



# Modellazione, analisi e interpretazione di una volta a padiglione adattiva in *Visual Programming Language*

Fabrizio Natta

## *Abstract*

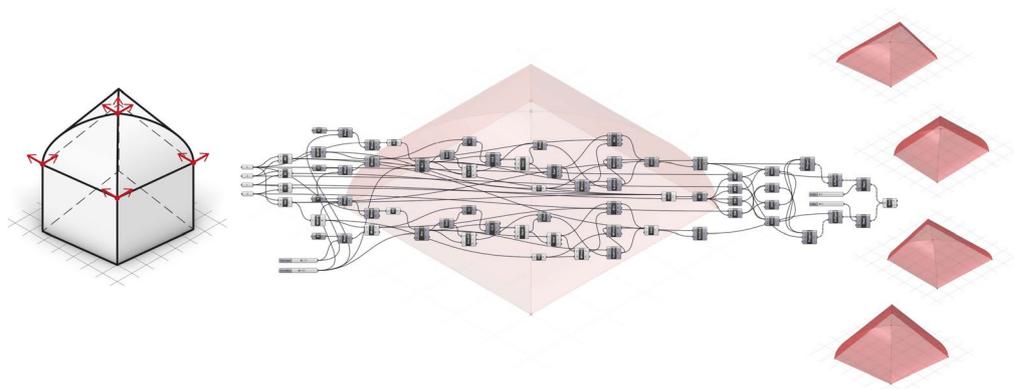
Lo studio propone i risultati di una ricerca in fase di sviluppo sulla modellazione parametrica di sistemi voltati. Lo studio sulla generazione geometrica al centro degli interessi di questa ricerca si connette con la modellazione parametrica, nella sua componente di creazione di forme e modelli utilizzando un linguaggio di programmazione visivo mediante il software Grasshopper.

Sulla base dello studio degli aspetti teorici, della coerenza fra forma e struttura e della composizione di forme geometriche nelle sue innumerevoli relazioni, si vuole definire lo sviluppo parametrico di una volta a padiglione adattiva.

Il proposito è quello di utilizzare e sintetizzare in un unico algoritmo visuale un modello di carattere geometrico ispirato dagli innumerevoli modelli teorici e modelli costruiti che, con un numero limitato di vincoli dimensionali, possa definire questa superficie complessa su impianto quadrilatero e freccia qualsiasi.

## *Parole chiave*

Volte a padiglione, modellazione algoritmica, VPL, adattivo



Processo di modellazione  
di una volta a padiglione  
adattiva in VPL  
(elaborazione grafica di  
F. Natta).

## Introduzione

Lo studio delle volte è sempre stato al centro degli interessi degli studiosi del Disegno. Queste complesse costruzioni hanno per secoli rappresentato una fonte di ispirazione e conoscenza per il progetto, offrendo innumerevoli opportunità per l'innovazione e la sfida intellettuale e creativa.

Lo studio sulla generazione geometrica al centro degli interessi di questa ricerca si connette con la modellazione parametrica, nella sua componente di creazione di forme e modelli utilizzando un linguaggio di programmazione visivo (VPL).

Il presente lavoro si inserisce nell'alveo degli studi contemporanei finalizzati alla parametrizzazione dei sistemi voltati [Angeliu, Cardani, Coronelli 2019; Bagnolo, Argiolas, Vanini 2022; Capone et al. 2022; Lanzara et al. 2021] e intende costruire uno strumento di analisi e sintesi adattabile a differenti modelli di volta a padiglione.

Precedenti studi e avanzamenti sui sistemi voltati complessi nel barocco piemontese [Spallone, Vitali 2017], pongono le basi per una conoscenza del tema delle volte sistematizzate a partire dalle fonti trattatistiche e manualistiche [Guarini 1674; Guarini 1737; Curioni 1865; Curioni 1868] (fig. 1), confrontate con casi studio rilevati e modellati nella loro componente intradossale.

La complessità di queste strutture composte può suggerire di scomporre gli elementi principali e secondari per approfondire la genesi geometrica delle singole superfici che determinano la configurazione generale della volta.

Le tecniche avanzate di generazione della forma tramite VPL offrono opportunità per rendere i modelli di superficie adattivi a vincoli definiti da criteri geometrico-costruttivi e permettere di darne una rappresentazione rigorosa e comunicativa.

Dagli innumerevoli modelli teorici agli altrettanti modelli rilevabili nel costruito, lo studio della volta a padiglione permette di creare una metodologia – su cui adattare, con le dovute modifiche, altre volte su pianta quadrangolare oltre a quelle a padiglione, ossia crociera, vela e conca [1] – per generare attraverso un unico algoritmo visuale un modello di carattere geometrico che, con un numero limitato di vincoli dimensionali desumibili sul costruito attraverso il rilevamento, possa definire un padiglione su impianto quadrilatero e freccia qualsiasi.

## Modellazione visuale di un padiglione su base quadrilatera regolare

La volta a padiglione, come noto, si compone di quattro o più fusi cilindrici impostati sui lati dell'ambiente da voltare. Se l'ambiente è a base quadrata, la volta è formata dai fusi derivati dalla sezione di un cilindro comunemente a direttrice circolare, ellittica o policentrica [Docci, Migliari 1992, pp. 500-501].

Per sviluppare in linguaggio visuale il modello di superficie intradossale della volta a padiglione

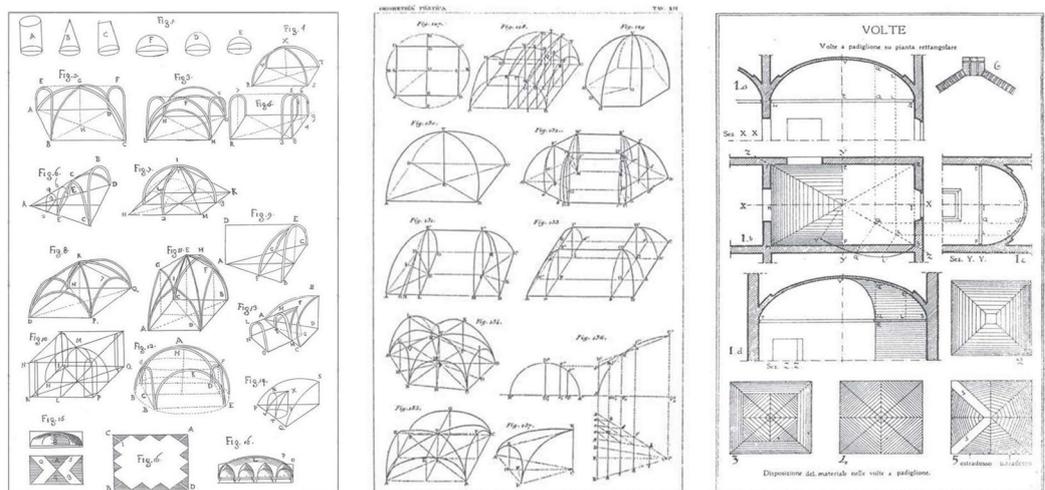


Fig. 1. Volte semplici e composte nella trattatistica e nella manualistica (Guarini 1737, *Trat. III*, Lastra XIX; Curioni 1868, *Tav. XII*; Chevalley 1924, *Tav. XCI*).

è stato utilizzato il software Grasshopper, un plugin di Rhinoceros (da cui sono state estratte le viste assonometriche e il *canvas* con l'algoritmo nelle sue relazioni tra i componenti).

A premessa dello studio che segue, per i principi dell'adattabilità, questo lavoro viene sviluppato per moduli, proporzioni, simmetrie e vincoli direzionali.

Gli studi delle costruzioni algoritmiche che ne derivano si basano su un impianto quadrato definito a priori, differenziandosi rispetto alle direttrici del cilindro.

A partire dai quattro vertici del quadrato definiti e inseriti nel progetto, vengono sviluppati tre algoritmi differenti riferiti alle possibili direttrici del cilindro:

- Arco di circonferenza: definito da un punto iniziale, un punto finale e un vettore tangente (*\_ArcSED*) parallelo all'asse globale z (fig. 2a).
- Arco di ellisse: creato a partire da un'ellisse definito da un piano e due raggi (*\_Ellipse*), da cui successivamente viene isolato il suo semi-profilo (*\_SubCrv*). L'origine del piano di costruzione viene definito nel punto medio tra due vertici contigui e orientato un piano definito (*\_YZ* o *\_XZ*), il raggio orizzontale viene derivato dalla distanza dimezzata di due vertici contigui, mentre il raggio verticale viene definito tramite dato numerico variabile (*\_NumberSlider*). La successiva divisione dell'ellisse viene determinata tramite sub-dominio (pari a '0 to Pi') della curva principale (fig. 2b).
- Arco policentrico a tre centri: realizzato mediante costruzione geometrica con definizione dimensionale della freccia e del raggio degli archi estremi. Il primo arco (*\_Arc*) che compone il profilo viene creato a partire dalla definizione del piano su cui giace, il raggio e l'angolo di dominio (pari a '0.5\*Pi to Pi'); l'origine del piano viene definito dalla traslazione di un vertice lungo uno dei lati con valore dimensionale pari al raggio dell'arco. A partire dal punto finale di questo arco viene costruita la linea congiungente il punto in chiave, in seguito estesa per trovare l'intersezione con l'arco (*\_CLX*). Il punto così individuato definisce il cambio di curvatura dell'arco policentrico, generato tramite unione (*\_JoinCrv*) del primo arco, correttamente diviso secondo il nuovo dominio, del suo speculare con asse verticale passante per la freccia (*\_Mirror*) e dell'arco per tre punti (*\_Arc3Pt*) (fig. 2c).

Per ottenere i fusi cilindrici che compongono il padiglione su una base quadrata a partire dalle differenti curve direttrici si può usare lo stesso approccio alla costruzione dell'algoritmo. A partire dalla definizione della prima direttrice, risulta necessaria la medesima costruzione dell'arco sul lato perpendicolare dell'ambiente, assegnando semplicemente i vettori e i piani speculari.

Sull'orizzontale si individua il centro del piano d'imposta, in questo caso facilmente individuabile nel punto d'intersezione tra le diagonali dell'ambiente, per definire le semi-diagonali del quadrato.

In seguito, si effettua l'estrusione delle direttrici lungo il lato perpendicolare (*\_ExtrCrv*). Su queste superfici vengono proiettate (*\_Project*) le semi-diagonali che serviranno per dividere la superficie in elementi (*\_SrfSplit*). Assegnando questi elementi ad una specifica lista di oggetti (*\_Item*) si possono selezionare i fusi (o le unghie invertendo i valori) per generare e unire (*\_JoinBrep*) gli elementi del padiglione su base quadrata (fig. 3).

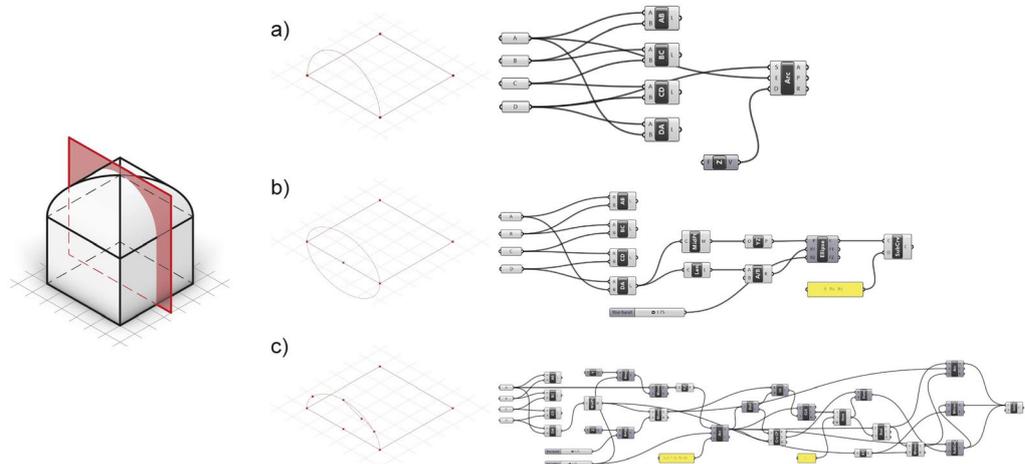


Fig. 2. Sintesi grafica tridimensionale, assonometrie e algoritmi visuali per la definizione di tre profili differenti (elaborazione grafica di F. Natta).

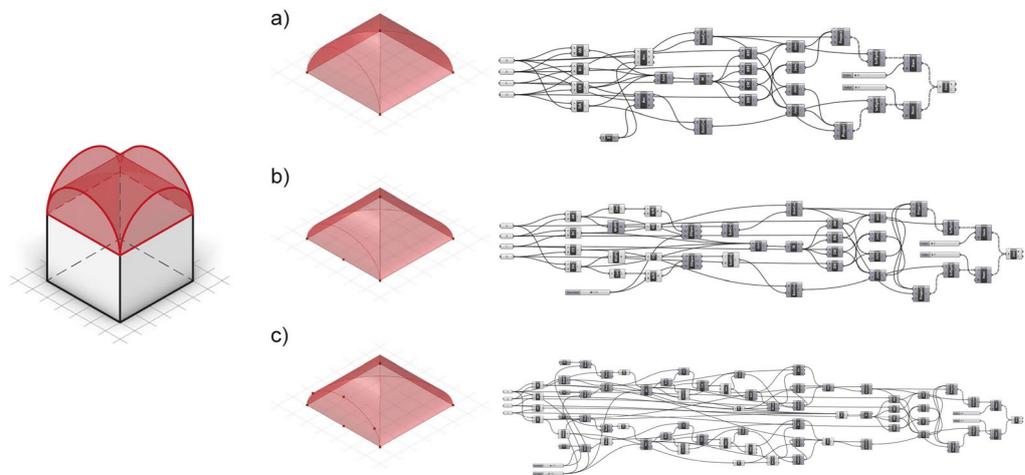


Fig. 3. Sintesi grafica tridimensionale; assonometrie e algoritmi visuali per la definizione di una volta a padiglione con profili differenti (elaborazione grafica di F. Natta).

### Vincoli, adattabilità e filtri di costruzione

Portare questo lavoro sul piano dell'adattabilità significa selezionare e definire vincoli (*constraints*) su cui impostare un modello, il quale può essere scalabile per costruire altre tipologie di volte (crociera e conca).

A monte di tutto avviene la definizione dei quattro vertici del quadrilatero, posizionati sul piano  $xy$  e, come accennato in introduzione, desumibili da qualsivoglia operazione di rilevamento, ad esempio tramite trilaterazione (fig. 4a) o individuazione dell'intersezione di linee generate tramite una collezione di punti (*\_FitLine*) generati dalla sezione di una nuvola di punti (fig. 4b). Seguendo il medesimo approccio di intersezione di due semicilindri, modificando i vertici del quadrilatero nel piano  $xy$  per adattarsi a una costruzione irregolare della base, se le due superfici devono avere la medesima altezza non avviene una generazione di semicilindri, ma di semiconoidi (generabili, ad esempio, come *loft* tra i due profili sui lati opposti), i quali producono curve gobbe all'intersezione. Volendo imporre questo vincolo è necessario trovare il 'centro' di questo quadrilatero irregolare. In questa fase è stato fondamentale il riferimento allo studio delle volte su base trapezoidale [2].

Basandosi su costruzioni geometriche [Capone et al. 2022] sono stati definiti algoritmicamente tre metodi di definizione del 'centro' di un quadrilatero irregolare tramite:

- l'intersezione delle diagonali (*\_CCX*) (fig. 5a);
- l'intersezione tra linee congiungenti i punti medi opposti dei lati (fig. 5b);
- il baricentro definito a partire dal quadrilatero (*\_Area*) (fig. 5c).

Questi punti, inseriti in un filtro a 'n' variabili (*\_StreamFilter*), vengono poi selezionati per modificare il modello secondo le differenti variabili.

### Modellazione visuale di un padiglione su base quadrilatera irregolare

Per la costruzione della volta a padiglione adattiva, come emerge dai passaggi precedenti, abbiamo bisogno di cinque vincoli: quattro che definiscono il perimetro del quadrilatero e uno, traslato sull'asse  $z$ , che definisce il punto di chiave della volta. Questo punto è uno

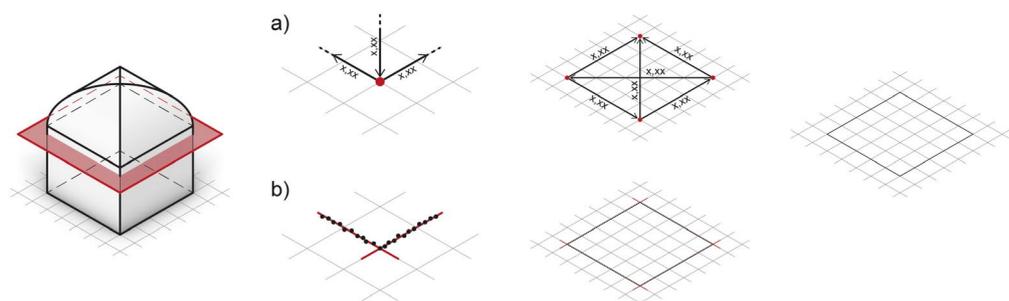


Fig. 4. Sintesi grafica tridimensionale in assonometria per la definizione del quadrilatero di base dell'ambiente (elaborazione grafica di F. Natta).

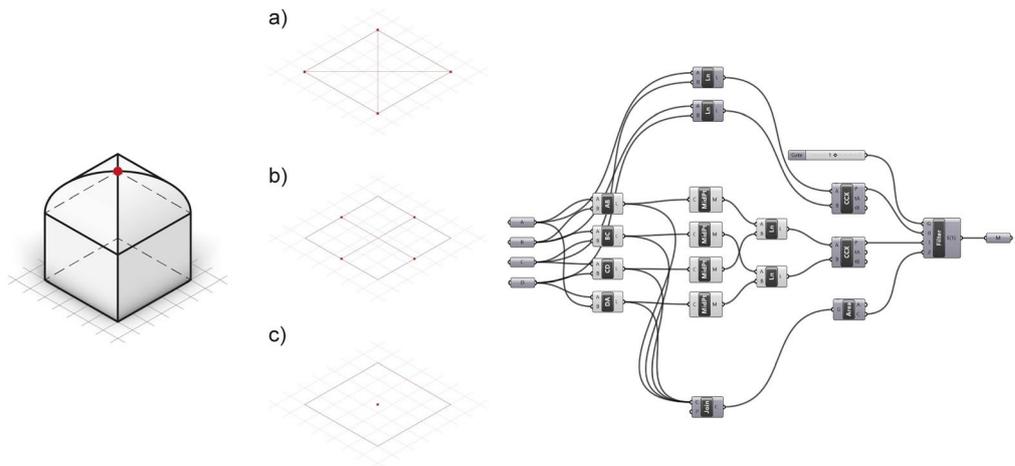


Fig. 5. Sintesi grafica tridimensionale; assonometrie e algoritmo visuale per la definizione del centro di volta (elaborazione grafica di F. Natta).

dei dati che necessita di dimensionamento, in quanto definisce la freccia della volta: un secondo dato dimensionale (il raggio della porzione di arco estremo dell'arco policentrico) è invece opzionale in quanto legato alla specifica costruzione geometrica. Il punto di partenza per ottenere questo modello di padiglione è la definizione della prima intersezione tra due fusi [Angeliu, Cardani, Coronelli 2019] generata come arco di ellisse (fig. 6.1) o arco policentrico [3]. Per arrivare alla costruzione di questa prima intersezione, vengono definiti sul piano dell'imposta i segmenti che congiungono i vertici del perimetro e il 'centro' del quadrilatero. Immaginando che la suddetta intersezione sia costituita da un arco di ellisse si imposta l'origine del piano di costruzione della curva all'intersezione tra il segmento sull'imposta e il segmento verticale passante per il 'centro', che definisce la freccia ( $LnLn$ ); ad ellisse costruita si fanno operazioni di divisione della curva per definirne il dominio (pari a  $1.5 \cdot \pi$  to  $2 \cdot \pi$ ). A partire da questa curva si eseguono due estrusioni lungo le linee del quadrilatero di base (fig. 6.2). I segmenti congiungenti i vertici del perimetro e il 'centro' del quadrilatero

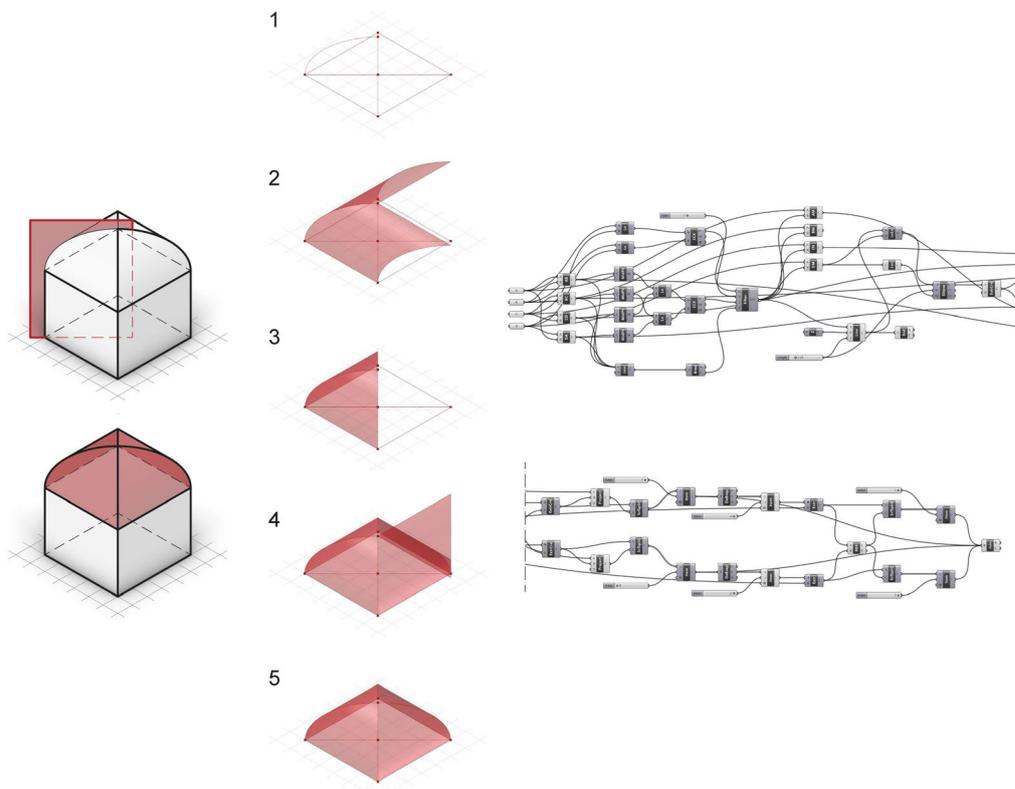
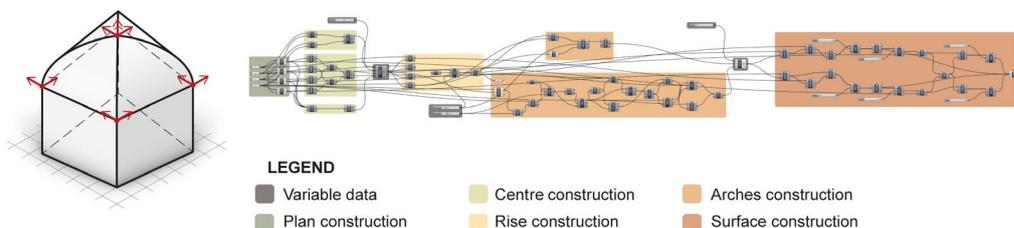


Fig. 6. Sintesi grafica tridimensionale; assonometrie e algoritmo visuale per la definizione di una volta a padiglione a partire da una curva d'intersezione tra i fusi con profilo ellittico (elaborazione grafica di F. Natta).

Fig. 7. Sintesi grafica tridimensionale; algoritmo visuale per la definizione di una volta a padiglione adattiva (elaborazione grafica di F. Natta).



vengono proiettati verticalmente sulla superficie e utilizzati come curve di taglio per definire in seguito, tramite selezione, i primi due fusi della volta (fig. 6.3).

Per definire i restanti fusi, vengono estratte le due curve d'intersezione ora generate (*\_DeBrep*) ed estruse lungo i restanti lati del perimetro, come descritto nel punto precedente (fig. 6.4). La divisione e selezione di questi fusi avviene tramite la curva d'intersezione di queste due superfici (*\_BBX*) (fig. 6.5).

Nella definizione di un algoritmo visivo univoco di questa volta a padiglione adattiva (fig. 7) si possono identificare i seguenti elementi:

- dati variabili;
- costruzione del piano;
- costruzione del centro;
- costruzione della freccia;
- costruzione degli archi;
- costruzione delle superfici.

### Conclusioni e futuri sviluppi

Il ruolo della modellazione digitale parametrica per l'architettura è ormai da anni in crescita. La traduzione di modelli in un linguaggio software permette di superare alcuni limiti, offrendo configurazioni flessibili e riconfigurabili.

È evidente come sia necessaria, oltre alla conoscenza dei software in uso, in un panorama sempre più denso e vario, la padronanza e consapevolezza sullo studio e l'analisi di un patrimonio architettonico già ampiamente indagato. Nuovi strumenti possono indirizzare nuove metodologie di ricerca, anche se risulta imprescindibile uno sforzo iniziale finalizzato alla comprensione degli aspetti teorici, all'analisi della coerenza delle forme e della loro composizione, per la creazione di una metodologia costruita scientificamente.

Della modellazione, analisi e interpretazione tridimensionale dell'algoritmo visuale (fig. 8), si è vista, in questo contesto, un'applicazione teorica. Lo stesso approccio può, con le dovute accortezze, essere applicato per la ri-costruzione di altre volte su base quadrilatera o poligonale (ad esempio a crociera o a conca) [Bagnolo, Argiolas, Vanini 2022], così come per la composizione di sistemi voltati complessi con voltine secondarie [Spallone, Vitali, Carota 2019]. Il modello così parametrizzato in Grasshopper può essere invece utilizzato proficuamente per il confronto con nuvole di punti ed essere integrato in ambiente BIM, facilitando la

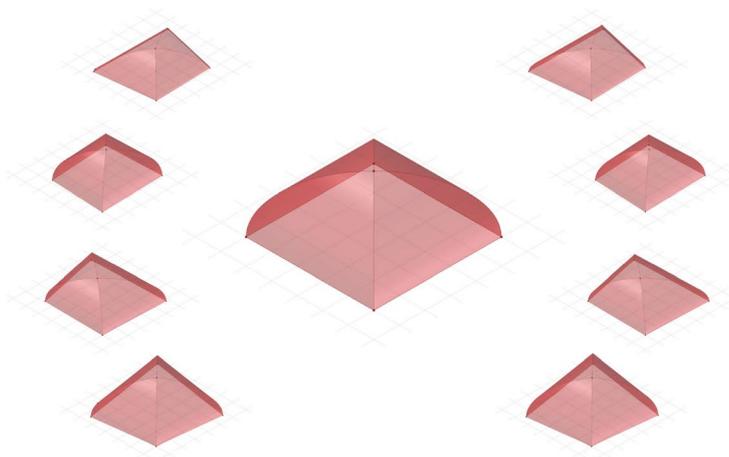


Fig. 8. Assonometria di una volta a padiglione adattiva e delle sue varianti (elaborazione grafica di F. Natta).

modellazione del patrimonio costruito attraverso una rappresentazione geometricamente rigorosa e, ancora, per l'approfondimento dell'analisi geometrica nel confronto tra modelli digitali e architettura costruita.

#### Note

[1] Delle differenti interpretazioni rispetto a questa definizione di volta 'a conca' [Spallone, Vitali 2017, p. 118], l'identificazione di [Curioni 1865] è quella a cui si fa riferimento: una volta a doppia curvatura con tre direttrici, di cui quelle laterali sono rette e quella centrale curva.

[2] Per definire le regole di costruzione geometriche ci si è riferiti allo studio di [Calvo-López 2020] sui trattati di E. Viollet-le-Duc (1854-1868), R. Willis (1842) e A. Choisy (1899).

[3] Viene omesso in quel caso l'arco di circonferenza, il quale avrebbe portato alla realizzazione di una volta a padiglione rialzata.

#### Riferimenti bibliografici

Angjeliu G., Cardani G., Coronelli D. (2019). A Parametric Model for Ribbed Masonry Vaults. In *Automation in Construction*, n. 105, 102785, pp. 1-17.

Bagnolo V., Argiolas R., Vanini C. (2022). Algorithmic Modelling as a Key Tool for Ribbed Vault Geometry. In *Nexus Network Journal*, n. 24(1), pp. 147-166.

Breymann G. A. (1885). *Trattato generale di costruzioni civili, con cenni speciali intorno alle costruzioni grandiose*. Milano: Vallardi.

Calvo López J. (2020). *Stereotomy: Stone Construction and Geometry in Western Europe 1200-1900* (vol. 4). Cham: Springer.

Capone M., Palomba D., Scandurra S., Lanzara E. (2022). Trapezoidal and Apsidal Ribbed Vaults Smart 3D Reconstruction. In *The International Archives of the Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences*, XLVI-2/W1-2022, pp. 135-145.

Chevalley G. (1924). *Elementi di tecnica dell'architettura: materiali da costruzione e grosse strutture*. Torino: Pasta.

Curioni G. (1865). *Lavori generali di architettura civile, stradale ed idraulica e analisi dei loro prezzi*. Torino: Negro.

Curioni G. (1868). *Geometria pratica applicata all'arte del costruttore*. Torino: Negro.

Docci M., Migliari R. (1992). *Scienza della rappresentazione*. Roma: La Nuova Italia Scientifica.

Guarini G. (1674). *Modo di misurare le fabbriche*. Torino: Per gli heredi Giannelli.

Guarini G. (1737). *Architettura Civile*. Torino: Gianfrancesco Mairesse.

Lanzara E., Scandurra S., Musella C., Pulcrano M., Palomba D., Asprone D., di Luggo A. (2021). Modellazione parametrica delle volte e implementazione condivisa del dato in sistemi HBIM. Parametric modelling of vaults and shared implementation in HBIM systems. In T. Emler, A. Caldarone, A. Fusinetti (a cura di). *3D Modeling & BIM 2021 - Digital Twin*, pp. 322-341. Roma: DEI Tipografia del Genio Civile.

Spallone R., Vitali M. (2017). *Volte stellari e Planteriane negli atrii barocchi in Torino. Star-shaped and Planterian Vaults in the Baroque Atria of Turin*. Ariccia: Aracne.

Spallone R., Vitali M., Carota F. (2019). Parametric Modeling as a Tool of Analysis and Interpretation of Built Heritage: the Case Study of Complex Baroque Vaults. In C. Inglese, A. Ippolito (a cura di). *Analysis, Conservation, and Restoration of Tangible and Intangible Cultural Heritage*, pp. 367-402. Hershey: IGI Global.

#### Autore

Fabrizio Natta, Politecnico di Torino, fabrizio.natta@polito.it

Per citare questo capitolo: Natta Fabrizio (2023). Modellazione, analisi e interpretazione di una volta a padiglione adattiva in *Visual Programming Language/Modelling, Analysis and Interpretation of an Adaptive Cloister Vault in Visual Programming Language*. In Cannella M., Garozzo A., Morena S. (a cura di). *Transizioni. Atti del 44° Convegno Internazionale dei Docenti delle Discipline della Rappresentazione/Transitions. Proceedings of the 44th International Conference of Representation Disciplines Teachers*. Milano: FrancoAngeli, pp. 1752-1765.



# Modelling, Analysis and Interpretation of an Adaptive Cloister Vault in Visual Programming Language

Fabrizio Natta

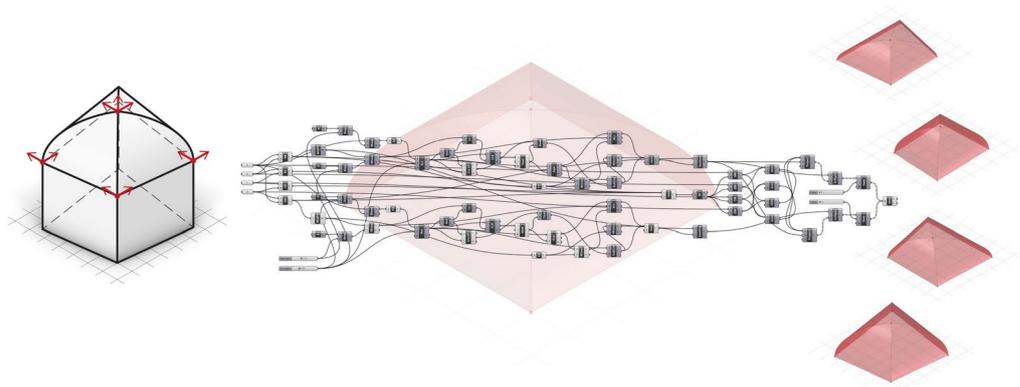
## *Abstract*

The study proposes the results of a developing research project on parametric modelling of vaulted systems. The study on geometric generation at the focus of this research relates to parametric modelling, in its component of the creation of forms and models using a visual programming language via the Grasshopper software. Based on the study of theoretical aspects, the coherence of form and structure and the composition of geometric forms in its countless relationships, it is intended to define the parametric development of an adaptive cloister vault.

The aim is to use and synthesise in a single visual algorithm a model of geometric character inspired by the innumerable theoretical models and constructed models that, with a limited number of dimensional constraints, can define this complex surface on any quadrilateral structure and any rise.

## *Keywords*

Cloister vault, algorithmic modelling, VPL, adaptive



Modelling process of an adaptive cloister vault in VPL (graphic elaboration by F. Natta).

## Introduction

The study of vaults has always been central to the interests of Drawing researchers. For centuries, these complex constructions have been a source of inspiration and knowledge for design, offering countless opportunities for innovation and intellectual and creative challenge. The study of geometric generation at the centre of this research interest connects with parametric modelling, in its component of creating shapes and models using a visual programming language (VPL). The present work is part of contemporary studies aimed at the parameterisation of vaulted systems [Angeliu, Cardani, Coronelli 2019; Bagnolo, Argiolas, Vanini 2022; Capone et al. 2022; Lanzara et al. 2021] and intends to construct a tool for analysis and synthesis adaptable to different models of pavilion vaults. Previous studies and advances on complex vaulted systems in the Piedmontese Baroque [Spallone, Vitali 2017], lay the foundations for a knowledge of the subject of vaults systematised from treatise and manual sources [Guarini 1674; Guarini 1737; Curioni 1865; Curioni 1868] (fig. 1), compared with case studies surveyed and modelled in their intradosal component.

The complexity of these composite structures may suggest decomposing the main and secondary elements to investigate the geometric genesis of the individual surfaces that determine the overall configuration of the vault.

Advanced shape generation techniques using VPL offer opportunities to make surface models adaptive to constraints defined by geometric–constructive criteria and allow for a rigorous and communicative representation.

From the innumerable theoretical models to the as many detectable models in the built environment, the study of the cloister vault makes it possible to create a methodology – on which to adapt, with the necessary modifications, other cloister vaults in addition to the quadrilateral plan, that is groin, sail and a conca vaults [1] – to generate through a single visual algorithm a model of a geometric character that, with a limited number of dimensional constraints that can be deduced on the built environment through the survey, can define a cloister vault on a quadrilateral plan and any arrow.

## Visual modelling of a cloister vault on a regular quadrilateral base

The cloister vault, as is well known, is composed of four or more cylindrical coves set on the sides of the room to be vaulted. If the room has a square base, the vault is formed by the coves derived from the section of a cylinder commonly with a circular, elliptical, or polycentric direction [Docci, Migliari 1992, pp. 500-501].

The software Grasshopper, a Rhinoceros plugin (from which the axonometric views and the canvas with the algorithm in its relations between components were extracted) was used to develop the intrados surface model of the cloister vault in visual language. As an introduction to the study that follows, due to the principles of adaptability, this

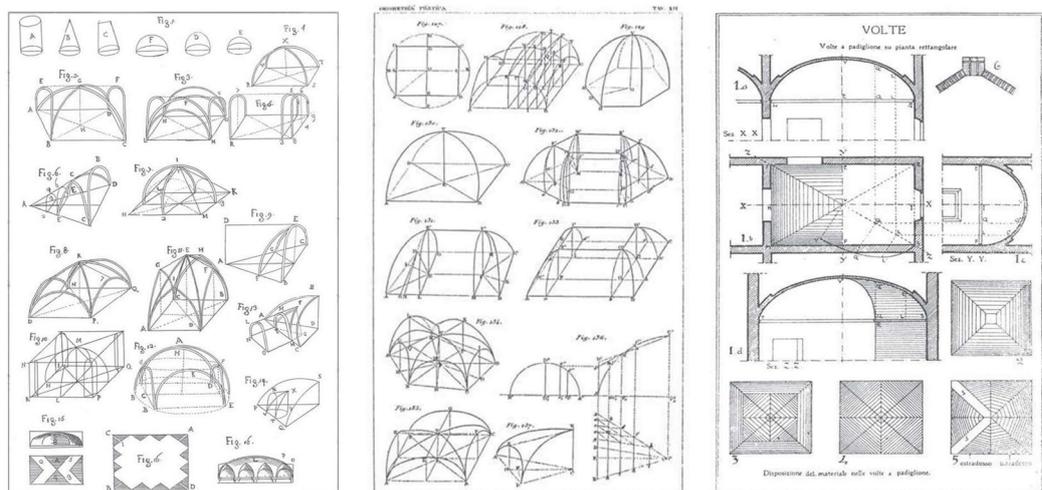


Fig. 1. Simple and composed vaults in treatises and manuals (Guarini 1737, *Trat. III*, *Lastra XIX*; Curioni 1868, *Tav. XII*; Chevalley 1924, *Tav. XCI*).

work is developed for modules, proportions, symmetries, and directional constraints. The resulting studies of algorithmic constructions are based on a square layout defined *a priori*, differing from the cylinder's directions.

From the four vertices of the square defined and included in the design, three different algorithms are developed with respect to the possible directions of the cylinder:

- Circle arc: defined by an initial point, an end point, and a tangent vector (*\_ArcSED*) parallel to the global z-axis (fig. 2a).
- Ellipse arc: created from an ellipse defined by a plane and two radii (*\_Ellipse*), from which its semi-profile (*\_SubCrv*) is subsequently isolated. The origin of the construction plane is defined at the midpoint between two contiguous vertices and orientated a defined plane (*\_YZ* or *\_XZ*), the horizontal radius is derived from the halved distance of two contiguous vertices, while the vertical radius is defined using variable numerical data (*\_NumberSlider*). The subsequent division of the ellipse is determined by sub-domain (equal to '0 to Pi') of the main curve (fig. 2b).
- Three-centred polycentric arc: realised by geometric construction with dimensional definition of the arrow and radius of the extreme arcs. The first arc (*\_Arc*) that makes up the profile is created from the definition of the plane on which it lays, the radius and the domain angle (equal to '0.5\*Pi to Pi'); the origin of the plane is defined by the translation of a vertex along one of the sides with a dimensional value equal to the radius of the arc. Starting from the end point of this arc, the line joining the point in the key is constructed, then extended to find the intersection with the arc (*\_CLX*). The point thus found defines the change of curvature of the polycentric arc, generated by joining (*\_JoinCrv*) the first arc, correctly divided according to the new domain, its mirror with vertical axis passing through the arrow (*\_Mirror*) and the arc for three points (*\_Arc3Pt*) (fig. 2c).

To obtain the cylindrical covers that make up the pavilion on a square base from the different directrix curves, the same approach to the construction of the algorithm can be used.

Starting from the definition of the first directrix, the same construction of the arc on the perpendicular side of the room is required, simply assigning the vectors and specular planes. On the horizontal, we locate the centre of the plane, in this case easily identifiable at the point of intersection of the diagonals of the room, to define the semi-diagonals of the square. Next, the extrusion of the directrices along the perpendicular side (*\_ExtrCrv*) is carried out. On these surfaces are projected (*\_Project*) the semi-diagonals that will be used to divide the surface into elements (*\_SrfSplit*). By assigning these elements to a specific list of objects (*\_Item*), covens (or groins by inverting the values) can be selected to generate and join (*\_JoinBrep*) the elements of the cloister on a square base (fig. 3).

### Constraints, adaptability and construction filters

Bringing this work to the plane of adaptability means selecting and defining constraints on which to set a model, which can be scaled to construct other types of vaults (groin and a conca vault). Upstream of everything is the definition of the four vertices of the quadrilateral, positioned on

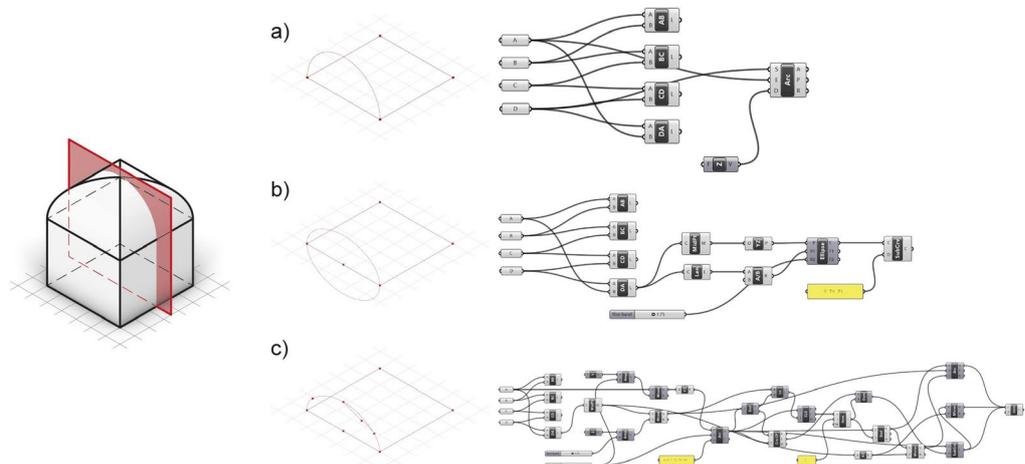


Fig. 2. Three-dimensional graphic synthesis; axonometries and visual algorithms for the definition of three different profiles (graphic elaboration by F. Natta).

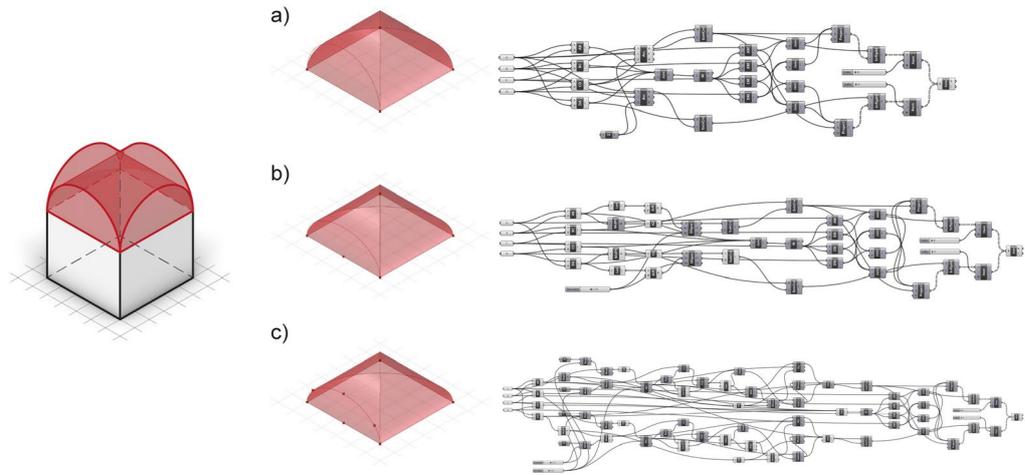


Fig. 3. Three-dimensional graphic synthesis; axonometries and visual algorithms for the definition of a cloister vault with different profiles (graphic elaboration by F. Natta).

the xy plane and as mentioned in the introduction, deducible from any surveying operation, for example through trilateration (fig. 4a) or identification of the intersection of lines generated through a collection of points (`_FitLine`) generated by the section of a point cloud (fig. 4b). Following the same approach as for the intersection of two semi-cylinders, by modifying the vertices of the quadrilateral in the xy plane to adapt to an irregular base construction, if the two surfaces are to have the same height, a generation of semi-cylinders does not take place, but of semi-conoids (which can be generated, for example, as lofts between the two profiles on opposite sides), which produce 'humped' curves at the intersection. Wanting to impose this constraint, it is necessary to find the 'centre' of this irregular quadrilateral. Reference to the study of vaults on a trapezoidal base was fundamental at this stage [2]. Based on geometric constructions [Capone et al. 2022], three methods of defining the 'centre' of an irregular quadrilateral were defined algorithmically via:

- the intersection of diagonals (`_CCX`) (fig. 5a);
- the intersection of lines joining opposite midpoints of the sides (fig. 5b);
- the barycentre defined from the quadrilateral (`_Area`) (fig. 5c)

These points, inserted into an n-variable filter (`_StreamFilter`), are then selected to modify the model according to the different variables.

### Visual modelling of a cloister vault on an irregular quadrilateral base

For the construction of the adaptive cloister vault, as emerges from the previous steps, we need five constraints: four that define the perimeter of the quadrilateral and one, translated on the z-axis, that defines the keystone point of the vault. This point is one of the data that requires dimensioning, as it defines the arrow of the vault: a second dimensional data (the radius of the extreme portion of the polycentric arch) is optional as it is linked to the specific geometric construction.

The starting point for obtaining this cloister model is the definition of the first intersection between two coves [Angeliu, Cardani, Coronelli 2019] generated as an ellipse arch (fig. 6.1) or polycentric arch [3]. To arrive at the construction of this first intersection, the segments joining the vertices

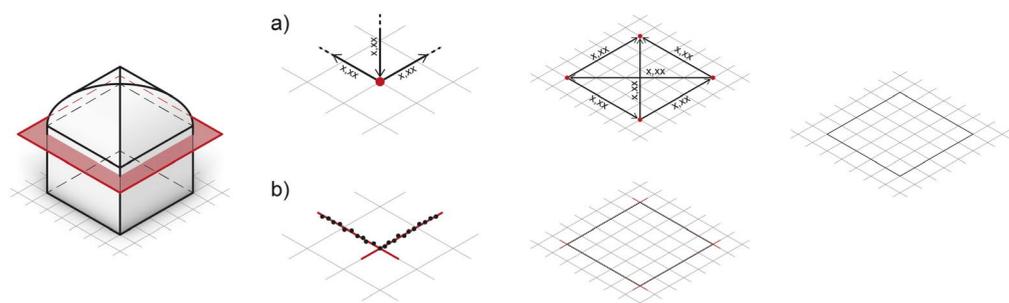


Fig. 4. Three-dimensional graphic synthesis in axonometry to define the basic quadrilateral of the room (graphic elaboration by F. Natta).

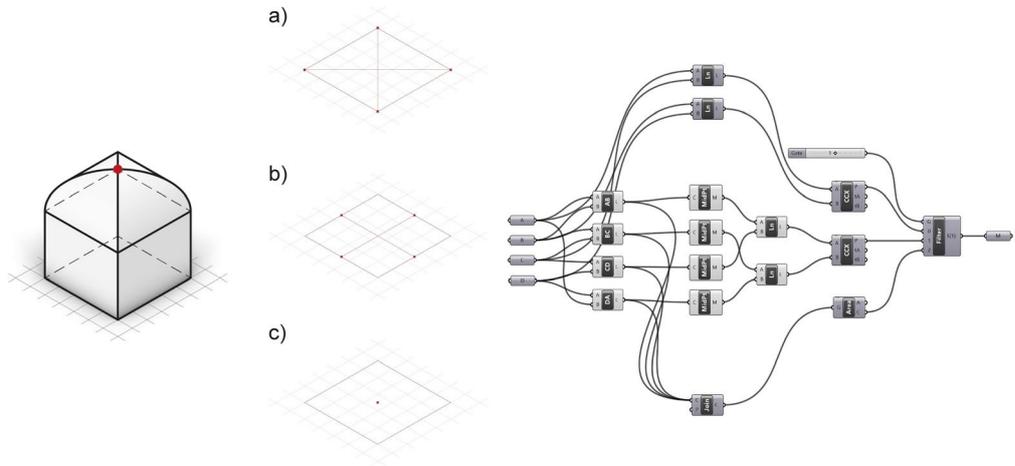


Fig. 5. Three-dimensional graphic synthesis; axonometry and visual algorithm for defining the centre of a vault (graphic elaboration by F. Natta).

of the perimeter and the 'centre' of the quadrilateral are defined on the plane of the impost. Imagining that this intersection is an arc of an ellipse, we set the origin of the plane of construction of the curve at the intersection of the segment on the impost and the vertical segment passing through the 'centre', which defines the arrow ( $\_LnLn$ ); once the ellipse has been constructed, we divide the curve to define its domain (equal to  $1.5 * \pi$  to  $2 * \pi$ ).

From this curve, two extrusions are made along the lines of the base quadrilateral (fig. 6.2). The segments joining the vertices of the perimeter and the 'centre' of the quadrilateral are projected vertically onto the surface and used as cutting curves to subsequently define the first two coves of the vault through selection (fig. 6.3).

To define the remaining coves, the two intersection curves now generated ( $\_DeBrep$ ) are extracted and extruded along the remaining sides of the perimeter, as described in the previous section (fig. 6.4). The division and selection of these coves takes place via the intersection curve of these two surfaces ( $\_BBX$ ) (fig. 6.5).

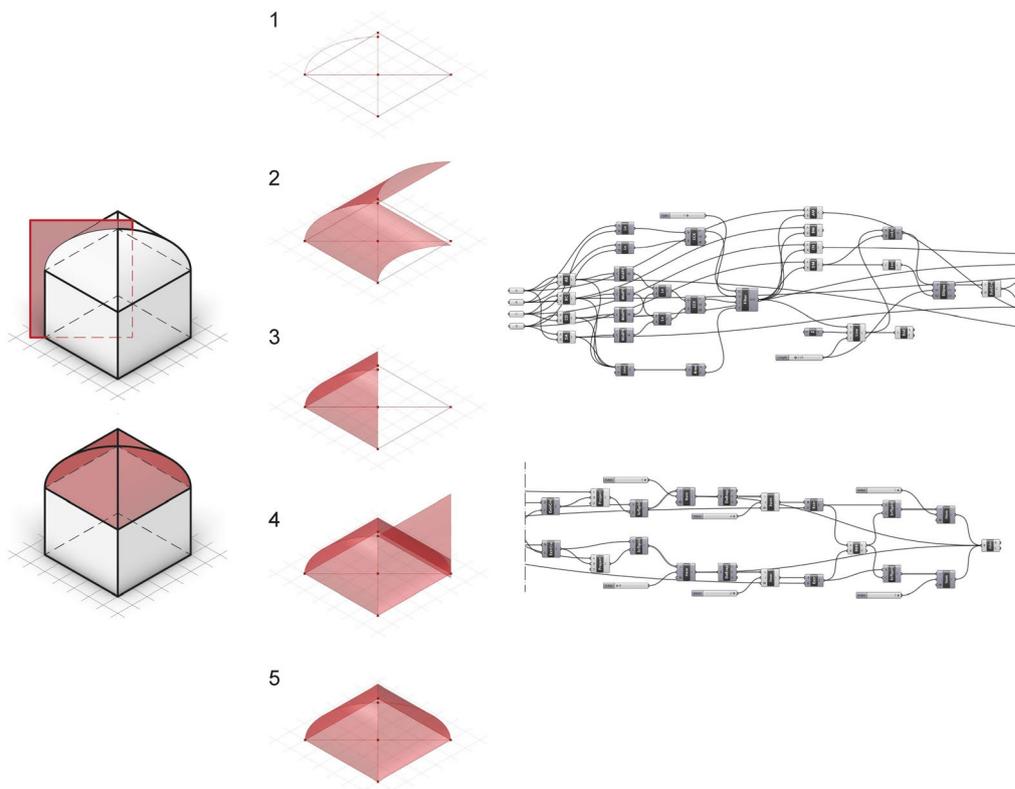


Fig. 6. Three-dimensional graphic synthesis; axonometry and visual algorithm for the definition of a cloister vault from an intersection curve between coves with an elliptical profile (graphic elaboration by F. Natta).

Fig. 7. Three-dimensional graphic synthesis; visual algorithm for the definition of an adaptive cloister vault (graphic elaboration by F. Natta).

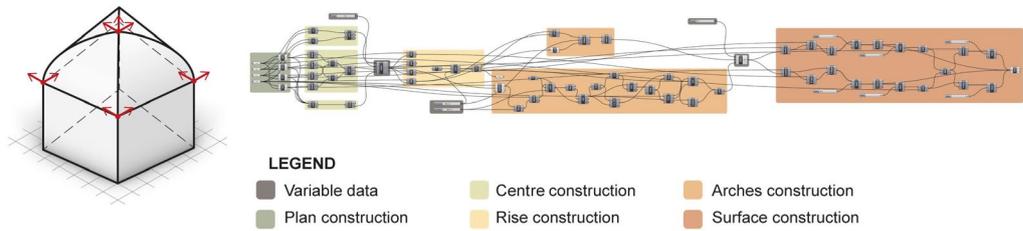
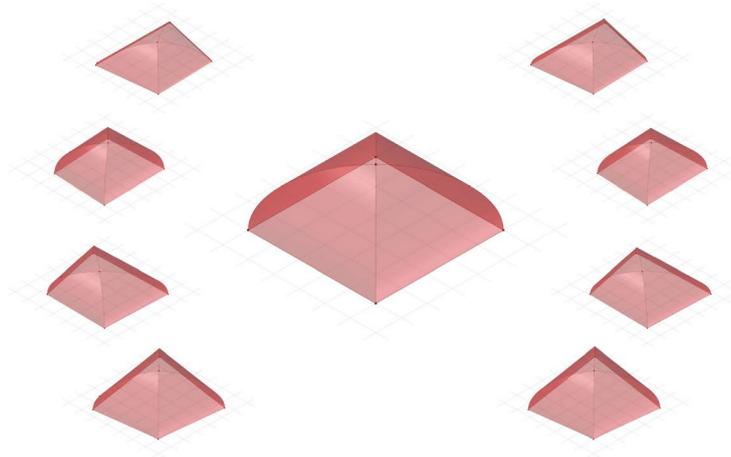


Fig. 8. Axonometry of an adaptive cloister vault and its variants (graphic elaboration by F. Natta).



The following elements can be identified in the definition of a unique visual algorithm of this adaptive cloister vault (fig. 7):

- variable data;
- plan construction;
- centre construction;
- rise construction;
- arches construction;
- surface construction.

### Conclusions and future developments

The role of parametric digital modelling for architecture has been growing for years. The conversion of models into a software language makes it possible to overcome certain limitations, offering flexible and reconfigurable configurations.

It is evident how necessary it is, in addition to knowledge of the software in use, in an increasingly dense and varied panorama, to have a mastery and awareness of the study and analysis of an architectural heritage that has already been extensively investigated. New tools can direct new research methodologies, even if an initial effort aimed at understanding the theoretical aspects and analysing the coherence of forms and their composition is essential for the creation of a scientifically constructed methodology.

The three-dimensional modelling, analysis, and interpretation of the visual algorithm (fig. 8) has been seen as a theoretical application in this context. The same approach can, with due caution, be applied for the re-construction of other vaults on a quadrilateral or polygonal basis (e.g. groin or *a conca*) [Bagnolo, Argiolas, Vanini 2022], as well as for the composition of complex vaulted systems with secondary vaults [Spallone, Vitali, Carota 2019]. The model thus parameterised in Grasshopper can instead be profitably used for comparison with point clouds and be integrated into the BIM environment, facilitating the modelling of the built heritage through a geometrically rigorous representation and, again, for in-depth geometric analysis in the comparison between digital models and built architecture.

## Notes

[1] Of the different interpretations with respect to this definition of 'a conca' vault [Spallone, Vitali 2017, p. 118], Curioni's [Curioni 1865] identification is the one referred to: a double-curved vault with three directrices, of which the lateral ones are straight and the central one curved.

[2] In order to define the geometric construction rules, reference was made to the study by [Calvo-López 2020] on the treatises by E. Viollet-le-Duc (1854-1868), R. Willis (1842) and A. Choisy (1899).

[3] The circumferential arch is omitted in that case, which would have resulted in a raised cloister vault.

## References

- Angjeliu G., Cardani G., Coronelli D. (2019). A Parametric Model for Ribbed Masonry Vaults. In *Automation in Construction*, n. 105, 102785, pp. 1-17.
- Bagnolo V., Argiolas R., Vanini C. (2022). Algorithmic Modelling as a Key Tool for Ribbed Vault Geometry. In *Nexus Network Journal*, No. 24(1), pp. 147-166.
- Breymann G.A. (1885). *Trattato generale di costruzioni civili, con cenni speciali intorno alle costruzioni grandiose*. Milan: Vallardi.
- Calvo López J. (2020). *Stereotomy: Stone Construction and Geometry in Western Europe 1200-1900* (Vol. 4). Cham: Springer.
- Capone M., Palomba D., Scandurra S., Lanzara E. (2022). Trapezoidal and Apsidal Ribbed Vaults Smart 3D Reconstruction. In *The International Archives of the Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences*, XLVI-2/W1-2022, pp. 135-145.
- Chevalley G. (1924). *Elementi di tecnica dell'architettura: materiali da costruzione e grosse strutture*. Turin: Pasta.
- Curioni G. (1865). *Lavori generali di architettura civile, stradale ed idraulica e analisi dei loro prezzi*. Turin: Negro.
- Curioni G. (1868). *Geometria pratica applicata all'arte del costruttore*. Turin: Negro.
- Docci M., Migliari R. (1992). *Scienza della rappresentazione*. Rome: La Nuova Italia Scientifica.
- Guarini G. (1674). *Modo di misurare le fabbriche*. Turin: Per gl'heredi Giannelli.
- Guarini G. (1737). *Architettura Civile*. Turin: Gianfrancesco Mairesse.
- Lanzara E., Scandurra S., Musella C., Pulcrano M., Palomba D., Asprone D., di Luggo A. (2021). Modellazione parametrica delle volte e implementazione condivisa del dato in sistemi HBIM. Parametric modelling of vaults and shared implementation in HBIM systems. In T. Empler, A. Caldarone, A. Fusinetti (Eds.). *3D Modeling & BIM 2021 - Digital Twin*, pp. 322-341. Rome: DEI Tipografia del Genio Civile.
- Spallone R., Vitali M. (2017). *Volte stellari e Planteriane negli atrii barocchi in Torino. Star-shaped and Planterian Vaults in the Baroque Atria of Turin*. Ariccia: Aracne.
- Spallone R., Vitali M., Carota F. (2019). Parametric Modeling as a Tool of Analysis and Interpretation of Built Heritage: the Case Study of Complex Baroque Vaults. In C. Inglese, A. Ippolito (Eds.). *Analysis, Conservation, and Restoration of Tangible and Intangible Cultural Heritage*, pp. 367-402. Hershey: IGI Global.

## Author

Fabrizio Natta, Politecnico di Torino, [fabrizio.natta@polito.it](mailto:fabrizio.natta@polito.it)

To cite this chapter: Natta Fabrizio (2023). Modellazione, analisi e interpretazione di una volta a padiglione adattiva in *Visual Programming Language/Modelling, Analysis and Interpretation of an Adaptive Cloister Vault in Visual Programming Language*. In Cannella M., Garozzo A., Morena S. (Eds.). *Transizioni. Atti del 44° Convegno Internazionale dei Docenti delle Discipline della Rappresentazione/Transitions. Proceedings of the 44th International Conference of Representation Disciplines Teachers*. Milano: FrancoAngeli, pp. 1752-1765.