + \beta z)} \quad (104.6)$$

oder

$$\bar{a} = \frac{z a_0 \beta}{\ln \lambda} \quad (104.6')$$

bestimmt ist.

Wenn wir den Wert der mittleren Geschwindigkeit in die Laufzeitkurvengleichung der reflektierten Wellen einsetzen und die von M. SLOTNIK eingeführten Bezeichnungen benutzen, erhalten wir

$$\tau' = \sqrt{1 + \left(\frac{\sigma}{\lambda - 1}\right)^2} \ln \lambda. \quad (104.7)$$

In Abb. 245 ist die Schar der Kurven $\tau' = \tau'(\sigma)$ für die gleichen Parameterwerte λ wie in Abb. 244 dargestellt. Aus einem Vergleich der in den Abb. 244 und 245 dargestellten Kurvenscharen geht hervor, daß sich die Kurven im Gebiete kleiner σ , d. h. bei geringen Abständen vom Schußpunkt, nur unbedeutend voneinander unterscheiden. Das Diagramm der Abb. 245 gibt bei $\sigma \neq 0$ geringere Tiefenwerte als das Diagramm der Abb. 244.

Übrigens bleibt auch im Gebiet mittlerer Werte σ (und x) der Fehler in der Tiefenbestimmung bei der Verwendung mittlerer Geschwindigkeiten überaus gering.

Exponentielle Abhängigkeit der Geschwindigkeit von der Tiefe: $a = a_0 e^{kz}$

Man kann die Laufzeitkurvengleichung der reflektierten Wellen in Parameterform auf folgende Weise darstellen (siehe Formeln (89.2) und (89.3)):

$$x = \frac{2}{k} (\arcsin(\alpha a_0 e^{kz}) - \arcsin(\alpha a_0)), \quad (104.8)$$

$$t = \frac{2}{a_0 k} [\sqrt{1 - \alpha^2 a_0^2} - e^{-kz} \sqrt{1 - \alpha^2 a_0^2 e^{2kz}}]. \quad (104.9)$$

Nach Einführung der neuen Veränderlichen

$$\tau = \frac{ka_0 t}{2}, \quad \sigma = \frac{kx}{2}, \quad \mu = kz \quad (104.10)$$

und Elimination des Parameters α aus den Gleichungen (104.8) und (104.9) erhalten wir

$$\tau(\sigma) = \sqrt{1 + e^{-2\mu} - 2 \cos \sigma \cdot e^{-\mu}}. \quad (104.11)$$

In Abb. 246 ist die Schar der Kurven (104.11) für die Parameterwerte

$$\mu = 0,05; 0,10; \dots; 0,85$$

dargestellt.

Die Berechnung der Tiefen nach diesem Diagramm erfolgt in derselben Reihenfolge wie bei dem für lineare Geschwindigkeitszunahme von M. SLOTNIK konstruierten Diagramm.

Als erstes bestimmt man τ und σ und fixiert dann den Parameter μ jener Kurve aus der Kurvenschar (104.11), die durch den Punkt mit den Koordinaten τ und σ verläuft.

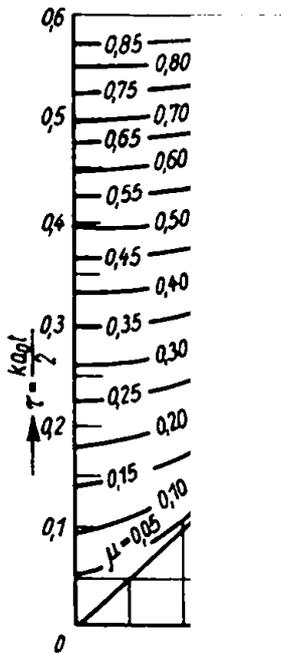


Abb. 246

Abb. 247

Nachdem man nun μ bestimmt hat, findet man die Tiefe aus der Formel

$$z = \frac{\mu}{k}. \quad (104.12)$$

Ein analoges Diagramm, das unter der Annahme einer konstanten Geschwindigkeit in der ersten Schicht konstruiert wurde, ist in Abb. 247 dargestellt. Sämtliche Schlußfolgerungen, die für das in Abb. 245 dargestellte Diagramm gezogen wurden, gelten auch für die in Abb. 247 abgebildete Kurvenschar.

XIX. Grundfragen der Methodik bei der Registrierung reflektierter Wellen

§ 105. Methodik der Profilanordnung

Die Haupteigenschaft der reflektierten Wellen, durch die sie sich von anderen Wellen unterscheiden, besteht darin, daß ihre Scheingeschwindigkeit in geringen Abständen vom Schußpunkt (relativ zur Tiefe des Reflektors) größer als die der anderen Wellen (der direkten und Oberflächenwellen) ist.

Das Kriterium der größeren Scheingeschwindigkeit ist jedoch bereits dann nicht mehr verwendbar, wenn das sogenannte Querprofil senkrecht zu der Linie verläuft, die das mittlere Geophon mit der Schußbohrung verbindet. In diesem Falle haben alle Wellentypen etwa die gleiche Scheingeschwindigkeit. In Anbetracht dieser Tatsache orientiert man bei der reflexionsseismischen Erkundungsmethode in der übergroßen Mehrzahl der Fälle die Profile längs von Geraden, die durch den Schußpunkt verlaufen. Die Beobachtungen werden mit einem Satz Seismographen (5 bis 10 Stück, manchmal auch mehr) durchgeführt, die in Abhängigkeit von der Tiefe der Grenzfläche und der Qualität der Reflexionen in Abständen von 10 bis 50 m voneinander angeordnet werden.¹⁾ Der Abstand zwischen Schußpunkt und Seismographensatz wird ebenfalls in weiten Grenzen variiert (von 0 bis 1000 und 1500 m).

In Abb. 248 sind einige typische Seismogramme mit qualitativ guten Registrierbeispielen dargestellt. Das etwa gleichzeitige Eintreffen der reflektierten Wellen in den Beobachtungspunkten des Seismographensatzes — das Hauptmerkmal der reflektierten Wellen — ist in diesen Seismogrammen gut erkennbar.

Die Methodik der Profilanlage hängt in erster Linie von den Korrelationseigenschaften der Reflexionen ab. Sind nur wenige Reflexionen vorhanden, bleibt ihre Anzahl und ihr Charakter im ganzen Meßgebiet unverändert, und ändern sich die Intervalle zwischen den Reflexionen nur langsam, so kann das einfachste Beobachtungsschema angewandt werden, bei dem das zu untersuchende Gebiet durch ein Netz voneinander isolierter, kreuzförmig angeordneter Profile überdeckt wird.

Die Beobachtung auf senkrecht zueinander angeordneten Profilen gestattet, in unmittelbarer Umgebung des Schußpunktes die Tiefe und Neigung der Reflexionsflächen zu ermitteln.

Besteht die Gefahr, daß die Reflexionen untereinander verwechselt werden können, so müssen die Beobachtungen auf Profilen durchgeführt werden, die ein geschlossenes

¹⁾ In modernen seismischen Stationen wurde die Anzahl der Kanäle auf 26 bis 48 und sogar auf 60 erhöht. (Anm. d. Red. d. russ. Ausg.)

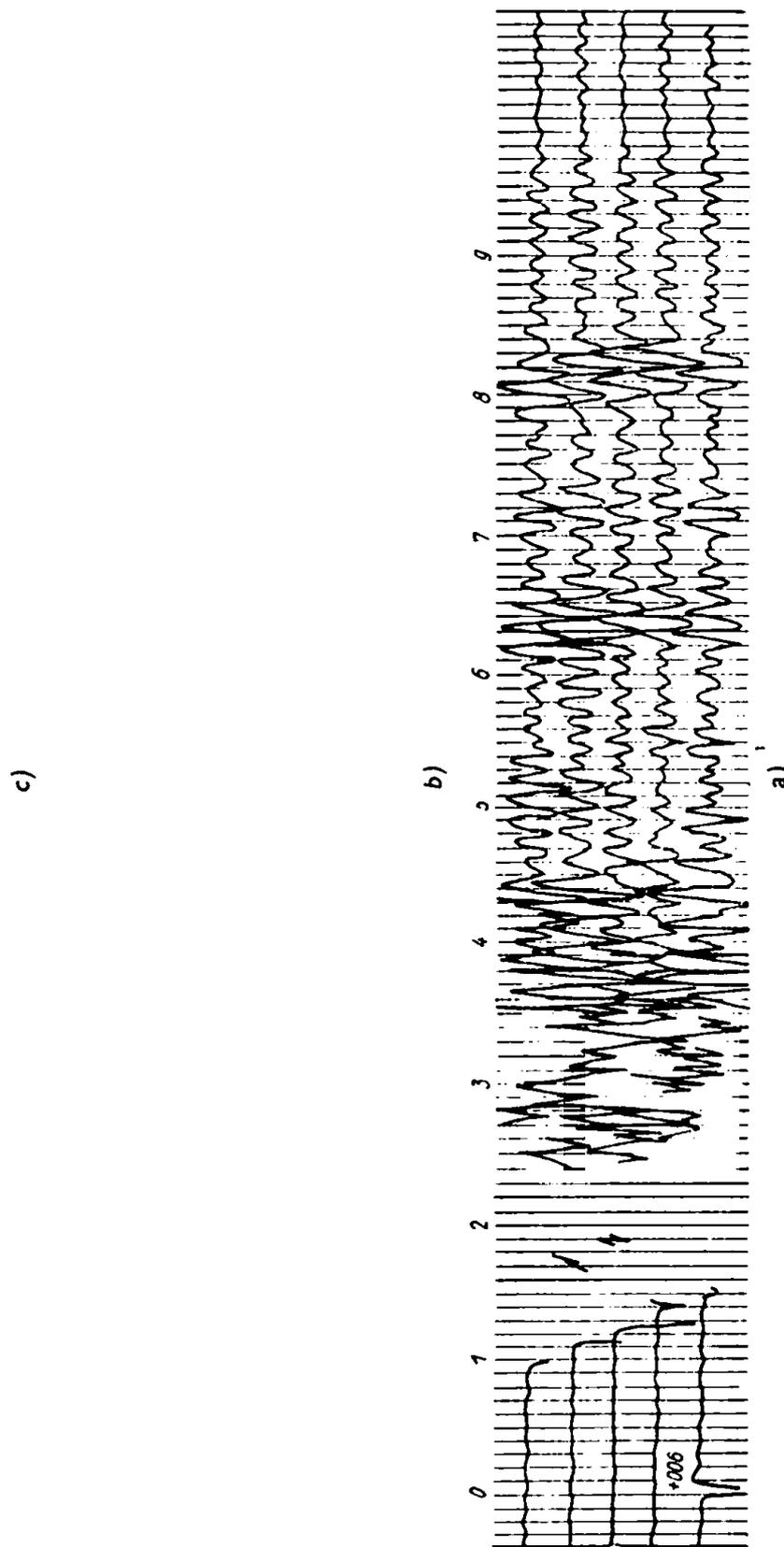


Abb. 248. Zwei Seismogramme mit verschiedenen Schwingungsbildern reflektierter Wellen
 a) Das Seismogramm wurde mit Amplitudenregelung registriert, die die Empfindlichkeit der Seismographen am Anfang herabsetzte,
 b) u. c) Ohne Amplitudenregelung registriertes Seismogramm

Polygonsystem bilden. Die Richtigkeit der Korrelation wird bestätigt, wenn man nach dem Durchlaufen eines geschlossenen Ringes im Ausgangspunkt wieder den gleichen Tiefenwert für die Grenzfläche erhält.

Ist die Zahl der Reflexionen hoch und ihre Korrelation mit Schwierigkeiten verbunden, so geht man zur lückenlosen Profilvermessung über.¹⁾

Bei der lückenlosen Profilvermessung wird das Profil mit einem System von Vor- und Rückschuß-Laufzeitkurven überdeckt, das eine lückenlose Korrelation aller Reflexionshorizonte erlaubt.

Das Beobachtungsschema ist etwa folgendermaßen: Die Schußpunkte werden in Abständen zwischen 500 und 1000 m längs des Profils angeordnet. Die Abstände zwischen den Schußbohrungen und den Seismographen wählt man so, daß zwischen zwei benachbarten Schußbohrungen eine ganze Zahl (2 bis 4) von Seismographenaufstellungen liegt. Ist z. B. der Abstand zwischen zwei Seismographen 50 m und ihre Anzahl 7 (das von einer Aufstellung überdeckte Intervall beträgt dann 300 m), so muß der Abstand zwischen den Schußbohrungen 600, 900 oder 1200 m betragen.

Es ist selbstverständlich wünschenswert, daß eine Bohrung (in der die Sprengungen erfolgen) für eine möglichst große Zahl von Aufstellungen Verwendung findet. Eine Vergrößerung der Schußbohrungsabstände (und damit die Erhöhung der Anzahl der Aufstellungen, die von einer Bohrung aus geschossen werden) wird jedoch durch die Qualitätsminderung der Reflexionen in größeren Abständen vom Schußpunkt begrenzt. Außerdem wird die Bohrung bei wiederholten Sprengungen allmählich zerstört und für eine weitere Verwendung unbrauchbar.

Bei jeder Aufstellung erfolgen die Sprengungen an beiden Endpunkten. Beim Übergang von einer Aufstellung in die nächste wird das erste Geophon der folgenden Aufstellung an den Platz des letzten Geophons der vorhergehenden Aufstellung gesetzt.

Befindet sich der Schußpunkt im Punkt n und der Seismograph im Punkte m des Profils, so bezeichnet man diese Spur auf dem Seismogramm mit dem Symbol (n, m) .

Nimmt man an, daß zwischen zwei benachbarten Schußpunkten zwei Seismographenaufstellungen liegen, so kann man das Beobachtungsschema für eine lückenlose Profilvermessung in Form der Tabelle 9 darstellen.

Aus der Tabelle 9 kann man entnehmen, daß alle Seismogramme aneinander angeschlossen werden können. Da die Spur $(0, 1)$ wiederholt wird, läßt sich das Seismogramm Nr. 1 an Seismogramm Nr. 3 anschließen. Das Seismogramm Nr. 3 kann wiederum an das Seismogramm Nr. 2 angeschlossen werden, da die Laufzeit der reflektierten Welle auf der Spur $(0, 2)$ gleich der Laufzeit der Spur $(2, 0)$ sein muß. Das folgt unmittelbar aus dem Gegenseitigkeitsprinzip, nach dem eine Vertauschung von Schuß- und Empfangspunkt keine Veränderung der Laufzeit der Wellen hervorrufen kann:

$$t_{[n, m]} = t_{[m, n]} \quad (105.1)$$

Die Reihenfolge bei der Korrelation der Reflexionen ist in der Tabelle 9 durch Pfeile gekennzeichnet. Wenn die Reflexionen nicht aussetzen, gibt dieses Beobachtungsschema die Möglichkeit, irgendeine beliebige Phase einer reflektierten Welle

¹⁾ Gegenwärtig wird bei reflexionsseismischen Erkundungsarbeiten in der Hauptsache nach dem System der stetigen Profilierung gearbeitet, das hier als lückenlose Profilvermessung bezeichnet wurde. (Anm. d. Red. d. russ. Ausg.)

über ein ganzes Profil oder sogar über sämtliche Profile des Meßgebietes (wenn sie untereinander in Verbindung stehen) hinweg zu verfolgen. Es ist allerdings möglich, daß sich gleichzeitig eintreffende Wellen verschiedener Wellengruppen, die an Grenzflächen mit verschiedenen Neigungen reflektiert wurden, überlagern. Eine Korrelationslücke kann auch durch eine plötzliche Neigungsänderung der Reflexionsfläche verursacht werden. Eine Störung der Korrelation wird in Abb. 249 illustriert.

Tabelle 9

| Seismographenpunkte | Sprengung im Punkt 0 | Sprengung im Punkt 2 | Sprengung im Punkt 4 |
|--|--|--|--|
| Seismographen zwischen den Punkten 0 bis 1 | S. Nr. 1 $\left\{ \begin{array}{l} [0,0] \\ [0,1] \end{array} \right.$ | S. Nr. 2 $\left\{ \begin{array}{l} [2,0] \\ [2,1] \end{array} \right.$ | |
| Seismographen zwischen den Punkten 1 bis 2 | S. Nr. 3 $\left\{ \begin{array}{l} [0,1] \\ [0,2] \end{array} \right.$ | S. Nr. 4 $\left\{ \begin{array}{l} [2,1] \\ [2,2] \end{array} \right.$ | |
| Seismographen zwischen den Punkten 2 bis 3 | | S. Nr. 5 $\left\{ \begin{array}{l} [2,2] \\ [2,3] \end{array} \right.$ | S. Nr. 6 $\left\{ \begin{array}{l} [4,2] \\ [4,3] \end{array} \right.$ |
| Seismographen zwischen den Punkten 3 bis 4 | | S. Nr. 7 $\left\{ \begin{array}{l} [2,3] \\ [2,4] \end{array} \right.$ | S. Nr. 8 $\left\{ \begin{array}{l} [4,3] \\ [4,4] \end{array} \right.$ |
| Seismographen zwischen den Punkten 4 bis 5 | | | S. Nr. 9 $\left\{ \begin{array}{l} [4,4] \\ [4,5] \end{array} \right.$ |
| | | | usw. |

Die Korrelation der Reflexionen erfolgt gewöhnlich nicht nach den Einsätzen der reflektierten Wellen, sondern nach besonders markanten Amplituden (Abb. 250). Aus der Verschiebung der Maxima auf den Seismogrammen schließt man auf die Größe der Scheingeschwindigkeit und auf die Neigung der Grenzfläche. Bei der Errechnung

der Tiefe des Reflektors führt man z. T. auf Grund der Differenz zwischen dem Moment des Einsatzes der reflektierten Welle und dem bei der Korrelation fixierten Zeitpunkt eine Korrektur ein.

Die Qualität der Reflexionen hängt vom Abstand zwischen Schußpunkt und Seismographen ab. In der Praxis kann man oft feststellen, daß in einem bestimmten Abstand vom Schußpunkt die Reflexionen verschwinden. Oft ist die Registrierung der Reflexionen in der ersten Aufstellung besonders schwierig.

Ein Aussetzen der Reflexionen in irgendeinem beliebigen Punkte des Profils führt zu einer Korrelationslücke in den Reflexionen.

Abb. 249

Abb. 250

In einigen Fällen ist das von untergeordneter Bedeutung, andererseits kann eine Korrelationslücke zu einer mehrdeutigen Interpretation der Meßergebnisse führen. Eine stetige Korrelation kann mit Hilfe folgender Beobachtungsvariante der lückenlosen Profilvermessung erreicht werden. Es werde angenommen, daß zwischen den Schußbohrungen drei Aufstellungen liegen, wobei in den an den Schußbohrungen liegenden Punkten keine Reflexionen erhalten werden können.

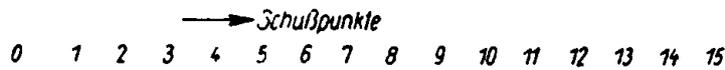
Die Verteilung der Schußpunkte und der Seismographen ist in Abb. 251 dargestellt, in der eine größere Schematisierung zugelassen wurde als in Tabelle 9. Mit fettgedruckten Linien sind die von den Aufstellungen eingenommenen Intervalle angegeben.

So zeigt z. B. der Abschnitt A in dem Diagramm, daß sich die Seismographen zwischen den Punkten 5 und 6 und die Schußbohrung im Punkte 4 befinden.

Bei der Konstruktion dieser Tabelle wurde die Bedingung (105.1) berücksichtigt. Die Reihenfolge der Korrelation wurde durch Pfeile angedeutet.

Diese Methode hat den Nachteil, daß sie im Vergleich zu der oben beschriebenen Variante eine größere Anzahl an Schußbohrungen erfordert. In einigen Fällen verzichtet man beim Ausfall der regulären Reflexionen auf eine stetige Korrelation und begnügt sich vorwiegend mit der Bestimmung der Neigungen der Reflexionselemente. Die geologische Interpretation geschieht dann derart, daß man in einer beliebig

gewählten Tiefe eine Linie zieht, deren Neigung durch die verschiedenartigen Neigungen der Reflexionselemente bestimmt ist (Abb. 252). Dieser „gedachte“ oder „bedingte“ Horizont („Phantomhorizont“) gibt eine gewisse Vorstellung vom Typ der Struktur.



Um die Reflexionshorizonte geologisch zuordnen zu können, muß man wenigstens einen der Beobachtungspunkte an eine Tiefbohrung legen. Ist keine Tiefbohrung vorhanden, so ist es zweckmäßig, die nach der reflexionsseismischen Erkundungsmethode erhaltenen Ergebnisse durch refraktionsseismische Meßergebnisse zu ergänzen, da die Refraktionsseismik in der Lage ist, die tatsächlichen Ausbreitungsgeschwindigkeiten längs der brechenden Grenzen zu liefern.¹⁾ Es darf weiterhin nicht vergessen werden, daß man auch sichere Laufzeitkurven von reflektierten Wellen

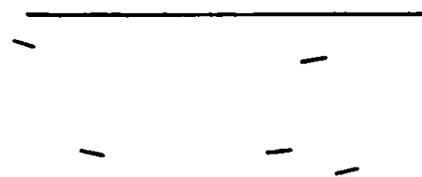


Abb. 252

zur Bestimmung der mittleren Geschwindigkeit haben muß. Die Profile sollen dabei nach Möglichkeit in Streichrichtung der Struktur liegen, da im entgegengesetzten Falle eine genaue Bestimmung der mittleren Geschwindigkeit erschwert wird.

¹⁾ Fragen über die Möglichkeiten und die Methodik der kombinierten Ausnutzung der reflexions- und refraktionsseismischen Meßergebnisse sind in den Arbeiten [20], [21], [22], [30] behandelt. (Anm. d. Red. d. russ. Ausg.)

Können aus den Laufzeitkurven der reflektierten Wellen keine mittleren Geschwindigkeiten errechnet werden, und sind im Meßgebiet keine Tiefbohrungen vorhanden, in denen bohrlochseismische Messungen vorgenommen werden können, so benutzt man zur Ermittlung der mittleren Geschwindigkeiten die refraktionsseismische Methode.¹⁾

§ 106. Der Einfluß geologischer Faktoren auf die Qualität der Reflexionen

Bei der Registrierung reflektierter Wellen ist man bestrebt, Erregungs- und Empfangsbedingungen zu schaffen, bei denen die Intensität der reflektierten Wellen auf dem Seismogramm nach Möglichkeit hoch, die aller anderen Wellen dagegen möglichst niedrig ist. Die Schwingungsdauer soll für alle Wellentypen minimal sein. Für die längs eines Profils aufgestellten Seismographen soll die Form der Schwingungen möglichst einfach und gleichbleibend sein. Weiterhin wird angestrebt, daß die reflektierten Wellen von allen anderen Wellentypen durch einen ausreichenden Zeitunterschied getrennt sind.

Die Schaffung entsprechender Anregungs- und Empfangsbedingungen, die eine gute Qualität der Reflexionen gewährleisten, ist in erster Linie von den seismisch-geologischen Bedingungen abhängig, z. B. von den Eigenschaften der reflektierenden Flächen, von den Eigenschaften der Gesteine, in denen die Sprengung vollzogen wird, von den Absorptionseigenschaften der Gesteine, die von den Wellen durchlaufen werden, u. a.

Wir gehen bei der weiteren Behandlung des Stoffes zu einer Untersuchung des Einflusses dieser Faktoren auf die Reflexionsqualität über. Sie können jedoch nicht isoliert von den Anregungsbedingungen untersucht werden.

Bei der Behandlung dieser Fragen wird vorausgesetzt, daß der Leser mit den Elementen der Elastizitätstheorie und der Physik der Wellen vertraut ist.

Die Anregungsbedingungen

Wie man durch zahlreiche Versuche festgestellt hat, spielen die Anregungsbedingungen bei der Auflösung der reflektierten Wellen häufig eine entscheidende Rolle. Selbst die technisch vollkommenste seismische Apparatur kann nur qualitativ ungenügende Reflexionen registrieren, wenn die Sprengung unter ungünstigen Bedingungen erfolgt.

Die Praxis hat gezeigt, daß die Ladung unterhalb der durch langsame Ausbreitungsgeschwindigkeiten charakterisierten oberen Lockerschicht gezündet werden muß, wenn man qualitativ gute Reflexionen erhalten will. Die Qualitätsverbesserung kann man folgendermaßen erklären:

¹⁾ Gegenwärtig werden zwei Methoden zur Bestimmung der mittleren Geschwindigkeit aus den Laufzeitkurven der gebrochenen Wellen verwendet: 1. nach den Koordinaten der Anfangspunkte der gebrochenen Wellen [38], 2. nach den Schnittpunkten der Laufzeitkurven der ersten Einsätze [42]. (Anm. d. Red. d. russ. Ausg.)

Eine tiefe Lagerung des Sprengstoffes führt zu einer Intensitätsminderung der Oberflächenwellen, die besonders große Schwierigkeiten bei der Registrierung der reflektierten Wellen verursachen. Es ist bekannt, daß die Amplituden der Oberflächenwellen mit

$$kz$$

der Tiefe z nach einem Gesetz abnehmen, das e^{-kz} nahekommt. Hier ist k eine Konstante, die von den Elastizitätseigenschaften der Oberflächenschicht abhängt und λ die Wellenlänge. Nach dem Gegenseitigkeitsprinzip nimmt die Intensität der Oberflächenwellen bei Vergrößerung der Schußtiefe in jedem beliebigen Punkte der Erdoberfläche nach dem gleichen Gesetz ab. Die Erfahrung zeigt, daß die Oberflächenwellen bei Sprengungen in einer Tiefe von etwa 15 bis 20 m bereits so schwach sind, daß sie bei der Registrierung fast nicht mehr als Störwellen in Erscheinung treten. Sind die an der Oberfläche anstehenden Gesteine relativ kompakt, so kann in einer Reihe von Fällen die Tiefe der Schußbohrungen bis auf einige Meter reduziert werden. Der Dämpfungskoeffizient für die Oberflächenwellen ist mit zunehmender Tiefe der Wellenlänge umgekehrt proportional. Man könnte deshalb annehmen, daß die großen Wellenlängen sich auf den Seismogrammen selbst noch bei großen Schußbohrungstiefen bemerkbar machen. Da die Apparatur jedoch für niederfrequente Wellen verhältnismäßig unempfindlich ist, wird eine derartige Erscheinung nicht beobachtet.

Bei Sprengungen in einem relativ kompakten Medium wird das Frequenzspektrum durch höherfrequente Komponenten bereichert. Die auf dem Seismogramm vorherrschenden Schwingungen werden in diesem Falle durch kürzere Perioden und stärkere zeitliche Zusammendrängung charakterisiert, was die Korrelation schnell aufeinanderfolgender Wellen wesentlich erleichtert. In einigen Fällen kann sich jedoch eine höherfrequente Anreicherung des Spektrums als schädlich erweisen, wenn dadurch die Phaseneigenschaften der reflektierten Wellen verlorengehen und eine sichere Korrelation unmöglich wird.

Erfolgt die Sprengung unterhalb der Langsamschicht, so wird dadurch, daß ein geringerer Teil der Energie zur Zerstörung des Gesteines verbraucht wird, ihr Wirkungsgrad wesentlich erhöht. Außerdem verkürzt sich die Weglänge der seismischen Wellen gerade um einen Teil, in dem ihre Dämpfung besonders stark ist.

Die Erfahrung zeigt, daß bei einer Mächtigkeit der Langsamschicht bis zu 10 und 20 m der Wirkungsgrad der Ladung bei einer weiteren Vertiefung der Schußbohrung um weit mehr als das Zehnfache erhöht werden kann.

In der Praxis versucht man, den Hauptteil der Ladung im Lehm unterhalb des Grundwasserspiegels unterzubringen. Sprengungen in trockenen Gesteinen (besonders in trockenem Sand) geben häufig nur schwer erkennbare Reflexionen. Vor Beginn der Arbeiten auf einem neuen Geländeabschnitt bestimmt man die optimale Bohrtiefe in der Regel durch experimentelle Messungen.

Die Tiefe der Schußbohrungen liegt im Mittel etwa bei 10 bis 15 m. Oft erreicht sie jedoch 30 m und noch größere Tiefen. Die Qualität der Reflexionen ist von der Art des Sprengstoffes nur bedingt abhängig. Von großer Bedeutung ist jedoch die Verdämmung der Ladung. Oft verdämmt man nur mit Wasser oder Lehmtrübe, was die Stabilität der Bohrung zwecks mehrfacher Verwendung erhöht.

Die Eigenschaften der Reflexionsflächen

Es werde angenommen, daß normal zur Grenzfläche zweier Medien eine sinusförmige ebene Longitudinalwelle einfallt. Wir bezeichnen die Amplitude der einfallenden Longitudinalwelle mit A_{el} , die Amplitude der reflektierten Longitudinalwelle mit A_{rl} und die der reflektierten Transversalwelle mit A_{rt} . Für den Reflexionskoeffizienten der Grenzfläche erhalten wir die folgenden Formeln:

1. für die P_{11} -Wellen

$$\frac{A_{rt}}{A_{el}} = \frac{1 - \frac{\rho_2 a_2}{\rho_1 a_1}}{1 + \frac{\rho_2 a_2}{\rho_1 a_1}}, \quad (106.1)$$

2. für die $P_1 S_1$ -Wellen

$$\frac{A_{rt}}{A_{el}} = 0. \quad (106.2)$$

Hier bedeuten $\rho_1 a_1$ und $\rho_2 a_2$ die Schallhärten des ersten und zweiten Mediums; ρ ist die Dichte und a die Ausbreitungsgeschwindigkeit der Longitudinalwellen.

Für eine normal zur Grenzfläche einfallende Transversalwelle (A_{et}) gelten die analogen Formeln:

1. für die S_{11} -Wellen

$$\frac{A_{rt}}{A_{et}} = \frac{1 - \frac{\rho_2 b_2}{\rho_1 b_1}}{1 + \frac{\rho_2 b_2}{\rho_1 b_1}}, \quad (106.3)$$

2. für die $S_1 P_1$ -Wellen

$$\frac{A_{rl}}{A_{et}} = 0 \quad (106.4)$$

mit b_1 und b_2 als Ausbreitungsgeschwindigkeiten der Transversalwellen in der ersten und zweiten Schicht.

Aus diesen Formeln folgt, daß man in Schußpunktnähe keine reflektierten Wechselwellen (des Typs $P_1 S_1$ oder $S_1 P_1$) beobachten kann.

Wellen des Typs S_{11} können gewöhnlich nicht festgestellt werden, da der Sprengung im homogenen Medium in erster Näherung ein Ausdehnungszentrum entspricht, das nur Longitudinalwellen erzeugt. Außerdem erfolgt die Registrierung der seismischen Schwingungen in der Reflexionsseismik mit Hilfe von Vertikalseismographen. In geringem Abstand vom Schußpunkt sind also nur die reflektierten Longitudinalwellen von praktischer Bedeutung.

Die Formel (106.1) zeigt, daß die Intensität der reflektierten Longitudinalwelle mit wachsender Differenz der Schallhärten zunimmt.

Ist die Schallhärte des zweiten Mediums größer als die des ersten, so ist beim Einfallen einer Kompressionswelle die reflektierte Welle wiederum eine Kompressionswelle.

Im umgekehrten Fall (die Schallhärte des zweiten Mediums ist geringer als die des ersten) entsteht aus der einfallenden Kompressionswelle nach der Reflexion eine Entspannungswelle.

Da der erste Einsatz auf dem Seismogramm immer einer Kompressionswelle entspricht, könnte man aus der Übereinstimmung oder dem Phasenunterschied zwischen dem ersten Einsatz und den Einsätzen der reflektierten Wellen die Frage klären, ob die Grenzfläche mit einer Erhöhung oder einer Verringerung der Schallhärte verbunden ist.

Praktisch läßt sich diese Frage jedoch nur sehr selten lösen, da die erste Auslenkung beim Einsatz der reflektierten Welle überaus klein und in der Mehrzahl der Fälle nicht feststellbar ist.

Ungeachtet dessen, daß die Frage nach dem Vorzeichen des Schallhärte-Sprunges praktisch nicht gelöst werden kann, läßt sich die reflexionsseismische Erkundungsmethode zur Feststellung von Grenzflächen mit sowohl positivem als auch negativem Härtesprung verwenden. Darin besteht der überaus große Vorzug der reflexionsseismischen Erkundung gegenüber der Refraktionsseismik, die in jenen Fällen, in denen die Ausbreitungsgeschwindigkeiten in einer tieferliegenden Schicht niedriger als in der höhergelegenen ist, prinzipiell nicht mehr verwendbar ist.

Da sich die Dichtewerte der Gesteine in bedeutend engeren Grenzen ändern als die Ausbreitungsgeschwindigkeiten der Wellen, wird der Reflexionskoeffizient in erster Linie durch das Verhältnis der Geschwindigkeiten in den Gesteinen zu beiden Seiten der Grenzfläche bestimmt.

Ändern sich die Elastizitätseigenschaften nicht sprunghaft, sondern existiert eine Übergangsschicht, in der sich die Schallhärte stetig vom Wert $\rho_1 a_1$ bis zu $\rho_2 a_2$ ändert, dann bleibt die Formel (106.1) nur noch für solche Wellen gültig, deren Wellenlänge im Vergleich zur Mächtigkeit der Übergangsschicht groß ist. Für Wellen, die im Vergleich zur Dichte dieser Schicht klein sind, ist der Reflexionskoeffizient nahe Null.

Hieraus folgt, daß es in bestimmten Fällen vorteilhaft ist, reflektierte Wellen mit einer besonders auf niederfrequente Schwingungen abgestimmten Apparatur zu registrieren (wenn keine Störungen von seiten der langwelligen Oberflächenwellen zu befürchten sind). Die gleichen Schlußfolgerungen können auch auf diffus reflektierende Grenzflächen erweitert werden. Aus der Optik ist bekannt, daß eine Spiegelung in jenen Fällen zu beobachten ist, in denen die Oberflächenunebenheiten des Reflexionskörpers im Vergleich zur Wellenlänge des Lichtes klein sind. Sind diese jedoch mit der Wellenlänge vergleichbar, tritt an Stelle der Reflexion die Streuung. Die etwa gleichen Verhältnisse hat man auch bei der Reflexion seismischer Wellen.

Die qualitativ schlechten Reflexionen an der Oberfläche von Salzkuppeln sind teilweise auf diese Effekte zurückzuführen.

Wir weisen hier noch auf einen weiteren Umstand hin. Uns ist bereits das Hauptmerkmal, durch das sich die reflektierten Wellen von allen anderen Wellentypen

unterscheiden, bekannt. Es besteht darin, daß die reflektierten Wellen an den Seismographenpunkten einer Aufstellung etwa gleichzeitig eintreffen, wobei eine geringe Phasenverschiebung hier unbeachtet bleiben mag. Die Form der Schwingungen ist auf den von den Seismographen beschriebenen Spuren etwa gleich. Man kann in diesem Falle gewöhnlich eine Reihe paralleler Linien finden, längs deren sich (bei gleicher Amplitude der Schwingungen) die Maxima und Minima der Wellen anordnen (Abb. 253). Diese Linien werden wir als Phasenachsen bezeichnen. Die Neigung der Phasenachsen bestimmt die Scheingeschwindigkeit der reflektierten Wellen.

Wir nehmen jetzt an, daß die Reflexionsfläche stufenförmige Gestalt habe. Beträgt die Stufenhöhe Ah , so können bei vertikalem Strahlengang die Phasenachsen um den Betrag

$$\Delta t = 2 \cdot \frac{Ah}{a_1} \quad (106.5)$$

zueinander versetzt sein.

Ist Δt im Vergleich zur Schwingungsperiode gering, so verhindert die hier angegebene Versetzung in keiner Weise die Fixierung der Phasenachse. Die Reflexion wird also nicht gestört. Ist Δt jedoch in der Größenordnung der Schwingungsperiode, so kann eine in Wirklichkeit vorhandene Reflexion verdeckt werden.

Eine Störung im Schwingungsbild ist besonders dann auffällig, wenn Δt gleich der halben Schwingungsperiode der reflektierten Welle ist. Ist z. B. die Schwingungsperiode der Nutzwelle 0,01 s und die Geschwindigkeit der Longitudinalwellen 2000 m/s, so führt eine Stufe mit einer Höhe von 5 m auf dem Seismogramm zu einer Phasenumkehr der registrierten Phasenachsen.

In derartigen Fällen muß zu noch niedrigeren Frequenzen übergegangen werden. Je größer die Periode der reflektierten Welle ist, um so klarer macht sich die Identität der Reflexionen bemerkbar. *Der Übergang zu niederen Frequenzen bei der Registrierung von reflektierten Wellen ermöglicht in einer Reihe von Fällen, die Abstände zwischen den Seismographen zu vergrößern.* Dieser Umstand ist von großer Bedeutung, da die Produktivität der seismischen Untersuchungen in bedeutendem Maße von der Länge der Seismographenaufstellung abhängt.

Fällt eine seismische Welle unter einem beliebigen Winkel auf die Grenzfläche, dann hat das Verhältnis zwischen den Amplituden der einfallenden und reflektierten Wellen kompliziertere Gestalt.

Die Reflexionskoeffizienten der Wellen P_{11} und $P_1 S_1$ findet man aus folgendem Gleichungssystem:¹⁾

$$\left. \begin{aligned} A_{e1} \sin el - A_{r1} \sin rl + A_{rt} \cos rt - A_{d1} \sin dl + A_{dt} \cos dt &= 0, \\ A_{e1} \cos el + A_{r1} \cos rl + A_{rt} \sin rt - A_{d1} \cos dl - A_{dt} \sin dt &= 0, \\ - A_{e1} \sin 2el - A_{r1} \sin 2rl + A_{rt} \frac{a_1}{b_1} \cos 2rt + \\ &+ A_{d1} \frac{a_2}{a_1} \left(\frac{b_2}{b_1} \right)^2 \frac{a_1}{a_2} \sin 2dl - A_{dt} \frac{a_2}{a_1} \left(\frac{b_2}{b_1} \right)^2 \frac{a_1}{a_2} \cos 2dt = 0, \\ - A_{e1} \cos 2rt + A_{r1} \cos 2rt + A_{rt} \frac{b_1}{a_1} \sin 2rt + \\ &+ A_{d1} \frac{a_2}{a_1} \cdot \frac{a_2}{a_1} \cos 2dt + A_{dt} \frac{a_2}{a_1} \cdot \frac{b_2}{a_1} \sin 2dt = 0. \end{aligned} \right\} \quad (106.6)$$

A_{d1} und A_{dt} sind die Amplituden der longitudinalen und transversalen gebrochenen Wellen. Die Winkelbezeichnungen sind die gleichen wie in § 68.

Setzen wir in diesem System $el = 0$, so kommen wir zu den Formeln (106.1) und (106.3).

Eine in allgemeiner Form durchgeführte Analyse der Intensitätsabhängigkeit vom Einfallswinkel ist überaus schwierig. Wir begnügen uns deshalb hier mit einigen Sonderfällen. Wir nehmen an, daß die Schallhärte des zweiten Mediums so groß sei, daß die einfallende Welle an seiner Oberfläche vollkommen reflektiert werde.

In diesem Falle ist

$$A_{d1} = A_{dt} = 0,$$

und das System (106.6) wird auf die folgenden beiden Gleichungen reduziert:

$$\left. \begin{aligned} A_{e1} \sin el - A_{r1} \sin rl + A_{rt} \cos rt &= 0, \\ A_{e1} \cos el + A_{r1} \cos rl + A_{rt} \sin rt &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (106.7)$$

Aus ihnen erhalten wir

$$\begin{aligned} A_{r1} &= 1 - B \\ A_{e1} &= 1 + B \end{aligned} \quad (106.8)$$

und

$$\frac{A_{rt}}{A_{e1}} = - \frac{2}{1+B} \cdot \frac{a_1}{b_1} \cot el \quad (106.9)$$

mit

$$B = \cot el \sqrt{\frac{a_1^2}{b_1^2 \sin^2 el} - 1}. \quad (106.10)$$

Diese Abhängigkeiten sind in Abb. 254 graphisch dargestellt, wobei angenommen wurde, daß die Ausbreitungsgeschwindigkeit der Longitudinalwellen doppelt so groß wie die der Transversalwellen sei.

¹⁾ Ein analoges Gleichungssystem kann auch für eine einfallende Transversalwelle gefunden werden. Es wurde hier jedoch nicht angegeben, da es für die Praxis von geringerem Interesse ist.

Der absolute Betrag des Reflexionskoeffizienten der Longitudinalwellen ist bei $el = 0$ und $el = \pi/2$ gleich 1. Im ersten Teil der Kurve sind die Phasen der einfallenden und reflektierten Welle entgegengesetzt ($\frac{A_{r1}}{A_{e1}}$ negativ), im zweiten Teil der Kurve dagegen gleich ($\frac{A_{r1}}{A_{e1}}$ positiv). Handelt es sich bei der zur Grenzfläche einfallenden Welle um eine Kompressionswelle, so ist bei kleinen Einfallswinkeln die reflektierte Welle wieder eine Kompressionswelle. Bei genügend großen Winkeln dagegen entsteht eine Entspannungswelle. Bei jenem Winkel, unter dem Phasenumkehrung erfolgt, wird die Amplitude der reflektierten Welle gleich Null.

Die nach der Reflexion entstehenden Transversalwellen $P_1 S_1$ haben eine konstante Phase. Ihre Intensität ist für $el = 0$ und $el = \pi/2$ gleich Null und bei einem mittleren Winkel ein Maximum. Abb. 254

In unserem speziellen Falle beträgt die Phasenänderung der Longitudinalwellen π . Im allgemeinen Falle kann sich die Phasenverschiebung von π unterscheiden.

Ist der Einfallswinkel (bei $a_2 > a_1$) größer als der Winkel der totalen inneren Reflexion (gleich $\arcsin \frac{a_1}{a_2}$), so wird $\sin dl$ größer als 1 und $\cos dl$ zu einem Minimum. Bei einer weiteren Vergrößerung des Einfallswinkels (bei $b_2 > a_1$), erfolgt das gleiche mit dem Winkel dl . In diesem Falle nehmen die Verhältnisse der Amplituden A_{r1}/A_{e1}



Abb. 255. Die Verhältnisse $\frac{A_{r1}}{A_{e1}}$, $\frac{A_{e1}}{A_{e1}}$, $\frac{A_{e1}}{A_{e1}}$, $\frac{A_{e1}}{A_{e1}}$ als Funktionen des Einfallswinkels einer Longitudinalwelle

- | | |
|---|------------------------------------|
| a) überdeckendes Gestein — Granit, | b) Granit — überdeckendes Gestein, |
| c) Basalt — Granit, | d) Granit — Basalt |
| Für Granit: $\rho = 2,7 \text{ g/cm}^3$, $a = 5,9 \text{ km/s}$, $b = 3,4 \text{ km/s}$ | |
| Für überdeckendes Gestein: $\rho = 2,45 \text{ g/cm}^3$, $a = 3,5 \text{ km/s}$, $b = 2,0 \text{ km/s}$ | |
| Für Basalt: $\rho = 2,94 \text{ g/cm}^3$, $a = 6,5 \text{ km/s}$, $b = 3,7 \text{ km/s}$ (nach BLUT) | |

und A_{dl}/A_{el} komplexe Gestalt an, was auf eine Phasenverschiebung hinweist, die kein Vielfaches von π ist.

Die Abhängigkeit des Reflexionskoeffizienten vom Einfallswinkel ist von BLUT für eine Reihe spezieller Werte $\rho_1, \rho_2, a_1, a_2, b_1$ und b_2 berechnet worden. Die Ergebnisse sind in Abb. 255 dargestellt.

Man kann hieraus ersehen, daß die Abhängigkeit des Reflexionskoeffizienten vom Einfallswinkel eine bedeutend kompliziertere Form hat als in Abb. 254. In den Kurven $\frac{A_{rl}}{A_{el}}$ existiert in unmittelbarer Nähe des Winkels der totalen inneren Reflexion eine Zone starker Veränderlichkeit des Reflexionskoeffizienten. Die Existenz dieser Zone muß bei der Lösung von Erkundungsaufgaben berücksichtigt werden, da sie die Ursache für eine Korrelationslücke sein kann.¹⁾

Wie schon mehrmals erwähnt wurde, werden die reflektierten Wellen in der Regel in relativ geringem Abstand von der Schußbohrung registriert. Hieraus folgt jedoch noch nicht, daß der Einfallswinkel zur reflektierenden Fläche gering sein muß. Dies wäre nur dann der Fall, wenn sich die Geschwindigkeit in den oberen Gesteinsschichten mit zunehmender Tiefe nicht ändern würde. Ändert sich die Ausbreitungsgeschwindigkeit mit zunehmender Tiefe, so kann der Einfallswinkel i , wie man aus der Abb. 256 entnimmt, bedeutende Werte erreichen. Der tatsächliche Winkel i unterscheidet sich von dem scheinbaren Einfallswinkel i^* der Welle ganz erheblich. Die Untersuchung der in den Abbildungen 254 und 255 dargestellten Kurven ist also zweifellos von praktischem Interesse.²⁾



Abb. 256

Die Erfahrungen haben gezeigt, daß selbst bei großen Einfallswinkeln vorwiegend Longitudinalwellen beobachtet werden. Diesen Umstand kann man folgendermaßen erklären: Aus der Elastizitätstheorie ist bekannt, daß eine in einem homogenen Medium erzeugte Sprengung auf Grund ihrer vollkommenen Symmetrie in der Druckverteilung nur Longitudinalwellen hervorruft. In der Praxis erfolgt jedoch die Sprengung in einem inhomogenen und begrenzten Medium. Ein vollkommenes Verschwinden der Wellen S_{11} und $S_1 P_1$ ist deshalb nicht zu erwarten. Man kann jedoch annehmen, daß die Intensität der bei der Sprengung entstehenden Transversalwellen geringer als die der Longitudinalwellen ist.

Das Fehlen von Transversal- und Wechselwellen kann weiterhin durch die starke Dämpfung der Transversalwellen in jenen mächtigen Sedimentgesteinen, mit denen man es gewöhnlich bei reflexionsseismischen Erkundungsarbeiten zu tun hat, erklärt werden.

¹⁾ In der gegenwärtigen Zeit wurde die Lösung der dynamischen Aufgabe der Elastizitätstheorie für horizontal-geschichtete Medien in den Arbeiten [35], [36], [37], [45], [46] u. a. gegeben. (Anm. d. Red. d. russ. Ausg.)

²⁾ Experimentelle Angaben über reflexionsseismische Wellen bei verschiedenen Einfallswinkeln sind in der Arbeit [33] angegeben. (Anm. d. Red. d. russ. Ausg.)

Nicht geringe Bedeutung hat weiterhin der Umstand, daß die Längen und damit die scheinbaren Perioden der Transversalwellen etwa 2mal größer als die scheinbaren Perioden der Longitudinalwellen sind. Dadurch werden die Transversalwellen von der Apparatur infolge ihrer hohen Filtereigenschaften mit bedeutend geringerer Empfindlichkeit registriert als die Longitudinalwellen.¹⁾

Der Einfluß von Zwischengrenzflächen auf die Qualität der Reflexionen

Jede Zwischengrenzfläche verringert, da sie zweimal durchlaufen werden muß, die Energie der reflektierten Welle. Die Schwächung ist um so stärker, je größer der Reflexionskoeffizient der Zwischengrenzfläche und je größer die Anzahl der Zwischenschichten sind. Hier ist weniger die Frage nach dem Grad der Energieabnahme der Reflexionswelle von Bedeutung, als das Problem der Energieverteilung für die an den verschiedenen Grenzflächen reflektierten Wellen.

Liegen zwei reflektierende Grenzflächen sehr nahe beieinander, so können Interferenzerscheinungen entstehen. Im Gegensatz zu den Interferenzerscheinungen der Optik haben wir es hier mit Interferenzen nichtstationärer, plötzlich einsetzender Schwingungen zu tun.

Für quantitative Berechnungen muß man die Form der seismischen Schwingungen gut kennen. Wir beschränken uns hier deshalb nur auf einige Bemerkungen qualitativen Charakters.

Ohne die Genauigkeit der Aufgabenstellung einzuschränken, nehmen wir an, daß die einfallende Welle die Form eines plötzlich einsetzenden, stark gedämpften sinusförmigen Impulses habe. Je höher die Frequenz der einfallenden Wellen und je stärker ihre Dämpfung ist, um so geringer werden die Interferenzeffekte sein. Von diesem Standpunkt aus betrachtet ist es zweckmäßig, zur genaueren Differentiation der geologischen Schichtenfolge die reflektierten Wellen mit Hilfe einer solchen Apparatur zu registrieren, die umfangreiche Filtermöglichkeiten besitzt (siehe § 107). Mit Zunahme der Periode der einfallenden (oder empfangenen) Schwingungen erfolgt eine allmähliche Änderung des summarischen Schwingungsbildes. Die gleiche Erscheinung kann man beobachten, wenn anstatt einer Periodenvergrößerung eine Abnahme des Abstandes zwischen zwei benachbarten Grenzflächen eintritt.

Wir untersuchen jetzt, welche Veränderungen der Schwingungsintensität bei überaus großen Perioden der einfallenden Welle (oder bei überaus geringer Mächtigkeit der Schicht) erwartet werden können.

Es müssen zwei Fälle unterschieden werden. Hat der Reflexionskoeffizient beider Grenzflächen das gleiche Vorzeichen, so überlagern sich beide Schwingungen zu einer einzelnen, die etwa gleich ihrer Summe ist. Wir erhalten den Eindruck, daß es sich nur um eine einzelne Reflexionsfläche handelt. Haben die Reflexionskoeffizienten

¹⁾ Gegenwärtig wird eine erkundungsseismische Methode erarbeitet, die auf der Ausnutzung der Wechsel- und Transversalwellen beruht. Einige Ergebnisse sind in der Arbeit [12] dargelegt. (Anm. d. Red. d. russ. Ausg.)

verschiedene Vorzeichen und etwa gleiche absolute Werte, so kann die Intensität der Gesamtschwingung derartig gering sein, daß sie auf dem Seismogramm nicht mehr feststellbar ist. Verhältnismäßig dünne Zwischenschichten (mehrere Meter Mächtigkeit), die innerhalb eines homogenen Mediums lagern, können deshalb mit der reflexionsseismischen Erkundungsmethode unter Umständen nicht ermittelt werden.¹⁾

Wahl des optimalen Abstandes zwischen Schußpunkt und Seismographen

Bei einer Änderung des Abstandes zwischen Schußpunkt und Seismographen ändern sich die Überlagerungsbedingungen der reflektierten Wellen und Wellen anderen Typs sowie die Intensität der reflektierten Wellen.

Die Überlagerungsbedingungen sind in Abb. 257 charakterisiert, in der die Laufzeitkurven aller Typen von Raumwellen, die an einer horizontalen Grenzfläche entstehen, dargestellt sind.

Die Laufzeitkurven der Oberflächen- und Schallwellen wurden in der Abb. 257 nicht angegeben, da sie bei entsprechender Tiefe der Schußbohrung und befriedigenden Filtereigenschaften der Aufnahmeapparatur auf den Seismogrammen kaum in Erscheinung treten und deshalb vernachlässigt werden können.

Weiterhin sei darauf hingewiesen, daß die Wellen der Typen S_{11} , $S_1 P_1$ und $P_1 S_1$ für x annähernd Null nur eine sehr geringe Energie aufweisen.

Aus der Abb. 257 folgt, daß man die geringsten Störungen durch nichtreflektierte Raumwellen in geringen Abständen vom Erregungszentrum erwarten muß.

Diese Schlußfolgerung wird durch die Praxis bestätigt.

Abb. 257

Zu den gleichen Schlußfolgerungen kann man auch ausgehend von energetischen Betrachtungen kommen. Den Abbildungen 254 und 255 kann man entnehmen, daß die Abhängigkeit des Reflexionskoeffizienten vom Neigungswinkel bei geringen Einfallswinkeln am geringsten ist. Will man eine lückenlose Korrelation der Reflexionen erreichen, muß man sich also bei der Erkundung auf die Bereiche geringer x orientieren.

In der Praxis wird diese Frage in den meisten Fällen experimentell gelöst, da die Verschiedenartigkeit der geologischen Bedingungen eine theoretische Analyse erschwert.

Der zulässige maximale Abstand zwischen Schußpunkt und Seismographen ist selbstverständlich eine Funktion der Tiefe der Grenzfläche. Dieser Abstand übersteigt selten die doppelte Tiefe der Reflexionsfläche. Bei geringen Tiefen der Grenzfläche gibt die reflexionsseismische Erkundungsmethode keine genauen Ergebnisse.²⁾

¹⁾ Eine Untersuchung der Reflexion von Wellen an dünnen Schichten wurde in den Arbeiten [26], [27] von GURWITSCH gegeben. (Anm. d. Red. d. russ. Ausg.)

²⁾ In den letzten Jahren wurden mit Hilfe der Hochfrequenzseismik Reflexionen von Grenzflächen erhalten, die in Tiefen von weniger als 100 m liegen [3]. (Anm. d. Red. d. russ. Ausg.)

In größeren Tiefen (von 300 m bis 2000 m und tiefer) ist die Reflexionsseismik überaus effektiv. Bei Erkundungstiefen von mehr als 400 m wählt man als Schußpunktintervall bei lückenloser Profilvermessung Abstände zwischen 500 und 1000 m.

Wir verweilen jetzt noch kurz bei der Frage nach dem optimalen Abstand zwischen den einzelnen Seismographen. Bei der Auswahl des Seismographenabstandes geht man von folgenden Überlegungen aus. Um die Produktivität des Meßtrupps maximal zu erhöhen, soll der Abstand zwischen den Seismographen möglichst groß sein. Andererseits muß er aber auch so gering sein, daß die Korrelation der Reflexionen nicht erschwert wird. Auf der Grundlage beider Forderungen ermittelt man einen mittleren optimalen Seismographenabstand.

In Abhängigkeit von den geologischen Bedingungen wird die Größe des optimalen Abstandes geändert. Er ist eine Funktion verschiedener Faktoren.

Die wichtigsten von ihnen seien hier angeführt.

Der Abstand zwischen den Seismographen kann vergrößert werden, wenn die Tiefe der Reflexionsfläche groß und ihre Neigung gering ist. Eine ungleichmäßige Form der Grenzfläche und eine wechselnde Mächtigkeit der Langsamschicht wirken einer Abstandsvergrößerung entgegen.

§ 107. Die Empfangsbedingungen für reflektierte Wellen

Bei der Registrierung von Reflexionen wirkt an den Seismographen eine Summe von Wellen, die sich mehr oder weniger durch ihre Intensität, ihre spektrale Zusammensetzung, ihre Laufzeiten, ihre Austrittswinkel und ihre Schwingungsrichtung voneinander unterscheiden.

Bei den reflexionsseismischen Erkundungsarbeiten besteht die Aufgabe bei der Registrierung der Schwingungen darin, nach Möglichkeit die überaus geringen Besonderheiten, durch die sich die reflektierten Wellen von den Wellen anderen Typs unterscheiden, zu unterstreichen.

Wir beschreiben nun die Hauptmethoden zur Selektion reflektierter Wellen.

Selektion nach spektralen Merkmalen

Bei der Registrierung reflektierter Wellen sind die Frequenzunterschiede von besonderer Bedeutung. Die Beobachtungen haben gezeigt, daß die reflektierten Wellen bedeutend reicher an hochfrequenten Schwingungskomponenten sind als die Wellen anderer Typen, die zusammen mit den reflektierten Wellen eintreffen. Man versieht deshalb die Apparatur mit entsprechenden Filtereigenschaften, die es gestatten, die niederfrequenten Schwingungen abzusondern.

Da der Empfang reflektierter Wellen am stärksten durch die Oberflächenwellen gestört wird, ist es notwendig, die Empfindlichkeit der Aufnahmeapparatur im Bereich der tieferen Frequenzen (die für die Oberflächenwellen charakteristisch sind) möglichst gering zu halten. Die mit der Filtration verbundenen Fragen wurden im ersten Teil dieses Buches ausführlich beleuchtet.

Der Zweck einer hochfrequenten Filtration ist durch eine Schwächung der langperiodischen Wellen noch nicht erschöpft. Auch wenn alle ankommenden Wellen die gleiche spektrale Zusammensetzung besitzen würden, hätte selbst in diesem Falle eine hochfrequente Filtration einen bestimmten Sinn.

Man kann zeigen, daß die hochfrequente Filtration plötzlich einsetzender gedämpfter Schwingungen zu einer Erhöhung der absoluten Dämpfungsgeschwindigkeit der Schwingungen führt. Trifft eine Welle zu einem Zeitpunkt ein, in dem die vorhergehende Welle noch nicht abgeklungen ist, so kann man mit Hilfe der hochfrequenten Filtration diese beiden Schwingungen zeitmäßig voneinander trennen.

Die Fähigkeit, schnell aufeinanderfolgende Schwingungen voneinander unterscheiden zu können, nennen wir das Auflösungsvermögen der Apparatur. Hochfrequenten Filtrationseigenschaften entspricht deshalb ein hohes Auflösungsvermögen.

Da sich bei einem höheren Auflösungsvermögen die Wahrscheinlichkeit der Überlagerung verschiedener Wellen verringert, verbessert sich dadurch die Lesbarkeit des Seismogramms. Ungeachtet dessen, daß die Zahl der registrierten Wellengruppen unverändert bleibt, kann die Unterscheidung der Reflexionen mit Hilfe der Phasen-kriterien ohne besondere Schwierigkeiten erfolgen.¹⁾

Hieraus darf selbstverständlich nicht die Schlußfolgerung gezogen werden, daß man in allen Fällen zu einer möglichst hohen Filtration greifen soll.

Im vorhergehenden Paragraphen wurde bereits gezeigt, daß bei einer Reihe von Problemen gerade zu größeren Wellenlängen (niederen Frequenzen) übergegangen werden muß.

Zeichnet sich die Reflexionsfläche z. B. durch Unebenheiten aus oder erfolgt die Änderung der elastischen Eigenschaften nicht sprunghaft, sondern stetig, und sind schließlich die über der Grenzfläche lagernden Gesteine nicht hinreichend homogen, so kann sich in allen diesen Fällen eine hochfrequente Filtration als schädlich erweisen.

Weiterhin muß auf folgenden Umstand hingewiesen werden: Selbst wenn die geologischen Bedingungen die Anwendung einer hohen Filtration und damit ein hohes Auflösungsvermögen zulassen, kann eine große Reflexionsdichte (d. h. eine große Anzahl von Reflexionen pro Längeneinheit des Seismogramms) die Erkundungsarbeit erheblich erschweren.

Bei der Auswahl der optimalen Filterungseigenschaften muß deshalb zu einer Kompromißlösung gegriffen werden.²⁾

Um die Filterungseigenschaften in Abhängigkeit von den geologischen Bedingungen ändern zu können, muß die Aufnahmeapparatur eine einfache und schnelle Änderung ihrer Parameter zulassen.

Zu diesem Zwecke versieht man die Verstärker mit zusätzlichen Filteranordnungen, die veränderbare Parameter besitzen. Bei Verstärkern mit veränderbaren Parametern

¹⁾ Gegenwärtig ist die Hochfrequenzseismische Erkundungsmethode bereits erarbeitet [3], [8]. (Anm. d. Red. d. russ. Ausg.)

²⁾ Siehe die Arbeit [2]. (Anm. d. Red. d. russ. Ausg.)

sind die Filterungseigenschaften in äußerst weiten Grenzen regelbar. Die Zahl S (die logarithmische Steilheit der Frequenzcharakteristik; s. S. 88) ändert sich im Gebiet der niederen Frequenzen von $S = 2$ bis $S = 6$.¹⁾

Die optimalen Filterungsbedingungen können sich beim Übergang von einem Beobachtungspunkte zum anderen ändern. Um für jeden dieser Punkte die optimalen Filterungsbedingungen zu bestimmen, muß eine Reihe von Versuchen durchgeführt werden.

Oftmals ist dieses jedoch wegen der vorzeitigen Zerstörung der Bohrung und aus ökonomischen Überlegungen heraus nicht durchführbar.

Aus diesem Grunde ist (wie von G. GAMBURZEW gezeigt wurde) ein Übergang zu einem anderen Aufnahmesystem von Vorteil, das nach Aufnahme des Seismogrammes eine eingehende Analyse unter Laboratoriumsbedingungen zuläßt.²⁾ Ein Beispiel für ein derartiges Aufnahmesystem haben wir beim Tonfilm.

In einem der am weitesten verbreiteten Tonschriftsysteme, der sogenannten Intensitätsaufzeichnung, werden die Schwingungen auf dem Film durch einen Wechsel von dunklen und hellen Streifen fixiert. Dabei erfolgt nicht die Auslenkung eines Lichtstrahles wie bei der gewöhnlichen Registriermethode, sondern eine Modulation seiner Helligkeit. Aus einer derartigen Schrift kann man bei der Analyse im Laboratorium mit Hilfe eines photoelektrischen Analysators das modulierte Licht erneut in elektrische Schwingungen umwandeln. Indem man nun diese Schwingungen durch Filter mit verschiedenen Filterungseigenschaften leitet, kann man eine maximale Auflösung im Schwingungsbild erzielen.

Derartige Operationen müssen nicht mit jedem Seismogramm, sondern nur mit jenem durchgeführt werden, deren Schwingungsbild nicht genügend klar ist.

Wir weisen darauf hin, daß Reflexionen auf einem Seismogramm, die nach der Intensitätsmethode registriert wurden, auch ohne eine zusätzliche Analyse unter Laborbedingungen festgestellt werden können. Es kann vorkommen, daß die Intensitäts-Registrierung im Vergleich zur gewöhnlichen klarere Resultate liefert. Selbst bei sehr starken Schwingungen bleiben die Intensitätsschwankungen unterscheidbar (es erhöht sich nur der Kontrast gegenüber den benachbarten Streifen). Bei der gewöhnlichen Registriermethode machen überhöhte Schwingungsamplituden das Seismogramm unleserlich.

Die Frequenzcharakteristik der Aufnahmeapparatur muß nicht nur richtig gewählt, sondern auch *für alle Kanäle streng identisch* gehalten werden. Unter einem

¹⁾ In modernen seismischen Verstärkern ändert man die Filtration durch Verwendung von Verstärkern mit veränderbaren Parametern. Die logarithmische Steilheit der Frequenzcharakteristiken der Verstärker kann im Gebiet der unteren Frequenzen die genannten Werte überschreiten. (Anm. d. Red. d. russ. Ausg.)

²⁾ In diesem Buch wurde von G. A. GAMBURZEW auf die Möglichkeit des Überganges zu einem anderen Aufnahmesystem für seismische Schwingungen hingewiesen, das eine Analyse des Seismogrammes unter Laboratoriumsbedingungen gestattet. Inzwischen wurde eine Magnetbandapparatur zur Registrierung seismischer Schwingungen entwickelt [3]. Die Anwendung dieser Apparatur gestattet unter Laborbedingungen ein wiederholtes Abspielen des Seismogramms bei verschiedenen Filtrationen, unterschiedlichen Gruppierungsvarianten u. a. (Anm. d. Red. d. russ. Ausg.)

Kanal verstehen wir das gesamte seismische Aufnahmesystem: Seismograph — Verstärker — Galvanometer. Sind die Frequenzverzerrungen auf verschiedenen Kanälen unterschiedlich, so ist die Schwingungsform für benachbarte Spuren auf dem Seismogramm nicht mehr gleich. Die Korrelation der Reflexionen wird dadurch sehr erschwert. Selbst dann, wenn die Unterschiede in den Frequenzcharakteristiken relativ unbedeutend scheinen, können sie doch die Ursache für das Auftreten bemerkbarer Phasenverschiebungen sein. Es ist bekannt, daß die Neigung der Reflexionselemente gerade nach der Größe der Phasenverschiebung zwischen den äußeren Seismographen (nach der Neigung der Phasenachse) bestimmt wird. Fehler, die in die Phasenverschiebung eingehen, führen also zu Ungenauigkeiten in der Bestimmung der Lage und der Neigung des Reflexionselementes.

Bei der Überprüfung einer seismischen Apparatur wird gewöhnlich verlangt, daß die relativen Phasenverschiebungen zwischen den einzelnen Kreisen bei einer erzwungenen Schwingung mit einer Frequenz von 50 Hz nicht mehr als $\pi/10$ betragen, was einer Verschiebung der Extrema um 0,001 s entspricht.

Es ist weiterhin darauf hinzuweisen, daß jedes Glied der seismischen Apparatur aperiodisch gedämpft sein muß. Das Auftreten von Eigenschwingungen führt zu einer erheblichen Verminderung des Auflösungsvermögens. Bei der Lösung der Frage über ausreichende oder ungenügende Dämpfung muß beachtet werden, daß bei einer Reihenschaltung mehrerer Zellen, die hochfrequente Filterungseigenschaften aufweisen, unweigerlich quasiperiodische Prozesse entstehen (s. S. 177), die eine falsche Vorstellung über den Dämpfungsgrad hervorrufen können. Es wird deshalb empfohlen, die Dämpfung für jedes Glied der seismischen Apparatur einzeln nachzuprüfen.

Abschließend zu diesem Abschnitt wollen wir noch darauf hinweisen, daß die Frequenz- und Phasenverzerrungen der seismischen Schwingungen in nicht geringem Maße vom Charakter der Ankopplung der Seismographen an den Boden und von den Bodeneigenschaften abhängig sind. Ist der Seismograph nicht fest mit dem Boden verbunden oder dieser zu weich, so kann die Schwingungsform erheblich verzerrt werden.¹⁾ Das gleiche kann man beobachten, wenn der Boden, auf den die Seismographen stehen, Risse aufweist (Abb. 258).

Man vermeidet deshalb, die Seismographen auf die Oberfläche jüngerer Ablagerungen aufzustellen, sondern bringt sie in Vertiefungen von 0,5 bis 1 m Tiefe an. Der Boden dieser Vertiefungen wird vorher noch entsprechend verdichtet. Der Seismographenkörper wird unter Aufwendung zusätzlicher Kraft in den Boden gedrückt. Bei zylindrischer Form des Seismographenkörpers gibt man der Vertiefung durch Verwendung eines Spezialbohrers ebenfalls zylindrische Form. Ihr Durchmesser wird nur wenig größer gewählt als der des Seismographen, um damit die Kontaktfläche mit dem Erdreich zu erhöhen.

Ausnahmen von dieser Regel sind jedoch auch hier möglich. In einigen Fällen kann man durch Aufstellung des Seismographen direkt auf die Erdoberfläche bzw. in geringe Tiefe besser leserliche Seismogramme erhalten. Das ist dann der Fall, wenn bei

¹⁾ Fragen des Einflusses der Ankopplung des Seismographen an den Boden auf die Registrierung der seismischen Schwingungen sind in den Arbeiten [43], [44] dargelegt. (Anm. d. Red. d. russ. Ausg.)

a)

b)

Abb. 258

- a) Seismogramm, das von einer auf feuchtem Boden stehenden Seismographengruppe registriert wurde,
 b) der analoge Teil des Seismogrammes der gleichen Seismographengruppe auf rissigem Boden (Schußbedingungen und Abstand zwischen Schußpunkt und Seismographen bleiben unverändert)

Aufstellung der Seismographen auf festem Untergrund sehr kurze Perioden vorherrschen, die einer Anwendung der Phasenkriterien störend entgegenwirken. Eine weiche Zwischenschicht zwischen dem Seismographen und der Aufstellungsfläche spielt in einem solchen Falle die Rolle eines niederfrequenten Filters.

Selektion nach den Merkmalen der Richtwirkung

Im Teil I, S. 40, wurde der Begriff der Richtungscharakteristik eingeführt. Wir beschäftigen uns hier in erster Linie mit einer genaueren Definierung dieses Begriffes. Als Ergänzung zu dem im Teil I bereits Gesagten werden wir hier drei Arten von Richtungscharakteristiken untersuchen.

1. Als Richtungscharakteristik erster Art werden wir Kurven bezeichnen, die die Verbindung zwischen der Empfindlichkeit des Seismographen und der Schwingungsrichtung seines Körpers darstellen. Die Richtungscharakteristik erster Art eines vertikalen mechanischen Seismographen ist in Abb. 12 gezeigt.

2. Richtungscharakteristiken zweiter Art nennen wir Diagramme, die uns die Abhängigkeit der Empfindlichkeit des Seismographen von der Richtung der ankommenden seismischen Welle darstellen. Hierbei wollen wir annehmen, daß bei einer sich ändernden Einfallrichtung der Welle die Schwingungsrichtung unverändert bleibt.

3. Unter einer Richtungscharakteristik dritter Art (oder summarischen Richtungscharakteristiken) verstehen wir Diagramme, in denen die Abhängigkeit zwischen der Empfindlichkeit des Seismographen und der Richtung der ankommenden seismischen

Wellen wiedergegeben ist, unter Berücksichtigung der Richtungsänderung der Schwingung bei einer Änderung des Eintrittswinkels der seismischen Strahlen.

Die Richtungscharakteristiken erster und zweiter Art sind nur von den Eigenschaften der Aufnahmeapparatur abhängig. Richtungscharakteristiken dritter Art sind auch von den Erscheinungen an der Grenze Erdoberfläche—Luft abhängig, wenn der Seismograph an der Erdoberfläche aufgestellt wurde.

Wir begnügen uns hier mit der Untersuchung der zweidimensionalen Aufgabe.

Für den gewöhnlichen mechanischen (oder elektrischen) Seismographen hat die Richtungscharakteristik erster Art die Form zweier sich berührender Kreise. Das Zentrum des Vektordiagramms liegt im Berührungspunkt beider Kreise. Die Achse der maximalen Empfindlichkeit fällt mit der Richtungsachse der freien Schwingungen der trägen Masse des Seismographen zusammen.

Da die reflexionsseismische Erkundungsmethode auf der Registrierung longitudinaler, aus größeren Tiefen kommender Reflexionswellen beruht, muß also die Achse der maximalen Empfindlichkeit vertikal orientiert sein. Mit anderen Worten: Die Registrierung von reflektierten Wellen muß mit Hilfe eines Vertikalseismographen durchgeführt werden.

Beim Übergang zu den Richtungscharakteristiken zweiter Art stellen wir fest, daß der gewöhnliche Seismograph keine Filterungseigenschaften in bezug auf die Eintrittsrichtung der seismischen Wellen besitzt. Seine Selektionseigenschaft ist scheinbar und hängt nur davon ab, daß sich bei einer Änderung der Eintrittsrichtung der Welle die Schwingungsrichtung des Seismographenkörpers ändert. Bei der Behandlung der Schwingungscharakteristiken zweiter Art nehmen wir an, daß die Schwingungsrichtung unabhängig vom Austrittswinkel der Welle konstant bleibt.

Ungeachtet dessen spielen die Richtungscharakteristiken zweiter Art bei der Selektion der reflektierten Wellen eine wichtige Rolle. Das Hauptmerkmal, durch das sich reflektierte Wellen von anderen Wellentypen unterscheiden — die großen Scheingeschwindigkeiten —, sind gleichzeitig (nach dem Benndorfschen Gesetz) das Merkmal für die vertikale bzw. annähernd vertikale Einfallsrichtung der seismischen Strahlen.

Das Phasenkriterium ist eine visuelle Methode zur Selektion von reflektierten Wellen nach ihrer Einfallsrichtung.

In den letzten Jahren wurde in die seismische Praxis bereits eine vollkommeneren, nichtvisuelle Methode des gerichteten Empfangs seismischer Wellen eingeführt. Ihre Grundidee ist folgende: Wir nehmen an, daß zwei Seismographen, die im Abstand Δx voneinander stehen, derartig auf eine Galvanometerschleife geschaltet werden, daß diese die Summe beider Seismographen schreibt.

Fällt zur Erdoberfläche eine ebene harmonische Welle ein, deren Front mit der die beiden Seismographen verbindenden Linie den Winkel i bildet, so existiert zwischen den Schwingungen beider Seismographen die Phasenverschiebung

$$\varphi = -\omega \Delta t = -\frac{\omega \Delta x \sin i}{v_1} \quad (107.1)$$

mit v_1 als Ausbreitungsgeschwindigkeit des entsprechenden Wellentyps.

Die gleiche Phasenverschiebung würde auch zwischen den Galvanometern auftreten, wenn beide Seismographen auf getrennte Galvanometer schreiben würden. Die Gesamtschwingung erfolgt deshalb nach dem Gesetz

$$x_{\Sigma} = x_0 \left\{ \sin \omega t + \sin \left(\omega t - \frac{\omega \Delta x \sin i}{v_1} \right) \right\}$$

bzw.

$$x_{\Sigma} = 2 x_0 \sin \left(\omega t - \frac{1}{2} \cdot \frac{\omega \Delta x \sin i}{v_1} \right) \cos \left(- \frac{\omega \Delta x \sin i}{2 v_1} \right). \quad (107.2)$$

Würde sich in der Mitte des Intervalles Δx ein Seismograph befinden, so erhielten wir für ihn

$$x_m = x_0 \sin \left(\omega t - \frac{1}{2} \cdot \frac{\omega \Delta x \sin i}{v_1} \right).$$

Diese Gleichung gestattet, Formel (107.2) in folgender Form zu schreiben:

$$x_{\Sigma} = 2 \cos \left(\frac{\omega \Delta x \sin i}{2 v_1} \right) \cdot x_m = 2 \Phi_2(i) x_m. \quad (107.3)$$

Der in diese Formel eingehende Koeffizient

$$\Phi_2(i) = \cos \left(\frac{\omega \Delta x \sin i}{2 v_1} \right) = \cos \left(\frac{\pi \Delta x \sin i}{\lambda} \right) \quad (107.4)$$

mit λ als Wellenlänge bestimmt die Form der Richtungscharakteristik zweiter Art (Abb. 259). Das Verhältnis $\Delta x/\lambda$ ist als Parameter der Schar von Richtungscharakteristiken aufzufassen.

Die sich in horizontaler Richtung ausbreitenden stationären Wellen werden gelöscht, wenn ihre Länge sich mit Δx in folgendem Verhältnis befindet:

$$\frac{\Delta x}{\lambda} = k + \frac{1}{2};$$

k ist eine beliebige ganze Zahl.

Wellen, für die

$$\frac{\Delta x}{\lambda} = k$$

gilt, werden mit der doppelten Amplitude registriert.

Sämtliche Wellen, die senkrecht von unten an einem Seismographenpaar angreifen, werden unabhängig von ihrer Wellenlänge mit der doppelten Empfindlichkeit registriert. Auf Grund dieser Tatsache wird das Amplitudenverhältnis zwischen Reflexions- und Oberflächenwellen auf dem Seismogramm erhöht, was die Auflösung des Schwingungsbildes erhöht.

Befindet sich unter der ersten Schicht eine zweite, deren Ausbreitungsgeschwindigkeit größer als die der ersten ist ($v_2 > v_1$), so erhält das Vektordiagramm in bezug auf die zur zweiten Grenzfläche einfallenden Wellen eine „stumpfer“ Form.

$$\frac{\Delta x}{\lambda} = 1$$

Abb. 259

Unter Berücksichtigung von

$$\frac{\sin i}{\sin i'} = \frac{v_1}{v_2}$$

mit i' als Einfallswinkel der Welle auf die Grenzfläche finden wir

$$\Phi_2(i') = \cos \frac{\omega \Delta x \sin i'}{2 v_2} = \cos \left(\pi \frac{\Delta x}{\lambda'} \sin i' \right), \quad (107.5)$$

wobei hier λ' die Länge der Welle in der zweiten Schicht ist ($\lambda' > \lambda$). Um nun die frühere Gestalt der Charakteristik zu erhalten, muß man Δx um das $\frac{v_2}{v_1}$ -fache vergrößern.

Würde das Spektrum der Oberflächenwellen nur einen äußerst engen Frequenzbereich umfassen, so wäre zur Reduzierung der Oberflächenwellen bereits die summarische Aufzeichnung zweier Seismographen ausreichend, die in einem Abstand voneinander entfernt stehen, der gleich der halben Wellenlänge der Oberflächenwelle ist. In Wirklichkeit enthält aber das Spektrum der Oberflächenwellen Komponenten verschiedener Frequenzen. Deshalb muß auch die Zahl der Seismographen für eine Gruppe auf 4 bis 8 erhöht werden.¹⁾

Wir leiten jetzt die allgemeine Formel für eine beliebige Anzahl von Seismographen pro Gruppe ab.

Bei n Seismographen, die im Abstand Δx voneinander angeordnet sind, erhalten wir bei summarer Registrierung

$$x_{\Sigma} = x_0 \{ \sin \omega t + \sin (\omega t + \varphi) + \sin (\omega t + 2\varphi) + \dots + \sin [\omega t + (n-1)\varphi] \} \quad (107.6)$$

mit
$$\varphi = - \frac{\omega \Delta x \sin i}{v_1}. \quad (107.7)$$

Man kann x_{Σ} in Form eines Koeffizienten von i als komplexen Ausdruck ($i = \sqrt{-1}$) darstellen:

$$x_0 e^{i\omega t} [1 + e^{i\varphi} + e^{2i\varphi} + \dots + e^{(n-1)i\varphi}]. \quad (107.8)$$

Nachdem man die Summe der in der eckigen Klammer des Ausdrucks (107.8) stehenden geometrischen Reihe bestimmt und diese dann mit Hilfe der Eulerschen Formel erneut in trigonometrische Funktionen umgewandelt hat, erhält man

$$x_{\Sigma} = x_0 \sin \left(\omega t + (n-1) \frac{\varphi}{2} \right) \frac{\sin n \frac{\varphi}{2}}{\sin \frac{\varphi}{2}}. \quad (107.9)$$

¹⁾ Gegenwärtig werden in der seismischen Erkundungspraxis bei der Gruppierung z. T. eine große Zahl von Seismographen — 30 bis 60 Stück pro Gruppe, manchmal auch mehr — verwendet. (Anm. d. Red. d. russ. Ausg.)

Da das Glied

$$x_0 \sin \left(\omega t + (n-1) \frac{\varphi}{2} \right)$$

die Schwingungen des in der Mitte der Gruppe stehenden Seismographen (eines tatsächlich vorhandenen oder eines fiktiven) beschreibt, erhalten wir

$$x_{\Sigma} = \frac{\sin \frac{n\varphi}{2}}{\sin \frac{\varphi}{2}} \cdot x_m = \frac{\sin \frac{n\omega \Delta x \sin i}{2v_1}}{\sin \frac{\omega \Delta x \sin i}{2v_1}} \cdot x_m. \quad (107.10)$$

Das Glied

$$\Phi_n(i) = \frac{\sin \frac{n\omega \Delta x \sin i}{2v_1}}{\sin \frac{\omega \Delta x \sin i}{2v_1}} \quad (107.11)$$

bestimmt die Form der Richtungscharakteristik (zweiter Art) einer Gruppe, die aus n Seismographen besteht.

Treten seismische Wellen in horizontaler Richtung an die Gruppe heran, so ist die Abhängigkeit zwischen Empfindlichkeit der Gruppe und Frequenz der ankommenden Schwingungen gegeben durch

$$\mathcal{V}_n = \left| \frac{\sin \frac{n\omega \Delta x}{2v_1}}{\sin \frac{\omega \Delta x}{2v_1}} \right|. \quad (107.12)$$

Die Kurven \mathcal{V}_n werden zu Null bei

$$\frac{n\omega \Delta x}{2v_1} = k' \pi \quad (107.13)$$

mit k' als einer beliebigen ganzen Zahl, die jedoch kein Mehrfaches von n ist.

Die Form der Charakteristiken (107.12) ist in den Abbildungen 260a, b und c dargestellt. Diese Kurven zeigen sehr deutlich die *Notwendigkeit einer großen Anzahl von Seismographen innerhalb einer Gruppe zur Reduzierung horizontal eintretender Wellen*.

Ein vollkommener Schutz gegen nichtstationäre Wellen ist jedoch auch in diesem Falle nicht möglich, da im äußersten Anfang der Registrierung (im Moment des

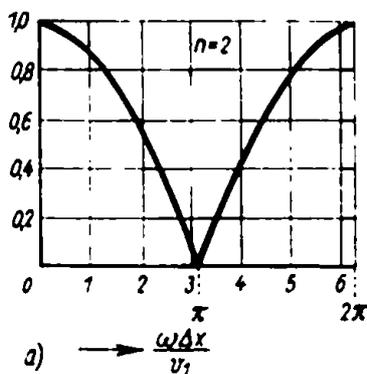


Abb. 260

Eintreffens der seismischen Welle am ersten Seismographen) nur ein Seismograph ausgelenkt wird und folglich keine Interferenz der Schwingungen erfolgt.

Bei der Selektion reflektierter Wellen ist man bestrebt, einen solchen Abstand zwischen den Seismographen zu wählen, daß die Amplituden der reflektierten Wellen nach Möglichkeit erhöht und gleichzeitig die der horizontal gerichteten Raum- und besonders der Oberflächenwellen geschwächt werden.

Dazu müssen in erster Linie die Geschwindigkeit und die Perioden der Störwellen ermittelt werden. Wenn die Störungen nur durch Oberflächenwellen verursacht werden, kann man annehmen, daß ihre Geschwindigkeit gleich dem Quotienten aus Abstand und Laufzeit der Mitte des entsprechenden, von Störwellen zu befreienden Intervalles ist. Bei der Bestimmung der Störwellenperioden muß man sich auf die Perioden jener Schwingungskomponenten des Bodens orientieren, die auf dem entsprechenden Seismogrammabschnitt die stärksten Störungen verursachen. Auf der Grundlage dieser Daten wählt man unter Berücksichtigung der in den Abbildungen 260 a, b, c dargestellten Frequenzcharakteristiken den Abstand zwischen den Seismographen. In der Praxis schwankt das Intervall zwischen den benachbarten Seismographen in den Grenzen von einigen Metern bis zu 10 oder 20 m. Der Abstand muß auf jeden Fall so klein bleiben, daß die reflektierten Wellen an den gruppierten Seismographen praktisch gleichzeitig eintreffen. Die Beobachtungen werden mit mehreren Seismographengruppen (wobei alle Seismographen einer Gruppe auf ein Galvanometer geschaltet sind) gleichzeitig geführt, um genauso wie früher zur Selektion der Reflexionen das Phasenkriterium benutzen zu können. Bei einer großen Zahl von summierenden Seismographen erfolgt eine Schwächung der Störungen selbst dann, wenn diese vollkommen chaotischen Charakter tragen. Der statistische Effekt der Gruppierung ist in diesem Falle der Quadratwurzel aus der Anzahl der Seismographen innerhalb der Gruppe proportional.

Zur Erreichung befriedigender Ergebnisse ist es wichtig, daß die gruppierten Seismographen nicht nur nach den Formen ihrer Frequenz- und Phasencharakteristiken, sondern auch in ihrer absoluten Empfindlichkeit identisch sind. Zur Prüfung der Identität der Seismographen empfehlen B. WOJUZKI und A. IWANOW (die in der UdSSR die ersten Versuche mit gerichtetem Empfang seismischer Wellen durchgeführt und sich damit Verdienste errungen haben) folgende Prüfmethode: Man schaltet die auf Identität zu prüfenden Seismographen auf zwei verschiedene Arten an ein Galvanometer. Im ersten Falle sollen sich die in den Seismographen induzierten elektromotorischen Kräfte addieren, während sie sich im anderen Falle kompensieren sollen. Die Seismographen werden dabei möglichst nahe beieinander aufgestellt, und in einiger Entfernung von ihnen werden mehrere Schläge ausgeführt. Ist die Gesamt-Galvanometerschwingung gleich A_+ und die auf Differenz geschaltete gleich A_- , so kann die Größe $\left(1 - \frac{2A_-}{A_+}\right)$ als Maß für die Identität der Seismographen benutzt werden.

In vielen Fällen hängt der Erfolg der Gruppierungsmethode von der richtigen Wahl der Filterungseigenschaften der Aufnahmeapparatur ab. Bei der Gruppierungsme-

thode ist wichtig, daß mit der Schwächung der horizontal gerichteten Wellen gleichzeitig eine Verstärkung der von unten an der Seismographengruppe ankommenden Wellen erfolgt. Die letzte Bedingung ist um so besser erfüllt, je geringer der Unterschied in der spektralen Zusammensetzung und in der Intensität der Wellen ist, die an den verschiedenen Seismographen ein und derselben Gruppe angreifen. Die Ungleichheit der Aufstellungsbedingungen der Seismographen, der inhomogene Aufbau der von den Wellen durchlaufenen Gesteinsschichten usw. macht sich im Gebiet tieferer Frequenzen weniger bemerkbar als bei hohen Frequenzen. Unter ungünstigen geologischen Bedingungen macht sich also eine niederfrequente Filtration im Aufnahmesystem erforderlich. Die Bestimmung des optimalen Filtersystems erfolgt experimentell.

Wir weisen ferner darauf hin, daß die Gruppierungsmethode die Möglichkeit gibt, den Filtrationsbereich in erheblicherem Maße zugunsten der tieferen Frequenzen zu verschieben, als das bei der gewöhnlichen Beobachtungsmethode der Fall ist, bei der eine niederfrequente Filtration den Einfluß der langwelligen Oberflächenwellen erhöht.¹⁾

Bei der Gruppierungsmethode verläuft die Achse der maximalen Empfindlichkeit senkrecht zu der die Seismographen verbindenden Linie. Wollten wir die Achse der maximalen Empfindlichkeit in irgendeine beliebige Richtung orientieren, die sich von der vertikalen unterscheidet, so müßten wir die Seismographen in verschiedenen Tiefen anbringen, was mit nicht geringen praktischen Schwierigkeiten verbunden ist. Man könnte allerdings auch, wie das bei verschiedenen Aufgaben der Akustik gemacht wird, eine künstliche Verzögerung der Signale der Seismographen unter Beibehaltung der Schwingungsform erzielen.

Dieses Problem wurde von F. RIEBER, der die Methode des gerichteten Empfangs seismischer Wellen erarbeitet hat, sehr zweckmäßig gelöst. Die Sprengung wird durch einen einzelnen Seismographen fixiert. Die Registrierung erfolgt nach der Intensitätsmethode. Das erhaltene Seismogramm wird im Laboratorium mit Hilfe eines photoelektrischen Mikrophotometers einer Analyse unterzogen. Nach den letzten Ergebnissen kann man annehmen, daß die Analyse etwa folgendermaßen durchgeführt wird.

Das nach der Intensitätsmethode registrierte Seismogramm wird zwischen einer Lichtquelle und einem Photoelement vorbeibewegt. Durch den engen Querschlitz einer jeden seismischen Spur fällt ein einzelnes Lichtbündel. Diese Lichtbündel werden, indem sie auf ein Photoelement fallen, addiert.

Befinden sich die von dem Lichtstrahl durchdrungenen Schlitze der seismischen Spuren auf einem Niveau (auf einer Querlinie), so ist die Registrierung über das Mikrophotometer die gleiche, als wenn alle auf dem Profil vorhandenen Seismographen auf ein Galvanometer geschaltet wären. Die Richtungscharakteristik ist in diesem Falle vertikal gerichtet. *Um der Achse der maximalen Empfindlichkeit eine*

¹⁾ In der sowjetischen Literatur existieren bereits viele Arbeiten, die sich mit der Weiterentwicklung der Gruppierungsmethode von Seismographen befassen [14], [15], [63]. (Anm. d. Red. d. russ. Ausg.)

andere Richtung geben zu können, müssen die von der Lichtwelle beleuchteten Schlitze hinreichend auseinandergedrückt werden, indem man sie in Treppenform anordnet. Wird der Film bei der Registrierung der seismischen Schwingungen mit einer Geschwindigkeit von n [cm/s] bewegt und beträgt der Abstand zwischen den äußeren Seismographen Δx , so bildet die Achse der maximalen Empfindlichkeit bei einer relativen Verschiebung der äußeren Schlitze von d [cm] mit der Vertikalen den Winkel

$$i_m = \arcsin \frac{v_1 d}{n \Delta x} \quad (107.14)$$

Die Richtung der Achse der maximalen Empfindlichkeit innerhalb der zweiten Schicht ist unter den gleichen Bedingungen durch die Formel

$$i'_m = \arcsin \frac{v_2 d}{n \Delta x} \quad (107.15)$$

bestimmt.

Das nach der Intensitätsmethode registrierte Seismogramm leitet RIEBER

mehrfach durch seinen Analysator. Dabei gibt er der Achse der maximalen Empfindlichkeit verschiedene Richtungen. Durch Vergleich der verschiedenen Oszillogramme kann man in einer Reihe von Fällen nach der Fotoanalyse Reflexionen von stark geneigten Grenzflächen feststellen, die vorher nicht zu ermitteln waren.¹⁾

Als Beispiel zeigt RIEBER ein Seismogramm gewöhnlicher Art (Abb. 261), auf dem keine deutlichen Reflexionen zu sehen sind, und das dazugehörige über den Fotoanalysator bearbeitete Seismogramm (Abb. 262). Jede der Kurven in Abb. 262 stellt die Summe der Kurven aus Abb. 261 bei einer bestimmten Schlitzzstellung im Fotoanalysator dar. Die links stehende Zahl ΔT ist der Zeitunterschied, welcher der Verschiebung der äußersten Schlitze entspricht:

$$\Delta T = \frac{d}{n}.$$

Für jede der Kurven aus Abb. 262 kann nach der Formel (107.14) oder (107.15) die Richtung der Achse der maximalen Empfindlichkeit errechnet werden.

Unterscheiden sich die Schwingungen irgendeiner Kurve, für die der Winkel der Achse der maximalen Empfindlichkeit gleich i_m ist, von den Schwingungen der benachbarten Spuren durch erhöhte Amplituden, so bedeutet das (nach der Meinung RIEBERS), daß diese Schwingung einer Welle entspricht, die unter dem Winkel i_m am Seismographen eintrifft.

¹⁾ In der UdSSR wurde unter der Leitung von L. A. RYABINSKIN eine Methode erarbeitet, die sich regelbar gerichteter Empfang (RNP) seismischer Wellen nennt [59], [60]. Bei dieser Methode erfolgt die primäre Registrierung bei streng konstanter Geschwindigkeit nach einem Verfahren mit Flächenschrift. Die anschließenden verschiedenen Summierungen erfolgen mit zusätzlicher Filtration. (Anm. d. Red. d. russ. Ausg.)

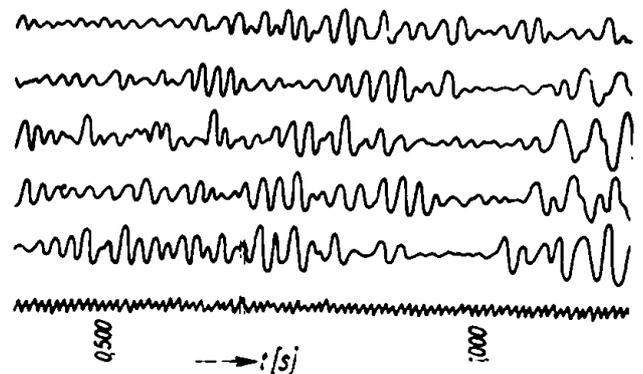


Abb. 261

Zwei Schwingungsgruppen *A* und *B* sind in Abb. 263 in einem größeren Maßstabe dargestellt. Man kann der Abbildung entnehmen, daß die ΔT -Werte, für die die Amplitude ihren Maximalwert erreicht, mit ausreichender Genauigkeit bestimmt werden können.

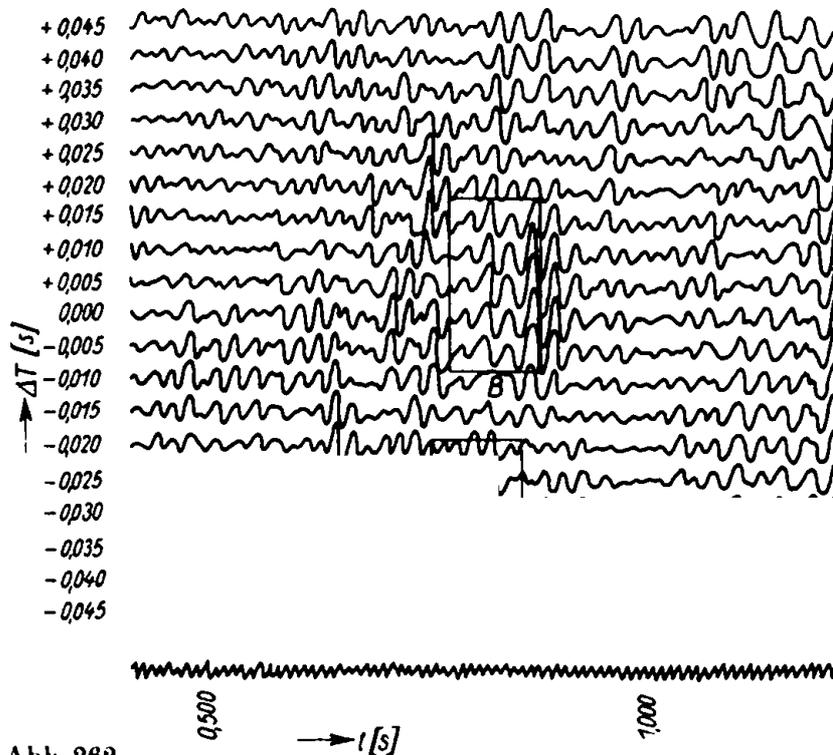


Abb. 262

Die geologische Deutung der Reflexionen *A* und *B* ist in Abb. 264 gegeben.

Wir weisen noch darauf hin, daß bei der Fotoanalyse das Auftreten scheinbarer Reflexionen nicht ausgeschlossen ist. Äußerste Sorgfalt bei der Korrelation der Reflexionen, beim Übergang von einem Punkte zum anderen erscheint hier also noch notwendiger als früher.¹⁾

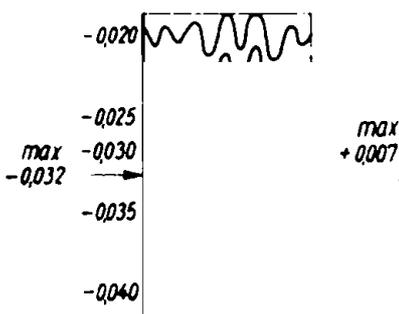


Abb. 263

Abb. 264

¹⁾ Beim regelbar gerichteten Empfang seismischer Wellen erfolgt die Selektion der Wellen nicht nur nach den Amplituden, sondern auch nach zusätzlichen Merkmalen. Das Auftreten scheinbarer Reflexionen ist hier praktisch ausgeschlossen [59]. Die Idee von G. A. GAMBURZEW über die Korrelation der Reflexionen ist in der Korrelationsmodifikation des regelbar gerichteten Empfangs seismischer Wellen berücksichtigt [58]. (Anm. d. Red. d. russ. Ausg.)

Bisher haben wir nur Richtungscharakteristiken erster und zweiter Art untersucht. Kennt man ihre Form sowie das Verhältnis zwischen der Ausbreitungsrichtung der Wellen und der Schwingungsrichtung des Bodens, so kann man sehr einfach die Richtungscharakteristik dritter Art konstruieren (d. h. die Abhängigkeit zwischen der Eintrittsrichtung der seismischen Welle eines entsprechenden Typs und der Empfindlichkeit des ganzen Aufnahmesystems).

Befindet sich das Aufnahmesystem weit von der Grenzfläche entfernt (z. B. in einer Tiefbohrung), so hat die gestellte Aufgabe eine äußerst einfache Lösung. Man kann in diesem Falle annehmen, daß für Longitudinalwellen die Ausbreitungsrichtung der Wellen und die Schwingungsrichtung der Teilchen übereinstimmen und für Transversalwellen beide Richtungen einen rechten Winkel einschließen. Es ist leicht einzusehen, daß unter diesen Bedingungen die Richtungscharakteristik dritter Art für Longitudinalwellen gleich dem Produkt aus den Charakteristiken der ersten und zweiten Art ist:

$$\Phi_i'''(i) = \Phi'(i) \Phi''(i). \quad (107.16)$$

Für Transversalwellen gilt

$$\Phi_i'''(i) = \Phi' \left(i - \frac{\pi}{2} \right) \Phi''(i). \quad (107.17)$$

In (107.17) wurde berücksichtigt, daß die Ausbreitungsrichtung und die Schwingungsrichtung der Teilchen einen rechten Winkel miteinander bilden.

Ein Vergleich beider Formeln führt zu folgender interessanten Feststellung: Wählt man die Form der Richtungscharakteristiken erster und zweiter Art so, daß

$$\Phi'(i) \Phi''(i) = 0$$

gilt, wird die Empfindlichkeit der Empfangsapparatur für Longitudinalwellen gleich Null.

In diesem Falle wird die Aufnahmeapparatur nur auf Transversalwellen reagieren. Theoretisch ist damit also auch die Selektion derartiger Wellentypen möglich.

Stehen die Seismographen an der Erdoberfläche, so muß man bei Ermittlung der Richtungscharakteristik dritter Art den Umstand berücksichtigen, daß die Bewegung der Erdoberfläche ein Überlagerungseffekt der ankommenden und der an der Grenze Erde—Luft reflektierten Wellen ist. Wir werden diese Frage jedoch nicht weiter berühren, da in der Praxis auf Grund der vorhandenen Langsamschicht der Austrittswinkel der seismischen Wellen sich in derartig unbedeutenden Grenzen ändert, daß die erwähnten Effekte keine praktische Bedeutung haben.

XX. Arbeiten zur Methodik und Interpretation seismischer Beobachtungen

§ 108. Über die Möglichkeit der Abtrennung transversaler Wellen bei der reflexionsseismischen Erkundung¹⁾

Die seismischen Erkundungsmethoden teilen sich in zwei Hauptmodifikationen — in die Refraktions- und in die Reflexionsseismik. Beide Methoden basieren auf der Registrierung von Longitudinalwellen. Im vorliegenden Paragraphen wird die Frage nach der Möglichkeit der Entwicklung einer neuen Modifikation der seismischen Erkundungsmethode untersucht, die auf der Abtrennung longitudinaler, transversaler oder longitudinaler-transversaler reflektierter Wellen beruht.

Im vorliegenden Paragraphen werden nur einige allgemeine Überlegungen angestellt, die bis zu einem gewissen Grade für weitere Forschungen richtungsweisend sein können.

Die Hauptfaktoren, die für das Intensitätsverhältnis reflektierter Wellen verschiedenen Typs bestimmend sind

Für die reflexionsseismische Erkundungsmethode ist nicht nur die absolute Intensität der registrierten Schwingungen, sondern auch die Verteilung der Energie auf die verschiedenen Schwingungstypen von Bedeutung. Wir beschäftigen uns jetzt — unter Vernachlässigung des durch Oberflächen- und Refraktionswellen bedingten Störniveaus — mit dem Amplitudenverhältnis von reflektierten Wellen der verschiedenen Typen.

Die relative Intensität der reflektierten Longitudinal-, Transversal- und Wechselwellen wird durch solche Faktoren bestimmt wie Verteilung der Explosionsenergie auf Longitudinal- und Transversalwellen, Reflexionsbedingungen der elastischen Schwingungen (Wert des Reflexionskoeffizienten), Beziehung zwischen der Verschiebungsrichtung des Bodens bei Ankunft der reflektierten Welle und der Richtung der Achse der maximalen Empfindlichkeit des Seismographen, Übereinstimmung zwischen dem Frequenzspektrum der zu registrierenden Schwingungen und den Frequenzcharakteristiken der seismischen Aufnahmeapparatur, Brechungs- und Reflexionseffekte an Zwischengrenzflächen, Dämpfung der elastischen Wellen u. a.

Die ersten drei Faktoren sind als die hauptsächlichsten anzusehen, wenn auch in einer Reihe von Fällen die anderen Faktoren entscheidende Bedeutung annehmen

¹⁾ Mitteilungen der Akademie der Wissenschaften, Geographische und geophysikalische Serie, Nr. 2, 1939.

können. In lockeren Gesteinen kann z. B. die Dämpfung der Transversalwellen so groß sein, daß trotz Schaffung günstigerer Bedingungen für Anregung, Reflexion und Empfang transversaler Wellen die Intensität der Longitudinalwellen größer ist als die der transversalen.

Eine genaue quantitative Berechnung unter Berücksichtigung der drei Hauptfaktoren ist überaus schwierig (um so mehr noch bei Einbeziehung aller anderen Faktoren). Die hier durchgeführten Berechnungen können durch Annahme einer Reihe vereinfachender Voraussetzungen keinen Anspruch auf Genauigkeit erheben. Sie tragen eher den Charakter einer Illustration zu den entsprechenden qualitativen Schlußfolgerungen. Bei der Berücksichtigung des Einflusses der hier angeführten Faktoren gehen wir von der Theorie der Brechung und Reflexion sinusförmiger elastischer ebener Wellen aus, so wie sie von K. ZOEPPRITZ, H. P. BERLAGE jun. u. a. [70], [71], [80], [81] entwickelt wurde.

Diese Theorie führt zur Lösung eines Systems von Gleichungen, die für Longitudinalwellen, welche auf eine Grenzfläche fallen, folgende Gestalt haben:

$$A_{el} \sin el - A_{rl} \sin rl + A_{rt} \cos rt - A_{dl} \sin dl + A_{dt} \cos dt = 0, \quad (108.1)$$

$$A_{el} \cos el + A_{rl} \cos rl + A_{rt} \sin rt - A_{dl} \cos dl - A_{dt} \sin dt = 0, \quad (108.2)$$

$$A_{el} \sin 2el + A_{rl} \sin 2rl - A_{rt} p \cos 2rt - \\ - A_{dl} \frac{n^2}{m} \sin 2dl + A_{dt} n p \cos 2dt = 0, \quad (108.3)$$

$$- A_{el} \cos 2rt + A_{rl} \cos 2rt + A_{rt} \frac{1}{p} \sin 2rt + \\ + A_{dl} m \cos 2dt + A_{dt} \frac{n}{p} \sin 2dt = 0 \quad (108.4)$$

mit

$$\frac{\sin el}{a_1} = \frac{\sin rl}{a_1} = \frac{\sin rt}{b_1} = \frac{\sin dl}{a_2} = \frac{\sin dt}{b_2}, \quad (108.5)$$

$$m = \frac{\rho_2 a_2}{\rho_1 a_1}, \quad n = \frac{\rho_2 b_2}{\rho_1 b_1}, \quad p = \frac{a_1}{b_1}. \quad (108.6)$$

In diesen Formeln gelten folgende Bezeichnungen: A ist die Amplitude der Wellen; die bei A stehenden Indexe bezeichnen die einfallende (e), die reflektierte (r) und gebrochene (d) Welle, die entweder Longitudinal- (l) oder Transversalcharakter (t) trägt; die unter den trigonometrischen Funktionszeichen stehenden gleichen Indexe bezeichnen die Winkel zwischen den durch die Indexe charakterisierten Wellenstrahlen und der Normalen zur Grenzfläche; a und b sind die Ausbreitungsgeschwindigkeiten der Longitudinal- und Transversalwellen; ρ ist die Dichte, mit Index 1 für das obere und 2 für das untere Medium.

Für eine einfallende Transversalwelle, bei der die Verschiebungsrichtung in der Einfallsebene liegt, haben wir das System

$$A_{et} \sin et + A_{rt} \sin rt + A_{rl} \cos rl - A_{dt} \sin dt - A_{dl} \cos dl = 0, \quad (108.7)$$

$$A_{et} \cos et - A_{rt} \cos rt + A_{rl} \sin rl - A_{dt} \cos dt + A_{dl} \sin dl = 0, \quad (108.8)$$

$$- A_{et} \sin 2et + A_{rt} \sin 2rt + A_{rl} p \cos 2rl + A_{dt} n \sin 2dt + A_{dl} m p \cos 2dl = 0, \quad (108.9)$$

$$- A_{et} \cos 2et - A_{rt} \cos 2rt + A_{rl} \frac{1}{p} \sin 2rl + A_{dt} n \cos 2dt - A_{dl} \frac{n}{q} \sin 2dl = 0, \quad (108.10)$$

$$\frac{\sin et}{b_1} = \frac{\sin rl}{a_1} = \frac{\sin rt}{b_1} = \frac{\sin dl}{a_2} = \frac{\sin dt}{b_2}, \quad (108.11)$$

$$q = \frac{a_2}{b_2}. \quad (108.12)$$

Erfolgt die Verschiebung in einer einfallenden Transversalwelle normal zur Einfallsebene, so erhalten wir in diesem Falle durch das Fehlen longitudinaler Wellen ein Gleichungssystem mit folgenden einfachen Lösungen:

$$\frac{A_{rt}}{A_{et}} = \frac{\cos rt - n \cos dt}{\cos rt + n \cos dt}, \quad (108.13)$$

$$\frac{A_{dt}}{A_{et}} = \frac{2 \cos rt}{\cos rt + n \cos dt}. \quad (108.14)$$

Die Lösung des gesamten Gleichungssystems (bei beliebigem Einfallswinkel) wurde nur für die Fälle der Reflexion am freien Halbraum und an einem absolut harten Medium auf eine analytisch einfache Form gebracht. Bei beliebig vorgegebenen Elastizitätskonstanten wurde nur für senkrecht einfallende Welle zur Grenzfläche eine Lösung gegeben.

Wir notieren jetzt die Formeln (108.13) und (108.14) für einige Sonderfälle.

1. Reflexion am freien Halbraum (bei einfallender Longitudinalwelle):

$$\frac{A_{rl}}{A_{el}} = \frac{1 - M}{1 + M}, \quad (108.15)$$

$$\frac{A_{rt}}{A_{el}} = \frac{2p}{1 + M} \cot 2rt \quad (108.16)$$

mit

$$M = \frac{\tan rl}{\tan rt} \cot^2 2rt.$$

2. Reflexion an der Oberfläche eines absolut harten Mediums:

a) bei einfallender Longitudinalwelle:

$$\frac{A_{rl}}{A_{el}} = - \frac{\cos (el + rt)}{\cos (el - rt)}, \quad (108.17)$$

$$\frac{A_{rt}}{A_{el}} = - \frac{\sin 2el}{\cos (el - rt)}; \quad (108.18)$$

b) bei einfallender Transversalwelle:

$$\frac{A_{rt}}{A_{et}} = \frac{\cos (el + rl)}{\cos (el - rl)}, \quad (108.19)$$

$$\frac{A_{rl}}{A_{et}} = \frac{\sin 2el}{\cos (rl - rl)}. \quad (108.20)$$

3. Reflexion und Brechung bei senkrechtem Einfall:

a) bei einfallender Longitudinalwelle:

$$\frac{A_{rl}}{A_{el}} = \frac{1 - m}{1 + m}, \quad (108.21)$$

$$\frac{A_{dl}}{A_{el}} = \frac{2}{1 + m}, \quad (108.22)$$

$$\frac{A_{rt}}{A_{el}} = \frac{A_{dt}}{A_{el}} = 0; \quad (108.23)$$

b) bei einfallender Transversalwelle:

$$\frac{A_{rt}}{A_{et}} = \frac{1 - n}{1 + n}, \quad (108.24)$$

$$\frac{A_{dt}}{A_{et}} = \frac{2}{1 + n}, \quad (108.25)$$

$$\frac{A_{rl}}{A_{et}} = \frac{A_{dl}}{A_{et}} = 0. \quad (108.26)$$

Da bei der reflexionsseismischen Erkundung die Registrierung der seismischen Schwingungen gewöhnlich in geringen Abständen relativ zur Tiefe der reflektierenden Flächen erfolgt, untersuchen wir jetzt den Fall kleiner Einfallswinkel etwas näher.

Es läßt sich beweisen, daß bei genügend kleinen Einfallswinkeln die Intensität der gebrochenen und reflektierten Wechselwellen proportional der Größe des Einfallswinkel ist. Entwickelt man den Reflexions- und Durchlaßkoeffizienten in eine Reihe mit Potenzen des Einfallswinkels, so findet man nach den Formeln (108.23) und (108.26), daß das freie Glied in diesem Falle Null wird.

Unter Berücksichtigung dieser Feststellung können wir für kleine Einfallswinkel i das System der Gleichungen (108.1) bis (108.4) ersetzen durch

$$A_{el} i - A_{rl} i + A_{rt} - A_{dl} r i + A_{dt} = 0, \quad (108.27)$$

$$A_{el} + A_{rl} - A_{dl} = 0, \quad (108.28)$$

$$A_{el} 2i + A_{rl} 2i - A_{rt} p - A_{dl} n s 2i + A_{dt} n p = 0, \quad (108.29)$$

$$- A_{el} + A_{rl} + A_{dl} m = 0 \quad (108.30)$$

mit

$$r = \frac{a_2}{a_1}, \quad s = \frac{b_2}{b_1}. \quad (108.31)$$

Die Lösung dieses Gleichungssystems führt auf die bereits bekannten Formeln (108.21) und (108.22) und daneben zu den Beziehungen

$$A_{rt} = A_{el} 2i \frac{\frac{2}{p} - n \left(m - r + 2 \frac{s}{p} \right)}{(m+1)(n+1)}, \quad (108.32)$$

$$A_{dt} = A_{el} 2i \frac{r + 2n \frac{s}{p} - \frac{2}{p} - m}{(m+1)(n+1)}. \quad (108.33)$$

Unter der Annahme, daß $p = q = 2$ (entspricht etwa den Versuchsergebnissen) und folglich $r = s$ und $m = n$ ist, erhalten wir

$$A_{rt} = A_{el} 2i \frac{1-m}{1+m} = A_{rl} 2i, \quad (108.34)$$

$$A_{dt} = A_{el} 2i \frac{\left(\frac{a_2}{a_1} - 1\right)}{1+m} = A_{dl} i \left(\frac{a_2}{a_1} - 1\right). \quad (108.35)$$

Die hier angeführten Formeln gestatten nicht nur eine Berücksichtigung des Einflusses der Faktoren zweiter Art (Reflexionsbedingungen elastischer Wellen), sondern sie gestatten auch eine Einschätzung der Faktoren erster Art (Anregungsbedingungen).

Erfolgt die Sprengung in einem unbegrenzten homogenen Medium, so werden nur Longitudinalwellen erregt. Transversalwellen entstehen beim Schuß nur durch asymmetrische Anregungsbedingungen sowie durch Brechungs- und Reflexionseffekte der elastischen Wellen (und Diffraktion) an den dem Schußpunkt unmittelbar benachbarten Grenzflächen. Ist keine Verwitterungszone vorhanden, und erfolgt der Schuß in einer bestimmten Tiefe, so können Transversalwellen nur durch Reflexion der Longitudinalwellen an der Grenzfläche Erde–Luft entstehen.

Unter Benutzung der Formel (108.16) erhalten wir in diesem Falle den Ausdruck

$$\frac{A_{rt}}{A_{el}} = \frac{2p}{1+M} \cot 2(\varphi - \alpha). \quad (108.36)$$

mit

$$\left. \begin{aligned} M &= \frac{\tan \beta}{\tan(\varphi - \alpha)} \cot^2 2(\varphi - \alpha), \\ \beta &= \arcsin(p \sin(\varphi - \alpha)). \end{aligned} \right\} \quad (108.37)$$

Hier ist α der Winkel zwischen Erdoberfläche und dem Horizont im Gebiet des Schusses (α ist positiv, wenn die Erdoberfläche in Profilrichtung ansteigt). Der Winkel zwischen der Vertikalen und dem Strahl der an der freien Oberfläche reflektierten Transversalwelle ist mit φ bezeichnet.

Ist die Differenz $(\varphi - \alpha)$ ausreichend klein, so erhalten wir unter Benutzung der Formel (108.34) die einfache Beziehung

$$\frac{A_{rt}}{A_{el}} = 4(\varphi - \alpha). \quad (108.38)$$

In den Formeln (108.36) und (108.38) wird angenommen, daß die Intensität der Longitudinalwelle von der Richtung des Strahles, der im Schußpunkt seinen Ursprung hat, unabhängig ist (sphärische Symmetrie).

Werte der gleichen Ordnung erhalten wir auch dann, wenn der Schuß unterhalb der Verwitterungszone erfolgt und sich die Transversalwellen durch Reflexion an der unteren Grenzfläche der Verwitterungsschicht bilden.

Indem wir uns mit einer Untersuchung für kleine Winkel α und φ begnügen¹⁾ und annehmen, daß die Ausbreitungsgeschwindigkeit der elastischen Wellen in der Verwitterungszone bedeutend geringer ist als in den darunterliegenden Schichten, kommen wir zu der Formel

$$A_{rt} = A_{el} p (\varphi - \alpha) \approx A_{el} 2 (\varphi - \alpha). \quad (108.39)$$

Wir wollen auch noch eine dritte Hypothese über die Entstehung transversaler Wellen erwähnen. Fällt eine Transversalwelle auf die Grenzfläche unter dem Winkel $\arcsin 1/p$, so beginnt die reflektierte Longitudinalwelle längs der Grenzfläche „entlangzugleiten“. Umgekehrt führt auch eine sich längs einer Grenzfläche (z. B. längs der Erdoberfläche) ausbreitende Longitudinalwelle zur Bildung einer Transversalwelle, deren Front mit der Erdoberfläche den Winkel $\arcsin 1/p$, also etwa $\pi/6$, einschließt.

Wir wollen darauf aufmerksam machen, daß die Benutzung der hier erwähnten Theorie der Brechung und Reflexion elastischer Wellen zur Berechnung der Verteilung der Explosionsenergie auf die Longitudinal- und Transversalwellen noch nicht als hinreichend fundamementiert betrachtet werden kann. Die hier beobachteten Erscheinungen fügen sich nicht in den Rahmen der linearen Elastizitätstheorie ein.

Wir gehen nun zur Einschätzung der Rolle der Empfangsbedingungen seismischer Wellen über. Wenn wir annehmen, daß die Austrittswinkel der seismischen Wellen etwa $\pi/2$ betragen, erhalten wir folgende einfache Formeln:

$$u_1 = 2 A_{rl} \frac{a_0}{a_1} \psi, \quad (108.40)$$

$$w_1 = 2 A_{rl}, \quad (108.41)$$

$$u_t = 2 A_{rt}, \quad (108.42)$$

$$w_t = 2 A_{rt} \frac{b_0}{b_1} \psi. \quad (108.43)$$

Hier sind u_1 , u_t und w_t , w_1 die Amplituden der Bodenverschiebungskomponenten längs der x - und z -Achse; a_0 und b_0 sind die Ausbreitungsgeschwindigkeiten der longitudinalen und transversalen Wellen in der Verwitterungszone; ψ ist der Einfallswinkel der elastischen Wellen an der unteren Grenzfläche der Verwitterungszone.

Bei der Ableitung dieser Formeln wurde berücksichtigt, daß das Verhältnis des tatsächlichen Austrittswinkels der seismischen Strahlen zum scheinbaren in diesem Falle etwa Eins ist.

Beim Übergang zu größeren Einfallswinkeln muß die Differenz zwischen beiden Winkeln berücksichtigt werden.

¹⁾ In diesem Falle ist α der Neigungswinkel der unteren Grenzfläche der Verwitterungszone.

Über das Intensitätsverhältnis der vertikalen Komponenten reflektierter Longitudinal-, Transversal- und Wechselwellen

Bei der reflexionsseismischen Erkundungsmethode wird nicht ohne Grund angenommen, daß die auf den Seismogrammen registrierten Reflexionen den longitudinalen reflektierten Wellen zuzuordnen sind. Die zahlreichen Vergleiche der durch direkte Methoden mit Hilfe von Bohrlochseismographen bestimmten Geschwindigkeiten longitudinaler Wellen mit den über die Laufzeitkurvenform errechneten Ausbreitungsgeschwindigkeiten der reflektierten Wellen ergaben eine recht gute Übereinstimmung.

Wenn wir berücksichtigen, daß die Registrierung der reflektierten Wellen mit Vertikalseismographen erfolgt, werden diese Schlußfolgerungen weiterhin durch die im vorhergehenden Paragraphen durchgeführten Berechnungen gestützt.

Es werde angenommen, daß die Erdoberfläche, die untere Grenzfläche der Verwitterungszone und der Reflektor horizontal liegen, und daß die Registrierung der seismischen Schwingungen relativ zur Tiefe des Reflexionselementes in geringen Abständen vom Schußpunkt erfolge. Wir stellen fest, daß die Intensität der rein longitudinalen reflektierten Wellen P_{11} vom Einfallswinkel der Welle unabhängig und die der rein transversalen Wellen S_{11} und der Wechselwellen $P_1 S_1$ und $S_1 P_1$ dem Quadrat dieses Winkels (der unter den genannten Bedingungen überaus klein sein wird) proportional ist.

In der Tabelle 10 sind Angaben über die Bedingungen gemacht, unter denen der Einfallswinkel i in den Formeln (108.34), (108.35) und (108.40) bis (108.42) als Faktor auftritt.

In dieser Tabelle 10 charakterisiert der Faktor *I* die Anregungsbedingungen, der Faktor *II* die Reflexionsbedingungen und der Faktor *III* schließlich die Registrierbedingungen der reflektierten Wellen.

Transversal- und Wechselwellen können nur in großen Abständen vom Schußpunkt und bei scharf diskordanter Lage der Grenzflächen auf den Seismogrammen beobachtet werden. Hier muß besonders auf den Einfluß der Ver-

witterungszone hingewiesen werden. Bei horizontaler Lage der unteren Grenzfläche nehmen selbst solche Strahlen, die in der unteren Schicht sehr stark von der Senkrechten abweichen, beim Eintritt in die lockere Oberflächenschicht etwa vertikale Richtung an. Die Existenz einer Verwitterungszone verringert in bedeutendem Maße die Wahrscheinlichkeit der Registrierung von Wellen der Typen S_{11} und $P_1 S_1$ mit Hilfe von Vertikalseismographen.

Hierbei blieben eine Reihe sekundärer Faktoren, wie z. B. Unterschiede im Frequenzspektrum der einzelnen Wellentypen, die verschiedenartige Dämpfung usw.,

Tabelle 10.

Vertikalseismograph (*Z*-Komponente)

| Wellen | Faktoren | | |
|-----------|----------|-----------|------------|
| | <i>I</i> | <i>II</i> | <i>III</i> |
| P_{11} | — | — | — |
| $P_1 S_1$ | — | i | i |
| $S_1 P_1$ | i | i | — |
| S_{11} | i | — | i |

unberücksichtigt. Man kann annehmen, daß diese Faktoren entweder neutral sind oder die Wirkung der vorher untersuchten Faktoren auf die Intensitätsverhältnisse der Vertikalkomponenten der Longitudinal-, Transversal- und Wechselwellen wenigstens nicht verstärken.

Über das Intensitätsverhältnis der horizontalen Komponenten reflektierter Wellen verschiedenen Typs

Wir untersuchen jetzt, wie sich das Verhältnis zwischen den Amplituden der reflektierten Longitudinal-, Transversal- und Wechselwellen auf dem Seismogramm ändert, wenn die Registrierung der seismischen Schwingungen mit Hilfe eines Horizontalseismographen erfolgt. Zuerst betrachten wir den Fall, in dem die Achsen der maximalen Empfindlichkeit der Seismographen in Profilrichtung orientiert sind.

Die Überlegungen zu den ersten beiden Faktoren (Erregungs- und Reflexionsbedingungen seismischer Wellen) bleiben gültig. Der dritte Faktor (die Empfangsbedingungen) bedingt eine bevorzugte Registrierung jener Wellen, die nach der Reflexion Transversalcharakter tragen, d. h. Wellen der Typen S_{11} und $P_1 S_1$.

Während bei der Registrierung seismischer Schwingungen mit Hilfe von Vertikal-seismographen die Longitudinalwellen über alle anderen Typen reflektierter Wellen dominieren, haben bei der Registrierung durch Horizontalseismographen die drei Wellenarten etwa gleiche Intensität. Die Intensität der Wellen P_{11} , $P_1 S_1$ und S_{11} ist bei geringem Einfallswinkel der Größe dieses Winkels proportional. Für Wellen des Typs $S_1 P_1$ ist die Intensität diesem Winkel in dritter Potenz proportional.

Die Tabelle 11 ist der im vorhergehenden Paragraphen analog, wie man sich leicht überzeugen kann.

Auf der Grundlage der in § 68 gegebenen Formeln wollen wir jetzt versuchen, die relative Intensität der am wahrscheinlichsten auftretenden Wellentypen P_{11} , $P_1 S_1$ und S_{11} zu errechnen. Da uns das Amplitudenverhältnis von Schwingungen verschiedenen Typs auf ein und demselben Seismogrammschnitt interessiert, müssen wir die Reflexionsflächen, denen die Wellen P_{11} , $P_1 S_1$ und S_{11} zugeordnet sind, in verschiedenen Tiefen annehmen. Wir wollen voraussetzen, daß alle Grenzflächen horizontal sind, der Abstand Schußpunkt—Seismograph im Vergleich zur Tiefe des Reflexionselementes gering ist und das Verhältnis der Ausbreitungsgeschwindigkeit der Longitudinalwellen zur Geschwindigkeit der Transversalwellen etwa gleich 2 gesetzt werden kann.

Tabelle 11.
Horizontalseismograph (X-Komponente)

| Wellen | Faktoren | | |
|-----------|----------|-----|-----|
| | I | II | III |
| P_{11} | — | — | i |
| $P_1 S_1$ | — | i | — |
| $S_1 P_1$ | i | i | i |
| S_{11} | i | — | — |

Werden also die Wellen P_{11} durch eine Grenzfläche in der Tiefe 1 bedingt, so liegen die der Wellen $P_1 S_1$ und S_{11} entsprechenden Reflektoren in den Tiefen $2/3$ und $1/2$ (Abb. 265). Zwischen den Einfallswinkeln et_I , el_{II} und el_{III} der entsprechenden Wellentypen zu den Grenzflächen I , II und III und den Reflexionswinkeln rt_I , rt_{II} und rl_{III} erhalten wir folgende Beziehungen:

$$\begin{aligned} et_I &= rt_I, & el_{II} &= 2rt_{II}, & el_{III} &= rl_{III}, \\ \frac{1}{2}(et_I + rt_I) &= \frac{2}{3}(el_{II} + rt_{II}) \\ &= 1 \cdot (el_{III} + rl_{III}). \end{aligned}$$

Hieraus findet man

$$et_I = el_{II} = 2el_{III}.$$

Die relative Rolle der drei untersuchten Faktoren kann sehr anschaulich durch die Tabelle 12 dargestellt werden.

Die letzte Spalte der Tabelle 12 zeigt den Gesamteinfluß der Anregungs-, Reflexions- und Empfangsbedingungen der seismischen Schwingungen. Bei der Zusammenstellung der ersten Spalte dieser Tabelle wurde die Formel (108.38), zur zweiten Spalte die Formeln (108.21), (108.34) und (108.24) und zur dritten die Formeln (108.40) und (108.42) benutzt.

Die Anbringung von Korrekturen auf Grund der Tiefenunterschiede der Reflexionshorizonte und der Änderung des Raumwinkels der Strahlenbüschel bei der

Tabelle 12

| Wellen | Faktoren | | | |
|-----------|---------------------|------------------------|---|----------------------------|
| | I | II | III | $I \times II \times III$ |
| P_{11} | 1 | 1 | $rl_{III} \frac{a_0}{a_1} - el_{III} \frac{a_0}{a_1}$ | $el_{III} \frac{a_0}{a_1}$ |
| $P_1 S_1$ | 1 | $2el_{II} - 4el_{III}$ | 1 | $4el_{III}$ |
| S_{11} | $4et_I = 8el_{III}$ | 1 | 1 | $8el_{III}$ |

Bildung der reflektierten Wechselwellen, ändert nicht das aus Tabelle 12 zu entnehmende Intensitätsverhältnis der Wellen $P_1 S_1$ und S_{11} .

Ist der Austrittswinkel der Longitudinalwellen so klein, daß die Ungenauigkeit der Seismographenaufstellung in horizontaler Lage den Austrittswinkel übersteigt, dann wird das Prinzip der Schwingungsgleichheit und der Phasenübereinstimmung,

nach dem die Korrelation der Reflexionen erfolgt, trotz eventuell hoher Intensität der Longitudinalwellen nicht mehr erfüllt. Dieser Umstand bedingt wiederum die geringe Wahrscheinlichkeit, mit der ausgesprochen longitudinale reflektierte Wellen durch Horizontalseismographen registriert werden.

Zusammenfassend kommen wir zu der Schlußfolgerung: Erfolgt die Dämpfung der Transversalwellen in der gleichen Größenordnung wie die der Longitudinalwellen, sind die Frequenzspektren aller Typen von reflektierten Wellen gleich und die Grenzflächen parallel zur Erdoberfläche, und ist schließlich die Ausbreitungsgeschwindigkeit in der Verwitterungszone bedeutend niedriger als die Geschwindigkeit in den darunterliegenden Schichten, so ist bei der Registrierung seismischer Schwingungen mit Hilfe von in Profilrichtung orientierten Horizontalseismographen in geringen Abständen vom Schußpunkt der Empfang von Wellen der Typen $P_1 S_1$ und S_{11} am wahrscheinlichsten, der Empfang der $S_1 P_1$ -Wellen am unwahrscheinlichsten.

Sind die Schußbedingungen asymmetrisch (ist z. B. die Erdoberfläche oder die untere Grenzfläche der Verwitterungszone in Schußpunktnähe zum Horizont geneigt), so kann sich in vertikaler Richtung (oder in annähernd vertikaler Richtung) eine verhältnismäßig starke Transversalwelle bewegen. Die transversalen reflektierten Wellen des Typs S_{11} werden in einem derartigen Falle in geringem Abstand vom Schußpunkt über alle anderen Wellen dominieren.

Stützen wir uns auf jene Hypothese, die besagt, daß die Transversalwellen an der Erdoberfläche durch Reflexion longitudinaler Wellen entstehen, dann erhalten wir eine Intensitätsabhängigkeit der Wellen $P_1 S_1$ und S_{11} , wonach in geringen Abständen vom Schußpunkt die Wahrscheinlichkeit der Registrierung der S_{11} -Wellen um vieles größer als die der $P_1 S_1$ -Wellen ist. Diese Abhängigkeit ist in Abb. 266 graphisch dargestellt. Auf dieser Abbildung sind in relativen Einheiten die Intensitätskurven der Wellen S_{11} und $P_1 S_1$ als Funktion des Einfallswinkels φ für verschiedene Neigungswinkel α der Erdoberfläche in unmittelbarer Nähe des Schußpunktes angegeben. Die Reflexionsflächen wurden als horizontal angenommen.

Für $\alpha = 0$ (symmetrische Schußbedingungen) sind die Amplituden der Wellen $P_1 S_1$ und S_{11} von etwa gleicher Größenordnung und wachsen mit zunehmendem Abstand vom Schußpunkt (oder zunehmendem Einfallswinkel) nach dem gleichen (linearen) Gesetz. Ist die Erdoberfläche in Schußpunktnähe geneigt, dann sind die Amplitudenänderungen der Wellen $P_1 S_1$ und S_{11} unterschiedlich. Ist die Erdoberfläche in Schußpunktnähe um den Winkel $\alpha = 5 - 10^\circ$ in Profilrichtung geneigt, so übersteigt die Intensität der Wellen S_{11} in einem genügend großen Intervall des Einfallswinkels (beginnend von Null) die Intensität der $P_1 S_1$ -Wellen. Die Amplituden der S_{11} -Wellen verändern sich dabei mit zunehmenden Abständen der Seismographen

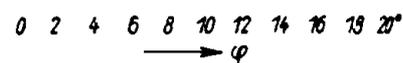


Abb. 266

vom Schußpunkt, weniger als die der $P_1 S_1$ -Wellen. Dieser Umstand kann die Trennung der Wellen $P_1 S_1$ und S_{11} voneinander erleichtern. Ist die Erdoberfläche in Schußpunktnähe entgegengesetzt geneigt, so wird, wenn unsere Vorstellungen über den Entstehungsmechanismus der Transversalwellen richtig sind, die Intensität der Wellen S_{11} mit zunehmendem Abstand vom Erschütterungszentrum abnehmen und dann nach der Phasenänderung erneut anwachsen. Diese Überlegungen müssen bei der Wahl des Schußpunktes berücksichtigt werden.

Bei der Konstruktion der in Abb. 266 dargestellten Kurven wurde der Einfluß der Verwitterungszone auf die Entstehung der Transversalwellen nicht berücksichtigt. Ihre Existenz kann jedoch die von uns gezogenen Schlußfolgerungen weitgehend ändern. Erfolgt z. B. der Schuß unmittelbar in der Verwitterungszone, so kann man eine Verschiebung des rechten, steilabfallenden Astes der Kurve in Richtung größerer Winkel (und damit entsprechend größerer Abstände) erwarten. Bei einer Sprengung unterhalb der Verwitterungszone und größeren Unterschieden in den Elastizitätskonstanten der in der Verwitterungszone und in den tieferen Schichten liegenden Gesteine kann man annehmen, daß bei der Reflexion an der unteren Grenzfläche der Verwitterungszone (zumindest teilweise) Transversalwellen entstehen. Unsere anfangs gezogenen Schlußfolgerungen bleiben für diesen Fall qualitativ gültig.

Man kann schließlich noch annehmen, daß durch Brechung von Longitudinalwellen an der unteren Grenzfläche der Verwitterungszone Transversalwellen entstehen. Ohne ausführlicher auf diesen Fall einzugehen, weisen wir nur darauf hin, daß sich bei geneigter unterer Grenzfläche der Lockerschicht genauso wie im vorhergehenden Falle in vertikaler Richtung eine verhältnismäßig intensive Transversalwelle bewegen kann, die in geringen Abständen vom Schußpunkt eine bevorzugte Registrierung von transversalen reflektierten Wellen bedingt.

Leider besitzen wir noch keine experimentellen Ergebnisse, die uns gestatten würden, eine der Hypothesen über die Entstehung der Transversalwellen zu bevorzugen oder ihre spezifische Bedeutung in Abhängigkeit von den Bedingungen und der Art der Anregung einschätzen zu können.

Liegt die Reflexionsfläche horizontal, so ändert sich bei einer Vergrößerung des Abstandes Schußpunkt—Empfangsgerät (bis zu einem gewissen Grenzwert) das Intensitätsverhältnis der Wellen S_{11} , $P_1 S_1$ und P_{11} zugunsten der ersten beiden Wellentypen.

Ist bei symmetrischen Anhebungsbedingungen die Reflexionsfläche geneigt, so bemerken wir mit zunehmendem Abstand der Seismographen vom Schußpunkt einige interessante Besonderheiten, die davon abhängen, ob das Profil in Richtung zum Anstieg oder zum Einfallen der Reflexionsfläche orientiert ist. Im ersten Fall nimmt der Winkel zwischen dem seismischen Strahl und der Vertikalen mit wachsendem Abstand des Seismographen vom Schußpunkt zu. Im zweiten Falle (das Profil ist in Richtung zum Einfallen der Grenzfläche orientiert) nähert sich mit zunehmendem Abstand Schußpunkt—Seismograph der seismische Strahl der Vertikalen, fällt in einem bestimmten Abstand mit ihr zusammen und entfernt sich dann schließlich wieder. Auf dem Profil existiert also ein Intervall, in dem die Intensität der Trans-

versalwellen S_{11} überaus gering ist und sich ihre Phase umkehrt. Bei der reflektierten Wechselwelle $P_1 S_1$ erfolgt die Phasenumkehrung immer am Schußpunkt.

Fällt die Einfallrichtung (oder Anstiegsrichtung) der Grenzfläche nicht mit der Profilrichtung zusammen, so gewinnt der zwischen Grenzfläche und Profil liegende Winkel besondere Bedeutung.

Wir gehen jetzt zu dem Fall über, bei dem die Registrierung der seismischen Schwingungen durch senkrecht zum Profil orientierte Horizontalseismographen erfolgt.

Der Strahl der reflektierten seismischen Welle muß sich in jedem Falle in der Ebene befinden, die das Profil und die Normale zur Grenzfläche enthält. Fällt zur Reflexionsfläche eine Longitudinalwelle ein, so müssen die Schwingungen der reflektierten Transversalwelle in der Strahlenebene erfolgen. Sie dürfen also keine y -Komponente (senkrecht zum Profil) besitzen. Ein senkrecht zum Profil orientierter Seismograph wird deshalb keine $P_1 S_1$ -Wellen, sondern in erster Linie Wellen des Typs S_{11} registrieren. Derartige Wellen können dann angeregt werden, wenn die Erdoberfläche (in Schußpunktnähe) oder die Reflexionsfläche senkrecht zur Profilrichtung geneigt ist.

Die Intensität der y -Komponente reflektierter Transversalwellen kann nach den Formeln (108.13) und (108.36) berechnet werden.

Über den Einfluß von Zwischengrenzflächen

Befinden sich zwischen der Erdoberfläche und der vorgegebenen Reflexionsfläche noch weitere Grenzflächen, so können sich die von uns früher gezogenen Schlußfolgerungen ändern.

Wir untersuchen als Erstes den einfachsten Fall, in dem die Zwischenfläche parallel zur Hauptgrenzfläche liegt.

Die in diesem Falle möglichen Typen von reflektierten Wellen kann man in vier Gruppen einteilen. Zur ersten Gruppe zählen wir Wellen, bei denen die Schwingungsart im ersten und zweiten Fall konstant bleibt (S_{1221} und P_{1221}). Zur zweiten Gruppe gehören Wellen, bei denen sich die Schwingungsart einmal ändert ($P_{122} S_1$, $S_1 P_{221}$, $S_{122} P_1$, $P_1 S_{221}$, $P_{12} S_{21}$, $S_{12} P_{21}$). In die dritte Gruppe ordnen wir jene Wellen ein, deren Schwingungscharakter sich zweimal ändert ($P_1 S_{22} P_1$, $S_1 P_{22} S_1$, $P_{12} S_2 P_1$, $P_1 S_2 P_{21}$, $S_{12} P_2 S_1$, $S_1 P_2 S_{21}$). Zur letzten Gruppe gehören schließlich jene Wellentypen, bei denen eine dreimalige Schwingungsänderung eintritt ($P_1 S_2 P_2 S_1$ und $S_1 P_2 S_2 P_1$).

Da für geringe Einfallswinkel der Schwingungswechsel bei der Brechung oder Reflexion zum Auftreten eines kleinen Faktors i in den Formeln für die Intensität der reflektierten Wellen führt, kann man annehmen, daß die Amplituden der Wellen aus den letzten beiden Gruppen um vieles geringer als die Amplituden der ersten beiden Wellengruppen sein werden.

Das gibt uns das Recht, bei den weiteren Untersuchungen nur noch die ersten beiden Wellengruppen in Betracht zu ziehen. Wir stellen für diese Wellen die Tabelle 13 auf, die der Tabelle 11 analog ist. Dabei werde angenommen, daß beide Grenzflächen horizontal und der Abstand Schußpunkt—Seismograph gering sei. Die Registrierung

der Schwingungen erfolge mit einem in Profilrichtung orientierten (x -Komponenten) Horizontalseismographen.

In der Tabelle 13 wird genau wie früher der Faktor I durch die Schußbedingungen, der Faktor II durch die Brechungsbedingungen an der Zwischengrenzfläche auf dem Wege der Welle vom Schußpunkt zur Hauptreflexionsfläche, der Faktor III durch die Reflexionseigenschaft des Hauptreflektors und der Faktor IV schließlich durch die Brechungsbedingungen an der Zwischengrenzfläche bei Rückkehr der Welle zur Erdoberfläche bestimmt. Die Empfangsbedingungen der elastischen Wellen werden durch den Faktor V charakterisiert.

Tabelle 13

| Wellen | Faktoren | | | | |
|----------------|----------|------|-------|------|-----|
| | I | II | III | IV | V |
| P_{1221} | — | — | — | — | i |
| S_{1221} | i | — | — | — | — |
| $P_{122}S_1$ | — | — | — | i | — |
| P_1S_{221} | — | i | — | — | — |
| $P_{12}S_{21}$ | — | — | i | — | — |
| S_1P_{221} | i | i | — | — | i |
| $S_{122}P_1$ | i | — | — | i | i |
| $S_{12}P_{21}$ | i | — | i | — | i |

In der Tabelle 13 können fünf Typen reflektierter Wellen abgeteilt werden (die ersten fünf Zeilen der Tabelle), deren Intensität offensichtlich größer als die der anderen ist. Von diesen fünf Wellentypen sind eigentlich nur zwei neu ($P_{122}S_1$ und P_1S_{221}). Wir vergleichen jetzt ihre Intensität mit der der Wellen P_{1221} , S_{1221} und $P_{12}S_{21}$.

Zu diesem Zwecke geben wir mit Hilfe der bereits früher angeführten Formeln (siehe § 68) eine qualitative Einschätzung des Einflusses der hier in Betracht kommenden fünf Faktoren. Dabei werden wir im Gegensatz zu den im vorhergehenden Paragraphen durchgeführten Überlegungen zur Vereinfachung der Rechnung die Lage der Haupt- und Zwischengrenzfläche nicht in Abhängigkeit vom Wellentyp ändern. Wir werden also die Schwingungsamplituden auf verschiedenen Teilen des Seismogramms miteinander vergleichen, was übrigens auf die wichtigsten Schlußfolgerungen keinen wesentlichen Einfluß hat. Als Ergebnis erhalten wir die Tabelle 14.

Tabelle 14

| Wellen | Faktoren | | | | |
|-----------------|------------|---|--------------------------------|--|----------------------------|
| | I | II | III | IV | V |
| P_{1221} | 1 | $\frac{2}{1+m_1}$ | $\frac{1-m_2}{1+m_2}$ | $\frac{2}{1+\frac{1}{m_1}}$ | $2 \frac{a_0}{a_1} \alpha$ |
| S_{1221} | 4α | $\frac{2}{1+m_1}$ | $\frac{1-m_2}{1+m_2}$ | $\frac{2}{1+\frac{1}{m_1}}$ | 2 |
| $P_{122} S_1$ | 1 | $\frac{2}{1+m_1}$ | $\frac{1-m_2}{1+m_2}$ | $2 \delta \frac{a_1-1}{a_2+\frac{1}{m_1}}$ | 2 |
| $P_1 S_{221}$ | 1 | $2 \beta \frac{a_2-1}{a_1+\frac{1}{m_1}}$ | $\frac{1-m_2}{1+m_2}$ | $\frac{2}{1+\frac{1}{m_1}}$ | 2 |
| $P_{12} S_{21}$ | 1 | $\frac{2}{1+m_1}$ | $2 \gamma \frac{1-m_2}{1+m_2}$ | $\frac{2}{1+\frac{1}{m_1}}$ | 2 |

In dieser Tabelle gelten folgende Bezeichnungen:

$$m_1 = \frac{\rho_2 a_2}{\rho_1 a_1} = \frac{\rho_2 b_2}{\rho_1 b_1}; \quad m_2 = \frac{\rho_3 a_3}{\rho_2 a_2} = \frac{\rho_3 b_3}{\rho_2 b_2};$$

α ist der Einfallswinkel der im Schußpunkt ihren Anfang nehmenden longitudinalen oder transversalen Wellen zur Zwischengrenzfläche, wenn die registrierten Wellen zum Typ P_{1221} oder S_{1221} gehören; β ist der gleiche Winkel für Wellen des Typs $P_1 S_{221}$; β und δ sind die Einfallswinkel der Wellen $P_{12} S_{21}$ und $P_{122} S_1$ zur Hauptreflexionsfläche.

Die Tabelle 14 nimmt nach Kürzung um den darin enthaltenen gemeinsamen Faktor die Gestalt der Tabelle 15 an.

Das Verhältnis zwischen den in die Tabelle 15 eingehenden Winkeln hängt vom Abstand zwischen den Grenzflächen und den Ausbreitungsgeschwindigkeiten der elastischen Wellen innerhalb der ersten und zweiten Schicht ab. Unterscheiden sich die Geschwindigkeiten nur wenig voneinander, so übersteigt das Verhältnis der extremalen Winkel nicht den Wert Zwei. Wie man aus der Tabelle 15 entnimmt, ist in diesem Falle die Intensität der zusätzlichen Wellentypen ($P_{122} S_1$ und $P_1 S_{221}$) unbedeutend. Ist umgekehrt das Geschwindigkeitsverhältnis a_2/a_1 erheblich größer oder kleiner als eins, so können die Wellen der Typen $P_{122} S_1$ oder $P_1 S_{221}$ über die anderen dominieren. Wir untersuchen jetzt diese beiden Fälle etwas ausführlicher.

$$1) \frac{a_2}{a_1} = \frac{b_2}{b_1} \gg 1 \quad \left(\frac{b_2}{a_1} \gg 1 \right).$$

In diesem Falle existieren zwischen den Winkeln α , β , γ und δ die Beziehungen

$$\gamma = \frac{4}{3} \delta,$$

$$\alpha = \frac{a_1}{a_2} \delta,$$

$$\beta = 2 \frac{a_1}{a_2} \delta.$$

Bei der Ableitung dieser Formeln wurde angenommen, daß $a_1/b_1 = a_2/b_2 = 2$ ist. Die Amplituden der reflektierten Wellen sind den in Tabelle 16 angeführten Größen proportional.

In diesem Falle sind also die Wellen der Typen $P_1 S_{221}$, $P_{12} S_{21}$ und $P_{122} S_1$ am intensivsten.

Tabelle 15

| Wellen | Faktoren | | | | |
|-----------------|------------|--|-----------|---|--------------------------|
| | I | II | III | IV | V |
| P_{1221} | 1 | 1 | 1 | 1 | $\frac{a_0}{a_1} \alpha$ |
| S_{1221} | 4α | 1 | 1 | 1 | 1 |
| $P_{122} S_1$ | 1 | 1 | 1 | $\delta \left(\frac{a_1}{a_2} - 1 \right)$ | 1 |
| $P_1 S_{221}$ | 1 | $\beta \left(\frac{a_2}{a_1} - 1 \right)$ | 1 | 1 | 1 |
| $P_{12} S_{21}$ | 1 | 1 | 2γ | 1 | 1 |

Tabelle 16

| | |
|-----------------|----------------------------|
| P_{1221} | $\frac{a_0}{a_2} \delta$ |
| S_{1221} | $4 \frac{a_1}{a_2} \delta$ |
| $P_{122} S_1$ | δ |
| $P_1 S_{221}$ | 2δ |
| $P_{12} S_{21}$ | $\frac{8}{3} \delta$ |

Tabelle 17

| | |
|-----------------|----------------------------|
| P_{1221} | $\frac{a_0}{a_1} \alpha$ |
| S_{1221} | 4α |
| $P_{122} S_1$ | $\frac{4}{3} \alpha$ |
| $P_1 S_{221}$ | $\frac{4}{3} \alpha$ |
| $P_{12} S_{21}$ | $2 \frac{a_2}{a_1} \alpha$ |

$$2) \frac{a_2}{a_1} = \frac{b_2}{b_1} \ll 1 \quad \left(\frac{a_2}{b_1} \ll 1 \right).$$

Hier gelten die Beziehungen

$$\beta = \frac{4}{3} \alpha,$$

$$\gamma = \frac{a_2}{a_1} \alpha,$$

$$\delta = \frac{4}{3} \cdot \frac{a_2}{a_1} \alpha.$$

Die Amplituden der reflektierten Wellen wurden in relativen Einheiten in Tabelle 17 zusammengefaßt.

Am intensivsten sind die Wellen der Typen S_{1221} , $P_1 S_{221}$ und $P_{122} S_1$.

Wenn die parallel zueinanderliegenden Haupt- und Zwischengrenzflächen relativ zum Profil geneigt oder die Schußbedingungen asymmetrisch sind, so ändert sich das Verhältnis der günstigen und ungünstigen Faktoren in der Hauptsache zugunsten des Wellentyps S_{1221} .

Verläuft die Zwischengrenzfläche nicht mehr parallel zum Hauptreflektor, so kann eine bedeutend größere Anzahl von Wellentypen unter den Reflexionen beobachtet werden. In diesem Falle können die Wellen $P_{122} S_1$ und $P_1 S_{221}$ besonders hohe Amplituden haben.

Es ist auch nicht ausgeschlossen, daß sich hier unter besonders günstigen Bedingungen einige jener Wellentypen durch besonders hohe Intensität auszeichnen, die zu den von uns unberücksichtigt gebliebenen Wellengruppen gehören.

Wir werden hier keine quantitative Analyse des Einflusses einer Zwischengrenzfläche auf die Intensitätsverteilung zwischen den verschiedenen Typen reflektierter Wellen geben, wenn die Registrierung der seismischen Schwingungen mit Hilfe von senkrecht zum Profil orientierten Horizontalseismographen erfolgt. Erleiden die Elastizitätskonstanten an der Zwischengrenzfläche keinen starken Sprung, so bleiben die von uns früher gezogenen Schlußfolgerungen (bei fehlender Zwischengrenzfläche) zum mindesten qualitativ gültig. Bei für Transversalwellen günstigen Anregungsbedingungen müssen deshalb die rein transversalen reflektierten Wellen ihrer Intensität nach über alle übrigen Typen reflektierter Wellen dominieren. Im allgemeinen Fall haben die reflektierten Wechselwellen eine Komponente in y -Richtung (wenn man keine Ebene finden kann, die senkrecht zur Haupt- und Zwischengrenzfläche liegt und durch das Profil verläuft).

Über einige besondere Methoden der Anregung und des Empfangs seismischer Wellen

Die Änderung der Anregungs- und Empfangsbedingungen hat folgenden Sinn: Eine Variation dieser Bedingungen erleichtert durch das Studium der Energieverteilung auf die einzelnen Schwingungstypen die Erkennung der registrierten Wellentypen. Außerdem kann man solche Anregungs- und Empfangsbedingungen für elastische

Wellen schaffen (und dann unveränderlich beibehalten), die eine bevorzugte Registrierung eines bestimmten Wellentyps gestatten.

Spricht man über die Anregungsbedingungen, so gibt uns, von diesen beiden Gesichtspunkten aus betrachtet, der Schlag (oder die gerichtete Sprengung) große Möglichkeiten. Wollen wir erreichen, daß die vom Anregungszentrum sich in vertikaler Richtung ausbreitende Welle Longitudinalcharakter habe, so müssen wir den Schlag in vertikaler Richtung führen.

Soll der sich in vertikaler Richtung ausbreitende Strahl nur Transversalwellen enthalten, so muß der Schlag in horizontaler Richtung erfolgen. Die Erzeugung eines entsprechend starken Schlages mit rein mechanischen Mitteln ist überaus schwierig. Bei der Lösung dieser Aufgabe muß also auf Sprengungen zurückgegriffen werden, wobei jedoch einige spezielle Bedingungen zu schaffen sind.

Gelingt es, eine ausreichend starke Transversalwelle in die Tiefe zu schicken, die stärker ist als die Longitudinalwelle, so werden bei Registrierung mit Horizontalseismographen auf den Seismogrammen die rein transversalen Wellen vorherrschen. Der Schlag kann entweder in Profilrichtung oder senkrecht dazu erfolgen, wobei jeweils die x - oder y -Komponente der Bodenbewegung zu messen ist. Vergleicht man die Seismogramme eines gewöhnlichen und eines gerichteten Schusses, kann man mit Sicherheit Wellen des Typs P_1S_1 von den S_{11} -Wellen unterscheiden.

Es muß angenommen werden, daß bei der Erkundung mit Hilfe longitudinaler reflektierter Wellen die Verwendung vertikaler Schläge zu einer Bereinigung des Seismogramms von einigen Störwellen führt.

Ausgehend von den Hypothesen über die Entstehung der Transversalwellen, kann man ihre Intensität zweifellos auch durch entsprechende Wahl der Schußpunkte (geneigte Erdoberfläche in Schußpunktnähe usw.) erhöhen.

Wir untersuchen jetzt die Empfangsbedingungen für Erschütterungswellen.

Über eine Methode der Variation der Empfangsbedingungen seismischer Schwingungen wurde bereits gesprochen (Registrierung mit Hilfe vertikaler und horizontaler Seismographen). Wir stellten fest, daß mit Vertikalseismographen in erster Linie reflektierte Longitudinalwellen und mit Horizontalseismographen vorwiegend Transversalwellen registriert werden. Zur vollkommeneren Bereinigung des Seismogramms von Transversalwellen müßte man die Größe der Dilatation θ messen, die gleich der Divergenz des Bodenverschiebungsvektors \bar{u} ist. Umgekehrt muß man zur Löschung der Longitudinalwellen ein Gerät besitzen, das die Komponenten des Rotationsvektors $\bar{\omega}$ ($\bar{\omega} = \text{rot } \bar{u}$) mißt.

Die Konstruktion von Geräten, die die Verschiebungsdifferenz des Bodens in zwei einander naheliegenden Punkten messen, ist nicht mit prinzipiellen Schwierigkeiten verbunden. So wurde z. B. in einem methodischen Meßtrupp, der 1938 im Ischimbaier-Gebiet der Baschkirischen Autonomen Sozialistischen Sowjetrepublik arbeitete, ein Gerät erprobt, das den Unterschied der Vertikalverschiebung des Bodens mißt und Deformometer genannt wurde. Um die Dilatation zu erhalten, müßte man drei solcher Geräte haben (ein Vertikal- und zwei Horizontalgeräte). Sie müssen dabei so geschaltet sein, daß man die Summe aller drei Komponenten erhält.

Zur Bestimmung des Rotationsvektors ist wahrscheinlich die Benutzung eines Torsiographen, d. h. eines Gerätes, das Drehbewegungen mißt, am zweckmäßigsten. In der Erkundungsseismik wurden bisher noch keine Torsiographen verwendet. Man benutzte sie in der Hauptsache zur Messung von Drehvibrationen an Maschinenteilen u. a.

Wenn man berücksichtigt, daß an der Erdoberfläche die Normal- und Tangentialspannungen gleich Null sind, stellt man fest, daß eine vertikal von unten angreifende Welle an der Erdoberfläche keine Dilatations- oder Drehercheinungen verursacht. Hieraus folgt, daß man die entsprechenden Geräte in einer gewissen Tiefe unterhalb der Erdoberfläche aufstellen muß.

Die Absorption der elastischen Wellen, die in der oberflächennahen Lockerschicht besonders stark ist, ließen wir bisher noch unberücksichtigt. Befindet sich das Deformometer in unmittelbarer Nähe der Grenzfläche Erde—Luft, so wird das Schwingungsbild in der Hauptsache durch die Absorptionseffekte beeinflusst sein. Die Schwingungen werden in Abhängigkeit von ihrem Absorptionsgrad unterschieden. Da für kürzere Wellen der Absorptionskoeffizient größer als für lange Wellen ist, werden die höherfrequenten Schwingungen stärker absorbiert. Bei der Registrierung mit Hilfe eines Torsiographen dürfte der Einfluß der Absorptionseffekte bedeutend geringer sein.

Die Torsiographen und Deformometer dürften im Vergleich zu den Horizontal- und Vertikalseismographen kaum irgendwelche neuen bedeutungsvolleren Hinweise zur Bestimmung des Typs der registrierten Schwingungen liefern. Sie können sich jedoch zur vollkommeneren Bereinigung der Seismogramme von Störwellen als nützlich erweisen.

Über die Typenbestimmung reflektierter Wellen aus ihren Laufzeitkurven

Bei der Registrierung seismischer Wellen mit Hilfe von Horizontalseismographen können die Wellen der Typen S_{11} , P_1S_1 und P_{11} etwa gleiche Intensität haben (der Einfluß von Zwischengrenzflächen sei unberücksichtigt). Vergleicht man die Schwingungsbilder der Vertikal- und Horizontalseismographen, so kann man leicht feststellen, ob sich auf dem mit Horizontalseismographen registrierten Seismogramm Wellen des Typs P_{11} befinden. Es kann also nur eine Vermischung der Wellen S_{11} und P_1S_1 auftreten. Prinzipiell kann dieses Problem durch Anwendung gerichteter Schüsse gelöst werden. Die Methodik der gerichteten Sprengung ist jedoch noch ungenügend erarbeitet. Die Formen der Laufzeitkurven der Transversal- und Wechselwellen wurden bereits in früheren Kapiteln in allgemeinen Zügen erarbeitet. Wir beschränken uns hier deshalb auf die Erläuterung der hauptsächlichsten Schlußfolgerungen.

Die Gleichung der Laufzeitkurve rein transversaler Wellen hat die gleiche Gestalt wie die Laufzeitkurvengleichung der rein longitudinalen reflektierten Wellen, mit dem einzigen Unterschied, daß an Stelle der Ausbreitungsgeschwindigkeit a der Longitudinalwellen hier die Geschwindigkeit b der transversalen Wellen steht. Hieraus

folgt, daß sich die Scheingeschwindigkeit der transversalen reflektierten Wellen mit zunehmendem Abstand vom Koordinatenursprung unabhängig von der Neigung des Reflektors der Ausbreitungsgeschwindigkeit der Transversalwellen innerhalb der ersten Schicht nähert.

Der asymptotische Wert v^* der Scheingeschwindigkeit der reflektierten Wechselwellen P_1S_1 hängt von der Neigung des Reflexionselementes ab. Liegt der Reflektor horizontal, so ist v^* der Ausbreitungsgeschwindigkeit der Longitudinalwellen innerhalb der ersten Schicht gleich.

In diesem Fall ist also die Trennung der Wellen P_1S_1 von den S_{11} -Wellen mit keinerlei Schwierigkeiten verbunden. Ist das Reflexionselement geneigt, so kann v^* in den Grenzen von a bis b variieren. Wenn die Geschwindigkeit der Longitudinalwellen etwa 2mal größer als die der Transversalwellen ist, so gilt für einen um $\pi/6$ geneigten Reflektor $v^* = b$.

Aus den Unterschieden in den Asymptotenwerten der Scheingeschwindigkeiten kann man also nicht immer die Laufzeitkurventypen voneinander unterscheiden. Durch den Vergleich einiger anderer Besonderheiten der Laufzeitkurven (z. B. Lage ihrer Minima) mit energetischen und anderen Merkmalen läßt sich diese Aufgabe jedoch eindeutig lösen.

Die Frage nach der Möglichkeit der Vermischung reflektierter und gebrochener Wellen wurde hier nicht untersucht, da Störungen durch gebrochene Wellen bei der Registrierung von Reflexionen in der Regel unbedeutend sind.¹⁾

Die wichtigsten Ergebnisse der ersten Versuchsmessungen mit Horizontalseismographen

Die ersten Versuche zur Selektion transversaler reflektierter Wellen wurden im Sommer 1938 von einem methodischen Meßtrupp des Instituts für Theoretische Physik der Akademie der Wissenschaften der UdSSR und des Staatlichen Geophysikalischen Trusts im Ischimbaier Gebiet der Baschkirischen Autonomen Sozialistischen Sowjetrepublik unter Leitung des Autors durchgeführt. Der unmittelbare Grund für diese Spezialuntersuchungen zur Selektion transversaler reflektierter Wellen ist in den Ergebnissen der Beobachtungen mit mechanischen 3-Komponenten-Seismographen auf einem Profil in der Nähe des Dorfes Naumowki zu suchen. Diese Beobachtungen wiesen auf die Existenz von Wellen mit hoher Scheingeschwindigkeit hin, deren horizontale Verschiebungen (x - und y -Komponente) bedeutend größer als die Vertikal-

¹⁾ In letzter Zeit wurde diese Frage einer eingehenden Analyse unterzogen. Es hat sich dabei herausgestellt, daß man die Koordinatenebene x, t in zwei Gebiete einteilen kann, wobei im „unteren“ Teil sowohl gebrochene als auch reflektierte Wellen, im „oberen“ Teil jedoch nur reflektierte Wellen möglich sind. Die Lage der Linie, die beide Gebiete voneinander trennt, hängt von den möglichen Typen der gebrochenen Wellen und dem Verhältnis der Ausbreitungsgeschwindigkeiten der seismischen Wellen zu beiden Seiten der Brechungsgrenze ab. Für die y -Komponente der Bodenverschiebung ist das Gebiet, in dem nur reflektierte Wellen existieren, das größere. Diese Analyse hat besondere Bedeutung zur Auflösung von Schwingungen, die in großem Abstand vom Schußpunkt registriert werden.

verschiebungen waren (Abb. 267). Es war anzunehmen, daß wir es hier mit reflektierten oder gebrochenen Wellen zu tun hatten, die auf dem letzten Teil ihres Weges Transversalcharakter trugen.

Da es mit Hilfe der mechanischen Seismographen nicht gelang, diese Wellen in geringen Abständen vom Schußpunkt zu registrieren, konnte der Typ dieser Wellen nicht eindeutig bestimmt werden. Die Beobachtungen wurden mit Hilfe einer gewöhnlichen reflexionsseismischen Apparatur fortgesetzt, wobei jedoch die Vertikalseismographen in Horizontalseismographen umgerüstet wurden. Die ersten Beobachtungen mit in Profilrichtung orientierten Horizontalseismographen zeigten äußerst intensive Schwingungen, welche die gleichen Merkmale trugen wie die vorher mit mechanischen Seismographen registrierten Wellen. Als besonders wichtig erwies sich, daß diese Schwingungen auch noch in äußerst geringen Abständen vom Schußpunkt registriert werden konnten. In einigen Fällen waren sie durch negative Scheingeschwindigkeiten gekennzeichnet. Dadurch war die Annahme, daß es sich bei den registrierten Schwingungen um gebrochene Wellen handelt, sofort ausgeschlossen.

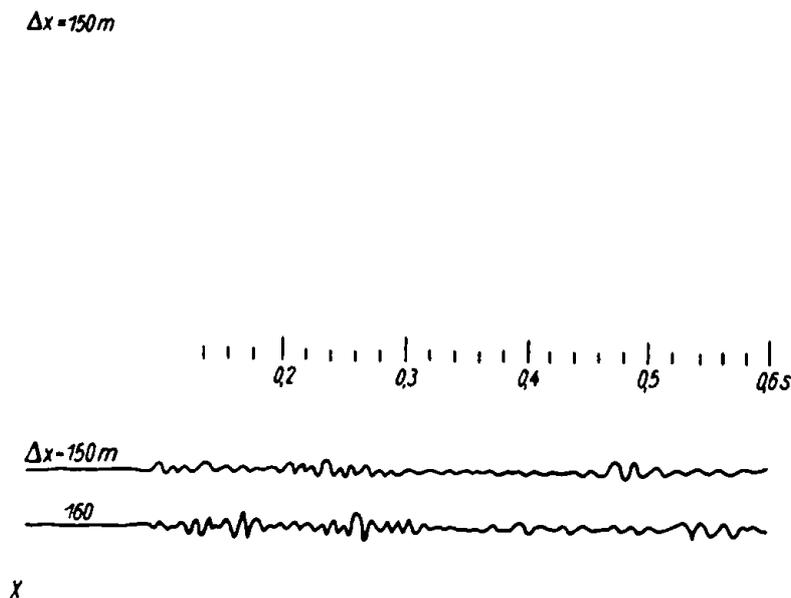


Abb. 268

Da in einer Reihe von Fällen bei der Registrierung mit Vertikalseismographen keine Reflexionen mit gleichen Laufzeiten ermittelt werden konnten (Abb. 268), ließen sich diese Schwingungen nicht als longitudinale reflektierte Wellen deuten. Die

Scheingeschwindigkeiten auf den mit Horizontalseismographen gewonnenen Seismogrammen waren in der Mehrzahl der Fälle geringer als die Scheingeschwindigkeiten der longitudinalen reflektierten Wellen. Analoge Einsätze wurden in Schußpunktnähe auch auf jenen Seismogrammen festgestellt, die mit senkrecht zum Profil orientierten Horizontalseismographen registriert wurden. Die Schwingungsamplituden der Seismographengruppe unterschieden sich dabei nur unwesentlich voneinander.

Die hier genannten Besonderheiten der registrierten Wellen bestätigen jene Meinung, nach der diese Schwingungen zu den reflektierten Transversalwellen zu zählen sind. Die transversalen Schwingungen entstanden entweder unmittelbar in Schußpunktnähe oder an einer naheliegenden Grenzfläche.

Ein Teil der Beobachtungen wurde in einem Gebiet durchgeführt, dessen geologische Verhältnisse bekannt waren. Die komplizierten seismisch-geologischen Bedingungen dieses Gebietes (Ischimbaier Gebiet) und die ungenügende Anzahl an Beobachtungsergebnissen gestatteten bisher noch keinen Vergleich der seismischen Meßergebnisse mit den geologischen. Es sei hier bemerkt, daß die Methode der reflektierten Longitudinalwellen in diesem Gebiet bereits seit einer Reihe von Jahren auf ernste und manchmal geradezu unüberwindliche Schwierigkeiten stößt, die nach dem gegenwärtigen Entwicklungsstand dieser Methode kaum gelöst werden können.

Wir werden noch auf einige charakteristische Besonderheiten der mit Horizontalseismographen erhaltenen Seismogramme aufmerksam machen.

Die festgestellten Schwingungen (wahrscheinlich transversale oder reflektierte Wechselwellen) zeichnen sich stellenweise durch außerordentliche Klarheit und hohe Intensität aus, die in vielen Fällen höher ist als die Intensität der ersten Wellen (Abb. 269).

$$\Delta = 115m$$

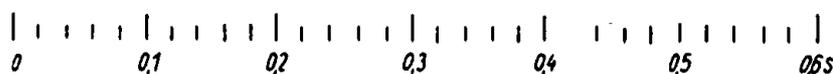


Abb. 269

Die Seismogramme haben zum großen Teil das Aussehen, als wären die Schwingungen mit einer Amplitudenregelung registriert, die die mittlere Intensität der Wellen über den ganzen Film hinweg ausgleicht.

Die Perioden der Schwingungen haben etwa die gleiche Größenordnung (oder sind nur wenig größer) wie die der longitudinalen reflektierten Wellen.

Über die möglichen Vorteile einer komplexen Erkundung mit Hilfe longitudinaler und transversaler reflektierter Wellen

Gegenwärtig ist es noch zu früh, um behaupten zu können, daß weitere Erkundungen auf diesem von uns berührten Gebiet zur Entwicklung einer neuen seismischen Erkundungsmethode führen, bei der neben den longitudinalen reflektierten Wellen auch die Transversal- und Wechselwellen registriert werden. Es ist auch schwierig, jetzt schon irgendwelche genaueren Angaben über ihre möglichen Vorteile oder Unzulänglichkeiten zu machen. Wir begnügen uns deshalb hier mit Hinweisen auf einige möglichen Besonderheiten einer derartigen Modifikation der reflexionsseismischen Erkundung.

1. Bei der gewöhnlichen Schußmethode kann das Auftreten von Transversalwellen in geringen Abständen vom Schußpunkt als Hinweis auf die Existenz geneigter Grenzflächen aufgefaßt werden. Steht z. B. vor der seismischen Erkundung die Aufgabe, geneigte Grenzflächen zwischen horizontalliegenden zu bestimmen (wie z. B. im Ischimbaier Gebiet), so kann die Registrierung von Transversalwellen einfacher interpretierbares Material liefern als die Registrierung longitudinaler reflektierter Wellen. Transversale reflektierte Wellen werden in erster Linie an geneigten Grenzflächen beobachtet werden, während longitudinale Reflexionen in gleichem Maße an geneigten und horizontalen Grenzflächen auftreten.

2. Die Reflexionseigenschaften einer Grenzfläche werden (bei vorgegebenem Einfallswinkel der Welle) nicht nur durch Dichte und Ausbreitungsgeschwindigkeit der Longitudinal- und Transversalwellen zu beiden Seiten der Grenzfläche bestimmt, sondern auch durch solche Faktoren wie „Glätte“ der Reflexionsfläche u. a. Wenn sich erweist, daß der Einfluß dieser Faktoren auf die Intensität der longitudinalen und transversalen reflektierten Wellen für verschiedene Horizonte unterschiedlich ist und das Amplitudenverhältnis der Longitudinal- und Transversalwellen als individuelles Merkmal eines zu verfolgenden Horizontes dienen kann, so würde dieser Umstand bei der Korrelation von Reflexionen in jenen Fällen von Nutzen sein, in denen eine kontinuierliche Korrelation aus irgendwelchen Gründen unmöglich ist.

3. Die Beobachtungen im Ischimbaier Gebiet haben gezeigt, daß die ersten Wellen bei der Registrierung der horizontalen Bodenverschiebungskomponente in bedeutend geringerem Maße das Erkennen der späteren Wellen behindert, als das bei der Registrierung der vertikalen Komponenten der Bodenverschiebung der Fall ist. Man müßte deshalb annehmen, daß die reflexionsseismische Erkundung mit Transversalwellen bei der Erkundung oberflächennaher Objekte gute Resultate gibt. Diese Schlußfolgerung wird noch durch den Umstand bekräftigt, daß die Ausbreitungsgeschwindigkeit der Transversalwellen etwa 2mal niedriger als die der Longitudinalwellen ist.

4. Die Registrierung von reflektierten Longitudinal- und Transversalwellen (und eventuell noch Wechselwellen) müßte zu genaueren geologischen Erkundungsergebnissen führen.

Durch Änderung des Geschwindigkeitsverhältnisses der longitudinalen und transversalen Wellen beim Übergang von einer Schicht zur anderen ist es möglich, daß die Registrierung transversaler Wellen zur Ermittlung weiterer Reflexionsgrenzen führt.

Es gibt selbstverständlich noch eine Reihe sehr unklarer Punkte, z. B. die Frage nach dem Störwellenniveau bei der Registrierung von Reflexionen, die Frage nach der Phasenkorrelation u. a. Diese Fragen werden jedoch in der hier vorliegenden Arbeit nicht behandelt.

Wir wollen zum Schluß jedoch noch auf einige Schwierigkeiten hinweisen, auf die man bei der Erarbeitung der von uns vorgeschlagenen neuen Modifikation der seismischen Erkundung stoßen kann.

1. Die Ausführung gerichteter Sprengungen ist höchstwahrscheinlich weit schwieriger als die gewöhnlich verwendeten Methoden zur Anregung elastischer Wellen.

2. Weiterhin werden Schwierigkeiten bei der Bestimmung der mittleren Geschwindigkeiten der Transversalwellen gesehen. Die mittleren Geschwindigkeiten der Transversalwellen können nach den Laufzeitkurven auf die gleiche Art bestimmt werden, wie das bei der Registrierung longitudinaler Wellen möglich ist. Die unmittelbare Messung der mittleren Geschwindigkeiten mit Hilfe von Bohrlochseismographen ist jedoch mit Schwierigkeiten verbunden, da die Transversalwellen nicht als erste Einsätze ankommen.

Hier muß einerseits zu horizontalen Bohrlochseismographen und andererseits zu einer besonderen Methodik in der Bearbeitung der Beobachtungsergebnisse übergegangen werden, die auf der Phasenkorrelation der Transversalwellen beruht.

3. Transversale reflektierte Wellen können nicht unter beliebigen geologischen Bedingungen erhalten werden. Es ist zu erwarten, daß in Gebieten mit einer mächtigen Lockerschicht die Transversalwellen nur äußerst schwach in Erscheinung treten. In dieser Beziehung waren die Bedingungen im Ischimbaier Gebiet günstig. Aus anderen Gebieten liegen noch keine Erfahrungen über die Aussonderung von transversalen Wellen vor.¹⁾

§ 109. Methodische Aufgaben der Tiefenseismik und Wege zu ihrer Lösung²⁾

Mit Hilfe der reflexionsseismischen Erkundung werden gewöhnlich Aufgaben mit strukturellem Charakter (Bestimmung der Form reflektierender Grenzflächen) gelöst. Die seismische Sondierung zur Messung der Ausbreitungsgeschwindigkeiten der elastischen Wellen als Funktion der Tiefe hat dabei nur eine zweitrangige Bedeutung.

¹⁾ Gegenwärtig laufen Entwicklungsarbeiten zur Schaffung einer seismischen Erkundungsmethode, die auf der Registrierung von Transversal- und Wechselwellen begründet ist. Einige Ergebnisse sind in der Arbeit [12] enthalten. (Anm. d. Red. d. russ. Ausg.)

²⁾ Geschrieben 1940 (siehe Bericht über die Arbeiten der Expedition zur Erkundung der osteuropäischen Tiefebene) — in diesem Buch zum ersten Male veröffentlicht. (Anm. d. Red. d. russ. Ausg.)

Bei der Behandlung tiefeisemischer Aufgaben war die Erhöhung der Empfindlichkeit der seismischen Apparatur eine der Hauptaufgaben.

Eine ungenügende Empfindlichkeit der Apparatur konnte durch eine Erhöhung der Ladung in den meisten Fällen nicht kompensiert werden. Der Wirkungsgrad einer Sprengung verringert sich mit erhöhter Ladung. Außerdem werden die Gesteine in Schußpunktnähe derartig starken Beanspruchungen unterzogen, daß sich bei einer Wiederholung des Schusses das Frequenzspektrum ändert. Das wiederum wirkt sich äußerst nachteilig bei der Korrelation der Reflexionen aus. Eine moderne Apparatur zur Registrierung von reflektierten Wellen hat gewöhnlich eine derartig hohe Empfindlichkeit, daß selbst bei Windstille und Fehlen anderer Störquellen auf den Seismogrammen ein gewisser Störpegel (mikroseismische Störungen) beobachtet werden kann (in einigen Fällen kann es sich auch um Störungen elektrischen Ursprungs handeln, z. B. atmosphärische Entladungen). Eine weitere Erhöhung der Empfindlichkeit führt zu einer Verstärkung des Störungsniveaus auf den Seismogrammen und ist deshalb praktisch nutzlos. Das Problem der Erhöhung der Empfindlichkeit ist also demzufolge ein Problem der Beseitigung von Störungen. Zwei Methoden erweisen sich beim Kampf gegen die Störwellen als besonders günstig. Bei der ersten Methode handelt es sich um die Frequenzfiltration. Unterscheidet sich das Frequenzspektrum $\Phi_0(\omega)$ der Störwellen vom Frequenzspektrum $\Phi_r(\omega)$ der reflektierten Wellen, so kann man für die seismische Apparatur eine Form der Frequenzcharakteristik wählen, daß das Verhältnis der Amplituden der reflektierten Wellen zu den Amplituden der Störwellen einen maximalen Wert erreicht. Hat die seismische Apparatur einen hohen Selektionsgrad, so ist die Frequenz, bei der das Verhältnis $\Phi_r(\omega)/\Phi_0(\omega)$ maximal ist, vom energetischen Standpunkt aus gesehen für die Selektion der Reflexionen am günstigsten. Tragen die Störungen unregelmäßigen Charakter und weist ihr Frequenzspektrum (im Arbeitsbereich) keine scharf ausgeprägten Maxima oder Minima auf, so ist die Verwendung einer selektiven seismischen Empfangsapparatur äußerst wünschenswert. Mit anderen Worten: Man muß in diesem Falle der Frequenzcharakteristik des ganzen Apparaturkomplexes eine Form geben, die der Resonanzkurve nahe ist. Dabei ist selbstverständlich trotzdem noch notwendig, daß die Eigenschwingungen aperiodischen Charakter tragen.

Bei der Registrierung tiefer Reflexionen muß das Maximum der Frequenzcharakteristik etwas in das Gebiet der tieferen Frequenzen verschoben werden. Es ist bekannt, daß die Dämpfung der Wellen selektiven Charakter trägt, wobei die hohen Frequenzkomponenten stärker gedämpft werden als die tieferen.

Die elastischen Wellen, die eine mächtige Sedimentationsdecke durchlaufen, verlieren deshalb einen großen Teil ihrer hochfrequenten Komponenten.

Die zweite Art des Kampfes gegen die Störungen besteht in der gruppierten Registrierung seismischer Schwingungen (Seismographenbündelung). Bei der Bündelung mehrerer Seismographen sind die Bedingungen für die Interferenz der mikroseismischen Schwingungen andere als für die von unten ankommenden reflektierten Wellen. Aus diesem Grunde existiert ein gewisser optimaler Abstand zwischen den Geophonen einer Gruppe, bei dem das relative Niveau der Störungen minimal ist.

Die Methoden der Frequenzfiltration und der Gruppierung wurden bisher in der seismischen Erkundungspraxis nicht zur Erhöhung der Empfindlichkeit, sondern zur besseren Selektion der Reflexionen verwendet.

Wir untersuchen jetzt, inwiefern beide Forderungen miteinander übereinstimmen, beziehungsweise sich widersprechen. Der Übergang zu tieferen Frequenzen verringert das Auflösungsvermögen der seismischen Apparatur. Schnell aufeinanderfolgende Reflexionen können also nicht mehr im entsprechenden Maße voneinander getrennt werden. Das geringere Auflösungsvermögen verringert die Anzahl der sonst korrelierbaren Reflexionsgrenzen. Bei seismischen Spezialuntersuchungen und besonders bei diskordanter Lage der Schichten kann der Übergang zu tieferen Frequenzen mit unerwünschten Folgen verbunden sein. Dieser Umstand muß bei der Bestimmung der optimalen Filtration berücksichtigt werden. Andererseits erleichtert eine Vergrößerung der Perioden die Korrelation der Reflexion. Es können also größere Abstände zwischen den Zentren der Gruppen zugelassen werden. Dieser Umstand hat wiederum große ökonomische und methodische Bedeutung. Bei einer Vergrößerung des Abstandes zwischen den Zentren der Gruppen vergrößert sich das Profilintervall, das durch jede Seismographenaufstellung vermessen wird. In diesem Falle verringert sich die Anzahl der Aufstellungen zur Ermittlung einer Laufzeitkurve bestimmter Länge. Je geringer die Anzahl der Aufstellungen ist, um so sicherer wird die Korrelation. Bei der Korrelation benachbarter Seismogramme entsteht jedes Mal ein gewisser Fehler, der bei der Korrelation auf ein und demselben Seismogramm von ein und demselben Schuß nicht vorhanden ist. Wichtig ist auch noch der Umstand, daß sich die Anzahl der Schüsse aus ein und demselben Schußpunkt verringert, wodurch die Unveränderlichkeit der Anregungsbedingungen besser gewährleistet wird.

Schließlich muß aber auch festgestellt werden, daß bei einer Vergrößerung der Perioden der registrierten Schwingungen das Spektrum der Oberflächenwellen dem Spektrum der reflektierten Wellen näher kommt. Dieser Umstand erschwert wiederum die Beseitigung der Oberflächenwellen. In diesem Falle müssen entweder derartige Schußbedingungen geschaffen werden, bei denen die Intensität der Oberflächenwellen die zulässigen Grenzen nicht übersteigt, oder man arbeitet mit den Mitteln der Gruppierung.

Die Gruppierung hat also bei unvollkommenen Schußbedingungen zwei Funktionen zu erfüllen: Sie muß die bei dem Schuß entstehenden Oberflächenwellen dämpfen und die ständig vorhandenen mikroseismischen Störungen löschen. Nach den vorliegenden Erfahrungen bestehen die mikroseismischen Störungen in der Hauptsache ebenfalls aus Oberflächenwellen. Würden die vorherrschenden Wellenlängen der Oberflächenwellen sowohl in größeren als auch in geringen Abständen von der Schußbohrung übereinstimmen, so würden beide Funktionen der Gruppierung nicht im Widerspruch miteinander stehen. In Wirklichkeit wird jedoch eine gewisse Zunahme der Oberflächenwellenlänge mit wachsendem Abstand vom Erregungszentrum festgestellt. Bei einer großen Anzahl von Geophonen innerhalb einer Gruppe hat jedoch selbst eine erhebliche Änderung der Oberflächenwellenlängen keine bemerkbare Qualitätseinbuße des Gruppierungseffektes zur Folge.

Wir gehen jetzt zum Problem der Erhöhung der Genauigkeit bei der Bestimmung der Ausbreitungsgeschwindigkeiten elastischer Wellen über. Die Hauptbedeutung für die Befriedigung dieser Forderung liegt in der Vergrößerung der Laufzeitkurvenlänge. Die Reflexionen müssen also in größeren Abständen vom Schußpunkt registriert werden, als das sonst üblich ist. Die Korrelation darf dabei jedoch über den ganzen Profilschnitt hinweg nicht gestört werden. Die größtmögliche Profillänge¹⁾ befindet sich mit der Tiefe des Reflexionselementes in einem bekannten Verhältnis. Einer größeren Grenzflächentiefe entspricht eine größere zulässige Profillänge (d. h. eine Länge, bei der die Klarheit der Reflexionen noch gewährleistet ist). Diese Abhängigkeit kann für Grenzflächen, an denen ein erheblicher Geschwindigkeitssprung mit zunehmender Tiefe zu verzeichnen ist, theoretisch begründet werden. In diesem Falle bildet sich beim Einfallen der Welle unter dem Grenzwinkel eine Refraktionswelle. Das kann zum Verschwinden der Reflexion und zur Störung der Korrelation führen. In einem homogenen Medium ist der Abstand Schußpunkt—Geophon, der einer unter dem Grenzwinkel der Totalreflexion einfallenden Welle entspricht, der Tiefe der Reflexionsfläche proportional.

Die Lösung von Strukturaufgaben, mit denen sich gewöhnlich die Reflexionsseismik beschäftigt, verlangt die lückenlose Verfolgung aller reflektierenden Grenzen innerhalb eines gegebenen Tiefenintervalls. Hierbei wird größte Aufmerksamkeit auf eine lückenlose Korrelation gelegt. In diesem Falle wird die größtmögliche Profillänge durch jenen Abstand bestimmt, in dem die oberen Reflexionen zu verschwinden beginnen. Besteht die Aufgabe in der Bestimmung des Gesetzes, nach dem sich die Geschwindigkeiten mit zunehmender Tiefe ändern (d. h. bei einer seismischen Geschwindigkeitsmessung), so werden die Forderungen gerade entgegengesetzt lauten. Die Länge des Profils muß durch jenen Abstand bestimmt werden, bei dem die tiefsten der zu verfolgenden Horizonte verschwinden. Die Laufzeitkurvenlänge der tiefsten Reflexionen muß dabei noch ausreichend für eine sichere Bestimmung der mittleren Geschwindigkeiten sein. Diese Länge bestimmt den äußersten Abstand zwischen Schußpunkt und Seismographen.

§ 110. Die Gruppierung als Mittel gegen seismische Störungen²⁾

Die Methode der Seismographenbündelung besteht, wie bekannt ist, darin, daß man die einzelnen Seismographen durch Seismographengruppen ersetzt. Jedes Galvanometer registriert alle Signale einer Gruppe. Die Seismographen einer Gruppe werden i. allg. längs des Profils in geringen Abständen voneinander aufgestellt.

Der Sinn der Gruppierung besteht in folgendem:

1. Die Gruppierung gibt der seismischen Empfangsapparatur eine gerichtete Empfindlichkeit, wodurch Störungen durch eine Reihe von anderen Wellen, in der Hauptsache Oberflächenwellen, reduziert werden.

¹⁾ Wird besser als Aufstellungsweite bezeichnet. (Anm. d. Red. d. russ. Ausg.)

²⁾ Geschrieben 1940 — in diesem Buch zum ersten Mal veröffentlicht.

2. Die Gruppierung hat eine ausgleichende Wirkung bei der Registrierung von Reflexionen. Unterschiede in den Aufstellungsbedingungen werden weitgehend ausgeglichen. Der verzerrende Einfluß von Inhomogenitäten in den oberflächennahen Schichten in unmittelbarer Nähe der Seismographen wird verringert u. a.

3. Die Gruppierung gibt schließlich die Möglichkeit, den Einfluß der mikro-seismischen Störungen zu schwächen, was wiederum zu einer Erhöhung der Nutzempfindlichkeit führt. Der letzte Punkt hat für die Aufgaben der tiefenseismischen Erkundung besondere Bedeutung.

Die Theorie der Gruppierung als Mittel gegen (mikroseismische) Störungen hat in folgenden beiden Ausnahmefällen besonders einfache Gestalt: a) wenn der Abstand zwischen den Seismographen einer Gruppe so groß ist, daß die mikro-seismischen Störungen von den einzelnen Geräten als zufällige, voneinander unabhängige Schwingungen aufgenommen werden, b) wenn der Abstand zwischen den Seismographen einer Gruppe so gering ist, daß die ganze Seismographengruppe unter der Wirkung eines Komplexes ebener sinusförmiger Wellen angenommen werden kann.

Im ersten Falle kommen wir zu den bekannten Schlußfolgerungen aus der Gruppierungstheorie. Bei n Seismographen innerhalb einer Gruppe werden gleichphasige Schwingungen auf das n -fache verstärkt. Gleichzeitig damit ist jedoch für zufällige und unregelmäßige Schwingungen die Verstärkung nur \sqrt{n} -fach.

In diesem Falle kann also durch Anwendung der Gruppierungsmethode eine Erhöhung der Nutzempfindlichkeit um das \sqrt{n} -fache erreicht werden. Es ist jedoch dabei zu berücksichtigen, daß bei großen Seismographenabständen innerhalb einer Gruppe ein Teil der weniger tiefen Reflexionen verlorengehen kann. Es handelt sich dabei um Wellen, deren Scheingeschwindigkeit gering ist (positiv oder negativ). Das ist jedoch unerwünscht, da die Selektion von Reflexionen stark geneigter Grenzflächen von großer Wichtigkeit ist. Von großem Interesse ist auch die Registrierung gebrochener und reflektierter Wellen in großem Abstand vom Schußpunkt, wo man von vornherein nur Wellen mit geringen Scheingeschwindigkeiten erwarten kann.

Wir untersuchen jetzt den zweiten Fall, in dem der Abstand zwischen den Seismographen einer Gruppe gering ist. Dieser Fall ist von außerordentlich großem Interesse.

Bei der Entwicklung der Theorie für die Gruppierungsmethode muß natürlich in erster Linie die Frage nach der Entstehung der mikro-seismischen Störungen behandelt werden. Für das uns interessierende Frequenzgebiet (20—50 Hz) ist es ganz natürlich, die mikro-seismischen Störungen mit den örtlichen Erregungsquellen in Verbindung zu bringen, d. h. vorwiegend mit den Einwirkungen des Windes zu erklären (wenn die durch Verkehr und Industrie verursachten Störungen hier außer Betracht gelassen werden). Befindet sich das Anregungszentrum an der Erdoberfläche, so tritt der größte Teil der Störenergie in Form von Oberflächenwellen auf. Besitzen die Oberflächenwellen nur eine Ausbreitungsrichtung, so trägt die Aufgabe der Reduzierung derartiger Störwellen elementaren Charakter. Alle Schlußfolgerungen aus der allgemeinbekannten Gruppierungstheorie können ohne irgendwelche Veränderungen auf diesen Fall ausgedehnt werden. Wir betrachten jetzt den Fall, in dem die Oberflächenwellen von allen Seiten mit etwa gleicher Intensität einlaufen.

Die Gesamtheit der ebenen Oberflächenwellen, die sich mit gleichbleibender Geschwindigkeit V längs der Erdoberfläche in den verschiedenen Richtungen i mit der gleichen Frequenz ω ausbreitet, kann durch die Formel

$$w(x, y, t) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} w_0(i, t) \sin\left(\omega\left(t - \frac{x \sin i + y \cos i}{V}\right) + \varphi(i, t)\right) di \quad (110.1)$$

dargestellt werden. Hier bedeuten $w(x, y, t)$ die resultierende Schwingung (vertikale Komponente), $w_0(i, t) di$ die Amplitude der Vertikalkomponente einer elementaren ebenen Welle, deren Front mit der Achse x den Winkel i bildet; $\varphi(i, t)$ ist die Phasenverschiebung.

Es werde angenommen, daß die Seismographen einer Gruppe längs der x -Achse aufgestellt sind. Wir untersuchen jetzt die Vertikalverschiebung der längs der x -Achse liegenden Punkte eines elastischen Mediums im Zeitmoment $t = t_1$:

$$w(x) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} w_0(i) \sin\left(-\frac{\omega x \sin i}{V} + \varphi_1(i)\right) di \quad (110.2)$$

mit

$$\varphi_1(i) = \omega t_1 + \varphi(i, t_1).$$

Die Formel (110.2) kann auf folgende Art geschrieben werden:

$$w(x) = -\frac{1}{2\pi} \int_0^{\pi} w_0(i) \sin\left(\frac{2\pi x}{\lambda^*(i)} - \varphi_1(i)\right) di + \frac{1}{2\pi} \int_{\pi}^{2\pi} w_0'(i) \sin\left(\frac{2\pi x}{\lambda^{*'}(i)} + \varphi_1'(i)\right) di. \quad (110.3)$$

Hier ist der Begriff der scheinbaren Wellenlänge eingeführt:

$$\left. \begin{aligned} \lambda^* &= \frac{1}{\sin i} & (0 \leq i \leq \pi), \\ \lambda^{*'} &= -\frac{1}{\sin i} & (\pi \leq i \leq 2\pi). \end{aligned} \right\} \quad (110.4)$$

Die Formel (110.3) ist auch dann noch gerechtfertigt, wenn die Geschwindigkeiten V und die Frequenzen ω der Elementarwellen nicht gleich sind, ihr Verhältnis (oder ihre wahre Wellenlänge) aber konstant ist.

Formel (110.3) zeigt, daß die Verschiebung der auf der x -Achse liegenden Punkte als Ergebnis der Überlagerung von Wellen angesehen werden kann, die sich längs der x -Achse in positiver oder negativer Richtung ausbreiten. Die Länge dieser Wellen wird durch die Formeln (110.4) zum Ausdruck gebracht. Es zeigt sich, daß die schein-

baren Wellenlängen λ^* und λ'^* nicht kleiner als die tatsächliche Wellenlänge sein können. Bei gleichmäßiger Verteilung der Schwingungsintensität auf alle Richtungen i in den Grenzen von 0 bis π ($\omega_0 = \text{const}$) und von π bis 2π ($\omega_0' = \text{const}$) beträgt im Wellenspektrum der Anteil der Wellen mit einer Länge von λ bis 2λ gleich 66 %, der mit einer Wellenlänge von 2λ bis 3λ gleich 12 % und größer als 3λ gleich 22 %.¹⁾

Im Wellenspektrum werden deshalb Wellen, deren Wellenlänge zwischen λ und 2λ variiert, merkbar vorherrschen. Der besondere und ausgesprochen ungünstige Fall, bei dem die mikroseismischen Störungen vorwiegend in der zum Profil vertikalen Richtung angreifen, sei hier ausgeschlossen.

Da die Aufgabe auf eine lineare zurückgeführt ist, kann man nun die bereits bekannten Ergebnisse der Gruppierungstheorie benutzen.

Die Empfindlichkeit einer aus n Seismographen bestehenden Gruppe für Wellen der Länge λ , die sich in x -Richtung (Achse der Seismographenaufstellung) ausbreiten, wird durch die Formel

$$V_n = \frac{\sin n\pi \frac{\Delta x}{\lambda}}{\sin \pi \frac{\Delta x}{\lambda}} \quad (110.5) \quad \text{Abb. 270} \quad \frac{-}{2}$$

(mit Δx als Abstand zwischen den benachbarten Seismographen einer Gruppe) zum Ausdruck gebracht.

Die Kurve der Funktion (110.5) besitzt im Intervall von $\lambda = \Delta x$ bis $\lambda = \infty$ n Maxima. Alle Maxima der Kurve (110.5) liegen auf einer Linie entsprechend der Gleichung

$$V_{\max} = \frac{n}{\sqrt{\cos^2 \frac{\pi \Delta x}{\lambda} + n^2 \sin^2 \frac{\pi \Delta x}{\lambda}}} \quad (110.6)$$

In der Abb. 270 ist die Kurve (110.6) für $n = 6$ dargestellt.

Wie man aus der Abb. 270 entnimmt, kann man einen derartigen Abstand zwischen den Seismographen einer Gruppe wählen, bei dem sich eine Änderung der Wellenlänge um das 2- bis 3fache nicht wesentlich auf die Empfindlichkeit der Gruppe auswirkt. Der „Arbeitspunkt“ der Charakteristik (110.6) bleibt im Bereich der geringen Empfindlichkeit. Berücksichtigen wir die vorher gemachte Feststellung über das Vorherrschen der Wellenlängen zwischen λ und 3λ , so kommen wir zu der Schlußfolgerung, daß man mit Hilfe der Gruppierung das Niveau der Störwellen erheblich senken kann. In einigen, jedoch überaus seltenen Momenten ist es möglich, daß die Wellen zum großen Teil in der y -Richtung oder annähernd in dieser Richtung

¹⁾ Die hier angegebene Zusammensetzung des Wellenspektrums gilt auch dann, wenn die Intensität der ankommenden Wellen gleichmäßig auf die Winkel von i_0 bis $i_0 + \pi$ verteilt ist, unabhängig vom Wert des Winkels i_0 .

angreifen, was in (110.3) einem Übergewicht von Wellen überaus großer Länge entspricht. In diesem Falle wird der Gruppierungseffekt nicht in Erscheinung treten. Eine Erhöhung des relativen Störungsniveaus im Vergleich zu einem einzelnen Seismographen ist jedoch gleichfalls nicht zu erwarten.

Abb. 270 zeigt, daß mit zunehmendem Δx erst eine Verschlechterung des Gruppierungseffektes und später schließlich wieder eine Verbesserung eintritt usw.

Die Gruppierungsergebnisse können für den Sonderfall, bei dem

$$\text{und } \left. \begin{array}{l} w_0(i) = \text{const} \\ \varphi(i) = \text{const} \end{array} \right\} \quad (110.7)$$

gilt, sehr einfach berechnet werden.

Unter diesen Bedingungen führt die Aufgabe zur Lösung des Integrals

$$w = \frac{1}{2\pi} w_0 \int_0^{2\pi} \frac{\sin(n\alpha \sin i)}{\sin(\alpha \sin i)} di \quad (110.8)$$

mit

$$\alpha = \frac{\omega \Delta x}{2V} = \pi \frac{\Delta x}{\lambda}.$$

Das Integral (110.8) wird verständlich, wenn man sich an den Ausdruck (110.5) der Richtungscharakteristik einer Gruppe von n Seismographen erinnert.

Bei geradem n wird der Ausdruck (110.8) zu

$$w_n = 2 w_0 \sum_{k=0}^{\frac{n-2}{2}} \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} \cos((n-2k-1)\alpha \sin i) di, \quad (110.9)$$

bei ungeradem n zu

$$w_n = w_0 \left\{ 1 + 2 \sum_{k=0}^{\frac{n-3}{2}} \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} \cos((n-2k-1)\alpha \sin i) di \right\}. \quad (110.10)$$

Die unter den Summenzeichen in den Formeln (110.9) und (110.10) stehenden Glieder sind die Integraldarstellungen der Besselschen Funktionen erster Art nullter Ordnung der Argumente $(n-1)\alpha$, $(n-3)\alpha$ usw.

Für gerade n gilt deshalb

$$w_n = 2 w_0 \sum_{k=0}^{\frac{n-2}{2}} I_0((n-2k-1)\alpha), \quad (110.11)$$

für ungerade n

$$w_n = w_0 \left\{ 1 + 2 \sum_{k=0}^{n-3} I_0((n-2k-1)\alpha) \right\}. \quad (110.12)$$

Zur Einschätzung des Gruppeneffektes betrachten wir ein einzelnes Geophon, das sich im Zentrum der Gruppe befindet und die n -fache Empfindlichkeit hat:

$$w_1 = \frac{n}{2\pi} \int_0^{2\pi} w_0 di = n w_0. \quad (110.13)$$

In Abb. 271 ist das Verhältnis ω_n/ω_1 für $n = 2$ und $n = 6$ als Funktion von $\omega \Delta x/2V$ dargestellt. Die Kurven zeigen sehr anschaulich, daß in diesem Falle eine erhebliche relative Minderung der mikroseismischen Störungen erreicht werden kann. Man kann hierbei einen Abstand Δx finden, bei dem das Niveau der Störwellen Null wird. Die Kurve ω_6/ω_1 unterscheidet sich von der ω_2/ω_1 -Kurve dadurch, daß das Gebiet des geringen Störpegels im ersten Falle ($n = 6$) bedeutend breiter als im zweiten ist. Dieser Umstand macht die Verwendung einer größeren Anzahl von Seismographen innerhalb einer Gruppe wünschenswert.

Bei $n = 6$ können erhebliche Änderungen in den Längen der angreifenden Wellen eintreten, ohne daß eine wesentliche Qualitätsminderung im Gruppierungseffekt eintritt.

Abb. 271

In diesem Paragraphen wurde die Frage über die Gruppierung von Seismographen zur Unterdrückung mikroseismischer Störungen in Form von ebenen, sich in verschiedenen Richtungen mit gleicher Geschwindigkeit ausbreitenden Wellen konstanter Frequenz behandelt. Es wurde gezeigt, daß bei der Gruppierung eine bedeutende Minderung des mikroseismischen Störwellenniveaus erreicht werden kann. Der Gruppierungseffekt wächst mit zunehmender Anzahl n von Geräten pro Gruppe. Bei $n = 6$ erfolgt in einem größeren Intervall eine stärkere Unterdrückung der mikroseismischen Störwellen als bei $n = 2$.

Bei der Untersuchung wurde angenommen, daß die mikroseismischen Störungen in der Hauptsache in Form von Oberflächenwellen auftreten. Liegen die Ursachen der mikroseismischen Wellen in der Tiefe, so müssen unsere Schlußfolgerungen grundsätzlich geändert werden. Die Fronten der an den Seismographen angreifenden Wellen haben in diesem Falle, bedingt durch den Einfluß der Langsamschicht, vorwiegend horizontale Lage. In diesem Falle kann offensichtlich nicht erwartet werden, daß durch die Gruppierungsmethode der Störpegel reduziert werden kann.¹⁾

¹⁾ Weitere Fragen der Gruppierung sind in einer Reihe von Arbeiten erläutert [14], [15], [63] u. a.

§ 111. Zur Untersuchung der Gründe für das Auftreten der seismischen Störwellen auf dem Meer und Mittel zu ihrer Bekämpfung ¹⁾

Die verschiedenen Hypothesen über die Entstehung der Störwellen ²⁾

Die Hypothese über die Mehrfachreflexionen zwischen Meeresoberfläche und Grund

Das Wesen dieser Hypothese besteht darin, daß nach dem Schuß außer den direkten und den aus der Tiefe kommenden Wellen auch noch mehrfach zwischen der Meeresoberfläche und dem Grund reflektierte Wellen an den Seismographen angreifen, deren Anzahl mit zunehmender Registrierdauer anwächst. Diese Annahme steht mit der Hypothese über die Eigenschwingungen einer Wasserschicht im Einklang, da der Mechanismus der Eigenschwingungen auf die Erscheinungen der Mehrfachreflexion zurückgeführt werden kann. Die energetischen Berechnungen sprechen jedoch nicht zugunsten dieser Theorie.

Wir untersuchen jetzt den Fall, in dem beide Reflexionsflächen sowie die Fronten der Reflexionswellen eben und einander parallel sind. Als Grundlage für die Berechnungen dient der bekannte Ausdruck für den Reflexionskoeffizienten

$$q = \frac{\rho_1 a_1 - \rho_2 a_2}{\rho_1 a_1 + \rho_2 a_2} \quad (111.1)$$

mit ρa als Schallhärte des Mediums (ρ Dichte, a Ausbreitungsgeschwindigkeit der Longitudinalwellen).

Da bei Mehrfachreflexionen die größten Intensitätsverluste bei der Reflexion am Meeresgrund eintreten, kann die entsprechende Intensitätseinbuße bei der Reflexion an der Grenzfläche Wasser—Luft vernachlässigt werden. Für die Meeresoberfläche wird der Reflexionskoeffizient deshalb gleich eins gesetzt. Der dadurch entstehende Fehler ist nur sehr gering, da der tatsächliche Wert des Reflexionskoeffizienten an der Wasseroberfläche etwa 0,9994 beträgt. Außerdem sei gesagt, daß ein Fehler dieser Art zu etwas größeren Werten für die Intensität der Störwellen führt. Wie wir jedoch feststellen werden, sind diese erhöhten Werte immer noch um ein vielfaches geringer als die tatsächlich beobachteten.

Wenn wir mit H die Tiefe des Meeres und mit a die Ausbreitungsgeschwindigkeit der Longitudinalwellen im Wasser bezeichnen, erhalten wir für eine Welle, die n -fach am Meeresgrund reflektiert wurde, als Laufzeit den Ausdruck

$$t_n = \frac{2nH}{a_1} \quad (111.2)$$

¹⁾ Diese Arbeit wurde im Jahre 1944 geschrieben. In dieser Zeit waren bei Beobachtungen auf dem Meere die Störwellen eine der Hauptschwierigkeiten für die reflexionsseismische Erkundung [63]. Heute hat man einige methodische Mittel gefunden, die es gestatten, Störwellen auf den Seismogrammen zu dämpfen. Die in der Arbeit von G. A. GAMBURZEW behandelten Fragen über die physikalische Natur der Störwellen, über die möglichen Wege einer experimentellen Untersuchung dieser Erscheinungen und über die Methoden zur Unterdrückung der Schwingungen, sind jedoch auch in unserer Zeit noch aktuell. Die Arbeit wird in diesem Buch erstmalig veröffentlicht.

²⁾ Oft als „Reverberationen“ oder „singing“ bezeichnet. (Anm. d. Red. d. dt. Ausg.)

Diese Welle ist im Vergleich zu ihrer Anfangsintensität (vor ihrer ersten Reflexion) um das q^n -fache geschwächt.

Die Intensität einer mehrfach reflektierten Welle als Funktion der Zeit kann deshalb durch folgende Formel ausgedrückt werden:

$$I = I_0 q^{\frac{a_1 t}{2H}} \quad (111.3)$$

bzw.

$$I = I_0 \cdot 10^{\frac{a_1 t}{2H} \lg q} \quad (111.4)$$

Der wahrscheinlichste Wert für den Reflexionskoeffizienten des Meeresbodens liegt in den Grenzen zwischen 0,5 und 0,7.

Wir wählen einen größeren Wert

$$q = 0,8 \quad (\lg q = -0,097).$$

Außerdem werde angenommen, daß $a_1 = 1500$ m/s sei. Der Ausdruck (111.4) erhält dann die Form

$$I = I_0 \cdot 10^{-\frac{73}{H} t}.$$

Die Zeit t muß hier in Sekunden, die Meerestiefe H in Metern eingesetzt werden. Bei einer Tiefe von $H = 7,3$ m erhält man z. B.

$$I = I_0 \cdot 10^{-10t}.$$

Auf diese Weise muß bei einer derartigen Meerestiefe (7,3 m) in einer Sekunde die Störschwingung um das 10^{10} -fache fallen. Berücksichtigt man noch einige weitere Verlustgründe, so muß die Intensitätsschwächung der Störwellen noch stärker sein. In Wirklichkeit kann man jedoch nach einer Sekunde auf den Seismogrammen noch kaum eine Schwächung der Störwellen feststellen. Wir stellen also eine außerordentlich starke quantitative Diskrepanz zwischen der vorgegebenen Hypothese und dem tatsächlichen Effekt fest.

Die durchgeführten Berechnungen kommen den tatsächlichen Verhältnissen besonders nahe, wenn die seismischen Beobachtungen in geringen Abständen vom Schußpunkt geführt werden. Bei einer Vergrößerung des Abstandes zum Seismographen können Wellen auftreten, die am Meeresgrund unter einem Winkel reflektiert wurden, der größer als der Grenzwinkel ist. Die Durchführung von Berechnungen für einen derartigen Fall ist mit Schwierigkeiten verbunden. Man kann jedoch durchaus erwarten, daß auch hier die Resultate nicht mit den experimentellen Ergebnissen übereinstimmen würden. Wenn sich erweist, daß die Intensität der Störwellen in großen Abständen vom Schußpunkt durch die Effekte der Mehrfachreflexionen erklärt werden kann, so muß eine deutliche Abhängigkeit der Störungsintensität vom Abstand zwischen Schuß- und Empfangspunkt beobachtet werden können. Eine derartige Abhängigkeit läßt sich in der Praxis jedoch nicht nachweisen.

Wir haben deshalb allen Grund, die Hypothese über die Mehrfachreflexionen und damit über die Eigenschwingungen der Wasserschicht fallenzulassen.

Die Hypothese über den Tiefenursprung der Störwellen

Es kann die Annahme ausgesprochen werden, daß die als Störwellen bezeichneten Schwingungen in der Wasserschicht in Wirklichkeit Tiefenreflexionen von unregelmäßig gelagerten Reflexionselementen sind. In diesem Falle wäre die Störungszone im Meer bis zu einem gewissen Grade als Analogon zu einigen Gebieten der blinden Zone im östlichen Apscheron zu betrachten. Jedoch ist auch diese Hypothese überaus unwahrscheinlich. Davon überzeugen uns Versuche aus dem Jahre 1943, bei denen die seismischen Schwingungen in sehr großen Abständen vom Schußpunkt registriert wurden. Die Störwellen setzen auf den dabei erhaltenen Seismogrammen im Moment des Eintreffens der direkten Welle ein. Vorher haben die Seismogramme ein normales Aussehen und sind frei von jeder Störung. Hier sind jedoch noch einige Unsicherheiten vorhanden, die sich dadurch bedingen, daß im ersten Teil des Seismogrammes vor dem Eintreffen der direkten Welle keine reflektierten, sondern gebrochene Wellen vorhanden sind. Diese können sich jedoch durch andere Besonderheiten auszeichnen als die reflektierten Wellen.

Die absolute Behauptung, daß in der geologischen Schichtenfolge keine Grenzflächen vorhanden sind, die als Ursache für Reflexionen des Störtyps in Frage kommen, kann deshalb noch nicht aufgestellt werden. Das Einsetzen der Störwellen im Moment der Ankunft der direkten Welle kann jedoch andererseits auch nicht als zufällig abgetan werden. Es existieren außerdem noch andere Argumente, die gegen eine Hypothese des Tiefenursprunges der Störwellen sprechen. Zu ihnen müssen folgende Umstände gezählt werden.

1. Das Gesetz der Intensitätsverminderung der Tiefenwellen als Funktion der Zeit ist ein grundsätzlich anderes als das der Störwellen. Die in der Störzone erhaltenen Seismogramme sind in der Mehrzahl der Fälle dadurch charakterisiert, daß bei verhältnismäßig geringen Zeiten die Reflexionen vollkommen frei von Störwellen sind. Mit zunehmender Zeitdauer setzt die Störung ein und verdeckt schließlich die Reflexionen vollkommen. Hieraus kann man schließen, daß die Intensitätsänderung der Störwellen zeitlich bedeutend langsamer erfolgt als die der reflektierten Wellen.

Zwischen der spektralen Zusammensetzung der Störwellen und der reflektierten Wellen sind in der Regel große Unterschiede vorhanden. Die Störwelle unterscheidet sich von den reflektierten Wellen in der Mehrzahl der Fälle durch ihre höhere Frequenz. Dieser Umstand spricht ebenfalls zuungunsten der Hypothese über den Tiefenursprung der Störwellen.

Zusammenfassend kann festgestellt werden, daß eine derartige Hypothese unwahrscheinlich ist.

Die Hypothese über die Streuung der seismischen Wellen innerhalb der Wasserschicht und an ihren Grenzen

Hier soll die Rede über die diffuse (und in einigen Fällen auch über die tatsächliche) Reflexion und Diffraktion von Wellen an Inhomogenitäten im Wasser und an seinen Grenzen sein. Hierzu können Schichten und Strömungen mit verschiedenen Salz-

gehalt- und Temperaturunterschieden sowie Gasbläschen gezählt werden. Die während des Wellenganges erfolgende Vermischung der grundnahen Wasserschichten hohen Salzgehaltes mit dem Oberflächenwasser kann zur Entstehung derartiger zeitlich instabiler Inhomogenitäten im Raum führen. Nach den Angaben von WOOD [64] führt eine Temperaturerhöhung um ein Grad zu einer Geschwindigkeitszunahme des Schalls um 3,58 m/s. Eine Erhöhung des Salzgehaltes um 1 % verursacht eine Vergrößerung der Schallgeschwindigkeit um 1,0 bis 1,3 m/s. Ohne Durchführung spezieller hydrologischer Arbeiten lassen sich nur schwer Angaben darüber machen, welche engbegrenzten lokalen Temperatur- und Salzgehaltsänderungen unter den Bedingungen des Kaspischen Meeres zu erwarten sind. Es muß jedoch in Betracht gezogen werden, daß überaus schwach streuende, auf ein größeres Gebiet verteilte Elemente durchaus als Ursache für eine intensive Störung in Betracht kommen.

Eine gleiche Rolle können auch das unebene Relief des Meeresbodens, einzelne Erhebungen und schließlich die bewegte Meeresoberfläche selbst spielen. Was den letzten Faktor betrifft, so muß gesagt werden, daß er allein ohne die Mitwirkung anderer Faktoren kaum in der Lage ist, Störwellen zu verursachen. Das folgt aus experimentellen Ergebnissen und auch aus der Tatsache, daß die Störung nicht überall beobachtet werden kann.

Mit dieser Hypothese kann die überaus langsame Dämpfung der Störung erklärt werden. Wenn wir uns auf die Streuung erster Ordnung beschränken, so muß die zeitliche Intensitätsminderung in erster Näherung gleichartig mit der bei zunehmender Laufzeit erfolgenden Intensitätsschwächung der im Wasser laufenden Schallwelle sein.

Es ist bekannt, daß der Schall Entfernungen von einigen Kilometern und selbst Dutzende von Kilometern im Wasser ohne wesentliche Schwächung zurücklegen kann. Einer Weglänge von 15 km entspricht eine Laufzeit der Größenordnung von 10 s. Hieraus folgt die Möglichkeit einer Beobachtung der Störwellen während einer Zeitdauer von 10 s und mehr, was auch den tatsächlichen Verhältnissen entspricht.

Mit dieser Hypothese läßt sich auch die höhere Frequenz der Störwellen im Vergleich zu den seismischen Tiefenwellen in Einklang bringen. Nebenbei gesagt ist diese Tatsache natürlich auch im Falle der Richtigkeit der hypothetischen Erklärung durch Mehrfachreflexionen erklärbar.

Eine gute Bestätigung der dritten Hypothese wäre gegeben, wenn sich bei Nachschüssen eine Formveränderung im Schwingungsbild des Seismogrammes ergäbe. Dieser Fall wäre dann zu erwarten, wenn an der Entstehung der Störwellen zeitlich sich schnell verändernde Elemente beteiligt sind. Bei meeresseismischen Arbeiten wurden Hinweise auf Formveränderungen im Schwingungsbild der Seismogramme erhalten. Sie sind jedoch für jene Zonen charakteristisch, in denen keine Störung auftritt.

Diese dritte Hypothese über die Natur der Störwellen wird von uns als die einzig glaubwürdige angesehen.

Über das Programm der Experimente zur Klärung der Natur der Störwellen

Für die Untersuchung der Ursachen der Störwellen ist es erforderlich, sich vorher genauere Vorstellungen über die folgenden hauptsächlichsten Besonderheiten der Störung zu beschaffen:

1. das Gesetz über die zeitliche Intensitätsabnahme der Störwellen in der Zone intensiver Störungserscheinungen sowie im Grenzgebiet zur anschließenden Ruhezone,
2. die Stabilitätscharakteristik (Reproduzierbarkeit) der Störwellen,
3. das Verhältnis zwischen den Vertikal- und Horizontalkomponenten der Störwelle,
4. die Richtungscharakteristik der Störwellen in der Stör- und in der Grenzzone,
5. die Dämpfungskoeffizienten für Schallwellen verschiedener Frequenzen in der Störzone und außerhalb,
6. die Schallgeschwindigkeit in der Störungszone und außerhalb,
7. der Vergleich der spektralen Zusammensetzung der Energiequelle und der Störwellen,
8. die räumliche Ausbreitung der Störwellen und ihr Zusammenhang mit den hydrologischen Elementen.

Im Zusammenhang damit kann eine Serie von Experimenten vorgeschlagen werden, die in der Mehrzahl mit Hilfe einer seismischen Standardapparatur durchgeführt werden kann. Es ist selbstverständlich auch wünschenswert, eine spezielle hydroakustische Apparatur und Quellen zur Erzeugung ungedämpfter Wellen verschiedener Frequenz zu benutzen. Wie man dem vorhergehenden Paragraphen entnehmen kann, ist die Durchführung hydrologischer Messungen unbedingt erforderlich.

Außerdem ist die Entwicklung eines 3-Komponenten-Unterwasserseismographen bzw. eines Schwimmers, auf dem drei gewöhnliche Seismographen in entsprechender Lage montiert werden können, erforderlich.

Im weiteren Verlauf wird ein derartiges Versuchsprogramm beschrieben werden.

Die Untersuchung des Gesetzes der zeitlichen Intensitätsänderung der Störwellen

Versuche dieser Art werden im Zusammenhang mit anderen Arbeiten oder (in geringem Maße) in Form von Spezialmessungen durchgeführt. Sie müssen sowohl im Zentrum der Zone intensiver Störwellen als auch an der Peripherie dieser Zone durchgeführt werden. Dabei muß die Amplitude der Störwelle als Funktion der Zeit zwischen Registrationsbeginn und dem vollkommenen Abklingen der Störwellen (etwa bis zu 20 s) gemessen werden. Hierzu nimmt man eine geringere Anzahl von Seismographen, wobei jedoch jeder einzelne Seismograph auf mehrere Verstärker zu schalten ist. Die erste Verstärkergruppe registriert mit der geringsten Empfindlichkeit die Amplituden im ersten Teil des Seismogrammes. Die weiteren Gruppen registrieren mit einer stufenweise erhöhten Empfindlichkeit die folgenden Teile in der erforderlichen Qualität. Die Amplitudenregelung wird dabei abgeschaltet.

Besonders wichtig ist die Klärung der Frage, ob es Zonen gibt, in denen die Störwelle bei geringen Laufzeiten fehlt, dann einsetzt, mit zunehmender Intensität ein Maximum erreicht und sich dann schließlich wieder verringert.

Die Registrierung der Störwellen bei geringen Abständen zwischen den Seismographen

Man benutzt hierbei eine kreuz- oder winkelförmige Aufstellung der Seismographen. Der Abstand zwischen den benachbarten Seismographen wird zwischen 2 und 8 bis 12 m variiert (in drei Stufen). Die Sprengungen erfolgen in einem Abstand von 0,5 bis 5 km von den Geräten.

Der interessanteste Ort für derartige Experimente ist das zwischen einer Zone mit starken Störwellen und der Ruhezone liegende Grenzgebiet. Die Seismographen stellt man so auf, daß eine Linie parallel zur Grenze der Störzone und die andere senkrecht dazu verläuft. Die Schüsse erfolgen längs der Grenzlinie und auf einer zur Grenze senkrechten Geraden zu beiden Seiten der Aufstellung. Bei diesen Versuchen werden die Schwingungen ohne Mischung registriert. Bei einer weiteren Versuchsserie wird mit automatischer Amplitudenregelung gearbeitet. Die Registrierung wird bis zum vollkommenen Verlöschen der Störwellen geführt.

Bei diesen Experimenten muß — genauso wie bei anderen Arbeiten — streng auf deutliches Material geachtet werden, mit dessen Hilfe man dann Rückschlüsse auf das Gesetz der zeitlichen Intensitätsänderung der Störwellen ziehen kann.

Die vergleichende Charakteristik der Reproduzierbarkeit von Störwellen und tiefenseismischen Wellen

Man wählt die Bedingungen für das Experiment und den Ort seiner Durchführung so, daß man auf ein und demselben Seismogramm sowohl die Störwellen als auch die tiefenseismischen Wellen erkennen kann. Hierbei sind zwei Varianten in den Experimenten zu beachten. In der ersten Variante ist die Störwelle mit den tiefenseismischen Refraktionswellen, in der zweiten mit den tiefenseismischen reflektierten Wellen zu vergleichen. Für den ersten Fall wählt man deshalb einen großen Abstand Schußpunkt-Gerät (etwa 5 km), während im zweiten Falle die in der Reflexionsseismik üblichen Abstände (etwa 0,5 km) benutzt werden. Da die Refraktionswellen eher als die Störwellen ankommen, kann man für die erste Variante ein Gebiet auswählen, in dem Störwellen besonders stark auftreten. Für den zweiten Fall muß man ein Gebiet mit mittlerer Störwellen-Intensität wählen, damit auf den Seismogrammen die Schwingungen beider Arten zu erkennen sind.

Die Experimente bestehen in der wiederholten Registrierung der Schüsse. Die Klarheit der Meßergebnisse hängt in erster Linie davon ab, inwiefern es gelingt, die Anregungsbedingungen konstant zu halten.

Die 3-Komponenten-Registrierung der Störwellen

Auf einem Schwimmkörper werden drei Seismographen montiert: zwei in horizontaler Richtung senkrecht zueinander, der andere vertikal. Die Beobachtungen erfolgen in der Zone der maximalen Störwellen-Intensität sowie in der Grenz- und Ruhezone. Alle drei Kanäle werden auf die gleiche Empfindlichkeit gebracht, die bei einer Richtungsänderung des Schwimmkörpers nachgeprüft wird. Es ist deshalb zweckmäßig,

wenn man dem Schwimmkörper sphärische oder kubische Gestalt gibt. Bei den Versuchen ist die relative Intensität der horizontalen Verschiebungskomponenten (im Vergleich zur vertikalen Komponente) zu ermitteln. In der Grenzzone ist das Verhältnis der parallel zur Grenzlinie orientierten Komponente zu der senkrecht zu dieser Linie gerichteten Horizontalkomponente von Interesse.

Die Suche nach Mitteln zur Bekämpfung der Störwellen

Die Mittel zur Bekämpfung der Störwellen hängen natürlicherweise von der Natur der Störung ab. Da diese jedoch ungenügend erforscht ist, können gegenwärtig noch keine wissenschaftlich fundamentierten Hinweise auf die Durchführung spezieller Experimente zur Unterdrückung der Störwellen gegeben werden. Eine Ausnahme bilden einige wenige Methoden, die bereits erprobt wurden (Frequenzfiltration).

Bei der hier folgenden Aufzählung von Mitteln zur Bekämpfung der Störwellen muß beachtet werden, daß diese Methoden nur als vorläufige, rein orientierungsmäßige Ratschläge in Frage kommen, die sich nach der Durchführung von Versuchen zur Ermittlung der Ursachen der Störung noch erheblich ändern können.

Die Frequenzselektion

Durch Benutzung niederfrequenter Filterung in den Verstärkern werden die Frequenzen der registrierten Schwingungen herabgesetzt. Außerdem sind große Ladungen bei stark herabgesetzter Empfindlichkeit der Apparatur zu erproben. Bei einer Erhöhung der Sprengkraft kann eine Verminderung der Schwingungsfrequenz erwartet werden.

Die Erprobung besonderer Schußbedingungen

Man erprobt die Wirkungen großer Sprengladungen. Die Größen der Ladung und ihre Tiefe unter der Wasseroberfläche werden nacheinander so gewählt, daß bei der Sprengung eine starke (erste Variante), das zweite Mal eine weniger starke Wasserfontäne (zweite Variante) entsteht. Im letzten Falle bleibt die Ladungsmenge die gleiche wie bei der ersten Variante, sie wird nur tiefer im Wasser versenkt.

Da diese Versuche nicht nur für die Bekämpfung der Störwellen von Bedeutung sind, sondern auch zur Verbesserung der Reproduzierbarkeit des Schwingungsbildes von Wichtigkeit sind, muß streng auf die Einhaltung identischer Schußbedingungen geachtet werden. Hier sind nicht nur die Größe und Tiefe der Ladung unter der Wasseroberfläche von Bedeutung. Auch die Form der Ladung und die Lage des Zünders innerhalb derselben muß beachtet werden. Man kann sphärisch geformte Ladungen empfehlen, bei denen sich der Zünder im Zentrum befindet. Die Ladung muß sich in einem Abstand vom Meeresboden befinden, daß dieser bei der Sprengung nicht verletzt wird. Weiterhin muß auf die meteorologischen Faktoren, in der Hauptsache aber auf den Charakter des Wellenganges geachtet werden. Die letzte Bemerkung gilt übrigens für die Mehrzahl der zu projektierenden Versuche.

Die Sprengversuche müssen in den Zonen starker, mittlerer und schwacher Störung durchgeführt werden.

Die Anbringung der Ladung unter dem Meeresgrunde

Man muß erwarten, daß es sich hier um ein radikales Mittel handelt. Es erfordert jedoch die spezielle Entwicklung einer komplizierten Technik.

Die Verwendung von Ladungen mit gerichteter Wirkung

Hier ist die Rede über derartige Anregungsmethoden, die zur Bildung einer ebenen, senkrecht nach unten gerichteten Welle führen.

Abgeschirmte Ladungen

In abschirmenden Rohren untergebrachte Ladungen verhindern (im Bereich der Nutzfrequenzen) eine Abstrahlung der Schallenergie in horizontaler Richtung.

§ 112. Die Hochfrequenzseismik ¹⁾

In den letzten Jahren entstand die Notwendigkeit der Entwicklung einer Methodik zur detaillierten seismischen Erkundung geringer Tiefen (angefangen von einigen Metern bis zu mehreren hundert Metern Tiefe). Die Lösung dieser Aufgabe ist für die Suche nach verschiedenen Erz- und Kohlelagerstätten sowie für die ingenieurgeologischen Untersuchungen bei Großbauten von außerordentlich großem Interesse. Bei der detaillierten Erkundung geringer Tiefen werden geringmächtige Schichten und andere Körper geringen Ausmaßes (Linsen, Gänge usw.) einer Untersuchung unterzogen. Das Auflösungsvermögen der gegenwärtig benutzten seismischen Erkundungsmethoden ist zur Lösung der oben angeführten Aufgaben unzureichend, da alle diese Methoden auf der Registrierung von reflektierten und Refraktionswellen beruhen, deren Frequenzen relativ niedrig (zwischen 25 und 70 Hz) sind [20]. Zur Erhöhung des Auflösungsvermögens der seismischen Methoden bei der Erkundung geringer Tiefen wurde von G. A. GAMBURZEW die Ausnutzung der seismischen Wellen eines höheren Frequenzbereiches vorgeschlagen. Im Jahre 1946 wurde im Geophysikalischen Institut der Akademie der Wissenschaften der UdSSR die erste hochfrequenzseismische Apparatur gebaut und mit den experimentellen Untersuchungen mit Hilfe der Hochfrequenzseismik begonnen. Derartige Untersuchungen wurden in den Jahren zwischen 1946 und 1954 unter verschiedensten seismisch-geologischen Bedingungen durchgeführt.²⁾ Im Rahmen der hier durchgeführten Arbeiten wurde die hochfrequenzseismische Erkundungsmethode erarbeitet, die gegenwärtig mit Erfolg zur Lösung verschiedenartiger Erkundungsaufgaben sowie auch zur experimentellen Untersuchung der Physik der Wellenausbreitung in realen Medien verwendet werden kann.

¹⁾ Vorträge der Akademie der Wissenschaften der UdSSR, Band 101, Nr. 5, 1955 (geschrieben in Zusammenarbeit mit I. S. BERSON).

²⁾ Bei diesen Arbeiten war ein großes Kollektiv von Mitarbeitern beteiligt: A. M. EPINATJEW, A. J. MELAMUD, G. N. PARISKAJA, N. I. DAWIDOWA, S. P. STARODUBROWSKAJA, M. J. RAZ-CHISQIJA, I. S. PARCHOMENKO, J. I. WASSILJEW, N. S. SCHIPILIN, N. E. FEDOSEJENKO u. a. Der Hauptteil der hochfrequenzseismischen Arbeiten stand unter der wissenschaftlichen Leitung von I. S. BERSON.

Die Besonderheiten der Apparatur

Die Hauptunterschiede der hochfrequenzseismischen Apparaturen von den Standardapparaturen mittlerer Frequenzen sind folgende:

1. Das Maximum der Frequenzcharakteristik der Kanäle einer hochfrequenzseismischen Apparatur liegt im Bereich höherer Frequenzen ($f = 70$ bis 500 Hz) als das Maximum der Frequenzcharakteristik einer Standardapparatur mittlerer Frequenzen ($f = 25$ bis 70 Hz).

2. Die Charakteristik einer hochfrequenzseismischen Apparatur hat eine starke logarithmische Steilheit ($S = 5$ bis 6) im Gebiete tieferer Frequenzen. Sie dient zur Unterdrückung der niederfrequenten Wellenkomponenten, die mit zunehmendem Abstand weniger gedämpft werden als die höherfrequenten Komponenten.

3. Zur Gewährleistung einer ausreichend intensiven Aufzeichnung der hochfrequenten Wellen ist die Empfindlichkeit einer hochfrequenzseismischen Apparatur um das 3- bis 5fache höher als die Empfindlichkeit einer gewöhnlichen Apparatur.

4. Zur genaueren Bestimmung der Laufzeit und zur besseren Ausnutzung der dynamischen Charakteristiken der verschiedenen Wellen ist die Transportgeschwindigkeit des Filmpapiers in den Registriergeräten der hochfrequenzseismischen Stationen höher als bei den im mittleren Frequenzbereich arbeitenden Stationen. Die Zeitmarkierung erfolgt in Abständen von $0,005$ s.

Methodische Besonderheiten bei der Arbeit nach der hochfrequenzseismischen Erkundungsmethode

Die Methodik bei den Arbeiten nach der hochfrequenzseismischen Erkundungsmethode ist in ihren Grundzügen die gleiche wie bei den Arbeiten im mittleren Frequenzbereich. Die Besonderheiten in der Arbeitsmethodik nach der hochfrequenzseismischen Erkundungsmethode sind folgende:

1. Beim Übergang zur Registrierung höherfrequenter Wellenkomponenten erhöhen sich die Anforderungen an die Anregungsbedingungen der Schwingungen. Zur Anregung hochfrequenter Schwingungskomponenten müssen die Sprengungen in festen Gesteinen erfolgen (in Kalkgesteinen, festen Tonen usw.). Bei Sprengungen in lockeren Gesteinen herrschen im Wellenspektrum niederfrequente Komponenten vor.

2. Da die hochfrequenten Wellen stärker gedämpft werden als die im mittleren Frequenzbereich, sowie zur Gewährleistung einer sicheren Phasenkorrelation der hochfrequenten Wellen, macht es sich notwendig, ein engeres Profilnetz und detailliertere Beobachtungssysteme auf den einzelnen Profilen anzuwenden (geringere Abstände zwischen den Seismographen und zwischen den Schußbohrungen).

Die Wellen und ihre vorherrschenden Frequenzen

Die mit Hilfe einer hochfrequenzseismischen Apparatur registrierten Wellen sind vorwiegend longitudinale Refraktions- (Kopf-) und reflektierte Wellen. Die vorherrschenden Frequenzen der hochfrequenten Wellen ändern sich in Abhängigkeit von den Anregungsbedingungen und der lithologischen Zusammensetzung und Tiefe der Gesteine, in denen sich die Wellen ausbreiten, innerhalb der Grenzen von 70 bis zu

500 Hz. Höhere Frequenzen können auf Grund ihrer starken Dämpfung in der Regel nicht mehr registriert werden.

Die mit Hilfe von hochfrequenzseismischen Apparaturen unter verschiedenen seismisch-geologischen Bedingungen registrierten Refraktionswellen (Kopfwellen) entsprachen Grenzflächen aus einem Tiefenbereich von weniger als einem Meter bis zu 400 m Tiefe. Versuche zur Registrierung gebrochener Wellen von tieferliegenden Grenzflächen wurden bis zur heutigen Zeit noch nicht durchgeführt.

Hochfrequente Refraktionswellen von Schichten in einer Tiefe von $H \leq 10$ m können auf Grund ihrer starken Dämpfung gewöhnlich nur bis zu Abständen Δ vom Schußpunkt aus verfolgt werden, die einige Dutzend Meter nicht überschreiten. Refraktionswellen, die tieferen Grenzflächen entsprechen, können oft über mehrere hundert Meter und sogar über einige Kilometer hinweg verfolgt werden, was für die Zusammenstellung eines sicheren Korrelationssystems vollkommen ausreichend ist.

Die mit hochfrequenzseismischen Apparaturen in verschiedenen Gebieten registrierten reflektierten Wellen kamen aus einem Tiefenbereich zwischen $H = 100$ und 2000 m. Bei Anwendung der reflexionsseismischen Methode im mittleren Frequenzbereich gelingt es gewöhnlich nicht, Reflexionen aus Tiefen von $H < 300$ m auf den Seismogrammen noch zu erkennen. Die hier angeführten Ergebnisse zeigen, daß durch den Übergang zur Registrierung höherer Frequenzen der mit Hilfe der Reflexionsseismik erforschbare Tiefenbereich zugunsten der Erkundungsmöglichkeiten geringerer Tiefen erweitert werden konnte.

Die den Grenzflächen aus geringeren Tiefen (etwa 100 bis 300 m) entsprechenden reflektierten Wellen waren durch verhältnismäßig hohe Frequenzen ($f = 200$ bis 300 Hz) charakterisiert. Bei den von tieferen Horizonten stammenden Reflexionen ($H = 1500$ bis 2000 m) waren tiefere Frequenzen ($f = 80$ bis 120 Hz) vorherrschend. Jedoch auch diese Wellen übersteigen die Frequenzen der mit einer Standardapparatur im mittleren Frequenzbereich registrierten Wellen um das 1,5- bis 2,0fache. Hieraus folgt, daß die Hochfrequenzseismik nicht nur zur Erkundung geringer Tiefen, wofür sie ursprünglich vorgesehen war, brauchbar ist, sondern auch bei der Erkundung größerer Tiefen (1 bis 2 km) Verwendung finden kann.

Das Auflösungsvermögen der hochfrequenzseismischen Erkundungsmethode

Bei der Registrierung höherer Frequenzen nimmt das Auflösungsvermögen der seismischen Erkundungsmethoden auf Grund der geringeren Schwingungsdauer jeder einzelnen Welle erheblich zu [6]. Dadurch können Wellen, die verschiedenen Grenzflächen mit geringem Tiefenunterschied entsprechen und bei der Registrierung im mittleren Frequenzbereich als komplizierte Interferenzwelle auftreten, bei der hochfrequenten Registrierung einzeln verfolgt werden. Man kann also in einem bestimmten Tiefenintervall bei Anwendung der hochfrequenzseismischen Erkundungsmethode eine größere Anzahl von Grenzflächen feststellen, als das bei der Arbeit im mittleren Frequenzbereich der Fall ist. So konnten zum Beispiel in einem Gebiete bei der Registrierung von Refraktionswellen mit Frequenzen um 200 Hz Grenzflächen erkundet

werden, die in einem Abstand von nur 5 m voneinander lagen. Bei der Registrierung mit Frequenzen zwischen 50 und 60 Hz betrug der minimale Tiefenunterschied zwischen den einzeln noch verfolgbaren Grenzflächen etwa 20 m.

Die Unterdrückung von Störwellen

Bei der Registrierung der hochfrequenten Komponenten wird die Selektion und Korrelation der longitudinalen reflektierten und Refraktionswellen wesentlich erleichtert, da alle niederfrequenten Oberflächen-, Wechsel- und Transversalwellen, die mit longitudinalen reflektierten und Refraktionswellen interferieren und damit ihre Korrelation stören, weitgehend herausfiltriert werden. Bei den Arbeiten mit mittleren Wellenlängen haben die Frequenzen der im Seismogramm vorherrschenden Störwellen und der nutzbaren reflektierten und Refraktionswellen oft die gleiche Größenordnung. Aus diesem Grunde verhindern die zum Teil mit erheblicher Intensität auftretenden Störwellen die Selektion und Korrelation von reflektierten und gebrochenen Wellen.

Über die Anwendung der dynamischen Besonderheiten der Wellen in der hochfrequenzseismischen Erkundungsmethode

Da die hochfrequenten Wellen im Vergleich zu den Schwingungen der mittleren Frequenzen besser aufgelöst sind, erweitern sich die Möglichkeiten zum Studium der individuellen dynamischen Besonderheiten der Wellen (Form und Amplitude der Schwingung) selbst in jenen Fällen, in denen die Wellen nur durch geringe Zeitintervalle voneinander getrennt sind. Phasenwechsel, die mit verschiedenen Inhomogenitäten des Mediums in Verbindung zu bringen sind, machen sich auf den Seismogrammen um so deutlicher bemerkbar, je höher die vorherrschende Frequenz der Wellen ist. Oftmals werden Phasenwechsel von schwachen Änderungen in den dynamischen Besonderheiten der Wellen begleitet, die im mittleren Frequenzbereich praktisch nicht zu erkennen sind, bei der hochfrequenten Registrierung aber in hinreichendem Maße zum Ausdruck kommen. In der hochfrequenzseismischen Erkundung öffnen sich damit neue Möglichkeiten zur Anwendung der dynamischen Besonderheiten der Wellen. Die dynamischen Charakteristiken können nicht nur bei der Korrelation, sondern auch in den folgenden Etappen der Interpretation der Meßergebnisse benutzt werden. Bisher wurden Methoden zur qualitativen Interpretation der dynamischen Besonderheiten der Wellen erarbeitet, die auf der Korrelation und Kartierung von gleichartigen dynamischen Besonderheiten der auf verschiedenen Profilsystemen registrierten Wellen beruhen. Mit Hilfe dieser Methoden kann die Kartierung von Kontakten zwischen verschiedenen Gesteinen, von Brüchen, tektonischen Störungszonen und die detaillierte Aufgliederung vertikal geschichteter, aus dünnen Schichten mit unterschiedlichen Ausbreitungsgeschwindigkeiten bestehender Medien erfolgen. Die Lösung dieser Aufgaben mit Hilfe der geometrischen Seismik ist selbst bei Ausnutzung der dynamischen Besonderheiten von Wellen des mittleren Frequenzbereiches in einer ganzen Reihe von Fällen prinzipiell unmöglich. Das gilt zum Beispiel im Falle

einer schwachen Geschwindigkeitsdifferentiation des Mediums oder bei geringer horizontaler Mächtigkeit vertikal gelagerter Schichten.

Bei der hochfrequenzseismischen Methode können auch die Methoden zur quantitativen Bestimmung der Dämpfungsparameter der Wellen im breiteren Maße Verwendung finden [7, 13, 29, 57]. Das wird dadurch begünstigt, daß die Amplituden der hochfrequenten Wellen weniger durch Interferenz mit anderen Wellen verzerrt sind als die Amplituden mittlerer Wellenlängen. Bei der Ausnutzung der für die Dämpfung der Wellen charakteristischen Parameter zur Interpretation läßt sich eine detaillierte Erkundung der geologischen Schichtenfolge ermöglichen.

Die Erkundungsmöglichkeiten mit der hochfrequenzseismischen Methode

Die hochfrequenzseismische Erkundungsmethode hat die Anwendungsmöglichkeiten der seismischen Forschungsmethoden bedeutend erweitert. Sie gestattet die Lösung einer Reihe von Aufgaben, die für die seismischen Erkundungsmethoden im mittleren Frequenzbereich auf Grund ihres unzureichenden Auflösungsvermögens prinzipiell unmöglich sind. Zu diesen Aufgaben gehört in erster Linie die detaillierte Aufgliederung dünnschichtiger Medien (sowohl horizontal als auch vertikal geschichtet) und solcher mit schwacher Geschwindigkeitsdifferentiation. Die Lösung dieser Aufgaben, besonders aber der mit der Kartierung und Aufgliederung vertikal geschichteten Medien und der Verfolgung von Störungszonen verbundenen Aufgaben, wurde durch die Interpretation der dynamischen Besonderheiten der seismischen Wellen ermöglicht.

Ein breites Anwendungsgebiet für die Hochfrequenzseismik liegt in der Bestimmung der Ausbreitungsgeschwindigkeiten elastischer Wellen von Gesteinen, die unter natürlichen Bedingungen lagern, d. h. in Aufschlüssen, Bohrungen und Schächten.

Gleichzeitig mit der Möglichkeit der Lösung neuer Aufgaben gestattet die hochfrequenzseismische Erkundungsmethode eine Erhöhung der Genauigkeit bei der Lösung einiger Strukturaufgaben, die durch seismische Erkundungsmethoden im mittleren Frequenzbereich bearbeitet werden. Die hochfrequenzseismische Erkundungsmethode führt in geschichteten Medien zur Ermittlung einer größeren Anzahl von Grenzflächen, bei einer genaueren Bestimmung ihrer Tiefe und Lagerungsform.

Die Entwicklung der hochfrequenzseismischen Methode hat für die seismische Erkundung neue Anwendungsbereiche erschlossen, die Gebiete der Erz- und Ingenieurgeophysik. Aber auch auf dem Gebiet der Erdölerkundung, auf dem in breitem Maßstabe mit Erfolg die seismischen Erkundungsmethoden mittlerer Frequenzen Verwendung finden, kann die Hochfrequenzseismik zur Lösung von Aufgaben, bei denen eine hohe Genauigkeit erforderlich ist, von sehr großem Nutzen sein. Zu der Zahl dieser Aufgaben gehört die Erkundung von Strukturen in Tafelgebieten mit geringen Neigungswinkeln.

Zum Abschluß sei gesagt, daß nach den Erfahrungen der im Geophysikalischen Institut der Akademie der Wissenschaften der UdSSR durchgeführten Arbeiten der komplexe Einsatz verschiedener Varianten seismischer Erkundungsmethoden im mittleren und oberen Frequenzbereich oft sehr zweckmäßig ist.

LITERATUR ZU TEIL I

- [1] ANDRONOW, A. A., CHAIKIN, S. S., Schwingungstheorie, Teil I (russ.), Moskau 1937
- [2] ANTOKOLSKI, M. L., Eine neue Prüfmethode für elektromagnetische Seismographen (russ.), Nachr. Akad. Wiss. UdSSR, Serie Geogr. u. Geophys., Bd. 4, Nr. 5, 1940
- [3] BELJANINOW, N. N., MASCHKILLEISON, L. J., ROMANOWSKI, W. B., Stationäre Vorgänge in elektrischen Kreisen (russ.), Moskau 1931
- [4] BERANEK, L., Akustische Messungen (russ.), Moskau 1952
- [5] BERSON, I. S., Hochfrequenz-Seismik (russ.), Moskau 1957
- [6] BERSON, I. S., PARISKAJA, G. N., STARODUBROWSKAJA, S. P., Registrierung hochfrequenter Wellen auf der Russischen Plattform (russ.), Nachr. Akad. Wiss. UdSSR, Nr. 6, 1956.
- [7] BONTSCH-BRUJEWITSCH, A. M., Die Anwendung von Elektronenröhren in der Experimentalphysik (russ.), Kiew 1955
- [8] BOSIJ, N. D., Elektrische Filter (russ.), 1955
- [9] WOJUZKI, W. S., DROSDOW, A. A., Serienmäßige seismische Station SS-26-51 D (russ.), Moskau 1955
- [10] WOJUZKI, W. S., SLUZKOWSKI, A. I., Frequenzanalyse seismischer Schwingungen (russ.), Angew. Geophys., Ausg. 8, 1952
- [11*] GAMBURZEW, G. A., Zur Theorie des Mikrophon-Seismographen (russ.), 1933
- [12*] GAMBURZEW, G. A., Die Anwendung mechanischer Filter in der angewandten Seismometrie (russ.), Ber. Akad. Wiss. UdSSR, Bd. III, 1934
- [13*] GAMBURZEW, G. A., Aufstellung elektromechanischer Analogien (russ.), Ber. Akad. Wiss. UdSSR, Bd. IV, 1935
- [14*] GAMBURZEW, G. A., Filterseismographen (russ.), Bull. Erdölgeophys., Ausg. 1, 1936
- [15*] GAMBURZEW, G. A., Luftdämpfung (russ.), Bull. Erdölgeophys., Ausg. 2, S. 16, 1936
- [16*] GAMBURZEW, G. A., Methoden der Aufstellung elektromechanischer Analogien (russ.), Bull. Erdölgeophys., Ausg. 2-3, 1936
- [17] GAMBURZEW, G. A., RISNITSCHENKO, J. W., BERSON, I. S., JEPINATJEW, A. M., PASETSCHNIK, I. P., KOSMINSKAJA, I. P., KARUS, E. W., Korrelationsmethode gebrochener Wellen (russ.), Moskau 1952
- [18*] GAMBURZEW, G. A., Einige Fragen zur Theorie der Apparaturen für die seismische Erkundung (russ.), Nachr. Akad. Wiss. UdSSR, Serie Geogr. u. Geophys., Nr. 2, 1937
- [19] GAMBURZEW, G. A., BERSON, I. S., Hochfrequente seismische Erkundung (russ.), Ber. Akad. Wiss. UdSSR, Bd. 101, 1955
- [20*] GOLYZIN, B. B., Vorlesung über Seismometrie (russ.), St. Petersburg 1912
- [21*] GOLYZIN, B. B., Apparatur für die direkte Messung der Beschleunigungen (russ.), Bull. Petrogr. Akad. Wiss., 1915
- [22] GOLZMAN, F. M., Zur Frage der Spektralanalyse seismischer Wellen (russ.), Nachr. Leningr. Univ., Serie Mathematik, Physik, Chemie, Nr. 2, 1954
- [23] GOLZMAN, F. M., Graphoanalytische Methode der Frequenzanalyse seismischer Wellen (russ.), Nachr. Mosk. Univ., Ausg. 3, Nr. 16, 1956
- [24] GOLZMAN, F. M., Graphisch-analytische Methode zur Zerlegung von Spektren seismischer Wellen. Materialien quantitativer Untersuchung der Dynamik seismischer Wellen (russ.), 2. Aufl., Leningrad 1957
- [25] GURWITSCH, I. I., Vibrationsplattform für die Untersuchung seismischer Empfänger (russ.), Angew. Geophys., Ausg. 11, 1954

- [26] GURWITSCH, I. I., Seismische Erkundung (russ.), Moskau 1955
- [27] GURWITSCH, I. I., POLSCHKOW, M. K., ROSANOW, I. I., Hochfrequenter Verstärker für die seismische Erkundung auf der Grundlage des Verstärkers der Station Echo (russ.), 1954
- [28] JEWTJANOW, S. I., Übergangsvorgänge in Empfangsverstärkern (russ.), Moskau 1948
- [29] KALENOW, E. N., KOMAROW, S. G., RJABINKIN, L. A., SOKOLOW, W. A., SOROKIN, L. W., FEDORENKO, A. N., Allgemeiner Kurs der geophysikalischen Methoden der Erkundung von Erdöl- und Erdgas-Lagerstätten (russ.), Moskau 1955
- [30] KIRNOS, D. P., Einige Fragen der instrumentellen Seismologie (russ.), Arb. d. Geophys. Instituts. Akad. Wiss. UdSSR, Nr. 27, 1955
- [31*] KOWALENKOW, W. I., Telephonie (russ.), Teil I, Moskau 1932
- [32*] KRUG, K. A., Grundlagen der Elektrotechnik (russ.), Moskau 1936
- [33*] MARK, M. G., Verstärker für tiefe Frequenzen (russ.), Moskau 1935
- [34] PASETSCHNIK, I. P., Vibrationsplattform für die Untersuchung von Erkundungs-Seismographen (russ.), Nachr. Akad. Wiss. UdSSR, Serie Geophys., Bd. 16, Nr. 6, 1950
- [35*] RABINOWITSCH, I. S., Anwendung des ersten Kirchhoffschen Gesetzes zur Aufstellung von elektrischen Ersatzschaltbildern (russ.), Zs. techn. Phys., Nr. 4, 1934
- [36] RISNITSCHENKO, J. W., Trägheits-Vibrations-Plattform (russ.), Nachr. Akad. Wiss. UdSSR, Serie Geogr. u. Geophys., Bd. 3, Nr. 3, 1939
- [37] SAWARENSKI, E. F., KIRNOS, D. P., Elemente der Seismologie und Seismometrie (russ.), Moskau/Leningrad 1955
- [38] SOROKIN, L. W., URYSON, W. O., RJABINKIN, L. A. u. a., Kurs geophysikalischer Erkundungsmethoden von Erdöl-Lagerstätten (russ.), Moskau 1950
- [39] SLUZKOWSKI, A. I., Elektrodynamische Seismographen (russ.), Prospektions- u. Bohrloch-Geophysik, Nr. 13, 1955
- [40] SLUZKOWSKI, A. I., Abänderung der Verstärkerschaltung für die seismische Station OS-26-51-D, um eine hochfrequente Filterung zu erhalten (russ.), Prospektions- u. Bohrloch-Geophysik, Nr. 13, 1955
- [41] FRENKEL, B., Elektrodynamik, Bd. I, Theorie des Wechselstromes (russ.), Moskau 1935
- [42] FURDUJEW, W. W., Elektroakustik (russ.), Moskau/Leningrad 1948
- [43] CHARKEWITSCH, A. A., Elektroakustische Apparatur (russ.), Moskau 1933
- [44] CHARKEWITSCH, A. A., Theorie elektroakustischer Apparaturen (russ.), Moskau 1940
- [45] CHARKEWITSCH, A. A., Elektrische Ersatzschaltbilder für Wandler (russ.), Zs. techn. Phys., Nr. 15, 1945
- [46] CHARKEWITSCH, A. A., Spektren und Analysen (russ.), Moskau/Leningrad 1952
- [47] CHARKEWITSCH, A. A., Theorie der Wandler (russ.), Moskau 1948
- [48] CHUDSINSKI, L. I., MELAMUD, A. J., Station für die Frequenzanalyse seismischer Schwingungen (russ.), Nachr. Akad. Wiss. UdSSR, Serie Geophys., Nr. 9, 1957
- [49] SCHI, T. J., Vierpole und elektrische Filter (russ.), Moskau 1934
- [50] SCHNIRMAN, G., Elektrische Methoden der Eichung elektrodynamischer Seismographen und Vibratoren (russ.), Arb. d. Geophys. Inst. Akad. Wiss. UdSSR, Nr. 35, 1935
- [51] SCHNIRMAN, G., Kapazitiver Seismograph (russ.), Arb. d. Geophys. Inst. Akad. Wiss. UdSSR, Nr. 56, 1935
- [52] SCHNIRMAN, G., Elektromagnetischer Seismograph (russ.), Arb. d. Geophys. Inst. Akad. Wiss. UdSSR, Nr. 67, 1935
- [53] SCHNIRMAN, G., Parallel-Pendel (russ.), Arb. d. Geophys. Inst. Akad. Wiss. UdSSR, Nr. 67, 1935
- [54*] ANDERSON, J., WOOD, H., A torsion seismometer, Journ. Opt. Soc. Amer. 8, 1924
- [55*] ANDERSON, J. A., WOOD, H. O., Description and theory of the torsion seismometer, Bull. of the Seismol. Soc. of Amer. 15, 1, 1925
- [56*] BENIOFF, H., A new vertical seismograph, Bull. of the Seismol. Soc. of Amer. 22, 1932
- [57*] BERLAGE, H. P., Recherches sur le début d'une phase, Publications du bureau central séismologique international, Ser. A, 1, 1924

- [58*] COULOMB, J., GRENET, G., Nouveaux principes de construction des séismographes électromagnétiques, *Annales de physique* **3**, 1935
- [59*] DAVID, P., *Les filtres électriques*, Paris 1926
- [60*] EDGE, A. B., LABY, T. H., *Principles and practice of geophysical prospecting*, Cambridge 1931
- [61*] FIRESTONE, F. A., A new analogy between mechanical and electrical systems, *Journ. of Acoustical Society of America* **4**, 1933
- [62*] GALITZIN, B., *Verhandlungen der 4. internationalen seismologischen Konferenz*, Manchester 1911
- [63*] GARDNER, M. F., BARNES, J. L., *Transients in linear systems*, Vol. 1, New York/London 1942
- [64*] GONDET, H., BEAUDOUIN, P., Vibrographe-accélérographe piézoélectrique, *Revue générale de l'électricité* **37**, 1935
- [65*] HAALCK, H., *Lehrbuch der angewandten Geophysik*, Berlin 1934
- [66*] HAGIWARA, T., A velocity seismograph, *Bull. of the earthquake research institute* **12**, 1934
- [67*] HAGIWARA, T., A comparison of the displacement, the velocity and the acceleration seismograms, *Bull. of the earthquake research institute* **13**, 1935
- [68*] HAGIWARA, T., The air damper, *Bull. of the earthquake research institute* **13**, 1935
- [69*] HORT, W., HÜLSENKAMP, F., *Untersuchung von Spanungs- und Schwingungsmessern für Brücken*, Berlin 1928
- [70*] JEFFREYS, H., On compression waves in two superposed layers, *Proceedings of the Cambridge Philosophical Soc.* **23**, 1927
- [71*] KING, L. V., On the convection of Heat from small cylinders in a stream of fluid: Determination of the Convection constants of small platinum wires with application to Hot - Wire Anemometry, *Philosophical transactions of the Royal Soc., London, A*, 214, 373, 1914
- [72*] LANGEVIN, A., Utilisation du quartz piézoélectrique pour l'étude des pressions variables et des vibrations à fréquences élevées, *Revue générale de l'électricité* **37**, 3, 1935
- [73*] LUCIEN, LA COSTE, J. B., New type long period vertical seismograph *Physics* **5**, 178, 1934
- [74*] MINTROP, L., *On the history of seismic method for the investigation of underground formations and mineral desposits*, Hannover 1930
- [75*] MÜLLER, F., *Zur experimentellen Seismik und deren Anwendungen*, *Gerlands Beiträge zur Geophysik, Ergänzungshefte f. angewandte Geophysik* **3**, 1932
- [76*] PIRSON, S., Study of an adjustable wave filter suitable for the reception of reflected seismic waves, *Colorado school of mines quarterly*, Golden **27**, 43, 1932
- [77*] RYBNER, J., Investigation on the theory of the Galitzin seismograph, *Gerlands Beiträge zur Geophysik* **31**, 1931
- [78*] SCHRADER, J. E., A three-dimensional vibrograph, *Physical review* **38**, 1923
- [79*] WAETZMANN, *Zur Ausbreitung elastischer Wellen in der Erdoberfläche*, *Naturwissensch.* **15**, 1927
- [80*] WENNER, F., A new seismometer equipped for electromagnetic damping and electromagnetic and optical magnification, *V. S. Bureau of standards research paper* **66**, 1929
- [81*] WERNER, K., Verhalten der Luftdämpfung und Bestimmung des Dämpfungsgrades bei Seismographen und Erschütterungsmessern, *Zs. für Geophysik* **11**, 1935

LITERATUR ZU TEIL II

- [1] ALEKSEJEW, A. M., Das Tonbandzusatzgerät PPMS-2 zur magnetischen Zwischenregistrierung bei seismischen Arbeiten (russ.), *Erkundungs- und Bohrlochgeophysik* Nr. 22, Moskau 1958
- [2] ANOKOLSKI, M. L., Zur Frage der Frequenzsektion in der seismischen Erkundung (russ.), *Angew. Geophys.*, Bd. 8, 1952
- [3] BERSON, I. S., *Hochfrequenzseismik* (russ.), Moskau 1957
- [4] BERSON, I. S., Die Laufzeitkurven von reflektierten Wellen und ihre Interpretation bei Vorhandensein eines horizontalen Geschwindigkeitsgradienten (russ.), *Nachr. Akad. Wiss. UdSSR, Serie Geophys.*, Nr. 1, 1945

- [5] BERSON, I. S., Die effektiven Geschwindigkeiten bei kontinuierlicher Veränderung der tatsächlichen Ausbreitungsgeschwindigkeiten seismischer Wellen (russ.), Nachr. Akad. Wiss. UdSSR, Serie Geophys., Nr. 4, 1955
- [6] BERSON, I. S., Über das Auflösungsvermögen der seismischen Methoden bei der Untersuchung horizontal geschichteter Medien (russ.), Nachr. Akad. Wiss. UdSSR, Serie Geophys., Nr. 1, 1954
- [7] BERSON, I. S., Über die Bestimmung des Grades der Divergenzfunktion von Refraktionswellen nach experimentellen Ergebnissen (russ.), Nachr. Akad. Wiss. UdSSR, Serie Geophys., Nr. 4, 1951
- [8] BERSON, I. S., PORISKAJA, G. N., STARODUBROWSKAJA, S. P., Über die Registrierung hochfrequenter reflektierter Wellen im Gebiet der russischen Tiefebene (russ.), Nachr. Akad. Wiss. UdSSR, Serie Geophys., Nr. 6, 1956
- [9] BOGDANOW, A. I., Die Interpretation der Laufzeitkurven von Refraktionswellen nach der Methode der einander zugeordneten Punkte (russ.), Angew. Geophys., Ausg. 4, 1948
- [10] BOGDANOW, A. I., Methoden zur Interpretation linearer Längs-Laufzeitkurven reflektierter Wellen im Falle eines homogenen Mediums (russ.), Arbeiten der Akademie der Erdölindustrie (Geologie, Erkundung, Förderung und Verarbeitung von Erdöl und Erdgas), Bd. III, Moskau 1956
- [11] BUGAILO, W. A., Die Bestimmung der mittleren Geschwindigkeit nach den Methoden der Summe, der Differenz und der konstanten Differenz (russ.), Angew. Geophys., Bd. 3, 1946
- [12] WASILJEW, J. S., Das Studium gebrochener Wechselwellen bei seismischen Erkundungsarbeiten (russ.), Nachr. Akad. Wiss. UdSSR, Serie Geophys., Nr. 3, 1957
- [13] WASILJEW, J. S., Über die Bestimmung des Dämpfungskoeffizienten seismischer Wellen (russ.), Nachr. Akad. Wiss. UdSSR, Serie Geophys., Nr. 4, 1951
- [14] WEIZMAN, P. S., Über die Wahl des Seismographenabstandes zwischen den Geräten einer Gruppe zur Senkung des Störwellenniveaus (russ.), Nachr. Akad. Wiss. UdSSR, Serie Geophys., Nr. 3, 1951
- [15] WOJUZKI, W. S., Über die Gruppierung von Seismographen (russ.), Angew. Geophys., Ausg. 14, 1956
- [16*] WOJUZKI, W. S., Der gerichtete Empfang von reflektierten Wellen, Bull. Erdölgeophys., Ausg. IV, 1937
- [17*] GAMBURZEW, G. A., Die Verwendung der seismologischen Methode zur geologischen Erkundung. Zusatz zur Übersetzung „Grundlagen der Seismologie“ von B. Gutenberg, Moskau 1935
- [18*] GAMBURZEW, G. A., Die Methode des arithmetischen Mittels bei der Interpretation seismischer Beobachtungsergebnisse (russ.), Bull. Erdölgeophys., Ausg. I, 1936
- [19*] GAMBURZEW, G. A., Einige Fragen zur erkundungsseismischen Apparatur (russ.), IMEN, geophysikalische Serie, Nr. 2, 255, 1937
- [20] GAMBURZEW, G. A., RISNITSCHENKO, J. W., BERSON, I. S., EPINATJEW, A. M., PASETSCHNIK, I. P., KARUS, E. W., Die Korrelationsmethode gebrochener Wellen, Moskau 1952
- [21] GAMBURZEW, G. A., RISNITSCHENKO, J. B., BERSON, I. S., EPINATJEW, A. M., Die kombinierte Methode der seismischen Erkundung (russ.), Ber. Akad. Wiss. UdSSR, Bd. 51, 1946
- [22] GAMBURZEW, G. A., Über die Korrelationsmethode gebrochener Wellen (russ.), Nachr. Akad. Wiss. UdSSR, Serie Geol. u. Geophys., Ausg. 2, Nr. 1–2, 1942
- [23] GAMBURZEW, G. A., DERJAGIN, B. W., MARTIN, H., MEISSER, O., Angew. Geophys. Ausg. 2, 1934
- [24] GLOTOW, O. K., Die Methode der Differenzlaufzeitkurve zur Errechnung der Effektivgeschwindigkeiten (russ.), Prospektions- u. Bohrloch-Geophysik (Erfahrungsaustausch), Bd. 9, 1954
- [25] GURWITSCH, I. I., Die seismische Erkundung (russ.), Moskau 1955
- [26] GURWITSCH, I. I., Über die Reflexion an geringmächtigen Schichten bei der seismischen Erkundung (russ.), Angew. Geophys., Ausg. 9, 1952
- [27] GURWITSCH, I. I., Die Analyse der Reflexionen an geringmächtigen Schichten (russ.), Angew. Geophys., Bd. 15, 1956
- [28*] JONS, J., Die Methode der seismischen Kartierung antiklinaler Strukturen (russ.), Die ausländische Erdöl-Technik, Ausg. 160, 1935

- [29] EPINATJEW A. M., Eine Methode zur Bestimmung des Unterschiedes der Absorptionskoeffizienten seismischer Wellen (russ.), *Nachr. Akad. Wiss. UdSSR*, Nr. 3, 1952
- [30] EPINATJEW A. M., Einige Fragen zur Erhöhung der Interpretationsgenauigkeit durch gleichzeitige Ausnutzung reflexions- und refraktionsseismischer Meßergebnisse (russ.), *Nachr. Akad. Wiss. UdSSR, Serie Geophys.*, Nr. 4, 1954
- [31] EPINATJEW A. M., Über Refraktionswellen in Medien mit schwacher Geschwindigkeitsdifferentiation (russ.), *Nachr. Akad. Wiss. UdSSR, Serie Geophys.*, Nr. 4, 1955
- [32] EPINATJEW A. M., Experimentelle Angaben über Refraktionswellen in Medien mit schwacher Geschwindigkeitsdifferentiation (russ.), *Nachr. Akad. Wiss. UdSSR, Serie Geophys.*, Nr. 2, 1955
- [33] EPINATJEW A. M., Über reflektierte Wellen bei Einfallswinkeln, die größer als der Grenzwinkel sind (russ.), *Nachr. Akad. Wiss. UdSSR, Serie Geophys.*, Nr. 6, 1957
- [34*] SABOROWSKI, A. I., Zur Theorie der Laufzeitkurven (russ.), *Angew. Geophys.*, Bd. III, 1926
- [35] SWOLINSKI, N. W., Reflektierte und Kopfwellen, die an einer ebenen Grenzfläche zweier elastischer Medien hervorgerufen werden (I) (russ.), *Nachr. Akad. Wiss. UdSSR, Serie Geophys.*, Nr. 10, 1957
- [36] SWOLINSKI, N. W., Reflektierte und Kopfwellen, die an einer ebenen Grenzfläche zweier elastischer Medien hervorgerufen werden (II) (russ.), *Nachr. Akad. Wiss. UdSSR, Serie Geophys.*, Nr. 1, 1958
- [37] SWOLINSKI, N. W., SAIZEW, L. P., Erkundung der an der Grenzfläche zweier elastischer Flüssigkeiten entstehenden Kopfwelle (russ.), *Nachr. Akad. Wiss. UdSSR, Serie Geogr. u. Geophys.*, Nr. 1, 1951
- [38] KOSMINSKAJA, I. P., Über die Anfangspunkte der Laufzeitkurven von Mintrop-Wellen (russ.), *Nachr. Akad. Wiss. UdSSR, Serie Geogr. u. Geophys.*, Nr. 1, 1946
- [39] KOSMINSKAJA, I. P., Die Verwendung der Methode der Zeitfelder bei veränderlichen Geschwindigkeiten (russ.), *Nachr. Akad. Wiss. UdSSR, Serie Geogr. u. Geophys.*, 1946
- [40*] LASAREW, P. P., Forschungen mit der praktischen Seismometrie (russ.), *Angew. Physik*, Bd. III, 1956
- [41] MOSCHENKO, A. N., Die Funkverbindung in der Tuimasinischen geophysikalischen Expedition 1949 (russ.), *Erkundungs- und Bohrloch-Geophysik*, Nr. 2, 1950
- [42] PARISKAJA, G. N., Über die Bestimmung der mittleren Geschwindigkeit im Schnittpunkt der Laufzeitkurven gebrochener Wellen (russ.), *Arb. Geophys. Inst.*, Nr. 35, 1956
- [43] PASETSCHNIK, I. P., Ergebnisse vom experimentellen Studium der Resonanzerscheinungen im Schwingungssystem Erde-Seismograph (russ.), *Nachr. Akad. Wiss. UdSSR, Serie Geophys.*, Nr. 1, 1952
- [44] PASETSCHNIK, I. P., Vergleich zwischen theoretischen und experimentellen Untersuchungen der Resonanzerscheinungen im System Erde-Seismograph (russ.), *Nachr. Akad. Wiss. UdSSR, Serie Geophys.*, Nr. 5, 1952
- [45] PETRASCHEN, G. I., Die Ausbreitung elastischer Wellen in isotrop-parallelgeschichteten Medien (russ.), *Wiss. Mitt. Leningrader Staatl. Univ.*, Nr. 162, Ausg. 26, 1952
- [46] PETRASCHEN, G. I., OGURZOW, K. P., u. a., Fragen der Ausbreitungsdynamik seismischer Wellen (russ.), *Sammelheft d. Staatl.-wiss.-techn. Inst., Leningrad* 1957
- [47] PUSIERJEW, N. N., Die Profilkonstruktion nach den Gegenschußlaufzeitkurven gebrochener Wellen (russ.), *Angew. Geophys.*, Ausg. 8, 1952
- [48] PUSIERJEW, N. N., Die Konstruktion der Reflexionsgrenze unter Berücksichtigung der Brechung an nichthorizontalen Zwischengrenzflächen (russ.), *Angew. Geophys.*, Ausg. 1, 1945
- [49] PUSIERJEW, N. N., Die Konstruktion von Strahlendiagrammen bei beliebiger Geschwindigkeitsänderung mit zunehmender Tiefe (russ.), *Angew. Geophys.*, Ausg. 2, 1945
- [50] PUSIERJEW, N. N., Zur Begründung der Kreismethode in der Reflexionsseismik (russ.), *Angew. Geophys.*, Ausg. 17, 1947
- [51] PUSIERJEW, N. N., Über den Einfluß der Krümmung von Grenzflächen bei der Geschwindigkeitsbestimmung nach den Laufzeitkurven reflektierter Wellen (russ.), *Angew. Geophys.*, Nr. 13, 1955

- [52] PUSIERJEW, N. N., Über die Wege zur Erhöhung der Genauigkeit der Interpretationsmethoden erkundungsseismischer Meßergebnisse (russ.), *Angew. Geophys.*, Nr. 12, 1955
- [53*] REICH, H., Die geologischen Grundlagen der angewandten Geophysik (russ.), *Angew. Geophys.*, *Ausg. I*, 1936
- [54] RISNITSCHENKO, J. W., Die geometrische Seismik geschichteter Medien (russ.) *Arb. Inst. theor. Geophys. Akad. Wiss. UdSSR*, Bd. II, *Ausg. I*
- [55] RISNITSCHENKO, J. W., Zur Entwicklung der Theorie der Bohrlochseismographenmethode (russ.), *Nachr. Akad. Wiss. UdSSR, Serie Geograph. Geophys.*, Nr. 1, 1945
- [56] RISNITSCHENKO, J. W., Über die seismischen Eigenschaften einer Schicht ewig gefrorenen Bodens (russ.), *Nachr. Akad. Wiss. UdSSR, Serie Geograph. Geophys.*, Nr. 6, 1942
- [57] RISNITSCHENKO, J. W., Die Bestimmung des Intensitätsfeldes seismischer Wellen (russ.), *Nachr. Akad. Wiss. UdSSR*, Nr. 1, 1954
- [58] Rjabinkin, L. A., Die Modifikationen des regelbar gerichteten Empfangs seismischer Wellen und die Methoden der Gruppierung (russ.), *Erkundung und Ausbeutung von Erdöl- und Erdgaslagerstätten*, Bd. I, Moskau 1958
- [59] Rjabinkin, L. A., Die Grundlagen über das Auflösungsvermögen beim regelbar gerichteten Empfang seismischer Wellen (russ.), *Angew. Geophys.*, *Ausg. 16*, 1957
- [60] Rjabinkin, L. A., Napalkow, I. W., u. a., Fragen des regelbar gerichteten Empfangs seismischer Wellen (russ.), *Arb. Inst. Erdölforschung*, Bd. 18, 1957
- [61] Sorokin, L. W., Uryson, W. O., Rjabinkin, L. A., und Dolizki, W. A., Kurs über die geophysikalischen Erkundungsmethoden von Erdöllagerstätten (russ.), Teil IV, Moskau 1950
- [62*] Twerskoj, P. N., Kurs über Geophysik, Moskau 1936
- [63] Zwetajew, A. A., Die Methoden der Gruppierung in der seismischen Erkundung (russ.), Moskau 1953
- [64*] Schuleikin, W. W., Die Physik des Meeres, Moskau 1941
- [65*] Alexanlan, C. L., *Traité pratique de prospection géophysique*, 1932
- [66*] Ambronn, R., *Methoden der angewandten Geophysik*, Leipzig 1926
- [67*] Angenheister, G., Beobachtungen bei Sprengungen, *Zs. Geophys.* **1**, 1927
- [68*] Barsch, O., Reich, H., Seismische Arbeiten in Norddeutschland, *Gerlands Beitr. zur Geophys.*, *Erg.-Hefte f. angew. Geophys.* **1**, H. 2, 1930
- [69*] Barton, D., The seismic method of mapping geologic structure, *American Institute of Mining and Metallurgical Engineers, Technical Publication*, August 1928
- [70*] Berlage, H. P., Näherungsformeln zur Berechnung der Amplituden der elastischen Wellen, die beim Durchgang einer gegebenen Welle durch eine Unstetigkeitsfläche entstehen, *Gerlands Beitr. zur Geophys.* **26**, 2, 1930
- [71*] Blut, H., Ein Beitrag zur Theorie der Reflexion und Brechung elastischer Wellen an Unstetigkeitsflächen, *Zs. Geophys.* **8**, 1932
- [72*] Bringmeier, G., Sonderfälle aus der Praxis des seismischen Verfahrens, *Beitr. angew. Geophys.* **4**, 1934
- [73*] McDermott, E., Use of multiple seismometers, *Petroleum Engineer*, February 1937
- [74*] Gutenberg, B., *Lehrbuch der Geophysik*, Berlin 1927
- [75*] Gutenberg, B., Wood, H. O., Buwalda, J. P., Experiments testing seismographic methods für determining crustal structure, *Bull. of Seismol. Soc. of Amer.* **22**, Nr. 3, September 1932
- [76*] Gutenberg, B., On some problems concerning the seismic field methods, *Beitr. z. angew. Geophys.* **6**, H. 2, 1936
- [77*] Haalck, H., *Jahrbuch der angewandten Geophysik*, Berlin 1934
- [78*] Heiland, C., Über die seismischen Reflexionsmethoden, *Gerlands Beitr. zur Geophys.*, *Erg.-Hefte* **3**, 1933
- [79*] Heiland, C., Note on reflection from steeply dipping beds, Reprinted from *Geophysics* **1**, July 1936
- [80*] Jeffreys, H., The reflection and refraction of elastic waves, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Soc., Geophys. Supplement* **1**, 7, 1926

- [81*] KNOTT, C. G., On reflection and refraction of elastic waves with seismological applications, *Philosophical Magazine* 5, 48, 46, 1899
- [82*] MARTIN, H., Bodenseismik, *Handb. d. Experimentalphysik* 25, T. 3
- [83*] MAILLET, R., BAZERQUE, J., *La prospection séismique du sous-sol*, Paris 1931
- [84*] MEISSER, O., *Beitrag zu einer experimentellen Seismik*, Jena 1929
- [85*] MEISSER, O., MARTIN, H., *Zur experimentellen Seismik*. *Zs. Geophys.* 7, 37, 1931
- [86*] MINTROP, L., *Erforschung von Gebirgsschichten und nutzbaren Lagerstätten nach dem seismischen Verfahren*, Hannover 1922
- [87*] RIEBER, F. A., *New reflection system with controlled directional sensitivity*, *Geophysics* 1, Nr. 1, 1936
- [88*] RIEBER, F. A., *Applications of the Geo-Sonograph to petroleum exploration*, *Petroleum Engineer*, February 1937
- [89*] ROMAN, J., *Analysis of seismic profiles*, *Geophysical Prospecting* November 1933
- [90*] ROSAIRE, E., ADLER, J., *Application and limitation of dip shooting*, *Bull. American Association Petroleum Geologists* 18, Nr. 1, January 1934
- [91*] ROTHÉ, E., *Les méthodes de prospection du sous-sol*, Paris 1930
- [92*] RUTHERFORD, H., *Reflection methods in seismic prospecting*, *American Institute of Mining and Metallurgical Engineers, Technical Publication*, Nr. 486, 1932
- [93*] SCHMIDT, O., *Angewandte Seismik*, *Zs. Geophys.*, Jahrgang 4, 3, S. 134, 1928
- [94*] SCHMIDT, O., *Theorie der 3-Schichten-Seismik*, *Zs. Geophys.* 7, H. 1/2, 1931
- [95*] SLOTNIK, M., *On seismic computations with applications*, *Geophysics* 1, Nr. 1, 1936
- [96*] WIECHERT, E., *Untersuchung der Erdrinde mit Hilfe von Sprengungen*, *Geolog. Rundschau* 17, H. 5, 1926

ERGÄNZUNGEN ZUM LITERATURVERZEICHNIS

durch die Redaktion der deutschen Ausgabe

- GAMBURZEW, G. A., *Ausgewählte Arbeiten (russ.)*, Moskau 1960
- HAALCK, H., *Lehrbuch der angewandten Geophysik, Teil 2*, Berlin 1958
- SOROKIN, L. W., *Lehrbuch der geophysikalischen Methoden zur Erkundung von Erdölvorkommen (Übers. a. d. Russ.)*, Berlin 1953
- PUSIERJEW, N. N., *Die Interpretation der Daten in der Reflexionsseismik (russ.)*, Moskau 1960
- JAKOSKY, J. J., *Exploration Geophysics*, Los Angeles 1949
- POLSCHKOW, M. K., PETRASCHEN, G. I., u. a., *Fragen der dynamischen Theorie der Ausbreitung seismischer Wellen (russ.)*, Leningrad 1957/1959
- NASAROW, A. G., *Methode zur Ingenieur-Analyse seismischer Kräfte (russ.)*, Erewan 1959
- SAWARENSKI, E. F., KIRNOS, D. P., *Elemente der Seismologie und Seismometrie (Übers. a. d. Russ.)*, Berlin 1960
- KÖHLER, H., *Grundzüge der Erschütterungsmessung*, Leipzig 1956
- REICHARDT, W., *Grundlagen der Elektroakustik*, Leipzig 1960
- KLOTTER, K., *Technische Schwingungslehre*, Berlin-Göttingen-Heidelberg 1951
- GURWITSCH, I. I., *Seismische Erkundung (russ.)*, Moskau 1960
- BRANDT, G., *Einführung in die Methode des reguliert gerichteten Empfanges seismischer Wellen*, *Geophysik und Geologie* 4, Leipzig 1962
- Autorenkollektiv, *Die seismische Tiefensondierung der Erdkruste in der UdSSR (russ.)*, Leningrad 1962
- BERSON, I. S., u. a., *Dynamische Charakteristiken seismischer Wellen in realen Medien (russ.)*, Moskau 1962

NAMENVERZEICHNIS

- Adler, J. 420
 Aleksejew, A. M. 416
 d'Alembert, J. P. 12
 Alexanian, C. L. 419
 Ambrom, R. 153, 419
 Anderson, J. 140, 141, 415
 Andronow, A. A. 414
 Angenheister, G. 419
 Antokolski, M. L. 414, 416
- Barnes, J. L. 416
 Barseh, O. 419
 Barton, D. 419
 Bazerque, J. 420
 Beaudouin, P. 174, 416
 Beljaninow, N. N. 414
 Benioff, H. 105, 142, 148, 149,
 151, 152, 190, 193, 415
 Benndorf 251, 268
 Beranek, L. 414
 Berlage, H. P. 29, 372, 415, 419
 Berson, I. S. 409, 414, 416, 417
 Blut, H. 354, 419
 Bogdanow, A. I. 417
 Bontsch-Brujewitsch, A. M. 414
 Bosij, N. D. 414
 Brandt, G. 420
 Bringmeier, G. 257, 419
 Bugailo, W. A. 417
 Buwalda, J. P. 419
- Chaikin, S. S. 414
 Charkewitsch, A. A. 415
 Chudsinski, L. I. 415
 Coulomb, J. 126, 127, 128, 129,
 130, 131, 146, 416
 Curie, P. 173, 174
- David, P. 416
 Dawidowa, N. I. 409
 Derjagin, B. W. 417
 McDermott, E. 419
 Dolizki, W. A. 419
 Drosdow, A. A. 414
- Edge, A. B. 416
 Epinatjewa, A. M. 409, 417,
 418
- Fedorenko, A. N. 415
 Fedosejenko, N. E. 409
 Firestone, F. A. 416
 Frenkel, B. 415
 Furdujew, W. W. 415
- Galitzin, B. 416
 Gamburzew, G. A. 207, 359,
 369, 402, 414, 417, 420
 Gardner, M. F. 416
 Glotow, O. K. 417
 Golyzin, B. B. 105, 142, 144,
 145, 146, 414
 Golzman, F. M. 414
 Gondet, H. 174, 416
 Green 105, 190, 193
 Grenet, G. 126, 128, 129, 130,
 131, 146, 416
 Gurwitsch, I. I. 356, 414, 415,
 417, 420
 Gutenberg, B. 419
- Haalek, H. 416, 419, 420
 Hagiwara, T. 416
 Heaviside, O. 64, 65, 96
 Heiland, C. 419
 Hooke, R. 35, 37, 46
 Hort, W. 416
 Hülsenkamp, F. 416
- Iwanow, A. 366
- Jakosky, J. J. 420
 Jeffreys, H. 29, 313, 416, 419
 Jepinatjewa, A. M. 414
 Jewtjanow, S. I. 415
 Jons, J. 417
- Kalenow, E. N. 415
 Karus, E. W. 414, 417
 Keller 184, 208
- de Kerwen-Pikar 41
 King, L. V. 168, 169, 416
 Kirchhoff, G. R. 58, 59, 79
 Kirnos, D. P. 131, 144, 146,
 415, 420
 Klotter, K. 420
 Knott, C. G. 420
 Köhler, H. 420
 Komarow, S. G. 415
 Kosminskaja, I. P. 416, 418
 Kowalenkow, W. I. 415
 Krug, K. A. 415
- Laby, T. H. 416
 Langevin, A. 416
 Lasarew, P. P. 9, 325, 418
 Lucien, La Coste, J. B. 416
- Maillet, R. 420
 Mark, M. G. 415
 Martin, H. 417, 420
 Maschkilleison, L. J. 414
 Meisser, O. 119, 417, 420
 Melamud, A. J. 409, 415
 Mintrop, L. 2, 9, 138, 416, 420
 Moschenko, A. N. 418
 Müller, F. 139, 140, 141, 416
- Napalkow, I. W. 419
 Nasarow, A. G. 420
- Ogurzew, K. P. 418
- Parchomenko, I. S. 409
 Pariskaja, G. N. 409, 414, 418
 Pasetschnik, I. P. 414, 415,
 417, 418
 Petraschen, G. I. 418, 420
 Pirson, S. 416
 Poiseuille, J. 170
 Polschkow, M. K. 415, 420
 Poriskaja, G. N. 417
 Pusierjew, N. N. 301, 418, 419,
 420

- Rabinowitsch, I. S.** 415
Raz-Chisgija, M. J. 409
Reich, H. 419
Reichardt, W. 420
Rieber, F. A. 231, 367, 368, 420
Risnitschenko, J. W. 283, 328, 414, 415, 417, 419
Rjabinkin, L. A. 368, 415, 419
Roman, J. 420
Romanowski, W. B. 414
Rosaire, E. 420
Rosanow, I. I. 415
Rothé, E. 420
Rutherford, H. 420
Rybner, J. 127, 146, 416

Saborowski, A. I. 9, 418
Saizew, L. P. 418

Sawarenski, E. F. 146, 415, 420
Schi, T. J. 415
Schipilin, N. S. 409
Schmidt, O. 420
Schnirman, G. 140, 150, 151, 415
Schrader, J. E. 416
Schuleikin, W. W. 419
Schweydar 2, 138, 139, 182
Slotnik, M. 337, 338, 339, 420
Sluzkowski, A. I. 414, 415
Sokolow, W. A. 415
Sorokin, L. W. 415, 419, 420
Starodubrowskaja, S. P. 409, 414, 417
Swolinski, N. W. 418

Twerskoi, P. N. 419

Uryson, W. O. 415, 419

Waetzmann 153, 159, 416
Wasilijew, J. S. 417
Wassiljew, J. I. 409
Weizman, P. S. 197, 417
Wenner, F. 126, 127, 146, 416
Werner, K. 416
Wheatstone, Ch. 191
Wiechert, E. 420
Wojuzki, W. S. 366, 414, 417
Wood, H. O. 140, 141, 405, 415, 419

Young, S. 174

Zoeppritz, K. 372
Zwetajew, A. A. 419

SACHVERZEICHNIS

- Abnahme, monotone 321
 Abriß, Kontrolle des 310
 Abschätzung der Fehler 338
 Absorptionseigenschaften, selektive 313
 Abstand der Laufzeitkurvenpunkte vom Koordinatenursprung 267
 –, maximaler, zwischen Schußpunkt und Seismographen 356
 –, optimaler, Wahl des 356
 –, –, zwischen den einzelnen Seismographen 357
 Amplitudenabnahme mit zunehmender Entfernung 312
 Analogie, elektrische, des Seismographen vom drehenden Typ 72
 –, –, – – – „translativen“ Typ 70
 –, mechanische, des Transformators 56
 Analogien, Anwendung der elektromechanischen 70
 –, Aufstellung von 54
 –, elektromechanische, erster und zweiter Art 187
 –, elektromechanische, Existenz 187
 –, erstes System der elektromechanischen 43
 –, Existenz elektromechanischer 187
 –, Grundregeln für elektromechanische 53
 – mechanischer Systeme nach dem zweiten System 56
 –, Methode der elektromechanischen 42
 –, zweites System der elektromechanischen 45
 analytische Methode 323
 Ankopplung der Seismographen 360
 Anregung, komplizierte periodische 20
 Anregungsbedingungen 347
 Anregungs- und Empfangsbedingungen 311
 Anschluß-Laufzeitkurve, gestaffelte 307
 antiklinale und synklinale Falten 310
 aperiodische Dämpfung 82
 – Grenzämpfung 82
 aperiodischer Grenzfall, Dämpfung im 199
 Apparatur, seismische, Verzerrungen in der 177
 Approximation, sukzessive 284
 äquivalente elektromechanische Größen 104
 – Systeme 107
 arithmetische Mittlung, Methode der 275, 283
 Asymptote der Hyperbel 260
 – – P_1S_1 -Laufzeitkurve, Neigungswinkel der 320
 Asymptoten, Gleichungen der 316
 Auflösungsvermögen 358
 – der hochfrequenzseismischen Erkundungsmethode 411
 Aufstellung von Analogien 54
 Aufstellungsweite 396
 Ausbreitungsgeschwindigkeit, wahre, Berechnung der 254
 Ausfall von Zwischenschichten 255
 Ausfallsbedingung einer Zwischenschicht 256
 Ausgangsstufe 217
 Austrittswinkel 243
 Bedingung für das Laufzeitenminimum 239
 Benndorfsche Formel 251, 279
 Benndorfsches Gesetz 243
 Beobachtungslinien, Richtung der 307
 Beobachtungsschema 307
 Beobachtungssystem 309
 Beschleunigungen 39
 Beschleunigungsmesser, Piezoquarz- 172
 Bewegung des Seismographen bei beliebiger Anregungsfunktion 27
 – – – durch gedämpfte sinusförmige Schwingungen 23
 – – – durch sinusförmige Schwingungen 21
 „blinde Zone“ 307
 Bodenunruhe, mikroseismische 181
 bohrlochseismische Bestimmung der mittleren Geschwindigkeit 332
 – Untersuchungen 284
 Brechung, allgemeines Gesetz der, und Reflexion 238
 – elastischer Wellen 238
 Brechungsfläche, Ermittlung der Tiefe der 277
 –, Koordinaten der 285
 Bruchstufe 258
 –, unendlich tiefe 260
 Bruchstufen, Erkennen von 307
 Brücken-Magnetsystem, elektromagnetischer Seismograph mit 190
 Charakteristiken, dynamische 412

- Dämpfung, aperiodische** 82
 –, elektrische 209
 –, –, im Induktions-Seismographen 197
 –, elektromagnetische 194
 – im aperiodischen Grenzfall 199
Dämpfungseigenschaften 314
Dämpfungskoeffizient 16, 348
Dämpfungskraft 13
Dämpfungsmessung 209
Darstellung mechanischer und elektrischer Systeme 50
Deformometer 387
Diagramm der Vertikal-Laufzeitkurven 335
Diagramme, Slotniksche 337
Differentialgleichung des mechanischen Seismographen 12
Differenz-Laufzeitkurve 331
Diffraction, diffuse Reflexion und, von Wellen an Inhomogenitäten im Wasser 404
Diffractionserscheinungen 241
Diffractionspunkt 259
Diffractionswellen 258
diffuse Reflexion und Diffraction von Wellen an Inhomogenitäten im Wasser 404
direkte Aufgabe, Lösung der 288
 – Wellen 242, 297
 – –, reflektierte und, Grenzpunkt für die 316
Doppelsysteme und Untersysteme 188
drehender Typ, elektrische Analogie des Seismographen vom 72
Drehschwingungen 35
dreipolige Masse 71
Drei-Schichten-Problem 250, 278
dünne Zwischenschichten 356
dynamische Aufgabe, Lösung der, der Elastizitätstheorie 354
 – Besonderheiten, Anwendung der 412
 – Charakteristiken 412
 – Empfindlichkeit 204

Effektivgeschwindigkeiten 329
Eigenschwingungen des Seismographen 197, 201
 „einander zugeordnete“ Punkte 301
Eindringtiefe, maximale 289, 291, 293
einpolige mechanische Elemente 46
Einfalls- oder Emergenzwinkel 243
Einfallswinkel 250
 –, Abhängigkeit des Reflexionskoeffizienten vom 354
 –, scheinbarer 354
Einfluß von Zwischengrenzflächen 355, 382
Einsatz, erster, Bestimmung des 314

einstufiger Verstärker, Theorie des 212
elastische Unterlage 76
 – Verbindung, Mikrophon-Seismographen mit 159
 – Wellen, Brechung 238
 – –, Reflexion 238
Elastizität, negative 36
 –, positive 36
Elastizitätstheorie, Lösung der dynamischen Aufgabe der 354
elektrische Analogie des Seismographen vom drehenden Typ 72
 – – – – – „translativen“ Typ 70
 – Dämpfung 209
 – Größen 44
 – und mechanische Systeme, Darstellung 50
elektrisches Analogon, Übergang vom mechanischen System zum 57
 – System, Darstellung eines 50
 – –, Rückwirkung des mechanischen auf ein 110
 – –, Übergang vom, zum mechanischen Analogon 57
 – –, – –, zum mechanischen 54
 – –, – – mechanischen zum 53
elektrodynamischer Seismograph 144, 194, 197
elektromagnetische Dämpfung 194
 – – im Induktions-Seismographen 197
elektromagnetischer Seismograph 142, 194
 – – mit Brücken-Magnetsystem 190
 – –, Theorie des 112
elektromechanische Analogien, Anwendung der 70
 – – erster und zweiter Art 187
 – – erstes System der 43
 – –, Existenz 187
 – –, Grundregeln für 53
 – –, Methode der 42
 – –, zweites System der 45
 – Größen, äquivalente 104
 – Resonanz 124
 – Umwandlung 122
 – Wandler 103
elektromechanischer Kopplungsfaktor 198, 206
Elektrometerröhren 176
Ellipsenmethode 325
Empfang, regelbar gerichteter 313, 367, 368
Empfangsbedingungen 311, 357
 – für Erschütterungswellen 387
Emergenzwinkel, Einfalls- oder 243
Empfindlichkeit, dynamische 204
 –, maximale, der Seismographen 313
endliche Kette 222
Entspannungswelle 350, 353

- Erkundungsmöglichkeiten mit der hochfrequenz-seismischen Methode 413
- Erschütterungswellen, Empfangsbedingungen für 387
- erste Einsätze, Laufzeitkurve der 246
- Ordnung, Grenzflächen 296
- —, Stetigkeitssprung 313
- erster Einsatz, Bestimmung des 314
- erstes System der elektromechanischen Analogien 43
- erzwungene stationäre Schwingungen des Seismographen 17
- Existenzbedingung 265
- exponentielle Abhängigkeit 339
- zwischen Geschwindigkeit und Tiefe 299
- Geschwindigkeitszunahme 293
- exponentielles Anwachsen der tatsächlichen Geschwindigkeit 332
- Falten, synklinale und antiklinale 310
- Fehler, Abschätzung der 338
- Fermatsches Prinzip 236, 237
- Filter, mechanische 132
- Filterseismograph 132, 136
- Filtersystem 211
- Filterung 85, 132, 358
- Filterungsbedingungen, optimale 359
- Flächenschrift 368
- Formel von Berlage 28
- Frequenzcharakteristik der Seismographen 313
- des mechanischen Seismographen 18
- , Steilheit der 89
- Frequenzcharakteristiken 92, 314
- Frequenzfiltration 394
- Frequenzselektion 408
- Frequenzverhältnis, kritisches 83
- Frequenzverzerrungen 360
- Galvanometer, Theorie des 114
- , Untersuchung der 186
- gebrochene Wellen, Bestimmung der mittleren Geschwindigkeit aus Laufzeitkurven der 331
- —, Interpretation von Laufzeitkurven 249
- —, Korrelationsmethode 275
- —, Laufzeitkurven aller Typen 268
- Gegenseitigkeitsprinzip 309, 343, 348
- gekrümmte Grenzfläche 275
- geometrische Seismik 236, 288
- —, Anwendung der 296
- gerichteter Empfang, Methode des 367
- —, regelbar 313, 367, 368
- Geschwindigkeit, exponentielle Abhängigkeit zwischen, und Tiefe 299
- , exponentielles Anwachsen der tatsächlichen 332
- , mittlere, Bestimmung der, aus Laufzeitkurven der gebrochenen Wellen 331
- , —, Bestimmung der, aus bohrlochseismischen Beobachtungen 332
- Geschwindigkeiten, mittlere, Bestimmung der 329
- Geschwindigkeitsabhängigkeit, lineare 337
- Geschwindigkeitszunahme, beliebige 294
- , exponentielle 293
- Koeffizient 292
- , kontinuierliche 288
- , lineare 290, 331
- , —, Schema der Interpretation bei 301
- , monotone 321
- gestaffelte Anschluß-Laufzeitkurve 307
- Gleichung der Laufzeitkurve der reflektierten Welle 315
- — — einer Refraktionswelle 246
- des Vertikal-Seismographen 37
- Gleichungen der Asymptoten 316
- Grenzdämpfung, aperiodische 82
- Grenzempfindlichkeit 158
- Grenzfläche, gekrümmte 275
- , geneigte 300
- , Tiefe der 250
- Grenzflächen 310
- , Berechnung der Tiefen der 273
- erster Ordnung 296
- , Fall zweier 263
- , vertikale 260
- zweiter Ordnung 296, 303
- Grenzpunkt der Laufzeitkurve 304
- für die reflektierten und direkten Wellen 316
- Grenzstrahl 304
- Grenzwert des Mischungsgrades 225
- Grenzwinkel 249
- , kritischer 240
- Gruppierung 364, 396
- , statistischer Effekt der 366
- Hilfslaufzeitkurve 247, 251
- Hochfrequenzseismik 356, 409
- hochfrequenzseismische Apparaturen 410
- Erkundungsmethode, Auflösungsvermögen der 411
- —, Methodik der 410
- Methode, Erkundungsmöglichkeiten mit der 413
- Hochpaß, mechanischer 234

- homogene Differentialgleichung, Lösung der, des Seismographen 14
 horizontale, n -, Schichten 254, 288
 Huygensches Prinzip 236, 237
 Hyperbel, Asymptote der 260
- Induktions-Seismograph** 194
 ---, elektromagnetische Dämpfung im 197
Ingenieur-Seismik 5
Inhomogenitäten im Wasser 404
 - oberhalb der Reflexionsfläche 329
Intensitätsaufzeichnung 359
Intensitätsmethode 367
Intensitätsverhältnis der horizontalen Komponenten 378
 - - vertikalen Komponenten 377
 - reflektierter Wellen verschiedenen Typs 371
Interferenzerscheinungen 355
Interpretation der Laufzeitkurve, Mehrdeutigkeit in der 261, 263
 - von Laufzeitkurven 275
 - - - gebrochener Wellen 249
Isochronen 336
Isohypsen 281
Isolinien der Scheingeschwindigkeiten 335
Isonormale 281
Isonormalenmethode 326
- Kanal** 360
kapazitive Seismographen 164
komplizierte mechanische Systeme, Berechnung 59
 - periodische Anregung 20
Kompressionswelle 350, 353
Kondensator-Seismograph 164, 166
Konstruktion bei Fehlen der Rückschuß-Laufzeitkurve 282
kontinuierliche Geschwindigkeitszunahme 288
Kontrolle des Abrisses 310
Koordinaten der Brechungsfläche 285
Kopfwellen 29
Kopplungsfaktor, elektromechanischer 198, 206
Körper, kuppelförmige 310
Korrekturen erster Art 287
 - zweiter Art 287
Korrelation der Reflexionen 343
Korrelationslücke 344
Korrelationsmethode gebrochener Wellen 275
Kreisschnittpunkte, Methode der 327
kritische Grenzwinkel 240
kritisches Frequenzverhältnis 83
kuppelförmige Körper 310
- Ladung, Verdämmung der** 348
Langsamschicht 285, 348
Langsamschichtkorrektur, Oberflächen- und 285
Laufzeit einer Welle 238
Laufzeitenminimum, Bedingung für das 239
Laufzeitkurve 242
 - , Anschluß-, gestaffelte 307
 - der ersten Einsätze 246
 - - Refraktionswellen in Parameterform 293
 - , Gleichung der 288
 - , - - , der reflektierten Welle 315
 - , - - , einer Refraktionswelle 246
 - , Grenzpunkt der 304
 - , Mehrdeutigkeit in der Interpretation der 261, 263
 - , Rückschuß- 275
 - , - , Konstruktion bei Fehlen der 282
 - , P_1S_1 -, Neigungswinkel der Asymptote der 320
 - , Vorschuß- 275
Laufzeitkurven aller Typen gebrochener Wellen 268
 - der reflektierten Wechselwellen 317
 - , Form der, bei geneigter Grenzfläche 300
 - , Gruppen von 270
 - , Interpretation von 275
 - , - - , gebrochener Wellen 249
 - longitudinaler Refraktionswellen 246
 - , Parallelverschiebung der 259
 - reflektierter Wellen 315
 - , Rückschuß-, System der 272
 - , theoretische 331
 - , Vertikal- 334
 - , - , Diagramm der 335
 - , Vorschuß-, System der 272
 - , zeitliche Trennung jeder Gruppe von 270
Laufzeitkurvenäste, Parallelverschiebung der 305
Laufzeitkurvenpunkte, Abstand der, vom Koordinatenursprung 267
Laufzeitkurvensystem 308
lineare Geschwindigkeitsabhängigkeit 337
 - Geschwindigkeitszunahme 290, 331
 - - , Schema der Interpretation bei 301
Linien, orthogonale, Methoden 187
logarithmische Steilheit 20, 88, 410
logarithmisches Dekrement 16
longitudinal-transversale Wellen 264
longitudinale Refraktionswellen, Laufzeitkurven 246
Longitudinalwellen 241
 - und transversale Wellen, Verhältnis zwischen den Geschwindigkeiten der 264

Lösung der direkten Aufgabe 288
 – – dynamischen Aufgabe der Elastizitätstheorie 354
 – – homogenen Differentialgleichung des Seismographen 14
 lückenlose Profilvermessung 343
 Luftdämpfung 78, 209

Magnetbandapparatur 359
 Masse, zweipolige 47, 48
 maximale Eindringtiefe 289, 291, 293
 – Empfindlichkeit der Seismographen 313
 maximaler Abstand zwischen Schußpunkt und Seismographen 356
 mechanische Analogie des Transformators 56
 – Systeme, Analogien, nach dem zweiten System 56
 – –, Berechnung komplizierter 59
 – –, Darstellung 48
 – und elektrische Systeme, Darstellung 50
 – Elemente, einpolige 46
 – –, zweipolige 46
 – Filter 132
 – Größen 44
 – Seismographen 138
 mechanischer Hochpaß 234
 – Seismograph, Differentialgleichung des 12
 – –, Frequenzcharakteristik des 18
 – –, Phasencharakteristik des 35
 – –, Theorie des 12
 mechanisches Analogon, Übergang vom elektrischen System zum 57
 – System, Übergang vom elektrischen zum 54
 – –, –, zum elektrischen Analogon 57
 – –, –, zum elektrischen System 53
 Mehrdeutigkeit bei der Interpretation 263
 – – – – der Laufzeitkurve 261
 Mehrfachreflexionen zwischen Meeresoberfläche und Grund 402
 mehrstufiger Verstärker 92
 – –, Verzerrungen im 217
 Methode der elektromechanischen Analogien 42
 – – Kreisschnittpunkte 327
 – – Zeitfelder 283
 – – „zugeordneten Punkte“ 278
 – des gerichteten Empfangs 367
 – – unendlichen Widerstandes 51
 – – „Vertikalprofils“ 333
 – – Widerstandes Null 51
 Methoden orthogonaler Linien 187

Methodik der hochfrequenzseismischen Erkundungsmethode 410
 Mikrophon-Seismographen 152
 – – – mit elastischer Verbindung 159
 Mikroseismik 313
 mikroseismische Unruhe 181, 311
 Mischer, Richtcharakteristik des 223
 – , Theorie des 220
 Mischungsgrad 221
 – , Grenzwert des 225
 mittlere Geschwindigkeiten, Bestimmung der 329
 – –, –, –, aus Laufzeitkurven der gebrochenen Wellen 331
 – –, –, –, bohrlochseismischen Beobachtungen 332
 monotone Geschwindigkeitszunahme oder -abnahme 321

negative Elastizität 36
 – Scheingeschwindigkeit 319, 324
 Neigungswinkel 249
 – der Asymptote der P_1S_1 -Laufzeitkurve 320
 n -horizontale Schichten 254, 288
 nichtstationäre Schwingungen 61
 – Vorgänge 89, 93
 Nutzempfindlichkeit, Erhöhung der 397
 Nutzteil des Profils 275

Oberflächenform, Einfluß der 286
 Oberflächen- und Langsamschichtkorrektur 285
 Oberkante, Lage der, der Stufe 260
 Öldämpfung 78
 orthogonale Linien, Methode der 187
 Orthogonalprofil 281
 optimale Filterungsbedingungen 359
 optimaler Abstand, Wahl des 356
 – – zwischen den einzelnen Seismographen 357

Parallelverschiebung der Laufzeitkurven 259
 – – Laufzeitkurvenäste 305
 Parameter der Schar von Richtungscharakteristiken 363
 Parameterform 288
 – , Laufzeitkurve der Refraktionswellen in 293
 parasitäre Widerstände 73
 periodische Anregung, komplizierte 20
 Phantomhorizont 346
 Phasenachsen 351
 Phasencharakteristik des mechanischen Seismographen 35
 Phasenkriterium 362
 Phasenumkehrung 353

- Phasenverschiebung 32, 92, 225
 –, „wahre“ 34
 Phasenverschiebungen, relative 360
 Phasenverzerrungen 360
 Polygonsystem 342
 positive Elastizität 36
 piezoelektrischer Effekt 172
 Piezoquarz-Beschleunigungsmesser 172
 Profil, Nutzteil des 275
 Profilanlage in Abhängigkeit von Form und Lage der geologischen Struktur 310
 Profilanordnung 341
 Profilierung, stetige, System der 343
 Profilvermessung, lückenlose 343
 P-Systeme, Spaltung von 187
- Qualität der Reflexionen 347**
 qualitative Veränderungen in der Form der Laufzeitkurven bei geneigter Grenzfläche 300
- Rad von KELLER 184**
 regelbar gerichteter Empfang 313, 367, 368
 reflektierte Transversalwellen, Gleichung der 317
 – und direkte Wellen, Grenzpunkt für die 316
 – Wechselwellen, Laufzeitkurven der 317
 – Welle, Gleichung der Laufzeitkurve der 315
 – Wellen, Intensitätsverhältnis 371
 – –, Lage der Laufzeitkurven 316
 – –, Laufzeitkurven 315
 – –, Typenbestimmung 388
 Reflexion, allgemeines Gesetz der Brechung und 238
 –, diffuse, und Diffraktion von Wellen an Inhomogenitäten im Wasser 404
 – elastischer Wellen 238
 –, totale, Winkel der 252
 Reflexionen, Korrelation der 343
 –, Qualität der 347
 Reflexionselemente, Bestimmung der Lage von 323
 Reflexionsfläche, Inhomogenitäten oberhalb der 329
 Reflexionsflächen, Eigenschaften der 349
 Reflexionskoeffizient 349, 350, 352
 –, Abhängigkeit des, vom Einfallswinkel 354
 Reflexionsseismik 3
 Refraktionsseismik 5
 Refraktionswelle, Gleichung der Laufzeitkurve einer 246
 Refraktionswellen, Laufzeitkurve der, in Parameterform 293
 –, longitudinaler, Laufzeitkurven 246
 –, Typen der 266
- relative Phasenverschiebungen 360
 Reliefkorrekturen 311
 Resonanz, elektromechanische 124
 Richtcharakteristik des Mischers 223
 – – Seismographen 40
 Richtwirkung, Selektion nach den Merkmalen der 361
 Richtung der Beobachtungslinien 307
 Richtungscharakteristiken 361
 –, Parameter der Schar von 363
 Rotationshyperboloid 315
 Rotationsvektor, Bestimmung des 388
 Rückschuß-Laufzeitkurve 275
 – : –, Konstruktion bei Fehlen der 282
 – - Laufzeitkurven, System der 272
- Schallhärte 349**
 scheinbare Wellenlänge 398
 scheinbarer Einfallswinkel 354
 Scheingeschwindigkeit 242, 243
 –, Isolinien der 335
 –, negative 319, 324
 –, unendlich große 244
 Schichten, n -horizontale 254, 288
 –, Drei-, -Problem 278
 –, Zwei-, -Problem 247
 Schußbohrungen, Tiefe der 348
 Schußmoment 312
 Schußpunkt, maximaler Abstand zwischen, und Seismographen 356
 Schußpunkte, Versetzung der 309
 Schwingungen, nichtstationäre 61
 –, stationäre 59
 Seismik, geometrische 236, 288
 – –, Anwendung der 296
 seismische Apparatur, Verzerrungen in der 177
 – Erkundungsmethoden, Theorie der 6
 – Strahlen 237
 Seismograph 1
 –, Bewegung des, bei beliebiger Anregungsfunktion 26
 –, –, durch gedämpfte sinusförmige Schwingungen 23
 –, –, – sinusförmige Schwingungen 21
 –, elektrodynamischer 194
 –, elektromagnetischer 194
 –, –, mit Brücken-Magnetsystem 190
 –, erzwungene stationäre Schwingungen des 17
 –, Induktions- 194
 –, Kondensator- 164, 166
 –, Lösung der homogenen Differentialgleichung des 14

- Seismograph, maximaler Abstand zwischen Schußpunkt und 356
- , mechanischer, Differentialgleichung des 12
 - , - , Frequenzcharakteristik des 18
 - , - , Theorie des 12
 - , - , Phasencharakteristik des 35
 - , Richtcharakteristik des 40
 - , Thermomikrophon- 167
 - vom drehenden Typ, elektrische Analogie des
 - - „translativen“ Typ, elektrische Analogie des 70
- Seismographen, Ankopplung der 360
- - Anzahl pro Gruppe 364
 - , Frequenzcharakteristik der 313
 - , kapazitive 164
 - , optimaler Abstand zwischen den einzelnen 357
 - , Untersuchung der 181
 - - Versetzung, Methode der 309
- Seismographenbündelung 394
- Selektion nach den Merkmalen der Richtwirkung 361
- - spektralen Merkmalen 357
- selektive Absorptionseigenschaften 313
- Senkung des Störungsniveaus 313
- spektrale Merkmale, Selektion nach 357
- Slotniksche Diagramme 337
- Spiegelpunkt der Strahlenquelle 315
- stationäre Schwingungen 59
- - , erzwungene, des Seismographen 17
- statistischer Effekt der Gruppierung 366
- Steilheit der Frequenzcharakteristik 89
- , logarithmische 20, 88, 410
- stetige Profilierung 343
- Stetigkeitssprung erster Ordnung 313
- - zweiter Ordnung 313
- Störpegel (mikroseismische Störungen) 394
- Störungsniveau, Senkung des 313
- Störwellen auf dem Meer 402
- , Tiefenursprung der 404
 - , Unterdrückung von 412
- Strahlen, seismische 237
- Strahlendiagramme 336
- Strahlenquelle, Spiegelpunkt der 315
- Streuung 350
- Stufe, Lage der Oberkante der 260
- sukzessive Approximation 284
- synklinale und antiklinale Falten 310
- System der Rückschuß-Laufzeitkurven 272
- - stetigen Profilierung 343
 - - Vorschuß-Laufzeitkurven 272
- Systeme, äquivalente 107
- Tangierungsbedingungen der P_{11} -Wellen und der gebrochenen Wellen 321
- Theorie der seismischen Erkundungsmethoden 6
- des einstufigen Verstärkers 212
 - - mechanischen Seismographen 12
 - - Mischers 220
 - - elektromagnetischen Seismographen 112
- Thermomikrophon-Seismograph 167
- Tiefe der Brechungsfläche, Ermittlung der 277
- - Grenzfläche 250
 - - Schußbohrungen 348
- , exponentielle Abhängigkeit zwischen Geschwindigkeit und 299
- Tiefen der Grenzflächen, Berechnung der 273
- Tiefenseismik 393
- Tiefenursprung der Störwellen 404
- Torsiographen 388
- totale Reflexion, Winkel der 252
- Transformator, mechanische Analogie des 56
- „translativer“ Typ, elektrische Analogie des Seismographen vom 70
- transversale Wellen, Verhältnis zwischen den Geschwindigkeiten der Longitudinalwellen und der 264
- Transversalwellen 241, 264
- , reflektierte, Gleichung der 317
- Trägheitselement 46
- , zweipoliges 133
- Typen der Refraktionswellen 266
- gebrochener Wellen 240
 - reflektierter Wellen 242
- Typenbestimmung reflektierter Wellen 388
- Übergang vom elektrischen System zum mechanischen Analogon 57
- - - - - System 54
 - - mechanischen System zum elektrischen Analogon 57
 - - - - - System 53
- Umwandlung, elektromechanische 122
- unendlich große Scheingeschwindigkeit 244
- „- tiefe Bruchstufe“ 260
- Unterdrückung von Störwellen 413
- Untersuchung der Galvanometer 186
- - Seismographen 181
 - - Verstärker 185
- Untersysteme, Doppelsysteme und 188
- Unruhe, mikroseismische 311
- Verschiebungen 39
- Verdämmung der Ladung 348

- Versetzung der Schußpunkte 309
 – – Seismographen 309
 Verstärker, einstufiger, Theorie des 212
 –, mehrstufiger 92
 –, –, Verzerrungen im 217
 –, Untersuchung der 185
 –, Verzerrungen in 85
 vertikale Grenzflächen 260
 Vertikal-Laufzeitkurven 334
 – –, Diagramm der 335
 –-Seismograph, Gleichung des 37
 „Vertikalprofil“, Methode des 333
 Verwitterungszone 285
 Verzerrungen 97, 99
 – im mehrstufigen Verstärker 217
 – in der seismischen Apparatur 177
 – – Verstärkern 85
 Verzögerung 33
 Voreilung 33
 Vorgänge, nichtstationäre 89, 93
 Vorschub-Laufzeitkurve 275
 –-Laufzeitkurven 272
- Wahl des optimalen Abstandes 356
 wahre Ausbreitungsgeschwindigkeit, Berechnung der 254
 „–“ Phasenverschiebung 34
 Wandler, elektromechanische 102
 Wechselwellen, reflektierte, Laufzeitkurven der 317
 Welle, Laufzeit einer 238
 –, reflektierte, Gleichung der Laufzeitkurve der 315
 Wellen, direkte 242, 297
 –, gebrochene, Bestimmung der mittleren Geschwindigkeit aus Laufzeitkurven der 331
 –, –, Interpretation von Laufzeitkurven 249
- Wellen, gebrochene, Laufzeitkurven aller Typen 268
 –, –, Tangierungsbedingungen der Wellen P_{11} und der 321
 –, –, Typen 240
 –, P_{11} -, und der gebrochenen Wellen, Tangierungsbedingungen der 321
 –, reflektierte, Lage der Laufzeitkurven 316
 –, –, Laufzeitkurven 315
 –, –, Typen 242
 –, –, Typenbestimmung 388
 –, – und direkte, Grenzpunkt für die 316
 –, transversale, longitudinal-transversale und 264
 –, –, Verhältnis zwischen den Geschwindigkeiten der Longitudinalwellen und der 264
 –, Typen gebrochener 240
 –, – reflektierter 242
 Wellenfront 236
 Wellenlänge, scheinbare 398
 Widerstand, Methoden des unendlichen 51
 – Null, Methode des 51
 Widerstände, parasitäre 73
 Widerstandsverstärker 85
 Winkel der totalen Reflexion 252
 –, tatsächlicher 354
- Zeitfelder, Methode der 283
 Zeitkonstante 86, 89
 „zugeordnete Punkte“, Methode der 278
 zweipolige Masse 47, 48
 – mechanische Elemente 46
 zweipoliges Trägheitsmoment 133
 Zwei-Schichten-Problem 247
 zweites System der elektromechanischen Analogien 45
 Zwischengrenzflächen, Einfluß von 355, 382
 Zwischenschicht, Ausfallsbedingung einer 256
 –, Fehler in der Bestimmung der Tiefe durch Ausfall einer 256
 Zwischenschichten, Ausfall von 255
 –, dünne 356