36

Empirische Studien zur Didaktik der Mathematik

Susanne Schnepel

Mathematische Förderung von Kindern mit einer intellektuellen Beeinträchtigung

Eine Längsschnittstudie in inklusiven Klassen

WAXMANN

Empirische Studien zur Didaktik der Mathematik

herausgegeben von

Aiso Heinze und
Marcus Schütte

Band 36

Wissenschaftlicher Beirat

Tommy Dreyfus (Tel Aviv University, Israel)
Uwe Gellert (Freie Universität Berlin)
Gabriele Kaiser (Universität Hamburg)
Christine Knipping (Universität Bremen)
Konrad Krainer (Universität Klagenfurt, Österreich)
Götz Krummheuer (Universität Frankfurt)
Kristina Reiss (Universität München)
Kurt Reusser (Universität Zürich, Schweiz)
Heinz Steinbring (Universität Duisburg-Essen)

Editorial

Der Mathematikunterricht steht vor großen Herausforderungen: Neuere empirische Untersuchungen legen (erneut) Defizite und Unzulänglichkeiten offen, deren Analyse und Behebung einer umfassenden empirischen Erforschung bedürfen. Der Erfolg derartiger Bemühungen hängt in umfassender Weise davon ab, inwieweit hierbei auch mathematikdidaktische Theoriebildung stattfindet. In der Reihe „Empirische Studien zur Didaktik der Mathematik" werden dazu empirische Forschungsarbeiten veröffentlicht, die sich durch hohe Standards und internationale Anschlussfähigkeit auszeichnen. Das Spektrum umfasst sowohl grundlagentheoretische Arbeiten, in denen empirisch begründete, theoretische Ansätze zum besseren Verstehen mathematischer Unterrichtsprozesse vorgestellt werden, als auch eher implementative Studien, in denen innovative Ideen zur Gestaltung mathematischer Lehr-Lern-Prozesse erforscht und deren theoretischen Grundlagen dargelegt werden. Alle Manuskripte müssen vor Aufnahme in die Reihe ein Begutachtungsverfahren positiv durchlaufen. Diese konsequente Begutachtung sichert den hohen Qualitätsstandard der Reihe.

Susanne Schnepel

Mathematische Förderung von Kindern mit einer intellektuellen Beeinträchtigung

Eine Längsschnittstudie in inklusiven Klassen

Waxmann 2019
Münster · New York

Die vorliegende Arbeit wurde von der Philosophischen Fakultät der Universität Zürich im Frühjahrssemester 2018 auf Antrag der Promotionskommission Prof. Dr. Elisabeth Moser Opitz (hauptverantwortliche Betreuungsperson) und Prof. Dr. Gérard Bless als Dissertation angenommen.

Publiziert mit Unterstützung des Schweizerischen Nationalfonds zur Förderung der wissenschaftlichen Forschung.

Bibliografische Informationen der Deutschen Nationalbibliothek
Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über http://dnb.dnb.de abrufbar.

Empirische Studien zur Didaktik der Mathematik, Band 36

Print-ISBN 978-3-8309-4085-2
E-Book-ISBN 978-3-8309-9085-7

doi: https://doi.org/10.31244/9783830990857

www.waxmann.com
info@waxmann.com

Creative Commons Namensnennung-Nicht kommerziell-ShareAlike 4.0 International

Umschlaggestaltung: Christian Averbeck, Münster
Titelbild: © FatCamera – istockphoto.com
Satz: Stoddart Satz- und Layoutservice, Münster
Druck: CPI Books GmbH, Leck

Zusammenfassung

Die bestmögliche Förderung aller Kinder im inklusiven Mathematikunterricht, in dem auch Kinder mit einer intellektuellen Beeinträchtigung (IB) unterrichtet werden, ist für die Lehrkräfte eine große Herausforderung. Bisherige Ansätze für inklusiven Unterricht bieten Lehrkräften nur wenig Orientierung, da sie kaum konkrete Handlungsmöglichkeiten aufzeigen. Zudem entsprechen sie nicht in ausreichendem Maße dem theoretischen Forschungsstand.

In dieser Arbeit wurde eine Konzeption für den inklusiven Mathematikunterricht entwickelt, die den Forschungsstand zur mathematischen Entwicklung von Lernenden mit IB und zum inklusiven Unterricht berücksichtigt. So baut diese Konzeption auf der in neuerer Forschung erworbenen Einsicht auf, dass den Mengen-Zahlen-Kompetenzen in der mathematischen Entwicklung eine hohe Bedeutung zukommt. Weiterhin berücksichtigt sie, dass Studien zum inklusiven Unterricht gezeigt haben, dass Unterrichtsphasen, in denen sich die Schülerinnen und Schüler austauschen, kooperieren und interagieren können, positiv auf das Lernen wirken. Dafür stellt sie gemeinsame Lerninhalte zur Verfügung.

Diese Studie ist eine der ersten, in der eine Konzeption für den inklusiven Mathematikunterricht erprobt und evaluiert wurde. Im Rahmen einer Intervention wurde die Konzeption konkretisiert. In dieser wurden Inhalte des Mathematikunterrichts der Kinder ohne IB differenziert und mit der Förderung der Kinder mit IB verknüpft. So wurde das Lernen an einem gemeinsamen Inhalt ermöglicht. In Phasen individuellen Lernens arbeiteten die Kinder ihrem Niveau entsprechend am gemeinsamen Lerninhalt.

Die Interventionsstudie wurde in inklusiven zweiten und dritten Klassen in der deutsch- und französischsprachigen Schweiz erprobt und evaluiert. 35 Klassen mit insgesamt 44 Kindern mit IB und 493 Kindern ohne IB haben an der Studie teilgenommen, 19 Klassen haben die Intervention erhalten. Interventionseffekte konnten weder für die Kinder mit IB noch für die Kinder ohne IB nachgewiesen werden. Mögliche Gründe für ausgebliebene Interventionseffekte und Möglichkeiten der Weiterentwicklung von Interventionsstudien werden diskutiert, z.B. die Implementierung der Intervention. Auf diese Erkenntnisse können weitere Studien aufbauen. Die Studie hat zudem wichtige Ergebnisse zur mathematischen Entwicklung von Kindern mit IB erbracht, die über den derzeitigen Forschungsstand hinausgehen. Unterschiedliche Entwicklungsprofile geben Aufschluss über die Bedeutung der verschiedenen Mengen-Zahlen-Kompetenzen für die weitere mathematische Entwicklung. Aus den Ergebnissen werden Implikationen für die Förderung und für weitere Studien zur mathematischen Entwicklung von Lernenden mit IB abgeleitet.

Abstract

Teaching students with and without intellectual disabilities (ID) in inclusive mathematics classrooms is challenging for teachers. Teachers receive little guidance from current approaches to inclusive instruction as these offer only a few concrete options for teaching. Moreover, they do not sufficiently build on the latest developments in this field of research.

In this dissertation, a conceptual framework for inclusive mathematics instruction and a corresponding intervention were developed. In doing so, it takes into account the latest research on mathematical development of learners with ID and on inclusive instruction. Thus, this study is based on the insight that numeracy skills are highly important for mathematical development. Furthermore, it takes into account that studies on inclusive instruction have shown that joint learning settings in which students can cooperate and interact have positive effects on learning. The conceptual framework thus comprises opportunities for joint learning settings for students with and without ID.

This study also comprises an intervention which was developed on the basis of the conceptual framework. In this intervention, contents of mathematics instruction for students without ID were differentiated from and linked to the instruction of children with ID. This made it possible for both groups to engage in joint learning activities while students could also work according to their achievement level when they were learning individually.

The intervention was tested and evaluated in inclusive classrooms of grade 2 and 3 in Switzerland. Thirty-five classes with a total of 44 students with ID and 493 students without ID participated in the study, 19 classes took part in the intervention. The intervention had no impact on the mathematics achievement among students with and without ID. Possible reasons for the missing impact of the intervention and adaption possibilities for further intervention studies are discussed, e.g. the conditions for successfully implementing interventions. The study also provided new insights on the mathematical development of students with ID that go beyond the current state of research. The developmental profiles of students with ID show the significance of different numeracy skills for further mathematical development. The results are used to develop implications for further studies on the mathematical development of students with ID. It should be noted that this study is one of the first in which a conceptual framework for inclusive mathematics instruction was tested and evaluated.

Danksagung

Besonders danken möchte ich Prof. Dr. Elisabeth Moser Opitz für die Unterstützung, die Anregungen und den fachlichen Rat bei der Umsetzung des vorliegenden Forschungsprojekts. Ebenfalls danke ich Helena Krähenmann für die Zusammenarbeit im Projekt und bei der Entwicklung der Intervention. Ein Dankeschön gilt auch Prof. Dr. Gérard Bless für die Begutachtung dieser Arbeit.

Allen Kolleginnen und Kollegen, insbesondere denjenigen im SirIus-Projekt, danke ich für die gute Zusammenarbeit und Unterstützung. Mein Dank richtet sich auch an die Hilfskräfte, die für das Projekt im Einsatz waren, an die Lehrkräfte und die Schülerinnen und Schüler, die bereit waren an der Studie teilzunehmen.

Auch Jan, meiner Familie, insbesondere meinen Eltern, meiner Schwester und Ralf sowie meinen Freundinnen und Freunden möchte ich herzlich danken, dass sie mich auf dem Weg von den Anfängen bis zur Fertigstellung dieser Arbeit begleitet, unterstützt und ermuntert haben.

Inhalt

1. Einleitung

Die schulische Inklusion[1] von Schülerinnen und Schülern mit sonderpädagogischem Förderbedarf[2] (SFB) ist sowohl in der Schweiz als auch in Deutschland gesetzlich verankert. Gefordert wird, insbesondere mit Bezug auf die UN-Behindertenrechtskonvention, die gemeinsame Beschulung möglichst aller Kinder und Jugendlichen. Welche Schülerinnen und Schüler inklusiv beschult werden, hängt jedoch häufig vom festgestellten Förderbedarf ab. So werden Lernende mit einer intellektuellen Beeinträchtigung (IB) (auch geistige Behinderung oder Förderschwerpunkt geistige Entwicklung genannt) derzeit seltener an den Regelschulen unterrichtet als Lernende mit einer Lern- oder Sprachbeeinträchtigung (Klemm, 2015). Dennoch nimmt die inklusive Beschulung dieser Gruppe von Schülerinnen und Schülern mit IB kontinuierlich zu (KMK, 2016a, 2016b).

Die Zunahme von Lernenden, deren Entwicklung und Leistungen sich zum Teil stark von denen anderer Lernender unterscheiden, bringt für den Unterricht neue Herausforderungen mit sich – sowohl konzeptionell als auch didaktisch (Fischer & Markowetz, 2016). Es gibt bisher kaum Konzeptionen für den inklusiven Unterricht, die den Lehrkräften konkrete Strategien und Maßnahmen für den Unterricht aufzeigen, weder aus der allgemeinen Didaktik noch den Fachdidaktiken noch aus der Geistigbehindertenpädagogik. Zudem muss festgestellt werden, dass der inklusive Unterricht erst wenig erforscht wurde. Es fehlen Erkenntnisse, welche Unterrichtskonzepte inklusive Prozesse und das Lernen fördern können und welche Materialien oder konkrete Maßnahmen dafür geeignet sind (Häsel-Weide, Nührenbörger, Moser Opitz & Wittich, 2013; Lütje-Klose & Miller, 2015).

Die wenigen Konzeptionen für das mathematische Lernen von Schülerinnen und Schülern mit IB verfolgen unterschiedliche Zielsetzungen. Beispielsweise gibt es Konzeptionen, die das Lösen von Additions- und Subtraktionsaufgaben durch das Abzählen an den Fingern vermitteln (Verein Hand in Hand, 2011) oder in denen eine einseitige Förderung pränumerischer Kompetenzen vorgeschlagen wird (de Vries, 2018b). Diese Vorgehensweisen und Zielsetzungen stehen im Widerspruch zu empirischen Studien, die zeigen, dass spezifisch numerische Vorkenntnisse für den Zahlbegriffserwerb zentral sind (Aunio & Niemivirta, 2010; Desoete, Ceulemans, Weerdt & Pieters, 2012; Jordan, Glutting & Ramineni, 2010; Krajewski & Ennemoser, 2013; Praet & Desoete, 2014). Die Zahlbegriffsentwicklung, zu der der Erwerb verschiedener Mengen-Zahlen-Kompetenzen gehört, ist entscheidend für die weitere mathematische Entwicklung von Kindern ohne IB. Forschungsergebnisse weisen darauf hin, dass sie sich bei Lernenden mit IB ähnlich wie bei Kindern ohne IB entwickeln (Bashash, Bochner & Outhred, 2003; Brankaer, Ghesquière & Smedt, 2011; Garrote, Moser Opitz & Ratz, 2015; Moser Opitz, Garrote & Ratz, 2014; Sermier

1 Zur Verwendung und Diskussion der Begriffe Inklusion, Integration, Behinderung siehe Kapitel 2 und 3.
2 Ein SFB wird Lernenden zugewiesen, wenn sie für erfolgreiches schulisches Lernen auf sonderpädagogische Hilfe angewiesen sind.

Dessemontet, Moser Opitz & Schnepel, 2019). Das heißt, dass sich auch bei Lernenden mit IB der Zahlbegriff über den Umgang mit Mengen und Zahlen entwickelt und dass die Lernenden verschiedene Mengen-Zahlen-Kompetenzen erwerben müssen, die die Grundlage für die weitere mathematische Entwicklung und das Rechnen sind. Diese Erkenntnisse werden jedoch in den vorhandenen Programmen und Konzeptionen für Lernende mit IB (z.B. Blümer, Gräve & Opitz, 2007; de Vries, 2018b) unzureichend berücksichtigt. Anstelle der Mengen-Zahlen-Kompetenzen werden dann Aufgaben zur Seriation und Klassifikation ohne numerische Bezüge bearbeitet oder Arbeitsmaterialien eingesetzt, die sich von denjenigen der Lernenden ohne IB unterscheiden (Rosenkranz, 2011). Dadurch, aber auch aufgrund großer Leistungsunterschiede zwischen Lernenden mit und ohne IB, ist die Verknüpfung vom Regelklassenunterricht und der Förderung der Lernenden mit IB herausfordernd. Das führt häufig dazu, dass Lernende mit IB von einer zusätzlichen Lehrkraft (Sonderpädagogin, Assistentin) außerhalb des Klassenunterrichts gefördert werden (Feldman, Carter, Asmus & Brock, 2016; Pool Maag & Moser Opitz, 2014). So können die Lernenden mit IB kaum von Anregungen durch Mitschülerinnen und Mitschüler im inklusiven Unterricht profitieren. Dies könnte eine Erklärung sein, weshalb bei Lernenden mit IB ein positiver Effekt der inklusiven Beschulung auf die sprachlichen Kompetenzen nachgewiesen werden konnte, aber nicht auf die Mathematikleistung (Sermier Dessemontet, Bless & Morin, 2012).

Für die erfolgreiche Unterrichtung von Lernenden mit und ohne IB sind weitreichende Differenzierungsmaßnahmen notwendig. Lehrmittel und Konzeptionen, die aufzeigen, wie heterogene Lerngruppen, in denen auch Lernende mit IB sind, in Mathematik unterrichtet werden können, fehlen jedoch. Zwar gibt es Materialien und Kopiervorlagen für unterschiedliche Leistungsniveaus zu einem Thema, die den Lehrkräften solch eine Individualisierung ermöglichen sollen, jedoch sind sie häufig auf drei Leistungsniveaus begrenzt, z.B. Mathefreunde (Ladel, Schlabitz & Wallis, 2013) oder Einstern (Bauer & Maurach, 2016). Ein Unterricht, in dem die Kinder in drei Leistungsgruppen eingeteilt werden, wird der großen Heterogenität in inklusiven Klassen jedoch nicht gerecht. Eine Möglichkeit der Heterogenität der Lernenden gerecht zu werden, ist ein individualisierter Unterricht, in dem jedes Kind in seinem eigenen Tempo an einem Thema arbeitet, z.B. nach einem Wochenplan. Dabei besteht jedoch die Gefahr, dass keine gemeinsamen Lernanlässe stattfinden, in denen sich die Lernenden über die Inhalte, Erfahrungen und offenen Fragen austauschen und voneinander lernen können.

Bisher fehlen also Konzeptionen für den inklusiven Mathematikunterricht, die aufzeigen, wie Inhalte differenziert werden können und die den aktuellen Forschungsstand zum Mathematiklernen von Lernenden mit IB berücksichtigen. Ziel dieser Arbeit ist die Entwicklung einer Konzeption für den inklusiven Mathematikunterricht, die sich an Forschungsergebnissen zur mathematischen Entwicklung sowie inklusivem Unterricht orientiert, Differenzierungsmöglichkeiten aufzeigt und gleichzeitig Lernen am selben Gegenstand ermöglicht. Kinder mit und ohne IB sollen an einem gemeinsamen Lerninhalt bzw. Lerngegenstand lernen, sich über die Inhalte austauschen und somit voneinander lernen können.

Weiteres Ziel der Arbeit ist neben der Entwicklung der Konzeption, deren Erprobung und Evaluation, das Gewinnen von Erkenntnissen zum mathematischen Lernen von Schülerinnen und Schülern mit IB im inklusiven Unterricht. Die Mengen-Zahlen-Kompetenzen von Lernenden mit IB wurden erst in wenigen Studien im Längsschnitt untersucht (Baroody, 1988; Lanfranchi, Aventaggiato, Jerman & Vianello, 2015).

Für dieses Forschungsvorhaben wurde im Rahmen des Projekts „SirIus" (**S**outenir l'**i**nté**gr**ation – **I**ntegration **u**nter**s**tützen) eine Interventionsstudie in inklusiven Klassen mit Vor- und Nachtest sowie Kontrollgruppe durchgeführt. In den teilnehmenden zweiten und dritten Klassen wurde mindestens ein Kind mit IB unterrichtet.

Die Interventionsstudie soll Antwort auf folgende Fragestellung liefern:

> Welchen Einfluss hat eine für den inklusiven Unterricht konzipierte Förderung der Mengen-Zahlen-Kompetenzen auf die Mathematikleistung von Lernenden mit IB?

Es wird davon ausgegangen, dass die Förderung mit den spezifischen Materialien und im Sinne der Konzeption sich positiv auf die Leistungsentwicklung der Lernenden mit IB auswirkt.

Die erhobenen Daten ließen außerdem zu, dass unabhängig von der Intervention folgende Frage beantwortet werden konnte:

> Wie entwickeln sich die Mengen-Zahlen-Kompetenzen von Kindern mit IB mit unterschiedlichen numerischen Vorkenntnissen im inklusiven Mathematikunterricht?

Erkenntnisse zur Entwicklung der Mengen-Zahlen-Kompetenzen von Lernenden mit IB können wichtige Hinweise zum Aufbau und zu Inhalten weiterer Interventionen sowie zur Unterrichtsgestaltung geben.

Eine Intervention für Lernende mit IB im inklusiven Mathematikunterricht darf sich nicht nur auf einen Teil der Lernenden einer Klasse beziehen, sondern muss für den Gesamtklassenunterricht geeignet sein. Somit bezieht sich die Intervention nicht nur auf die mathematische Förderung der Kinder mit IB, sondern umfasst Materialien, die sowohl für die Lernenden mit IB als auch die Lernenden ohne IB eingesetzt werden können und zur Gestaltung gemeinsamer Lernsituationen geeignet sind. Daher soll im Rahmen der Erprobung der Konzeption außerdem folgende Frage beantwortet werden:

> Welchen Einfluss hat eine für den inklusiven Unterricht konzipierte Förderung der Mengen-Zahlen-Kompetenzen auf die Mathematikleistung von Lernenden ohne IB?

In dieser Arbeit wird also eine Konzeption für den inklusiven Mathematikunterricht entwickelt und im Rahmen der Interventionsstudie konkretisiert, erprobt und evaluiert. Außerdem wird die Entwicklung der mathematischen Kompetenzen der Lernenden mit IB im inklusiven Unterricht untersucht.

Aufbau der Arbeit

Die Arbeit besteht aus zwei Teilen: Im ersten Teil der Arbeit wird die Konzeption für den inklusiven Mathematikunterricht unter Berücksichtigung aktueller Erkenntnisse zum Mathematiklernen von Lernenden mit IB und des fachdidaktischen Diskurses entwickelt. Der zweite Teil beschreibt den Aufbau, die Durchführung und Evaluation der Interventionsstudie.

Der erste Teil beginnt mit der Beschreibung zweier für die Arbeit bedeutender Konstrukte: *Behinderung* und *Inklusion*. Weil sich beide Konstrukte nicht klar abgrenzen lassen und die Begrifflichkeiten sich fortwährend verändern, müssen sie erläutert und diskutiert werden. Als erstes wird in Kapitel 2 auf das Konstrukt *Behinderung* eingegangen und das Phänomen der intellektuellen Beeinträchtigung beschrieben. Der Einstieg in das dritte Kapitel erfolgt über den Inklusionsdiskurs. Anschließend werden Forschungsergebnisse zur Entwicklung der Lernenden im inklusiven Unterricht dargelegt, in denen der Einfluss der inklusiven Beschulung auf die Leistung und die sozioemotionale Entwicklung der Schülerinnen und Schüler untersucht wurde (Kap. 3.2 und 3.3). Um die Herausforderungen oder Besonderheiten beim Unterrichten von Lernenden mit IB herauszufinden, werden Unterrichtskonzeptionen, die eigens für Lernende mit IB entwickelt wurden, analysiert. So erfolgt im vierten Kapitel die Auseinandersetzung mit Ansätzen für den Unterricht von Lernenden mit IB. Diese Ansätze werden unter den Gesichtspunkten Theoriebezug, Menschenbild, Bedeutung des Fachunterrichts und Umgang mit Heterogenität diskutiert. Anschließend liegt in den beiden darauf folgenden Kapiteln der Schwerpunkt nicht mehr auf dem Unterricht allgemein, sondern auf dem Mathematikunterricht bzw. dem Mathematiklernen. Zuerst wird in Kapitel 5 der Forschungsstand zum Mathematiklernen mit Fokus auf der Zahlbegriffsentwicklung und deren Bedeutung für das weitere Mathematiklernen dargelegt. In Kapitel 6 wird der Forschungsstand zum Mathematiklernen von Schülerinnen und Schülern mit IB aufgearbeitet (Kap. 6.1 und 6.2) und häufig verwendete mathematische Förderansätze werden vor diesem Hintergrund analysiert (Kap. 6.3). Kapitel 5 und 6 bilden somit eine wichtige Grundlage für die Entwicklung der Konzeption im zweiten Teil der Arbeit.

Da sich die Frage stellt, wie die in den vorhergehenden Kapiteln gewonnenen Erkenntnisse im inklusiven Unterricht umgesetzt werden können, werden im siebenten Kapitel Ansätze, die für den inklusiven Unterricht (in verschiedenen Fächern bzw. fachunabhängig) entwickelt worden sind, analysiert. Zunächst wird, wieder auf der Grundlage von Forschungsergebnissen, zusammengetragen, was inklusiven Unterricht kennzeichnet (Kap. 7.1). Ein Schwerpunkt liegt auf der inneren Differenzierung, da diese eines der wichtigsten Elemente inklusiven Unterrichts darstellt (Kap. 7.2). Dann wird eine Auswahl an bereits vorhandenen Konzeptionen für inklusiven Unterricht (Kap. 7.3) vorgestellt und diskutiert. Alle Ansätze werden daraufhin geprüft, inwieweit sie für den inklusiven Mathematikunterricht, in dem auch Lernende mit einer IB unterrichtet werden, geeignet sind.

In Kapitel 8 wird die Verbindung des ersten Teils der Arbeit zur eigenen Studie hergestellt. Die zusammengetragenen Erkenntnisse werden in einer Konzeption für den inklusiven Mathematikunterricht, in dem auch Kinder mit IB unterrichtet werden, zusammengeführt (Kap. 8.1). Die Konzeption wird in Kapitel 8.2 konkretisiert, indem Inhalte, Materialien und Lernformen sowie fachdidaktische Überlegungen beschrieben werden.

Diese Konzeption und ihre Konkretisierung sind die Grundlage für den zweiten Teil dieser Arbeit, die eigene Studie, die in inklusiven zweiten und dritten Klassen durchgeführt wurde. Deren Aufbau wird in Kapitel 9 beschrieben. Zunächst werden die Ziele, Fragestellungen und das Design der Interventionsstudie erläutert (Kap. 9.1), anschließend wird die Untersuchungsstichprobe beschrieben (Kap. 9.2). Diese setzt sich aus Lernenden mit und ohne IB zusammen und umfasst Kinder von der ersten bis zur dritten Klasse. Insgesamt haben 35 zweite und dritte Klassen sowie Mehrjahrgangsklassen an der Studie teilgenommen. Die eingesetzten Messinstrumente (Kap. 9.3), die Implementierung der Intervention (Kap. 9.4) sowie die statistischen Methoden werden beschrieben (Kap. 9.5). Die Ergebnisse der Analysen werden in Kapitel 10 ausführlich berichtet. Zuerst wird die Wirkung der Intervention unter Einbezug verschiedener Faktoren auf die mathematische Entwicklung der Lernenden mit IB untersucht. Danach wird die Entwicklung der Mengen-Zahlen-Kompetenzen der Lernenden mit IB analysiert. Aus den Analysen gehen verschiedene Entwicklungsprofile hervor, die zu neuen Erkenntnissen zum Erwerb der Mengen-Zahlen-Kompetenzen bei Lernenden mit IB führen. Anschließend werden die Ergebnisse zur mathematischen Entwicklung der Lernenden ohne IB präsentiert. In Kapitel 11 werden die Ergebnisse diskutiert sowie Grenzen der Studie aufgezeigt (Kap. 11.4). In Kapitel 12 wird ein Ausblick auf weitere Untersuchungen und Entwicklungen gegeben.

2. Intellektuelle Beeinträchtigung

Die theoretische Auseinandersetzung mit dem Begriff der Behinderung gehört zu den komplexesten und schwierigsten Aufgaben der Behindertenpädagogik. Bis heute liegt keine allgemein anerkannte Definition von Behinderung vor. Daher ist es notwendig, das der Arbeit zugrunde liegende Verständnis von intellektueller Beeinträchtigung näher zu beschreiben. Dafür wird im ersten Teil dieses Kapitels der um den allgemeinen Behinderungsbegriff geführte Diskurs dargelegt, aus dem das Modell der *International Classification of Functioning, Disability and Health* (ICF) der WHO (2001) hervorgegangen ist. Dieses Modell beschreibt das komplexe Konstrukt Behinderung und dient auch als Grundlage der Beschreibung von intellektueller Beeinträchtigung im zweiten Teil dieses Kapitels. Diese ausgewählten Punkte aus dem Diskurs um den Behinderungsbegriff sollen den Wandel des Konstrukts *Behinderung* und die Schwierigkeiten, die damit zusammenfallen, verdeutlichen.

Behinderung allgemein

Bis in die 1970er-Jahre herrschten individualtheoretische und medizinische Sichtweisen auf Behinderung vor, die als ein individuelles Defizit, ein Defekt, ein Mangel oder als eine Normabweichung einer Person gesehen wurde (Dederich, 2009; Lindmeier & Lindmeier, 2012). Von diesem defizitorientierten Behinderungsverständnis grenzen sich die sozialtheoretischen Sichtweisen ab. Die Hauptkritik am individualtheoretischen Ansatz ist, dass dieser die soziale bzw. gesellschaftliche Bedingtheit von Behinderung nicht berücksichtigt und Behinderung als ein Wesensmerkmal sieht. Behinderung wird nach sozialtheoretischer Auffassung als eine soziale Zuschreibung gesehen, die aus der Interaktion mit anderen Menschen in der Gesellschaft entsteht. In einer weiteren Sichtweise geht Behinderung aus der Relation von medizinischen bzw. individuellen Faktoren und sozialen Bedingungen hervor (Lindmeier & Lindmeier, 2012). Diese relationale Sichtweise auf Behinderung wird auch in Modellen von Behinderung vertreten, z.B. im Modell der ICF (WHO, 2001) oder der ICIDH (International Classification of Impairments, Disabilities and Handicaps, WHO, 1980). Entsprechend werden im Diskurs um die Sichtweisen auf und Erklärungen von Behinderung verschiedene Vorschläge zur Definition von Behinderung vorgebracht, aber auch Argumente, die gegen die Verwendung des Begriffes, seiner Definitionen und gegen die Kategorisierung nach Arten von Behinderung sprechen. Wesentliche Kritikpunkte gegen die Verwendung des Begriffs liegen z.B. in der Gefahr der Stigmatisierung der betroffenen Personen, in der Defizitorientierung und der fehlenden Trennschärfe.[3] Die genannten Argumente gegen den Behinderungsbegriff beziehen sich zwangsläufig auch auf die Klassifikationssysteme. Zur Klassifikation von Behinderung wird häufig die *internationale statistische Klassifikation der Krankheiten und verwandter Gesundheitsprobleme* ICD-10 der WHO genutzt.

3 Weitere Argumente gegen eine Definition und die Verwendung des Begriffs *Behinderung* finden sich bei Dederich (2009) und Rihs (2016).

Sie klassifiziert eine Behinderung anhand medizinischer Kriterien, z.B. als Folge „angeborener Fehlbildungen, Deformitäten und Chromosomenanomalien", Blindheit, Taubheit oder einer Intelligenzstörung (World Health Organization, 2016, Z82, F70-79) und verharrt damit in einer defektorientierten Sichtweise.

Aufgrund der immer wieder aufkommenden Kritik am Behinderungsbegriff wird u.a. gefordert, auf die Kategorisierung von Behinderung zu verzichten (Hinz & Köpfer, 2016). Dies scheint jedoch nicht möglich zu sein, weil einerseits Phänomene für eine gelingende Kommunikation benannt werden müssen (Dederich, 2009), andererseits weil in der Praxis Kategorien benötigt werden, wenn einer bestimmten Personengruppe Ressourcen zugesprochen werden, wenn entschieden wird, welche Lernenden eine bestimmte Schule besuchen oder wenn in der Forschung Probandinnen und Probanden rekrutiert und beschrieben werden. Eine andere Art mit der Kritik umzugehen und der Stigmatisierung entgegenzuwirken sind Änderungen des Konstrukts von Behinderung. So ging aus dem seit Jahrzehnten geführten Diskurs um den Behinderungsbegriff das bio-psycho-soziale Modell von Behinderung der International Classification of Functioning, Disability and Health (ICF) der WHO (2001) hervor, das in der Behindertenpädagogik einen Minimalkonsens darstellt (Dederich, 2009). Das Modell (Abb. 1) hebt sich von den anderen Modellen ab, da es Behinderung nicht als Zustand, sondern als situationsabhängiges Ergebnis sozialer Interaktion sieht. Es ist ein defizit- und ressourcenorientiertes Modell zugleich, in dem Funktionsfähigkeit und Behinderung das Ergebnis einer dynamischen Interaktion zwischen der Gesundheitsstörung oder Krankheit und Kontextfaktoren sind (Lindmeier & Lindmeier, 2012).

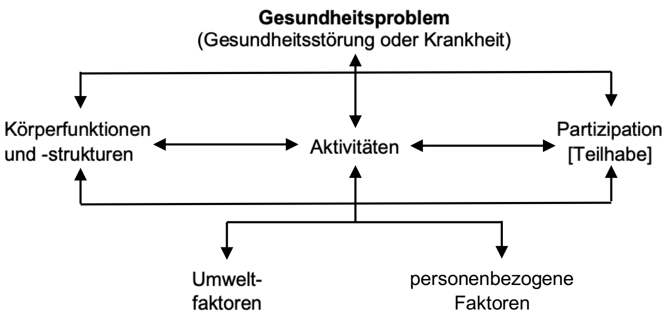


Abbildung 1: Das bio-psycho-soziale Modell der ICF zeigt die Wechselwirkung zwischen den Komponenten (World Health Organization, 2010, S. 21)

Dass die Defizitorientierung jedoch noch nicht überwunden wurde, wird an der Empfehlung der WHO deutlich, die ICD-10 weiterhin zur Klassifikation von Gesundheitsproblemen zu nutzen (World Health Organization, 2010). Die Ressourcenorientierung zeigt sich, wenn das Modell genutzt wird, um positive Aspekte des Gesundheitszustandes und die Funktionsfähigkeit zu beschreiben. Dabei werden die drei sich gegenseitig beeinflussenden Dimensionen der Körperfunktionen und -strukturen (bio), der Aktivitäten (psycho) und der Partizipation (sozial) berücksichtigt. Diese Dimensionen werden von Umwelt- und personenbezogenen Faktoren beeinflusst und können sowohl die Funktionsfähigkeit als auch behindernde Auswirkungen abschwächen oder verstärken.

Die verschiedenen Dimensionen und Faktoren verdeutlichen die Relativität des Konstrukts „Behinderung“, die vor allem durch den Einbezug der Umwelt zum Ausdruck kommt. Denn inwieweit eine Schädigung oder Beeinträchtigung als Einschränkung wahrgenommen wird, hängt auch von den zur Verfügungen stehenden Hilfsmitteln, den Barrieren und dem gesellschaftlichen Kontext ab. Nicht eine Person wird als beeinträchtigt klassifiziert, sondern eine Behinderung geht aus der negativen Beschreibung der im Modell berücksichtigten Dimensionen und Faktoren hervor (Cloerkes, 2007). Eine Schädigung der Körperfunktionen und -strukturen, eine Beeinträchtigung der Aktivität oder Partizipation und negativ wirkende Umweltfaktoren können zu einer Behinderung führen, aber sie muss nicht automatisch darauf folgen. Das Modell dient der Beschreibung der Funktionsfähigkeit und behindernder Faktoren, jedoch nicht der Kategorisierung bzw. Unterscheidung verschiedener Behinderungsformen.

Intellektuelle Beeinträchtigung: relational und medizinisch

Auch wenn eine IB in der ICF nicht explizit klassifiziert wird, lässt sie sich mit Hilfe des bio-psycho-sozialen Modells beschreiben. So sind Menschen mit IB in vielen Aspekten menschlicher Aktivitäten, z.B. Kommunikation, Selbstversorgung oder Lernen und Wissensanwendung beeinträchtigt und benötigen meist vielfältige Anregung und Unterstützung (Mühl, 2006).

Eine Definition von IB, die berücksichtigt, dass es sich bei einer IB um ein vielschichtiges Konstrukt handelt, ist diejenige der *American Association on Intellectual and Developmental Disabilities* (AAIDD): „Intellectual disability is characterized by significant limitations both in intellectual functioning and in adaptive behavior as expressed in conceptual, social, and practical adaptive skills. This disability originates before age 18“ (Schalock, Luckasson & Shogren, 2007, S. 118). Eine IB liegt demnach vor bei Einschränkungen im Bereich Intelligenz (IQ < 70) und im adaptiven Verhalten, welche vor dem Erwachsenenalter auftreten (ebd.). Neben diesem Doppelkriterium müssen bei der Verwendung der Definition einige Aspekte beachtet werden, die verdeutlichen, dass es der AAIDD vor allem um die individuelle Unterstützung und Verbesserung der Funktionsfähigkeit geht. So sollen Limitationen im sozialen altersentsprechenden und kulturabhängigen Kontext betrachtet werden. Kulturelle und sprachliche Vielfalt sowie Unterschiede in der Kommunikation, Wahrnehmung, Motorik und im Verhalten sollen anerkannt werden. Zudem wird gefordert, Stärken zu beachten und Einschränkungen mit der Absicht zu beschreiben, den Unterstützungsbedarf festzustellen.

Trotz der Kritik an Klassifikationssystemen mit ihrer medizinischen Sichtweise auf Behinderung und trotz alternativer Modelle und Definitionen mit einer relationalen Sichtweise auf IB, z.B. der ICF und der Definition der AAIDD, orientieren sich Institutionen und Professionen in der Praxis bei der Beschreibung und Diagnose einer IB häufig an der ICD-10 oder dem *diagnostischen und statistischen Manual psychischer Störungen* DSM-V der American Psychiatric Association (Theunissen, 2008). In der ICD-10 wird eine IB als Intelligenzstörung mit verzögerter oder unvollständiger Entwicklung der geistigen Fähigkeiten beschrieben und anhand des IQ in vier Schweregrade unterteilt (Tab. 1) (Dilling, Mombour & Schmidt, 2014). Im DSM-V ist eine IB gekennzeichnet durch sowohl eine unterdurchschnittliche allgemeine intellektuelle Leistungsfähigkeit als auch Einschränkungen der alltäglichen Anpassungsfähigkeit im Alter-, Geschlechts- und soziokulturellen Vergleich zu Gleichaltrigen (American Psychiatric Association, 2015). Da Messungen im unteren Intelligenzbereich weniger valide seien, wird die Bedeutung des IQ dort relativiert, indem die „alltägliche Anpassungsfähigkeit" berücksichtigt wird. Denn eine Person kann trotz eines IQ über 70 vergleichbare Anpassungsschwierigkeiten haben wie eine Person mit einem IQ weit unter 70, weshalb der IQ der Interpretation bedürfe (American Psychiatric Association, 2015). Verschiedene Schweregrade unterscheidet die DSM-V im Gegensatz zur ICD-10 nicht anhand des IQ, sondern aufgrund der Anpassungsfähigkeit, d.h. der qualitativen Erfassung kognitiver, sozialer und alltagspraktischer Fähigkeiten. In den beiden Klassifikationssystemen ICD-10 und DSM-V wird dennoch eine IB bei einem IQ unter 70 (zwei Standardabweichungen unter dem Durchschnitt) definiert.

Im Gegensatz zur ICD-10 und dem DSM-V sehen sowohl die ICF als auch die Definition der AAIDD eine (intellektuelle) Beeinträchtigung in Abhängigkeit von Kontextfaktoren und nicht als feste Eigenschaft einer Person. In den letzten Jahren fand ein Wandel von einer Defizitorientierung zur Ressourcenorientierung statt, so dass nun Behinderung allgemein und folglich auch eine IB nicht mehr allein als Folge einer Schädigung oder sozialen Zuschreibung betrachtet werden (Lindmeier & Lindmeier, 2012; Schalock et al., 2007). Stattdessen werden auch Interaktionen zwischen der Person und ihrer Umwelt berücksichtigt und vorhandene Ressourcen einbezogen, indem Möglichkeiten individueller Unterstützung zur Förderung bzw. Steigerung der Körperfunktionen berücksichtigt werden und Bereiche, in denen Behinderungen auftreten können, identifiziert werden.

Klassifikationen und ihre Begriffe

Die veränderte Sichtweise auf Behinderung kommt nicht nur in den Modellen der verschiedenen Institutionen zum Ausdruck, sondern auch in der Verwendung weiterer Begriffe zur Beschreibung von Behinderungen. Zur Nutzung anderer Begriffe haben vor allem die ICF und das Manual der AAIDD beigetragen. Auch wenn sich Begriffe, Definitionen und Sichtweisen verändert haben, ist die Personengruppe, die mit diesen Begriffen beschrieben wird, die gleiche geblieben. Der Begriff *Intellectual Disability / intellektuelle Beeinträchtigung* hat den Begriff *mental retardation / geistige Behinderung* abgelöst. Die geänderten Bezeichnungen sollen die neue Sichtweise auf Behinderung widerspiegeln, weniger diskriminieren und die internationale Terminologie vereinheitlichen (Schalock et al., 2007).

Tabelle 1: Übersicht über die Klassifikation der (intellektuellen) Beeinträchtigung

	Klassifikation nach ICD-10		**Andere Bezeichnungen**		**IQ-Werte**
	deutsch	**englisch**	**deutsch**	**englisch**	
Lernbeeinträchtigung	*Wird umschrieben: z.B. Lese-Rechtschreib-Schwäche, Rechenstörung, kombinierte Störung schulischer Fertigkeiten*	*Wird umschrieben: z.B. Reading disorder, Math disability*	Lernbehinderung, Lernbeeinträchtigung	Learning disability/difficulty, learning disorder	70-85
Leichte IB	Leichte Intelligenzminderung	mild intellectual disability (ID)	Leichte geistige Behinderung	educable mentally retarded,	50-69
Mittlere IB	Mittelgradige I.	moderate ID	Schwere Intelligenzminderung, schwere geistige Behinderung	Moderately mentally handicapped,	35-49
Schwere IB	Schwere I.	severe ID			20-34
Schwerste IB	Schwerste I.	profound ID			< 20

Da sich der Diskurs über die Begrifflichkeiten über mehrere Jahrzehnte erstreckt, werden in Forschungsberichten und Studien verschiedene Begriffe verwendet, um Lernende mit IB zu kategorisieren bzw. zu beschreiben. Einheitlich ist im Bezug zur Schule nur, dass immer Schülerinnen und Schüler mit mehr oder weniger großen Schwierigkeiten beim Lernen gemeint sind. Trotz der Einteilung nach dem IQ ist häufig unklar, wo für Forschende die Trennlinie zwischen Lernbehinderung und IB verläuft. Wenn möglich, sollen bei den beschriebenen Studien in dieser Arbeit die Begrifflichkeiten in Anlehnung an die englischen Begriffe der ICD-10 verwendet werden (Tab. 1). Die Kategorie *Sonderpädagogischer Förderbedarf (SFB)* bzw. *special educational needs (SEN)*, der auch im Zusammenhang mit Schwierigkeiten beim Lernen und verschiedenen Beeinträchtigungen verwendet wird, kann die in Tabelle 1 aufgeführten Kategorien umfassen, aber auch noch darüber hinausgehen und setzt nicht notwendigerweise Schwierigkeiten beim Lernen allgemein voraus, sondern kann sich auch auf z.B. Sprach-, Körper oder Sinnesbeeinträchtigungen beziehen.

Für diese Arbeit ist es erforderlich zu wissen, dass man sich in der Schweiz im schulischen Kontext bei der Definition von Behinderung nach der ICF (Bildungsdirektion Kanton Zürich, 2014; Schweizerische Eidgenossenschaft, 2009) oder der ICD-10 der WHO richtet. Welche Kinder als geistig behindert gelten, wird von den Bildungsdirektionen der Kantone (z.B. Kanton Bern, 2018; Kanton Luzern, 2018) und der Interkantonalen Vereinigung der Leiterinnen und Leiter der schulpsychologischen Dienste definiert. Demnach gelten Personen mit einem IQ unter 70 oder 75 als geistig behindert. Die Abklärung erfolgt von einer Fachstelle, in den meisten Kantonen sind es Schulpsychologische Dienste, Kinder- und Jugendpsychologische Dienste oder andere Fachleute (Schweizer Medieninstitut für Bildung und Kultur Genossenschaft, 2019). Mit der Einführung des Standardisierten Abklärungsverfahrens durch die Schweizerische Konferenz der kantonalen Erziehungsdirektoren soll bei der Abklärung nicht ausschließlich ein Defizit, z.B. ein niedriger IQ, festgestellt werden, sondern auch Informationen zur Funktionsfähigkeit und Umwelt. Das Verfahren basiert auf der Grundannahme, dass Behinderung ein mehrdimensionales Phänomen ist und orientiert sich an der ICD-10 und ICF (Schweizerische Konferenz der kantonalen Erziehungsdirektoren, 2014).

3. Forschung zu inklusiver Beschulung

Die Logik der Leistungs- bzw. Beeinträchtigungshomogenität ist in Schulsystemen weit verbreitet. Neben der Aufteilung der Lernenden im gegliederten Regelschulsystem hat die Separation von Schülerinnen und Schülern mit und ohne sonderpädagogischen Förderbedarf (SFB) im deutschsprachigen Raum eine lange Tradition. In Sonder- oder Förderschulen wurden und werden Lernende, die aufgrund ihrer Leistungen und ihres Verhaltens nicht in Regelklassen passen, in möglichst homogenen Gruppen zusammengefasst. Dabei bezieht sich die Homogenität auf vorher definierte Behinderungsarten bzw. wird in Deutschland nach Förderschwerpunkten differenziert. Seit ihrem Bestehen, aber besonders in den letzten zwei Jahrzehnten, wird ein Diskurs um die geeignete Beschulungsform von Schülerinnen und Schülern mit SFB geführt, in dem viele, häufig empirisch nicht belegte, Argumente aufgeführt werden. Als Vorteile oder Chancen der Sonderbeschulung werden häufig die kleineren Klassen genannt, in denen den besonderen Bedürfnissen der Lernenden eher entsprochen werden könne, in denen Lehrpläne und Unterrichtsinhalte angepasst würden und mehr Raum für Individualisierung bestehe (Mühl, 2000; Wenger & Steiner, 2010). Die Sonderschule wird auch als Schonraum für leistungsschwache Kinder gesehen, in dem sie vor Leistungsdruck, schulischem Versagen und sozialer Ausgrenzung geschützt werden. Dieser Schonraumcharakter wird jedoch z.B. von Schumann (2007) als eine „Schonraumfalle“ kritisiert, da die Schonung u.a. mit Segregation, Stigmatisierung und gesellschaftlicher Benachteiligung spätestens nach Abschluss der Beschulung bezahlt werde.

Bemühungen um die Beschulung von Kindern und Jugendlichen mit Beeinträchtigungen in der Regelschule gibt es bereits seit Mitte der 1970er-Jahren in Deutschland (Feuser, 2013a; Preuss-Lausitz, 2002), seit Ende der 1970er-Jahre in der Schweiz (Moser Opitz, 2011), aber auch in anderen Ländern schon seit Jahrzehnten (Farrell, Dyson, Polat, Hutcheson & Gallannaugh, 2007a; Zigmond & Baker, 1996). In den Anfängen der gemeinsamen Beschulung von Lernenden mit und ohne SFB sprach man meistens von *Integration*, während heute eher von *Inklusion* gesprochen wird.

Warum in dieser Arbeit der Begriff *Inklusion* bevorzugt und was unter Inklusion verstanden wird, wird im ersten Abschnitt dieses Kapitels dargelegt (Kap. 3.1). Anschließend werden die Ergebnisse von Studien zur Wirkung inklusiver Beschulung auf die Entwicklung der Schülerinnen und Schüler mit der eher allgemeinen Kategorie SFB vorgestellt. Es wird versucht, zwischen Studien zu unterscheiden, die sich auf die Inklusion von Lernenden mit SFB im Allgemeinen beziehen (Kap. 3.2), und Studien, die den Fokus auf Lernende mit einer starken Lernbeeinträchtigung oder einer IB richten (Kap. 3.3).

3.1 Integration und Inklusion

Integration und *Inklusion* sind zentrale Begriffe, wenn es um die gemeinsame Beschulung von Schülerinnen und Schülern mit und ohne Beeinträchtigung geht und werden vielfältig genutzt. Innerhalb des Inklusionsdiskurses wird oft versucht, die beiden Begriffe, deren Wortstämme sich unterscheiden, zu trennen; *Integration* (lat.) bedeutet die Wiederherstellung eines Ganzen, *Inclusion* (lat.) ist die Einschließung. Verschiedene Autoren verwenden die Begriffe unterschiedlich, wobei sie sich inhaltlich überlappen (Hinz, 2002; Lindmeier & Lindmeier, 2012).

Innerhalb des Diskurses um die Begriffe sehen einige Autoren Inklusion als das letzte Stadium eines (historischen) Entwicklungsprozesses, der von der Exklusion über die Separation, Kooperation und Integration zur Inklusion verläuft (Sander, 2008). Inklusion ist demnach die Weiterentwicklung von Integration, wobei Inklusion die Integration umfasst (Hinz, 2002; Sander, 2006, 2008). Wenn die Begriffe mit Stadien gleichgesetzt werden, ist Inklusion in der Wertehierarchie weiter oben als Integration (Grosche, 2015). Dann steht Integration für eine Praxis mit Mängeln, während bei der Inklusion die Mängel bereits überwunden worden sind (Hinz, 2002). Die Darstellung von Inklusion als höchstes Stadium einer Entwicklung kann kritisch gesehen werden, da sie einen gradlinigen Verlauf von der Exklusion zur Inklusion suggeriert, Übergangsphasen nicht berücksichtigt und parallel zur Inklusion keine Exklusion stattfinden kann (Felder, 2017b; Wocken, 2011). Einige Autoren sind der Ansicht, dass das heutige Inklusionsverständnis dem früheren Integrationsverständnis entspreche und die beiden Begriffe für das gleiche Phänomen stehen (Feuser, 2009; Grosche, 2015; Wocken, 2011). Inklusion wird im Folgenden nicht als eine Phase oder ein Stadium verstanden, vielmehr erscheint es sinnvoller zwischen verschiedenen Verständnissen von Inklusion zu differenzieren (Boban & Hinz, 2009), die jeweils vom disziplinären und theoretischen Bezugsrahmen abhängen (Felder, 2017a; Piezunka, Schaffus & Grosche, 2017). Im Folgenden werden der rechtliche (im Kontext der UN- Behindertenrechtskonvention), normative und pädagogische Diskurs kurz erläutert. Das Ziel von Inklusion in den verschiedenen Kontexten ist jeweils die Überwindung von Marginalisierung und Diskriminierung.

Inklusion und die UN-Behindertenrechtskonvention

Mit der Unterzeichnung der UN-Behindertenrechtskonvention (UN-BRK) (Übereinkommen über die Rechte von Menschen mit Behinderung, 2006)[4] haben die Bemühungen um die gemeinsame Beschulung von Lernenden mit und ohne Beeinträchtigung in den meisten Ländern zugenommen und sind zunehmend in das Interesse von Öffentlichkeit und Forschung gerückt. Mit dem Artikel 24, der sich auf die Bildung bezieht, verpflichten sich die Vertragsstaaten, durch ein inklusives Bildungssystem allen Kindern und Jugendlichen hochwertigen Unterricht und die nötige Unterstützung für erfolgreiche Bildung zu ermöglichen, so dass sich alle Menschen schulisch und sozial bestmöglich entwickeln können (ebd.). Häufig wird damit die

4 Deutschland ratifizierte diese im März 2009, die Schweiz im April 2014.

Ermöglichung von Inklusion als Pflicht des Bildungssystems und als Recht der sich Bildenden verstanden (Biewer, 2010; Feuser, 2013b). Ziel ist es, durch den (strukturellen) Zugang und die Teilhabe an Bildung eine inklusive Gesellschaft zu schaffen. Strukturelle Vorgaben, Gesetze oder Rechte tragen zum Erreichen dieses Ziels bei.

In der Erziehungswissenschaft haben sich vor allem im Anschluss an die UN-BRK weitere Diskursstränge herausgebildet: der normative Diskurs mit theoretisch idealistischen Bestimmungen und der pragmatische Zugang, der sich an konkreten Gegebenheiten und der Umsetzung von Integration orientiert und dabei empirische Befunde mit einbezieht (Werning, 2014).

Der normative Inklusionsdiskurs

Im theoretisch idealistischen Inklusionsdiskurs werden vor allem uneingeschränkte Wertschätzung und Akzeptanz von Differenz (Prengel, 1995), das Willkommenheißen der Heterogenität von Gruppen und der Vielfalt aller Menschen, unabhängig von Eigenschaften und Zuschreibungen (Boban & Hinz, 2009), gefordert. Bezeichnungen wie Inklusion als Ideal, Illusion, Utopie, Vision oder Nordstern deuten auf ein normatives Verständnis hin. Inklusion steht bei Dederich (2012, S. 36) „für das Ideal, dass jeder Mensch in seiner Individualität akzeptiert wird und uneingeschränkt an der Gesellschaft teilhaben kann". Da gesellschaftliche Systeme jedoch nur begrenzt inklusiv sein können, z.B. weil sie Inklusion an Bedingungen knüpfen, erscheint uneingeschränkte Inklusion illusorisch (Dederich, 2013). Auch die im Zusammenhang mit Inklusion geforderte soziale Gerechtigkeit könne nie erreicht werden, weshalb Reiser (2007) diese an Inklusion geknüpfte Erwartung als utopisch bezeichnet. Andere Zielvorstellungen, wie die Teilhabe von Menschen mit Behinderungen in allen Bereichen des öffentlichen Lebens oder eine Schule für alle, nennt er Visionen (ebd.). Für Boban und Hinz (2009) ist Inklusion ein (normativer) Idealzustand, der in der Praxis kaum vorzufinden bzw. umzusetzen sei, den man aber vor Augen haben sollte, um daran sein eigenes Handeln auszurichten und zu positionieren. Inklusion könne man daher auch als „Nordstern" bezeichnen (ebd.).

Der normative Diskurs findet hauptsächlich auf einer theoretischen Ebene statt und empirische Befunde werden kaum berücksichtigt. Inklusion wird hier sowohl als Ziel als auch als Weg bzw. das Mittel zum Erreichen des Ziels verstanden (Brodkorb, 2014; Cramer & Harant, 2014). Auch der Verzicht auf Kategorien und Differenzlinien und die Berücksichtigung aller Heterogenitätsdimensionen seien notwendig, um den Idealzustand Inklusion zu erreichen (Lindmeier, 2017; Wocken, 2011). Maßnahmen zur Umsetzung inklusiver Prinzipien werden angedeutet (z.B. Hinz & Köpfer, 2016), aber konkretisiert werden sie vor allem im *pragmatisch* bezeichneten Diskurs.

Der pragmatische Inklusionsdiskurs

Das pragmatische Inklusionsverständnis steht im Zusammenhang mit Leistung und sozialer Teilhabe und hält im Gegensatz zum normativen Verständnis Inklusion für umsetzbar bzw. erreichbar. Das zeigt sich an der Orientierung an den konkreten bildungspolitischen Gegebenheiten und Umsetzungsmöglichkeiten, wobei theoretisch idealistische Bestimmungen wegweisend, aber nicht zentral sind (Werning, 2014). Inklusion wird demnach auch als pädagogische Maßnahme verstanden (Bless, 2017), die sich zum einen auf die Leistungsentwicklung und zum anderen auf die Ermöglichung sozialer Teilhabe bezieht (Grosche, 2015). In diesem Zusammenhang werden Differenzlinien genannt (z.B. schulische Leistung) und verschiedene Heterogenitätsaspekte berücksichtigt. Eng mit diesem Diskurs verbunden sind Ideen und Möglichkeiten zum Erreichen einer inklusiven Schule.

Inklusion, im Kontext von schulischer Leistung, zielt auf die Maximierung von Teilhabechancen und bestmögliche Förderung. Daraus resultiert die Diskussion, was die bestmögliche Förderung ist und wie sie konkret umgesetzt werden kann. Forschungsergebnisse zur Leistungsentwicklung sowie zu Unterrichtsformen und -methoden werden berücksichtigt. Eng verbunden ist damit das Verständnis von Inklusion im Kontext sozialer Teilhabe. Dabei geht es vor allem neben der individuellen Kompetenzentwicklung auch um das Wohlfühlen aller Lernenden und um die Anerkennung ihrer Persönlichkeit unabhängig von individuellen Merkmalen, Erwartungen oder Normen. Das Wohlbefinden und die Anerkennung tragen zur Persönlichkeitsentwicklung und Teilhabe bei (Kullmann, Geist & Lütje-Klose, 2015). Nach diesem Inklusionsverständnis sind soziale Teilhabe, Freundschaften, Anerkennung und die individuelle Kompetenzentwicklung Ziele der Inklusion (Piezunka et al., 2017; Prengel, 2012). Als zielführende Maßnahme wird häufig die gemeinsame und wohnortnahe Beschulung genannt, die soziale Kontakte im unmittelbaren Umfeld ermöglicht, die auf die bestmögliche Teilhabe am gesellschaftlichen Leben vorbereitet und bei der die Kinder mit sonderpädagogischem Förderbedarf vielfältige Anregungen von Kindern mit typischem Entwicklungsverlauf bekommen (Bless, 2017; Wocken, 2011).

Inklusionsverständnis dieser Arbeit

Es hat sich gezeigt, dass Inklusion ein nicht klar abgrenzbares Konstrukt ist und auch die Grenzen zwischen Integration und Inklusion unscharf bleiben. Im Folgenden wird der Begriff der *Inklusion* bevorzugt, da er die Idee der Integration, als Einbeziehung einer Gruppe, die zuvor ausgeschlossen war, beinhaltet. Inklusion wird hier nicht als Phase eines Entwicklungsprozesses verstanden, sondern als ein Prozess, der dazu beiträgt, dass Menschen an gesellschaftlichen Aktivitäten partizipieren und dass Marginalisierung und Diskriminierung überwunden werden. Für den schulischen Kontext heißt das, dass Inklusion, wie im pragmatischen Diskurs, sowohl als Maßnahme als auch Prozess verstanden wird, der sich auf die Leistungsentwicklung und die soziale Teilhabe aller bezieht, mit besonderer Berücksichtigung von Schülerinnen und Schülern mit Behinderung.

Wie zu Beginn dieses Kapitels geschildert, wird im dargelegten Inklusionsdiskurs Inklusion als erstrebenswert erachtet, nicht in Frage gestellt und nicht immer empirisch begründet. Um herauszufinden, wie Inklusion gelingt und was sie bewirkt, müssen empirische Ergebnisse zum inklusiven Unterricht mit einbezogen werden. Diese werden im Folgenden dargelegt.

3.2 Effekte inklusiver Beschulung von Lernenden mit sonderpädagogischem Förderbedarf

Der Diskurs um die Vor- und Nachteile inklusiver Beschulung begann bereits mit den ersten integrativen Schulversuchen in den 1980er-Jahren z.B. in Hamburg (Antor & Wocken, 1987). Das Ende dieses Diskurses, an dem Inklusionsbefürworter (z.B. Wocken, 2009, Feuser, 2009) und -gegner (z.B. Ahrbeck, 2014), aber auch Personen, die nur für die Inklusion bestimmter Gruppen von Schülerinnen und Schülern sind (Speck, 2012b), beteiligt sind, scheint noch lange nicht absehbar zu sein. Häufig wird mit negativen Effekten der Inklusion auf die Leistung oder Entwicklung argumentiert. In diesem Kapitel wird der Frage nachgegangen, welche empirisch nachgewiesene Wirkung die inklusive Beschulung auf Schülerinnen und Schüler mit und ohne SFB hat.

Metastudien und Reviews

Zur Wirkung inklusiver Beschulung liegen verschiedene (Meta-)Studien vor, die sich in ihrem Vorgehen zum Teil stark unterscheiden, was bei der Interpretation ihrer Ergebnisse beachtet werden muss. In der Metastudie von Ruijs und Peetsma (2009) wurde zusammengetragen, welche Effekte die Inklusion auf die schulische Leistungsentwicklung von Lernenden mit SFB als auch auf deren Mitschülerinnen und Mitschüler ohne SFB hat. Die meisten berücksichtigten Studien zeigten positive oder neutrale Effekte der Inklusion auf die Leistungsentwicklung. Sehr wenige Studien konnten nachteilige Effekte auf die Leistungsentwicklung der Lernenden mit SFB nachweisen. Es zeichnete sich ab, dass Lernende mit SFB in inklusiven Settings bessere Leistungen erbracht haben als in nichtinklusiven Settings. Beachtet werden muss, dass bei vielen Studien die Kontrollgruppen fehlten, und es somit schwer einzuschätzen ist, ob es sich tatsächlich um Effekte der Art der Beschulung handelt. Außerdem ist unklar, inwieweit die Lernenden inklusiv beschult wurden (total oder teilweise) (Ruijs & Peetsma, 2009). Auch Kalambouka, Farrell, Dyson und Kaplan (2007) haben in ihrer Review den Einfluss der inklusiven Beschulung auf die schulische Leistungsentwicklung von Lernenden mit SFB zusammengetragen. Sie haben dabei verschiedene Behinderungskategorien unterschieden. Insgesamt zeigen die analysierten Studien keine nachteiligen Effekte auf die Leistungen von Lernenden mit SFB; über 80% berichten von neutralen oder positiven Effekten. Die Analyse von 1300 Studien zu Effekten der Inklusion von Lindsay (2007) hat ergeben, dass nur ein Prozent der Studien von einem positiven Effekt zugunsten der Inklusion berichteten und dieser zudem eher gering war. Dennoch schätzt Lindsay (2007) die Effekte der Inklusion auf die Leistung der Lernenden insgesamt eher positiv als neutral ein.

Einzelstudie

Eine aktuelle Studie, die in den Metastudien noch nicht berücksichtigt wurde, haben Kocaj, Kuhl, Kroth, Pant und Stanat (2014) in Deutschland durchgeführt. Der Vergleich der Kompetenzen von Schülerinnen und Schülern mit SFB in Inklusions- und

Förderschulklassen zeigt, dass die Lernenden mit einem zugewiesenen Förderbedarf im vierten Schuljahr sowohl in Mathematik als auch in Deutsch (Lesen und Zuhören) in Inklusionsklassen der Regelschulen bessere Testergebnisse erzielten (Kocaj et al., 2014). Insbesondere Kinder mit einer Lernbeeinträchtigung schienen vom Unterricht der Regelschule zu profitieren. Allerdings muss dabei berücksichtigt werden, dass die Lernenden mit SFB an den Regelschulen meist einen günstigeren soziokulturellen Hintergrund und höhere kognitive Grundfähigkeiten aufwiesen als die Lernenden an Förderschulen. Wurden die individuellen Lernvoraussetzungen mit Hilfe eines Matching-Verfahrens kontrolliert, zeigte sich die inklusive Beschulung dennoch als vorteilhaft (ebd.).

Studien zu Effekten inklusiven Unterrichts auf die Lernenden ohne Beeinträchtigung

Die Effekte inklusiven Unterrichts auf die Lernenden ohne Beeinträchtigung lassen sich nur schwer einschätzen, da sie nicht in allen Studien untersucht worden sind. Einige Forscher und Forscherinnen berichten von positiven, negativen oder keinen feststellbaren Effekten. Ruijs und Peetsma (2009) schlagen vor, bei der Analyse der Effekte leistungsstarke und leistungsschwache Lernende ohne Beeinträchtigung zu unterscheiden (ebd.). So fanden z.B. Huber, Rosenfeld und Fiorello (2001) heraus, dass besonders leistungsschwache Lernende vom inklusiven Unterricht profitieren können. Gebhardt, Heine und Sälzer (2015) haben mit den Daten von PISA 2012 die Kompetenzen in Mathematik und Deutsch, die Einschätzung des Schulklimas und das Gefühl der Zugehörigkeit von Lernenden ohne SFB im neunten Schuljahr in inklusiven Klassen und Regelklassen verglichen. Insgesamt unterschieden sich die Inklusionsklassen nicht von den Regelklassen und es zeigte sich, dass Integration nicht nur in leistungsschwachen Klassen stattfindet. Zwar haben Farrell, Dyson, Polat, Hutcheson und Gallannaugh (2007b) einen kleinen negativen Effekt der Inklusionsklassen mit Lernenden mit SFB auf die Leistung der Lernenden ohne SFB gefunden, jedoch gehen sie davon aus, dass dieser durch die großen Unterschiede zwischen den Schulen zustande gekommen ist. Demeris, Childs und Jordan (2007) haben festgestellt, dass die Anzahl der integrierten Kinder leicht positiv mit der Leistung der anderen Kinder korrelierte, wenn der sozioökonomische Status und die Klassengröße kontrolliert wurden.

Schweizer Studien

In einer Schweizer Längsschnittstudie in vierten und fünften Klassen wurden die schulischen Leistungen (Mathematik, Lesen, Schreiben) verschiedener Gruppen von Schülerinnen und Schülern miteinander verglichen: Lernende mit SFB in Integrationsklassen mit und ohne sonderpädagogischer Unterstützung, Lernende mit SFB in separativen Klassen und Lernende ohne SFB (Haeberlin, Bless, Moser & Klaghofer, 2003). Als Lernende mit SFB galten in der Studie Schülerinnen und Schüler mit einem IQ zwischen 70 und 100 und Schulleistungen im unteren Sechstel der Gesamtstichprobe. Es zeigte sich, dass Lernende mit SFB in Regelklassen größere Leistungsfortschritte machten, unabhängig davon, ob sie sonderpädagogische Unterstützung erhielten und obwohl sie ihre eigenen Fähigkeiten und das subjektive Befinden tiefer einschätzten als ihre Peers in separativen Klassen (ebd.). Dem positiven Effekt der inklusiven Beschulung auf die Schulleistung steht ein leicht negativer Effekt auf die Selbstwahrnehmung eigener Kompetenzen gegenüber, da die Bezugsgruppe in der Regelschule eine andere ist als in separativen Klassen (Haeberlin et al., 2003). Auch das Wohlbefinden der integrierten Lernenden mit SFB war niedriger als in separativen Klassen und sie gehörten häufiger zu den unbeliebten Schülerinnen und Schülern (ebd.). Nach Beendigung der Schulzeit setzten sich diese anscheinend weniger guten Effekte der inklusiven Beschulung auf das Wohlbefinden, die Selbstwahrnehmung und die soziale Integration jedoch nicht fort (Eckhart & Sahli Lozano, 2014). Es zeigte sich, dass sie in größere soziale Netzwerke eingebunden waren, sich sozial integrierter wahrnahmen und ein höheres Selbstwertgefühl hatten als junge Erwachsene, die zuvor in separativen Klassen unterrichtet worden sind (ebd.). Der überraschend nicht nachweisbare Effekt der sonderpädagogischen Unterstützung in der Studie von Haeberlin et al. (2003) gab Anlass zu einer weiteren Studie mit zweiten Klassen, in denen die Kinder mit SFB inklusiv unterrichtet wurden (Bless, 2007). In dieser Studie machten Kinder, die zusätzlich sonderpädagogische Fördermaßnahmen erhielten, in einem halben Jahr größere Fortschritte in Mathematik und Deutsch als Kinder, die keine besonderen Fördermaßnahmen erhielten (ebd.). Bless (2007) vermutet, dass u.a. verbesserte Rahmenbedingungen, wie die Erhöhung der Betreuungsdichte durch Sonderpädagoginnen und Sonderpädagogen, zu diesem Ergebnis geführt haben.

Effekte auf die soziale Integration

Einen Vergleich der Effekte von integrativer und separativer Beschulung wie bei Haeberlin et al. (2003) oder Eckhart und Sahli Lozano (2014) lassen nur die wenigsten Studien zu, da viele Studien ohne Kontrollgruppe durchgeführt wurden. Nicht nur bei der Analyse von Effekten auf die Leistungsentwicklung, sondern auch auf die sozioemotionale Entwicklung ist eine möglichst große Kontrolle von Kontextfaktoren notwendig. Individuelle Kontextfaktoren werden z.B. durch das Bilden von Paaren mit übereinstimmenden Merkmalen aus beiden Settings (Matching) berücksichtigt. Man geht davon aus, dass viele Kontextfaktoren (z.B. Klassenklima, Persönlichkeit der Lehrkraft, Unterrichtsstil), die nicht unbedingt spezifisch für inklusive Klassen sind, auch einen großen Einfluss auf die sozialen und emotionalen Aspekte haben, weshalb sich kaum generalisierbare Aussagen machen lassen. Dennoch soll an dieser Stelle auch darauf eingegangen werden, welche wissenschaftlichen Erkenntnisse zur Wirkung der Integration auf die sozioemotionale Entwicklung vorliegen. Häufig wird in diesen Studien erhoben, in wie weit Lernende mit SFB sozial partizipieren. Die soziale Partizipation wird meist als Synonym für soziale Inklusion und soziale Integration verwendet (Koster, Nakken, Pijl & van Houten, 2009) und ist für die sozioemotionale Entwicklung von großer Bedeutung. Aspekte der sozialen Partizipation sind nach Koster et al. (2009) die soziale Akzeptanz durch die Peers, die (Selbst-)Wahrnehmung des Kindes mit SFB, soziale Beziehungen und die sozialen

Interaktionen zwischen den Kindern. Wenn die Lernenden akzeptiert werden und sich als akzeptiert wahrnehmen, mit ihren Peers interagieren und Freundschaften haben, hat das nicht nur einen positiven Einfluss auf die sozioemotionale Entwicklung sondern auch auf ihr Lernen und die Leistungsentwicklung (Gifford-Smith & Brownell, 2003; Ladd & Troop-Gordon, 2003; Sturaro, van Lier, Cuijpers & Koot, 2011).

Garrote (2016a) hat den Forschungsstand zur sozialen Partizipation von Kindern mit SFB in inklusiven Klassen zusammengetragen. In den entsprechenden Studien zeigte sich, dass Kinder mit SFB weniger beliebt waren und häufiger abgelehnt wurden als Kinder ohne SFB (Grütter, Meyer & Glenz, 2014; Huber & Wilbert, 2012; Koster, Pijl, Nakken & van Houten, 2010). Jedoch fühlten sich vor allem jüngere Kinder trotz geringer sozialer Akzeptanz von ihren Peers sozial akzeptiert (Koster et al., 2010; Krull, Wilbert & Hennemann, 2014). Diese Ergebnisse konnte Garrote (2016a) mit ihrer eigenen Studie bestätigen. Bezüglich der Freundschaften von Kindern mit SFB ist die Forschungslage widersprüchlich. Einige Studien haben gezeigt, dass diese Kinder weniger in Interaktionen mit anderen Kindern involviert waren und seltener als Freunde genannt wurden (z.B. Koster et al., 2010). Andere Studien konnten keine Unterschiede bei der Anzahl Freundschaften finden (z.B. Garrote, 2016a; Grütter et al., 2014). Einen Einfluss auf die soziale Partizipation haben wahrscheinlich die Dichte des Beziehungsnetzes in der Klasse mit seiner Anzahl an Freundschaftsbeziehungen und ein Klima das durch gegenseitige Akzeptanz gekennzeichnet ist (Garrote, 2016a).

Die inklusive Beschulung hat auch einen Einfluss auf die Einstellung der Lernenden ohne SFB. Sie sind den Lernenden mit SFB im Allgemeinen gegenüber positiver eingestellt als wenn sie separativ unterrichtet würden. Dennoch ist in inklusiven Klassen die Einstellung gegenüber von Lernenden mit SFB negativer als die Einstellung gegenüber Mitschülerinnen und Mitschülern ohne SFB (Ruijs & Peetsma, 2009). Zur Inklusion von Lernenden mit SFB haben Kalambouka et al. (2007) nur Studien mit neutralen und positiven Effekten auf die sozialen Kompetenzen von Lernenden ohne SFB gefunden.

Zusammenfassung

Zusammenfassend lässt sich festhalten, dass überwiegend positive Effekte auf die Leistungsentwicklung von Schülerinnen und Schülern mit SFB in inklusiver Beschulung nachgewiesen werden konnten (Kalambouka et al., 2007; Kocaj et al., 2014; Ruijs & Peetsma, 2009). Auf die Leistungsentwicklung von Lernenden ohne SFB hat der inklusive Unterricht kaum einen Einfluss. Bezüglich der sozioemotionalen Entwicklung und sozialen Partizipation lassen sich kaum allgemeingültige Aussagen machen. Zwar sind die Lernenden mit SFB weniger beliebt und werden häufiger abgelehnt, dennoch fühlen sich insbesondere jüngere Schülerinnen und Schüler akzeptiert (Garrote, 2016a; Koster et al., 2010; Krull et al., 2014).

Bei der Interpretation der Ergebnisse muss beachtet werden, dass die Gruppe der Lernenden mit SFB nicht klar abgrenzbar ist, die Studien unterschiedlich angelegt sind, nicht immer eine Kontroll- oder Vergleichsgruppe vorhanden ist, häufig nicht umschrieben wird, was inklusiven Unterricht auszeichnet und die Studien in unterschiedlichen Klassenstufen durchgeführt wurden. Auch wird nur in wenigen Studien zwischen den unterschiedlichen Förderbedarfen der Lernenden unterschieden (Kalambouka et al., 2007; Ruijs & Peetsma, 2009).

3.3 Effekte inklusiver Beschulung von Lernenden mit intellektueller Beeinträchtigung

Die Effekte schulischer Integration von Kindern mit IB auf deren schulische Leistung wurde bisher kaum untersucht (Sermier Dessemontet et al., 2012). Eine erste Analyse des Forschungsstandes zur „Integration von Kindern und Jugendlichen mit geistiger Behinderung“ wurde von Mühl (1987) durchgeführt und besteht überwiegend aus Beschreibungen von Einzelfällen und Berichten von Lehrkräften oder Eltern. Er hat vor allem die Schwierigkeiten herausgestellt, die aufgrund der Strukturen des (Regel-)Schulsystems, der Einstellungen und der Vorurteile der beteiligten Personen entstanden sind. Zwar konnte er anhand der Berichte keine Aussage zur Leistungsentwicklung machen, aber die soziale Integration wurde in den meisten Fällen als gelungen beschrieben (Mühl, 1987). Insbesondere die Wirkung der inklusiven Beschulung auf die Leistung ist seit den 1980er-Jahren ein Diskussionspunkt. Eine häufige These ist: „Wer für Integration ist, ist gegen Leistung; wer für Leistung ist, kann nicht für Integration sein“ (Wocken, 1987). Gemeint sind in der These sowohl die Leistungen der Kinder ohne Beeinträchtigung als auch der Kinder mit Beeinträchtigung. Vor allem wenn Schülerinnen und Schüler mit ihren schulischen Leistungen stark vom Klassendurchschnitt nach unten abweichen, werden Befürchtungen laut, dass die inklusive Beschulung einen negativen Einfluss auf das Lernen der Kinder ohne Beeinträchtigung habe. Zudem sei eine separative Schulform besser geeignet, den besonderen Bedürfnissen von Kindern mit Beeinträchtigung gerecht zu werden (Bonfranchi, 2011).

Es stellt sich also die Frage, welche Wirkung die inklusive Beschulung von Lernenden mit einer Lern- oder kognitiven Beeinträchtigung hat, sowohl auf die Leistungsentwicklung von Schülerinnen und Schülern mit und ohne Beeinträchtigung. Dazu liegen Ergebnisse aus den Überblicksarbeiten bzw. Metastudien von Freeman und Alkin (2000), Ruijs und Peetsma (2009), Kalambouka et al. (2007) und Sermier Dessemontet et al. (2012) sowie weiterer empirischer Studien vor, die sich auf die Inklusion von Lernenden mit starker Lernbeeinträchtigung oder IB beziehen.

Metastudien

Freeman und Alkin (2000) haben für ihre Überblicksarbeit neun empirische Studien gefunden, in denen die Leistung von Kindern mit IB in Sonderschulen und in integrativen Klassen der Regelschule verglichen wurden. Die zum Teil recht alten Studien (alle von vor 1995) zeigten, dass das Setting entweder keinen Unterschied auf die

Leistungsentwicklung in Sprache und Mathematik bewirkt hat oder dass die Kinder mit IB einen höheren Lernzuwachs hatten als die Kinder mit IB in der Sonderschule (ebd.). Der positive Effekt der Inklusion auf die Leistung war umso höher, je häufiger der Unterricht gemeinsam stattfand. In der bereits erwähnten Überblicksarbeit von Kalambouka et al. (2007) wurden auch Studien ausgewertet, die die Effekte der Inklusion auf die Leistungsentwicklung von Lernenden mit IB untersucht haben. Es zeigte sich, dass die Inklusion dieser Gruppe von Schülerinnen und Schülern keinen erkennbaren Einfluss auf die schulischen Leistungen der anderen Kinder hatte, aber einen leicht positiven Effekt auf ihre sozialen Kompetenzen.

Einzelstudien

Sermier Dessemontet et al. (2012) haben die Entwicklung der Leistung in Mathematik (Zählen, Zahlenkenntnis und erstes Rechnen) und Sprache (Lesen, Schreiben, Wortschatz) sowie des adaptiven Verhaltens von jeweils 34 Kindern in Sonderschulen und in inklusiven Klassen verglichen. Zu Beginn der Studie waren die Kinder im Alter von 7 bis 8 Jahren, und die Gruppe der Kinder in der Sonderschule unterschied sich im IQ, Alter, Geschlecht, sozioökonomischen Status sowie den Vortestleistungen nicht von der Gruppe der Kinder in inklusiven Klassen. Nach zwei Schuljahren zeigten die Kinder beider Gruppen in Mathematik und im adaptiven Verhalten vergleichbare Fortschritte. In Sprache waren die Fortschritte der Kinder in inklusiven Klassen hingegen größer als die Fortschritte der Kinder in den Sonderschulklassen.

Cole, Waldron und Maijd (2004) haben sowohl die Leistungsentwicklung von Lernenden mit leichter IB als auch von Lernenden ohne Beeinträchtigung in inklusiven Settings und in Sonderschulen verglichen. Lernende ohne IB machten in inklusiven Klassen größere Fortschritte in Mathematik und Lesen als in nicht inklusiven Klassen. Die Lernenden mit leichter IB zeigten keinen signifikant größeren Fortschritt in Mathematik und Lesen als ihre Peers in der Sonderschule, obwohl bei mehr Lernenden mit leichter IB im inklusiven Setting der Lernzuwachs über dem Durchschnitt lag.

Peetsma, Vergeer, Roeleveld und Karsten (2001) haben die Entwicklung von Kindern mit leichter IB sowie mit Lern- und Verhaltensschwierigkeiten in inklusiven Klassen und in Sonderschulen während der ersten vier Schuljahre verglichen. Für den Vergleich haben sie Paare aus Kindern mit gleichen Ausgangsbedingungen und unterschiedlicher Schulform gebildet. Am Ende des zweiten Schuljahres konnte kein Effekt der Schulform bei Kindern mit IB nachgewiesen werden, da einige Kinder in der Regelschule mehr Fortschritte machten, andere wiederum in der Sonderschule höhere Leistungen zeigten. Nur bei den Kindern mit Lern- und Verhaltensschwierigkeiten in der Regelschule konnte ein größerer Lernzuwachs in Mathematik festgestellt werden im Vergleich zu ihren Peers in der Sonderschule. In den Entwicklungsprofilen der Kinder mit IB zeigte sich, dass sich unabhängig von der Schulform einige Kinder in allen Bereichen (Mathematik, Sprache, Selbstkonzept und Motivation) weiterentwickelten, während bei anderen Kindern nur in einzelnen Bereichen eine Entwicklung festzustellen war. Das Selbstkonzept der Kinder mit IB in der Regelschule war nach zwei Jahren niedriger als das Selbstkonzept der Kinder in der Sonderschule. Dieser Unterschied war nach vier Jahren jedoch nicht mehr festzustellen. Außerdem war am Ende des vierten Schuljahres der Lernfortschritt der Kinder mit leichter IB und Lern- und Verhaltensschwierigkeiten in der Regelschule in Mathematik und Sprache signifikant höher als bei den Lernenden in der Sonderschule. Es muss jedoch bedacht werden, dass die Lernenden mit IB in den Sonderschulen im ersten Schuljahr einen niedrigeren Durchschnittswert in Mathematik und Sprache aufwiesen als die Vergleichsgruppe in der Regelschule.

Ob die inklusive Beschulung von Lernenden mit IB einen Einfluss auf die Schulleistung von Lernenden ohne IB hat, wurde von McDonnell et al. (2003) untersucht. Es zeigten sich keine Leistungsunterschiede zwischen den Lernenden ohne IB in inklusiven und leistungshomogenen Klassen. Es konnte außerdem nachgewiesen werden, dass die Lernenden mit IB in inklusiven Klassen ihre sozialen Kompetenzen verbessert haben. Allerdings lässt sich diese Entwicklung nicht mit derjenigen von Lernenden mit IB in einer Sonderschule vergleichen, weil eine entsprechende Kontrollgruppe fehlte. Auch Sermier Dessemontet und Bless (2013) konnten nachweisen, dass die inklusive Beschulung keinen Einfluss auf die Schulleistung von Lernenden ohne IB hat, weder auf Lernende mit unterdurchschnittlicher oder durchschnittlicher Leistung noch auf Lernende, deren schulische Leistung über dem Durchschnitt lag.

Studien mit Lernenden mit Down-Syndrom

Laws, Byrne und Buckley (2000) haben in ihrer Studie herausgefunden, dass Lernende mit Down-Syndrom im inklusiven Setting größere Fortschritte im sprachlichen Bereich gemacht haben als die Lernenden in Sonderschulen. Auch die numerischen Fähigkeiten, die in einer späteren Studie erhoben wurden (Buckley, 2007), waren bei Jugendlichen, die inklusiv unterrichtet wurden, größer als bei Jugendlichen, die in Sonderschulklassen unterrichtet wurden.

In einer Längsschnittstudie mit 71 Personen mit Down-Syndrom über 12 Jahre, mit dem ersten Messzeitpunkt im Grundschulalter und dem dritten und letzten Messzeitpunkt am Ende oder nach der Schulzeit, wurde festgestellt, dass der Besuch einer Regelschule zu allen drei Messzeitpunkten die Schulleistung (Lesen, Schreiben, Mengen und Zahlen) positiv beeinflusst hat. Auch wenn dieser Variable nur eine mäßige bis geringe Effektstärke zukommt, war sie nach dem Entwicklungsalter der zweitstärkste Prädiktor zur Vorhersage der Schulleistung (Turner, Alborz & Gayle, 2008).

Zusammenfassung und Diskussion der Ergebnisse

Sermier Dessemontet et al. (2012) und Ruijs und Peetsma (2009), die die Ergebnisse der vorhandenen Studien zur Leistungsentwicklung zusammengetragen haben, kommen zu dem Schluss, dass inklusiver Unterricht Lernenden mit IB ermöglicht, gleich große oder größere Fortschritte in ihrer Leistung und in sozial angepasstem Verhalten zu erzielen. In der Studie von Sermier Dessemontet et al. (2012) zeigte sich, dass Lernende mit IB in inklusiven Klassen größere Fortschritte im sprachlichen Bereich und Lesen machten. Damit stimmen die Ergebnisse mit denen von Freeman und Alkin (2000) und Laws et al. (2000) überein. Im Bereich Mathematik konnten hingegen keine Unterschiede in der Leistungsentwicklung zwischen Lernenden mit IB in inklusiven Klassen und Sonderschulklassen gefunden werden.

Beim Vergleich der Leistungsentwicklung in den unterschiedlichen Settings muss bedacht werden, dass die interindividuellen Unterschiede bei Lernenden mit IB größer sind als bei Lernenden ohne IB und deshalb der Vergleich von Mittelwerten evtl. wenig aussagekräftig ist. Auch wenn die Leistungen der „matched pairs" zu einem oder mehreren Messzeitpunkten gleich waren, kann es sein, dass das Lernen von zusätzlichen Variablen unterschiedlich beeinflusst wird, z.B. durch die Konzentrationsfähigkeit oder Einstellung zu Schule (Freeman & Alkin, 2000). Der Vergleich der Ergebnisse ist also durch die fehlende Kontrolle weiterer Einflussfaktoren, wie sozio-ökonomischer Status, Familiensprache, individuelle Voraussetzungen (adaptive und kognitive Kompetenzen) erschwert. Es wird vermutet, dass Lernende mit höherem IQ und weniger abweichendem Verhalten eher integriert werden als Lernende mit geringerem IQ oder herausforderndem Verhalten (Sermier Dessemontet et al., 2012; Waddington & Reed, 2017). Zudem stellt sich die Frage, ab wann Unterricht als inklusiv bezeichnet werden kann. Es kann sein, dass in einer Studie die Lernenden mit IB im gleichen Klassenraum wie die anderen Schülerinnen und Schüler sind, aber andere Aufgaben und Themen bearbeiten, eine persönliche Assistenz haben oder dass die Lernenden mit IB die gleichen Themen wie die anderen Lernenden bearbeiten und dabei mit ihnen interagieren (McLeskey & Waldron, 2011). Der Unterricht und seine Qualität, die auch die Leistungen der Lernenden beeinflussen können, werden in den Studien nicht berücksichtigt.

Eine Zusammenfassung dieser verschiedenen Ergebnisse ist aufgrund der unterschiedlich aufgebauten Studien recht schwierig, dennoch kann von einem Vorteil hinsichtlich der Schulleistungsentwicklung von Lernenden mit IB im inklusiven Unterricht ausgegangen werden. Die Studie von Peetsma et al. (2001) zeigt, dass erst nach vier Jahren eine stärkere Leistungsentwicklung in Sprache und Mathematik von Lernenden mit leichter IB in inklusiven Klassen feststellbar war. Die Lernenden mit IB im inklusiven Unterricht in der Studie von Sermier Dessemontet et al. (2012) hingegen machten im sprachlichen Bereich innerhalb von zwei Schuljahren größere Fortschritte als die Lernenden in Sonderschulen. Jedoch konnte kein Effekt auf die mathematische Entwicklung nachgewiesen werden (Cole et al., 2004; Sermier Dessemontet et al., 2012). Insgesamt scheint die inklusive Beschulung sich vor allem positiv auf die sprachlichen Kompetenzen von Lernenden mit starker Lernbeeinträchtigung oder IB auszuwirken, und weniger stark auf die mathematischen Kompetenzen.

Während die inklusive Beschulung bei Lernenden mit SFB einen positiven Einfluss auf die Leistungsentwicklung hat, lassen sich die Effekte der Inklusion auf die Leistungsentwicklung von Lernenden mit IB nur schwer nachweisen und sind weniger eindeutig. In einigen Studien wurde ein leicht positiver Effekt auf die Leistung im sprachlichen Bereich, aber nicht in Mathematik festgestellt. Diese Ergebnisse könnten dadurch bedingt sein, dass die mathematische Entwicklung beeinträchtigt ist, weil sie eng mit der kognitiven Entwicklung, also mit der IB zusammen hängt. Andererseits kann die Ursache auch in einer ungeeigneten Förderung liegen, bei der wenig überzeugende Konzepte genutzt werden. Oder der Mathematikunterricht von Lernenden mit und ohne IB ist eine größere Herausforderung als der Sprachunterricht, weil hier das Auseinandergehen der Leistungsschere besonders deutlich wird.

4. Lernen und Unterricht bei intellektueller Beeinträchtigung

Mit der zunehmenden Beschulung von Kindern und Jugendlichen mit IB in den 1950/60er-Jahren wurde erkannt, dass viele in der Regelschule praktizierten Vermittlungsformen Lernende mit IB überfordern (Fischer, 2008). Das führte zur Entwicklung von speziellen Konzeptionen für Schülerinnen und Schüler mit IB, obwohl in diesem Zusammenhang immer auch gefragt wird, inwieweit es einer eigenen Sonder- oder Spezialdidaktik für diese Lernenden bedarf. Heute ist man sich meist einig, dass sich das Lernen von Schülerinnen und Schülern mit IB grundsätzlich nicht vom Lernen anderer Kinder unterscheidet und dass alle die gleichen Bildungsansprüche haben. Ein Blick in die Vergangenheit zeigt jedoch, dass besondere Konzeptionen für den Unterricht von Lernenden mit IB entwickelt wurden, oft auf den Theorien Piagets basierend.

In diesem Kapitel werden Konzeptionen, Ansätze und Prinzipien für den Unterricht von Schülerinnen und Schülern mit IB vorgestellt. Die Begriffe Konzeption, Ansatz und Modell werden in der Fachliteratur häufig synonym verwendet. In dieser Arbeit wird daher jeweils derjenige Begriff gewählt, der in den entsprechenden Quellen verwendet wird, wobei die Begriffe Ansatz und Konzeption nicht voneinander zu trennen sind. Konzeptionen (und Ansätze) sollen einen Orientierungsrahmen für das praktische Handeln im Unterricht bieten (Kahlert, 2007). Sie liefern einen theorieorientierten Verständigungsrahmen, der für den Unterricht wichtige Entscheidungsfelder umfasst, z.B. Ziele, Inhalte und Methoden. Dabei werden die Lernvoraussetzungen der Schülerinnen und Schüler, der Erkenntnisstand der Bezugsdisziplinen und die schulischen Handlungsvoraussetzungen (Ausstattung, Ausbildung der Lehrkräfte) berücksichtigt. Konzeptionen sollen die Vielzahl der zu treffenden Entscheidungen reduzieren, indem sie Schwerpunkte setzen (ebd.). Auch Prinzipien dienen der Handlungsorientierung und werden als Leitlinien bei der Planung und Durchführung von Unterricht verstanden.

Die Ergebnisse des vorherigen Kapitels geben Anlass, die verschiedenen Aspekte und Schwerpunktsetzungen, die in den Förderansätzen für Lernende mit IB zusammenfließen, kritisch zu begutachten. Dafür werden sie jeweils zuerst beschrieben und anschließend diskutiert. Da sie oft auf Piagets Theorie der kognitiven Entwicklung basieren, wird diese zuerst kurz dargestellt.

4.1 Piagets Theorie der kognitiven Entwicklung

Die Theorie zur kognitiven Entwicklung des Kindes von Jean Piaget hat die Konzeptionen zum Unterricht von Lernenden mit IB in der Sonderpädagogik stark beeinflusst. Dabei wird häufig auf die ersten drei Stadien der kognitiven Entwicklung Bezug genommen: die sensomotorische, die präoperationale und die konkret-operationale Stufe. Die kognitiven Stadien sind sequentiell, d.h. sie treten in einer festliegenden Reihenfolge auf und jede Periode ist für die Konstruktion der jeweils nachfolgenden Periode wichtig (Piaget, 2016). Erfahrung, Übung und soziale Umwelt beeinflussen nach Piaget die Reihenfolge der Stadien nicht und können die Entwicklung auch nicht erklären, vielmehr sind die Äquilibration, das Herstellen eines Gleichgewichts zwischen Assimilation (Wahrgenommenes wird in bereits vorhandene kognitive Strukturen geordnet) und Akkommodation (die kognitiven Strukturen müssen an das Neue angepasst werden) von Bedeutung.

Mit zunehmendem Alter verändert sich die Kognition nicht nur quantitativ durch die Zunahme von Intelligenz, sondern auch qualitativ, da sie immer abstrakter, differenzierter, systematischer, flexibler und angepasster wird. Daher wird Piagets Theorie auch als konstruktivistisch bezeichnet (Kohler, 2009). Denn das aktive Handeln und die Interaktion mit der Umwelt tragen zur Entwicklung der Kognition bei, aber es ist das Individuum selbst, das seine kognitive Struktur von innen heraus selbst konstruiert, indem inadäquate Vorstellungen permanent durch neue, stimmigere ersetzt werden (Piaget, 2016). Das Lernen wird nach Piaget durch vier Faktoren bedingt: (1) die *Reifung* des Gehirns und des zentralen Nervensystems ermöglichen das Denken und den Spracherwerb, (2) *Erfahrungen und der Umgang mit Gegenständen*, (3) *soziale Vermittlung*, im Sinne von Aktivitäten, die von anderen Personen initiiert werden und (4) *Äquilibrationsprozesse* (Moser Opitz, 2008). Lernen ist demnach das Ergebnis von Entwicklung, in der die kognitive Aktivität des Individuums zentral ist.

Die Entwicklung des Denkens bzw. die kognitive Entwicklung beschreibt Piaget von der Geburt bis ins Erwachsenenalter.

Die sensomotorische Stufe

Nach Piaget beginnt die Entwicklung des Denkens mit der sensomotorischen Stufe, die sich meist innerhalb der ersten beiden Lebensjahre vollzieht und in sechs Phasen unterteilen lässt. Die Bezeichnung der Stufe als *sensomotorisch* verdeutlicht, dass die zentralen Funktionen auf dieser Stufe die Wahrnehmung (Sensorik) und Bewegung (Motorik) sind. Diese können durch Prozesse der Reifung, Erfahrung, sozialen Vermittlung und Äquilibration zunehmend besser koordiniert werden und führen zum Aufbau erster kognitiver Strukturen. Die auf dieser Stufe anfänglich auf den eigenen Körper ausgerichteten Aktivitäten wenden sich immer mehr der Umwelt zu. Bedeutsam für die Verinnerlichung von Handlungen, die den Übergang zum Denken bildet, ist hier die Objektpermanenz, d.h. das Wissen, dass ein Objekt weiterhin existiert, auch wenn es nicht sichtbar ist.

Die präoperationale Stufe

Die Stufe des präoperationalen Denkens besteht nach Piaget aus zwei Phasen. Die erste Phase ist diejenige des *vorbegrifflich-symbolischen Denkens* (2-4 Jahre), in der das Kind eine symbolische Vorstellung auch für abwesende Dinge und Ereignisse entwickelt und sich Handlungen innerlich vorstellen kann (Piaget, 2014). Nach Piaget entwickelt sich die symbolische Vorstellung mit der Nachahmung, die es dem

Kind ermöglicht einen Gegenstand oder eine Handlung durch etwas anderes zu repräsentieren. Dies zeigt sich in dieser Phase im auftretenden Symbolspiel und der Sprache. Im Symbolspiel spielen Kinder, als ob ein Gegenstand etwas anderes wäre oder tun so, als ob sie etwas machen würden. Die Sprache ermöglicht dies zu beschreiben und steht in enger Wechselwirkung mit dem Denken. In dieser ersten Phase vollzieht sich der Übergang von physischer zu geistiger Aktivität (Piaget, 2014).

Auf die Phase des *vorbegrifflich-symbolischen Denkens* baut die Phase des *anschaulich-intuitiven* Denkens (4-7 Jahre) auf, das von der Wahrnehmung abhängt und durch Egozentrismus gekennzeichnet ist, was sich auch darin zeigt, dass noch nicht verschiedene Perspektiven eingenommen werden können (Piaget, 2014). Das führt auch dazu,

- dass das Denken noch nicht reversibel ist: Gedanken sind wenig flexibel und können nur in eine Richtung ausgeführt werden, d.h. dass ein Vorgang in der Vorstellung nicht rückgängig gemacht werden kann, um die Ausgangssituation mit dem jetzigen Zustand zu vergleichen.
- dass es dem Kind schwer fällt, Ganzes und Teile in Beziehung zu setzen, da das Kind seine Aufmerksamkeit entweder auf das Ganze oder die Teile konzentriert. Piaget nennt diese Beobachtung „Nichterhaltung des Ganzen“, die aus der fehlenden Beweglichkeit der aufeinanderfolgenden Zentrierungen entsteht.
- dass das Kind seine Wahrnehmung auf einen bestimmten Aspekt zentriert, z.B. beim Vergleich von Flüssigkeiten nur die Füllhöhe beachtet und die Breite außer Acht lässt. Zentriert das Kind die Aufmerksamkeit danach auf die Breite, kommt es zu einer anderen Aussage, die es für richtig hält. Berücksichtigung der Beziehung von Höhe und Breite ist noch nicht möglich (ebd.).

Zu Beginn der Phase ist das Denken von der Wahrnehmung und dem Standpunkt des Kindes abhängig, in der weiteren Entwicklung werden die Koordination der Perspektiven und das Denken zunehmend dezentrierter.

Die konkret-operationale Stufe

Konkret-operational nennt Piaget die folgende Stufe, weil das Kind sich gedanklich mit Gegenständen, die es wirklich gibt, beschäftigen und gedanklich Handlungen ausführen kann (Ginsburg & Opper, 2004). Das zentrale Merkmal dieser Stufe (7-12 Jahre) ist die Dezentrierung der Aufmerksamkeit, die dazu führt, dass verschiedene Perspektiven eingenommen werden können und reversibles Denken möglich wird, d.h. dass Handlungen in der Vorstellung „rückgängig gemacht“ werden können. Außerdem können Zusammenhänge unabhängig von der Wahrnehmung erschlossen und Veränderungen verfolgt werden, wobei nicht nur einzelne Zustände gesehen werden, sondern auch die Transformationen (Piaget, 2014). Verinnerlichte Handlungen werden zueinander in Beziehung gesetzt. Dies führt zum Verständnis von Invarianz, d.h. dass sich eine Menge nicht verändert, wenn weder etwas hinzugefügt noch weggenommen wird. Reversibilität und Invarianz sind zunächst noch von konkretem Handeln abhängig, aber können immer mehr abstrahiert werden.

Piaget beschrieb das Entstehen operationalen Denkens anhand verschiedener Versuche, die er mit Kindern durchführte. Da die daraus gewonnenen Erkenntnisse von Bedeutung für den Aufbau des Zahlbegriffs und in der Folge die Grundlage für die darauf folgenden Operationen bilden, soll in Kapitel 5.4 noch ausführlicher darauf eingegangen werden.

Piagets Einfluss auf die Sonderpädagogik

In der Sonderpädagogik wurde untersucht und diskutiert, ob die kognitive Entwicklung von allen Kindern gemäß Piagets Beschreibungen verläuft. Inhelder, eine Mitarbeiterin Piagets, beschreibt, dass die „entwicklungsgeschichtliche Aufeinanderfolge der Stadien" bei Kindern mit IB die gleiche wie bei „normalen Kindern" sei, aber langsamer verlaufe und stehen bleibe (Inhelder, 1978). Außerdem gehe die Entwicklung von Kindern mit IB kaum über das präoperationale Niveau hinaus und sie seien nur begrenzt zu konkret-operationalem Denken fähig (ebd.). Man ging also davon aus, dass Kinder mit IB das Entwicklungsniveau von 7- bis 8-jährigen Kindern kaum überschreiten würden. Das hatte zur Folge, dass Kindern mit IB hauptsächlich schulische Angebote gemacht wurden, die sich nicht an den Inhalten der Unterrichtsfächer orientierten, sondern vielmehr an allgemeinen Entwicklungsthemen wie z.B. Wahrnehmung und Motorik (Ratz, 2011b). Bundschuh resümiert, dass die Theorie der kognitiven Entwicklung nach Piaget für eine grobe Orientierung geeignet zu sein scheint, aber nicht genutzt werden könne, um im Detail den nächsten Entwicklungsschritt vorherzusagen. Bei Lernenden mit IB sei es manchmal angebracht aus lebenspraktischen Gründen Bereiche zu fördern, die nicht auf der entsprechenden kognitiven Stufe liegen (Bundschuh, 1992). Inwieweit Piaget Einfluss auf die Entwicklung von Ansätzen für den Unterricht von Lernenden mit IB genommen hat, wird im nächsten Absatz deutlich.

4.2 Ansätze für den Unterricht

Der Unterricht an Schulen für Lernende mit IB war im deutschsprachigen Raum von Anfang an von einem eher fächerübergreifenden Gesamtunterricht und einer starken Gewichtung lebenspraktischer Inhalte gekennzeichnet, was mit einer Abwendung von der Orientierung an traditionellen Unterrichtsfächer einher ging (Fischer, 2008). Bis in die 1980er-Jahre hat sich der Unterricht für Lernende mit IB stark an der Entwicklung von Wahrnehmung, Motorik, Kognition und Sprache orientiert. Außerdem hat ein kleinschrittiges Vorgehen zu einer funktionellen Zergliederung des Handelns geführt (Mühl, 2000). Aus der Kritik daran wurde der handlungsorientierte Unterricht entwickelt (Mühl, 1982).

Prinzipien nach Speck

Speck (2012a) hat für den Unterricht von Lernenden mit IB Prinzipien ausgearbeitet, die den Lehrkräften als Orientierungsrahmen für ihr praktisches Handeln dienen sollen. In seinen Ausführungen zu diesen Prinzipien geht er auf Ziele, Inhalte und Methoden des Unterrichts für Lernende mit IB ein und berücksichtigt verschiedene Aspekte wie Lernvoraussetzungen, Erkenntnisstand der Bezugsdisziplinen und die schulischen Rahmenbedingungen.

Insgesamt hat Speck (2012a) sieben Prinzipien für den Unterricht von Lernenden mit IB zusammengestellt, die er jeweils begründet und in denen er Forderungen an den Unterricht mit Lernenden mit IB stellt.

1) Individualisierung
2) Aktivitätsprinzip
3) Ganzheitsprinzip
4) Lehrzielstrukturierung
5) Anschaulichkeit und Übertragung
6) Entwicklungsgemäßheit
7) Aktionsbegleitendes Sprechen und soziales Lernen

Ein für Speck bedeutendes Prinzip ist aufgrund der unterschiedlichen Lernvoraussetzungen und einer begrenzten Selbst-Lernfähigkeit die *Individualisierung (1)*. Unterricht müsse die Schülerinnen und Schüler in ihrem Lernen da abholen, wo sie sich jeweils befinden. Auch bei dem *Prinzip der Aktivierung (2)* hebt Speck die Besonderheit von Lernenden mit IB hervor: Die Entwicklung der Eigenaktivität sei beeinträchtigt und das Lernen bedürfe somit der Weckung, Belebung und Anleitung. Der Unterricht müsse Gelegenheit geben, durch Handeln Erfahrungen zu sammeln. Wichtig sei, dass die Lernenden in *ganzheitlichen Situationen (3)* agieren, die eine sinnvolle Einheit bilden, die an den täglichen Erfahrungen anknüpfen und ein „Minimum an Stoff enthalten“ (ebd.). Durch die Einteilung des Unterrichts in kleinste Schritte sollen Lehrziele individuell und adäquat geplant werden und ermöglichen, dass Neues mit Altem verknüpft werden kann, da so immer nur wenig Neues hinzukommt (*Prinzip der Lehrzielstrukturierung (4)*). Das *Prinzip der Anschaulichkeit und Übertragung (5)* bedeutet, dass Lerninhalte in erster Linie der Lebensorientierung und Lebensbewältigung dienen und konkret erfahren werden müssen, da Veranschaulichungen und Medien nicht ausreichen, weil Lernende mit IB Schwierigkeiten haben, Sachverhalte zu generalisieren und zu übertragen. Durch die Variation von Lerngegenständen und Situationen sowie erweiternden Zyklen soll diese Übertragung ermöglicht werden. Sich auf Piagets beschriebene Entwicklungsfolge beziehend formuliert Speck das *Prinzip der Entwicklungsgemäßheit (6)*. Der Unterricht und Materialien sollen auf den Entwicklungsstand der Lernenden abgestimmt sein. Da sich Lernende mit IB lange auf den Stufen des vorbegrifflichen und anschaulichen Denkens befinden (präoperationale Stufe), müsse der Unterricht überschaubare Handlungssituationen ermöglichen, in denen sich Gegenstands-, Raum-, Zahl- und Zeitbegriffe ausbilden können. Die hohe Bedeutung der Sprache für die kognitive Entwicklung wird durch das *Prinzip des aktionsbegleitenden Sprechens (7)* betont. Das heißt, dass Handlungen und Interaktionen mit möglichst klaren und sich wiederholenden Sprachmustern begleitet werden sollen. Auch der *sozialen Lernmotivierung (7)* kommt eine Bedeutung zu, denn das Lernen hängt von sozialpsychologischen Bedingungen ab, weshalb das Lernen in der Gruppe, insbesondere auch das gemeinsame Lernen mit Kindern ohne IB nicht unterschätzt werden soll (ebd.).

Die Prinzipien zeigen, dass Speck bei Lernenden mit IB von einem Lernverständnis ausgeht, bei dem einsichtiges und sinnvolles Handeln sowie ein aktiv handelndes Individuum zentral sind. Er hebt sich somit von Theorien ab, bei denen davon ausgegangen wird, dass Lernende mit IB nur passiv, durch operante Konditionierung und Einüben isolierter Fertigkeiten lernen. Er bezieht Erkenntnisse aus der Psychologie mit ein, insbesondere von Piaget. In diesem Zusammenhang betont er auch die Besonderheiten von Lernenden mit IB, indem er deren Defizite beschreibt. Die Prinzipien haben sich in der Praxis als hilfreich erwiesen, wurden jedoch wissenschaftlich nicht näher erforscht, so dass, wie Speck selbst erwähnt, keine Aussagen zur Effektivität gemacht werden können (ebd.).

Die starke Orientierung an Piagets Stufenmodell, die bei Speck im Prinzip der Entwicklungsgemäßheit deutlich wird, führte häufig zu einem isolierten und kleinschrittigen Einüben von Handlungsabläufen. Daran wurde kritisiert, dass Sach- und Lebensbezüge verloren gingen, eigene Entscheidungsprozesse nicht ermöglicht wurden und die Entwicklung der Persönlichkeit aus dem Blick geriet. Als Reaktion auf diese Kritik wurde der handlungsbezogene Unterricht entwickelt. Ein erster Ansatz wurde von D. Fischer entworfen und von Mühl weiter ausgebaut und konkretisiert.

Das didaktische Grundmodell von Fischer

Eine der ersten methodischen Grundlegungen der deutschsprachigen Geistigbehindertenpädagogik stammt von Dieter Fischer (1978). In dieser greift er auf Kenntnisse der allgemeinen Didaktik und Methodik sowie auf Ergebnisse und Fakten der Entwicklungs- und Lernpsychologie, z.B. Leontjew und Piaget, zurück (ebd.). Zur Planung des Unterrichts mit Lernenden mit IB hat er ein „didaktisches Grundmodell“ entwickelt, das als Planungsschema für alle Lernenden und alle Inhalte dienen soll, nicht auf einer bestimmten Lerntheorie basiert, neben dem Lern- und Leistungsniveau auch die Umwelt mit einbezieht und als schülerorientiert gilt (Fischer, 1978). Es ist für alle Schweregrade von IB und verschiedene Lerninhalte geeignet und reicht von offenen Lernsituationen, die kaum von der Lehrkraft beeinflusst werden, zu stark strukturierten und von Lehrkräften gesteuerten Situationen (ebd.). Da die Schülerinnen und Schüler jedoch unterschiedliche Lernvoraussetzungen mitbringen, ist es notwendig, das „didaktische Grundmodell“ zu modifizieren. Fischer nennt das passive Lernangebot, das aktive Lernangebot und die Aufgabenfolge als Anpassungsmöglichkeiten. Beim Unterrichten mit Aufgabenfolgen wird der Unterrichtsverlauf als Lernweg gesehen, der in verschiedene Sequenzen unterteilt werden kann, in denen die Lernhandlung im Mittelpunkt steht. Wichtig ist, dass den Lernenden ermöglicht wird, eine Verbindung zwischen den Sequenzen herzustellen und so den Gesamtzusammenhang zu erkennen. Die Lernwege werden mehrmals in leicht abgewandelter Form wiederholt, damit sie für die Lernenden weiterhin sinnvoll erscheinen (ebd.). Für Lernende, die noch keine Verbindung zwischen den Sequenzen herstellen können, sind nach Fischer das passive und aktive Lernangebot besser geeignet (ebd.). Bei einem passiven Lernangebote werden Sinneseindrücke und Anlässe zum Reagieren und Agieren geboten, während beim aktiven Lernangebot Situationen geschaffen werden, die zu eigenen Handlungen und Aktivitäten anregen. Aktive Lernangebote sind in Teilaufgaben gegliedert, wobei das Gesamtziel nur der Lehrkraft bekannt ist. Ein wichtiges Anliegen Fischers ist, dass die Lernenden mit IB mit möglichst vielen Lernmodellen konfrontiert werden.

Neben der Wahl der besten Lern- und Unterrichtsmodelle sind nach Fischer auch die methodischen Modelle für das Lernen von Schülerinnen und Schülern mit IB von Bedeutung, die dabei helfen sollen, das Lernen zu optimieren (ebd.). Ein methodisches Modell bezieht sich auf die Auseinandersetzung und Begegnung mit der Umwelt, z.B. das Handeln.

Fischer schätzt im Unterricht häufig verwendete methodische Modelle auf ihre Verwendbarkeit in der Schule für Lernende mit IB ein und zeigt, wie die vier verschiedenen methodischen Modelle „Handlungseinheit", „Erlernen eines motorischen Vorgangs", „Objekterkundung" und der „Unterrichtsgang" angepasst und in ihrer Komplexität reduziert werden können. Er weist den Modellen Untergruppen von Lernenden mit IB zu. So ist lehr- und lernorientierter Unterricht für Lernende mit Lernbeeinträchtigung, handlungs- und projektorientierter Unterricht für Lernende mit leichter IB, trainings- und übungsorientierter Unterricht für Lernende mit mittlerer IB und behandlungs- und therapieorientierter Unterricht bei schwerer IB am besten geeignet.

Mit seinen Ausführungen zur Handlungseinheit hat Fischer die sonderpädagogische Didaktik und Methodik besonders geprägt. Durch überschaubare in Handlungsschritte gegliederte Lerneinheiten sollen Einsichten, Erfahrungen und problemlösendes Denken ermöglicht werden (ebd.). Die Strukturierung des Unterrichts in Handlungseinheiten hat im Vergleich zu Lehrgängen den Vorteil, dass der gesamte Lernprozess für die Lernenden überschaubar bleibt. Wichtige Prinzipien bei der Planung sind die „Entflechtung" und die „Reduktion". Bei der „Entflechtung" wird ein Angebot vereinfacht, indem man sich in einer Handlungseinheit auf die wesentlichen Inhalte und Handlungen konzentriert und sie in klare und überschaubare Handlungsschritte gliedert. Damit ein Lernangebot den Kompetenzen und Interessen der Schülerinnen und Schüler entspricht, muss es meist reduziert werden. Dabei werden komplexe Lernvorhaben unterteilt, die als erlernbar und dem Niveau der Lernenden entsprechend eingeschätzt werden. Zum Vorhaben „Geburtstag feiern" ist es z.B. das Ziel einiger Lernenden, selbst einen Kuchen backen zu können, für andere Lernende wird die Tätigkeit reduziert, indem deren Ziel das Verzieren des Kuchens oder das Öffnen der Verpackungen ist (ebd.).

Obwohl die Vorteile des kleinschrittigen Lernens und die Vorzüge von überschaubaren Handlungseinheiten hervorgehoben werden, weist Fischer darauf hin, dass die Lernenden Gelegenheiten zum produktiven Denken und entdeckendem Lernen[5] erhalten sollen, denn Selbständigkeit, Entscheidungstüchtigkeit und Kreativität seien von hervorragender Bedeutung (ebd.).

---

5 Lernende erhalten die Möglichkeit ihre Umwelt selbst zu entdecken. Es ist nicht das aktiv-entdeckende Lernen gemeint.

Handlungsbezogener Unterricht nach Mühl

Der auf Handeln bezogene Unterricht wurde von Mühl (1982) als Konzeption für den Unterricht von Lernenden mit IB weiter ausgebaut. Die Bedeutung des Handelns für das Lernen haben bereits Bach (1971) und Speck (2012a; 1. Aufl. 1970) hervorgehoben. Bei ihrer Annahme, dass Kinder durch Beobachten und Handeln lernen, beziehen sie sich auf Piaget. Weiter sind verschiedene Unterrichtskonzeptionen aus der Reformpädagogik (Projekt- und Gesamtunterricht) und für den Unterricht mit Lernenden mit IB (u.a. von Fischer und Speck) in die Konzeption des handlungsbezogenen Unterrichts eingeflossen. Da die Konzeptionen aus der Reformpädagogik, in dem das Handeln auch ein zentraler Bestandteil ist, jedoch für Lernende mit IB zu komplex sind, hat Mühl die Konzeption des handlungsbezogenen Unterrichts entwickelt (Mühl, 1982).

Eine Handlung ist nach Mühl (1993, S. 410) „motiviertes, zielgerichtetes, geplantes, regelgeleitetes, kontrolliertes, bewusstes Verhalten". Das Handeln geht mit den Zielen der lebenspraktischen Erziehung und der Selbstverwirklichung in sozialer Integration einher und wird somit zum zentralen Ziel des Unterrichts mit Lernenden mit IB. Die Handlungsbezogenheit lässt sich zum einen aus den Zielen des Unterrichts und zum anderen durch die eingeschränkte Handlungsfähigkeit von Lernenden mit IB begründen (Mühl, 1982). Zwischen den Phasen handlungsbezogenen Unterrichts und den Teilschritten einer Handlung bestehen Parallelen: Beide beginnen mit der Zielentscheidung bzw. Zielsetzung und Zielformulierung, gefolgt von einer Planungsphase. Anschließend folgt die Aktions- oder Durchführungsphase und am Ende die Beurteilung der Durchführung (ebd.). In diesem Unterricht werden die Inhalte nicht in Fächer unterteilt, sondern der Unterricht besteht aus fächerübergreifenden Vorhaben. Sie lassen sich nach verschiedenen Handlungsrichtungen einteilen: Lebenspraktische Vorhaben (z.B. Selbstversorgung, Hauswirtschaft), Erkundungs- und Orientierungsvorhaben (z.B. Markt, Schwimmbad), gruppenzentrierte Kontakt- und Unterhaltungsvorhaben (z.B. Feste) sowie Veränderungs- und Gestaltungsvorhaben (z.B. Werken und textiles Gestalten). Vorhaben können meist zwei dieser Handlungsrichtungen zugewiesen werden und sich auf mehrere Situationsfelder (z.B. Familie, Wohnen, Konsum) beziehen.

Handlungsbezogener Unterricht hat den Anspruch, praktisches und handlungsorientiertes Lernen zu ermöglichen, wobei er an den Erfahrungen der Lernenden anknüpft und deren Lebenswelt berücksichtigt. Nur so können die Lernenden motiviert sein und das Lehrziel der Lehrkraft zu ihrem sinnvollen Lernziel machen (Mühl, 1982). Das heißt, wenn es das Lehrziel ist, Essen zuzubereiten, kann das Kartoffelschälen das Lernziel sein. Wichtig ist, dass Situationen der Überforderung vermieden werden. An die Grenzen kommt der handlungsbezogene Unterricht bei der Vermittlung der Kulturtechniken, wie z.B. beim Lesenlernen oder in Mathematik, weil sie abstraktes Denken erfordern und sich nicht immer mit Handlungen verbinden lassen (Mühl, 1993). Mühl schlägt vor, die Kulturtechniken innerhalb von Vorhaben zu vermitteln. Inwieweit sie im Vorhabenunterricht fokussiert vermittelt und regelmäßig geübt werden können, führt Mühl nicht aus. Wesentliche didaktische und methodische Erfordernisse des handlungsbezogenen Unterrichts sind

- die Vermittlung von Handlungskompetenz,
- das relativ offene Agieren in realen, alltäglichen Lebenssituationen,
- das Ernstnehmen jeden einzelnen Kindes mit seinen subjektiven, lebensgeschichtlich ausgeprägten Vorerfahrungen,
- das Lernen im Sinn- und Sachganzen und in sozialen Bezügen.

Im Gegensatz zu Fischer (1978) öffnet Mühl den handlungsbezogenen Unterricht auch für Lernende mit schwerer IB und verweist auf mögliche Abstufungen bzgl. der Bewusstheit von Handlungen (Mühl, 1993). So sind bspw. erste Äußerungen bereits als Teil einer Handlung zu interpretieren. Eine theoretische Begründung der Handlungsorientierung fehlt bei Mühl. Diese wurde von Pitsch (Pitsch & Thümmel, 2011) weiterentwickelt, indem die Konzeption von Mühl mit der Tätigkeitstheorie der Kulturhistorischen Schule, der Theorie der Handlungsregulation und einem abgestuften Konzept zunehmender Beteiligung der Lernenden an allen Phasen der Handlung verbunden wurde (Fischer, 2008).

Nach Speck (2012a) bildet die Handlungsbezogenheit (Mühl, 1982) nur einen Pol im Unterricht von Lernenden mit IB. Der Gegenpol ist der entwicklungsbezogene Unterricht, der sich an der Entwicklung der Kinder orientiert und mit kleinschrittigen Übungen, häufig in Einzelförderung, die nächste Zone der Entwicklung anbahnen soll (Speck, 2012a). Unterricht für Lernende mit IB kann somit nach Speck zwischen den Polen Handlungsbezogenheit und Entwicklungsorientierung eingeordnet werden. Die Entwicklungsbezogenheit ist in frühen Lernprozessen von größerer Bedeutung und die Handlungsbezogenheit nimmt im Unterricht von „kognitiv und kommunikativ fortgeschrittenen“ und selbständigen Kindern einen höheren Anteil ein. Der Grundsatz lautet: „So viel basale und fundierende Entwicklungsorientierung als individuell nötig und so viel Handlungsoffenheit als sinnvollerweise möglich“ (Speck, 2012a, S. 268).

Handlungsbezogener Unterricht heute

Die Konzeption des handlungsbezogenen Unterrichts hat auch in den Lehrplänen und Richtlinien für Lernende mit IB starke Beachtung gefunden und prägt sie noch bis heute (zusammenfassend Schäfer, 2017). Die Handlungsorientierung wird in dem von Terfloth und Bauersfeld im Jahr 2012 herausgegebenen Lehrbuch als ein Prinzip zur Unterrichtsplanung für Lernende mit IB thematisiert (Terfloth & Bauersfeld, 2012). Auch im „MehrPerspektivenSchema“ zur Unterrichtsplanung nach Schäfer (2017) wird die Handlungsorientierung als „förderschwerpunktbezogene Besonderheit“ betont (ebd.) In der Schweiz gab es zwar bis 2019 keinen offiziellen Lehrplan für Lernende mit IB, aber auch dort scheint der handlungsbezogene Unterricht umgesetzt zu werden. In den Jahren 2014/2015 gaben 50 von 132 befragten Schweizer Sonderpädagogen und -pädagoginnen an, dass das handlungsorientierte Lernen mit Materialien in der mathematischen Förderung von Kindern mit IB ein wichtiges und herausforderndes Element sei (Jandl, 2016). Das Konzept des handlungsorientierten Unterrichts findet sich auch in den Rahmenkonzepten verschiedener Schweizer Schulen für Lernende mit IB wieder, z.B. im Rahmenkonzept der Heilpädagogischen Schule Rümlang (von Rotz, 2016).

4.3 Diskussion der Ansätze für den Unterricht

Die im vorherigen Abschnitt dargestellten Konzeptionen werden im Folgenden in Hinblick auf Theoriebezug, Menschenbild, Fokussierung lebenspraktischer Kompetenzen und den Umgang mit Heterogenität diskutiert.

Theoriebezug

Die vorgestellten Konzeptionen integrieren die Theorien von Piaget, der kulturhistorischen Schule und die Ideen verschiedener Reformpädagogen. Specks Prinzipien und deren Erläuterungen basieren auf den Theorien und Erkenntnissen aus der Psychologie (Speck, 2012a). Sich auf Piagets Theorie beziehend schreibt Speck den sensomotorischen Verhaltensweisen eine hohe Bedeutung zu: zum einen, weil sie die Grundlage der kognitiven Entwicklung bilden, zum anderen weil sie sich bei Kindern mit IB „bis weit in das Schulalter hinein" entwickeln würden und eine vorverbale, senso- und psychomotorische Förderung implizieren (ebd.). Fischer (1978) verweist in seinen Ausführungen nicht auf Theorien, aber der Unterricht mit Aufgabenfolgen scheint an die Assimilation nach Piaget gelehnt zu sein: Lernwege werden in leicht abgewandelter Form mehrmals wiederholt. Das passive Lernangebot, das Anlässe zum Reagieren und Agieren bieten soll, weist Parallelen zur sensomotorischen Entwicklung nach Piaget auf (ebd.). Auch Mühl lehnt seine Ausführungen zur Entwicklung der Handlungsfähigkeit an die Theorien Piagets und der kulturhistorischen Schule an (Mühl, 1993). Die Betonung der sensomotorischen Förderung in allen Ansätzen zeigt die Nähe zu Piagets Theorie der kognitiven Entwicklung.

Menschenbild: zwischen Kompetenzzuschreibung und Defizitorientierung

In den beschriebenen Ansätzen spiegelt sich der Wandel des Menschenbilds, des Bildungsbegriffs und somit auch des Lernverständnisses wider. Bei der Entwicklung der Konzeptionen ging es in den Anfängen zunächst darum, die Bildungsfähigkeit von Menschen mit IB nachzuweisen, zu begründen und das Recht auf Bildung einzufordern. Um dieses Recht auf Bildung zu ermöglichen, waren andere Methoden und Konzeptionen als in der Regelpädagogik notwendig, da sich diese im Unterrichtsalltag oft als ungeeignet erwiesen hatten. So wurden bestehende Konzeptionen unter Berücksichtigung der Besonderheiten von Lernenden mit IB weiterentwickelt und von der Regelpädagogik abgegrenzt. Die Beschreibung der Besonderheiten von Lernenden mit IB erfolgte häufig anhand ihrer Defizite. Mühl beschreibt Lernende mit IB als in ihrer Handlungsfähigkeit und ihren Lernmöglichkeiten eingeschränkt, was nur zum Teil auf Hirnfunktionsstörungen, sondern vielmehr auch auf Sozialisationsbedingungen zurückzuführen sei. Einschränkungen im Lernen entstünden z.B. aus der mangelnden Planungsfähigkeit und Kontrolle, Stereotypien und Verhaltensauffälligkeiten, aus mangelnder Umstellungsfähigkeit, Blockaden durch Versagensängste und reduzierter Selbsteinschätzung (Mühl, 1993). Trotz dieser Einschränkungen seien Lernende mit IB aber zu zweckrationalem und selbständigem Handeln fähig. Auch Speck betonte einerseits, dass das Lernen durch Einsicht geschähe (Speck, 2012a) und der „didaktische Hauptakzent" auf dem Initiieren handelnden Lernens liegen solle. Andererseits werden auch von Speck die Schülerinnen und Schüler mit IB vorwiegend defizitär beschrieben (z.B. Speck, 2012a). Die vordergründige defizitorientierte Sichtweise auf Lernende mit IB führte zu einem Lernverständnis, bei dem der Unterricht kleinschrittig stattfand, komplexe Inhalte reduziert oder weggelassen wurden und mögliche Schwierigkeiten isoliert thematisiert wurden.

Lebenspraktische Kompetenzen versus Fachunterricht

Die Vermittlung lebenspraktischer Kompetenzen steht in den vorgestellten Ansätzen im Unterricht von Lernenden mit IB im Vordergrund, während die Kulturtechniken nur innerhalb von Projekten oder Vorhaben und in Kursunterricht mit leistungsstarken Lernenden mit IB als sinnvoll erachtet werden (Fischer, 1978; Speck, 2012a). Nach Speck (2012a) kann das Erlernen der Kulturtechniken nicht das Hauptziel des Unterrichts von Lernenden mit IB sein, weil dieses nach dem Verlassen der Schule nur eine untergeordnete Rolle spiele. Die Förderung habe sich auf sensomotorische und real-soziale Fertigkeiten, die für das praktische Leben von größerer Bedeutung sind, zu konzentrieren. Dennoch lehnen weder Speck (2012a) noch Fischer (1978) und Mühl (1982) das Unterrichten der Kulturtechniken ab. Die geringe Bedeutung der Unterrichtsfächer spiegelt sich auch in den Lehrplänen wider, die in den 1980er-Jahren für Lernende mit IB entwickelt worden sind (Ratz, 2011b; Schäfer, 2017). Erst die neueren Lehrpläne gewichten die Unterrichtsfächer mehr und es kann auch auf Grundlage von Publikationen auf eine Tendenz zur stärkeren Beachtung der Kulturtechniken und damit verbundenen fachdidaktischen Überlegungen für den Unterricht mit Lernenden mit IB geschlossen werden.

Umgang mit Heterogenität

Alle Ansätze und Prinzipien gehen von einer großen Heterogenität in der Gruppe der Lernenden mit IB aus. Sie gehen damit so um, dass sie versuchen, die Lernenden mit IB weiteren Untergruppen zu zuordnen. Die unterrichtliche Berücksichtigung der Heterogenität erfolgt in dem Spannungsfeld der äußeren Differenzierung durch die Einteilung der Lernenden in Gruppen und der inneren Differenzierung durch unterschiedliche Aufgaben in einem gemeinsamen Unterricht z.B. in Rahmen des „Vorhabenorientierten Unterrichts" bzw. in Projekten. Vorhaben, wie sie Speck (2012a), Fischer (1978) und Mühl (1982) beschreiben, bieten viele Möglichkeiten alle Lernenden mit einzubeziehen. Dem steht die Unterteilung der Lernenden mit IB in Gruppen entgegen, um zu bestimmen, welche Unterrichtsformen bzw. didaktischen Konzeptionen im Rahmen einer äußeren Differenzierung für die Untergruppen am besten geeignet sind (Fischer, 1978; Heinen, 1994). Besonders für den Unterricht von Lernenden mit schwerer IB haben nach Pitsch und Thümmel (2011) notwendige gruppenspezifische Anpassungen zugenommen.

Seit den 1990er-Jahren haben zunehmend Konzepte der Öffnung und der damit verbundenen Individualisierung des Unterrichts aus dem (Primar-)Bereich der Regelschule Einzug in die Sonder- bzw. Förderschulen genommen (Fischer, 2008). Diese werden sowohl im Klassen- als auch im Gruppenunterricht zur Differenzierung angewandt.

Zusammenfassung

Die vorgestellten Ansätze können als wichtige Meilensteine auf dem Weg der Förderung von Lernenden mit IB gesehen werden. Weitere Konzeptionen im Bereich des Unterrichts von Lernenden mit IB konnten sich seit den 1980er-Jahren nicht durchsetzen (vgl. Strassmeier, 2000, Pitsch & Thümmel, 2015a, 2015b). Pitsch und Thümmel (2011) merken an, dass die Methodik für den Unterricht von Lernenden mit IB sich „zwischen der Berücksichtigung der besonderen Eigenarten ihrer Schüler und der Angleichung an die traditionellen Verfahren der Normalschulen“ bewegt. Diese Aussage trifft aber nicht nur auf die Strömungen und Entwicklungen in der Pädagogik bei IB im letzten Viertel des 20. Jahrhundert zu, sondern auch auf die Inklusionsbestrebungen der heutigen Zeit. Inzwischen findet der Fachunterricht von Lernenden mit IB eine stärkere Berücksichtigung, z.B. in den Lehrplänen für Schülerinnen und Schüler mit IB oder in Publikationen (z.B. Ratz, 2011a), vor allem im Zusammenhang mit inklusivem Unterricht. Die Schwerpunktsetzung der Konzeptionsbildung im Unterricht für Lernende mit IB hat sich in den letzten Jahrzehnten also gewandelt, gleiches gilt für den Mathematikunterricht für diese Gruppe von Lernenden.

Bevor Ansätze für den Mathematikunterricht von Lernenden mit IB vorgestellt werden, wird zunächst die Entwicklung arithmetischer Kompetenzen von Kindern ohne IB (Kap. 5) und von Schülerinnen und Schülern mit IB dargelegt (Kap. 6).

5. Entwicklung von Mengen-Zahlen-Kompetenzen

In der mathematischen Entwicklung kommt den Mengen-Zahlen-Kompetenzen eine große Bedeutung zu. Bevor diese anhand von Forschungsergebnissen aufgezeigt wird, wird zuerst beschrieben, was unter Mengen-Zahlen-Kompetenzen verstanden wird (Kap. 5.1). Danach wird dargelegt, wie sich diese mathematischen Kompetenzen entwickeln (Kap. 5.2). Zur Darstellung der Entwicklung und der Zusammenhänge zwischen den Kompetenzen existieren Entwicklungsmodelle. Zwei Modelle, die vor allem im deutschsprachigen Raum verbreitet sind und auf den Ergebnissen mehrerer Studien basieren, werden in Kapitel 5.3 vorgestellt. Eine Theorie zur Entwicklung des Zahlbegriffs, die vor allem auf der Grundlage klinischer Interviews und Beobachtungen aufgestellt wurde und an der sich sowohl Forschende, Lehrkräfte als auch Lehrmittel orientieren, stammt von Piaget und Szeminska (1972). Sie wird in Kapitel 5.4 vorgestellt.

5.1 Mengen-Zahlen-Kompetenzen und ihre Bedeutung für die mathematische Entwicklung

Bevor Kinder Rechnen lernen, erwerben sie verschiedene numerische Teilkompetenzen, die zur Entwicklung des Zahlbegriffs führen. Die numerischen Kompetenzen sowie die Einsicht in verschiedene Zahlaspekte und Zählprinzipien werden je nach Autor als „Zahlbegriff", „frühe numerische Kompetenzen", „erste mathematische Kompetenzen", „mathematische Vorläuferkompetenzen", „mathematische Basiskompetenzen" oder „grundlegende Mengen-Zahlen-Kompetenzen" bezeichnet. Die Begriffe stehen für Kompetenzen, die sich auf den Umgang mit Mengen und Zahlen beziehen, meistens im Vorschulalter erworben werden und einen Einfluss auf die weitere mathematische Entwicklung haben (Gersten, Jordan & Flojo, 2005; Schneider, Küspert & Krajewski, 2013). Unter Kompetenzen werden häufig Kenntnisse, Fähigkeiten und Fertigkeiten, die in verschiedenen Situationen angewendet werden können und erlernbar sind, verstanden (Gasteiger, 2010). Sie umfassen sowohl Wissen als auch Können und werden durch Lernprozesse aufgebaut und weiterentwickelt (Wullschleger, 2017).

Der Zahlbegriff kann als ein Konzept beschrieben werden, das auf den Verbindungen mathematischer Beziehungen sowie auf mathematischen Prinzipien und Verfahren basiert (Gersten et al., 2005). Er unterliegt in seiner Entwicklung verschiedenen Modifikationen und umfasst folgende Aspekte:

- Die Einsicht in verschiedene Zahlaspekte: das Verständnis von Zahlen in verschiedenen Kontexten, z.B. Zahlen als Maßzahl, Ordinalzahl, Kardinalzahl (siehe z.B. Krauthausen & Scherer, 2014)
- Das Verständnis der Zählprinzipien (meist nach Gelman & Gallistel, 1978)

- Kompetenzen, die vor dem Rechnenlernen erworben werden und einen Einfluss auf die weitere mathematische Entwicklung haben:
- Zählen
- Zahlenwissen: Zahlen lesen, Zahlen vergleichen, Nachbarzahlen nennen
- Abzählen (in diesem Zusammenhang auch die Einsicht in Zählprinzipien)
- Anzahlerfassung (kleine Mengen, strukturierte Mengen)
- Anzahlen nach Größe ordnen
- Eins-zu-eins-Zuordnung
- Teil-Ganze-Schema
- Zahlbeziehungen.

Inzwischen liegen Ergebnisse verschiedener Studien vor, die untersuchen, welche Kompetenzen auf welcher Art und Weise mit späteren Mathematikleistungen zusammenhängen oder mit welchen Kompetenzen sich die spätere Mathematikleistung vorhersagen lässt. Dafür werden in Längsschnittuntersuchungen die Kompetenzen von Kindern im Vorschulalter oder frühen Schulalter erhoben und in Bezug zu ihrer später erhobenen Mathematikleistung gesetzt. Es kann zwischen spezifischen Prädiktoren, die sich auf den Umgang mit Mengen oder Zahlen beziehen, und unspezifischen Prädiktoren wie IQ, sozioökonomischem Status, Geschlecht und Arbeitsgedächtnis unterschieden werden (Schneider et al., 2013). Nachfolgend liegt der Fokus auf Forschungsergebnissen zu den spezifischen Prädiktoren.

Mengen-Zahlen-Kompetenzen als Voraussetzung für das Rechnen

Eine hohe Bedeutung für die weitere mathematische Entwicklung haben die Mengen-Zahlen-Kompetenzen. So fanden z.B. Stock, Desoete und Roeyers (2007) heraus, dass die Mengen-Zahlen-Kompetenzen Zählen und Abzählen, Ordnen von Anzahlen und Zahlen nach ihrer Größe, Klassifikation von Anzahlen, Mengenvergleich im Kindergarten zu fast 50 % der Varianzaufklärung der Rechenkompetenz ein Jahr später in der ersten Klasse beitragen. Das Abzählen und Ordnen im Kindergarten und das Zählen in der ersten Klasse waren die stärksten Prädiktoren der Rechenkompetenz in der ersten Klasse.

Zur gleichen Varianzaufklärung von 50% in der Rechenkompetenz am Ende der ersten Klasse durch Mengen-Zahlen-Kompetenzen im Kindergarten kamen auch Weißhaupt, Peucker und Wirtz (2006), auch wenn sich die erhobenen Kompetenzen von Stock et al. (2007) unterschieden. Sie haben folgende Kompetenzen erhoben: Mengenvergleich, Mengeninvarianz, Simultanerfassung, Zählen, Abzählen, Ordinalzahlverständnis, Zählstrategien, Repräsentation von Zahlen, Teile-Ganze-Schema und die Anwendung von Zahlwissen (Erkennen von Zahlbeziehungen mit konkretem Material).

In den Studien von Jordan gehören zu den Mengen-Zahlen-Kompetenzen die Zählkompetenz, Zählprinzipien, Zahlenkenntnis (z.B. Zahlen lesen) und Zahlenwissen (Zahlen vergleichen, Nachbarzahlen nennen) (Jordan, Glutting & Ramineni, 2010; Jordan, Glutting, Ramineni & Watkins, 2010; Jordan, Kaplan, Locuniak & Ramineni, 2007). Mit Hilfe eines Tests zur Erfassung dieser Kompetenzen, kann mit 80%-er Wahrscheinlichkeit vorhergesagt werden, ob Kinder die Lernziele der dritten Klasse erreichen (Jordan, Glutting, Ramineni et al., 2010). In einer anderen Erhebung (Jordan et al., 2007) erklären die genannten Mengen-Zahlen-Kompetenzen im Vorschulalter sogar 66% der Varianz der Matheleistung am Ende des ersten Schuljahres, wohingegen sozioökonomischer Status, Geschlecht, Alter und Lesekompetenz keinen nachweisbaren Einfluss auf die Leistungsentwicklung haben. Die Mengen-Zahlen-Kompetenzen erklären sogar 12% mehr der Varianz der Mathematikleistung am Ende der ersten und dritten Klasse als das Alter und kognitive Fähigkeiten zusammen (Jordan, Glutting & Ramineni, 2010). Außerdem zeigt sich, dass die Mengen-Zahlen-Kompetenzen Prädiktoren für das Lösen von Textaufgaben (mündliche Aufgabenstellung) und schriftlich repräsentierter Rechnungen sind; sie erklären in der dritten Klasse zusätzlich zum Alter und zu den kognitiven Fähigkeiten 17% der Varianz der Mathematikleistung und somit sogar mehr Varianz als in der ersten Klasse (14%). Zur Entwicklung arithmetischer Kompetenzen stellen Jordan, Glutting und Ramineni (2010) fest, dass Kinder mit hohen Mengen-Zahlen-Kompetenzen im Kindergartenalter in den ersten Schuljahren stärker vom Mathematikunterricht profitieren und einen größeren Lernzuwachs haben als Kinder mit niedrigeren Mengen-Zahlen-Kompetenzen. Ein weniger weit entwickelter Zahlbegriff wirkt sich kumulativ auf die mathematische Entwicklung aus, d.h. dass diese Kinder weniger Fortschritte machen und die Leistungsdifferenz zwischen Kindern mit hohen und niedrigen Mengen-Zahlen-Kompetenzen größer wird (Jordan, Glutting & Ramineni, 2010).

Auch Aubrey, Dahl und Godfrey (2006) haben diese Entwicklungsunterschiede in ihrer Längsschnittstudie in England nachgewiesen: Hohe Mengen-Zahlen-Kompetenzen vor Schulbeginn haben während der ersten Schuljahre einen positiven Effekt auf die Mathematikleistung. Sie wurden mit dem Utrechter Test zur Erfassung früher mathematischer Kompetenzen erhoben (van de Rijt, Van Luit & Pennings, 1999), der Aufgaben zu Mengen- und Zahlvergleich, Klassifikation, Eins-zu-eins-Zuordnung, Seriation, Zählen, Abzählen, strukturiertes Abzählen und Textaufgaben (mündlich) umfasst. Die ersten vier Testbereiche beziehen sich auf Relationen in Anlehnung an Piaget, die letzten vier Aufgaben auf das Zählen und erstes Rechnen. Der gleiche Test wurde auch von Aunio und Niemivirta (2010) in Finnland eingesetzt, die ebenfalls den Zusammenhang zwischen den Mengen-Zahlen-Kompetenzen im Kindergarten und in der Mathematikleistung in der ersten Klasse untersucht haben. Sie haben in ihrer Analyse zwischen Aufgaben in Anlehnung an Piaget und den Zähl- und Rechenaufgaben differenziert. Mit beiden Aufgabentypen ließ sich die spätere Mathematikleistung vorhersagen, wobei die Zähl- und Rechenaufgaben in der Vorhersage zuverlässiger waren als die Aufgaben in Anlehnung an Piaget (Aunio & Niemivirta, 2010).

Auch Aunola, Leskinen, Lerkkanen und Nurmi (2004) haben herausgefunden, dass eine höhere Zählkompetenz im Vorschulalter zu besseren Mathematikleistungen und einem schnelleren Lernzuwachs in Mathematik bis zur zweiten Klasse führt. Die Mengen-Zahlen-Kompetenzen, die mit Aufgaben zum ordinalen und kardinalen

Zahlverständnis und zum Rechnen erhoben wurden, waren während der sechs Erhebungen vom Jahr vor der Einschulung bis zur zweiten Klasse stabil, d.h. Kinder, die zum ersten Messzeitpunkt wenig Punkte erreichten, erzielten auch im zweiten Schuljahr wenig Punkte.

Krajewski und Schneider (2006) konnten nachweisen, dass sich 26% der Unterschiede in der Mathematikleistung am Ende der vierten Klasse mit den im Kindergarten erfassten Menge-Zahl-Kompetenzen erklären ließen. Die Menge-Zahl-Kompetenzen wurden mit Mengenvergleichen und Seriationsaufgaben erfasst. Unterschiede in diesen Kompetenzen konnten zu 40% mit der Zählkompetenz und der Zahlenkenntnis erklärt werden, die somit einen indirekten Einfluss auf die Mathematikleistung hatten. Ein weiterer Prädiktor der Mathematikleistung im vierten Schuljahr war die Schnelligkeit mit der Zahlworte aus dem Langzeitgedächtnis abgerufen werden konnten.

Trotz der Unterschiedlichkeit in der Anlage der Studien, zeigen alle gewonnenen Ergebnisse eindeutig, dass den Mengen-Zahlen-Kompetenzen im Kindergartenalter eine hohe Bedeutung für das Mathematiklernen zukommt.

Bedeutung symbolischer und nichtsymbolischer Kompetenzen bei der Vorhersage mathematischer Kompetenzen

Die Unterscheidung zwischen symbolischen und nichtsymbolischen Prädiktoren hat sich bei der Vorhersage mathematischer Kompetenzen als bedeutsam erwiesen, da diese beiden Teilbereiche einen Einfluss auf jeweils unterschiedliche Kompetenzen haben. Symbolische Kompetenzen sind Aktivitäten, bei denen Zahlen oder Zahlwörter verwendet werden z.B. das Zählen (Aufsagen der Zahlwortreihe) und Zahlenlesen. Nichtsymbolische Kompetenzen sind Aktivitäten, für die keine Zahlenkenntnis notwendig ist, sondern das Erfassen und Unterscheiden von Mengen, z.B. das Vergleichen und Ordnen von Anzahlen.

Kolkman, Kroesbergen und Leseman (2013) konnten zum einen nachweisen, dass die Fähigkeit im Kindergartenalter symbolische und nichtsymbolische Darstellungen von Zahlen zu verbinden, die Mathematikleistung im ersten Schuljahr beeinflusst. Zum anderen zeigte sich eine hohe Bedeutung der symbolischen Kompetenzen für die weitere mathematische Entwicklung, weil sie notwendig sind, um ein Verständnis dafür zu entwickeln, dass zu jeder Zahl eine bestimmte Menge gehört und dass sich Mengen präzise mit Zahlen beschreiben lassen. Auch in der Studie von Toll, Kroesbergen und Van Luit (2016) zeigte sich, dass symbolische Kompetenzen im Kindergarten der stärkste Prädiktor für das Lösen von Rechnungen und Textaufgaben in der ersten Klasse waren (zwei Jahre später). Die nichtsymbolische Kompetenzen hatten einen Einfluss auf das Lösen von Textaufgaben, aber nicht auf das Lösen von Rechnungen. Toll et al. (2016) schließen daraus, dass nichtsymbolische Kompetenzen die verschiedenen arithmetischen Kompetenzen unterschiedlich stark beeinflussen. Auch scheint die Vorhersagekraft nichtsymbolischer Kompetenzen vom Alter abhängig zu sein. Desoete et al. (2012) und Smedt, Noël, Gilmore und Ansari (2013) konnten nachweisen, dass nichtsymbolische Kompetenzen im Kindergartenalter die Mathematikleistung im ersten und zweiten Schuljahr beeinflussen. Aber die im zweiten Schuljahr erfassten nichtsymbolischen Kompetenzen hatten keinen Einfluss auf die Rechenkompetenzen. Die symbolischen Kompetenzen sind hingegen sowohl im Kindergarten als auch in den ersten beiden Schuljahren für die weitere mathematische Entwicklung von Bedeutung (Kolkman et al., 2013; Smedt et al., 2013; Toll et al., 2016).

Die Unterscheidung zwischen symbolischen und nichtsymbolischen Kompetenzen des Zahlbegriffs wird nicht nur in Untersuchungen zu den Zusammenhängen der Mengen-Zahlen-Kompetenzen vorgenommen, sondern auch in der Entwicklung von Modellen zu den Zusammenhängen der verschiedenen Mengen-Zahlen-Kompetenzen (Cirino, 2011; Friso-van den Bos, Kroesbergen & Van Luit, 2014) und in Entwicklungsmodellen (z.B. Krajewski & Ennemoser, 2013).

Subitizing: simultane Anzahlerfassung

Das Subitizing bzw. die simultane Anzahlerfassung gehört auch zu den Mengen-Zahlen-Kompetenzen und meint, dass eine Anzahl auf einem Blick wahrgenommen und sofort benannt wird, ohne dass die einzelnen Elemente abgezählt werden. Man geht davon aus, dass unstrukturierte Mengen bis vier auf einen Blick erfasst werden können (Benz, Peter-Koop & Grüssing, 2015). Verschiedene Studien haben untersucht, inwieweit die simultane Anzahlerfassung mit der späteren Mathematikleistung zusammenhängt. Hannula-Sormunen, Lehtinen und Räsänen (2015) konnten nachweisen, dass die simultane Anzahlerfassung mit fünf Jahren einen Einfluss auf die Zählkompetenz mit sechs Jahren hat, die wiederum die Matheleistung mit 12 Jahren beeinflusst. In der Studie von Desoete und Grégoire (2006) wird die Bedeutung der simultanen Anzahlerfassung für das weitere Mathematiklernen daran deutlich, dass 33% der Kinder, die in der 3. Klasse niedrige Leistungen im Kopfrechnen und in Mengen-Zahlen-Kompetenzen hatten, auch signifikant schlechter im Subitizing abschnitten.

Die vorgestellten Studien zeigen, dass insbesondere dem Zählen und der Verknüpfung von Zahl und Anzahl eine hohe Bedeutung für die weitere mathematische Entwicklung zukommt (Aunio & Niemivirta, 2010; Krajewski & Schneider, 2006; Stock et al., 2007). Wie sich diese Kompetenzen entwickeln und miteinander zusammenhängen, wird in den folgenden Abschnitten dargelegt.

5.2 Die Entwicklung von Mengen-Zahlen-Kompetenzen

Die Entstehung des Zahlbegriffs nach Piaget wurde bereits in Kapitel 4.2.1 dargestellt. Aktuellere Erkenntnisse zur Entwicklung von Mengen-Zahlen-Kompetenzen heben sich von Piagets Theorie ab und führen zu einer Kritik dieser, auf die später eingegangen wird (Kap. 5.4.1).

In vielen Studien wurde die Entwicklung einzelner Kompetenzen, wie z.B. des Zählens genauer untersucht und auf der Grundlage dieser Ergebnisse wurden nicht nur Entwicklungsmodelle für einzelne Kompetenzen erstellt, sondern auch Gesamtmodelle der numerischen Entwicklung, die die Entwicklung der Teilkompetenzen und deren Beziehungen berücksichtigen. Sowohl zu einzelnen Kompetenzen als auch zur gesamten Zahlbegriffsentwicklung liegen empirisch fundierte Modelle vor (Schneider et al., 2013).

In diesem Kapitel sollen die Erkenntnisse zu einzelnen Kompetenzen der Zahlbegriffsentwicklung beschrieben werden, die häufig in den verschiedenen Modellen verbunden werden: frühe bzw. angeborene Grundlagen, die Zählprinzipien von Gelman und Gallistel (1978), die Entwicklung der Zählkompetenz nach Fuson (1988) und die protoquantitativen Kompetenzen nach Resnick (1989). Sie sind die Grundlage der in Kapitel 5.3 vorgestellten Modelle von Fritz und Ricken (2008) und Krajewski und Ennemoser (2013).

Frühe Grundlagen der Zahlbegriffsentwicklung

Erkenntnisse zum Zahlbegriff und seiner Entwicklung aus der Neuropsychologie, lassen vermuten, dass der ausdifferenzierte Zahlbegriff auf einer intuitiven Fähigkeit beruht, den man auch als Zahlensinn bezeichnen kann (z.B. Dehaene, 1999; Butterworth, 2010; Wynn, Bloom & Chiang, 2002). Dehaene (2001) geht davon aus, dass die Fähigkeit Anzahlen (nicht sprachlich) zu erfassen und Veränderungen festzustellen angeboren ist. Auch Wynn et al. (2002) gehen aufgrund ihrer Forschungsergebnisse mit fünfmonatigen Kindern davon aus, dass Kinder schon früh Unterschiede zwischen kleinen Anzahlen wahrnehmen, wobei sie die einzelnen Objekte und Gruppierungen von mehreren Objekten wahrnehmen. Obwohl die Ergebnisse von Wynn et al. (2002) repliziert werden konnten, gehen die Meinungen auseinander, ob Säuglinge die Veränderungen von Anzahlen anhand Eins-zu-eins-Zuordnung oder durch die Orientierung an der Flächenausdehnung erkennen (Fritz & Ricken, 2008; Krajewski & Ennemoser, 2013). Auch wenn sich aus den Ergebnissen kaum folgern lässt, inwieweit es sich um ein Verständnis für Mengen handelt, wird die beobachtete Fähigkeit als eine Voraussetzung für die Entwicklung mathematischer Kompetenzen gesehen (Hasemann & Gasteiger, 2014). Man geht davon aus, dass die Grundlagen dieses nichtsymbolischen Zahlbegriffs angeboren sind, während weitere Aspekte des nichtsymbolischen Zahlbegriffs und die symbolischen Kompetenzen darauf aufbauen und erworben werden müssen (Kolkman et al., 2013). Zudem nehmen Hannula-Sormunen et al. (2015) an, dass diese Fähigkeit die Grundlage für das Subitizing, das Erfassen und Benennen kleiner Anzahlen ist.

Zählprinzipien nach Gelman und Gallistel (1978)

Gelman und Gallistel (1978) haben erforscht, welche Kompetenzen erworben und welche Strategien verstanden werden müssen, um eine Anzahl durch Zählen bestimmen zu können. Sie haben fünf Zählprinzipien herausgearbeitet, von denen die ersten drei sich darauf beziehen, wie gezählt wird, also auf die Art und Weise des Zählens („how-to-count“). Diese werden als Voraussetzung für zwei weitere Prinzipien gesehen, die sich auf die Objekte beziehen, die gezählt werden können („what-to-count") (Gelman & Gallistel, 1978).

1) *Eindeutigkeitsprinzip (the one-to-one principle)*
   Jedem zu zählenden Objekt wird genau ein Zahlwort zugeordnet (Eins-zu-eins-Zuordnung). Dieses Prinzip erfordert die Koordination zweier Prozesse. Zum einen muss man sich merken, welche Objekte bereits gezählt, also mit einem Zahlwort versehen wurden, und welche noch zu zählen sind. Beim Zählprozess werden die Objekte von der Kategorie „noch-zu-zählen" in die Kategorie „bereits-gezählt" verschoben. Kein Objekt darf doppelt gezählt oder ausgelassen werden. Zum anderen muss jedem Objekt ein Zahlwort zugeordnet werden, wobei kein Zahlwort doppelt vorkommen und kein Zahlwort ausgelassen werden darf. Diese beiden Prozesse müssen zusammen begonnen und beendet werden.
2) *Prinzip der stabilen Ordnung (the stabel-order principle)*
   Die Zahlwörter beim Zählen werden immer in der gleichen Reihenfolge genannt.
3) *Kardinalzahlprinzip (the cardinal principle)*
   Das letztgenannte Zahlwort in einem Zählprozess gibt die Anzahl der gezählten Objekte bzw. die Mächtigkeit der Menge (Kardinalzahl) an. Es setzt das Eindeutigkeitsprinzip und das Prinzip der stabilen Ordnung voraus.
4) *Abstraktionsprinzip (the abstraction principle)*
   Die ersten drei Prinzipien können auf beliebige Anzahlen und beliebige Objekte angewendet werden. Für Kinder ist es nicht selbstverständlich, dass alle möglichen Arten von Gegenständen und Ereignissen zusammengezählt werden können.
5) *Prinzip der Irrelevanz der Anordnung (the order-irrelevance principle)*
   Sowohl die Anordnung der Objekte als auch die Reihenfolge, in der die Objekte gezählt werden, sind für die Anzahl irrelevant. Ist dieses Prinzip verstanden, versteht man auch, dass die Zahlwörter nur im Zählprozess den Objekten zugeordnet werden und man ihnen in einem anderen Zählprozess ein anderes Zahlwort zuweisen kann und dass einer gleichbleibenden Anzahl immer die gleiche (Kardinal-)Zahl zugeordnet wird.

Nach Gelman und Gallistel (1978) kann man nicht davon ausgehen, dass korrektes Zählen und das Verständnis der Prinzipien miteinander einhergehen. Ein Kind könne die Prinzipien verstanden haben, aber trotzdem Fehler beim Zählen machen. Die Umsetzung der Prinzipien kann von der Situation und dem Zahlenraum abhängen. Auch sollen die Prinzipien nicht als unabhängige Teilkompetenzen gesehen werden, da sie teilweise eng vernetzt sind (ebd.).

Entwicklung der Zählkompetenz nach Fuson (1988)

Das Zählen, dem Piaget in der Zahlbegriffsentwicklung keinen hohen Stellenwert zugeschrieben hat, erwies sich in den Studien zum Zusammenhang der Mengen-Zahlen-Kompetenzen und der späteren Mathematikleistung als wichtiger Prädiktor (vgl. Kap. 5.1.1). Fuson (1988) hat die Zählkompetenz von Kindern analysiert und deren Zählentwicklung in fünf Phasen unterteilt, die sie als Niveaustufen beschreibt. Hauptkriterium für die Einteilung in die verschiedenen Phasen ist der zunehmend flexiblere Umgang mit der Zahlwortreihe. Bevor Kinder Kompetenzen der ersten Phase erwerben, lernen sie Zahlen von anderen Wörtern zu unterscheiden und dass die Reihenfolge der Zahlen immer gleich ist (Prinzip der stabilen Ordnung). Da der Zahlenraum, in dem sich Kinder bewegen, zunehmend größer wird, können sich die Kinder je nach Zahlenraum auf verschiedenen Niveaus gleichzeitig befinden. Es besteht ein enger Zusammenhang zwischen dem Aufsagen der Zahlwortreihe, dem Verständnis von Zahlrelationen, der Entwicklung von kardinalem und ordinalem Zahlaspekt und erstem mathematischen Operieren (Benz et al., 2015; Fuson, 1988).

1) *Ganzheitsauffassung der Zahlwortreihe (String Level)*
   Die Zahlwortreihe wird als undifferenziertes Wortganzes wie ein „Lied“ aufgefasst, wobei die Zahlwörter zum Teil noch nicht voneinander unterschieden werden. Die Zahlwörter haben keine kardinale Bedeutung, sie können noch nicht zum Zählen von Objekten genutzt werden, da die Zuordnung einer Zahl zu einem Objekt noch nicht möglich ist.
2) *Unflexible Zahlwortreihe (Unbreakable List Level)*
   Zahlwörter werden als separate Einheiten aufgefasst. Beim Aufsagen der Zahlwortreihe kann nur bei Eins begonnen werden und noch nicht von einer beliebigen Zahl (z.B. drei) aus weitergezählt werden. Später auf diesem Niveau kann im entsprechenden Zahlenraum die Zahlwortreihe bis zu einer vorgegebenen Zahl aufgesagt werden. Vorgänger und Nachfolger können bestimmt werden, indem die Zahlwortreihe aufgesagt wird. Sie kann auf diesem Niveau erstmals zum Zählen von Objekten genutzt werden, wobei jedem Objekt ein Zahlwort zugeordnet wird (Eindeutigkeitsprinzip).
3) *Teilweise flexible Zahlwortreihe (Breakable Chain Level)*
   Von einer Zahl aus bis zu einer anderen vorgegebenen Zahl kann weitergezählt werden. Dabei ist ein erstes kardinales Verständnis vorhanden, da das Bewusstsein dafür entsteht, dass eine Zahl die vorherigen Zahlen inkludiert. Vorgänger und Nachfolger können ohne erneutes Aufsagen der Zahlwortreihe bestimmt werden. Rückwärtszählen gelingt zum Teil, entwickelt sich aber später als das Vorwärtszählen.
4) *Flexible Zahlwortreihe (Numerable Chain Level)*
   Die Zahlen werden als numerische Einheiten verstanden, d.h. um bis acht zu zählen, müssen acht Zahlwörter genannt werden. Es kann eine bestimmte Anzahl an Schritten weiter gezählt werden, was zum ersten („zählenden“) Rechnen genutzt werden kann. Das Rückwärtszählen ist immer noch schwieriger als das Vorwärtszählen.
5) *Vollständig reversible Zahlwortreihe (Bidirectional Chain Level)*
   Von jeder Zahl kann vorwärts und rückwärts gezählt werden, die Zählrichtung kann schnell und ohne Schwierigkeiten geändert werden und Vorgänger und Nachfolger können bestimmt werden. Man geht davon aus, dass nun verstanden wird, dass jede Zahl die vorherige Zahl enthält.

Protoquantitative Schemata nach Resnick (1989)

Neben den Erkenntnissen von Fuson (1988) und Gelman und Gallistel (1978) haben auch die Arbeiten von Resnick (1989) die empirisch basierten Modelle beeinflusst. Resnick betont den engen Zusammenhang zwischen dem Mengenverständnis und dem Zählen und schreibt den *protoquantitativen Schemata* eine hohe Bedeutung zu. Diese sind bereits bei Säuglingen vorhanden, basieren auf der Wahrnehmung und ermöglichen es Mengen ohne Sprache zu vergleichen. Zahlenkenntnisse sind für die Anwendung dieser Schemata nicht notwendig. Zusammen mit der Sprachentwicklung entwickeln sich sowohl drei verschiedene protoquantitative Schemata als auch die Zählkompetenz. Das Vergleichs-Schema (1) ermöglicht Mengen, ohne zu zählen, zu beurteilen und zu vergleichen, z.B. viel, wenig, mehr, weniger. Das Zunahme-Abnahme-Schema (2) befähigt die Zu- oder Abnahme einer Menge zu erkennen, wenn etwas hinzugefügt bzw. weggenommen wird, oder zu verstehen, dass die Menge gleich bleibt, wenn sie nicht verändert wird. Das Teil-Ganze-Schema (3) ermöglicht die additive Eigenschaft von Mengen zu erkennen, d.h. zu erkennen, dass zwei Mengen zu einer neuen größeren Menge zusammengefügt werden können und dass eine Menge in Teile zerlegt und wieder zusammengesetzt werden kann (Resnick, 1989). Protoquantitative Kompetenzen sind nach Resnick zu Beginn an konkretes Material gebunden, von dem sich Kinder später lösen. Die Schemata sind die Grundlage für die weitere mathematische Entwicklung, in der die protoquantitativen Angaben mit Zahlen verknüpft werden.

Die Kompetenzen der Anzahlerfassung, des Zählens sowie die protoquantitativen Schemata werden im Laufe der Entwicklung miteinander verbunden, beeinflussen sich gegenseitig und tragen zur Entwicklung des Zahlbegriffs bei. Dies wird mit verschiedenen Modellen beschrieben.

5.3 Modelle zur Entwicklung von Mengen-Zahlen-Kompetenzen

Die dargestellten Forschungsergebnisse zur Entwicklung von Mengen-Zahlen-Kompetenzen (Fuson, 1988; Gelman & Gallistel, 1978; Piaget & Szeminska, 1972; Resnick, 1989) werden häufig in empirisch basierten Modellen berücksichtigt und prägen z.T. deren Einteilung in Stufen oder Ebenen. Modelle stellen die Entwicklung vereinfacht dar, ermöglichen das Einordnen von Kompetenzen und das Vergleichen von Entwicklungsverläufen. Im deutschsprachigen Raum werden zur Beschreibung der Entwicklung der Mengen-Zahlen-Kompetenzen häufig die Modelle von Fritz und Ricken (2008) bzw. Fritz, Ehlert und Leutner (2018) und Krajewski und Ennemoser (2013) herbeigezogen, die die im vorhergehenden Kapitel dargestellten Ergebnisse von Gelman und Gallistel (1978), Fuson (1988) und Resnick (1989) berücksichtigen. Die beiden Modelle sind empirisch überprüft (Ennemoser, Krajewski & Sinner, 2017; Ricken, Fritz & Balzer, 2013a) und dienten sowohl der Entwicklung von Diagnoseinstrumenten als auch von Förderprogrammen (Ennemoser et al., 2017; Gerlach, Fritz & Leutner, 2013; Krajewski, Nieding & Schneider, 2010; Ricken et al., 2013a).

Kognitives Entwicklungsmodell arithmetischer Konzepte von Fritz, Ehlert und Leutner (2018)

Das Modell von Fritz und Ricken (2008) wurde von Fritz et al. (2018) auf der Grundlage von Daten aus Quer- und Längsschnittstudien weiterentwickelt und unterteilt die Entwicklung arithmetischer Konzepte in sechs Niveaus, die nicht scharf voneinander abgegrenzt werden können. Das Modell bezieht sich auf die Entwicklung von Kindern im Alter von vier bis acht Jahren und setzt beim Erwerb der Zahlwörter an. Es orientiert sich an den fünf Phasen der Entwicklung der Zählkompetenz nach Fuson (1988), wurde jedoch von Fritz et al. (2018) noch weiter unterteilt. Auf jedem Niveau werden Meilensteine beschrieben, die die mathematische Kompetenzentwicklung darstellen.

Niveau I: Zählzahl

Wenn Kinder die Zahlwörter als einzelne Einheiten auffassen, können sie Zahlen unter Anwendung der Eins-zu-eins-Zuordnung zum Zählen von Objekten nutzen. Die Eins-zu-eins-Zuordnung ermöglicht auch das visuelle Vergleichen von Mengen. Allerdings findet auf diesem Niveau keine Verbindung einer Zahl mit der Anzahl statt (Fritz et al., 2018).

Niveau II: Ordinaler Zahlenstrahl

Aus der Zahlwortreihe entwickelt sich ein mentaler Zahlenstrahl, auf dem die Zahlen der Zahlwortreihe angeordnet sind. Mit dem Erwerb des ordinalen Zahlverständnisses können Vorgänger und Nachfolger einer Zahl sowie die größere zweier Zahlen bestimmt werden, indem die Zahlwortreihe aufgesagt und die Positionen der Zahlen miteinander verglichen werden. Additions- und Subtraktionsaufgaben werden gelöst, indem an Material oder den Fingern weiter- bzw. rückwärts gezählt wird (ebd.).

Niveau III: Kardinalität und Zerlegbarkeit

Aus der Zählerfahrung entwickelt sich das Kardinalzahlkonzept. Es wird erkannt, dass Zahlen für die Größe einer Menge stehen und dass Mengen in anderen Mengen enthalten sind. Zwei Zahlen oder Mengen können ohne Eins-zu-eins-Zuordnung verglichen werden, weil die Kinder auf diesem Niveau wissen, zu welcher Zahl eine größere Anzahl an Elementen gehört. Außerdem entwickeln die Kinder ein Verständnis dafür, dass Zahlen zusammensetzbar und zerlegbar sind. Dies ist eine Voraussetzung für die Einsicht in Beziehungen zwischen Zahlen und Mengen, die strukturierte Anzahlerfassung sowie für den Erwerb effektiver Rechenstrategien.

Niveau IV: Enthaltensein und Klasseninklusion

Das Verständnis, dass Zahlen aus anderen Zahlen zusammengesetzt sind, wird auf diesem Niveau vertieft. Die Kinder erkennen, dass jede Zahl aus kleineren Zahlen zusammengesetzt ist und in unterschiedliche Teilmengen systematisch zerlegt werden kann, d.h. sie erwerben das Teil-Teil-Ganze-Konzept. Sie können somit Aufgaben lösen, in denen eine Teilmenge oder das Ganze bestimmt werden muss.

Niveau V: Relationalität

Zwischen den zuvor erworbenen Konzepten der Ordinalität (*Niveau II*) und der Kardinalität (*Niveau III*) wird eine Beziehung hergestellt. D.h., dass eine Zahlvorstellung entsteht, bei der erkannt wird, dass der Abstand zwischen zwei aufeinanderfolgenden Zahlen gleich groß ist und dass jede Zahl eine Nachfolgerzahl hat, die um eins größer ist. Differenzen zwischen zwei Mengen können präzise bestimmt werden und es kann von einer beliebigen Zahl aus um eine bestimmte Anzahl Schritte weiter gezählt werden. So entsteht das relationale Zahlkonzept, das notwendig ist für das Verständnis der Multiplikation und Division sowie für das Stellenwertverständnis.

Niveau VI: Zahlen gleichmäßig bündeln

Das Wissen um die flexible Zerlegbarkeit von Zahlen (*Niveau IV*) wird mit dem relationalen Konzept (*Niveau V*) verknüpft. Somit können Zahlen in gleichgroße Teilmengen zerlegt und Zahlen aus gleichgroßen Bündeln zusammengesetzt werden. Diese Einsicht ist die Grundlage für das Verständnis von Multiplikation und Division. Insbesondere das fortgesetzte Bündeln von jeweils zehn Einheiten ist Grundlage des Verständnisses des dezimalen Stellenwertsystems.

Der Schwerpunkt des Modells liegt auf der Entwicklung des Verständnisses verschiedener Konzepte, die für das Durchführen der arithmetischen Operationen Addition, Subtraktion, Multiplikation und Division notwendig sind. Nach Fritz und Ricken (2008) verläuft die Entwicklung nicht linear, weil Einsichten und Kompetenzen vom Zahlenraum und den Umgang mit Materialien abhängig sind, weshalb zwischen den Stufen auch keine klaren Grenzen, sondern vielmehr Übergänge beobachtbar sind. Studien zur Prüfung des Modells belegen, dass Konzepte auf niedrigeren Niveaus die Voraussetzung für Konzepte auf höheren Niveaustufen sind (Fritz et al., 2018).

Entwicklungsmodell der Zahl-Größen-Verknüpfung nach Krajewski

Ein anderes Modell zur Entwicklung der Mengen-Zahlen-Kompetenzen wurde von Krajewski auf der Grundlage verschiedener Forschungsergebnissen entwickelt und im Rahmen einer Längsschnittstudie überprüft (Krajewski & Ennemoser, 2013; Krajewski & Schneider, 2009). Es ist ein empirisch basiertes Modell, in das sie die Forschungsergebnisse zu Zählprinzipien (Gelman & Gallistel, 1978), zur Zählentwicklung (Fuson, 1988) und zur Entwicklung eines Mengenverständnisses im Zusammenhang mit dem Zählen (Resnick, 1992) integriert. Das Modell umfasst die mathematische Entwicklung von der Geburt bis ins Grundschulalter und scheint sogar für das Mathematiklernen in der Sekundarstufe gültig zu sein (Schneider et al., 2013). In dieser Zeitspanne werden Zahlwörter und Zahlen zunehmend stärker mit Mengen bzw. Anzahlen verknüpft und es werden verschiedene Phasen durchlaufen. Es wird davon ausgegangen, dass Neugeborene Mengen je nach Ausdehnung der Fläche unterscheiden können. Damit grenzt es sich von Modellen ab, nach denen Neugeborene bereits exakte Anzahlen unterscheiden können (z.B. Fritz & Ricken, 2008; Wynn et al., 2002).

An diesem Modell wird die Begriffswahl kritisiert, die nicht derjenigen der Mathematikdidaktik entspricht und somit missverständlich sein kann (Nolte, 2015). Krajewski und Ennemoser (2013) verwenden den Begriff „Größen", der in der Mathematikdidaktik vor allem für die Verbindung von Maßzahlen mit Einheiten verwendet wird, im Sinne von Menge und Anzahl. Aus ihren Beschreibungen geht hervor, dass die „Größe einer Zahl" das kardinale Zahlverständnis meint und die „Zahl-Größen-Verknüpfung" für die Verbindung vom Zahlwort mit der entsprechenden Menge steht. Die Formulierung „Ziffern ohne Größenbezug" (siehe Abb. 2) bezeichnet den Gebrauch von Zahlen, ohne dass mit ihnen eine Menge verknüpft wird, z.B. in Zählversen. In der folgenden Beschreibung des Modells werden die in der Mathematikdidaktik gängigen Begriffe verwendet. Z.B. wird anstelle des Begriffs *Größenvorstellung* der Begriff *Mengenvorstellung* verwendet.

Das Modell ordnet die Teilkompetenzen den drei Ebenen Basisfertigkeiten, einfaches und tiefes Zahlverständnis zu (Abb. 2). Die Teilkompetenzen entwickeln sich zunächst isoliert und werden sukzessiv zu Kompetenzen auf einer höheren Ebene verknüpft (Krajewski & Ennemoser, 2013).

Ebene 1: Basisfertigkeiten

Die erste Ebene umfasst die Basisfertigkeiten, die die Grundlage für die weitere Entwicklung sind und sich zunächst unabhängig voneinander entwickeln. Dazu gehört erstens die grobe Unterscheidung von Mengen anhand ihrer Ausdehnung, Fläche oder ihres Volumens. Diese Kompetenz ist an die Wahrnehmung gebunden und es ist kein Verständnis von Zahlen nötig. Der zweite Kompetenzbereich dieser Ebene bezieht sich auf Zahlwörter und Zahlen, ohne dass eine Verbindung zu Mengen hergestellt wird. Zuerst werden erste Zahlwörter kennengelernt und als eine eigene Kategorie von Wörtern erkannt. Diese werden zunehmend in die festgelegte Reihenfolge gebracht, was auch dem Prinzip der stabilen Ordnung entspricht. Für das Aufsagen der Zahlwortreihe, sowohl vorwärts als auch rückwärts, ist noch keine Zahl-Mengen-Zuordnung nötig (Krajewski & Ennemoser, 2013).

Ebene 2: einfaches Zahlverständnis

Diese Ebene ist für die Entwicklung des Zahlbegriffs wichtig, weil sie die Kompetenz umfasst, Zahlen mit Mengen zu verbinden, was zu einem Anzahlkonzept bzw. einem einfachen Zahlverständnis führt. Diese Kompetenz entwickelt sich aus der Unterscheidung von Mengen und der Kenntnis von Zahlen und der exakten Zahlenfolge der vorherigen Ebene, die auf dieser Ebene miteinander in Verbindung gebracht werden, so dass ein Anzahlkonzept entsteht. Dieses entwickelt sich in zwei Phasen vom unpräzisen zum präzisen Anzahlkonzept. In der Phase des unpräzisen Anzahlkonzepts wird das Verständnis erworben, dass z.B. eins oder zwei „wenig" und hundert „sehr viel" ist. Diese Einsicht ist auch möglich, wenn die Zahlwortreihe bis 100

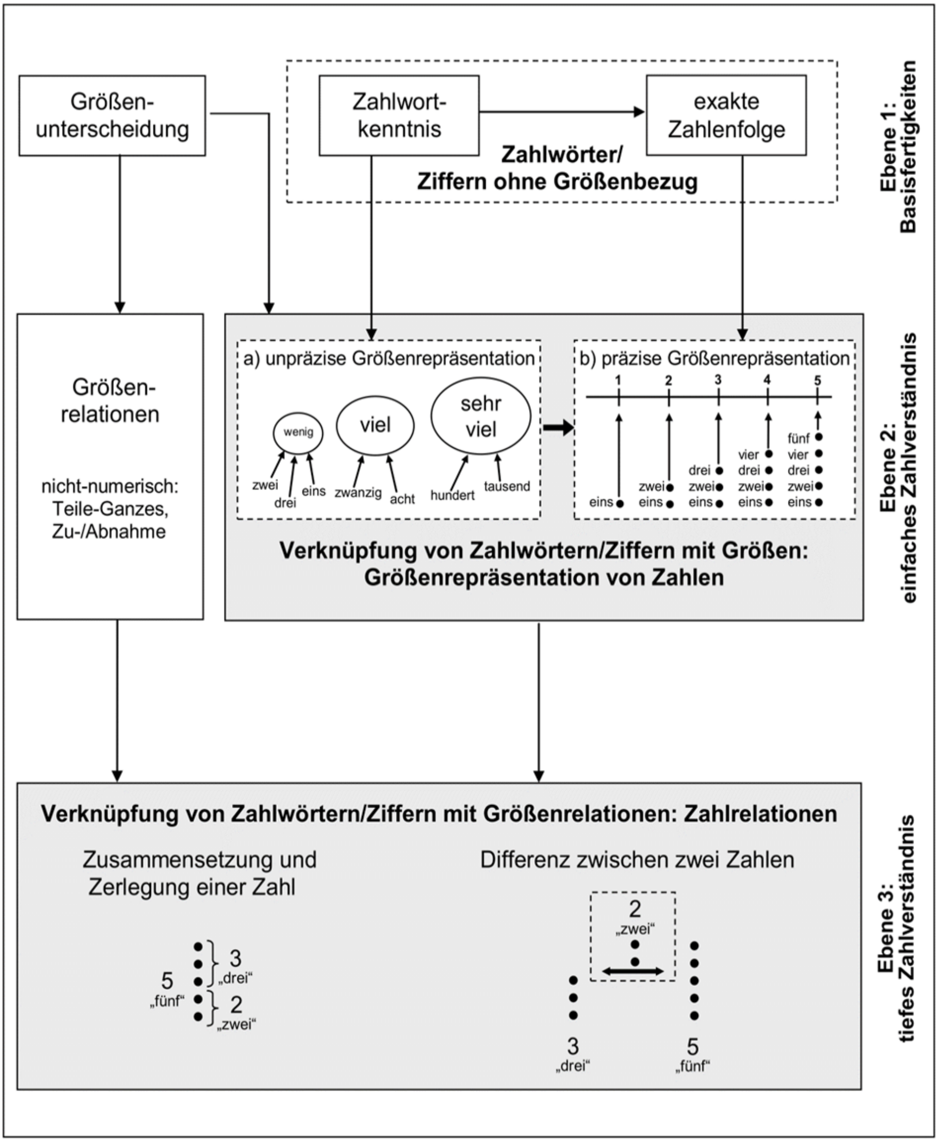


Abbildung 2: Entwicklungsmodell der Zahl-Größen-Verknüpfung (Krajewski & Ennemoser, 2013, S. 43)

noch nicht beherrscht wird. Die Zuordnung von Zahlwörtern zu Mengen erfolgt sehr grob und unpräzise, wird aber durch die Erkenntnis möglich, dass beim Aufsagen der Zahlwortreihe unterschiedliche lange bis zu den verschiedenen Zahlen gezählt werden muss. So kommen Zahlen, die für „wenig“ stehen, früher im Zählprozess als Zahlen, die für „viel“ stehen. Bei Zahlen, die weit auseinander liegen, kann die größere Zahl bestimmt werden. Außerdem entsteht in dieser Phase das Bewusstsein, dass Zahlen mit Anzahlen verbunden sind (Schneider et al., 2013). In der zweiten Phase entwickelt sich das präzise Anzahlkonzept bzw. das kardinale Verständnis von Zahlen, das die Vorstellung beinhaltet, dass zu jedem Zahlwort eine bestimmte Anzahl gehört, z.B. dass zur „Vier" genau vier Elemente gehören. Insbesondere das Zählen von Mengen führt zur Erkenntnis, dass Zahlwörter eine Anzahl genau beschreiben. Dabei wird der Bezug zur Zahlwortreihe hergestellt: Wird ein Schritt weiter gezählt, ist die abgezählte Menge ein Element größer. In dieser Phase ist ein Größenvergleich benachbarter Zahlen im entsprechenden Zahlenraum möglich. Auf dieser Ebene entwickelt sich auch das nichtnumerische Wissen über Mengen weiter: das Zunahme-Abnahme-Schema und das Teil-Ganze-Schema, dessen Entwicklung von Resnick (1989) beschrieben wurde. Die Veränderungen einer Menge oder Teilmengen können auf dieser Ebene noch nicht mit Zahlen ausgedrückt werden. Diese Schemata sind wichtig für das Operationsverständnis und die Kompetenzen der nächsten Ebene (Krajewski & Ennemoser, 2013).

Ebene 3: tiefes Zahlverständnis

Das Beschreiben von Mengen- und Zahlenrelationen mit Zahlen ist der Meilenstein der dritten Ebene, die das tiefe bzw. relationale Zahlverständnis beschreibt. Zuvor wurden Mengen zwar schon aufgeteilt und zusammengefügt, doch jetzt kann die Zerlegung bzw. Zusammensetzung mit Zahlen beschrieben und auf Zahlen übertragen werden, z.B. 5 setzt sich aus 2 und 3 zusammen. Diese Kompetenz baut auf dem präzisen Anzahlkonzept der zweiten Ebene auf, da die Vorrausetzung ist, dass erkannt wird, dass Zahlen für Anzahlen stehen und mit ihnen Zahlzerlegungen und -zusammensetzungen beschrieben werden können. Hinzu kommt das Verständnis dafür, dass sich auch Differenzen zwischen zwei Zahlen wiederum mit einer Zahl beschreiben lassen, z.B. der Unterschied zwischen drei und fünf ist zwei. Die Einsicht in die Beziehung zwischen einem Ganzen und seinen Teilen gilt als wichtige Voraussetzung für das Verständnis und die Anwendung von Addition und Subtraktion (Ennemoser & Krajewski, 2007).

Das Modell soll im Gegensatz zu klassischen Stufenmodellen flexibel verstanden werden. Die beschriebenen Entwicklungen auf den verschiedenen Ebenen können parallel verlaufen und sind abhängig vom Zahlenraum und von der Repräsentationsform der Aufgaben. So können Kinder vor Schuleintritt mit verbalen Zahlen/Zahlwörtern oft Leistungen einer höheren Ebene erbringen als beim Umgang mit geschriebenen Zahlen. Oder es kann sein, dass ein Kind im Zahlenraum bis 10 über eine präzise Größenrepräsentation verfügt und im Zahlenraum bis 100 über Basisfertigkeiten. Zu Beginn der Zahlbegriffsentwicklung ist der Umgang mit Zahlen in einem kleinen Zahlenraum differenzierter als in einem großen Zahlenraum. Wird der Zahlenraum erweitert, müssen Kinder für den neuen Zahlenraum meist alle Ebenen erneut durchlaufen (Schneider et al., 2013). Möglich ist auch, dass bestimmte Aufgaben mit Unterstützung von Arbeitsmitteln bearbeitet werden können, auch wenn dies auf formaler Ebene noch nicht möglich ist, z.B. scheint die mit Plättchen dargestellte Zahlzerlegung wesentlich einfacher zu sein als Zahlzerlegungen auf symbolischer Ebene.

Das „Kernstück“ des Modells ist die Entwicklung des präzisen Anzahlkonzepts auf der zweiten Ebene. Dieses stellt eine unabdingbare Voraussetzung für das Erlernen und Durchführen der Grundoperationen dar und gilt als Prädiktor für die weitere mathematische Entwicklung (siehe Kap. 5.1.1). Die Entwicklung des Zahlbegriffs setzt sich nach Krajewski und Ennemoser (2010) zum Teil bis zum achten Schuljahr fort, weil die verschiedenen Teilkompetenzen auch für den größeren Zahlenraum erworben werden müssen.

Vergleich der Modelle von Fritz et al. (2018) und von Krajewski & Ennemoser (2013)

Die beiden Modelle unterscheiden sich in ihren Schwerpunkten sowie der Art, wie sie beschrieben werden. Fritz et al. (2018) führen vor allem die Entwicklung des Verständnisses bzw. den Erwerb von Konzepten auf und stellen den Bezug zur Entwicklung der Rechenkompetenz her. Krajewski beschreibt zwar auch, wie sich Einsicht und Verständnis entwickeln, aber weniger als parallele Entwicklung zu arithmetischen Operationen, sondern der Schwerpunkt liegt auf der Verknüpfung von Zahl und Anzahl sowie den Zahlbeziehungen. Sie bezieht sich vielmehr auf Kompetenzen wie Vergleichen, Zuordnen, Zusammensetzen und Zerlegen mit und ohne Zahlbezug, die im Laufe der Entwicklung vertieft und erweitert werden.

Im Modell von Fritz et al. (2018) basiert die Entwicklung der Mengen-Zahlen-Kompetenzen auf der Eins-zu-eins-Zuordnung. Diese Kompetenz entwickelt sich vor allem mit dem Erwerb der Sprache weiter und Kinder erlangen durch das Zählen und das Verknüpfen bereits erworbener Konzepte die Einsicht in weitere Konzepte. Bei Krajewski und Ennemoser (2013) hat die Entwicklung in der angeborenen Fähigkeit zur groben Anzahlunterscheidung ihren Ausgangspunkt. In dem Modell werden die protoquantitativen Schemata nach Resnick (1989) explizit berücksichtigt und der Zusammenhang zwischen der präzisen Größenrepräsentation und der Zählkompetenz wird beschrieben. Damit hat Krajewski das Modell von Resnick (1989) präzisiert, in dem dieser Zusammenhang zwar festgestellt, aber nicht beschrieben wird. Im Modell von Fritz et al. (2018) werden die protoquantitativen Schemata nicht im Modell aufgegriffen, da sie dem Erwerb arithmetischer Konzepte vorausgehen und somit vor dem ersten Niveau verortet werden.

Das Aufsagen der Zahlwortreihe wird von Krajewski und Ennemoser (2013) basaler interpretiert als von Fritz et al. (2018). Erstgenannte verorten die Kompetenzen der fünf Phasen der Zählentwicklung nach Fuson auf der ersten Ebene, weil mit dem automatisierten Aufsagen der Zahlwortreihe nicht notwendigerweise ein zunehmend konzeptuelles Verständnis der Zahlen einhergeht. Nach Fritz et al. (2018) hingegen führt das Aufsagen der Zahlwortreihe zur Bildung eines mentalen Zahlenstrahls, an dem bereits Additions- und Subtraktionsaufgaben gelöst werden können, bevor ein kardinales Zahlverständnis vorhanden ist. Während Fritz et al. die verschiedenen Konzepte in Bezug zum Zahlenstrahl setzen, wird dieser im ZGV-Modell nicht erwähnt.

Das Modell der Zahl-Größen-Verknüpfung nach Krajewski hebt sich auch mit der Beschreibung der Entwicklung von einer unpräzisen zu einer präzisen Größenvorstellung von dem Modell von Fritz et al. (2018) ab. Während nach Fritz et al. Zahlen aufgrund ihres Vorkommens in der Zahlwortreihe verglichen werden, so ist nach Krajewski & Ennemoser ein grober Zahlvergleich möglich, indem die Zahlen mit groben Mengen- und Größenbegriffen assoziiert werden, z.B. wenig oder viel.

Das Bündeln von Mengen, das in der Beschreibung von Fritz et al. (2018) eine wichtige Kompetenz auf Niveau VI ist, wird von Krajewski und Ennemoser (2013) nicht explizit benannt, könnte jedoch zur Zusammensetzung und Zerlegung einer Zahl auf der dritten Ebene gehören.

In beiden Modellen kommt der Zählkompetenz für die Entwicklung der Mengen-Zahlen-Kompetenzen eine grundlegende Bedeutung zu und es wird zwischen dem Zählen mit und ohne Mengenvorstellung unterschieden. So ist z.B. in beiden Modellen das Anzahlkonzept keine notwendige Bedingung für das Benennen von Nachbarzahlen. Außerdem sind in beiden Modellen neben der präzisen Größenvorstellung, die Zahlzusammensetzung und -zerlegung bzw. das Teil-Teil-Ganze-Konzept und die Zahlrelationen wichtige Meilensteine in der mathematischen Entwicklung.

5.4 Aufbau des Zahlbegriffs nach Piaget

In seinem Werk zur „Entwicklung des Zahlbegriffs beim Kinde" (Piaget & Szeminska, 1972) zeigt Piaget den Zusammenhang zwischen dem Aufbau des Zahlbegriffs und den logischen Operationen (vgl. Kap. 4.1). Der Zahlbegriff baut sich während der Entwicklung vom präoperationalen zum konkret-operativen Denken auf[6] und entsteht aus verschiedenen Kompetenzen, die er in drei Bereiche unterteilt. Diese Bereiche bzw. Operationen nennt Piaget (1) Erhaltung der Quantitäten und die Invarianz der Mengen, (2) kardinale und ordinale Stück-für-Stück-Korrespondenz sowie (3) additive und multiplikative Kompositionen. Der Zahlbegriff ist erst erworben, wenn alle drei Operationen auf konkret-operationaler Stufe durchgeführt werden können und ist das Zusammenspiel verschiedener Erkenntnisse und Fertigkeiten, die nachfolgend kurz beschrieben werden.

Erhaltung der Quantitäten und die Invarianz der Mengen

Der Begriff Invarianz wird bei Piaget unterschiedlich verwendet und steht zum einen für eine bestimmte geistige Aktivität und zum anderen für eine konkrete Aufgabenstellung (Moser Opitz, 2008). Typische Aufgaben zur Invarianz sind Umschüttaufga-

6 1) prä-operationales Stadium: Gegenstände werden noch nicht nach einem Merkmal (Klassifikation) oder nach Größe (Seriation) geordnet; 2) Übergangsstadium: Klassifikation und Seriation können durchgeführt werden, aber sind noch stark von der Wahrnehmung beeinflusst und wenig strategisch; 3) konkret-operationales Stadium: Klassifikationsaufgaben und Aufgaben zur Klasseninklusion werden gelöst und es wird planvoll und operatorisch vorgegangen, Verständnis von Invarianz ist vorhanden.

ben, bei denen es um die Erhaltung kontinuierlicher Quantitäten geht (z.B. Wasser) und Aufgaben zur Zahlerhaltung diskontinuierlicher Quantitäten (z.B. Perlen), bei denen Elemente von zwei gleich großen Mengen unterschiedlich angeordnet werden, z.B. Elemente in einer Reihe auseinander geschoben werden. Nach solch einer strukturellen Veränderung werden die Fragen „Ist das gleich viel?“ und „Wo ist mehr/weniger?“ gestellt, um zu überprüfen, ob die Einsicht, dass die Quantität einer Menge erhalten bleibt, wenn sie transformiert wurde, vorhanden ist. Diese Einsicht ist nach Piaget eine wichtige Voraussetzung für den Erwerb des Zahlbegriffs (Piaget & Szeminska, 1972).

Klassifikationen und Ordnungsrelationen

Piaget leitet den Kardinalaspekt von der Klassifikation ab, d.h. aus der Erkenntnis, dass eine Menge aus einer Anzahl von Elementen mit einem oder mehreren übereinstimmenden Merkmalen besteht (Piaget, 1976; Piaget & Szeminska, 1972). Der Ordinalaspekt geht aus der Reihenbildung hervor, bei der Elemente nach der Größe ihrer (Merkmals-)Unterschiede (Ordnungsrelationen) geordnet werden (Piaget, 1976). Die Grundlagen für Klassifikation und Reihenbildung liegen in der Sensomotorik, im Erkennen von Gleichheit und Unterschieden sowie deren Relationen. Für die Entwicklung des Zahlbegriffs ist das Verbinden von Klassifikation und Ordnungsrelationen von großer Bedeutung. Die Verbindung geschieht durch das Herstellen kardinaler und ordinaler Korrespondenz, die an Piagets Treppenmodell deutlich wird (Moser Opitz, 2008). Aus der Rangstufe, der Ordinalzahl, lässt sich die Anzahl Einheiten ableiten und umgekehrt lassen sich Kardinalzahlen ordnen, so dass jede Zahl einen bestimmten Rang erhält, z.B. enthält die Stufe mit dem Rang vier genau vier Elemente. Die Zahl vier besteht aus dem vierten Rang und der Anzahl vier (Moser Opitz, 2008; Piaget & Szeminska, 1972). Zur Erfassung dieser Kompetenzen, hat Piaget Aufgaben zur Reihen-Korrespondenz eingesetzt, bei denen die Kinder das vierte Element zweier Reihen trotz unterschiedlicher Abstände einander zuordnen und die Anzahl Elemente, die in der Reihe davor und danach liegen, nennen. Wenn die Verbindung zwischen Ordination und Kardination hergestellt werden kann, gilt der Zahlbegriff als erworben (ebd.).

Additive und multiplikative Kompositionen

Um das Verhältnis von Klasse und Zahl bzw. das Verhältnis zwischen dem Ganzen und den Teilen sowie die Beziehungen zwischen Mengen zu erfassen, ist nach Piaget die Einsicht in „additive und multiplikative Kompositionen“ nötig (Moser Opitz, 2008). Das Verhältnis von Klasse und Zahl operationalisiert er mit der Klasseninklusionsaufgabe, bei der überprüft wird, ob Kinder eine untergeordnete Klasse (z.B. Hunde) als Teil einer übergeordneten Klasse (z.B. Tiere) sehen. Gefragt wird dann „Sind es mehr Hunde oder Tiere?“. Mit dem Verständnis der additiven Komposition wissen Kinder auch, dass Teile zu einem Ganzen zusammen gefügt werden können, z.B. braune und weiße Perlen (Teil-Ganze-Beziehung) (Piaget & Szeminska, 1972). Des Weiteren hat Piaget verschiedene Invarianzaufgaben zum Erkennen der Beziehung zwischen den Teilen und dem Ganzen und die Kompositionsveränderung der Teile eingesetzt. Dafür gibt er einem Kind z.B. für einen Tag vier und vier Bonbons und für einen anderen Tag eins und sieben Bonbons. Dazu fragt er, ob für beide Tage gleich viele Bonbons zu essen seien. Auch die Einsicht in additive und multiplikative Kompositionen sind nach Piaget Voraussetzung des Zahlbegriffserwerbs (Moser Opitz, 2008).

In Anlehnung an Piagets Theorie wurden sowohl in der Regelpädagogik als auch in der Sonderpädagogik Konzeptionen für den Mathematikunterricht entwickelt, obwohl Piaget selbst nicht den Anspruch hatte die Theorie für Didaktik und Unterricht zu entwickeln (Bringuier & Piaget, 1996).

5.5 Diskussion und Zusammenfassung

Es wurde gezeigt, dass in der Entwicklung des Zahlbegriffs verschiedene Mengen-Zahlen-Kompetenzen erworben werden, die für die mathematische Entwicklung von großer Bedeutung sind. Dazu gehören vor allem das flexible Zählen, das kardinale Zahlverständnis zusammen mit einer präzisen Mengenvorstellung und die Einsicht in Zählprinzipien und Teil-Ganze-Beziehungen sowie die Vernetzung verschiedener Zahlaspekte. Damit ist die Entwicklung des Zahlbegriffs differenzierter und empirisch fundierter, als von Piaget und Szeminska (1972) dargestellt.

Wesentliche Unterschiede zwischen den beschriebenen Forschungsergebnissen und der Theorie von Piaget und Szeminska beziehen sich auf folgende Punkte:

- *Invarianz:* Das Verständnis von Invarianz, bei dem Kinder die Gleichheit oder Verschiedenheit einer Menge begründen und mentale Operationen durchführen, ist keine notwendige Voraussetzung für das Rechnen. Man geht davon aus, dass auch Kinder, die Invarianzaufgaben noch nicht lösen können, bereits ein partielles Konzept von der Zahl und auch Invarianz haben können (Moser Opitz, 2008). Die Ergebnisse von Resnick (1989) zeigen, dass schon Kindergartenkinder über ein Zunahme-Abnahme-Schema verfügen, d.h. ein Verständnis dafür haben, dass sich Mengen nicht verändern, wenn weder etwas hinzugefügt noch weggenommen wird. Für die mathematische Entwicklung sind das Zählen und ein kardinales Zahlverständnis stärkere Prädiktoren als das Lösen von Aufgaben zum Erkennen von Invarianz. Kinder haben also schon sehr früh einen Zahlbegriff, der im Laufe ihrer Entwicklung immer wieder modifiziert wird.
- *Sprache:* Aufgabenstellungen zur Überprüfung des Verständnisses von Invarianz sind sprachlich anspruchsvoll und bilden so zusätzlich Barrieren. Das Lösen von Aufgaben zur Invarianz gibt somit nur bedingt Aufschluss über die mathematische Entwicklung (Moser Opitz, 2008).
- *kardinaler Zahlaspekt:* Piagets Experimente, mit denen die Entwicklung des Zahlbegriffs beschrieben wird, fokussieren den kardinalen Zahlaspekt. Die Forschungsergebnisse zu den Mengen-Zahlen-Kompetenzen zeigen, dass dieser Zahlaspekt für die weitere mathematische Entwicklung von großer Bedeutung ist,

jedoch nicht ausschließlich. Das Zählen bzw. das ordinale Zahlverständnis sind ebenso wichtige Aspekte, die zum kardinalen Zahlverständnis und zu einer präzisen Mengenvorstellung führen.

- *Berücksichtigung weiterer Zahlaspekte:* Bei Piaget bildet sich der Zahlbegriff insbesondere aus der Synthese von Ordination und Klassifikation. Zum Zahlbegriff gehören weitere Zahlaspekte wie z.B. Maßzahl-, Rechenzahl- oder Codierungsaspekt, die bei Piaget nicht explizit genannt werden (Moser Opitz, 2008).
- *Berücksichtigung des Zählens:* Dem Zählen misst Piaget wenig Bedeutung bei, obwohl es eine Voraussetzung für den Zahlbegriffserwerb darstellt, was an der hohen Vorhersagekraft der Zählkompetenz für das weitere Mathematiklernen deutlich wird (Moser Opitz, 2008).
- *Reihenfolge, in der die verschiedenen Kompetenzen erworben werden:* In einigen Studien wurde überprüft, in welcher Reihenfolge Kinder die Kompetenzen Klassifikation und Seriation sowie ein Verständnis für Ordinal- und Kardinalzahl erwerben (zusammenfassend Moser Opitz, 2008). Es zeigt sich, dass sich die Reihenfolge von Kind zu Kind unterscheiden kann. Durch die Beschreibung der Entwicklung in Stufen mit Altersangaben können unterschiedliche individuelle Entwicklungsverläufe nicht respektiert werden (Moser Opitz, 2008).

Die beiden in diesem Kapitel vorgestellten Modelle zur Entwicklung von Mengen-Zahlen-Kompetenzen (Fritz et al., 2018; Krajewski & Ennemoser, 2013) sind flexibler zu verstehen als das Stufenmodell Piagets. Sie können als diagnostisches Raster zur Einstufung des Entwicklungsniveaus eines Kindes genutzt werden und wurden im wissenschaftlichen Kontext erprobt (Schneider et al., 2013). Auch wenn das Modell der Zahl-Größen-Verknüpfung aus nur drei Ebenen besteht, lassen sich mit dessen Hilfe die Mengen-Zahlen-Kompetenzen differenziert beschreiben und Zusammenhänge zwischen den Teilkompetenzen werden deutlich. Des Weiteren ist eine Analyse der Leistungen auf einem sehr basalen Niveau möglich. Dadurch ist das Modell ebenfalls für die Beschreibung von mathematischen Kompetenzen von Lernenden mit einer IB interessant (Moser Opitz, Schnepel, Ratz & Iff, 2015). Verschiedene empirische und theoretische Arbeiten orientieren sich an diesem Modell (z.B. Wittich, 2017; Wullschleger, 2017) und auch der vorliegenden Studie dient es als Orientierungsgrundlage.

Mit den berichteten Forschungsergebnissen wurde die hohe Bedeutung der Mengen-Zahlen-Kompetenzen für das weitere Mathematiklernen aufgezeigt. Es zeichnet sich ab, dass noch weitere Faktoren die mathematische Entwicklung sowie den Erwerb der Mengen-Zahlen-Kompetenzen beeinflussen, die in diesem Kapitel jedoch nicht thematisiert wurden. Auf diese wird an anderer Stelle im Zusammenhang mit intellektueller Beeinträchtigung eingegangen (Kap. 6.1).

6. Mathematiklernen bei intellektueller Beeinträchtigung

Im vorangegangen Kapitel wurde aufgezeigt, wie sich mathematische Kompetenzen entwickeln. Bevor auf die Entwicklung der mathematischen Kompetenzen von Lernenden mit IB eingegangen wird, werden zuerst unspezifische Prädiktoren der mathematischen Entwicklung von Lernenden mit IB thematisiert: IQ, Arbeitsgedächtnis und Sprache (Kap. 6.1). Danach wird der Forschungsstand zur mathematischen Entwicklung von Schülerinnen und Schülern mit IB dargelegt (Kap. 6.2). Anschließend werden Konzeptionen und Programme zur mathematischen Förderung für Schülerinnen und Schüler mit einer IB vorgestellt und analysiert (Kap. 6.3).

6.1 Einflussfaktoren der mathematischen Entwicklung

Im Zusammenhang mit dem Mathematiklernen von Lernenden mit IB wird vermutet, dass Schwierigkeiten beim Erwerb von Mengen-Zahlen-Kompetenzen ihre Ursache in der Informationsverarbeitung, dem Gedächtnis, im abstrakten Denken und in der Sprache haben (Cheong, Walker & Rosenblatt, 2017). In diesem Kapitel wird gezeigt, wie diese Faktoren die Entwicklung der Mengen-Zahlen-Kompetenzen und das Mathematiklernen beeinflussen. Erforscht ist vor allem der Einfluss von IQ, Arbeitsgedächtnis und Sprache auf das mathematische Lernen. Jedoch beziehen sich nur wenige Studien explizit auf Lernende mit IB. Stattdessen untersuchen die meisten Studien den Einfluss der verschiedenen Faktoren durch den Vergleich von Schülerinnen und Schülern mit und ohne Lern-, Gedächtnis- oder Sprachschwierigkeiten.

6.1.1 Intelligenz und IQ

„Unter *Intelligenz* versteht man die allgemeine Fähigkeit zum Lernen, Denken oder Problemlösen, die sich insbesondere in jenen Situationen zeigt, die für eine Person neu bzw. unvertraut sind“ (Hasselhorn & Gold, 2012, S. 86). Sie wird mit standardisierten und normierten Tests gemessen, die Aufgaben beinhalten, die die Testentwickler für das Konstrukt Intelligenz als bedeutsam erachten. Die Intelligenz wird mit dem Intelligenzquotienten ausgedrückt. In einem normierten Intelligenztest entspricht ein IQ von 100 der erwarteten Durchschnittsleistung der Gleichaltrigen (ebd.). In Anlehnung an Klassifikationssysteme (z.B. ICD-10) wird einer Person mit einem IQ unter 70 eine IB zugeschrieben (vgl. Kap. 2).

Die Intelligenz nimmt im Allgemeinen bis ins mittlere Erwachsenenalter zu und gilt als eines der stabilsten Persönlichkeitsmerkmale (Koglin, Janke & Petermann, 2009). Stabil heißt, dass eine Person über längere Zeiträume den gleichen Rangplatz in einer Fähigkeitsverteilung einnimmt und die interindividuellen Fähigkeitsprofile nur wenig variieren (ebd.). In der frühen Kindheit sind die Intelligenzleistungen hingegen weniger stabil und scheinen von genetischen Faktoren sowie fördernden oder beeinträchtigenden Umweltbedingungen abzuhängen. Koglin et al. (2009) haben in einer Studie gezeigt, dass Kinder, die im Jahr ihrer Einschulung mehreren Risikofaktoren, wie z.B. ein Migrationshintergrund, geringe Bildung der Eltern, hoher Fernsehkonsum oder kritische Lebensereignisse, ausgesetzt waren, niedrigere IQ-Werte hatten als Kinder, die keinem dieser Risikofaktoren ausgesetzt waren. Wenn innerhalb des Jahres die Risikofaktoren variierten, hatte diese Variation Einfluss auf die Intelligenz.

Schwierigkeiten bei der Messung und Interpretation des IQ

Im Zusammenhang mit der Intelligenzmessung muss betont werden, dass jeder Test Messfehlern unterliegt. Bei einer Messwiederholung kann die erreichte Punktzahl schwanken (Francis et al., 2005). So können Kinder zu einem Messzeitpunkt unterhalb eines bestimmten Grenzwerts liegen und zu einem anderen Zeitpunkt eine Punktzahl oberhalb des Grenzwerts erreichen. In einer Längsschnittstudie mit 36 Kindern und Jugendlichen mit einem IQ unter 85 haben Jenni et al. (2015) gezeigt, dass die Stabilität des IQ nur moderat war, da die IQ-Werte bei unterschiedlichen Messungen um bis zu 18 Punkte schwankten. Diese Instabilität führten sie auf die verschiedenen eingesetzten Instrumente sowie die Kooperationsbereitschaft, Motivation und Aufmerksamkeit der Probandinnen und Probanden zurück.

Des Weiteren sollte beachtet werden, dass man nicht davon ausgehen kann, dass ein bestimmter Messwert die Fähigkeit einer Person in einem bestimmten Bereich erfasst. Im Vergleich zu anderen kognitiven Variablen, z.B. zu Bereichen des Arbeitsgedächtnisses, ist der IQ gemäß Dennis et al. (2009) eine unspezifische latente Variable, die von verschiedenen kognitiven Bereichen abhängt (z.B. Abstraktionsvermögen, Schlussfolgerungs- und Merkfähigkeit) und somit kaum die Fähigkeit und das Potential einer Person im Allgemeinen und kontextunabhängig misst. Es ist zudem unklar inwieweit der IQ die kognitiven Fähigkeiten angibt oder ob der IQ vielmehr ein Produkt dessen ist. Z.B. führen niedrige sprachliche Kompetenzen zu einem niedrigeren IQ (ebd.) bzw. besteht ein Zusammenhang zwischen IQ und sprachlichen Kompetenzen (Cirino, Fuchs, Elias, Powell & Schumacher, 2015). Außerdem sind Intelligenztests nur selten unterhalb der zweiten Standardabweichung zuverlässig normiert (American Psychiatric Association, 2015; Garrote et al., 2015), weshalb keine Aussagen zu Zusammenhänge zwischen einem stark vom Durchschnitt abweichendem IQ und anderen Variablen gemacht werden können.

Einfluss des IQ auf das Mathematiklernen und Mengen-Zahlen-Kompetenzen allgemein

In Studien mit Lernenden ohne IB wurde vielfach nachgewiesen, dass die Intelligenz einen Einfluss auf die Schulleistung im Allgemeinen und auf die Mathematikleistung im Speziellen hat (Schneider et al. 2013). Die Korrelation zwischen Intelligenz und Rechenleistung scheint in der Psychodiagnostik sogar zu den höchsten Korrelationen zu zählen (Dornheim, 2008). Wenn in Studien zur Vorhersage der Mathematikleistung neben dem IQ auch das Vorwissen als Prädiktor untersucht wird, zeigt sich meistens jedoch, dass das Vorwissen ein stärkerer Prädiktor ist als der IQ (Grube & Hasselhorn, 2006; Jordan, Glutting & Ramineni, 2010; Jordan, Glutting, Ramineni et al., 2010; Krajewski & Schneider, 2006; Weißhaupt et al., 2006). Ein Zusammenhang zwischen Mengen-Zahlen-Kompetenzen und IQ kann dennoch bereits bei Kindern im Kindergarten nachgewiesen werden (Krajewski & Schneider, 2006; Weißhaupt et al., 2006).

Einfluss des IQ auf das Mathematiklernen bei IB

Inwieweit der IQ das Mathematiklernen von Schülerinnen und Schülern mit IB beeinflusst, ist nicht so eindeutig wie bei Lernenden ohne IB. Einige Studien mit Lernenden mit IB zeigen nur geringe Zusammenhänge zwischen Intelligenz und mathematischer Leistung (Baroody, 1999; Ratz, 2009). Die Übung und Erfahrung im Umgang mit Mengen und Zahlen scheinen von größerer Bedeutung für die mathematische Entwicklung zu sein als der IQ (Baroody, 1999).

Selbst in Querschnittstudien, in denen das Vorwissen nicht berücksichtigt wurde, konnten nur bedingt Zusammenhänge zwischen IQ und Mengen-Zahlen-Kompetenzen nachgewiesen werden. Zentel und Sarimski (2017) haben festgestellt, dass die erhobenen Intelligenzmaße (CFT 1, HAWIVA) nur teilweise mit der Mathematikleistung der Kinder mit Down-Syndrom im Test MARKO-D (Ricken et al., 2013a) korrelieren. In einer anderen Studie mit Kindern mit Down-Syndrom korrelierte der IQ sowohl mit der simultanen Anzahlerfassung als auch mit ihren Rechenkompetenzen (Sella, Lanfranchi & Zorzi, 2013). In den Studien, in denen die mathematischen Kompetenzen von Kindern mit IB mit denjenigen von Kindern ohne IB im gleichen Entwicklungsalter verglichen werden, wurden nur geringe Unterschiede in den Mengen-Zahlen-Kompetenzen festgestellt (vgl. Kap. 6.1).

6.1.2 Arbeitsgedächtnis

Beim Wissenserwerb sind für die Informationsverarbeitung vor allem Aufmerksamkeits- und Gedächtnisressourcen entscheidend, insbesondere dem Arbeitsgedächtnis kommt eine hohe Bedeutung zu (Hasselhorn & Gold, 2012). Man geht davon aus, dass es eng mit dem Lernpotential von Kindern zusammenhängt, relativ unabhängig von vorhergehenden Lernerfahrungen und ein anderes Konstrukt als der IQ ist (Alloway, Packiam & Alloway, 2010; Alloway, Packiam & Passolunghi, 2011). Untersuchungen des Arbeitsgedächtnisses basieren meist auf dem Modell von Baddeley, das die drei Bereiche *phonologische Schleife*, *zentrale Exekutive* und *visuell-räumlicher Skizzenblock* unterscheidet (Baddeley, 2014; Kuhl, Hecht & Euker, 2015).

- Die *phonologische Schleife* ist der verbale Speicher, der für das Zählen (sprachliches Zahlenwissen: Zahlwörter, Ordinalzahlaspekt und Zählstrategien) und Behalten von Ausgangsinformationen und Zwischeninformationen beim Rechnen notwendig ist (Dornheim, 2008).

- Der *visuell-räumliche Skizzenblock* ist notwendig, um mit Materialien repräsentierte Anzahlen anhand ihrer Strukturierung oder räumlichen Ausdehnung zu erfassen (Dornheim, 2008). Er dient der kurzzeitigen Speicherung der Position einer Ziffer in einer mehrstelligen Zahl (Baddeley, 2014), einer Zahl auf dem Zahlenstrahl oder dem Lösen visuell repräsentierter Aufgabenstellungen (Alloway, Packiam & Passolunghi, 2011).
- Die *zentrale Exekutive* kontrolliert und koordiniert die phonologische Schleife und den visuell-räumlichen Skizzenblock, steuert die Aufmerksamkeit und stellt Verbindungen zum Langzeitgedächtnis her (Baddeley, 2014). Sie ermöglicht das flexible Wechseln zwischen den verschiedenen Zahlaspekten und ist wichtig bei der Entwicklung erster Anzahlkonzepte, beim Kardinalzahlkonzept, bei der Entwicklung des Teil-Ganze-Konzepts und bei der Addition (Brankaer, Ghesquière & Smedt, 2013; Dornheim, 2008).

Einfluss des Arbeitsgedächtnisses auf das Mathematiklernen ohne IB

Den Zusammenhang zwischen Mathematiklernen und Arbeitsgedächtnis hat u.a. Dornheim (2008) genauer untersucht. Sie hat ein Modell entwickelt, das die Beziehungen zwischen den drei Arbeitsgedächtniskomponenten und der Zahlkonzeptentwicklung veranschaulicht und dieses Modell an einer Stichprobe von 157 Vorschulkindern in einer Längsschnittstudie über fast drei Jahre bis zum Ende der zweiten Klasse empirisch überprüft. Es zeigte sich, dass die einzelnen Arbeitsgedächtniskomponenten in einem geringeren Zusammenhang zu den Mengen-Zahlen-Kompetenzen und der Rechenleistung stehen, als zuvor angenommen. Die zentral-exekutiven und visuell-räumlichen Arbeitsgedächtnisleistungen beeinflussten die Kompetenz „Anzahlen erfassen".

Andere Studien identifizieren das Arbeitsgedächtnis als Prädiktor für Mengen-Zahlen-Kompetenzen (Aunola et al., 2004; Friso-van den Bos et al., 2014; Hornung, Schiltz, Brunner & Martin, 2014; Toll et al., 2016). Insbesondere in der frühen Entwicklung von Mengen-Zahlen-Kompetenzen, in der z.B. das Zählen gelernt und automatisiert wird, scheinen die verschiedenen Komponenten des Arbeitsgedächtnisses von größerer Bedeutung zu sein als später beim Rechnen und Problemlösen (Aunola et al., 2004; Friso-van den Bos, van der Ven, Kroesbergen & Van Luit, 2013; Krajewski & Schneider, 2009). Schuchardt, Piekny, Grube und Mähler (2014) haben gezeigt, dass vor allem dem visuell-räumlichen Skizzenblock bei der Entwicklung der Mengen-Zahlen-Kompetenzen im Alter von 5 Jahren eine Bedeutung zu kommt.

Unterscheidet man bei den Mengen-Zahlen-Kompetenzen zwischen symbolischen und nichtsymbolischen Kompetenzen, dann werden die nichtsymbolischen Kompetenzen vor allem von der zentralen Exekutive und die symbolischen Kompetenzen sowohl von der zentralen Exekutive als auch dem visuell-räumlichen Skizzenblock beeinflusst (Friso-van den Bos et al., 2014).

Die Forschungsergebnisse zeigen, dass dem Arbeitsgedächtnis, insbesondere der zentralen Exekutive und dem visuell-räumlichen Skizzenblock, bei der Entwicklung von Mengen-Zahlen-Kompetenzen Bedeutung zukommt und die unterschiedlichen

Bereiche die verschiedenen Kompetenzen auch unterschiedlich stark beeinflussen. Für das spätere Mathematiklernen und im Zusammenhang mit Rechenschwäche sind die Ergebnisse zur Bedeutung des Arbeitsgedächtnisses weniger eindeutig (Alloway, Packiam & Passolunghi, 2011; Friso-van den Bos et al., 2013; Stöckli, 2018).

Arbeitsgedächtnis bei Lernenden mit IB

Bisher wurde in nur wenigen Studien der Zusammenhang von Arbeitsgedächtnis und schulischer Leistung von Lernenden mit IB untersucht (Henry & Winfield, 2010). In diesen konnte gezeigt werden, dass Lernende mit IB im Vergleich zu Lernenden ohne IB bei Aufgaben zu allen drei Bereichen des Arbeitsgedächtnisses schlechter abschneiden, auch wenn sie mit Lernenden mit gleichem Entwicklungsalter verglichen werden. Vor allem im Bereich der phonologischen Schleife konnten Schwierigkeiten nachgewiesen werden (Hasselhorn & Mähler, 2007; Mähler, 2007; Van der Molen, Van Luit, Jongmans & Van der Molen, 2007).

Das Arbeitsgedächtnis scheint sich auf verschiedene Bereiche von Mengen-Zahlen-Kompetenzen unterschiedlich auszuwirken. Einen signifikanten Einfluss auf Mengen-Zahlen-Kompetenzen (Henry & Winfield, 2010) und das Kopfrechnen (Brankaer et al., 2013) von Lernenden mit IB hat vor allem die zentrale Exekutive. Unterschiede zwischen Kindern mit und ohne IB beim Vergleich von Zahlen konnten nicht auf das Arbeitsgedächtnis zurückgeführt werden (Brankaer et al., 2013). Eine Studie mit Jugendlichen und Erwachsenen mit Down-Syndrom zeigt, dass Erfolg beim Schätzen des Ergebnisses von mit Punkten repräsentierten Additionsaufgaben mit guten Leistungen in den Aufgaben zum visuell-räumlichen Skizzenblock einherging. Dies war aber nur bei den Personen mit Down-Syndrom der Fall und nicht bei Kindern ohne Down-Syndrom und ohne IB im gleichen Entwicklungsalter (Belacchi et al., 2014). Die Autorinnen und der Autor vermuten, dass die Personen mit Down-Syndrom beim Bearbeiten von Additionsaufgaben auf das Arbeitsgedächtnis zurückgreifen, während die Kinder ohne Down-Syndrom, die mit durchschnittlich 5.4 Jahren noch kaum formellen Mathematikunterricht erhalten haben, dies nicht tun.

Die Ergebnisse deuten insgesamt darauf hin, dass Schwierigkeiten in allen oder einzelnen Komponenten des Arbeitsgedächtnisses, zu Schwierigkeiten beim Mathematiklernen führen können, unabhängig davon, ob eine IB vorliegt oder nicht.

6.1.3 Sprache

Neben dem Arbeitsgedächtnis beeinflussen auch sprachliche Fähigkeiten die Mathematikleistung (Jordan, Glutting & Ramineni, 2010). Anhand dieser lassen sich bei Kindergartenkindern die mathematischen Leistungen in der ersten Klasse vorhersagen (Praet, Titeca, Ceulemans & Desoete, 2013). Die Sprache, vor allem das „innere Sprechen“, ist bei der Begriffsbildung, dem Erkennen und Herstellen von Mustern und Beziehungen und für die Entwicklung des Denkens allgemein von Bedeutung

(Hasemann & Gasteiger, 2014). Außerdem werden Lernenden mathematische Verfahren und Einsichten besser verfügbar, wenn sie sie benennen und beschreiben können. Schröder (2014) fasst basierend auf Studien aus dem angloamerikanischen Raum zusammen, dass die Leistungen von Kindern mit umschriebenen Spracherwerbsstörungen in verschiedenen mathematischen Bereichen hinter den Leistungen von sprachlich unauffälligen Kindern liegen. Im Bereich der Zahlbegriffsentwicklung betrifft es insbesondere das Zählen und den Erwerb der Zahlwortreihe und das automatisierte Abrufen von Faktenwissen aus dem Langzeitgedächtnis. Inwieweit sich Arbeitsgedächtnis, Sprache und mathematische Entwicklung beeinflussen, ist noch nicht ausreichend erforscht (ebd.).

Lernende mit IB haben häufig Einschränkungen in der Sprache, nach Einschätzung von Lehrkräften in Bayern haben über zwei Drittel der Schülerinnen und Schüler mit IB Sprach- und Sprechstörungen (Dworschak, Kannewischer, Ratz & Wagner, 2012).

6.1.4 Folgerungen für Unterricht und Förderung

Die Forschungsergebnisse zeigen, dass die verschiedenen Faktoren wie Arbeitsgedächtnis, Aufmerksamkeit und Sprache das (mathematische) Lernen beeinflussen. Aber auch der Unterricht bzw. die Lerngelegenheiten sind für die frühe mathematische Entwicklung von Bedeutung (Blankson & Blair, 2016). Hecht (2014) hat grundlegende Prinzipien für den Unterricht von Lernenden mit IB bzw. Lernenden mit „begrenzten kognitiven Ressourcen", die auf den empirischen Befunden der Lehr-Lernforschung basieren, erstellt. So fordert sie

- auf das Vorwissen und die kognitiven Ressourcen abgestimmte Anforderungen,
- sichtbare Lernziele und intuitiv erkennbare Lösungswege,
- eindeutige Darstellungen: auf irrelevante und ablenkende Elemente wird verzichtet, intuitiv nicht erfassbare Strukturen werden klar dargestellt
- keine unnötigen Wechsel der Formate
- räumlich nahe Darstellung zusammengehöriger Informationen
- Beispiele mit späterem Transfer auf komplexe Anforderungen (worked examples)
- Aufbau und Automatisierung inhaltsspezifischen Basiswissens.

Kuhl et al. (2015) weisen darauf hin, dass man bei Lernenden mit IB nicht von einem globalen Entwicklungsstand ausgehen sollte. Vielmehr sollte die Entwicklung in den verschiedenen Bereichen, z.B. Sprache und Kognition, berücksichtigt werden. Denn, wie gezeigt wurde, wird die mathematische Entwicklung von verschiedenen Faktoren beeinflusst, die verschiedenen Bereichen zugeordnet werden und unterschiedlich weit entwickelt sein können.

6.2 Mathematische Kompetenzen und Entwicklung

Das Mathematiklernen von Kindern mit IB wurde bisher im Vergleich zum Lernen von Kindern ohne Beeinträchtigungen wenig erforscht. Das hängt hauptsächlich damit zusammen, dass sich die Gruppe der Kinder mit IB je nach Definition anders zusammensetzt und sie eine große Heterogenität aufweist, die es erschwert, generalisierbare Aussagen zu machen.

Die Studien zum Mathematiklernen von Schülerinnen und Schülern mit IB lassen sich nach verschiedenen Kriterien ordnen (z.B. nach bestimmten Syndromen, nach Vergleichen zwischen Kindern mit und ohne Beeinträchtigung, Interventionsstudien, Metastudien). In diesem Unterkapitel werden die Forschungsergebnisse folgendermaßen gegliedert:

- Metastudien zu Mengen-Zahlen-Kompetenzen (6.2.1)
- Reviews zu Mengen-Zahlen-Kompetenzen (6.2.2)
- Beobachtungsstudien zu Mengen-Zahlen-Kompetenzen und deren Entwicklung (6.2.3)
- Interventionsstudien zur Förderung von Mengen-Zahlen-Kompetenzen (6.2.4).

6.2.1 Metastudien

In Metastudien werden einzelne empirische Untersuchungen zu einer gemeinsamen Thematik zusammengefasst und statistisch analysiert, um so einen Überblick über den Forschungsstand zu bekommen (Döring & Bortz, 2016a). Zur Förderung der Mengen-Zahlen-Kompetenzen von Schülerinnen und Schülern mit IB oder Lernschwierigkeiten liegen nur wenige Metastudien vor. Auf die aktuellsten wird näher eingegangen (Browder, Spooner, Ahlgrim-Delzell, Harris & Wakeman, 2008; Kroesbergen & van Luit, 2003; Mononen, Aunio, Koponen & Aro, 2014).

Viele Forscher nehmen an, dass der Unterricht für Schülerinnen und Schüler mit IB bzw. Schwierigkeiten im Mathematiklernen anders gestaltet werden muss als für andere Lernende (Kroesbergen & van Luit, 2002; Lauth, Grünke & Brunstein, 2014a). Metastudien sollen neben der Überblicksgewinnung Aufschluss darüber geben, welche Methoden bei der mathematischen Förderung von Lernenden mit IB sich als besonders effektiv erweisen.

Unterrichtsmethoden

Im Folgenden werden die verschiedenen Unterrichtsmethoden beschrieben, die in den später berichteten Metastudien evaluiert werden. Wenn möglich wird bei der Beschreibung auf die Metastudien zurückgegriffen, in denen diese Methoden erläutert werden.

<u>Direkte Instruktion *(Direct instruction)*:</u> Kennzeichnend für die direkte Instruktion ist, dass Kompetenzen direkt (und häufig isoliert) vermittelt werden, bis sie beherrscht werden, dass die Lernenden direkt Feedback erhalten und ihnen die Ziele

transparent gemacht werden (Lerner & Johns, 2011). Lerninhalte werden strukturiert und von der Lehrkraft kontrolliert vermittelt. Dabei wird aufeinander aufbauendes und strukturiertes Material verwendet. Zuerst werden die Ziele bzw. Fertigkeiten, die die Lernenden erreichen sollen, formuliert und anschließend wird der Lernprozess in Schritte unterteilt. Es wird genügend Zeit für Instruktionen eingeplant. Die Lernenden üben und wiederholen die Schritte, bis sie die angestrebten Kompetenzen erworben haben.

Explizite Instruktion *(Explicit instruction)*: Direkte und explizite Instruktion werden nicht immer klar voneinander getrennt. Bei beiden Instruktionsformen werden die Lerninhalte strukturiert und schrittweise vermittelt. Das Ziel der expliziten Instruktion ist vor allem das Problemlösen (Lerner & Johns, 2011). Anders als bei der direkten Instruktion, wird mehr zum Verbalisieren der eigenen Gedanken und Handlungsschritte angeregt. In den Studien wird der Begriff der expliziten Instruktion für eine ganze Bandbreite von Instruktionsmethoden genutzt. Für Gersten et al. (2009) müssen drei Bedingungen erfüllt sein, um von expliziter Instruktion sprechen zu können: Eine schrittweise Anleitung wird demonstriert, die Anleitung lässt sich zum Lösen mehrerer Probleme anwenden und die Lernenden sollen die Anleitung zum Problemlösen selbst anwenden.

Strategie-/Selbstinstruktion *(Self-instruction)*: Den Lernenden werden bei der Strategieinstruktion verschiedene Lösungsverfahren für Aufgaben vermittelt, aus denen sie die passendste Strategie auswählen und anwenden sollen. Die Lehrkraft kann diesen Entscheidungsprozess demonstrieren und den Lernenden eine Auflistung der möglichen Strategien zur Verfügung stellen (Montague, 2011). Die Strategieinstruktion ist expliziter, weniger belehrend und flexibler als die direkte Instruktion, weil Lehrkraft und Lernende fortlaufend miteinander interagieren und individuell auf die Lernenden eingegangen wird (ebd.). Zudem werden die Lernenden angeleitet, ihre Strategien reflektiert anzuwenden, sich beim Lernen eigene Ziele zu setzen, die Art der Aufgabe zu analysieren, das Vorgehen vorausplanend zu durchdenken und das Ergebnis zu kontrollieren und die Strategie evtl. zu verändern (Lauth, Grünke & Brunstein, 2014b). Das Selbstinstruktionstraining bezieht sich im Vergleich zum Strategietraining mehr auf das Verhalten und die Ausbildung von Verhaltenskompetenzen. Es werden handlungsanleitende Selbstanweisungen eingeübt, ähnlich wie bei der Strategieinstruktion (Lauth, 2014).

Tutorielles Lernen *(Peer-assisted instruction/Peer tutoring)*: Beim tutoriellen Lernen werden Teams aus zwei Lernenden mit unterschiedlichen Leistungsniveaus gebildet. Dabei erklären die stärkeren Lernenden (Tutoren) den schwächeren Lernenden (Tutanden) die Aufgabe oder eine Vorgehensweise und tauschen sich gemeinsam über den Lösungsprozess aus (Gersten et al., 2009). Dabei kann der Tutor durch das Erklären sein Wissen festigen oder erkennen, ob er den Inhalt so gut verstanden hat, dass er ihn seinem Tutanden vermitteln kann. Der Tutand kann vom tutoriellen Lernen profitieren, da Denkprozesse und Sprache eines Peer-Tutors seinen Denkprozessen ähnlicher sind als diejenigen der Lehrkraft (Lerner & Johns, 2011). Neben der Vermittlung von Inhalten und Methoden geht es bei dieser Lernform auch oft um die Förderung der sozialen Kompetenzen.

Schrittweise Verminderung zusätzlicher Hinweisreize *(Prompt fading procedures)*: Kennzeichen dieser Methode ist, dass bei der Erarbeitung eines bestimmten Lerninhalts viele unterstützende Hinweise gegeben werden. Diese werden dann im Verlauf des Lernprozesses sukzessive reduziert. Wird eine Aufgabe neu eingeführt, wird zunächst jeder einzelne Schritt im Lösungsprozess angeleitet. Später werden die Anweisungen reduziert, bis schließlich ganz darauf verzichtet werden kann. Wird ein Fehler gemacht, werden wieder die entsprechenden Anweisungen gegeben. Dabei wird darauf geachtet, dass zwischen Anweisungen Pausen von ein paar Sekunden gemacht werden (delayed prompting/constant timedelay), damit die Lernenden die Möglichkeit haben selber zu reagieren, falls sie den nächsten Schritt bereits beherrschen sollten. Zeigen die Lernenden nicht die geforderte Reaktion, werden die Anweisungen verstärkt. Reagieren die Lernenden auf die Anweisungen wie von ihnen erwartet, können sie reduziert werden (Church, 2016).

Ergebnisse der Metastudien

In der Metastudie von Browder et al. (2008) zum mathematischen Lernen von Schülerinnen und Schülern mit mittlerer bis schwerer IB oder Autismus wird analysiert, inwieweit diese Gruppe von Lernenden mathematische Kenntnisse erwerben kann, welche Kompetenzen am häufigsten gefördert werden und welche Instruktionsarten sich als geeignet erwiesen haben. Die meisten der 68 berücksichtigten Studien beziehen sich auf Interventionen zur Förderung von Mengen-Zahlen-Kompetenzen, Rechnen und den Umgang mit Maßeinheiten, z.B. Geld. Viele der Interventionen wurden im Rahmen von Einzelförderungen durchgeführt. Es zeigt sich, dass sowohl Lernende mit mittlerer IB als auch schwerer IB in allen genannten Bereichen Fortschritte gemacht haben. Neben den inhaltlichen Aspekten gibt die Metastudie Aufschluss über geeignete Unterrichtsmethoden. Die mathematische Förderung zeigte sich als besonders wirksam, wenn die Lernenden mit systematischer Instruktion, eine Methode, die der direkten und expliziten Instruktion ähnelt, unterrichtet wurden, zusätzlich eine schrittweise Verminderung zusätzlicher Hinweise stattfand und Feedback zum Lernen gegeben wurde. Dementsprechend fordern Browder et al. (2008, S. 425): „Systematic instruction should include the use of a specific prompt fading procedure such as least intrusive prompts or time delay with feedback to teach a set of defined responses across time". Diese Forderung nach schrittweiser Verminderung zusätzlicher Hinweisreize im Unterricht beruht auf dem Vorgehen in den einbezogenen Studien.

Kroesbergen und van Luit (2003) haben eine Metastudie zu Mathematikinterventionen für Kinder mit SFB durchgeführt, die 58 Studien mit insgesamt 2509 Lernenden umfasst. Ausgewählt wurden Interventionsstudien im Kindergarten- und Grundschulbereich für Lernende mit leichter oder mittlerer IB oder mit einer Lernbeeinträchtigung, da diese Personengruppen von ähnlicher Instruktion bzw. ähnlichen Unterrichtsmethoden profitieren. Studien mit Lernenden mit schwerer IB wurden ausgeschlossen. Kroesbergen und van Luit (2003) haben die Studien inhaltlich in die drei Bereiche unterteilt: Förderung der Mengen-Zahlen-Kompetenzen (Seriation, Klassifikation und Zählen), Automatisierung der Grundrechenarten und Förderung mathematischer Problemlösestrategien. Das Ziel war das Herausarbeiten von Merkmalen effektiver Interventionen. Eine Intervention wurde als effektiv bewertet, wenn die Probanden die angestrebten Kompetenzen erwerben konnten, was mit einem Nachtest überprüft worden ist. Die meisten der berücksichtigten Studien waren zur Förderung der Mengen-Zahlen-Kompetenzen. In diesen zeigten die Lernenden auch die größten Fortschritte, insbesondere wenn sie durch direkte Instruktion unterrichtet wurden. Wenn die Interventionen nicht nach den Bereichen Mengen-Zahlen-Kompetenzen, Grundrechenarten und Problemlösen getrennt wurden, zeigte die Selbstinstruktion die größten Effekte. Es zeigten sich keine Unterschiede in der Wirksamkeit von den Interventionen, wenn zwischen den Zielgruppen Lernende mit leichter IB, mittlerer IB oder Lernbeeinträchtigung unterschieden wurden. Das Forschungsdesign erwies sich hingegen für die Effektstärke als bedeutsam. Einzelfallinterventionen waren wirksamer als Gruppeninterventionen. Die Autoren erklären das damit, dass bei Einzelfallinterventionen die Probandinnen und Probanden oft den gleichen Test als Vor- und Nachtest machen, was zu großen Effektstärken führt. Außerdem wird meist ein Vergleich innerhalb der Gruppe zwischen Vor- und Nachtests gezogen, während in Gruppendesigns die Interventionsgruppe mit einer Kontrollgruppe verglichen wird. Hinzu kommt, dass Einzelfallstudien oft so lange durchgeführt werden, bis die Probandinnen und Probanden ein Ziel erreichen, was eine hohe Effektstärke garantiert. Auch Studien mit kurzer Interventionsdauer erwiesen sich als wirksamer als längere Studien. Kroesbergen und van Luit (2003) vermuten, dass dieser Effekt mit dem Umfang der vermittelten Inhalte zusammenhängt. Denn kurze Interventionen fördern und überprüfen weniger Kompetenzen, was zu schnelleren und größeren Lernfortschritten in einem Bereich führt.

Zusammenfassung der Metastudien

Browder et al. (2008) und Kroesbergen und van Luit (2003) sind in ihren Metastudien zu übereinstimmenden Ergebnissen gekommen:

- in Mathematikinterventionen für Lernende mit IB werden am häufigsten die Mengen-Zahlen-Kompetenzen gefördert,
- die Interventionen sind erfolgreicher, wenn die Lernenden Anleitungen im Sinne von systematischer bzw. direkter Instruktion erhalten.

Nach den Ergebnissen von Browder et al. (2008) kann der zweite Punkt, die Unterrichtsmethode der Interventionen, noch ergänzt werden. Es zeigte sich in ihrer Metastudie, dass die systematische Instruktion erfolgreicher war, wenn sie mit der schrittweisen Verminderung zusätzlicher Hinweisreize und Feedback einherging.

Da die Merkmale der berücksichtigten Interventionen bei Browder et al. (2008) häufig Einzelförderung, systematische Instruktion, schrittweise Verminderung zusätzlicher Hinweisreize sowie Feedback sind, stellt sich die Frage inwieweit in den Studien ein Lernen auf Verständnis gefördert wurde. Die Merkmale lassen vermuten, dass der Erwerb bzw. das Nachmachen von Strategien und die Automatisierung von bestimmten Kompetenzen, die nicht näher beschrieben wurden, im Vordergrund standen.

6.2.2 Reviews

Systematische Reviews arbeiten den aktuellen Forschungsstand zu einer bestimmten Thematik anhand vorliegender Literatur auf, ohne dass eine statistische Analyse durchgeführt wird (Döring & Bortz, 2016a). Zur Förderung des Zahlbegriffs von Schülerinnen und Schülern mit IB oder Lernschwierigkeiten liegen nur wenige Reviews (Abdelahmeed, 2007; Butler, Miller, Kit-hung & Pierce, 2001; Faragher & Clarke, 2014; Mononen et al., 2014) vor.

Review zu Interventionsstudien zu Mengen-Zahlen-Kompetenzen bei Kindern zwischen vier und sieben Jahren

Eines der aktuellsten systematischen Reviews stammt von Mononen et al. (2014) und bezieht sich nicht explizit auf Studien mit Kindern mit IB, sondern auf Kinder mit einem Risiko für Rechenschwäche[7] zwischen vier und sieben Jahren. Da es sich um sehr junge Kinder handelt, deren Entwicklungsalter demjenigen von Kindern mit IB häufig entspricht, ist diese Metastudie für die vorliegende Arbeit interessant. Mononen et al. (2014) überprüfen die Effektivität von 19 Interventionsstudien zu den Mengen-Zahlen-Kompetenzen, die zwischen 2000 und 2012 publiziert worden sind. Kriterien für die Auswahl waren u.a., dass die Studie ein quasi-experimentelles Design hatte, dass es eine Kontrollgruppe gab, dass die Mathematikleistung quantitativ gemessen und ausreichend beschrieben wurde und die Studie in Englisch publiziert wurde. Stichprobengrößen, Dauer und Durchführung durch Lehrkraft oder durch ein Mitglied des Forschungsteams konnten variieren. Sie haben festgestellt, dass bei vier- bis fünfjährigen Kindern die Förderung besonders erfolgreich war, wenn die Kinder in ihrer gewohnten Gruppe bleiben konnten und dennoch die Möglichkeit zum Lernen in Kleingruppen, mit Partnern oder alleine hatten und nicht von den anderen Kindern räumlich getrennt wurden. Als wirksam erwiesen sich explizite Instruktion, tutorielles Lernen, das Herstellen von Verbindungen zwischen Konkretem und Abstraktem, computerunterstütztes Lernen und Spiele (Mononen et al., 2014).

Review zu Interventionen für Lernende mit leichter bis mittlerer IB

Butler et al. (2001) haben in ihrer Metaanalyse den Fokus auf die Methoden von Mathematikinterventionen für Lernende mit leichter bis mittlerer IB gerichtet. Wenn in den Interventionen Strategien vermittelt wurden und mit schrittweiser Verminderung zusätzlicher Hinweisreize, tutoriellem Lernen, oder direkter Instruktion gear-

7 Risk for mathematical difficulties: als Risikofaktoren gelten in vielen Studien ein niedriger sozioökonomischer Status, eine andere Muttersprache als die Unterrichtssprache, das Erhalten von Sprachtherapie, starke Hör- oder Sehbeeinträchtigung (z.B. Baroody et al., 2009).

beitet wurde, stiegen die Mathematikleistungen und das selbständige Lösen von Additionsaufgaben.

Review zu Interventionsstudien für Lernende mit Down-Syndrom

Abdelahmeed (2007) hat Studien, die die Zählkompetenz von Kindern mit Down-Syndrom untersuchen, zusammengefasst. Sie hat sich hauptsächlich auf Studien aus den 1970er- und 80er-Jahren bezogen (Cornwell, 1974; Gelman & Cohen, 1988). Es zeigte sich, dass Lernende mit Down-Syndrom Schwierigkeiten beim Zählen haben, sowohl beim Aufsagen der Zahlwortreihe als auch beim Zählen von Objekten. Insbesondere das Einhalten der Zählprinzipien bereitete ihnen Schwierigkeiten. Von Interventionen zur Förderung der Zählkompetenzen haben Kinder mit Down-Syndrom profitiert, wenn sie viele Möglichkeiten zum Üben hatten, die Aufgaben in kleine Einheiten unterteilt waren und Würfelspiele gespielt wurden. Zwischen den Probanden sowohl innerhalb einzelner Studien als auch zwischen den Studien wurden große Unterschiede in der Zählentwicklung festgestellt (Abdelahmeed, 2007).

Die Übersichtsarbeit zu Interventionsstudien für Kinder und Jugendliche mit Down-Syndrom von Lemons, Powell, King und Davidson (2015) umfasst neun Studien, die sich hauptsächlich auf die Zählkompetenz und weitere Mengen-Zahlen-Kompetenzen beziehen. In allen neun Studien machten die Interventionsgruppen größere Fortschritte als die Kontrollgruppen. Die Interventionen hatten die Gemeinsamkeit, dass sie Aspekte direkter Instruktion, Üben unter Anleitung und Modellieren (Lösen von Aufgaben durch Vormachen-Nachmachen) beinhalteten.

Review zu Kompetenzen von Lernenden mit Down-Syndrom

Auch Faragher und Clarke (2014) haben in einer Review Ergebnisse von Studien zu den mathematischen Kompetenzen von Lernenden mit Down-Syndrom zusammengetragen. Die meisten Studien zeigten, dass Lernende mit Down-Syndrom Schwierigkeiten beim Aufsagen der Zahlwortreihe haben, insbesondere bei der Beachtung des Prinzips der stabilen Ordnung. Faragher und Clarke (2014) fassen zusammen „Children with Down-Syndrome take longer to learn many mathematics concepts and require considerable practice to ameliorate the effects of unstable learning“ (S. 141).

Zusammenfassung der Reviews

Die Ergebnisse der Reviews sind in Tabelle 2 aufgeführt. Alle Autorinnen und Autoren stellen fest, dass sich die mathematischen Kompetenzen fördern lassen. Die Reviews stimmen mit den Metastudien darin überein, dass sich das Lernen unter Anleitung (direkte/explizite Instruktion) in den verschiedenen Interventionsstudien als ein wirksamer Faktor erwies; in diesem Fall sowohl in Interventionen für Kinder zwischen vier und sieben Jahren mit einem Risiko für Rechenschwäche (Mononen et al., 2014), für Lernende mit leichter und mittlerer IB (Butler et al., 2001) sowie für Lernende mit Down-Syndrom (Lemons et al., 2015). In den Studien von Mononen et al. (2014) und Abdelahmeed (2007) zeigten sich Spiele als ein Element effektiver Förderung. Interessant im Hinblick auf inklusiven Unterricht sind die Ergebnisse von Mononen et al. (2014), die festgestellt haben, dass das Vermeiden einer räumlichen Trennung und eine Förderung in Kleingruppen innerhalb des Klassenzimmers einen positiven Effekt auf die Leistungsentwicklung haben.

Tabelle 2: Ergebnisse der Reviews

Studie	**Ergebnisse**
Mononen et al. (2014): 4- bis 7-jährige Kinder mit Risiko für Rechenschwäche	– Förderung räumlich nicht getrennt von der Lerngruppe – Möglichkeiten zum Lernen in Kleingruppe oder zu zweit – explizite Instruktion, tutorielles Lernen – computergestütztes Lernen – Spiele – Herstellen von Verbindungen zwischen Konkretem und Abstraktem
Butler et al. (2001): Lernende mit leichter bis mittlerer IB	– schrittweise Verminderung zusätzlicher Hinweisreize – tutorielles Lernen – direkte Instruktion
Down-Syndrom (DS)	
Abdelahmeed (2007): Zählkompetenz von Kindern mit DS	– viele Übungsmöglichkeiten – in kleine Einheiten unterteilte Aufgaben – Würfelspiele
Lemons et al. (2015): Mengen-Zahlen-Kompetenz bei Lernenden mit DS	– Meistens wurden Zählen oder Mengen-Zahlen-Kompetenzen gefördert – In allen Studien machte die Interventionsgruppe größere Fortschritte als die Kontrollgruppe – Interventionen enthielten Aspekte direkter Instruktion, Üben unter Anleitung und Vormachen-Nachmachen (Modellieren)
Faragher & Clarke (2014): mathematische Kompetenzen von Lernenden mit DS	– Die meisten Lernenden mit DS haben Schwierigkeiten beim Aufsagen der Zahlwortreihe – Sie brauchen mehr Zeit und Übung als Kinder ohne IB beim Erwerb von Mengen-Zahlen-Kompetenzen

6.2.3 Beobachtungsstudien zu Mengen-Zahlen-Kompetenzen und ihre Entwicklung

Eine der aktuellsten und am meisten Kompetenzen umfassende Studie zu den Mengen-Zahlen-Kompetenzen von Lernenden mit IB wurde von Garrote et al. (2015) durchgeführt. Sie haben die mathematischen Kompetenzen mit Aufgaben des Instruments TEDI-MATH (Kaufmann et al., 2009), die vom einfachen Zahlverständnis bis zum Rechnen reichen, von 109 Lernenden zwischen 6 und 18 Jahren mit leichter bis mittlerer IB (Einschätzung der Lehrkraft) erhoben. Sowohl das Alter als auch der Schweregrad der Beeinträchtigung hatten einen Einfluss auf die Mathematikleistung. Es zeigte sich, dass alle Schülerinnen und Schüler über Mengen-Zahlen-Kompetenzen verfügten. Die verschiedenen Testaufgaben haben Garrote et al. (2015) in Bezug zum Entwicklungsmodell von Krajewski und Ennemoser (2013) gesetzt. Diese

Zuordnung ließ erkennen, dass Aufgaben auf der Ebene der Basiskompetenzen (z.B. Zahlenlesen und Vorwärtszählen) die höchsten Lösungswahrscheinlichkeiten hatten (über 90%). Auch die Aufgaben zur unpräzisen Mengenvorstellung waren mit über 80 % Lösungswahrscheinlichkeit für die meisten Schülerinnen und Schüler mit IB eher leicht. Aufgaben, bei denen Zahl und Anzahl präzise einander zugeordnet werden mussten, waren hingegen schwieriger und wurden nur noch mit 59 bis 68 % Wahrscheinlichkeit gelöst. Bei Aufgaben zu Zahlrelationen und Zählen in Schritten lag die Lösungswahrscheinlichkeit unter 50 %. Nur die Aufgaben, die eine Einsicht in das Dezimalsystem voraussetzen, und das unvollständige Subtrahieren (mit Ergänzen), waren schwieriger (Lösungswahrscheinlichkeit 18 bis 25%). Garrote et al. (2015) fassen zusammen, dass ein großer Teil der Lernenden mit IB über Basisfertigkeiten verfügt, aber die präzise Mengenvorstellung nur teilweise vorhanden ist. Außerdem habe sich das eingesetzte Instrument für die Erfassung der mathematischen Kompetenzen von Lernenden mit IB als geeignet erwiesen, auch wenn Anpassungen einiger Aufgaben notwendig seien.

Das gleiche Forschungsteam (Moser Opitz et al., 2014) hat ebenfalls mit dem TEDI-MATH die Mengen-Zahlen-Kompetenzen von 16 Kindern mit IB in der Schuleingangsphase, die zwischen 7 und 8 Jahren alt waren, erhoben. Sie haben festgestellt, dass alle Kinder über Mengen-Zahlen-Kompetenzen verfügen, vor allem auf der Ebene der Basisfertigkeiten und des einfachen Zahlverständnisses. Die Aufgaben zum tiefen Zahlverständnis (z.B. Zahlbeziehungen, Zahlzerlegungen) und Rechenaufgaben erwiesen sich als schwierig. Verglichen mit der Normstichprobe des TEDI-MATH (Kaufmann et al., 2009) erzielten die Kinder mit IB in allen Untertests niedrigere Rohwerte als 50% der Normstichprobe (Moser Opitz et al., 2014).

Auch Baroody (1986) hat festgestellt, dass das Zählen in Schritten und Zählaufgaben, bei denen eine präzise Mengenvorstellung nötig ist, wie z.B. das Legen und Bestimmen von Mengen, schwierige Aufgaben für Lernende mit IB sind. Er hat die Zählkompetenz (Zählen und Zählprinzipien) von 90 Lernenden mit leichter und mittlerer IB zwischen fast 6 bis 14 Jahren erhoben und mit der Zählkompetenz von Kindern ohne IB verglichen. Diejenige der Kinder mit leichter IB unterschied sich außer beim Prinzip *Irrelevanz der Anordnung* nicht von der Zählkompetenz vierjähriger Kinder. Des Weiteren hat Baroody das kardinale Zahlverständnis im Zusammenhang mit dem Zählen von Objekten bei Lernenden mit IB untersucht (1986; 1999). Die Mehrheit der Lernenden konnte Mengen bis 10 abzählen und hat auf die Frage „Wie viele?“ das zuletzt im Zählprozess genannte Zahlwort wiederholt (Kardinalzahlprinzip). Auch andere Zählprinzipien (Eindeutigkeitsprinzip, Abstraktionsprinzip, Prinzip der Irrelevanz der Anordnung) wurden von den Lernenden mit IB angewandt, auch wenn deren Entwicklungsalter unter 4 Jahren lag. Insbesondere beim Prinzip der Irrelevanz der Anordnung wird die große Heterogenität bei der Anwendung der Zählprinzipien deutlich: 31-80% der Kinder mit mittelgradiger IB lösten die Aufgaben richtig (Baroody, 1999). Außerdem stellt Baroody (1999) fest, dass Lernende mit IB mehr Zeit brauchen, bis sie Zahlwörter mit den Symbolen verbinden und Zahlen der Größe nach ordnen können. Das Lesen von Zahlen erwies sich als leichter als das Schreiben (Baroody, 1999). Neben der Studie zur Zählkompetenz hat Baroody (1988) mit Kindern mit leichter und mittlerer IB eine Intervention zum Zahlvergleich durchgeführt, nachdem er festgestellt hatte, dass solche Aufgaben für diese Kinder besonders schwierig sind. Die Kinder sollten bei Zahlvergleichen den Bezug zur Zahlenreihe herstellen: Je später eine Zahl in der Zahlwortreihe kommt, desto größer ist sie. Es zeigte sich, dass den Kindern die Zahlvergleiche besser gelangen, je flexibler sie die Zahlwortreihe beherrschten.

Bashash et al. (2003) haben die Zählkompetenzen, Zählprinzipien und Zahlkonzepte von Lernenden mit IB im Alter von 7 bis 18 Jahren erfasst und mit dem Modell zur Zählentwicklung von Fuson (1988) verglichen. Die Ergebnisse zeigen, dass es keine grundsätzlichen Unterschiede in der Zählentwicklung und den genutzten Zählstrategien zu Schülerinnen und Schülern ohne IB gibt. Auch die Zählprinzipien nach Gelman und Gallistel (1978) wurden von der gesamten Stichprobe angewandt. Die Entwicklung der Kinder mit IB war jedoch manchmal um mehrere Jahre verzögert (Bashash et al., 2003; vgl. auch Baroody, 1986; Fuson, 1988; Gelman & Gallistel, 1978).

Brankaer et al. (2011) haben die Entwicklung der Größenvorstellung genauer untersucht, indem sie die Kompetenzen von Kindern mit leichter IB zum einen mit derjenigen von Kindern gleichen chronologischen Alters und zum anderen mit der Leistung von Kindern mit dem gleichen mathematischen Leistungsniveau verglichen haben. Der Vergleich zeigte, dass sich die Größenvorstellung von Kindern mit IB nicht signifikant von derjenigen von Kindern auf dem gleichen mathematischen Entwicklungsniveau unterscheidet. Daraus schließen Brankaer et al. (2011), dass sich die Größenvorstellung von Kindern mit IB verzögert, aber nicht fundamental anders entwickelt. Der Größenvergleich auf symbolischer Ebene fiel Kindern mit IB schwerer als der Vergleich auf ikonischer Ebene. Die Ergebnisse weisen darauf hin, dass für Lernende mit IB die Zahl-Größen-Verknüpfung (Bedeutung der Symbole) eine Hürde ist.

In einer Erhebung an Schulen für Lernende mit IB hat Ratz (2012) Lehrkräfte die Zählkompetenz von 1539 Schülerinnen und Schülern einschätzen lassen. Nach diesen Angaben zählt ein Viertel der Lernenden überhaupt nicht, 7.2% fassen die Zahlwortreihe als Ganzes auf, fast ein Drittel beherrscht die Zahlwortreihe unflexibel, jeweils ca. 10% zählen flexibel oder teilweise flexibel und 20.3% haben die Zahlwortreihe vollständig reversibel erworben. Die Lernenden der ersten vier Schuljahre hatten ein niedrigeres Niveau als die älteren Lernenden. Zwischen den Lernenden der Hauptschulstufe und der Berufsschulstufe war kaum ein Unterschied bzgl. des Niveaus zu erkennen. Ungefähr die Hälfte der Schülerinnen und Schüler konnten nach Aussage der Lehrkräfte Mengen bis fünf erfassen. Additionsaufgaben konnten ca. 40 % der Lernenden mit Materialien oder im Kopf lösen. Eine ähnliche Studie, die auch die Kompetenzen von Schülerinnen und Schülern mit IB mittels einer Befragung der Lehrkräfte erfasste, wurde in den USA durchgeführt (Kearns, Farmer, Towles-Reeves, Kleinert, Kleinert, O'Regan & Thomas, 2011; Towles-Reeves, Kearns, Kleinert & Kleinert, 2009). Ca. 75 % der Lernenden konnten Mengen bis Zehn zählen, knapp die Hälfte konnte mit oder ohne Taschenrechner rechnen, aber nur die wenigsten Lernenden (ca. 5%) konnten ihre Rechenkompetenz im Alltag und zum

Problemlösen nutzen. Es lässt sich vermuten, dass viele Schülerinnen und Schüler bereits mit Hilfsmitteln rechnen können, aber ein tiefgehendes Verständnis weiterhin gefördert werden muss, damit sie ihre mathematischen Kompetenzen auch in neuen oder Alltagssituationen anwenden können.

Studien zu Mengen-Zahlen-Kompetenzen bei verschiedenen Syndromen

Verschiedene Studien legen dar, dass auch Lernende mit Down-Syndrom die gleiche Entwicklung durchlaufen und dieselben Strategien wie andere Kinder nutzen, aber insbesondere beim Erlernen der Zahlwortreihe und zur Entwicklung des präzisen Größenverständnisses länger brauchen und manchmal auch bei der visuellen Größenunterscheidung Schwierigkeiten haben (Faragher & Clarke, 2014; Abdelahmeed, 2007).

Zentel und Sarimski (2017) haben die mathematischen Kompetenzen von 77 Schülerinnen und Schülern mit Down-Syndrom im Alter zwischen 6 und 12 Jahren mit dem Instrument MARKO-D (Ricken, Fritz & Balzer, 2013b) erhoben. Sie wollten die Tauglichkeit des Instruments, das für die Erfassung mathematischer Kompetenzen von Vorschulkindern entwickelt worden ist, bei Kindern mit Down-Syndrom überprüfen. Zu den erhobenen Kompetenzen gehörten Zählen, Abzählen kleiner Anzahlen, Erkennen und Bestimmen von Differenzen, Bestimmen von Teil- und Gesamtmengen und das Erkennen von Beziehungen zwischen Zahlen. Zentel und Sarimski (2017) kommen zu dem Schluss, dass der Test eine differenzierte Erfassung mathematischer Kompetenzen von Kindern mit Down-Syndrom zulässt, weil die Skalierung der Aufgaben nach ihrer Schwierigkeit mit der Normstichprobe für die ersten Kompetenzniveaus (Reihenbildung, Mengenvergleich, ordinaler Zahlenstrahl, zählendes Rechnen) vereinbar ist. Die Mehrheit der Kinder kannte die Zählzahlen und konnte Mengen bis Zehn abzählen. Ein Viertel der Kinder konnte Nachbarzahlen benennen und die Position von Zahlen in der Zahlwortreihe miteinander vergleichen. Es zeichnete sich ab, dass das präzise Anzahlkonzept, das Verständnis von Kardinalität und der relationale Zahlbegriff eine Herausforderung beim Zahlbegriffserwerb darstellen (Zentel & Sarimski, 2017).

Eine andere Studie mit 21 Kindern und Jugendlichen mit Down-Syndrom wurde von Sella et al. (2013) durchgeführt. Sie haben die Anzahlerfassung sowohl kleiner Anzahlen bis vier (Subitizing/nichtsymbolisch) als auch Anzahlen bis neun erhoben. Die Kinder und Jugendlichen sollten dabei eine eingeblendete Punktmenge entweder mit einer zuvor gezeigten Punktmenge oder einer Zahl vergleichen. Die Ergebnisse wurden mit denjenigen von gleichaltrigen Kindern bzw. Jugendlichen und Kindern gleichen Entwicklungsalters verglichen. Die Probandinnen und Probanden mit Down-Syndrom lösten beim Vergleich kleiner Punktmengen (Subitizing) weniger Aufgaben korrekt als die beiden Vergleichsgruppen. Beim Vergleich größerer Anzahlen unterschieden sich die Lernenden mit Down-Syndrom nicht signifikant von Kinder mit gleichem Entwicklungsalter. Auch beim Vergleich von Zahl und Anzahl entsprach die Leistung der Lernenden mit Down-Syndrom der Kinder mit gleichem Entwicklungsalter. Sella et al. (2013) interpretieren die Schwierigkeiten beim Subitizing als schwere Entwicklungsverzögerung und folgern, dass die mathematische Entwicklung der Kinder und Jugendlichen mit Down-Syndrom derjenigen von Kindern gleichen Entwicklungsalters ähnelt und nicht anders verläuft als bei anderen Kindern.

Eine Vergleichsstudie zu den mathematischen Kompetenzen von Personen mit Down-Syndrom und Personen mit Williams-Beuren-Syndrom haben Paterson, Girelli, Butterworth und Karmiloff-Smith (2006) durchgeführt. Beide Personengruppen hatten den gleichen Grad intellektueller Beeinträchtigung. Jedoch gelten Menschen mit Williams-Beuren-Syndrom als sprachgewandt und eher schwach in der räumlichen Wahrnehmung, während man davon ausgeht, dass Menschen mit Down-Syndrom Schwierigkeiten in der Sprache und eine gute räumliche Wahrnehmung haben. Die Ergebnisse zeigen unterschiedliche Entwicklungsprofile für die beiden Personengruppen. Die Kinder mit Williams-Beuren-Syndrom unterschieden sich im Alter von 2.5 Jahren nicht von Kindern ohne Syndrom beim Subitizing. Kinder mit Down-Syndrom brauchten mehr Zeit bei der Wahrnehmung kleiner Mengen und für das Lernen der Zahlwortreihe. Im Erwachsenenalter schnitten jedoch die Personen mit Down-Syndrom beim flexiblen Zählen, Zahlenlesen und Rechnen besser ab als die Personen mit Williams-Beuren-Syndrom. Letztere schienen in der Zählentwicklung auf dem Level der unflexiblen Zahlwortreihen stehen geblieben zu sein und hatten Schwierigkeiten bei Aufgaben, die eine präzise Mengenvorstellung voraussetzen. Die Forschungsgruppe schließt daraus, dass bei Kindern mit Williams-Beuren-Syndrom die Entwicklung anders verläuft als bei Kindern ohne IB oder mit Down-Syndrom (Paterson et al., 2006). Jedoch scheinen die Stärken in unterschiedlichen Bereichen zu liegen. Außerdem zeigen die Ergebnisse, dass eine fehlende präzise Mengenvorstellung mit Schwierigkeiten beim flexiblen Zählen und Rechnen einhergeht.

Vergleich von Mengen-Zahlen-Kompetenzen bei unterschiedlichen Graden von IB

Neben Studien zu den verschiedenen Mengen-Zahlen-Kompetenzen, gibt es Studien, die Unterschiede in mathematischen Kompetenzen zwischen Lernenden mit unterschiedlichen Graden an IB untersuchen. Parmar und Cawley (1991) haben die Leistungen von Kindern mit Lernbeeinträchtigung und Kindern mit leichter IB in den Bereichen Basiskonzepte, Umgang mit Größen (z.B. Geld, Zeit), Rechnen und Brüche verglichen. Unter Basiskonzepten wurden Aufgaben zum Erkennen leerer Mengen, zur Klassifikation von geometrischen Figuren und Eins-zu-eins-Zuordnung zusammengefasst, in denen kein Bezug zu Zahlen hergestellt werden musste. Die Unterschiede zwischen den beiden Gruppen waren in allen Bereichen signifikant. Die Reihenfolge, in der die Basiskonzepte gelernt wurden, unterschied sich nicht in den beiden Gruppen. Die Lernenden mit leichter IB hatten Schwierigkeiten mit den Basiskonzepten, obwohl sie Rechenaufgaben bereits lösen konnten.

Huffman, Fletcher, Bray und Grupe (2004) haben die Entwicklung von Additionsstrategien bei Kindergartenkindern ohne Beeinträchtigung und Kindern mit IB in der dritten bis fünften Klasse untersucht. Die Muster der Strategienutzung beim

Lösen von Additionsaufgaben waren in den beiden Gruppen von Lernenden gleich. Durch die Förderung wechselten in beiden Gruppen ungefähr gleich viele Kinder ihre Additionsstrategien. Außerdem zeigte sich, dass die Gruppenzugehörigkeit kaum einen Einfluss auf die Testergebnisse hatte, sondern viel mehr das Abschneiden im Vortest mit Aufgaben zu Mengen-Zahlen-Kompetenzen.

Zusammenfassung der Studien zu Mengen-Zahlen-Kompetenzen

Die Studien, die die Entwicklung der Zählkompetenz und Zählprinzipien sowie die Entwicklung des Anzahlkonzept bzw. der Mengenvorstellung bei Lernenden mit IB untersuchen, zeigen, dass deren Entwicklung gleich oder ähnlich verläuft wie bei Kindern ohne Beeinträchtigung, jedoch mit einer zeitlichen Verzögerung (Parmar & Cawley, 1991; Bashash et al., 2003; Brankaer et al., 2011; Huffman et al., 2004). Die zeitliche Versetzung der Entwicklung ist der größte Unterschied zur Entwicklung von Kindern ohne IB (Baroody, 1986; Bashash et al., 2003; Fuson, 1988; Gelman & Gallistel, 1978). Diese Ergebnisse treffen auch auf Lernende mit Down-Syndrom zu (Sella et al., 2013).

Daraus kann man schließen, dass ein Entwicklungsmodell für Kinder ohne IB auch die Entwicklung von Kindern mit IB abbilden kann. Dies wird insbesondere durch die Ergebnisse von Garrote et al. (2015) und Moser Opitz et al. (2014) bestätigt, die zeigen, dass das Modell der Zahl-Größen-Verknüpfung (Krajewski & Ennemoser, 2013) für die Beschreibung der mathematischen Entwicklung auch bei Lernenden mit IB geeignet ist.

Mehrere Forscherinnen und Forscher haben festgestellt, dass die Entwicklung einer präzisen Mengenvorstellung für Lernende mit IB eine Herausforderung darstellt (Tab. 3). Dies zeigt sich entweder an Unterschieden zu Kindern ohne IB oder daran, dass Aufgaben, die eine präzise Mengenvorstellung voraussetzen, den Kindern schwerer fallen als Aufgaben, die die Basiskompetenzen überprüfen.

Tabelle 3: Studien und deren Ergebnisse, die die Schwierigkeiten beim Erwerb einer präzisen Mengenvorstellung von Lernenden mit IB aufzeigen

	Lernende mit IB
Garrote et al. (2015)	– verfügen über Basisfertigkeiten, aber die präzise Mengenvorstellung ist nur teilweise vorhanden.
Moser Opitz et al. (2014)	– verfügen über Basisfertigkeiten und eine präzise Mengenvorstellung, Aufgaben zu Zahlbeziehungen und Zahlzerlegungen sind schwierig.
Baroody (1986),	– verfügen über Basiskompetenzen, aber haben Schwierigkeiten bei Aufgaben, die eine präzise Mengenvorstellung voraussetzen.
Brankaer et al. (2011)	– haben Schwierigkeiten bei der präzisen Mengenvorstellung, insbesondere der Verbindung von Zahl und Anzahl.
Zentel & Sarimski (2017)	– können Mengen abzählen. Das präzise Anzahlkonzept, das Verständnis von Kardinalität und der relationale Zahlbegriff sind eine Herausforderung.

Die meisten Lernenden mit IB verfügen also über Basiskompetenzen, während der Erwerb einer präzisen Mengenvorstellung eine Herausforderung darstellt. Diese ist notwendig für den Erwerb eines tiefen Zahlverständnisses, z.B. dem Zusammensetzen und Zerlegen von Zahlen in Teilmengen oder dem Beschreiben von Zahlrelationen.

6.2.4 Interventionsstudien zur Förderung von Mengen-Zahlen-Kompetenzen

Zur mathematischen Förderung von Lernenden mit IB gibt es bisher nur wenige Interventionsstudien und es konnte keine Studie gefunden werden, die die Förderung dieser Gruppe von Schülerinnen und Schülern im inklusiven Mathematikunterricht berücksichtigt. In den meisten Studien erhalten die Lernenden eine Einzel- oder Kleingruppenförderung, selten werden ganze Klassen in die Studie einbezogen. Die Untersuchungen zeigen, welche Mengen-Zahlen-Kompetenzen durch die Interventionen gefördert werden und welche Methoden für Lernende mit IB in Mathematik besonders geeignet sind. Es werden Studien zur Förderung des Zahlbegriffs sowohl für Lernende mit IB als auch für rechenschwache Schülerinnen und Schüler bis zur zweiten Klasse berücksichtigt, da die Mengen-Zahlen-Kompetenzen beider Gruppen ähnlich sind (Caffrey & Fuchs, D., 2007).

Interventionen für Lernende mit IB

In der im vorherigen Kapitel bereits erwähnten Intervention zu Zahlvergleichen mit Lernenden mit IB (Baroody, 1988) zeigte sich, dass sich Lernende zwischen sechs und 20 Jahren in einem kleinschrittigen Strategietraining beim Vergleichen von Zahlen bis Zehn im Zeitraum von 21 Wochen verbesserten. Es fiel ihnen jedoch schwer, Zahlvergleiche in einem größeren Zahlenraum durchzuführen, also ihr Wissen in einen größeren Zahlenraum zu übertragen. Ob diese Schwierigkeit entstand, weil bei einer kleinschrittigen auf einen bestimmten Zahlenraum begrenzten Vermittlung von Inhalten, der „Blick für das Ganze" verloren geht, kann nur vermutet werden.

Lanfranchi et al. (2015) haben eine Intervention für Lernende mit Down-Syndrom entwickelt, in der das Lesen und Schreiben von Zahlen bis 19, das flexible Zählen bis zehn, die präzise Mengenvorstellung bis zehn und das Lösen einfacher Additions- und Subtraktionsaufgaben gefördert werden. 27 Kinder mit Down-Syndrom zwischen 11 und 15 Jahren erhielten 16 Einzelförderstunden von 30 Minuten. Der Vergleich von den Vor- und Nachtestergebnissen zeigte, dass die Lernenden in allen Bereichen Fortschritte gemacht haben, vor allem im Zahlenlesen und im Vergleichen von Zahlen anhand ihrer Position in der Zahlenreihe. Die Fortschritte waren direkt im Anschluss an die Intervention signifikant größer als diejenigen der Kontrollgruppe, die aus neun Kindern mit Down-Syndrom bestand, die keine Intervention erhalten haben. Fast alle Kinder der Interventionsgruppe haben Fortschritte gemacht, aber am meisten haben die Kinder, die im Vortest Leistungen unterhalb des Medians der Gesamtstichprobe lagen, profitiert. Diese Studie zeigt, dass eine auf einen kleinen Zahlenraum begrenzte Intervention mit Einzelförderung zu Fortschritten in den Mengen-Zahlen-Kompetenzen führt.

Interventionen im vorschulischen Bereich

Baroody, Eiland und Thompson (2009) haben eine Intervention mit 80 vier- bis fünfjährigen Vorschulkindern mit einem Risiko für Rechenschwäche durchgeführt. Damit wurde ein „Number Sense Curriculum“ für Kindergartenkinder evaluiert, dessen Inhalte das Zählen bis 21, das Zählen von Objekten, Zahlbeziehungen bis Zehn, Zahlen bis Zehn und Rechnen bis Sechs waren. Die neunmonatige Intervention bestand aus zwei Phasen: zunächst handlungsorientierte Instruktionen und Spiele und anschließend zehn Wochen Rechentraining mit einem Computerprogramm in Einzelförderung. In der zweiten Phase wurden die Kinder in vier Gruppen geteilt, die Aufgaben erhielten, denen unterschiedliche Konzepte zugrunde lagen: strukturiertes Entdecken, strukturiertes Entdecken mit Instruktion, strukturiertes Üben und zufällig ausgewählte Aufgaben. Strukturiertes Entdecken steht für das Erkennen von Mustern und (Zahl-)Beziehungen, das Entdecken von Regeln und Gesetzmäßigkeiten und das Finden eigener Rechenstrategien (Baroody, 1986, 1988). Dieses sollte ermöglicht werden, indem die Kinder Aufgabenblöcke bearbeiteten, in denen die Aufgaben in einer Beziehung zueinander standen, z.B. sich ein Summand immer um eins erhöhte. Ein Schwerpunkt war in allen Konzepten die n+0- bzw. n+1-Regel, d.h. die Kinder sollten erkennen, dass bei der Addition von 1, die Summe die Zahl ist, die auf den ersten Summanden folgt bzw. bei n+0 dem ersten Summanden entspricht. Fast alle Kinder verbesserten sich vom Vor- zum Nachtest, wobei die Gruppenzugehörigkeit keinen Einfluss auf den Fortschritt hatte. Es zeigte sich dennoch, dass Rechenregeln wie n+0=0+n und n+1=1+n für die Kinder zu schwierig waren. Zudem war das Verbinden von Handlungen mit Materialien mit Aufgaben auf symbolischer Ebene für viele Kinder eine Herausforderung, z.B. sollten sie eine Additionsaufgabe mit Plättchen legen und mit der geschriebenen Aufgabe 3 + 5 verbinden. Kinder, bei denen strukturiertes Entdecken und explizite Instruktionen Bestandteil der Förderung waren, zeigten signifikante Verbesserungen in diesem Bereich. Baroody et al. (2009) vermuten, dass die individuelle Förderung, die das Eingehen auf Schwächen ermöglichte, den stärksten Einfluss hatte und die Art der Förderung eine untergeordnete Rolle spielt.

Der hohe Stellenwert der Zählkompetenz für die mathematische Entwicklung, der sich in den Studien von Baroody zeigt, wird auch in der Interventionsstudie von Praet und Desoete (2014) deutlich. Sie haben überprüft, welchen Einfluss eine Intervention zum Zählen und eine Intervention zum Größenvergleich bei Kindergartenkindern ohne IB haben, von denen einige zu Beginn über geringe Mengen-Zahlen-Kompetenzen verfügten. Es konnte ein positiver Effekt beider Interventionen noch sechs Monate später nachgewiesen werden. Die Kinder, bei denen der Schwerpunkt der Förderung auf dem Zählen lag, zeigten sogar noch in der ersten Klasse bessere Kopfrechenleistungen als Kinder der Interventionsgruppe zum Größenvergleich und der Kontrollgruppe.

Interventionen für rechenschwache Schülerinnen und Schüler

Bryant, Bryant, Gersten, Scammacca und Chavez (2008) haben ein Interventionsprogramm für rechenschwache Erst- und Zweitklässler entwickelt und erprobt. Die Kinder erhielten in 18 Wochen ca. 60 fünfzehnminütige Fördereinheiten zur Zahlbegriffsentwicklung, zum Aufbau des Dezimalsystems und zur Addition und Subtraktion. Die Förderung war stark von der Lehrkraft geleitet. Bei den Erstklässlern konnten im Gegensatz zu den Zweitklässlern keine signifikanten Interventionseffekte festgestellt werden. Ein Forscherteam unter gleicher Leitung (Bryant et al., 2011) hat die Intervention speziell für rechenschwache Erstklässler weiterentwickelt. Dabei wurde die Lektionsdauer auf 76 mal 25 Minuten in 19 Wochen erweitert. Die Lernenden der Interventionsgruppe zeigten im Nachtest signifikant bessere Leistungen als die Kontrollgruppe, außer beim Größenvergleich von Zahlen und beim Lösen von Rechenaufgaben. Den Erfolg der Interventionen erklären die Autoren mit der längeren Dauer, mit sorgfältiger ausgewählten Aufgaben (zielgerichtet und sinnstiftend) und dem Einsatz von Anschauungsmaterialien.

Mononen und Aunio (2014) konnten in einer Stichprobe mit rechenschwachen Kindern im zweiten Schuljahr keine signifikanten Effekte einer sechswöchige Intervention mit zwei Lektionen von 45 Minuten pro Woche in Kleingruppen (fünf oder sechs Kinder) nachweisen. Die von den Lehrkräften vermittelten Inhalte waren Vorwärts- und Rückwärtszählen, die Struktur des Dezimalsystems, Textaufgaben und schriftliche Rechenverfahren zur Addition und Subtraktion bis 1000 und Kopfrechenaufgaben bis 20. Die Interventionsgruppe machte signifikante Fortschritte, aber schnitt nicht signifikant besser als die Kontrollgruppe ab. Die Forscherinnen vermuten, dass die Inhalte für den Interventionszeitrum zu umfangreich waren. Außerdem haben sie von den Lehrkräften die Rückmeldung erhalten, dass einige Aufgaben für die Lernenden zu schwierig waren.

Zusammenfassung

Die Interventionsstudien zeigen, dass sich Mengen-Zahlen-Kompetenzen fördern lassen und dass die Förderung umso erfolgreicher ist, desto mehr sie sich auf spezifische Aspekte oder Kompetenzen richtet.

Der Vergleich verschiedener Interventionsformen von Baroody et al. (2009) zeigt, dass strukturiertes Entdecken und explizite Instruktion zu den größten Lernfortschritten führen. Daraus folgern sie, dass Kinder die Möglichkeiten haben sollten, selber Lösungswege auszuprobieren und zu entdecken und dass auch Kinder mit IB auf diese Art lernen. Beim Lernen durch Ausprobieren und Entdecken sollen die Kinder mit IB die nötige Unterstützung und Struktur erhalten. Dies betrifft insbesondere das Entdecken von Mustern und Beziehungen, das Entdecken von Regeln und Gesetzmäßigkeiten und das Finden eigener Rechenstrategien (Baroody, 1986, 1988).

Die Intervention für Lernende mit IB von Baroody (1988) zeichnet sich durch eine kleinschrittige Vorgehensweise und die Begrenzung auf einen Zahlenraum bis zehn aus. Diese Begrenzung kann dazu führen, dass der regelmäßige Aufbau der

Zahlen im Dezimalsystem nicht erkannt und somit das Erkennen von Analogien erschwert wird, z.B. die Nachbarzahlen von 5 sind 4 und 6, also sind 14 und 16 die Nachbarzahlen von 15. Die Ergebnisse sprechen für die Erarbeitung des Zahlenraums bis 20, wenn die Kinder befähigt werden sollen, Mengen-Zahlen-Kompetenzen in größere Zahlenräume zu übertragen.

In der Studie von Bryant et al. (2008) wird der Erfolg der Intervention u.a. mit dem Einsatz von Anschauungsmitteln erklärt. Die von Baroody et al. (2009) beschriebenen Schwierigkeiten der Kinder eine Verbindung zwischen Darstellungen auf konkreter und symbolische Repräsentationsebene herzustellen, lässt vermuten, dass der Wechsel zwischen Darstellungen geübt werden muss, sowohl vom Handeln mit Material zur symbolischen Ebene als auch andersrum.

Bryant et al. (2008) nehmen aufgrund ausbleibender Interventionseffekte auf die Leistung von Erstklässlerinnen und Erstklässlern an, dass sie im Vergleich zu den Kindern der zweiten Klasse länger brauchen, um die geförderten Kompetenzen zu erwerben. Die wiederholte Intervention mit erweitertem Umfang konnte diese Vermutung bestätigen. Diese Unterschiede im Lerntempo zwischen Kindern der ersten und zweiten Klasse, lassen vermuten, dass für Interventionen für Lernende mit IB mit gleichem Inhalt ein längerer Zeitraum eingeplant werden muss, um Interventionseffekte feststellen zu können.

Die wichtigsten Erkenntnisse der Interventionsstudien zeigen, dass folgende Aspekte für die mathematische Förderung von Lernenden mit IB sich als wirksam erwiesen haben:

1) Lernen, das zum Ausprobieren und Entdecken ermutigt, zusammen mit expliziten Instruktionen,
2) die ganzheitliche Erarbeitung von Zahlenräumen, damit Strukturen erkannt werden können,
3) gezielter Einsatz von Anschauungsmitteln und Förderung der Ablösung davon

längerer Zeitraum und höhere Intensität.

6.2.5 Abgeleitete Aspekte für die mathematische Förderung von Lernenden mit IB

Die Forschungsergebnisse in diesem Kapitel zeigen, dass die mathematische Entwicklung von Lernenden mit IB zwar nicht grundsätzlich anders verläuft als bei Lernenden ohne IB, aber verschiedene Faktoren das Mathematiklernen beeinflussen und erschweren können. In den vorherigen Kapiteln wurde herausgestellt, welche inhaltlichen (mathematischen) und methodischen Aspekte im Mathematikunterricht von Lernenden mit IB berücksichtigt werden sollen. Bei allen Aspekten gilt, dass die individuellen Lernvoraussetzungen des Schülers oder der Schülerin beachtet werden müssen. Inhaltlich ist insbesondere der Erwerb des Zahlbegriffs mit den Mengen-Zahlen-Kompetenzen von Bedeutung, innerhalb dessen der Entwicklung der präzisen Mengenvorstellung ein hoher Stellenwert zukommt (Baroody, 1986; Brankaer et al., 2011; Garrote et al., 2015; Zentel & Sarimski, 2017). Methodisch erwies sich die

Förderung als besonders effektiv, wenn sie sowohl Phasen zum Lernen unter strukturierter Anleitung, wie z.B. bei der direkten Instruktion, enthielt als auch Phasen, in denen die Lernenden Möglichkeiten zum Ausprobieren und Entdecken von Zahlbeziehungen sowie Lösungsstrategien hatten. Zudem sind ganzheitliche Zugänge zu den Zahlenräumen förderlich für das Erkennen von Strukturen und Zusammenhängen. Der Einsatz von Anschauungsmitteln kann das Verständnis fördern, indem Inhalte und Konzepte visualisiert werden (Bryant et al., 2011).

6.3 Mathematische Förderung

Konzeptionen und Programme zur mathematischen Förderung von Lernenden mit IB haben den Anspruch, die „besonderen" Lernvoraussetzungen zu berücksichtigen. In diesem Kapitel werden bekannte Förderprogramme und Konzeptionen für den Unterricht kurz beschrieben, wesentliche Merkmale herausgestellt und auf der Grundlage der Ergebnisse der vorhergehenden Kapitel diskutiert. Sie wurden durch unterschiedliche Theorien und Strömungen beeinflusst und so findet man bei einigen Ansätzen eine starke Handlungsorientierung oder kleinschrittige Vorgehensweisen z.B. bei der Erweiterung des Zahlenraums, der Steigerung der Komplexität durch die Isolation von „Schwierigkeiten"; einige orientieren sich an einem Entwicklungsmodell oder sie legen Wert auf die Vermittlung von Rechenstrategien. Manche Ansätze beinhalten Aspekte, die aus Piagets Werken abgeleitet sind, z.B. Handlungsorientierung, Entwicklungsorientierung und die Fokussierung auf Klassifikation, Seriation und Invarianz, obwohl sich Piaget nicht mit dem Lernen von Kindern mit IB oder Entwicklungsverzögerung auseinandergesetzt hat. Kaum ein Ansatz für den Mathematikunterricht für Lernende mit IB ist wissenschaftlich fundiert oder erprobt worden (Siegemund, 2016).

In diesem Unterkapitel werden als erstes Ansätze und Konzeptionen, die für den Unterricht mit Lernenden mit IB oder Lernschwierigkeiten entwickelt wurden, vorgestellt: *Mathematik als Welterfahrung* (Schmitz & Scharlau, 1986), eines der ersten Bücher zum Mathematikunterricht von Lernenden mit IB, der *struktur- und niveauorientierte Ansatz* von Kutzer (1999), der für Schülerinnen und Schüler mit Lernbeeinträchtigung konzipiert worden ist und von Blümer, Gräve und Opitz (1996) für Lernende mit IB weiterentwickelt wurde, sowie *Mathematik an der Schule für Geistigbehinderte* bzw. *im Förderschwerpunkt Geistige Entwicklung* (de Vries, 2018b). Diese Ansätze fanden in der Praxis großen Anklang, da sie neue Impulse für den Mathematikunterricht von Lernenden mit IB gaben. Anschließend werden weitere Förderprogramme für Lernende mit IB bzw. Lernschwierigkeiten vorgestellt. Förderprogramme beziehen sich im Vergleich zu den zuvor genannten Ansätzen weniger auf bestimmte Theorien und umfassen weniger detaillierte Ausführungen zu den Entscheidungsfeldern Ziele, Inhalte, Methoden sowie zum Umgang mit unterschiedlichen Lernausgangslagen.

6.3.1 Ansätze für den Mathematikunterricht bei intellektueller Beeinträchtigung

Schmitz & Scharlau: Mathematik als Welterfahrung

Schmitz und Scharlau (1986) beziehen sich in ihrem Werk auf die Theorien der kognitiven Entwicklung und Zahlbegriffsentwicklung nach Piaget. Ihr Verständnis von Mathematikunterricht beginnt nicht erst mit dem Umgang mit Zahlen und der Vermittlung von Rechenfertigkeiten, sondern mit der Förderung des Handelns und Denkens, entsprechend dem Entwicklungsstadium der Lernenden, z.B. mit dem Greifenlernen (ebd.). Dementsprechend legen sie den Schwerpunkt ihres Konzepts auf die Kompetenzen, die nach damaligem Wissenstand vor dem Rechnen erworben werden. Dazu gehören z.B. die räumliche und zeitliche Orientierung, das Strukturieren, der Zahlbegriff. Auch wenn Piagets Theorie die Grundlage bildet, sind Schmitz und Scharlau der Ansicht, dass es bei Lernenden mit IB angebracht sei, sich bei der Förderung nicht immer an die Stadien zu halten, um ihnen auch die Möglichkeit zu bieten, Einsicht in „höhere Stufen" zu erlangen. Dennoch gehen sie von einer linearen Entwicklung aus, die aus aufeinanderfolgenden Entwicklungsschritten, die in Piagets Stufenmodell beschrieben werden, besteht. Sie mahnen, keinen dieser Schritte, auch wenn er unwichtig und nebensächlich erscheine, auszulassen (ebd.). Piagets Verständnis vom Zahlbegriff ergänzen sie, indem sie die Bedeutung der Maßzahl und des Zählens hervorheben. Zählen sei bereits möglich, wenn noch kein operatorisches Zahlverständnis erworben sei. Sie geben Übungsbeispiele zu den pränumerischen[8] Bereichen, zum Zahlbegriff und zum Rechnen. Die Förderung des pränumerischen Bereiches umfasst die übergeordneten Bereiche „Ordnungsbegriffe" und „Strukturieren". Die Übungen zu diesen Bereichen zielen auf den Erwerb der Raumordnungsbegriffe und das Ordnen nach einem und mehreren Merkmalen, z.B. Farben und Formen und nach zeitlichen Reihenfolgen und das Erkennen von Gesetzmäßigkeiten. Die Übungen zum Zahlbegriff beinhalten Mengen- und Größenvergleiche, Reihenbildung, Zählen, Zahlenlesen und -schreiben sowie die Verknüpfung von Zahl und Anzahl. Für das Rechnenlernen verweisen sie auf das Lehrmittel von Kutzer (1983) und führen nur exemplarische Übungen zur Einführung der Grundrechenarten auf.

Kutzer: ein struktur- und niveauorientierter Ansatz

Kutzer hat für den Mathematikunterricht bei Schülerinnen und Schülern mit Lernbeeinträchtigung einen struktur- und niveauorientierten Ansatz konzipiert. Er kritisiert, dass Stufenmodelle eindimensional seien, Verinnerlichungs- und Komplexitätsstufen nicht in Bezug zueinander setzten und somit der Komplexität des Lernens zu wenig entsprechen würden (Kutzer, 1999). Seiner Ansicht nach zielt der handlungsorientierte Unterricht nicht stark genug auf die Generalisierung und die Verinner-

8 Der pränumerische Bereich umfasst Tätigkeiten, die kein Zahlenwissen voraussetzen und als Vorläuferkompetenzen für den Umgang mit Zahlen betrachtet werden, z.B. Erkennen von Invarianz, Eins-zu-eins-Zuordnung, Klassifikation und Reihenbildung (Scherer & Moser Opitz, 2010).

lichung von Handlungen ab. Beim struktur- und niveauorientierten Ansatz werden die Strukturelemente eines zu erarbeitenden Lernziels analysiert und in ein Lernstrukturgitter eingeordnet, bei dem die beiden Achsen das Abstraktionsniveau und die Komplexität darstellen (Abb. 3). Darin wird die Lernausgangslage der Lernenden eingeordnet, so dass man ablesen kann, wie die nächsten möglichen Lernschritte aussehen können: Steigerung des Niveaus, von der konkreten Handlung bis hin zu Denkoperationen (vgl. Piaget) oder Steigerung der Komplexität, z.B. Aufgaben mit zwei geometrischen Formen bis hin zu mehreren unterschiedlich großen geometrischen Formen.

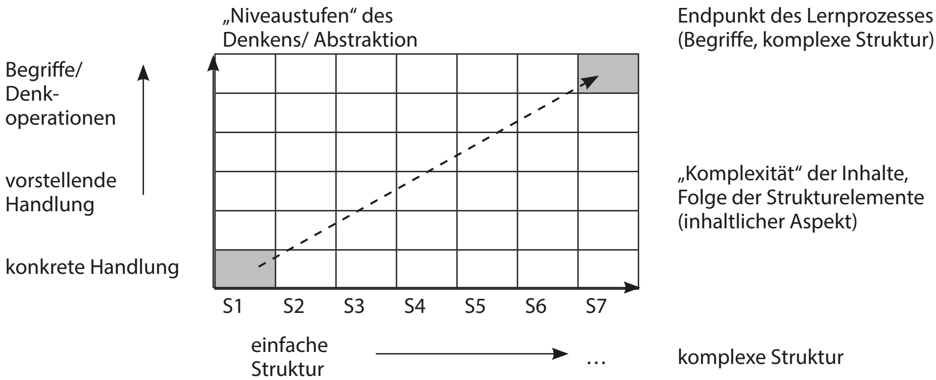


Abbildung 3: Lernstrukturgitter nach Kutzer (1999, S. 26)

Durch die Verknüpfung vom Niveau des Kindes und der Komplexität des Inhalts soll der Unterricht eine möglichst hohe Adaptivität erreichen und zum größtmöglichen Lernzuwachs führen (Kutzer, 1999). Für die Unterrichtsplanung und -umsetzung muss die Lehrkraft auf der einen Seite die allgemeinen Lernbedürfnisse des Kindes und seinen Lernstand innerhalb des Lernbereichs kennen, auf der anderen Seite ist die Kenntnis der Sachstruktur notwendig, um dann die Lernstruktur zu erschließen. Theoretisch bezieht sich Kutzer u.a. auf Wygotskis „Zone der aktuellen und nächsten Entwicklung" (Wygotski, 1977), auf Klafkis Analyse der Sachstruktur (Klafki, 1968) sowie auf Bruner (1974) und Galperin (1974). Er führt Bedingungen für den Mathematikunterricht auf unterschiedlichen Ebenen auf, z.B. auf inhaltlicher Ebene das Erstellen von lernstrukturorientierten Lehrplänen, auf lernpsychologischer Ebene die Förderung der Zone der nächsten Entwicklung und auf schulorganisatorischer Ebene die Auflösung von Jahrgangsklassen zugunsten homogener Leistungsgruppen. In seiner Konzeption zeigt sich, dass er der Ansicht ist, dass sich mathematisches Wissen hierarchisch aufbaut. Damit verbunden sind das Prinzip des schrittweisen Aufbaus komplexer Erkenntnisse und das isolierte Üben von Schwierigkeiten. Aber er fordert auch, dass den Lernenden möglichst keine Regeln vorgegeben werden, sondern sie diese entdecken sollen. Das Lehrwerk für den Mathematikunterricht ist, wie schon in seiner Konzeptbeschreibung (Kutzer, 1999) deutlich wird, durch eine kleinschrittige systematische Vorgehensweise gekennzeichnet, z.B. werden in Anlehnung an

Piaget, bevor Zahlen eingeführt werden, das Unterscheiden von Formen und Farben, Seriation, Orientierung in der Ebene, Mengenvergleich durch Eins-zu-eins-Zuordnung und Anzahlinvarianz geübt (Kutzer, 1995). Kutzers Verständnis vom Zahlbegriff entspricht demjenigen Piagets, bei dem die Zahl das Ergebnis eines Begriffsbildungsprozesses ist, der aus dem Umgang mit konkreten Mengen entsteht. Einen hohen Stellenwert misst er dem Verständnis von Invarianz bei. Die Konzeption Kutzers fand in verschiedenen Lehrwerken für Schülerinnen und Schüler mit und ohne IB Verwendung (z.B. Blümer et al., 1996; Seiwert, 2009).

De Vries: Mathematik an der Schule für Geistigbehinderte

Eine Konzeption, die sowohl auf Kutzer als auch Piaget basiert und für den Mathematikunterricht von Lernenden mit IB entwickelt wurde, stammt von de Vries (2018b). Ziel ihres Werks ist es, konkrete Vorschläge für den Mathematikunterricht auf einer theoretischen Basis zu bieten. Ihr Modell bezeichnet sie selbst als „kombiniertes Modell", weil sie sich vor allem auf das Stufenmodell von Piaget zur Entwicklung des Denkens, die Stufen der pränumerischen Entwicklung und Abstraktionsstufen nach Bruner (Bruner, Olver & Greenfield, 1971) und Aebli (2011) sowie auf die Zählprinzipien nach Gelman und Gallistel (1978) bezieht (de Vries, 2018b). Zur Einschätzung der Kompetenzen nutzt sie die Lernstrukturgitter von Kutzer mit den beiden Achsen Abstraktionsvermögen und Komplexität. Lernende mit IB weisen nach de Vries (2018b) einen erhöhten Förderbedarf in mehreren Entwicklungsbereichen auf und haben „[…] häufig Schwierigkeiten, abstrakt zu denken, Handlungen vorweg zu planen, sind an konkrete Materialien und bekannte Situationen gebunden und wirken oft wenig flexibel" (ebd., S. 11). Die mathematische Entwicklung unterteilt sie im „Haus der Mathematik" in drei aufeinander aufbauende Bereiche: den pränumerischen Bereich, den Zahlbegriff und die Rechenoperationen. Nach de Vries ist der pränumerische Bereich für die Zahlbegriffsentwicklung unerlässlich (ebd.). Zuerst müssen die Stufen der pränumerischen Entwicklung (Körperschema, Klassifikation, Raumbegriffe, Seriation und Invarianz) durchlaufen sein, bevor Einsicht in den Zahlbegriff erworben werden kann. Die Autorin versteht unter dem Zahlbegriff die Einsicht in die Zählprinzipien nach Gelman und Gallistel (1978)[9], die vor allem für das Zählen zur Anzahlbestimmung notwendig sind. Dazu gehört z.B. die Einsicht, dass die Zahlwörter in einer festen Reihenfolge aufgesagt werden und dass die letztgenannte Zahl beim Abzählen für die Anzahl steht. Der Zahlbegriff sei der „Schlüssel" zur Zahlenwelt und den Rechenoperationen (de Vries, 2018b). De Vries nennt ihr Konzept handlungsorientiert, da der Umgang mit konkreten Materialien im Vordergrund steht, bevor die Handlungen schrittweise abstrahiert werden. Es sei wichtig, dass die Lernenden zuerst mit konkreten Materialien handelnd Abläufe und Zusammenhänge erkennen und diese zunehmend verinnerlichen. Den Prozess der Verinnerlichung unterteilt sie in verschiedene Phasen, in denen die Lernenden die enaktive, ikonische oder symbolische Abstraktionsebene erreichen. Auf der konkre-

9 Die Zählprinzipien nach Gelman & Gallistel (1978) werden in Kapitel 5.2 ausführlich vorgestellt.

ten Ebene benötigen die Schülerinnen und Schüler für erfolgreiches Lernen konkrete Gegenstände und Materialien, mit denen sie handeln können, auf ikonischer Ebene können die konkreten Gegenstände durch Abbildungen in Form von Zeichnungen oder Fotos ersetzt werden und auf ikonischer Ebene ist der Umgang mit Zahlen und Zeichen möglich. Die Abstraktionsfähigkeit stellt eine Achse des Lernstrukturgitters dar und deren Beachtung soll eine differenzierte Förderung ermöglichen.

6.3.2 Diskussion der Ansätze für den Mathematikunterricht

Die übergeordnete Zielsetzung der drei Konzeptionen ist, dass die Schülerinnen und Schüler möglichst selbständig ihren Alltag bewältigen können. Um dieses Ziel zu erreichen, liegt bei Schmitz und Scharlau (1986) der Schwerpunkt auf dem Erwerb von Begriffen und Fähigkeiten für die Bewältigung des Alltags sowie der Förderung des Denkens allgemein und des Handelns (Tab. 4). Außerdem wollen die Autorin und der Autor den Lehrkräften mathematische Aspekte im Schulalltag bewusst machen. Wesentliche Merkmale der Konzeption von Kutzer (1999), die auch auf „die Bewältigung aktueller und künftiger Lebenssituationen“ abzielt, sind die Isolierung von Schwierigkeiten und das anfängliche Ausblenden der „Lebenssituation“, um eine Überforderung der Lernenden zu vermeiden. Ein wichtiger Lernschritt ist bei ihm das Übertragen des Gelernten von der Modell- in die Alltagssituation (ebd.). Der Weg bei de Vries (2018b) zu den lebenspraktischen mit Mathematik verbundenen Kompetenzen führt über die pränumerischen Bereiche und die Einsicht in die verschiedenen Zahlaspekte sowie Zählprinzipien.

Tabelle 4: Merkmale der Konzeptionen von Schmitz & Scharlau (1986), Kutzer (1999) und de Vries (2014)

	Schmitz & Scharlauer	**Kutzer**	**De Vries**
Theorie-bezug	Piaget (2016), Piaget & Szeminska (1972)	Piaget & Szeminska (1972), Wygotski (1977), Klafki (1968), Bruner (1974), Galperin (1974)	Piaget (2016), Bruner et al. (1971), Aebli (2011), Gelman & Gallistel (1978), Kutzer (1999)
Inhalte	Förderung des Handeln und Denkens: räumliche und zeitliche Orientierung, Strukturieren, Zahlbegriff	Pränumerischer Bereich (Unterscheiden von Formen und Farben, Seriation, Orientierung in der Ebene, Mengenvergleich durch Eins-zu-eins-Zuordnung, Anzahlinvarianz), Rechnen	Pränumerischer Bereich (Körperschema, Klassifikation, Raumbegriffe, Seriation, Invarianz), Zahlbegriff, Rechenoperationen,
Bereiche des Zahl-begriffs	Zählen, ordinaler und kardinaler Zahlaspekt, Maßzahlen	Klasseninklusion, Invarianz, Transitivität	Einsicht in die Zählprinzipien (Gelman & Gallistel, 1978)
weitere Merkmale	Lebensweltbezug, Sensomotorik als Voraussetzung des Zahlbegriffserwerbs	Berücksichtigung von Abstraktionsniveau und Komplexität der Aufgaben, schrittweiser Aufbau komplexer Erkenntnisse, isoliertes Üben von Schwierigkeiten	Pränumerik als Voraussetzung zum Umgang mit Zahlen

Wesentliche Merkmale der drei vorgestellten Konzeptionen sind die starke Betonung der Pränumerik, die Handlungsorientierung und die kleinschrittige Steigerung der Komplexität. In den Werken von de Vries (2018b) und Schmitz und Scharlau (1986) wird die Sensomotorik als Voraussetzung des Zahlbegriffserwerbs gesehen und ihr eine hohe Bedeutung beigemessen. De Vries sieht zudem auch das Körperschema als Grundlage des Zahlbegriffs, dessen Entwicklung somit auch gefördert werden muss. Dass die mathematische Entwicklung durch die Förderung des Körperschemas positiv beeinflusst wird, konnte jedoch bisher empirisch nicht nachgewiesen werden. Auch die Annahme, dass die pränumerischen Kompetenzen die Voraussetzung für die numerische Entwicklung seien, lässt sich nicht belegen. Eher wird angenommen, dass sich die Kompetenzen parallel entwickeln und ein Verweilen im pränumerischen Bereich den bereits vorhandenen numerischen Kompetenzen und Erfahrungen von Kindern mit IB entgegensteht (Scherer & Moser Opitz, 2010). Auch Lernende mit IB zeigen häufig schon in der Schuleingangsphase numerische Kompetenzen im Bereich der Basisfertigkeiten und des einfachen Zahlverständnisses (Moser Opitz et al., 2014).

Bezug zu den Theorien Piagets

Die vorgestellten Ansätze für den Mathematikunterricht wurden in ihren Strukturen und Inhalten (pränumerischen Bereiche, Zahlbegriff und Rechnen) von Piagets Theorie beeinflusst. Die Handlungsorientierung und das Ausgehen von einer zunehmenden Abstraktionsfähigkeit, die vom anschaulich-intuitiven Denken zum formal-operativem Denken führt, entsprechen Piagets Theorie. Jedoch gehen die Autorinnen und Autoren unterschiedlich mit Piagets komplexer Theorie zur Zahlbegriffsentwicklung um. Schmitz und Scharlau (1986) beziehen sich sowohl auf die Theorie zur Entwicklung des Denkens als auch des Zahlbegriffs von Piaget. Sie gehen von der stufenweisen Entwicklung von kardinaler und ordinaler Korrespondenz aus und dem parallelen Erwerb der Invarianzen, die sich gegenseitig bedingen. Dementsprechend sind die Übungsvorschläge, die den Experimenten Piagets ähneln, nicht in einer festgelegten Abfolge durchzuführen und bieten Differenzierungsvorschläge für Lernende, die sich auf unterschiedlichen Stufen der kognitiven Entwicklung befinden. Da sie neben der Theorie Piagets auch Erfahrungen aus ihrer Unterrichtspraxis in ihrer Konzeption einbeziehen, kommen sie zu dem Schluss, dass man sich von den Stadien und Stufen lösen könne und außerdem das Zählen im Unterricht stärker berücksichtigen müsse. Dies wird jedoch weder theoretisch noch empirisch begründet. De Vries (2018) interpretiert Piagets Theorie zur Zahlbegriffsentwicklung als einen linearen Entwicklungsprozess, in dem die verschiedenen Einsichten nacheinander erworben werden und an dessen Ende sowohl im pränumerischen als auch numerischen Bereich das Verständnis von Invarianz steht. Die stark vereinfachte und stufenweise Entwicklung des Zahlbegriffs, wie sie in den Ausführungen von de Vries (2018) dargestellt wird, entspricht nicht Piagets Erkenntnissen zur Zahlbegriffsentwicklung. Piaget ging es in seiner Theorie zum Zahlbegriff nicht um eine möglichst einfache und für den Unterricht nutzbare Theorie, sondern um die Beschreibung der

Strukturen des kindlichen Denkens. Mithilfe seiner Versuche dokumentiert er Entwicklungsprozesse bei Kindern, woraus aber nicht geschlossen werden kann, dass die Aufgaben zur Förderung der Zahlbegriffsentwicklung geeignet sind (Gasteiger, 2010; Wember, 1986). Kutzers Nähe zur Theorie Piagets wird auch daran erkenntlich, dass er der Invarianz eine hohe Bedeutung zuschreibt. Sie sei Voraussetzung für den verstehenden Umgang mit Kardinalzahlen und erst mit diesem Verständnis seien das Zuordnen, Abzählen und Abschätzen zur Beurteilung von Mächtigkeitsrelationen von Mengen möglich (Kutzer, 1999). Bei Schmitz und Scharlau (1986) ist die Einsicht in die Invarianz das höchste Ziel, das für Lernende mit IB in Mathematik angestrebt wird. Der Erwerb könne sich über die gesamte Schulzeit ziehen und erst wenn das Verständnis von Invarianz vorhanden sei, könne mit dem Rechnen begonnen werden.

Neuere Erkenntnisse aus der Entwicklungspsychologie und aus der Forschung zur mathematischen Entwicklung führen zu einer Kritik an Piagets Theorie und somit dieser Ansätze. Kritisiert wird u.a., dass die Invarianz als Voraussetzung zum Rechnen gesehen wird und dass die numerischen Kompetenzen der Kinder unterschätzt werden. Daher sind alle drei vorgestellten Konzeptionen, in denen Invarianz als Voraussetzung für den Umgang mit Zahlen oder des Rechnens gesehen wird, kritisch zu betrachten.

Bestätigt wird mit neueren Studien jedoch Piagets Auffassung, dass die mathematische Entwicklung bei Kindern bereits früh beginnt, auch wenn sie noch kein erkennbares Verständnis für Zahlen zeigen. Während Piaget das Erkennen von gleichen Merkmalen oder Eigenschaften bei der Klassifikation als wichtige Voraussetzung sieht, spricht man in der Mathematikdidaktik vom Erkennen von Mustern (Devlin, 1998; Wittmann & Müller, 2016), zu dem auch schon das Erkennen von Gleichheit und Verschiedenheit gehört (Kornmann, 2014). Der frühe Beginn der mathematischen Entwicklung wird durch Erkenntnisse aus der Entwicklungspsychologie bestätigt, die darauf hinweisen, dass Kinder schon kurz nach der Geburt eine „Zahlensinn“ haben (vgl. Kap. 5.2).

Umgang mit Heterogenität in den Konzeptionen für den Mathematikunterricht von Lernenden mit intellektueller Beeinträchtigung

Die Autorinnen und Autoren der vorgestellten Konzeptionen gehen von einer heterogenen Gruppe von Lernenden aus, beschreiben deren Unterricht als herausfordernd, aber machen unterschiedliche Vorschläge für den Umgang damit. Schmitz und Scharlau (1986) heben hervor, dass innere Differenzierung notwendig sei, um den unterschiedlichen Entwicklungsständen der Lernenden gerecht zu werden. Dafür sollen die Lehrkräfte den gesamten Entwicklungsverlauf sowie die verschiedenen Fördermöglichkeiten kennen und über das mathematische Hintergrundwissen verfügen. Dementsprechend enthält ihr Werk Ausführungen zu Aspekten aus der Entwicklungspsychologie, zu Übungen mit Vorschlägen zur Differenzierung und mathematischen Grundbegriffen, z.B. Menge, Reihenfolge. In Kutzers Ansatz werden mit dem Lernstrukturgitter der individuelle Leistungsstand der Kinder festgestellt und die nächsten Entwicklungs- und Unterrichtsschritte geplant. Dadurch soll eine möglichst hohe Adaptivität des Unterrichts erreicht werden. Aufgrund der unterschiedlichen Voraussetzungen der Lernenden plädiert er für das Bilden homogener Gruppen und wenn nötig für den Verzicht auf Jahrgangsklassen (Kutzer, 1999). Im Ansatz von de Vries (2018b) soll durch die Differenzierung verschiedener Abstraktionsformen ermöglicht werden, dass alle Lernenden am selben Inhalt arbeiten. Dies verdeutlicht sie mit den exemplarischen Strukturgittern (ebd.), in die Lernende trotz unterschiedlicher Abstraktionsniveaus und obwohl sie sich auf verschiedenen Komplexitätsstufen befinden, eingeordnet werden, um eine Förderung an einem gemeinsamen Thema zu planen.

6.3.3 Mathematische Förderprogramme

Yes we can

Im Rahmen eines von der Europäischen Union finanzierten Projekts wurde das Programm *Yes we can* für die mathematische Förderung von Lernenden mit Down-Syndrom entwickelt und in einer internationalen Studie erprobt (Wieser, 2012). Das Förderprogramm setzt, ähnlich wie der Ansatz von de Vries (2006), bei der Förderung des Körperschemas, der Raumorientierung und pränumerischer Kompetenzen an, führt jedoch dann weiter über das Zählen mit Fingern, die Eins-zu-eins-Zuordnung und die Grundrechenarten zum Umgang mit verschiedenen Größen. Um der hohen Bedeutung der Zählkompetenz für das Rechnen gerecht zu werden, liegt ein wesentlicher Schwerpunkt auf dem Zählen und der Arbeit an der Zahlenreihe (Wieser, 2009). In fast allen Aufgaben zum Üben des Zählens wird an den Fingern vorwärts und rückwärts gezählt. Dabei wird stets der ordinale Zahlaspekt betont, denn die Zahlen stehen immer für die Zählzahl und nicht für die Anzahl Finger. Wenn die Kinder an den Fingern vorwärts und rückwärts zählen können, kann gemäß dem Programm mit dem Rechnen begonnen werden, weil davon ausgegangen wird, dass es sich aus dem Zählen entwickelt (ebd.). Den Lernenden wird beigebracht mit Hilfe ihrer Finger Additions- und Subtraktionsaufgaben zu lösen, indem sie vorwärts oder rückwärts zählen. Die Addition steht für das Vorwärtszählen, während die Subtraktion für das Rückwärtszählen steht. Die Einmaleins-Reihen werden mit Hilfe der Loci-Methode auswendig gelernt, bei der jede Einmaleins-Aufgabe einer bestimmten Körperstelle zugeordnet wird. Die Förderung der Verbindung zwischen Zahl und Anzahl, also des kardinalen Zahlverständnisses, beschränkt sich auf Würfelbilder und andere Punktdarstellungen. Zahlen, die größer als 10 sind, werden entweder mit zusätzlichen Materialien dargestellt, z.B. wird beim Zählen bis 20, nachdem bis Zehn gezählt wurde, ein Holzstab auf den Tisch gelegt oder beim Lösen von Rechnungen bis 1000 stehen die Handknöchel für die Zehnerzahlen und die Handknochen für die Hunderterzahlen.

Die starke Betonung des Zählens führt dazu, dass andere Zahlaspekte als der Ordinalzahlaspekt, wie z.B. der Kardinalzahlaspekt, oder Zahlzerlegungen und -beziehungen kaum beachtet werden. So steht zwar jede Zahl für einen Finger oder einen Gegenstand, aber nicht für die Anzahl. Insbesondere die präzise Mengenvorstellung die Zahlzerlegungen und Zahlbeziehungen sind für das flexible und nichtzählende Rechnen jedoch wichtig. Weitere Grundvorstellungen als das Vorwärtszählen bei der Addition und das Rückwärtszählen bei der Subtraktion, werden kaum beachtet, z.B. Addition als das Zusammenfügen zweier Teilmengen. Somit ist in Frage gestellt, inwieweit das Programm ein Operationsverständnis oder das Lernen mit Verständnis fördert, zu dem Lernende mit IB sehr wohl in der Lage sind (Baroody, 1999; Ratz, 2009; Ratz & Moser Opitz, 2016; Schäfers, 2002). Zählstrategien zum Lösen von Rechnungen werden vorgegeben und kleinschrittig eingeführt. Diese Zählstrategien sind an die Finger und zusätzlichen Materialien gebunden und können durch die fehlende Beachtung des kardinalen Zahlbegriffs zur Verfestigung zählender Rechenstrategien führen. Außerdem beanspruchen die vorgegebenen Strategien, wie z.B. das Einprägen von Einmaleins-Reihen oder das zählende Lösen von Rechnungen trotz Einsatz von Hilfsmittel das Arbeitsgedächtnis und sind fehleranfällig.

Dieses Förderkonzept zeichnet sich neben vielen pränumerischen Aktivitäten und die Vermittlung zählender Rechenstrategien durch handlungsorientiertes Lernen und einer kleinschrittigen Vorgehensweise aus.

Numicon

Im Gegensatz zu *Yes we can* wurde das Förderprogramm von *Numicon* nicht explizit für Lernende mit IB entwickelt, sondern zur mathematischen Förderung von Kindern ohne IB ab dem Kindergartenalter. Anzahlen bis Zehn werden als Löcher auf farbigen Schablonen dargestellt (Abb. 4). Jede Anzahl hat eine eigene Farbe und die Löcher sind auf zwei Reihen verteilt, so dass die Anzahl Zehn aus zwei Fünferreihen besteht, gerade Zahlen aus zwei gleichlangen Reihen bestehen und bei ungeraden Zahlen eine Reihe um ein Loch länger ist als die andere.

Abbildung 4: Numicon-Schablonen (https://www.numicon.co.nz/page/489269)

Mit dem visuell und taktil erfassbaren Material sollen vor allem Zahlbeziehungen und Muster verdeutlicht werden. Jedoch sind die Mengendarstellungen wenig flexibel und durch die fehlende Fünferstruktur und bei Anzahlen kleiner als Zehn auch fehlende Zehnerstruktur können die Schablonen zum zählenden Rechnen verleiten oder dazu, dass Anzahlen mit Farben statt mit der Anzahl an sich verbunden werden. Die Materialien wurden mit Lernenden mit Down-Syndrom erprobt, aber trotz positiver Rückmeldung der Lehrkräfte konnten keine signifikanten Effekte auf die Rechenkompetenz gezeigt werden (Nye, Buckley & Bird, 2005).

Kieler Zahlenbilder

Die *Kieler Zahlenbilder* wurden für die Förderung von rechenschwachen Kindern entwickelt (Rosenkranz, 2011). Das Förderprogramm zielt auf den Aufbau des Zahlbegriffs und das Rechnen. Jedem Zahlenbild wird eine Farbe zugeordnet und die Anzahl mit Punkten in einem Haus dargestellt, das in zehn Quadrate und zwei Dreiecke aufgeteilt ist (Abb. 5). Die Dreiecke haben keine Bedeutung. Wie Abbildung 5 zeigt, sind die Zahlen ungleichmäßig aufgebaut, d.h. zur Zwei muss nicht nur ein Punkt hinzugefügt werden, um die Drei darzustellen, sondern ein Punkt muss auch verschoben werden. Die Zahlenhäuser können als Hilfsmittel für das Rechnen eingesetzt werden, wobei Rechnungen dargestellt werden, indem Zahlenbilder und Operationszeichen verwendet werden. Zahlen bis 100 werden dargestellt, indem Zehnerhäuser in einem größeren Zahlenhaus angeordnet werden (Abb. 5, rechts).

Der Einsatz der Zahlenhäuser ist kritisch zu sehen, da Zahlbeziehungen durch den ungleichmäßigen Aufbau der Anzahlen nicht deutlich werden und die „Kraft der Fünf“ nicht genutzt wird. Außerdem entspricht die Zehnerstruktur, die durch drei mal drei Punkte im Haus und einen Punkt im Dach gebildet wird, nicht den gängigen Darstellungen in den Schulbüchern. Es ist fraglich, inwieweit die Zahlenbilder mit ihrer Struktur die Ablösung vom Material fördern. Bei der Darstellung von Additions- und Subtraktionsaufgaben werden die symbolische und ikonische Darstellungseben vermischt, indem z.B. beide Summanden und die Summe mit einem Zahlenhaus dargestellt werden und dazwischen das Plus- und Gleichzeichen als Symbole eingefügt werden (Rosenkranz, 2011).

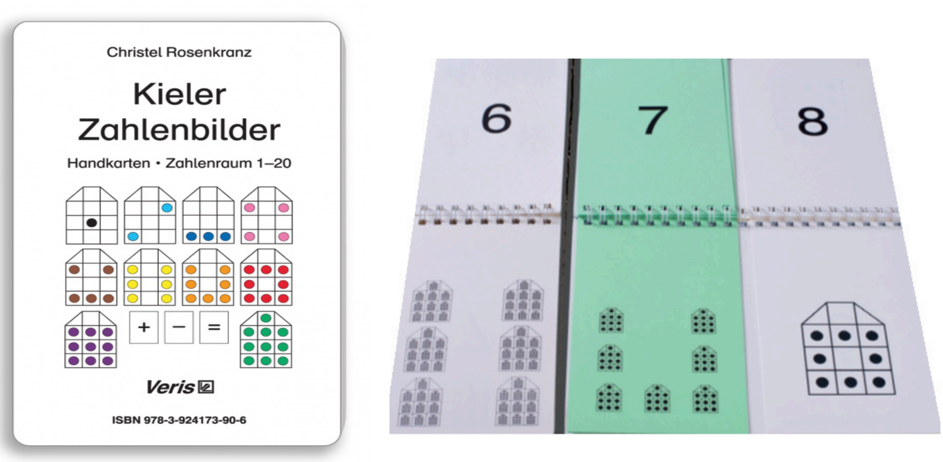


Abbildung 5: links: Kieler Zahlenbilder, Zahlen 1 bis 10; rechts: Zahl 678 (www.veris-bildung.de/download/D1707-6.pdf)

TouchMath

TouchMath (Bullock, 2012) ist ein Förderprogramm, das die Lernenden möglichst schnell dazu befähigen soll Additions- und Subtraktionsaufgaben zu lösen, indem sie Punkte, die auf den geschriebenen Zahlen angebracht sind vorwärts oder rückwärts zählen. Diese Vermittlung von zählenden Rechenstrategien ähnelt derjenigen von *Yes we can*. Durch die auf Zahlen angebrachten Punkte werden der kardinale und ordinale Zahlbegriff vermischt, bzw. tritt der kardinale Zahlaspekt eher in den Hintergrund (Abb. 6). Dieser Ansatz wurde hauptsächlich mit Einzelfallstudien evaluiert. Studien, die signifikante Effekte nachweisen, wurden nicht gefunden (Tzanakaki, Hastings, Grindle, Hughes & Hoare, 2014).

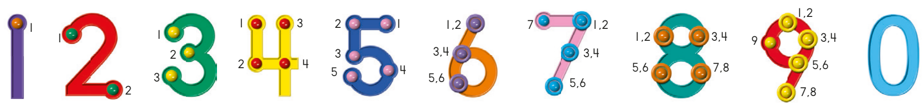


Abbildung 6: Zahlen von 1 bis 10 (http://www.touchmath.com/index.cfm?fuseaction=about.TCPatterns)

Zalo Zifferli

Das Lehrwerk Zalo Zifferli (Blümer et al., 1996) basiert auf dem struktur- und niveauorientierten Ansatz von Kutzer (1999), das nach Ansicht von Blümer et al. (1996) auf einem Niveau einsetzt, das für Lernende mit IB zu anspruchsvoll ist. Deshalb haben sie ein Lehrwerk entwickelt, das demjenigen von Kutzer voran geht. Es soll die Lernenden „in kleinsten Schritten systematisch in die primären Lernfelder der Mathematik" einführen (Blümer et al., 1996) und beinhaltet die drei Bereiche *Gegenstände und ihre Eigenschaften* (z.B. Form, Größe, Farbe), *Strukturelemente der Grundzahlen* (z.B. Mengenvergleiche, Invarianz, Klassifikation) und *Umgang mit Zahlen* (1 bis 6, Rechenoperationen). Kennzeichnend sind die Kleinschrittigkeit in Bezug auf die Einführung neuer Inhalte und die Steigerung der Komplexität. Der Schwerpunkt liegt auf nichtnumerischen Inhalten sowie auf der Handlungsorientierung. Zu den verschiedenen Inhalten werden als erstes *Elementarerfahrungen* unter Einbezug möglichst vieler Sinne ermöglicht. Anschließend folgen konkrete Handlungen, die zunehmend bis hin zur vorstellenden Handlung abstrahiert werden. Die höchste Niveaustufe ist erreicht, wenn die Schülerinnen und Schüler die neuen Erkenntnisse in Alltagssituationen anwenden können (ebd.).

Der Einsatz dieses Lehrwerks kann aus ähnlichen Gründen wie die Ansätze von de Vries (2018b) und Kutzer (1999) kritisch gesehen werden: starke Betonung der Pränumerik, pränumerische Kompetenzen als Voraussetzung für den Umgang mit Zahlen und eine kleinschrittige Steigerung der Komplexität. Trotz dieser kleinschrittigen Vorgehensweise folgen auf den Umgang mit den Zahlen 1 bis 6 bereits die Rechenoperationen, ohne dass zuvor vielfältige Zählübungen, Zahlzerlegungen und -zusammensetzungen durchgeführt werden.

Besta

Das „Besta Rechenkonzept“ ist vor allem in der Schweiz verbreitet, speziell für Lernende mit IB konzipiert worden und zielt darauf ab Rechnungen mit Geld zu lösen (Staub-Verhees, 2010). Durch den uneingeschränkten Zahlenraum soll möglichst früh die Struktur des Dezimalsystems erkannt und verinnerlicht werden. Das Zählen und Bündeln werden als Grundlage für das spätere Rechnen mit Zahlen gesehen und dementsprechend fokussiert. Mit dem „Besta-Abakus“ können Rechnungen mit Geld gelöst werden, aber auch Zahlen dargestellt werden. Er verdeutlicht die Zehnerstruktur sowie das Stellenwertprinzip des Zahlsystems und berücksichtigt die „Kraft der Fünf“. Die Autorin betont, sich auf Piaget (1982), Bruner et al. (1971) und Aebli (1981) beziehend, die Bedeutung der Verinnerlichung von Strukturen und Vorstellungsbildern für das Rechnen, weshalb Anzahlen, die am „Besta-Abakus“ dargestellt werden, quasi-simultan erfasst werden sollen. Jedoch ist das Material wenig flexibel und lässt nur eine Strukturierungsmöglichkeit zu. Das Konzept ermöglicht zwar einen handlungsorientierten Zugang und verdeutlicht die Fünfer- und Zehnerstruktur, jedoch besteht die Gefahr, dass Additions- und Subtraktionsaufgaben zählend gelöst werden, insbesondere wenn mit Geld gerechnet wird. Auch weil dem Zählen eine solch hohe Bedeutung zugemessen wird, ist fraglich, in wie weit eine Ablösung vom zählenden Rechnen und Material möglich ist. Während beim Zahlenraum der ganzheitliche Zugang betont wird, werden Addition und Subtraktion kleinschrittig eingeführt.

6.3.4 Zusammenfassende Diskussion der Ansätze und Förderprogramme

Die verschiedenen Förderprogramme bzw. Konzeptionen erfüllen teilweise einige Anforderungen, die sich aus den Studien zum Mathematiklernen von Schülerinnen und Schülern mit IB und den unspezifischen Prädiktoren ergeben haben (Kap. 6.1 & 6.2). So sind die meisten Programme strukturiert aufgebaut, handlungsorientiert und werden schrittweise komplexer. Sie sprechen durch bunt gestaltete und taktil erfahrbare Materialien verschiedene Sinne an und verbinden verschiedene Abstraktionsebenen. Die inhaltliche Schwerpunktsetzung ist unterschiedlich: So zielen die Konzeption von de Vries (2018b) und *Zalo Zifferli* darauf ab, pränumerische Kompetenzen zu fördern, *Yes we can* und *TouchMaths* wollen die Lernenden möglichst schnell dazu befähigen, Rechenaufgaben zu lösen und in *Numicon* werden die Zahlbeziehungen fokussiert. Der Wechsel der verschiedenen Repräsentationsebenen findet bei einigen Programmen vor allem vom konkreten Material zur symbolischen Schreibweise statt (z.B. *Yes we can*, de Vries), jedoch wird kaum das flexible Hin- und Herübersetzen zwischen dem Handeln mit Material, ikonischen und symbolischen Darstellungen geübt.

Keines der vorgestellten Programme erfüllt alle Kriterien, die sich aus den Forschungsergebnissen ableiten lassen (vgl. Kap. 6.2.5). Demnach sollte der inhaltliche Schwerpunkt der mathematischen Förderung auf den Teilkompetenzen des Zahlbegriffs, den Mengen-Zahlen-Kompetenzen, liegen mit besonderem Fokus auf der präzisen Mengenvorstellung. Keines der Programme bietet Förderideen und Lernanlässe zu den verschiedenen Mengen-Zahlen-Kompetenzen für Lernende mit unterschiedlichen Leistungsniveaus oder Vorerfahrungen. Der Zahlenraum wird in den meisten Konzeptionen und Programmen kleinschrittig erweitert und ist somit begrenzt.

Die Forschungsergebnisse haben gezeigt, dass Lernende die Möglichkeit erhalten sollten sowohl durch Ausprobieren und Entdecken zu lernen als auch durch Anleitung. Werden hingegen bloß Strategien vermittelt, um bestimmten Aufgaben zu lösen, wie z.B. bei *Yes we can* die Fingerzählstrategie zum Lösen von Additionsaufgaben, entspricht das weder entdeckendem Lernen noch einem Lernen, das auf tiefgehendes Verständnis abzielt. Das verständnisvolle Lernen schließt die Automatisierung von bestimmten Kompetenzen, z.B. Zählen oder Zerlegung der Zehn, nicht aus. Wichtig ist, dass vor dem Einsatz von Übungen zur Automatisierung, der jeweilige Inhalt verstanden wurde. Automatisierungsübungen sind nicht per se abzulehnen und können das Arbeitsgedächtnis entlasten.

Strukturierte Übungen und das Hin- und Herübersetzen zwischen den verschiedenen Repräsentationsformen können bei der Entwicklung eines tiefgehenden Verständnisses, der Einsicht in Zusammenhängen und dem Verständnis von Fakten helfen. Bei de Vries (2018b) wird mit Hilfe des Lernstrukturgitters gezeigt, wie Aufgaben zunehmend komplexer werden, wenn ein Wechsel von enaktiver zu ikonischer und zu symbolischer Darstellung geschieht, jedoch scheint die Übersetzung vor allem in diese eine Richtung stattzufinden und weniger flexibel zwischen den verschiedenen Repräsentationsarten zu sein. In allen Konzeptionen werden für die Repräsentation auf enaktiver Ebene verschiedene Materialien eingesetzt, z.B. bei *Yes we can* die Finger, bei *Numicon* die Schablonen und bei den *Kieler Zahlenbildern* die Zahlenhäuser. Die Zahldarstellung mit diesen Materialien lässt sich nicht für größere Zahlenräume strukturgleich fortsetzen, das quasi-simultane Erfassen von Zahldarstellungen im Zahlenraum bis 100 oder 1000 ist dadurch erschwert und somit können Strukturen, insbesondere der Aufbau des dezimalen Zahlsystems, kaum erkannt werden.

Einige der beschriebenen Programme (*Yes we can* und *TouchMaths*) vermitteln den Eindruck, dass Lernende mit IB mit der Unterstützung von Anschauungsmaterialien und Strategien befähigt werden sollen zu rechnen, ohne die dafür notwendigen Kompetenzen, wie z.B. die präzise Mengenvorstellung, erworben zu haben.

Der Vergleich der Konzeptionen und Programme mit den Forschungsergebnissen hat gezeigt, dass es bisher keine Konzeptionen oder Programme für die mathematische Förderung von Lernenden mit IB gibt, die dem aktuellen Forschungsstand entsprechen.

7. Inklusiver Unterricht: Unterricht in heterogenen Lerngruppen

Nachdem in Kapitel 3 gezeigt wurde, dass sich inklusiver Unterricht positiv auf die Leistungsentwicklung und die soziale Partizipation auswirkt, wird in diesem Kapitel der Frage nachgegangen, wie inklusiver Unterricht gestaltet werden kann, damit alle Lernenden bestmöglich lernen und partizipieren können. Zum einen werden die Merkmale inklusiven Unterrichts aus Studien zu dessen Erforschung dargestellt (Kap. 7.1). Die Forscherinnen und Forscher dieser Studien vermuten, dass diese Merkmale in einem Zusammenhang mit den positiven Effekten inklusiver Beschulung stehen. Allerdings ist dieser Nachweis schwierig, da sowohl auf der Ebene des Unterrichts als auch der Ebene der Lernenden viele Faktoren einwirken, die sich nicht kontrollieren lassen. Da innere Differenzierung eines der wichtigsten Elemente inklusiven Unterrichts darstellt, wird auf diese näher eingegangen (Kap. 7.2). Zum anderen werden Ansätze und Modelle für den inklusiven Unterricht vorgestellt und analysiert (Kap. 7.3). Die Vielzahl der vorhandenen didaktischen Ansätze zeigt, dass bereits Entwicklungen inklusiven Unterrichts auf theoretischer und normativer Ebene stattgefunden haben. Vor allem im deutschsprachigen Raum, in dem der erziehungswissenschaftliche Diskurs von der Allgemeinen Didaktik, Fachdidaktik und den Bildungstheorien geprägt ist, wurden seit den ersten Schulversuchen zur Integration in den 1980er-Jahren verschiedene Konzeptionen für den inklusiven Unterricht entwickelt (Lütje-Klose & Miller, 2015; Reusser, 2008). Trotz vorhandener Ansätze für den inklusiven Unterricht, kann nach Heimlich (2014) immer noch von einer „konzeptionellen Suchbewegung“ ausgegangen werden, da sich keiner der Ansätze durchgesetzt hat. Dies wird auch in der Zusammenfassung der wichtigsten Erkenntnisse dieses Kapitels deutlich (Kap. 7.4).

7.1 Merkmale inklusiven Unterrichts

Dass sich inklusiver Unterricht insbesondere auf die Leistungsentwicklung leistungsschwacher Schülerinnen und Schüler positiv auswirkt, wurde in Kapitel 3 gezeigt. Die positiven Effekte sind sehr wahrscheinlich nicht allein auf die inklusive Beschulung an sich zurückzuführen, sondern auch auf Merkmale des Unterrichts. Kurth, Lyon und Shogren (2015, S. 262) stellen fest: „Placement in a general education classroom alone will not guarantee improved outcomes for students with severe disabilities – effective supports for learning and participation must also be in place“. Wie aber die passenden Unterstützungen für Lernen und Partizipation aussehen, ist kaum erforscht.

Studien zur Erforschung und Beurteilung inklusiven Unterrichts

Einen Einblick in die Erforschung und Beurteilung inklusiven Unterrichts können die Studien von Farrell et al. (2007a), Kurth et al. (2015), Cushing, Carter, Clark, Wallis und Kennedy (2008) und Florian und Spratt (2013) geben. Sie haben entweder durch offene oder kriteriengeleitete Beobachtungen Merkmale inklusiven Unterrichts herausgearbeitet.

Farrell et al. (2007a) haben in England die Strukturen und Praktiken im inklusiven Unterricht mit Interviews, Fragebögen und Unterrichtsbeobachtungen erhoben. Es zeigte sich, dass inklusive Schulen kein einheitliches organisatorisches Modell haben, aber im Vergleich zu nicht inklusiven Schulen zu flexibleren und weniger segregierenden Unterrichtsformen und mehr pädagogischer Flexibilität bei individuellen Lernplänen, Individualisierung und Differenzierung im Unterricht und dem Einsatz von Sozialformen tendieren (Farrell et al., 2007a, 2007b).

Während die Merkmale inklusiven Unterrichts in der Studie von Farrell et al. aus den gesammelten Daten abgeleitet wurden, wurden in den weiteren hier vorgestellten Studien die Beobachtungen bereits anhand von vorgegebenen Kriterien durchgeführt. Die Kriterien wurden vorab aus der Literatur zum inklusiven Unterricht abgeleitet, weshalb die folgenden Studien stärker von Idealvorstellungen inklusiven Unterrichts geprägt sind.

Kurth et al. (2015) haben in den USA Beobachtungen in fünf Grund- und einer Mittelschule durchgeführt, die sich dadurch auszeichnen, dass sie inklusive Praktiken besonders gut implementiert haben. Dies wurde zuvor durch Umfragen und Interviews festgestellt. Die 18 beobachteten Lernenden mit (schweren) Beeinträchtigungen, die integriert wurden, hatten alle einen hohen Unterstützungsbedarf im Schulalltag sowie angepasste Lernziele und galten als gut integriert. Bei den Unterrichtsbeobachtungen fiel auf, dass sie sowohl differenzierte als auch nicht extra angepasste Aufgaben bearbeiteten. Über 80% der Aufgaben bezogen sich (trotz Differenzierung) auf das gleiche Thema wie der Klassenunterricht oder beinhalteten eine ähnliche Aktivität. Die integrierten Schülerinnen und Schüler wurden häufig mit der gesamten Klasse zusammen unterrichtet, aber es gab auch Phasen, in denen sie individuell gefördert wurden, meist jedoch innerhalb des Klassenzimmers. Die Inhalte und Aktivitäten waren so aufbereitet, dass sie für Lernende mit unterschiedlichen Kompetenzniveaus zugänglich waren, entweder weil die Aufgaben unterschiedlich komplex waren oder weil Inhalte unterschiedlich stark durchdrungen werden konnten. Dadurch wurde die Partizipation und Zugehörigkeit erleichtert. Die integrierten Lernenden erhielten nicht nur Unterstützung von den Lehrkräften, sondern auch von ihren Mitschülerinnen und Mitschülern.

Cushing et al. (2008) haben ein Instrument zur Qualitätsmessung inklusiven Unterrichts mit Lernenden mit mittlerer bis schwerster IB entwickelt. Diesem Instrument liegt zwar kein konkretes Konzept zugrunde, jedoch können einige Kriterien darüber Aufschluss geben, welche Aspekte im inklusiven Unterricht nach Ansicht der Autorinnen und Autoren beachtet werden sollten. Die Items wurden auf der Grundlage evidenzbasierter Studien erstellt und bei der Validierung zeigte sich, dass diese geeignet waren, um inklusive und separative Schulen zu unterscheiden. Als inklusiv galten Schulen, in denen Lernende mit IB über 80% des Schultages gemeinsam mit den Lernenden ohne IB zusammen im Klassenraum waren, und als separativ galten Schulen, wenn Lernenden mit IB weniger als 40% der Schulzeit im

Klassenraum waren. Auf Ebene der Schülerinnen und Schüler wurde der Unterricht mit den Indikatoren eingeschätzt, die die Forschenden als Kriterium für inklusiven Unterricht festgelegt hatten. Dazu gehörte z.B. die Interaktion der Lernenden mit ihren Peers, die Auswahl verschiedener Materialien und Aktivitäten, die Altersangemessenheit des Unterrichts, der Unterricht mit gleichaltrigen Peers und eine methodische Anpassung des Unterrichts entsprechend dem Lernstil der Lernenden (ebd.). Die Differenzierung bezog sich bei Cushing et al. (2008) sowohl auf die Materialien, Aktivitäten als auch Methoden.

Auch Florian und Spratt (2013) haben Forschungsergebnisse zum inklusiven Unterricht analysiert. Dabei haben sie festgestellt, dass folgende Kriterien für die Umsetzung inklusiven Unterrichts von Bedeutung sind: die Zugänglichkeit des Lernangebots für alle Lernenden; unterschiedliche Lehr- und Lernstrategien und Differenzierung durch die Wahlmöglichkeit von Aktivitäten. Die Autorinnen weisen darauf hin, dass das Angebot an Lehr- und Lernstrategien breit gefächert sein müsse und von den Voraussetzungen der jeweiligen Lerngruppe abhänge. Diese Merkmale konnten in einer eigenen Studie im inklusiven Unterricht bestätigt werden. Außerdem haben die Autorinnen festgestellt, dass nicht eine Methode als besonders geeignet herausgestellt werden könne, sondern vielmehr müsse die Lehrkraft im passenden Moment eine geeignete Methode auswählen. Dazu bedürfe es einer ständigen Reflexion der unterrichtlichen Interaktionen. Die Flexibilität, Differenzierung und das Lernen zu einem gleichen Thema sind hier also die wesentlichen Merkmale inklusiven Unterrichts.

Zusammenfassung der Studienergebnisse

Die vorgestellten Studien haben teils gleiche, teils unterschiedliche Merkmale inklusiven Unterrichts erarbeitet, die in Tabelle 5 aufgeführt sind. Die Ausführungen zeigen, dass inklusiver Unterricht einer hohen Flexibilität der Lehrkraft bedarf. Sowohl bei Cushing et al. (2008) und Kurth et al. (2015) als auch in der Studie von Florian und Spratt (2013) wird deutlich, dass im inklusiven Unterricht ständig die Auswahl der Methoden, Aufgaben und Ziele von der Lehrkraft reflektiert und adaptiert werden muss und dass es sich um ein hochkomplexes Vorgehen handelt. Diese Flexibilität wird auch von Farrell et al. (2007a) explizit als Merkmal von inklusivem Unterricht herausgestellt (Tab. 5). Der Verzicht auf äußere Differenzierung wird von Kurth et al. (2015) und Cushing et al. (2008) explizit erwähnt, aber man kann vermuten, dass auch Farrell et al. (2007a) und Florian und Spratt (2013) davon ausgehen, dass alle Lernenden im gleichen Klassenraum sind und somit keine äußere Differenzierung stattfindet.

Tabelle 5: Merkmale inklusiven Unterrichts, die in den Studien herausgearbeitet wurden.

	Differenzierung	Individualisierung	Flexibilität	Gleiches Thema	Verzicht äußere Diff.	Interaktionen mit Peers
Farrell et al. (2007a)		X	X			
Kurth et al. (2015)	X	X	X	X	X	
Cushing et al. (2008)	X	X	X		X	X
Florian & Spratt (2013)	X		X	X		

Differenzierung, Individualisierung und Flexibilität werden in den meisten Projekten zur Erforschung von Merkmalen inklusiven Unterrichts betont. Damit soll ermöglicht werden, dass der gleiche Inhalt für alle Lernende zugänglich wird und alle Lernenden optimal gefördert werden. Dafür sind Unterrichtsformen nötig, die nicht segregieren. Der Verzicht auf äußere Differenzierung, bei der eine individuelle Förderung oder Kleingruppenförderung nicht außerhalb der Klasse, sondern im gleichen Raum wie der Unterricht der Mitschülerinnen und Mitschülern stattfand, erwies sich in den Unterrichtsbeobachtungen als inklusionsförderlich.

Kriterien zur Beurteilung von Konzeptionen für den inklusiven Unterricht

Moser Opitz (2014) hat vier Kriterien zur Analyse von Konzeptionen für inklusiven Unterricht sowohl aus der Theorie als auch der Lehr-Lern-Forschung zum Unterricht in heterogenen Lerngruppen abgeleitet:

1) optimale Förderung aller Lernenden einer heterogenen Lerngruppe,
2) Differenzierungsmöglichkeiten,
3) Tiefenstruktur des Unterrichts: Berücksichtigung der Aspekte transparenter Stoffaufbau, Verstehensklarheit, Klassenführung, kognitive Aktivierung und lernförderliches Sozialklima,
4) Lernen am gemeinsamen Gegenstand (Feuser, 1989).

Diese Analysekriterien entsprechen weitestgehend den herausgearbeiteten Merkmalen aus den beschriebenen Studien zur Erforschung inklusiven Unterrichts. Da sie sich bereits bei der Analyse von Unterrichtskonzeptionen bewährt haben (Moser Opitz, 2014), dienen sie auch im übernächsten Kapitel (Kap. 7.3) als Analysekriterien. Als nächstes wird die Differenzierung, ein wichtiges Kernelement inklusiven Unterrichts, thematisiert.

7.2 Innere Differenzierung als Kernelement inklusiven Unterrichts

Bei der Differenzierung wird zwischen innerer und äußerer Differenzierung unterschieden (Scherer & Moser Opitz, 2010). Zur äußeren Differenzierung gehören Maßnahmen zum Herstellen möglichst homogener Lerngruppen in Bezug auf die Leistung, mit denen eine räumliche Trennung von Gruppen oder einzelnen Lernenden einhergeht. Inklusiver Unterricht ist mit Maßnahmen innerer Differenzierung verbunden, auf die in diesem Kapitel näher eingegangen wird.

Differenzierung ist ein wichtiger Aspekt im inklusiven Unterricht und ist notwendig, um die Lernenden ihrem Leistungsstand entsprechend zu fördern (Cushing et al., 2008; Farrell et al., 2007a; Florian & Spratt, 2013; Kurth et al., 2015; Prast, Van de Weijer-Bergsma, Kroesbergen & Van Luit, 2015; Tomlinson et al., 2003). Von Differenzierung spricht man, wenn der Unterricht den unterschiedlichen Lernvoraussetzungen der Schülerinnen und Schüler angepasst wird. Dabei sollen nicht nur unterschiedliche Leistungen, sondern auch Denkstile und -wege, Vorstellungen und Erfahrungen, Haltungen, Motivationen und Interessen sowie soziokulturelle Hintergründe berücksichtigt werden (Prediger & Scherres, 2012). Gerade beim Unterrichten heterogener Lerngruppen kommt den verschiedenen Arten von Differenzierung eine große Bedeutung zu (Prast et al., 2015). Krauthausen und Scherer (2010) haben in der Literatur häufig zu findende Differenzierungsarten zusammengestellt: soziale Differenzierung (Einzel-, Partner- oder Gruppenarbeit), methodische Differenzierung (z.B. Lehrgang, Projektarbeit), mediale Differenzierung (Schulbuch, Arbeitsblätter, Arbeitsmittel, PC), quantitative Differenzierung (gleiche Zeit für unterschiedlichen Inhaltsumfang oder unterschiedliche Zeit für gleichen Inhaltsumfang), qualitative Differenzierung (unterschiedliche Ziele bzw. Schwierigkeitsstufen) und inhaltliche Differenzierung (die Lernenden entscheiden selbst über die Auswahl und Reihenfolge der Inhalte). Diese verschiedenen Differenzierungsarten bieten den Lehrkräften viele Möglichkeiten zur Unterrichtsgestaltung. Jedoch ist die Planung und Durchführung differenzierten Unterrichts eine sehr anspruchsvolle Aufgabe für die Lehrkräfte. Zum einen sollte sie dem jeweiligen Unterrichtsfach angepasst erfolgen (Prast et al., 2015). Zum anderen ist es durch die Vielzahl an Möglichkeiten der Differenzierung schwierig, eine Auswahl geeigneter Vorgehensweisen zu treffen, da auch immer beachtet werden muss, für wen differenziert wird, welche Vor- und Nachteile die gewählte Differenzierungsform mit sich bringen kann und ob sie zum Inhalt passt. Dafür ist eine gewisse Diagnosesicherheit notwendig, auch um eine hohe Adaptivität des Unterrichts für alle Lernenden zu erreichen (Prediger & Scherres, 2012). Sowohl die Erfassung der Lernausgangslagen als auch das Herstellen einer hoher Adaptivität durch Differenzierung erfordern die Berücksichtigung der Erkenntnisse aus der jeweiligen Fachdidaktik. Lütje-Klose und Miller (2015) sehen in dem Einbezug der Fachdidaktiken die Chance, sich aus fachlicher Perspektive mit der Analyse des Lerngegenstands, dem systematischen Wissensaufbau, der Entwicklung und der entsprechenden fachlichen Förderung auseinanderzusetzen.

Forschungsergebnisse zur Differenzierung

Studien zeigen, dass erfolgreiche Differenzierung ein breites fachspezifisches Wissen, pädagogische Kompetenzen und ein gutes Classroom Management erfordert (Tomlinson et al., 2003). Das Wissen ist notwendig, um Lernausgangslagen, Lernerfahrungen, Lernstrategien und Interessen festzustellen und um nach Entwicklungsniveau, Lernverhalten und Interessen der Lernenden zu differenzieren.

Der Frage, inwieweit die Passung oder Adaptivität zwischen Entwicklungsniveau und Mathematikunterricht zum Lernerfolg beiträgt, sind Prast et al. (2015) nachgegangen. Sie haben in ihrer Metaanalyse zwei Studien gefunden, die den positiven Effekt einer hohen Passung, bei der Unter- und Überforderung vermieden werden, belegen. Eine hohe Passung zwischen Unterrichtsinhalten und Lernausgangslagen wirkt sich außerdem auf die Motivation aus. Jedoch werden in der Praxis Lernziele und Materialien häufig, wenn überhaupt differenziert wird, nur für drei Leistungsgruppen erstellt (Pool Maag & Moser Opitz, 2014; Prast et al., 2015). Labhart, Pool Maag und Moser Opitz (2018) haben beim Vergleich von Differenzierungsmaßnahmen zwischen inklusiven und separativen Settings festgestellt, dass Regellehrkräfte häufiger ohne individuelle Adaptionen differenzieren als die Lehrkräfte in Klassen für Kinder mit Lernbeeinträchtigung. Regellehrkräfte scheinen sich bei der Unterrichtsgestaltung demnach an den Durchschnittslernenden zu orientieren und durch die Öffnung des Unterrichts auf organisatorischer Ebene zu differenzieren, z.B. durch den Einsatz von Wochenplänen.

Differenzierung durch Öffnung des Unterrichts

Differenzierung kann auch durch die Öffnung des Unterrichts ermöglicht werden. Offener Unterricht geht von den Interessen, Erfahrungen und Kompetenzen der Lernenden aus und besteht aus hohen Anteilen differenzierten und individualisierten Lernens, kann aber auch Phasen umfassen, die stark von der Lehrkraft gesteuert werden (Reiß, Böhm & Eberle, 1997). Peschel (2003) unterscheidet zwischen organisatorischer, methodischer, inhaltlicher, sozialer und persönlicher Offenheit. Vor allem die ersten drei Dimensionen sind für die weitgehende Umsetzung eines „Offenen Unterrichts" von Bedeutung (ebd.), in dem die Lernenden die Rahmenbedingungen ihres Lernens selbst wählen, eigenen Lernwegen folgen und Lerninhalte selbst bestimmen können. Die Differenzierung geht dabei also von den Schülerinnen und Schülern aus. Für den inklusiven Unterricht wird gefordert, eine Öffnung anzustreben, die aktiv-entdeckendes Lernen[10] ermöglicht. Das heißt, dass eine methodische Öffnung stattfinden muss, damit das Finden eigener Lösungswege und Eigenproduktionen ermöglicht werden (Häsel-Weide et al., 2013; Krähenmann, Labhart, Schnepel, Stöckli & Moser Opitz, 2015). Reiß et al. (1997) merken allerdings an, dass insbesondere Schülerinnen und Schüler mit Lernbeeinträchtigung auf den Umgang mit offenen Unterrichtsformen vorbereitet werden müssen. Auch die Forschungsergebnisse zum Zusammenhang von Lernformen und effektiver Unterrichtsgestaltung bei Lernenden mit IB werfen die Frage auf, inwieweit offener Unterricht überhaupt für Lernende mit IB geeignet ist, da sich Formen der direkten Instruktion und eine starke Strukturierung des Unterrichts und der Aufgaben als besonders effektiv erwiesen haben (Browder et al., 2008; Kroesbergen & van Luit, 2003; Mononen et al., 2014). Hartke (2002) zeigt bei der Auswertung mehrerer Studien zum offenen Unterricht, dass die Lernzeit leistungsschwacher Schülerinnen und Schüler in dieser Unterrichtsform auffallend gering ist. Sie benötigen Hilfen zur Steigerung der

10 Zum aktiv-entdeckenden Lernen siehe Kapitel 7.3.4.

Arbeitsintensität und klar strukturierte Lernprogramme. Die alleinige Öffnung des Unterrichts ist also nicht ausreichend, um allen Lernenden im inklusiven Unterricht gerecht zu werden. Einerseits scheint eine organisatorische, methodische und inhaltliche Öffnung nötig zu sein, um z.B. aktiv-entdeckendes Lernen und eigene Lernwege zu ermöglichen, andererseits ist die Strukturierung und gezielte Anleitung durch die Lehrkraft besonders für leistungsschwache Schülerinnen und Schüler wichtig. Im (inklusiven) Unterricht den passenden Grad der Öffnung zu finden, stellt hohe Ansprüche an die Lehrkräfte.

7.3 Ansätze für gemeinsames Lernen und inklusiven Unterricht

In diesem Kapitel werden konkrete didaktische Konzeptionen für den inklusiven Unterricht vorgestellt und es wird analysiert, ob sie den Lehrkräften eine Handlungsorientierung und Hilfestellungen für den inklusiven Unterricht geben, insbesondere hinsichtlich der Differenzierung. Außerdem werden die Konzeptionen nach den Merkmalen, die im Kapitel 7.1 ausgeführt wurden, verglichen: Individualisierung, Differenzierung, Tiefenstruktur, Lernen am gemeinsamen Gegenstand.

Als erstes wird die wahrscheinlich im deutschen Sprachraum bekannteste Konzeption, die entwicklungslogische Didaktik von Feuser vorgestellt, die sich nicht auf ein bestimmtes Unterrichtsfach bezieht. Die zweite ausgewählte Konzeption hingegen, die inklusive Didaktik von Seitz, wurde ausgehend von der Fachdidaktik des Sachunterrichts entwickelt. Aufgrund der Ähnlichkeit dieser beiden Konzeptionen werden sie zusammen vorgestellt, diskutiert und verglichen (Kap. 7.3.1). Zudem werden zwei international verbreitete Ansätze analysiert: das Response-to-Intervention (RTI) Modell und das Universal Design for Learning. Anschließend werden Gestaltungsmöglichkeiten von inklusivem Unterricht aus der Mathematikdidaktik vorgestellt und diskutiert. Die letzte ausgewählte didaktische Konzeption ist erst wenig ausgearbeitet, aber soll dennoch berücksichtigt werden, weil sie als „Inklusive Didaktik für den Förderschwerpunkt geistige Entwicklung“ konzipiert wurde (Ratz, 2017).

7.3.1 Lernen am Gemeinsamen: die Ansätze von Feuser und Seitz

Die entwicklungslogische Didaktik Feusers (1989)

Die entwicklungslogische Didaktik ist für den integrativen Unterricht konzipiert. Integration bedarf nach Feuser einer „Pädagogik, in der *alle Kinder in Kooperation miteinander auf ihrem jeweiligen Entwicklungsniveau und mittels ihrer momentanen Denk- und Handlungskompetenzen an und mit einem gemeinsamen Gegenstand lernen und arbeiten*“ (Feuser, 1989, S. 22). Diese Forderungen an eine integrative Pädagogik soll in der entwicklungslogischen Didaktik umgesetzt werden. In dieser wird nach Feuser (1989) keiner ausgegrenzt und alle Schülerinnen und Schüler können am Bildungsprozess teilhaben. Damit die Forderungen nach Kooperation, einem gemeinsamen Gegenstand, innerer Differenzierung und Individualisierung umgesetzt werden können, sind nach Feuser (1989) die Tätigkeitsstruktur-, Handlungsstruktur- und Sachstrukturanalyse notwendig (Abb. 7). Die Analysen basieren auf Erkenntnissen aus der kulturhistorischen Schule (z.B. von Leont'ev, 1977; Lurija, 1982; Wygotski, 1977) und der Entwicklungspsychologie (Piaget, 2003; Spitz, 1996). Diese Erkenntnisse bringt Feuser in Verbindung mit der bildungstheoretischen Didaktik Klafkis (2007).

Tätigkeitsstrukturanalyse
Die Tätigkeitsstrukturanalyse ist die wichtigste Dimension der entwicklungslogischen Didaktik und soll Aufschluss über das individuelle Entwicklungsniveau bzw. die *Zone der aktuellen Entwicklung* und die *Zone der nächsten Entwicklung* (Wygotski, 1977) geben. Lernen findet in der *nächsten Zone der Entwicklung* statt und wird möglich, wenn die gegenstandsbezogene Kooperation in der aktuellen Zone von Wahrnehmungs-, Denk- und Handlungskompetenz stattfindet (Feuser, 2008). Feuser schlägt zur Bestimmung der Zonen der aktuellen und nächsten Entwicklung eine Orientierung an neuro-, lern- und entwicklungspsychologischen Erkenntnissen vor.

Handlungsstrukturanalyse
Eine weitere zu berücksichtigende Dimension der entwicklungslogischen Didaktik ist die Handlungsstrukturanalyse. Dafür ist Wissen über die Entwicklung vom Handeln zum Denken notwendig (Galperin, 1974). Eine Handlung stellt eine wechselseitige Austauschbeziehung zwischen Lernenden mit ihrer Lern- und Lebensumwelt dar. Sie wird zunächst materiell bzw. materialisiert ausgeführt und durch Wiederholung und sprachliche Begleitung immer abstrakter, so dass letztendlich eine Handlung nicht mehr am Material durchgeführt werden muss, sondern allein in Gedanken stattfinden kann (Feuser, 1989).

Sachstrukturanalyse
Die Sachstrukturanalyse bezieht sich in Anlehnung an Klafki auf die Bildungsinhalte und deren Struktur. Die sachstrukturelle Seite ist nicht von den Lernenden losgelöst zu betrachten, sondern muss auch ihr Tätigkeitsniveau, ihre Wahrnehmung und ihr Denken berücksichtigen (Feuser, 1989). Das findet seinen Ausdruck u.a. in der Gegenwarts- und Zukunftsbedeutung und der Frage nach den Aneignungsmöglichkeiten.

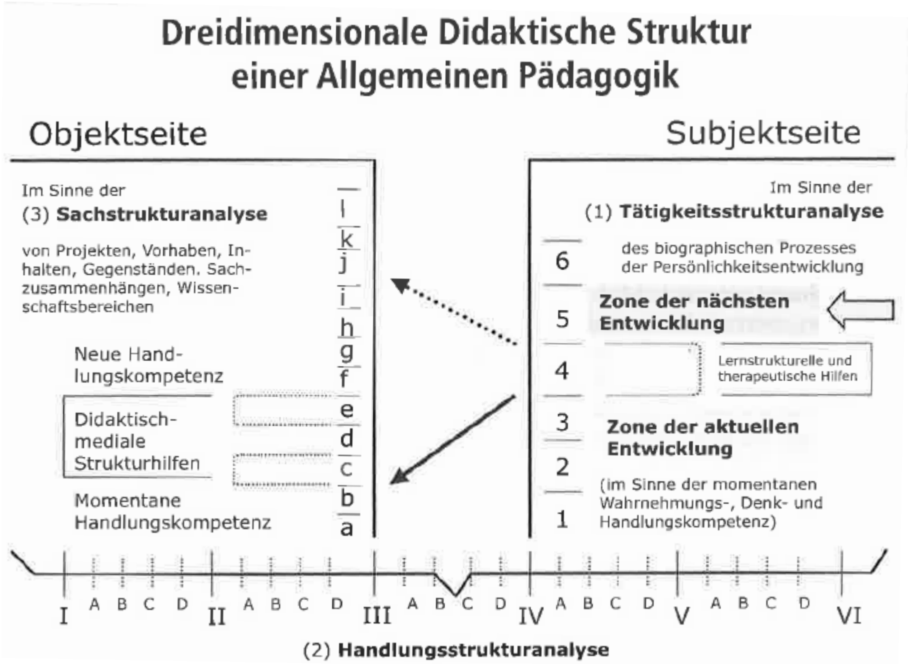


Abbildung 7: Dimensionen der entwicklungslogischen Didaktik (Feuser, 2010, S. 94)

Die Analysen innerhalb der drei Dimensionen sollen im Unterricht eine innere Differenzierung ermöglichen, bei der auf die individuellen Lernausgangslagen der Schülerinnen und Schüler eingegangen wird. Das heißt, dass man sich vom gleichen Lernziel für alle lösen muss. Außerdem fordert Feuser (1989) anstelle des Lernens im fächerorientierten Unterricht das Lernen in einem fächerübergreifenden Projektunterricht bzw. Lernfeldern. Die Aufgabe der Lehrkraft ist das Planen von Projekten unter Berücksichtigung der Sach-, Tätigkeits- und Handlungsstrukturanalysen. Zentral für diese Konzeption ist der gemeinsame Gegenstand. Er ist „[…]*nicht das materiell Faßbare*, das letztlich in der Hand des Schülers zum Lerngegenstand wird, *sondern der zentrale Prozeß*, der hinter den Dingen und beobachtbaren Erscheinungen steht und sie hervorbringt“ (Feuser, 1989, S. 32). Mit dem *gemeinsamen Gegenstand* sind erlebens- und erkenntnisrelevante Dimensionen einer zu bearbeitenden Wirklichkeit gemeint und er kann im Sinne inklusiven Lernens als Unterricht bezeichnet werden (Feuser, 2013a). Der *gemeinsame Gegenstand* ist notwendig für die Kooperation der Lernenden, weil er dem Handeln eine Richtung verleiht, eine Entwicklung bewirkt und Lernen ermöglicht (Feuser, 2013a). Beim Kooperieren der Lernenden auf unterschiedlichen Entwicklungsniveaus werden Erlebnisse und Erfahrungen möglich und Erkenntnisse gewonnen. Zur Begründung des kooperativen Elements der entwicklungslogischen Didaktik bezieht sich Feuser auf Studien zur Intersubjektivität, die besagen, dass man sich die Dinge durch andere Menschen und sich den Menschen durch Dinge erschließt (Feuser, 2008). Auch bei seinem Verständnis von Entwicklung wird das kooperative Element der Didaktik deutlich. So ist Entwicklung „primär abhängig vom Komplexitätsgrad des jeweils anderen und erst in zweiter Linie von den Mitteln und Fähigkeiten des eigenen Systems […]" (Feuser, 2008, S. 127).

Einen ähnlichen Ansatz verfolgt Seitz (2006). Dieser wird im Folgenden dargestellt und anschließend mit der entwicklungslogischen Didaktik verglichen und diskutiert.

Inklusive Didaktik nach Seitz (2006)

Seitz (2006) hat einen Ansatz inklusiver Didaktik entwickelt, in dem der Ausgangspunkt der *Kern der Sache* aus der Sicht der Kinder ist. Der *Kern der Sache* ist ähnlich wie der *gemeinsame Gegenstand* eine Art Lernangebot, betont jedoch stärker, dass die Zugangsweisen von den Lernenden selbst gewählt werden und nicht von der Lehrkraft. Er kann nicht vorausgesetzt werden, sondern wird von der jeweiligen Lerngruppe ausgehandelt und konstruiert. Dies soll durch die Öffnung des Unterrichts geschehen, um das Anknüpfen an den Vorerfahrungen, dem Vorverständnis und den Zugangsweisen der Lernenden zu ermöglichen. Daraus ergeben sich verschiedene Möglichkeiten der Weiterentwicklung und somit auch der Unterrichtsgestaltung. Außerdem sei durch die Öffnung des Unterrichts eine Differenzierung „von unten" möglich, bei der die Lernenden Lernwege mitbestimmen und individuell herausfordernde Fragen und Aufgaben weiterentwickeln können (Seitz, 2008). Es wird davon ausgegangen, dass die Lernenden aufgrund ihrer individuellen Biografie und Entwicklung auch einen individuellen Zugang zum Lernfeld haben. Für die didaktische Vorgehensweise bedeutet das, dass ähnliche Konstruktionen und Zugangsweisen der Lernenden gesucht werden. Mit Bezug auf Klafki, entspricht dies der Frage nach dem Elementaren und Fundamentalen. Der *Kern der Sache* nimmt eine Vermittlerrolle zwischen Kinderinteressen und gesellschaftlich-kulturell verhandelten Bedeutungszuschreibungen ein. Er kann „auf grundlegende und zugleich komplexe fachwissenschaftliche Fragen zum Lernfeld zielen, die den planerischen Blicken ansonsten leicht verborgen bleiben können" (Seitz, 2006). Das heißt, dass die fachwissenschaftlichen Fragen an den Interessen der Kinder anzuknüpfen sind und von einer Komplexität sein können, die ggf. von der Lehrkraft nicht erwartet wird. Damit, trotz unterschiedlicher Sichtweisen, Interaktionen zwischen den Lernenden entstehen, kann der Austausch über die verschiedenen Perspektiven als Ausgangspunkt genutzt werden (Seitz, 2006). Durch entsprechende Handlungs- und Sozialformen des Unterrichts können die Lernenden ihren eigenen Lernweg mit anderen vergleichen, darüber kommunizieren und ihn ko-konstruieren (Seitz, 2008). Von den Lehrkräften wird ein didaktisches Denken in nichthierarchischer, expandierender Struktur gefordert, wodurch ähnliche Strukturen in den Zugangsweisen gefunden werden, die alle Lernenden mit einem Lernfeld verbinden können. Anschließend können fachwissenschaftliche und fachdidaktische Perspektiven mit den Zugangsweisen verbunden werden. Nach Seitz (2008) liegt das Potenzial inklusiver Didaktik in der Verknüpfung von Lernbeobachtung, Reflexion und didaktischem Handeln. Diagnostik ist somit Teil des pädagogischen Handelns im Unterricht.

Vergleich der Konzeptionen

Die wesentlichen Merkmale der Konzeptionen von Feuser (1989) und Seitz (2006) sind in Tabelle 6 aufgeführt und werden im Folgenden verglichen und diskutiert.

Tabelle 6: Wesentliche Merkmale der Konzeptionen von Feuser (1989) und Seitz (2006) im Vergleich

	Feuser	**Seitz**
Bildungsinhalt	Gemeinsamer Gegenstand: erlebens- und erkenntnisrelevante Dimensionen einer zu bearbeitenden Wirklichkeit	Kern der Sache: Vermittlerrolle zwischen Kinderinteressen und gesellschaftlich-kulturell verhandelten Bedeutungszuschreibungen
Unterrichtsform	Projektunterricht	Offener Unterricht
Unterrichtsfächer	Aufhebung der Fachstruktur	einzelne Fächer oder fächerübergreifend
Innere Differenzierung durch	Entwicklungsniveaubezogen-biografische Individualisierung → Lehrkraft trifft individuumsbezogene didaktische Entscheidungen Tätigkeitsstruktur-, Handlungsstruktur- und Sachstrukturanalyse	Ermöglichung individueller Zugangsweisen → Differenzierung von „unten" Diagnostischer Blick für Gemeinsamkeit und Verschiedenheit sowie individuelle Deutungsmuster
Aufgabe der Lehrkraft	Planung von „didaktischen Feldern", in denen die Schülerinnen und Schüler sich die Welt in Kooperation erschließen können.	Beobachten und Deuten des Handelns der Kinder. Ähnliche Strukturen in den Zugangsweisen finden. Fachwissenschaftliche und fachdidaktische Perspektiven mit den Zugangsweisen verbinden.

Kern der Sache und gemeinsamer Gegenstand

In der Konzeption von Seitz wird der *Kern der Sache* als verbindendes Element primär durch die Perspektive der Lernenden erschlossen und grenzt sich dadurch von der entwicklungslogischen Didaktik ab, in der der *gemeinsame Gegenstand* vorab von der Lehrkraft theoretisch erschlossen wird (Seitz, 2008). Dieser von Seitz hervorgehobene Unterschied lässt sich jedoch relativieren, da auch der von Feuser (1989) präferierte Projektunterricht inhaltliche und methodische Offenheit zulässt und es ermöglichen soll, dass an dem jeweils individuellen Erfahrungen und Bedürfnissen der Lernenden angeknüpft werden kann (Feuser, 1989).

Fachorientierung

Seitz (2006) geht bei ihren Überlegungen vom Fach (Sachunterricht) aus, wohingegen Feuser (1989) sich gegen den Fachunterricht ausspricht und stattdessen vom Projektunterricht bzw. Lernfeldern ausgeht. Er ist der Ansicht, dass im Fachunterricht nicht ausreichend sinnbildende Erkenntnisse möglich sind und fachspezifische Zusammenhänge auch in Projekten erkannt werden können.

Differenzierung und Individualisierung
In der Konzeption von Seitz (2006) wird differenziert, indem die Lernenden einen eigenen Zugang zur Erschließung des Inhalts wählen. So findet eine Differenzierung von „unten" statt. Dafür sind offene Lernsituationen notwendig, in denen den Lernenden verschiedene Zugänge ermöglicht werden, z.B. durch das Bereitstellen von Materialien. In der entwicklungslogischen Didaktik erfolgt die Differenzierung auf der Grundlage einer Entwicklungsdiagnostik durch die Tätigkeitsstruktur- und Handlungsstrukturanalyse. Die Lehrkraft plant anhand dessen die Projekte und Lernfelder. Der Projektunterricht und die Kooperation der Lernenden untereinander bedingen, dass auch bei dieser Konzeption die Lernenden eigene Zugänge zum *gemeinsamen Gegenstand* wählen.

Nach beiden Konzeptionen soll eine Individualisierung stattfinden. Bei Feuser gehen Individualisierungsmaßnahmen aus der Tätigkeitstruktur- und Handlungsstrukturanalyse hervor und sind geplant. In der Konzeption von Seitz geht die Individualisierung aus der Öffnung des Unterrichts und der Individualität der Lernenden hervor.

Aufgabe der Lehrkraft
Während in der entwicklungslogischen Didaktik viele Überlegungen zum Unterricht im Vorhinein gemacht werden (Sach-, Tätigkeits- und Handlungsstrukturanalyse), wird bei Seitz zunächst beobachtet, welche Zugangsweisen die Lernenden wählen, um anschließend im Unterricht diese zu thematisieren und zu vertiefen.

Diskussion der Ansätze von Feuser und Seitz

In den beiden Konzeptionen von Feuser (1989) und Seitz (2006) ist der *Kern der Sache* bzw. *gemeinsame Gegenstand* zentral. Durch das Gemeinsame sollen Interaktionen und das Lernen voneinander ermöglicht werden. Dafür ist eine gewisse Offenheit notwendig, für die sowohl Feuser (1989) als auch Seitz (2006) plädieren. Diese Offenheit ermöglicht zwar die Differenzierung und Individualisierung, kann aber auch kritisch betrachtet werden. Zum einen besteht die Gefahr, dass den Schülerinnen und Schülern für das Lernen wichtige Strukturen fehlen. Wie bereits gezeigt wurde, profitieren gerade lernschwache Schülerinnen und Schüler von strukturierten und gelenkten Lernphasen. Zum anderen werden den Lehrkräften außer Projektunterricht bzw. die Öffnung des Unterrichts keine methodischen Vorschläge gemacht und methodische und didaktische Entscheidungen sind je nach Lerngruppe und Projekt zu treffen. Dadurch sind die Konzeptionen für die Lehrkräfte wenig handlungsleitend.

In beiden didaktischen Ansätzen nimmt das Lernen mit- und voneinander, bei dem von einer heterogenen Lerngruppe ausgegangen wird, eine zentrale Stellung ein. Die dabei häufig eingesetzten kooperativen Lernformen wie Partner- oder Gruppenarbeit verlangen von den Lernenden soziale Kompetenzen und bringen nicht nur für Lernende mit IB einige Herausforderungen mit sich, wie z.B. das Einhalten von Regeln, kooperatives Verhalten, Kommunikation über den Inhalt. Diese Kompetenzen müssen häufig erst gelernt werden, bevor sie positive Effekte nach sich ziehen können.

Die von Feuser (1989) geforderte Aufhebung der Fachstruktur erfordert eine Umstrukturierung des Unterrichtstags, der häufig durch Fachunterricht gegliedert ist. Die Loslösung von Fächern kann jedoch dazu führen, dass in der Praxis die verschiedenen Fachdidaktiken und deren Erkenntnisse zum Lernen sowie die Fachstruktur nicht ausreichend beachtet werden. Diese bilden jedoch für verschiedene Maßnahmen qualitativer Differenzierung eine wichtige Grundlage. Bezieht man die jeweilige Fachdidaktik mit ein, können spezifischere Entwicklungsmodelle zur Einschätzung der Lernenden und zur Differenzierung genutzt werden, wie z.B. in Mathematik zur Zählentwicklung. Außerdem kann mit Einbezug der Fachdidaktik der *gemeinsame Gegenstand* klarer gefasst und beschrieben werden (Moser Opitz, 2014).

Von einer Konzeption wird erwartet, dass sie hilft Entscheidungen bezüglich Unterrichtsprinzipien, Methoden, Inhalte, Kommunikation, etc. zu treffen (Kahlert, 2007). Sowohl die Konzeption von Feuser (1989) als auch von Seitz (2006) können diese Erwartungen aufgrund ihrer „Offenheit“ nicht erfüllen. Die Aufgaben der Lehrkräfte sind in beiden Konzeptionen anspruchsvoll und die Differenzierungsmöglichkeiten bleiben wenig konkret. Diese Aspekte könnten die Ursache dafür sein, dass sich keine der Konzeptionen in der Praxis bisher durchgesetzt hat.

7.3.2 Response-to-Intervention

Response-to-Intervention (RTI) ist ein in den USA weit verbreitetes Modell (Reschly & Bergstrom, 2009) und wird in Deutschland als Grundlage von Konzeptionen für den inklusiven Unterricht genutzt, z.B. im Rügener Inklusionsmodell (Mahlau, Blumenthal & Hartke, 2016; Voß & Blumenthal, 2019). RTI ist ein dreistufiges Rahmenkonzept zur frühen Identifikation von Schülerinnen und Schülern mit Schwierigkeiten im Lernen oder Verhalten und zur Prävention von langandauernder oder dauerhafter Beeinträchtigung in diesen Bereichen. Die Grundlagen des Modells bilden ein qualitativ-hochstehender Unterricht, Fördermaßnahmen auf verschiedenen Ebenen und regelmäßige Leistungskontrollen. Sowohl der Unterricht mit allen Lernenden als auch die Fördermaßnahmen, die nur einen Teil der Lernenden betreffen, sollen evidenzbasiert sein, d.h. dass Methoden, deren Wirksamkeit bewiesen wurde, verwendet werden (Reschly & Bergstrom, 2009). Je nach benötigter Förderintensität, die in drei Stufen unterteilt wird, erhalten die Lernenden qualitativ-hochstehenden Klassenunterricht, der durch Kleingruppenförderung oder Einzelförderung ergänzt werden kann. Die mehrstufige Förderung berücksichtigt, dass eine optimale Passung zwischen den Lernvoraussetzungen der Lernenden und dem Unterricht trotz Differenzierung und Individualisierung nicht immer gelingt (Mahlau et al., 2016).

Alle Lernenden nehmen regelmäßig an Leistungskontrollen teil, damit Schwierigkeiten in einem Unterrichtsfach möglichst frühzeitig erkannt werden. Lernende, deren Leistung als unzureichend eingeschätzt wird, sind auf der ersten Stufe der Fördermaßnahmen und erhalten innerhalb des regulären Unterrichts im selben

Klassenraum wie die Mitschülerinnen und Mitschüler zusätzliche Förderung. Die Zeitspanne der Maßnahmen auf dieser Stufe sollte nicht länger als acht Wochen andauern. Anschließend wird erneut ein Leistungstest durchgeführt. Die Lernenden mit signifikantem Fortschritt nehmen wieder am regulären Klassenunterricht teil, die Lernenden mit unzureichendem Fortschritt erhalten die Fördermaßnahmen der zweiten Stufe. Lernende auf der zweiten Stufe werden in Kleingruppen gefördert, in denen die Förderung auf ihrem Leistungsstand und Fortschritt angepasst wird. Diese Maßnahmen finden zusätzlich zum Klassenunterricht statt und dauern länger an als die Maßnahmen der ersten Stufe. Lernende, die trotz der Kleingruppenförderung zu geringe Leistungsfortschritte zeigen, erhalten Maßnahmen der dritten Stufe. Auf dieser Stufe ist die Förderung intensiv und individuell auf die Lernenden abgestimmt (Reschly & Bergstrom, 2009). Wenn die Förderung auf der dritten Stufe nicht dazu führt, dass die Schülerinnen und Schüler die Lernziele erreichen, dann können weitere Maßnahmen nötig sein, z.B. das Wiederholen eines Schuljahres oder Anpassung der Lernziele. Die Fördermaßnahmen können einzelne, aber auch mehrere Fächer umfassen. Im Rügener Inklusionsmodell dient der RTI-Ansatz vor allem der Prävention und Förderung bei Schwierigkeiten in der emotional-sozialen Entwicklung, im Lernen und in der Sprache (Mahlau et al., 2016). Sowohl im RTI-Ansatz als auch im Rügener Inklusionsmodell werden Lernende, die dauerhaft die Lernziele nicht erreichen bzw. Lernende mit IB nicht berücksichtigt.

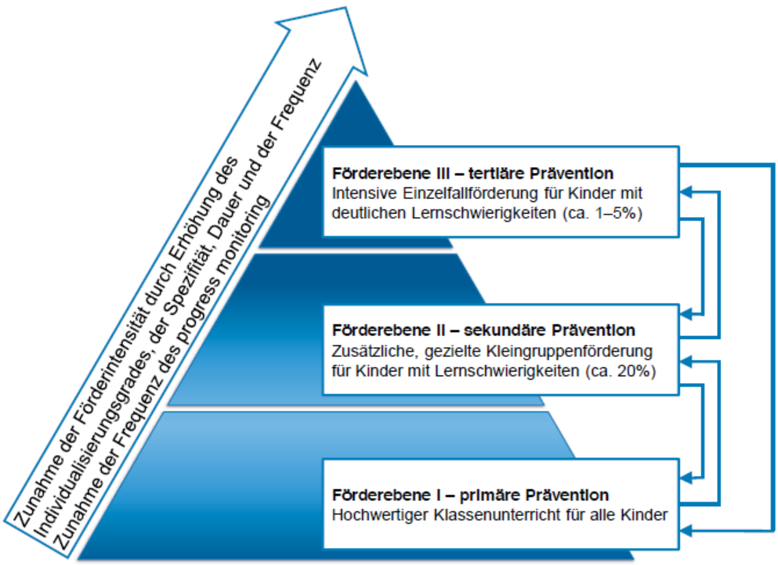


Abbildung 8: Mehrebenenkonzeption im Rügener Inklusionsmodell (Mahlau et al., 2016, S. 105)

Diskussion

Im RTI-Modell wird von einem qualitativ-hochstehendem Klassenunterricht ausgegangen, zu dem Differenzierungsmaßnahmen gehören. So soll die Förderung auf der ersten und zweiten Stufe im Rahmen der inneren Differenzierung, d.h. ohne räumliche Trennung, umgesetzt werden. Wie aber der Unterrichtet gestaltet werden kann, damit alle Lernenden daran teilhaben können und auf ihrem Niveau bestmöglich lernen, wird nicht thematisiert. Lernende mit Förderbedarf sollen durch Fördermaßnahmen befähigt werden, am Unterricht teilzunehmen und die gleichen Lernziele wie die Mehrheit der Lernenden zu erreichen. Die Förderintensität wird durch verstärkte Individualisierung erhöht. Es gilt, je höher die Förderintensität ist, desto höher ist auch der Grad der Individualisierung (Abb. 8). Zwar soll die Differenzierung von Anfang an auf die individuellen Bedürfnisse der Lernenden abgestimmt sein, aber explizit genannte individuelle Maßnahmen erfolgen erst ab der dritten Stufe (Fuchs & Fuchs, 2017; Mahlau et al., 2016). Wenn die Fördermaßnahmen der dritten Stufe nicht die erwünschten Erfolge nach sich ziehen, kann stärker individualisiert werden, indem die Lernziele angepasst werden. Für den Unterricht von Lernenden mit IB scheint das Modell nur begrenzt adaptierbar zu sein. Individualisierung und Differenzierung werden im RTI-Modell also als wichtig erachtet, jedoch wird in diesem Ansatz nicht näher darauf eingegangen, wie Individualisierungsmaßnahmen im Klassenunterricht aussehen bzw. organisiert werden, die für die optimale Förderung aller Lernenden in einer heterogenen Lerngruppe notwendig sind (Moser Opitz, 2014).

Moser Opitz (2014) kritisiert, dass es bei diesem Ansatz vor allem um den Erwerb von Kulturtechniken geht und sich Inklusion auf die Nichtaussonderung von Lernenden mit Lern-, Sprach- und Verhaltensbeeinträchtigungen beschränkt. Dies beanstandet auch Hinz (2013), weil durch die Prävention der Anschluss an die allgemeine Entwicklung angestrebt werde, aber Inklusion mit dem Zulassen individueller Lern- und Entwicklungswege das Gegenteil ermöglichen soll. Das RTI-Modell laufe Gefahr, zu einer medizinischen Sichtweise von Behinderung zu führen, bei der die Defizite der Lernenden fokussiert werden und durch entsprechende Fördermaßnahmen beseitigt werden müssen (ebd.).

Das Lernen am gemeinsamen Gegenstand wird in diesem Modell nicht thematisiert. Die Schülerinnen und Schüler sollen durch die zahlreichen Leistungskontrollen und zielgerichteten Fördermaßnahmen weniger schnell in andere Institutionen, z.B. Sonderschulen überwiesen werden und so soll mehr Lernen im selben Klassenzimmer stattfinden. Wie der qualitativ hochstehende Unterricht, in dem möglichst alle Lernenden die gleichen Lernziele erreichen sollen, umgesetzt wird, wird nicht beschrieben. Auch die geforderte evidenzbasierte Förderung wird nicht konkretisiert. Zwar sollen evidenzbasierte Leistungskontrollen und Förderprogramme eingesetzt werden, jedoch sind im deutschen Sprachraum kaum lehrplanbezogene evidenzbasierte Instrumente zur engmaschigen Leistungskontrolle und Förderkonzepte bzw. Förderprogramme vorhanden (Huber & Grosche, 2012). Damit wird im RTI-Modell die Tiefenstruktur von Unterricht zwar im Sinne von qualitativ hochstehendem Unterricht erwähnt, aber nicht konkretisiert.

7.3.3 Universal Design for Learning

Universal Design for Learning (UDL) ist eine Konzeption zur Curriculums- und Unterrichtsgestaltung, mit der es allen Schülerinnen und Schülern ermöglicht werden soll, im Unterricht erfolgreich zu lernen (CAST, 2011). Dafür sollen Barrieren in den Methoden und Materialien, mit denen gelehrt und gelernt wird, reduziert und vermieden werden (ebd.).

UDL will einen Plan geben, wie Ziele, Methoden, Materialien und Bewertungen an die individuellen Bedürfnisse der Lernenden angepasst werden können. Die Konzeption wurde, basierend auf Forschungsergebnissen aus der Lehr-Lern-Forschung, in den 1990er-Jahren entwickelt und geht von drei, für das Lernen relevanten, Netzwerken im Gehirn aus: das Wahrnehmungsnetzwerk, das strategische Netzwerk und das affektive Netzwerk. Die drei Netzwerke unterscheiden sich bei allen Lernenden, d.h. dass es interindividuelle Unterschiede gibt in dem, *was* gelernt wird, *wie* gelernt wird und *warum* gelernt wird (ebd.). Ein Unterricht nach den Prinzipien des UDL berücksichtigt diese drei Bereiche und stellt erstens unterschiedliche Präsentationsformen bereit, um Lernen durch Wahrnehmen und Erkennen zu unterstützen, stellt zweitens flexible Methoden des Ausdrucks und der Lehre bereit, um strategisches Lernen zu unterstützen und ermöglicht drittens verschiedene Arten der Beteiligung und der Motivation, um das affektive Lernen zu unterstützen (Fisseler & Markmann, 2012).

Tabelle 7: Prinzipien und Richtlinien für das UDL in Anlehnung an CAST (2011) und Schlüter, Melle & Wember (2016)

Wahrnehmungsnetzwerk	**Strategisches Netzwerk**	**Affektives Netzwerk**
Biete multiple Mittel der Repräsentation von Informationen, durch Wahlmöglichkeiten …	Biete multiple Mittel der Verarbeitung von Informationen und der Darstellung von Lernergebnissen, durch …	Biete multiple Möglichkeiten der Förderung von Lernengagement und -motivation, durch …
– bei der Perzeption.	– Wahlmöglichkeiten bei motorischen Handlungen.	– Angebote zum Wecken von Lerninteresse.
– bei der sprachlichen und symbolischen Darstellung.	– Wahlmöglichkeiten beim Ausdruck und der Kommunikation.	– Unterstützung der Anstrengungsbereitschaft und ausdauernden Lernens.
– beim Verstehen.	– Unterstützung exekutiver Funktionen.	– Hilfen für selbstreguliertes Lernen.

Die drei Prinzipien wurden in jeweils drei Kategorien ausdifferenziert, die notwendig sind, um die individuellen Unterschiede im Unterricht berücksichtigen zu können. So wurden neun Richtlinien entwickelt (Tab. 7), die mit jeweils drei bis fünf Kriterien noch weiter ausdifferenziert wurden und eine Checkliste bilden (CAST, 2011). Jeder Punkt der Liste ist durch Studien, praktische Umsetzung und Expertenmeinungen auf Evidenz geprüft.

In der Konzeption des UDL muss die Lehrkraft flexibel auf die Bedürfnisse der Lernenden reagieren, unterschiedliche Lehrstrategien und Materialien bieten, so dass die Lernenden selbst entscheiden können, welchen Zugang zum Lernangebot sie bevorzugen, welche Lernmaterialien sie nutzen und wie sie sich am besten motivieren oder wodurch sie motiviert werden (Schlüter, Melle & Wember, 2016).

Diskussion

Das Modell des UDL geht von der Individualität des Lernens aus und versucht dieser durch das Bereitstellen vielfältiger Wahlmöglichkeiten und durch Freiräume bei der Bearbeitung von Lerninhalten gerecht zu werden. Demnach können die Lernenden individuelle Zugangsweisen und Wege wählen, die sie zu einem bestmöglichen Lernerfolg führen.

Die Differenzierung geht dabei nicht von der Lehrkraft aus, sondern geht, ähnlich wie bei der natürlichen Differenzierung, von den Lernenden aus und wird durch eine Lernumgebung mit vielen Wahlmöglichkeiten realisiert. Diese ermöglicht den Lernenden individuelle Zugänge, individuelle Tiefe der Bearbeitung und individuelle Verwendung von Arbeitsmitteln sowie soziales Lernen mit- und voneinander. Während die Lernenden sich einen Lerninhalt auf ihrer eigenen Weise erarbeiten, kann die Lehrkraft einzelne Lernende fördern und unterstützen. Beim UDL wird ein Thema oder ein Lerninhalt für alle Schülerinnen und Schüler aufbereitet, so dass Lernen am gemeinsamen Gegenstand ermöglicht wird.

Die Entwicklung solcher Lernumgebungen ist für die Lehrkräfte eine komplexe und aufwändige Aufgabe (Schlüter et al., 2016), insbesondere weil neben den verschiedenen Prinzipien eine hohe Flexibilität gefordert wird. Das Bereitstellen von unterschiedlichen Zugangsmöglichkeiten kann das Aufnehmen von Informationen zwar erleichtern, darf aber nicht dazu führen, dass die Förderung von Kompetenzen, die in anderen Umgebungen notwendig sind, vernachlässigt wird. So können z.B. Sprachausgabegeräte Lernenden, die Schwierigkeiten beim Lesen haben, den Zugang erleichtern, aber dennoch muss weiterhin eine Leseförderung stattfinden (ebd.). In einigen Bereichen, wie z.B. beim Lesenlernen ist eine Differenzierung, die keine weiterführenden Entwicklungen im Blick hat, daher nicht ausreichend. Vielmehr müssen auch die Lernziele und -inhalte von Seiten der Lehrkraft differenziert werden, damit die Lernenden Kompetenzen erwerben. Für diese qualitative Differenzierung von Lerninhalten werden Aufgaben und Vorgehensweisen auf der Grundlage von fachlichen und fachdidaktischen Überlegungen ausgewählt und Lernziele angepasst (vgl. Kap. 7.2). Im Rahmen des UDL findet jedoch keine qualitative Differenzierung statt und die Fachdidaktiken werden nicht mit einbezogen. Somit kann diese Konzeption die Lehrkräfte zwar bei der medialen Differenzierung unterstützen, bietet jedoch kaum Hinweise zur qualitativen Differenzierung.

UDL wurde auf der Grundlage von Forschungsergebnissen zum Lehren und Lernen entwickelt und jeder Punkt der Checkliste gilt als empirisch belegt. Dennoch kann UDL als übergreifende Konzeption nicht als evidenzbasiert gelten, weil keine empirische Studie zur Wirksamkeit der Konzeption als Ganze vorliegt (Rao, Smith & Lowrey, 2017; Schlüter et al., 2016). So wird in diesem Ansatz zwar die Tiefenstruktur in Form von Ergebnissen aus der Lern- und Unterrichtsforschung berücksichtigt, jedoch bleibt unklar, inwieweit diese Ergebnisse auch für den inklusiven Unterricht gelten.

UDL und Lernende mit IB

Eine Evidenzprüfung im Rahmen der spezifischen Anwendung des UDL hat noch nicht stattgefunden, sondern es liegen nur Ergebnisse zur Umsetzung einzelner Punkte der Checkliste vor (Schlüter et al., 2016). Zum UDL mit Lernenden mit IB sind nur wenige Studien vorhanden, so dass, trotz vereinzelter Berichte über die Leistungssteigerung der Lernenden mit IB durch UDL, keine Aussagen zur Effektivität und zu geeigneten Prinzipien gemacht werden können (Rao et al., 2017). Trotzdem könne nach Rao et al. (2017) UDL als eine Möglichkeit gesehen werden, inklusiven Unterricht so zu gestalten, dass Lernende mit unterschiedlichen Voraussetzungen und Bedürfnissen partizipieren und erfolgreich lernen können. Dafür müsse aber noch erforscht werden, wie Lernziele angepasst werden können, wie Inhalte differenziert werden können und wie die Kooperation von Lernenden mit unterschiedlichen Leistungen unterstützt werden kann (ebd.). Offen bleibt auch, wie der Unterricht mit UDL zum Lehrplan oder Unterrichtsmethoden passt, z.B. der systematischen Instruktion, die sich gerade für Lernende mit IB oder Lernschwierigkeiten als besonders geeignet erwiesen hat (vgl. Kap. 6).

7.3.4 Aktiv-entdeckendes Lernen, substanzielle Lernumgebungen und natürliche Differenzierung

Aktiv-entdeckendes Lernen

Das nicht nur in der Mathematikdidaktik vertretene Lern- und Lehrverständnis orientiert sich stark am Konstruktivismus (Kollosche, 2017; Krauthausen & Scherer, 2014). Demnach wird Wissen durch eine konstruktive Aufbauleistung des Individuums erworben und gelernt wird nicht durch die passive Aufnahme und Reproduktion, sondern durch eine aktive Auseinandersetzung des Individuums mit der Umwelt. Das Lernen jeder Schülerin oder jeden Schülers ist von den bisherigen Erfahrungen abhängig und somit individuell verschieden. Diese umfassende Idee oder Leitlinie vom Lernen, bei der eine aktive Auseinandersetzung und ein selbständiges Entdecken von Inhalten und Verfahren betont werden, ist das aktiv-entdeckende Lernen (Kollosche, 2017; Scherer & Moser Opitz, 2010).

Für den (Mathematik-)Unterricht heißt das, dass möglichst viele Phasen selbständigen Lernens geschaffen werden müssen, damit die Lernenden mit unterschiedlichen Leistungen und Erfahrungen Inhalte auf eigenen Wegen erschließen können. Das aktiv-entdeckende Lernen ist in allen Phasen des Lernprozesses möglich, z.B. in Erarbeitungs- und Übungsphasen. Entscheidend ist, dass die Lernenden die neuen Inhalte oder Kompetenzen mit ihrem vorhandenen Wissen verknüpfen können und so ein tiefgehendes Verständnis erlangen. Wenn solche Anknüpfungspunkte fehlen, können Lernschwierigkeiten auftreten. Z.B. wird Rechnen durch den Aufbau, das Erweitern, Abrufen und Anwenden von Mengen-Zahlen-Kompetenzen gelernt und beschränkt sich nicht auf das Auswendiglernen von Zahlenkombinationen.

Damit im Mathematikunterricht aktiv-entdeckendes Lernen für alle Schülerinnen und Schüler möglich wird, müssen von der Lehrkraft die Lernprozesse unterstützt und strukturiert werden. Da es neben fachlichen Voraussetzungen die Fähigkeit zur Selbststeuerung, Argumentationsfähigkeit und die Vertrautheit mit der Fachsprache erfordert, sind insbesondere Schülerinnen und Schüler mit Schwierigkeiten beim Lernen oder mit bildungsfernem Sozialisationshintergrund auf die Lernbegleitung der Lehrkraft und eine Strukturierung von Unterrichtsphasen, Aufgaben und Handlungsschritten angewiesen (Kollosche, 2017).

Vorteile oder erhoffte „Nebeneffekte" des aktiv-entdeckenden Lernens sind laut Wittmann (1990), dass die Lernenden die Verantwortung für ihr Lernen erkennen und übernehmen und dass dadurch das Lernen nachhaltiger und langfristiger wird. Es soll sich wirkungsvoller auf das Lernen auswirken als Lernen durch Belehrung. Forschungsergebnisse konnten weder die Überlegenheit noch Unterlegenheit des aktiv-entdeckenden Lernens gegenüber dem Lernen durch Instruktion belegen (Kollosche, 2017). Vielmehr erwies sich ein Unterricht, in dem Instruktionen dem entdeckenden Lernen vorausgingen, als lernförderlich (Baxter & Williams, 2010; Sweller, Kirschner & Clark, 2007).

Aktiv-entdeckendes Lernen und Lernende mit IB

Aktiv-entdeckendes Lernen in Mathematik setzt nicht den Umgang mit Zahlen voraus, sondern ist, im Sinne des breitgefassten Verständnisses von Mathematik, das sich als das Erkennen und Bearbeiten bzw. Entdecken von Mustern beschreiben lässt, auch möglich, wenn Muster und Regelmäßigkeiten in nichtnumerischen Bereichen entdeckt werden sollen. Dabei ist es ebenfalls unerlässlich, den Lernenden individuelle Zugänge im Sinne des aktiv-entdeckenden Lernens zu ermöglichen (Ratz & Moser Opitz, 2016). Die Forschungsergebnisse zum Mathematiklernen von Schülerinnen und Schülern mit IB sprechen jedoch auch für ein Lernen durch direkte oder explizite Instruktion, das sich dadurch auszeichnet, dass Lern- und Handlungsschritte von der Lehrkraft angeleitet werden (vgl. Kap. 6.2). Hier scheint somit auf den ersten Blick ein Widerspruch zu bestehen. Dieser lässt sich jedoch auflösen, wenn explizite Instruktion nicht so verstanden wird, dass die Lehrkraft jeden Denk-, Handlungs- und Lösungsweg vorgibt, sondern dass sie die Lernenden durch geeignete Aufgaben und Arbeitsmittel, gezielte Fragen und Hinweise und das Verbalisieren von Vorgehensweisen adaptiv begleitet (Ratz & Moser Opitz, 2016). Somit schließen sich aktiv-entdeckendes Lernen und Lernen unter Anleitung nicht aus, sondern ergänzen sich. Nach Ratz und Moser Opitz (2016) liegt die Kunst der Lehrkraft darin, mathematische Strukturen sichtbar zu machen und produktiv zu üben und nicht Strukturen zu instruieren und zu trainieren. Der Grat zwischen Vormachen und Erkennenlassen sei jedoch oft schmal und von außen schwer zu erkennen.

Substanzielle Lernumgebungen

Ein Ansatz aus der Mathematikdidaktik, dem das konstruktivistische Verständnis vom Lernen zugrunde liegt und der von heterogenen Lerngruppen ausgeht, sind substanzielle Lernumgebungen. Sie werden als eine Möglichkeit zur Umsetzung von inklusivem Mathematikunterricht vorgeschlagen (Krauthausen & Scherer, 2010).

Substantielle Lernumgebungen kennzeichnen sich durch folgende Charakteristika: Auf der Basis mathematisch reichhaltiger Kontexte eignen sie sich zum automatisierenden und produktiven Üben, zum Entdecken und Beschreiben, zum Begründen-Lernen und zum Differenzieren. Dabei motivieren sie durch verschiedene Problemstellungen auf unterschiedlichem Anspruchsniveau und ermöglichen vielfältige Lösungsstrategien und Darstellungsformen im Sinne der natürlichen Differenzierung. (DZLM, 2018)

In substanziellen Lernumgebungen sind zentrale Ziele, Inhalte (fundamentale Ideen) und Prinzipien des Mathematiklernens repräsentiert. Sie bieten reichhaltige Möglichkeiten für mathematische Aktivitäten und sind für heterogene Lerngruppen geeignet (Krauthausen & Scherer, 2010). Häufig geht es um das Entdecken und Beschreiben von Mustern, z.B. in Aufgabenformaten mit Rechendreiecken und Zahlenmauern. Die substanzielle Lernumgebung wird von der Lehrkraft durch die Auswahl der Inhalte und unterschiedlich schwierige Fragestellungen vorbereitet, während der Level der Bearbeitung von den Lernenden frei gewählt werden kann. Es gibt also kein einheitliches Ziel, das alle Lernenden auf gleiche Weise und in gleicher Zeit zu erreichen haben (Wittmann, 1995).

Natürliche Differenzierung

Krauthausen und Scherer (2010) kritisieren, dass bei den meisten Formen der Differenzierung viele Entscheidungen von der Lehrkraft ausgehen und die Lernenden kaum an (inhaltlichen) Entscheidungen beteiligt werden. Deshalb werden diese Differenzierungsarten auch als geschlossene Differenzierung bezeichnet (Prediger & Scherres, 2012). Die Inhalte mit ihren Besonderheiten werden dabei oft nicht genügend berücksichtigt, sondern werden hauptsächlich nach organisatorisch-methodischen Gesichtspunkten ausgewählt. Um den mathematischen Inhalten, ihren Strukturen und Besonderheiten gerecht zu werden und sie zu nutzen, bevorzugen Krauthausen und Scherer (2010) die *natürliche Differenzierung*. Der Begriff für diese Art von Differenzierung wurde von Wittmann (1995) in Zusammenhang mit substanziellen Lernumgebungen geprägt. Dabei erhalten alle Schülerinnen und Schüler das gleiche Lernangebot mit möglichst gleicher übergeordneter Problemstellung. Dafür muss das Angebot ausreichend komplex sein, damit sich Möglichkeiten der Differenzierung ergeben. Die Differenzierungsmaßnahmen gehen hier also nicht von der Lehrkraft aus, sondern von der Aufgabe und der Art und Weise, wie die Lernenden mit dieser umgehen. Daher wird natürliche Differenzierung auch Selbstdifferenzierung genannt, die auch einen hohen Grad an Individualisierung ermöglicht. Durch die Offenheit der Bearbeitungsform und -tiefe sowie Zugangsweisen gehört das soziale Mit- und Voneinanderlernen beim Austausch darüber mit zur natürlichen Differenzierung. Die Lehrkraft kann inhaltliche Vorgaben machen, z.B. dass alle Kinder an Zahlenmauern arbeiten, aber der Zahlenraum und Fragestellungen sind frei wählbar. So ist bei der natürlichen Differenzierung das Lernen am gemeinsamen Gegenstand gegeben.

Diskussion

Substanzielle Lernumgebungen und natürliche Differenzierung sind Ansätze, bei denen durch inhaltliche Differenzierung und die Gestaltung der Lernumgebung die Differenzierung von den Lernenden ausgeht, so dass zugleich auch ein hoher Grad an Individualisierung gewährleistet und das Lernen am gemeinsamen Gegenstand möglich ist. Diese Ansätze entsprechen einem konstruktivistischen Lernverständnis. Für den Mathematikunterricht sind fachdidaktisch reflektierte Unterrichtseinheiten entwickelt worden, die konkret aufzeigen, wie substanzielle Lernumgebungen und natürliche Differenzierung ein- bzw. umgesetzt werden können. Jedoch wird nicht darauf eingegangen, wie die Unterrichtseinheiten aussehen können, wenn in der Lerngruppe auch Lernende mit IB unterrichtet werden.

Damit im Unterricht auch den Lernenden mit IB ermöglicht wird, aktiv-entdeckend zu lernen, müssen die Lernprozesse von der Lehrkraft unterstützt und strukturiert werden, z.B. durch den Einsatz bestimmter Aufgabenformate und das Anleiten von Handlungen. Die Lehrkraft muss die Lernenden auf das aktiv-entdeckende Lernen vorbereiten, differenzieren und ganzheitliche Zugänge zu verschiedenen Inhalten und Zahlenräumen bieten, ohne dass die Kinder überfordert werden. Auch wenn im Rahmen des aktiv-entdeckenden Lernens individualisiert, differenziert und am gemeinsamen Gegenstand gelernt werden kann, ist die entsprechende Vorbereitung und Durchführung des Unterrichts für die Lehrkraft anspruchsvoll. Zudem sind bisher keine Forschungsergebnisse vorhanden, die die Effektivität oder Überlegenheit eines Unterrichts im Sinne des aktiv-entdeckenden Lernens nachweisen.

Ebenfalls anspruchsvoll ist für Lehrkräfte das Finden, Vorbereiten und Unterrichten mit substanziellen Lernumgebungen, das fundierter Kenntnisse, Fähigkeiten und Routinen bedarf. Für das Arbeiten in substanziellen Lernumgebungen sind von Seiten der Lernenden metakognitive Prozesse nötig, die wiederum Voraussetzung für selbstreguliertes bzw. eigenverantwortliches Lernen sind (Prediger & Scherres, 2012). Aber gerade diese Kompetenzen sind bei Lernenden mit IB nicht immer im notwendigen Maße ausgebildet (Montague, 2008). Eine Studie mit Lernenden der fünften Klasse ohne IB zeigte, dass die Kinder nur selten ihrem Niveau entsprechend die Aufgaben der Lernumgebung bearbeiteten, dass die Lehrkräfte durch Interventionen das Arbeitsniveau steigern konnten und dass es einen positiven Zusammenhang von metakognitiven Aktivitäten und Niveauangemessenheit gab (Prediger & Scherres, 2012). Daraus lässt sich schließen, dass substanzielle Lernumgebungen für Schülerinnen und Schüler mit IB nur geeignet sind, wenn sie entsprechend stark strukturiert sind, geringe metakognitive Anforderungen mit sich bringen und die Lernenden von der Lehrkraft oder anderen Lernenden unterstützt werden.

Viele der in der Literatur beschriebenen Lernumgebungen setzen beim Beschreiben von Zahlbeziehungen an (Hengartner, Hirt & Wälti, 2010; Hirt & Wälti, 2016) und setzen somit das einfache und tiefe Zahlverständnis voraus. Inwieweit die Aufgabenformate auch für Lernende mit IB geeignet sind oder ob es Mindestanforderungen gibt, müsste zunächst erprobt werden. Sicherlich ist es anspruchsvoll, Lernumgebungen zu schaffen, in denen auch Lernende mit IB ihrem Niveau entsprechend arbeiten können.

7.3.5 Inklusive Didaktik für den Förderschwerpunkt geistige Entwicklung

Eine Konzeption für den inklusiven Mathematikunterricht, die auch Lernenden mit IB einschließt, wurde von Ratz (2017) entwickelt. Sie berücksichtigt fachliche und individuelle Argumente, die in den folgenden vier Aspekten zum Ausdruck kommen.

1. *Fachliche Orientierung:* Fachliche, in der Mathematik innewohnende Strukturen wie die Zehnerstruktur des Zahlsystems und das Verständnis von Mathematik als „Wissenschaft von den Mustern" (Devlin, 1998) werden berücksichtigt.
2. *Entwicklungsorientierung:* Aktuelle fachliche und wissenschaftlich anerkannte Entwicklungsmodelle dienen der Orientierung, z.B. das Modell der Entwicklung der Zahl-Größen-Vorstellung (Krajewski & Ennemoser, 2013).
3. *Individuelle Lernwege:* Das (Lern-)Verhalten soll beobachtet und reflektiert werden evtl. unter Berücksichtigung syndromspezifischer Besonderheiten.
4. *Orientierung an Konzepten der Regelschule:* Die Lernenden mit IB sollen so weit wie möglich mit den Lernenden ohne IB unterrichtet werden. Der Regelschullehrplan ist Ausgangspunkt für alle Lernenden und „gemeinsame Gegenstände" (Feuser, 1989) werden gesucht.

Diese vier Aspekte sind nach Ratz (2017) für die Umsetzung von inklusiven Unterricht von Bedeutung. Ihre Berücksichtigung bei der Unterrichtsplanung und -gestaltung sowie deren Zusammenspiel schätzt er als eine anspruchsvolle Aufgabe für die Lehrkraft ein. Ausgangspunkt bei der Unterrichtsplanung kann der Regelschullehrplan sein, dessen Themen sinnvoll reduziert und somit differenziert werden. Es können aber auch Lernumgebungen mit natürlicher Differenzierung geschaffen werden, die die Kooperation der Lernenden ermöglichen. Dabei soll die individuelle Entwicklung der Lernenden mit IB berücksichtigt werden, damit sie Lernangebote erhalten, die „Schritt für Schritt" einem Entwicklungsmodell folgen (ebd.).

Die Orientierung am Fach beinhaltet nach Ratz die Berücksichtigung der Mathematik innewohnender Strukturen und das Verständnis von Mathematik als „Wissenschaft von den Mustern". Auf weitere Ausführungen zu diesem Aspekt verzichtet

Ratz jedoch. Deshalb soll an dieser Stelle insbesondere im Zusammenhang mit Arbeits- und Anschauungsmitteln näher erläutert werden, was mit den Strukturen gemeint ist und wie sie im Unterricht berücksichtigt werden können.

Muster und Strukturen erkennen: Arbeitsmittel und Anschauungsmittel

Die der Mathematik innewohnenden Strukturen und das Verständnis von Mathematik als „Wissenschaft von den Mustern“ kann auch durch den Einsatz von Arbeitsmitteln und Veranschaulichungen verdeutlicht werden. Außerdem bieten sie Möglichkeiten der medialen Differenzierung und können den Aufbau des Zahlbegriffs unterstützen. In der Mathematikdidaktik wird zwischen Veranschaulichungs-, Anschauungs- und Arbeitsmitteln unterschieden, auch wenn keine trennscharfe Unterscheidung möglich ist. Während Veranschaulichungsmittel von der Lehrkraft eingesetzt werden, um bestimmte Ideen und Konzepte zu illustrieren, werden Anschauungsmittel von den Schülerinnen und Schülern genutzt, um daran mathematisches Verständnis zu erwerben, zu erweitern und zu vertiefen, z.B. das Zwanzigerfeld, Hunderterpunktefeld, die Stellentafel oder der Rechenstrich (Krauthausen & Scherer, 2014; Scherer & Moser Opitz, 2010). Da es im Mathematikunterricht Ziel sein sollte, dass die Veranschaulichungsmittel, die von der Lehrkraft eingesetzt werden, auch von den Lernenden genutzt und so zu Anschauungsmitteln werden, wird im Folgenden nicht zwischen diesen beiden Formen unterschieden, sondern der Begriff *Anschauungsmittel* verwendet. Arbeitsmittel sind Materialien, an denen Handlungen vollzogen und die als Hilfsmittel zum Rechnen verwendet werden können, z.B. Wendeplättchen, Dienes-Material oder Rechenrahmen. Arbeitsmittel können aber auch zur Anschauung eingesetzt werden. Die Strukturen von Anschauungs- und Arbeitsmitteln können z.B. genutzt werden, um die Einsicht in das dezimale Stellenwertsystem zu fördern, um die Kraft der Fünf zu entdecken, um Analogien und Beziehungen zwischen Zahlen zu verdeutlichen und um Rechenwege darzustellen. Der Einsatz von Arbeitsmitteln ermöglicht zudem die Erarbeitung von Inhalten auf unterschiedlichen Abstraktionsebenen.

Langfristiges Ziel des Einsatzes von Arbeits- und Anschauungsmitteln sollte neben der Förderung des Verständnisses auch immer die Ablösung vom Material sein, dadurch dass sich ein mentales Vorstellungsbild entwickelt oder die Strukturen auf symbolischer Ebene genutzt werden können (Scherer & Moser Opitz, 2010). Studien mit Lernenden mit einer Lernbeeinträchtigung zeigen, dass sie mehr Zeit und Übung benötigen, um sich vom Material zu lösen (Jitendra, Nelson, Pulles, Kiss & Houseworth, 2016). Zu vermuten ist, dass Lernende mit IB noch mehr Zeit benötigen. Bei der Ablösung vom Material gelten das präzise Anzahlkonzept und die Einsicht in Zahlbeziehungen als wichtige Grundlage. Zudem müssen die Strukturen, wie z.B. die Fünfer- und Zehnerstruktur erkannt und genutzt werden.

Für den mathematischen Anfangsunterricht und den Mathematikunterricht mit Lernenden mit IB sind viele Arbeitsmittel vorhanden, mit denen das Ausführen und Lösen von Rechenoperationen ermöglicht werden soll (vgl. Kap. 6.3). Wenn die Arbeitsmittel jedoch zum Lösen von Rechnungen verwendet werden, ohne dass die

Mengen-Zahlen-Kompetenzen und das Operationsverständnis erworben bzw. ausreichen gefestigt sind, werden sich die Lernenden nur schwer vom Material lösen können.

Die an dieser Stelle ergänzten Ausführungen zur fachlichen Orientierung im inklusivem Unterricht, insbesondere zur Berücksichtigung der Mathematik innewohnenden Strukturen, zeigen, dass diesem Aspekt beim Mathematiklernen eine hohe Bedeutung zukommt, nicht nur bei Lernenden mit IB.

Diskussion der inklusiven Didaktik für den Förderschwerpunkt geistige Entwicklung

In diesem Ansatz werden sowohl die Differenzierung, das Lernen am gemeinsamen Gegenstand als auch die Individualisierung berücksichtigt. Das Lernen am gemeinsamen Gegenstand soll durch die Orientierung am Lehrplan der Regelschule ermöglicht werden. Auf die Unterrichtsgestaltung und Tiefenstruktur wird nicht eingegangen. Ratz (2017) führt zwar auf, welche Aspekte bei der Planung von inklusivem Unterricht, in dem auch Lernende mit IB unterrichtet werden, beachtet werden sollen, beschreibt jedoch keine detaillierten Vorschläge oder Beispiele zur Umsetzung. Dadurch entstehen Fragen, z.B. wie sich die Lernangebote für Lernende mit IB, die „Schritt für Schritt" einem Entwicklungsmodell folgen, mit dem Klassenunterricht, der dem Lehrplan folgt, vereinbaren lassen. Die vier genannten Aspekte, die dazu auffordern sowohl das Fach, das Individuum als auch den Stand der Forschung zu berücksichtigen, scheinen für die Planung inklusiven Unterrichts geeignet und von Bedeutung zu sein.

7.3.6 Diskussion der Ansätze für gemeinsames Lernen und inklusiven Unterricht

Wie bereits erwähnt konnte sich keiner der didaktischen Ansätze bislang durchsetzen. Die Diskussion der verschiedenen Konzeptionen für den inklusiven Unterricht hat gezeigt, dass alle Konzeptionen gewisse „Schwachstellen" haben. Die Ansätze von Feuser (1989) und Seitz (2006) scheinen durch die diskutierte „Offenheit" den Lehrkräften nicht genügend Anhaltspunkte bei der Unterrichtsplanung zu geben und können als komplex und anspruchsvoll eingeschätzt werden. Der von Feuser geforderte Projektunterricht lässt sich nur schwer mit dem in den Schulen stattfindenden Fachunterricht vereinbaren. Der RTI-Ansatz und das Rügener Inklusionsmodell (Mahlau et al., 2016) thematisieren eigentliche Unterrichtsfragen nicht und sind somit als Konzeption für den inklusiven Unterricht nicht geeignet. UDL und die natürliche Differenzierung wollen das differenzierte und individualisierte Miteinanderlernen durch aufwändig vorbereitete Lernumgebungen ermöglichen. Diese Art von Differenzierung scheint für den Unterricht in heterogenen Lerngruppen angemessen zu sein. Jedoch stellt sich die Frage, wie eine hohe Passung zwischen Bearbeitungsniveau und dem Leistungsniveau der Lernenden erreicht werden kann, da hier, wie bei Formen des Offenen Unterrichts, die Lernenden nicht immer das ihrem Niveau Entsprechende auswählen oder manchen Lernenden eine gewisse Struktur fehlt. Wenig konkrete, aber für die Planung inklusiven Unterrichts wichtige Aspekte, führt Ratz (2017) in seinem Ansatz auf, der sich trotz der Distanzierung vom Lernen am gemeinsamen Gegenstand, der Didaktik Feusers ähnelt, da sowohl die Struktur des zu vermittelnden Inhalts als auch das Individuum mit seiner Lernausgangslage berücksichtigt werden. Mit der Nichtbeachtung des gemeinsamen Gegenstands besteht die Gefahr, das Voneinanderlernen, den inhaltlichen Austausch und die Interaktionen der Lernenden untereinander zu vernachlässigen. Die Tiefenstruktur von Unterricht bzw. der Einbezug von Erkenntnissen aus der Unterrichtsforschung erfolgt nur in der Konzeption des UDL.

7.4 Zusammenfassung

In diesem Kapitel wurde gezeigt, dass für inklusiven Unterricht Individualisierung, Differenzierung, ein gemeinsamer Lerninhalt oder gemeinsame Aktivitäten, Interaktionen der Lernenden miteinander und methodische Flexibilität wichtige Aspekte sind. Diese werden in den vorgestellten Konzeptionen für den inklusiven Unterricht zum Teil beachtet, in Beziehung gesetzt und in Ansätzen konkretisiert. Jedoch fehlen Orientierungshilfen, um einen Unterricht, der sich durch die genannten Aspekte auszeichnet, umzusetzen. Das Fehlen umsetzbarer Konzeptionen erstaunt, wenn man bedenkt, dass Individualisierung und Differenzierung auch in nichtinklusiven Klassen zu einer höheren Passung von individueller Lernausgangslage und Unterricht führen und sich somit förderlich auf das Lernen aller Schülerinnen und Schüler auswirken müssten.

Durch manche Differenzierungsmaßnahmen, wie der Öffnung des Unterrichts, wird zwar der Grad der Individualisierung erhöht, aber das gemeinsame Lernen wird erschwert, wenn alle Kinder an unterschiedlichen Aufgaben arbeiten. Das passende Maß an Individualisierung und gemeinsamen Lernen zu finden, ist nur eine der vielen Herausforderungen, die der inklusive Unterricht mit sich bringt. Inklusiver Unterricht scheint eine hochkomplexe Aufgabe zu sein, für die nur schwer Entscheidungs-, Handlungs- und Orientierungshilfen erarbeitet werden können, um Individualisierung, Differenzierung und gemeinsames Lernen zu ermöglichen.

8. Entwicklung einer Konzeption für den inklusiven Mathematikunterricht

Wie in den vorherigen Kapiteln dargelegt wurde, gibt es bisher weder auf ihre Wirksamkeit überprüfte Konzeptionen oder Programme für Kinder mit IB zur Förderung der Mengen-Zahlen-Kompetenzen noch gibt es in der Praxis evaluierte Konzeptionen für den inklusiven Mathematikunterricht. Insbesondere aufgrund des beschriebenen Wandels im Schulsystem, in dem möglichst alle Kinder gemeinsam in der Regelschule unterrichtet werden sollen, ist die Forderung nach einer Konzeption, in der die Lernenden mit sehr heterogenen Lernvoraussetzungen auf ihrem jeweiligen Niveau gemeinsam lernen und arbeiten können, aktuell.

Daraus ergibt sich die Fragestellung:
Wie kann inklusiver Mathematikunterricht gestaltet werden, der Lernenden mit unterschiedlichen Voraussetzungen ihrem Entwicklungsniveau entsprechende Lerngelegenheiten und gemeinsame Lernanlässe mit anderen Kindern bietet?

Bevor diese Frage beantwortet wird, wird die Ausgangslage geschildert, die verdeutlicht, dass bisher vorliegende Konzeptionen nicht ausreichen oder ungeeignet sind für einen inklusiven Mathematikunterricht. Anschließend wird der Aufbau einer Konzeption für den inklusiven Mathematikunterricht vorgestellt, in die die Forschungsergebnisse der vorherigen Kapitel einfließen. Wie diese Konzeption umgesetzt werden kann, wird im darauf folgenden Kapitel im Zusammenhang mit der durchgeführten Studie beschrieben.

Ausgangslage: Unzureichende Methoden und Konzeptionen

Im vorhergehenden Kapitel wurde gezeigt, dass im inklusiven Unterricht sowohl Individualisierung als auch das gemeinsame Lernen von Bedeutung sind. Die Lehrkräfte stehen also vor der Herausforderung beide Aspekte, die in einem scheinbaren Spannungsverhältnis stehen, zu berücksichtigen (Korff, 2015; McLeskey & Waldron, 2011; Moser Opitz, 2014; Riegert, Sansour & Musenberg, 2015). Einerseits ist ein differenziertes und individualisiertes Lernangebot nötig, um den unterschiedlichen Voraussetzungen der Lernenden gerecht zu werden. Andererseits profitieren die Schülerinnen und Schüler vom gemeinsamen Lernen, das durch kooperative Lernformen und den Austausch im Klassenunterricht ermöglicht werden soll. Weder kann zu Gunsten des gemeinsamen Lernens auf spezifische Fördermaßnahmen verzichtet werden noch soll ein hoch individualisierter Unterricht zur Vereinzelung führen.

Die Öffnung des Unterrichts bietet zwar die Möglichkeit, auf verschiedene Arten zu differenzieren (vgl. Kap. 7.2), kommt (nicht nur) in inklusiven Klassen jedoch an ihre Grenzen und bringt einige Herausforderungen mit sich. Insbesondere Lernende mit IB sind auf Strukturierung und gezielte Anleitung angewiesen, offene und wenig strukturierte Lernzeit wird nicht effektiv genutzt (Hartke, 2002; Pool Maag & Moser

Opitz, 2014) und gemeinsame Unterrichtsphasen mit Austauschmöglichkeiten drohen zu kurz zu kommen.

Die Öffnung des Unterrichts erweist sich nicht nur für die Lernenden als anspruchsvoll, sondern auch für die Lehrenden (Prediger & Scherres, 2012). Die Lehrkräfte müssen die passenden Lernumgebungen, Aufgaben, Strukturen und Anregungen bereitstellen. Die Bearbeitung von Arbeitsblättern auf unterschiedlichen Niveaus in selbst gewählter Reihenfolge ist nur eine scheinbare Öffnung des Unterrichts.

In der unterrichtlichen Praxis bringt die Differenzierung spezifische Anforderungen mit sich. Wenn überhaupt differenziert wird, werden häufig Aufgaben auf drei unterschiedlichen Niveaus angeboten: die Aufgaben aus dem Schulbuch für die Durchschnittslernenden, eine leichtere Aufgabe für leistungsschwächere Lernende und eine schwerere oder komplexere Aufgabe für leistungsstärkere Lernende (im Vergleich zum Durchschnitt!) (Pool Maag & Moser Opitz, 2014; Prast et al., 2015). Aber „Ein Unterricht, der alle Kinder mit dem Gleichen und auf gleiche Weise ansprechen will oder aber in Gruppen unterteilt (zum Beispiel: stark, mittel, schwach), ignoriert das vielfältige Potenzial heterogener Zugangsweisen und nimmt eine stete Über- oder Unterforderung der Kinder in Kauf" (Häsel-Weide et al., 2013, S. 18). Dieses „ability labeling" kann außerdem zu reduzierten Erwartungshaltungen seitens der Lehrkräfte führen, die wiederum bei den Lernenden zu entsprechendem Verhalten und Lernen führen (Amrhein & Reich, 2014; Florian, 2015). Von einer generellen und unflexiblen Einteilung in eine von drei oder mehreren Leistungsgruppen muss allein schon aufgrund unterschiedlicher Stärken, Schwächen und Entwicklungsprofile abgesehen werden.

Obwohl ein wesentliches Merkmal inklusiven Unterrichts das gemeinsame Lernen aller Kinder innerhalb des gleichen Raums ist, zeigen Forschungsergebnisse, dass die Förderung von Lernenden mit SFB häufig außerhalb des Klassenunterrichts stattfindet (Feldman et al., 2016; Pool Maag & Moser Opitz, 2014). Außerdem scheint dieser Förderung meistens kein Konzept zugrunde zu liegen, vielmehr werden Aufgaben aus dem Unterricht wiederholt (Wielpütz, 2010).

Die beschriebenen Herausforderungen, wie die ausreichende Berücksichtigung von Individualisierung, Differenzierung und gemeinsamen Lernen, bleiben trotz vorhandener Konzeptionen für den inklusiven Unterricht bestehen. Im Folgenden wird eine Konzeption für den inklusiven Mathematikunterricht vorgestellt, die diese Aspekte und auch die Forderung nach dem Einbezug der Fachdidaktik berücksichtigt.

8.1 Elemente und Aufbau der Konzeption

Die hier vorgestellte Konzeption für den inklusiven Mathematikunterricht verfolgt das Ziel, dass von allen Lernenden mathematische Inhalte ganzheitlich in fachlich sinnvollen Zusammenhängen strukturiert auf ihrem jeweiligen Niveau bearbeitet werden können. Trotz des Lernens auf dem individuellen Niveau soll am gleichen Lerninhalt gearbeitet werden können, um einen inhaltlichen Austausch und Interaktionen zu ermöglichen. Die individuelle Förderung soll an die Inhaltsbereiche des Klassenunterrichts anknüpfen, so dass die Grundlagen für einen thematischen Austausch und Kooperation geschaffen werden. Auch der Forderung nach der Altersangemessenheit von Themengebieten (Cushing et al., 2008; Ratz & Wittmann, 2011) wird durch die Orientierung am Klassenunterricht bzw. Regelschullehrmittel nachgegangen.

Bei der Entwicklung der Konzeption werden die Erkenntnisse aus drei Bereichen berücksichtigt: Forschungsstand zum Mathematiklernen von Lernenden mit IB (Kap. 6), Möglichkeiten zum Umgang mit Heterogenität aus der Mathematikdidaktik (Kap. 7.3.4, 7.3.5) und Aspekte, die für inklusiven Unterricht entscheidend sind (Kap. 7.1 bis 7.3) (Abb. 9). Mit dem Einbezug dieser Ergebnisse aus der Unterrichtsforschung wird auch ein Kriterium erfüllt, das in fast allen Konzeptionen für den inklusiven Mathematikunterricht nicht beachtet wird, die Tiefenstruktur (vgl. Kap. 7.1, 7.3 und Moser Opitz, 2014).

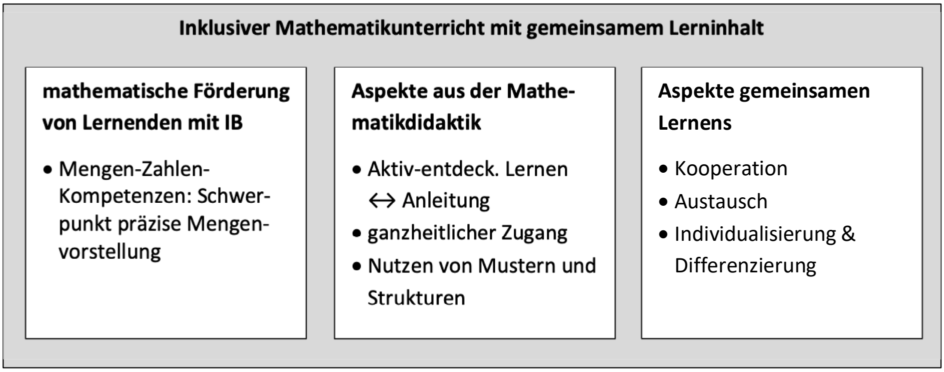


Abbildung 9: Die Konzeption für den inklusiven Mathematikunterricht, in der Erkenntnisse aus drei Bereichen berücksichtigt werden

Grundlegend für die Konzeption ist, dass Inklusion und eine große Leistungsheterogenität als Normalfall des Unterrichts gesehen werden. Es wird von einem Unterricht mit und für alle Schülerinnen und Schüler, die am Gemeinsamen gemeinsam lernen, ausgegangen. Das Gemeinsame kann ein Thema, ein Inhalt, der *Kern der Sache* (Seitz, 2006) oder ein *gemeinsamer Gegenstand* (Feuser, 1989) sein und wird im Folgenden als *gemeinsamer Lerninhalt* bezeichnet.

Die Wahl der drei zentralen Bereiche „mathematische Förderung von Lernenden mit IB“, „Aspekte aus der Mathematikdidaktik“ und „Aspekte inklusiven Unterrichts“, die für den inklusiven Mathematikunterricht mitgedacht werden müssen, werden im Folgenden begründet und erläutert.

Aspekte der mathematischen Förderung von Lernenden mit IB

Der inhaltliche Schwerpunkt der Konzeption liegt auf der Förderung der Mengen-Zahlen-Kompetenzen. Insbesondere der Entwicklung einer präzisen Mengenvorstellung kommt eine hohe Bedeutung zu, weil sie für den Erwerb weiterer mathematischer Kompetenzen notwendig ist und für Lernende mit IB häufig eine Herausforderung darstellt (vgl. Kap. 6.2.3) (Baroody, 1986; Brankaer et al., 2011; Garrote et al., 2015; Moser Opitz et al., 2014; Zentel & Sarimski, 2017).

Als Orientierungsgrundlage für die mathematische Förderung dient das Modell der Zahl-Größen-Verknüpfung von Krajewski und Ennemoser (2013). Es zeigt die Mengen-Zahlen-Kompetenzen, ihre Entwicklung und Zusammenhänge auf (vgl. Kap. 5). In verschiedenen Studien konnte bereits gezeigt werden, dass das Modell zur Beschreibung der mathematischen Entwicklung auch von Lernenden mit IB geeignet ist (Garrote et al., 2015; Moser Opitz et al., 2014). Somit kann das Modell zur Förderung aller Kinder genutzt werden.

Aspekte der Mathematikdidaktik

Die Aspekte aus der Mathematikdidaktik beziehen sich auf das Lernen aller Kinder und wurden in den vorhergehenden Kapiteln als bedeutsam herausgearbeitet.

Inklusiver Mathematikunterricht soll sowohl ein durch die Lehrkraft gelenktes Lernen als auch Lernen durch Ausprobieren und Entdecken, im Sinne des aktiv-entdeckenden Lernens, ermöglichen. Dass sich diese beiden Lernformen nicht ausschließen, wurde im Kapitel 7.3.4 gezeigt. Aktiv-entdeckendes Lernen ermöglicht individuelle Zugänge zum Lerninhalt und lässt eigene Denk- und Lernwege zu. So kann der geforderten Individualisierung nachgekommen werden. Wichtig für den Lernerfolg sind auch Phasen, in denen die Lehrkraft die Lernenden durch geeignete Aufgaben und Arbeitsmittel, gezielte Fragen und Hinweise oder verbalisierte Vorgehensweisen unterstützt und begleitet. Beide Formen des Lernens sollen sowohl den Lernenden mit IB als auch ohne IB ermöglicht werden.

In den Förderprogrammen für Lernende mit IB besteht aufgrund kleinschrittiger Vorgehensweisen die Gefahr, dass die ganzheitliche Erschließung von Themen und größeren Lerneinheiten, die ein Merkmal des aktiv-entdeckenden Lernens ist, verloren geht. Eine ganzheitliche Zugangsweise soll ermöglicht werden, indem Zahlenräume nicht begrenzt werden, so dass schon früh Erfahrungen mit großen Zahlen gesammelt werden können. Auch durch den Austausch in gemeinsamen Unterrichtsphasen sollen Einsichten in größere Zusammenhänge ermöglicht werden.

Das Entdecken und Nutzen von Mustern und Strukturen ist nicht nur im inklusiven Mathematikunterricht ein Ziel. Durch Arbeits- und Anschauungsmittel kann es unterstützt werden und zur Vertiefung des Verständnisses beitragen. Z.B. können Muster und Strukturen in strukturierten Übungen, bei denen die einzelnen Aufgaben in einer Beziehung stehen, entdeckt werden. Als Arbeits- und Anschauungsmittel werden erprobte didaktische Materialien eingesetzt, die den in Kapitel 7.3.5 dargestellten Kriterien entsprechen.

Berücksichtigte Aspekte inklusiven Unterrichts

Inklusiver Unterricht zeichnet sich dadurch aus, dass es Lerninhalte gibt, an denen die Schülerinnen und Schüler gemeinsam arbeiten können. Diese stellen die Basis dar für Kooperation und inhaltlichen Austausch. So können die Schülerinnen und

Schüler voneinander lernen, Gedanken und Entdeckungen austauschen und diejenigen von anderen nachvollziehen.

Damit trotz unterschiedlicher Lernziele, differenzierter Aufgaben und individueller Arbeitsphasen gemeinsames Lernen möglich wird, sind Unterrichtssequenzen notwendig, in denen sich die Lernenden über ihre Vorgehensweisen und ihren Wissenstand austauschen können. Gemeinsame Einstiegs- und Reflexionsphasen sind besonders geeignet, da zu Stundenbeginn ein spezifischer Lerninhalt mit den unterschiedlichen Erfahrungen der Lernenden verbunden werden kann. Am Ende der Stunde können die Lernenden die Inhalte reflektieren und sich über neue Erkenntnisse und Fragen austauschen. In diesen Phasen ist das verbindende Element der gemeinsame Lerninhalt, zu dem alle Lernenden etwas beitragen können, zentral.

Durch die gemeinsamen Unterrichtssequenzen wird nicht nur das Gemeinsame hervorgehoben oder das Voneinanderlernen ermöglicht, sondern es zeigt sich für die Lernenden auch die Notwendigkeit eigene mathematische Ideen zu verbalisieren und zu dokumentieren. Damit wird die prozessbezogene Kompetenz des Argumentierens gefördert, die in einem offenen, hoch individualisierten und differenzierten Unterricht ohne gemeinsame Arbeitsphasen zu kurz kommen würde (Häsel-Weide et al., 2013).

Zwischen den gemeinsamen Unterrichtssequenzen sind Arbeitsphasen vorgesehen, in denen durch Differenzierung auf die individuellen Lernausgangslagen der Lernenden eingegangen wird. In diesen Phasen kann selbständig oder mit anderen Kindern zusammen gearbeitet werden. Je selbständiger die Lernenden arbeiten, desto mehr Zeit steht der Lehrkraft für individuelle Unterstützung zur Verfügung. Klare Aufgabenstellungen in wiederkehrenden Formaten mit bekannten Materialien und Strukturen sind für das selbständige Mathematiklernen unverzichtbar.

Da das Differenzieren anspruchsvoll ist, müssen zur Umsetzung der Konzeption vielfältige Differenzierungsmöglichkeiten aufgezeigt werden. Ausgehend von den Lernzielen im Mathematikbuch sollen zu allen numerischen Themen Anknüpfungspunkte zu den Mengen-Zahlen-Kompetenzen aufgeführt werden. Die Mengen-Zahlen-Kompetenzen werden mit den Inhalten des Regelcurriculums bzw. den Inhalten des Mathematikbuchs verknüpft. Auch einzelne Mengen-Zahlen-Kompetenzen können einen gemeinsamen Lerninhalt darstellen, denn ihr Erwerb kann sich bis ins Jugendalter ziehen und ist während der gesamten Primarschulzeit für alle Lernenden ein bedeutendes Lernziel. Insbesondere wenn im Schulbuch der Fokus auf den Rechenoperationen liegt, ist das Aufzeigen des Bezugs zu den Mengen-Zahlen-Kompetenzen von Bedeutung, da es tiefes fachdidaktisches Wissen verlangt und anspruchsvoll ist. Ob Lernende bestimmte Kompetenzen bereits zeigen, ist abhängig vom Zahlenraum, Arbeitsmitteln und der Repräsentationsebene. Diese drei Aspekte bieten u.a. Möglichkeiten zur Differenzierung. Außerdem werden in vielen Aufgaben der Mathematikbücher der Primarschule diese Kompetenzen mehr oder weniger deutlich thematisiert.

8.2 Umsetzung der Konzeption

Die dargestellte Konzeption für den inklusiven Mathematikunterricht wurde für die Erprobung und Evaluation konkretisiert. Dabei waren folgende Aspekte handlungsleitend:

- *Inhalte*: Der inhaltliche Schwerpunkt der Förderung der Lernenden mit IB liegt auf den Mengen-Zahlen-Kompetenzen (Tab. 10 und Kap. 8.2.2).
- *Gemeinsamer Lerninhalt* und *Förderung der Mengen-Zahlen-Kompetenzen*: Den Inhalten im Mathematikbuch werden als „Anknüpfungspunkte" passende Mengen-Zahlen-Kompetenzen zugeordnet, die dann den gemeinsamen Lerninhalt bilden. Z.B. ist beim Thema „Ergänzen bis 100" auf der Schulbuchseite die Zahlzerlegung im kleinen Zahlenraum ein möglicher Anknüpfungspunkt. Alle Lernenden können sich somit auf unterschiedlichen Niveaus mit demselben Lerngegenstand befassen.
- *Differenzierung*: Zu allen Anknüpfungspunkten werden Förderideen entwickelt, die unterschiedlich komplex sind, sich auf unterschiedlichen Abstraktionsebenen befinden und unterschiedliche Zahlenräume abdecken. So werden vielfältige Differenzierungsmöglichkeiten aufgezeigt.
- *Individualisierung*: Es werden eindeutige Aufgabenstellungen in wiederkehrenden Formaten mit bekannten Materialien und Strukturen verwendet. Diese sollen zum einen selbständiges Arbeiten ermöglichen und zum anderen den Lehrkräften Möglichkeiten zur Individualisierung aufzeigen.

8.2.1 Materialien

Um den Lehrkräften Möglichkeiten zur Umsetzung der Konzeption zu bieten und so das Unterrichten von Mathematik in heterogenen Lerngruppen zu erleichtern, wurden Materialien entwickelt und zusammengestellt. Diese sind in Tabelle 8 aufgelistet.

Tabelle 8: Materialien und ihre Verwendung

	Material	**Verwendung**
Lehrkräfte	Planungshilfe	Verweist auf Anknüpfungspunkte zwischen dem offiziellen Lehrmittel und mathematischen Förderschwerpunkten und Themen für die Lernenden mit IB.
	Unterrichtskarten (UK)	Beinhalten Förderhinweise geordnet nach mathematischen Themen, die individuell angepasst und eingesetzt werden können. Auf den UK wird auf weitere Materialien wie Arbeitshefte, Kopiervorlagen, Spiele und Karteien verwiesen.
Lernende	Arbeitshefte	Ermöglichen Lernenden mit IB selbständiges Arbeiten und beinhalten Aufgaben für unterschiedliche Lernvoraussetzungen.
	Karteien	Karteikarten mit unterschiedlichen Schwierigkeitsniveaus können von allen Kindern genutzt werden. Es gibt eine Zähl-, Anzahl- und Kopfrechenkartei.
	Spiele	Einsetzbar in Übungsphasen, können an die Lernvoraussetzungen der Lernenden angepasst werden.

Die *Planungshilfe* und die *Unterrichtskarten* sind auf die Lehrmittel abgestimmt, die Ausgangspunkt der Förderung sind und auf denen auch auf die entsprechenden Schulbuch- und Arbeitsheftseiten verwiesen wird.

Planungshilfe

Die Planungshilfe ist tabellarisch aufgebaut (Tab. 9). Die ersten beiden Spalten führen das Thema im Mathematikbuch mit der entsprechenden Seitenzahl auf. In einer weiteren Spalte wird das mathematische Thema genannt, aus dem sich der Schwerpunkte für die Förderung bzw. gemeinsame Lerninhalte ableiten lassen. Diese sind in einer weiteren Spalte aufgeführt. Zu allen Schwerpunkten der Förderung sind Förderideen auf den Unterrichtskarten übersichtlich dargestellt.

Tabelle 9: Auszug aus der Planungshilfe für die 2. Klasse zum Zahlenbuch

Seite	Thema im Schulbuch	Mathematische Themen	Schwerpunkte für die Förderung
10	Würfeln	Aufgabe 1: Häufigkeiten, Wahrscheinlichkeiten	Zählen von Objekten, präzise Größenvorstellung
11 **12** **13**	Schätzen, Zählen und Bündeln	Zählen und Bündeln (im Hunderterraum)	(strukturiertes) Zählen und Bündeln
15	Zehner am Hunderterfeld	Zahlzerlegung	Zahlzerlegung (kleiner Zahlenraum)

Unterrichtskarten

Auf den Unterrichtskarten (Abb. 10) werden fachdidaktische Überlegungen zu den Mengen-Zahlen-Kompetenzen, ihren Voraussetzungen sowie ihre Relevanz für das weitere Mathematiklernen, Differenzierungsmöglichkeiten (inhaltlich und materiell) und Fördermöglichkeiten beschrieben.

ZAHLZERLEGUNG **UK 5**

Ziel/Relevanz: Die Einsicht, dass sich Zahlen in andere Zahlen zerlegen bzw. aus anderen Zahlen zusammensetzen lassen, ist ein zentraler Bestandteil des Aufbaus des Zahlbegriffs und Voraussetzung für das Rechnen.

Mathematische Voraussetzungen: Anzahlerfassung, Anzahlen durch Zählen bestimmen

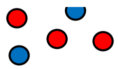
Didaktische Hinweise

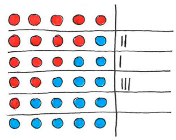
- Die Zerlegung der Zahlen 5, 10, 20, 100 ist besonders wichtig.
- Zahlzerlegung im Zahlenraum bis 6 kann mit unstrukturierten Anzahlen erfolgen. Bei größeren Anzahlen ist eine Strukturierung wichtig.
- Unstrukturiertes Material (Deckel, Wendeplättchen usw.) eignet sich für kleine Anzahlen bis 6.
- Ab Anzahlen von 6 strukturierte Darstellungen (Zwanzigerfeld) verwenden.

Förderideen für die Zerlegung von kleinen Anzahlen (< 7)

Plättchen werfen (mit 4, 5 oder 6 Plättchen spielen)

5 Plättchen im Becher schütteln, die Plättchen auf den Tisch legen. Die Plättchen nach Farben geordnet in eine Reihe legen und in der Tabelle notieren, welche Variante geworfen wurde. Den Vorgang mehrmals wiederholen. Zerlegung beschreiben: „Es sind 5 Plättchen. Vier Plättchen sind rot und ein Plättchen ist blau."





Förderideen für die Zerlegung von größeren Anzahlen

Hände

Kind A legt die Hände flach vor sich auf den Tisch. Kind B legt den Stift zwischen zwei Finger oder zwischen die beiden Hände von Kind A. Kind A formuliert die Zahlzerlegung: „Es sind 4 Finger und 6 Finger. Zusammen sind es 10 Finger."

Abbildung 10: Ausschnitt der Unterrichtskarte zur Zahlzerlegung

Arbeitshefte

Die Arbeitshefte beinhalten Aufgaben zu den Mengen-Zahlen-Kompetenzen. Strukturierte und übersichtlich gestaltete Seiten sowie eine Beispielaufgabe zu Beginn einer Seite oder Aufgabenserie sollen den Kindern mit IB selbständiges Arbeiten ermöglichen (Abb. 11). Aufgaben zum gleichen Inhalt decken verschiedene Zahlenräume ab und enden meistens mit offenen Aufgaben, bei denen die Kinder selber Zahlen wählen können. Die insgesamt drei Arbeitshefte sind in folgende Bereiche unterteilt:

- Zählen, Zahlen bündeln und Anzahlen erfassen
- Zahlen zerlegen
- Zahlen verdoppeln, halbieren, vergleichen und Grundoperationen.

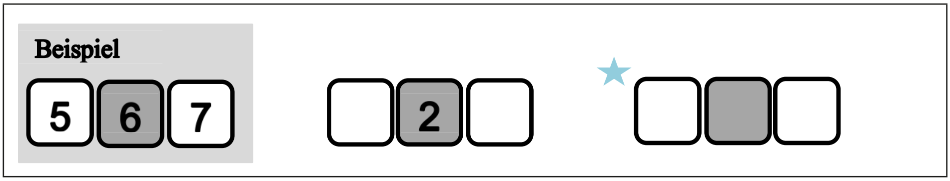


Abbildung 11: Ausschnitt aus dem Arbeitsheft zur Zahlenreihe: Beispielaufgabe, geschlossene Aufgabe, offene Aufgabe mit Stern

8.2.2 Fachdidaktische Überlegungen zu den Inhalten

Wie bereits in Kapitel 8.1 begründet, dient das Modell der Zahl-Größen-Verknüpfung (Krajewski & Ennemoser, 2013) als Orientierungsgrundlage für die mathematische Förderung der Lernenden mit IB. Es bietet eine übersichtliche Struktur über die verschiedenen Bereiche der numerischen Entwicklung und berücksichtigt verschiedene Zahlenräume sowie Abstraktionsniveaus und Arbeits- und Anschauungsmittel (bekannt/ unbekannt, strukturiert/ unstrukturiert). Neben den im Modell dargestellten Mengen-Zahlen-Kompetenzen sind die Grundvorstellungen zu den vier Grundrechenarten ein weiterer Inhalt der Förderung (Tab. 10).

Im Folgenden werden fachdidaktische Überlegungen zu den Teilkompetenzen, zu deren Relevanz für das weitere Mathematiklernen, Differenzierungsmöglichkeiten (inhaltlich und materiell) und Fördermöglichkeiten beschrieben sowie weitere Inhalte der Konzeption:

Tabelle 10: Auflistung der Inhalte der Förderung

Inhalte der Förderung:	
1) Basisfertigkeiten: – Anzahlen unterscheiden und vergleichen – Zahlwortreihe – Zahlenreihe 2) Einfaches Zahlverständnis: – Zählen von Objekten – Anzahlerfassung 3) Tiefes Zahlverständnis: – Zahlzerlegung – Verdoppeln & Halbieren – Zahlbeziehungen – Dezimalsystem	4) Weitere Inhalte der Konzeption – Grundvorstellungen • Addition • Subtraktion • Multiplikation • Division – Große Zahlen

1) Basisfertigkeiten

Zu den Basisfertigkeiten gehören die Zahlwortkenntnis, die exakte Zahlenfolge und die grobe Mengenunterscheidung. Die Förderung der Zahlwortkenntnis findet meist mit Zahl- und Ziffernschreibkursen statt. Die Zahlenkenntnis wird zudem durch das Zählen gefestigt und erweitert und Kinder können mit zunehmender Zählkompetenz die Kategorie „Zahlen“ bilden und Zahlen von anderen Wörtern unterscheiden.

Ein Schwerpunkt der Förderung innerhalb der Basisfertigkeiten liegt auf dem Zählen als das Aufsagen der Zahlwortreihe. Dieses bildet zusammen mit dem groben visuellen Unterscheiden und Vergleichen von Anzahlen eine wichtige Grundlage für das einfache Zahlverständnis. In der Konzeption wird zwischen der verbalen Zahlwortreihe und der geschriebenen Zahlenreihe unterschieden. Die geschriebene Zahlenreihe setzt voraus, dass die Lernenden die Zahlwortreihe aufsagen können bzw. verinnerlicht haben, falls sie über keine Lautsprache verfügen.

Grobes visuelles Unterscheiden und Vergleichen von Anzahlen
Die zunächst grobe und rein visuelle Unterscheidung von Anzahlen differenziert sich zunehmend aus, so dass Kinder zwischen ein, zwei und drei Objekten unterscheiden können (vgl. Kap. 5). Außerdem können Anzahlen zunehmend auch durch Eins-zu-eins-Zuordnung verglichen werden. Um die Unterschiede zwischen zwei Anzahlen auszudrücken, müssen Begriffe wie *gleich viel*, *mehr* und *weniger* gelernt werden. Aus fehlender oder beeinträchtigter sprachlicher Ausdrucksfähigkeit darf nicht geschlossen werden, dass die Lernenden z.B. nicht bestimmen können, welche Anzahl *mehr* ist. Falls die Lernenden die Begriffe zum Anzahlvergleich nicht aktiv verwenden, sollen sie von der Lehrkraft modellhaft genutzt werden.

Das Material beinhaltet Förderideen zum Unterscheiden und Vergleichen von deutlich verschiedenen Anzahlen, von Anzahlen bis drei und zur Eins-zu-eins-Zuordnung. Diese Aufgaben lassen sich mit dem Klassenunterricht verbinden, z.B. wenn Zahlen mit den Symbolen <, >, = verglichen werden. Für Lernende mit IB muss die Bedeutung und Unterscheidung der Symbole kein Lernziel sein, wichtiger ist das Unterscheiden größerer und kleinerer Anzahlen.

Zahlwortreihe/ verbales Zählen
Das verbale Zählen ist eine wichtige Kompetenz in der mathematischen Entwicklung und beinhaltet das Aufsagen der Zahlwortreihe, ohne dass dabei Objekte gezählt werden müssen. Durch das Aufsagen der Zahlwortreihe bekommen Lernende das Verständnis dafür, dass die Zahlwörter eine feste Reihenfolge bzw. eine stabile Ordnung haben (Prinzip der stabilen Ordnung). Verschiedene Studien betonen, dass besonders für Lernende mit IB regelmäßiges Üben des verbalen Zählens wichtig ist (Baroody, 1999; Bashash et al., 2003). Es ist mitunter einer der stärksten Prädiktoren zur Vorhersage der mathematischen Entwicklung (Aunola et al., 2004; Praet et al., 2013) und die Grundlage für die Mengenvorstellung, die sich parallel zur Zählkompetenz entwickelt (Fuson, 1988). Eine sichere und flexible Zählkompetenz ist zudem Grundlage für die Ablösung vom zählenden Rechnen.

Beim Zählen können erste Regelmäßigkeiten im Zahlaufbau entdeckt werden, jedoch beinhaltet die deutsche Zahlsyntax auch einige Unregelmäßigkeiten und somit Herausforderungen (die Zahlen 11, 12, Zehnerzahlen, Inversion), vor allem für Lernende mit einer anderen Erstsprache als Deutsch (Scherer & Moser Opitz, 2010). Da das verbale Zählen hohe Anforderungen an das Arbeitsgedächtnis stellt, ist regelmäßiges Üben und Thematisieren der Besonderheiten wichtig. Eine mangelnde Zählkompetenz kann auch mit fehlenden Zählerfahrungen zusammenhängen (Scherer & Moser Opitz, 2010).

Die Förderideen zur Zahlwortreihe berücksichtigen die verschiedenen Entwicklungsstufen nach Fuson (1988). Sie reichen von der Ganzheitsauffassung bis zur vollständig reversiblen Zahlwortreihe. Forschungsergebnisse zeigen, dass Lernende mit IB oder mit Schwierigkeiten beim Mathematiklernen oft nicht, oder nur unzureichend, in Schritten größer als Eins zählen können (Garrote et al., 2015). Das Zählen in Schritten, von einer beliebigen Zahl beginnend, trägt dazu bei, Strukturen zu entdecken und zu nutzen, Beziehungen zwischen Zahlen wahrzunehmen und sich vom Abzählen in Einerschritten zu lösen, also die vollständig reversible Zahlwortreihe zu erwerben (Häsel-Weide et al., 2013). So können z.B. Analogien zwischen 2, 4, 6 und 22, 24, 26 erkannt werden. Da das Vorwärts- und Rückwärtszählen, sowie das Zählen in Schritten regelmäßig geübt werden sollen, wurde eine Zählkartei erstellt. Sie bietet differenzierte Übungsmöglichkeiten für die ganze Klasse und ermöglich Partnerarbeit, auch zwischen Kindern mit ganz unterschiedlichen Leistungen. Auf der Vorderseite steht die Zählaufgabe, auf der Rückseite steht die Lösung, die von einem anderen Kind kontrolliert werden kann. Die Kartei ist nach unterschiedlichen Zahlenräumen (20/100/1000) und Schrittgrößen (1er, 2er, 5er, 10er) geordnet. Zusätzlich gibt es Karten zum Finden von Fehlern: Ein Kind liest eine Zahlenfolge mit angegebener Schrittgröße und Richtung vor und lässt dabei eine Zahl aus. Das andere Kind ruft „Stopp!", wenn es den Fehler bemerkt.

Die Lösungen auf der Kartenrückseite können genutzt werden, um Muster zu erkennen und zu besprechen. Thematisiert werden kann z.B., welche Ziffer sich innerhalb einer Zahl beim Zählen in Zehnerschritten verändert oder gleich bleibt. Zusätzlich können die entsprechenden Zahlen auf einem Zahlenband mit Klammern oder Plättchen markiert oder gezeigt werden.

Zahlenreihe

Durch Übungen zur Zahlenreihe soll das Prinzip der stabilen Ordnung erkannt und die Zahlenfolge gefestigt werden. Dazu gehört das Lesen von Zahlen, das Anordnen der Zahlen in einer Reihe bzw. auf einer Linie, das Einordnen von Zahlen in eine unvollständige Zahlenreihe, das Ordnen von Zahlen nach ihrer Größe und das Bestimmen von Nachbarzahlen. Wird der Zahlenraum bis 100 oder weiter erarbeitet, kann die Zahlenreihe auch den Aufbau des Dezimalsystems verdeutlichen, bei dem die Einer immer die Ziffern von Null bis Neun durchlaufen und der Zehner sich dann um Eins erhöht. Zur Förderung eignen sich neben Übungen auch Spiele (vgl. Kap. 9.2.3).

Bei der Förderung der Basiskompetenzen geht es vorrangig um den ordinalen Zahlaspekt, d.h. wie die Zahlen beim Zählen und der Zahlenreihe positioniert sind. Die Position der Zahlen lässt sich mit dem Zahlenband und der Hundertertafel veranschaulichen. Diese Anschauungsmittel können für kleinere Zahlenräume ohne Aufwand angepasst werden und eine strukturgleiche Fortsetzbarkeit ist gegeben (Krauthausen & Scherer, 2014). Das Aufsagen der Zahlwortreihe ist die Grundlage für das Bestimmen von Anzahlen und sollte in der Förderung schon früh mit dem Abzählen bzw. Bestimmen von Anzahlen verbunden werden.

2) Einfaches Zahlverständnis

Beim einfachen Zahlverständnis liegt der Schwerpunkt des Materials auf der Förderung der präzisen Mengenvorstellung. Dieser Schwerpunkt wurde gesetzt, weil die Forschungsergebnisse zeigen, dass Lernende mit IB häufig keine oder eine unzureichende präzise Mengenvorstellung haben (vgl. Kap. 6). Das führt später meistens dazu, dass Rechenaufgaben zählend gelöst werden und der Umgang mit Geld und anderen Größen im Alltag erschwert ist. Aufgaben zum Zählen von Objekten und die strukturierte bzw. quasi-simultane Anzahlerfassung tragen dazu bei, dass die Mengenvorstellung immer präziser wird und mit Zahlen Anzahlen verbunden werden (Krajewski & Ennemoser, 2013).

Zählen von Objekten

Die Mengenvorstellung bzw. das Anzahlkonzept wird besonders durch das Zählen von Objekten aufgebaut und mit zunehmender Zählerfahrung immer präziser (Krajewski & Ennemoser, 2013; Kap. 5). Zusätzlich zum Zählprinzip der stabilen Ordnung, das bereits beim Aufsagen der Zahlwortreihe beachtet werden muss, ist beim Zählen von Objekten die Beachtung des Eindeutigkeits- und Kardinalprinzips wichtig (Gelman & Gallistel, 1978). Objekte, die gut unterschieden, geordnet und verschoben werden können, sind einfacher zu zählen als ungeordnete Objekte, die sich nicht bewegen lassen, z.B. auf Abbildungen (Moser Opitz, 2008; Towse & Hitch, 1996). Bei Abbildungen kann es hilfreich sein, die gezählten Objekte zu markieren, um so das Arbeitsgedächtnis zu entlasten, weil man sich nicht merken muss, welches Objekt schon gezählt wurde. Wichtig ist, nach dem Zählprozess zu betonen, dass das letztgenannte Zahlwort die Anzahl ist. Das Zählen von strukturierten Mengen ist die Grundlage für die strukturierte Anzahlerfassung. Daher sollen die Lernenden bereits beim Zählen unstrukturierter Anzahlen dazu aufgefordert werden, die Objekte zu ordnen (Schnepel & Krähenmann, 2016; Schnepel, Krähenmann, Moser Opitz, Hepberger & Ratz, 2015).

Anzahlerfassung

Die strukturierte Anzahlerfassung ist für die Erarbeitung nicht zählender Rechenstrategien wichtig (Häsel-Weide et al., 2013). Anzahlen bis Vier können grundsätzlich simultan erfasst werden, ohne dass eine Strukturierung notwendig ist. Bei größeren Anzahlen werden Strukturen genutzt, wobei die Zehnerstruktur die Struktur des Dezimalsystems repräsentiert und die Fünferstruktur („Kraft der Fünf“) es ermöglicht, alle Anzahlen bis zehn auf einen Blick zu erfassen (Scherer & Moser Opitz, 2010). Voraussetzung für die strukturierte Anzahlerfassung ist, dass Anzahlen durch Zählen bestimmt werden können und gleiche Anzahlen trotz unterschiedlicher Anordnung als gleich erkannt werden (Mengenkonstanz).

In einer Anzahlkartei und den Arbeitsheften werden Anzahlen bis Zehn mit Finger- und Würfelbildern sowie Zehnerstreifen dargestellt. Würfelbilder lassen sich als Ganzes erkennen, ohne dass dafür Zahlbeziehungen erkannt werden müssen, z.B. dass die Sechs aus zwei Dreierreihen besteht oder dass bei vier Punkten ein Punkt mehr als bei der Drei ist. Werden Zahlen mit Fingerbildern dargestellt, muss die „Kraft der Fünf" genutzt werden, um die Anzahl auf einem Blick zu erkennen; gleiches gilt für Anzahlen am Zehnerstreifen, Zwanziger- und Hunderterfeld. Insbesondere bei den Fingerbildern ist darauf zu achten, dass sie statisch verwendet werden. Da die Strukturen nicht selbsterklärend sind und nicht alle Lernenden sie gleich deuten und erkennen, ist es wichtig darüber zu sprechen und verschiedene Zahldarstellungen an einem Anschauungsmittel zuzulassen.

3) Tiefes Zahlverständnis

Zum tiefen Zahlverständnis gehört das Verständnis, dass Zahlen aus anderen Zahlen zusammengesetzt, aber auch in andere Zahlen zerlegt werden können, dass Zahlen in Beziehung wiederum zueinander stehen und diese Beziehungen mit Zahlen ausgedrückt werden können, z.B. der Unterschied zwischen zwei Zahlen oder das Doppelte. Das tiefe Zahlverständnis ist wichtig für das Entwickeln von nichtzählenden Rechenstrategien, da z.B. beim Ergänzen zum nächsten Zehner Zahlen zerlegt werden.

Zahlzerlegungen und -zusammensetzungen
Die Einsicht, dass sich Zahlen in bzw. aus zwei oder mehr Zahlen zerlegen und zusammensetzen lassen, ist ein wesentlicher Schritt in der Zahlbegriffsentwicklung (Fritz, Ricken & Schmidt, 2003; Krajewski & Ennemoser, 2013). Für dieses Teil-Ganze-Verständnis müssen Zahlen mit Anzahlen verbunden werden. Während es zunächst die Erkenntnis ist, dass sich Zahlen zusammensetzen und zerlegen lassen, werden später in der Entwicklung die Beziehungen der Zerlegungen erkannt, z.B. dass, wenn bei gleichbleibender Anzahl eine Teilmenge um eins größer wird, der andere Teil um eins kleiner wird (gegensinniges Verändern) oder das Kommutativgesetz. In vielen Lehrmitteln wird von Aufgaben zur Zahlzerlegung schnell zum Rechnen und der symbolischen Schreibweise übergegangen. Daher, und aufgrund der hohen Bedeutung für das Rechnen, liegt in der Konzeption ein weiterer Schwerpunkt auf der Zahlzerlegung. Zerlegungen mit konkretem Material und auf ikonischer Ebene werden mit Zahlen verbunden. Wichtiger als die Gleichungsschreibweise ist, dass die Lernenden Muster und Zusammenhänge erkennen.

Zahlzerlegungen bis ca. sechs können unstrukturiert und zufällig durchgeführt werden, da so die Teilmengen weitestgehend auf einem Blick erfasst werden können und nicht das Abzählen der Mengen im Vordergrund steht. Werden durch Plättchenwerfen oder Schüttelboxen Zerlegungen erzeugt, sollen die Lernenden dazu angehalten werden die Zerlegung strukturiert darzustellen und die Anzahl der Gesamtmenge und der Teilmengen zu nennen oder mit Zahlen zu versehen. Wenn verschiedene Zerlegungen einer Anzahl erzeugt und ikonisch oder symbolisch notiert wurden, können Strukturen und Zusammenhänge zwischen den Aufgaben entdeckt werden, vor allem wenn sie geordnet werden. Bei der Zerlegung größerer Zahlen ist eine strukturierte Darstellung von vorhinein wichtig, wie z.B. am Zehnerstreifen oder Zwanzigerfeld, aber auch die Finger einer oder zweier Hände sind geeignet.

Zahlrelationen
Die Einsicht in Zahlbeziehungen kann durch verschiedene Aufgaben gefördert werden: Verdoppeln und Halbieren, Vergleichen zweier Zahlen, Bestimmen der Differenz, Verändern von Zahlen +/-1 und Zahlzerlegungen und -zusammensetzungen. Das Erkennen und Nutzen von Zahlbeziehungen trägt zum einen zum Zahlverständnis allgemein bei, ist aber auch wichtige Voraussetzung für das Rechnen und Entwickeln von Rechenstrategien. Beziehungen zwischen Zahlen lassen sich entdecken, wenn zwei oder mehr Zahlen miteinander verglichen werden oder wenn eine Zahl verändert wird.

Das Verdoppeln und Halbieren sind mathematische Tätigkeiten, die auch im Alltag häufig vorkommen. Beim Verdoppeln wird zu einer Anzahl noch einmal dieselbe Anzahl hinzugefügt (Krähenmann & Schnepel, 2016; Schmassmann & Moser Opitz, 2007). Voraussetzung ist das Erkennen der Äquivalenz zweier Anzahlen, sei es durch Ein-zu-eins-Zuordnung, Zählen oder strukturierte Anzahlerfassung. Beim Halbieren entstehen immer zwei gleich große Teile – genauer Hälften. Es soll erst erarbeitet werden, wenn das Verdoppeln verstanden wurde.

Das Vergleichen zweier Zahlen ist möglich, wenn eine Mengenvorstellung vorhanden ist. Wird das Zahlverständnis vertieft, können auch die Differenzen zweier Zahlen bestimmt und miteinander verglichen werden. Anfangs werden beide Anzahlen mit konkretem Material dargestellt, z.B. in zwei Reihen untereinander, später sind das Bestimmen der Differenz und das Erkennen von Beziehungen auf symbolischer Ebene möglich.

4) Weitere Inhalte der Konzeption

Grundvorstellungen zu den Operationen Addition, Subtraktion, Multiplikation und Division
Auch wenn Lernende mit IB noch nicht alle Aspekte des Zahlbegriffs entwickelt haben, können sie bereits *Grundvorstellungen* zu den vier Grundrechenarten aufbauen. Das heißt, dass sie Beziehungen zwischen Handlungen und Sachsituationen, bildhaften Darstellungen und Rechnungen herstellen und die verschiedenen Repräsentationsmodi vernetzen. Die Grundvorstellungen sind wichtig für das Lösen von Rechnungen, das Mathematisieren und Modellieren. Sie können aufgebaut werden, indem zu einem Bild, einer Handlung, einer Geschichte oder einer symbolischen Darstellung eine passende Rechnung zugeordnet wird. Das Beschreiben von Situationen und Bildern ist für Lernende mit IB häufig eine Herausforderung. Daher ist es wichtig, dass die Lehrkräfte oder andere Lernende die sprachliche Begleitung modellhaft übernehmen. Beachtet werden muss, dass bildhafte Darstellungen häufig mehrdeutig sind. In den Materialien sind neben bildlichen Darstellungen auch Alltagssituati-

onen aufgelistet, in denen addiert und subtrahiert wird, in denen man multiplikative Strukturen findet oder dividiert. Durch die Thematisierung der Grundvorstellungen soll zum einen gezeigt werden, dass das Verständnis wichtiger ist als das Lösen von Rechnungen, das häufig ohne Operationsverständnis und mit zählenden Strategien gelernt wird. Zum anderen lässt sich so die Förderung der Lernenden mit IB mit Inhalten des Klassenunterrichts verknüpfen, wenn in diesem das Lösen von Rechnungen im Vordergrund steht.

Dezimalsystem
Das *Dezimalsystem* kann als ein Netzwerk von Zahlbeziehungen interpretiert werden, zu dem das Bündelungs- und Stellenwertprinzip gehören. Ergänzt wird es durch ein positionsorientiertes Verständnis, das betont, dass die Zahlen eine Reihe bilden und Nachbarzehner und -hunderter haben (Freesemann, 2014). Die verschiedenen Aspekte des Dezimalsystems lassen sich also den drei Ebenen des ZGV-Modells zuordnen. Da dessen Erarbeitung nicht das Ziel für alle Kinder mit IB ist, werden Hinweise zur Förderung und Aufgaben auf einer separaten Unterrichtskarte und in einem extra Abschnitt im Arbeitsheft dargeboten. Der Schwerpunkt liegt auf Erfahrungen mit dem Dienes-Material, dem Bündeln und der Zahlschreibweise (Stellenwertprinzip).

Große Zahlen
Der bereits frühe Umgang mit *großen Zahlen* fördert zunächst die unpräzise Größenvorstellung und soll zu Einsichten in die Struktur des dezimalen Zahlsystems führen (Stellenwert- und Bündelungsprinzip). Bereits wenn die Lernenden Anzahlen bis zehn abzählen und Zahlen lesen können, können sie Aufgaben zum Bündeln erhalten und die Bündel mit Stellenwertkarten beschriften. Der Umgang mit großen Zahlen bietet Anknüpfungspunkte zum Klassenunterricht und ist für die meisten Lernenden motivierend.

8.2.3 Spiele

Verschiedene Studien berichten von positiven Effekten einer spielerischen Förderung der Mengen-Zahlen-Kompetenzen, insbesondere von Karten- und Computerspielen und numerischen Brettspielen (zusammenfassend Hauser, Vogt, Stebler & Rechsteiner, 2014). In den Studien zum Mathematiklernen von Schülerinnen und Schülern mit IB wurde die spielerische Komponente des Mathematiklernens bisher wenig beachtet. Dennoch gibt es Hinweise, dass das Spiel als Methode geeignet ist, verschiedene mathematische Kompetenzen zu üben (Baroody, 1999). Benz et al. (2015) schließen aus den Interventionsstudien zur spielerischen mathematischen Förderung im Vorschulbereich, dass besonders leistungsschwächere Kinder vom gezielten Einsatz ausgewählter Gesellschaftsspiele und mathematischer Lernspiele profitieren. Wichtig sei dabei die intensive sprachliche und inhaltliche Begleitung durch Bezugs-personen. Eine spielerische Förderung hat ein hohes lernförderliches Potenzial und kann den schulischen kognitiv orientierten Unterricht ergänzen.

Mögliche Vorteile des Einsatzes von Spielen sind, dass implizit und beiläufig (inzidentell), aber auch intentional gelernt wird (Oerter, 2006). Bei Regelspielen bleibt die Aktivität auf einen bestimmten Gegenstand oder ein bestimmtes Ziel fokussiert (Hauser et al., 2014), Handlungen werden oft und ohne Leistungsdruck wiederholt und können so einen weniger ermüdenden Übungs- und Lerneffekt mit sich bringen. Außerdem bestehen verschiedene Differenzierungsmöglichkeiten, z.B. kann in heterogenen Teams gespielt werden oder Regeln und Materialien können abgeändert werden. Durch einen Glücksfaktor, wie beim Würfeln oder Kartenziehen, gewinnt nicht unbedingt die Person mit der besseren Strategie oder den höheren Kompetenzen. Nach Prote (2014) ermöglicht eine spielerische Förderung kindliche Entwicklungsbedürfnisse mit effektiven Lernsituationen zu verbinden. So wird durch das Spiel nicht nur der kognitive Bereich angesprochen, sondern es kann auch im sozialen, emotionalen und motorischen Bereich gelernt werden (Schuler, 2013).

Zur Konzeption gehören verschiedene Regelspiele, deren Schwierigkeit durch Spielregeln und Materialauswahl (z.B. nur bestimmte Karten) variiert werden kann. Beispielsweise können bei einem Spiel, bei dem gleiche Anzahlen oder Anzahl und Zahl einander zugeordnet werden, Karten je nach Zahlenraum ausgewählt werden. Bei dem Spiel „Toujours 12“ (Ging, Sauthier & Stierli, 1998) zur Zahlzerlegung können Plättchen und Zwanzigerfeld als Hilfsmittel genutzt werden, aber auch hier können Karten mit Zahlen oder Anzahlen ausgewählt werden. Das Spiel „Räuber und Goldschatz“ (Wittmann & Müller, 2007a) kann bereits gespielt werden, wenn erste Zahlkenntnisse vorhanden sind und das Gewinnen hängt aufgrund des Würfelns vom Zufall ab. Neben den verschiedenen Differenzierungsmöglichkeiten bieten die Spiele Kooperations- und Kommunikationsanlässe, die sich positiv auf das Lernen und Wohlbefinden in der Klasse auswirken können.

Schuler (2013) hat einen Kriterienkatalog zur Analyse und Bewertung von Materialien und Spielen zum Erwerb des Zahlbegriffs erstellt. Neben Kriterien zur Einschätzung eines Spiels allgemein, z.B. Aufforderungscharakter, hat sie sechs Kriterien zusammengestellt, um das mathematische Potenzial zu analysieren:

- Teilfähigkeiten des Zahlbegriffs, die angeregt werden
- Material lässt sich auf verschiedenen Niveaus bearbeiten
- Niederschwelliger Zugang ist möglich
- Materialien weisen Strukturierung auf
- Eigenstrukturierungen sind möglich
- Durch die Materialauseinandersetzung werden weitere, insbesondere auch allgemeine mathematische Aktivitäten angeregt.

Die zur Umsetzung der Konzeption gehörenden Spiele entsprechen diesen Kriterien weitestgehend. Exemplarisch wird das bereits erwähnte Spiel „Toujours 12“ (Ging et al., 1998) anhand der Kriterien von Schuler (2013) analysiert. Das Spiel kann variiert werden und auch als „Toujours 8“ (Immer 8) gespielt werden (Tab. 11).

Tabelle 11: Analyse des Spiels „Toujours 8“ nach den Kriterien von Schuler (2013)

Toujours 8 (Immer 8)	
Beschreibung:	Jedes Kind hat drei Karten auf der Hand. In der Mitte werden zwei Stapel gebildet, so dass die (An-) Zahl der oberen Karte jeweils sichtbar ist. Die Summe der beiden oberen Karten soll 8 sein. Ein Kind darf eine Karte von der Hand auf einen beliebigen Stapel legen. Bilden die oberen Karten die Summe 8, darf es die beiden Karten als Gewinn zur Seite legen.
Geübte Teilfähigkeiten:	(quasi simultanes) Erfassen von Anzahlen, Zahlzerlegung und Zusammensetzung (Teil-Ganze-Beziehung), Ergänzen
Differenzierungsmöglichkeiten:	Auswahl der Karten: Punktekarten oder/und Zahlenkarten; Variation der Summe und Zahl der Summanden: 8, 12 (Zahlenkarten von 0 bis 12) oder 100, Zusammensetzung aus zwei, drei oder vier Zahlen.
Niederschwelliger Zugang:	Bei Punktekarten sind zählende Strategien möglich.
Strukturierung:	Kraft der Fünf (Zehnerfeld: zwei Reihen mit 5 Punkten), bis 5 Punkte auch andere Strukturierungen.
Eigenstrukturierung:	Punktekarten: andere Anordnungen als im Zehnerfeld; Reihenfolge, in der die Zahlen addiert werden, ist offen.
Prozessbezogene mathematische Kompetenzen:	Problemlösen: Zusammenhänge erkennen und nutzen; Argumentieren: Beziehungen und Gesetzmäßigkeiten erklären.

Zu den Spielmaterialien werden verschiedene Differenzierungsvorschläge und Bezüge zu den mathematischen Inhalten des Lehrmittels (in der *Planungshilfe*) aufgezeigt. Es wird explizit auf die Möglichkeit hingewiesen, die Spiele in der gesamten Klasse einzusetzen.

9. Ziel, Fragestellung und Design der Interventionsstudie

Inklusiver Mathematikunterricht hat den Anspruch alle Lernenden bestmöglich zu fördern. Neben der Differenzierung und Arbeitsphasen, in denen die Lernenden individuell arbeiten, ist wichtig, dass auch gemeinsame Arbeitsphasen stattfinden, damit im Austausch neue Erkenntnisse gewonnen werden (Kap. 7). Die Umsetzung dieser beiden Aspekte ist anspruchsvoll. Allerdings zeigt sich auch, dass es sich lohnt, diese Herausforderung anzunehmen. Denn die Forschungsergebnisse zum inklusiven Unterricht belegen, dass Lernende mit IB in inklusiven Klassen größere Fortschritte im Lesen und Schreiben machen als Lernende in Sonderschulklassen (Kap. 3). Jedoch konnten diese positiven Effekte nicht für die Mathematikleistung festgestellt werden. Es stellt sich also die Frage, wie inklusiver Mathematikunterricht gestaltet sein muss, damit auch Lernende mit IB davon profitieren. Zur Beantwortung dieser Frage wurden einerseits Ergebnisse von Studien präsentiert, die das Mathematiklernen von Schülerinnen und Schülern mit IB untersuchen (Kap. 6), andererseits wurden Forschungsergebnisse und Konzeptionen zum inklusiven Unterricht und dessen Merkmale zusammengetragen (Kap. 7). Ausgehend davon kann angenommen werden, dass ein Mathematikunterricht, in dem in hohem Maß differenziert wird, ein inhaltlicher Austausch der Lernenden untereinander ermöglicht wird und der den Blick aller Lernenden auf gleiche mathematische Lerninhalte richtet, die Leistungsentwicklung positiv beeinflusst. Doch die Planung und Umsetzung eines Unterrichts, der die unterschiedlichen Lernvoraussetzungen der Lernenden berücksichtigt, ist sehr komplex. In der Praxis zeigt sich, dass häufig Individualisierung stattfindet, dabei jedoch der Austausch über mathematische Inhalte und Erkenntnisse nur am Rande geschieht oder überhaupt nicht eingeplant wird. Bisher wurde keine Konzeption für den inklusiven Mathematikunterricht entwickelt, die von einer sehr heterogenen Lerngruppe ausgeht und das Lernen an einem gemeinsamen Inhalt ermöglicht unter Berücksichtigung des aktuellen Forschungsstands zum Mathematiklernen von Kindern mit IB, Aspekten der Mathematikdidaktik sowie gemeinsamen Lernens. Insbesondere die gleichen mathematischen Lerninhalte sind sowohl für den inhaltlichen Austausch als auch für die individuelle mathematische Entwicklung unabdingbar. Wie eine Konzeption, die den Kriterien inklusiven Mathematikunterrichts entspricht, aussehen könnte, wurde in Kapitel 8 erläutert. In der vorliegenden Studie wurde die Umsetzbarkeit dieser Konzeption im Rahmen einer quasi-experimentellen Unterrichtsstudie in zweiten und dritten Klassen in der deutsch- und französischsprachigen Schweiz erprobt und evaluiert.

Bei der Erprobung wurde folgender Forschungsfrage nachgegangen:

> Welchen Einfluss hat eine für den inklusiven Unterricht konzipierte Förderung der Mengen-Zahlen-Kompetenzen auf die Mathematikleistung von Lernenden mit IB?

Die erhobenen Daten erlauben auch Rückschlüsse zur Entwicklung der mathematischen Kompetenzen der Lernenden mit IB, so dass außerdem unabhängig von der Intervention folgender Frage nachgegangen wurde:

> Wie entwickeln sich die Mengen-Zahlen-Kompetenzen von Kindern mit IB mit unterschiedlichen numerischen Vorkenntnissen im inklusiven Mathematikunterricht?

Die Intervention umfasste nicht nur Materialien für die Lernenden mit IB, sondern auch Materialien, die für das Lernen der Kinder ohne IB bestimmt waren. Die Materialien weisen ein hohes Differenzierungspotential auf und sind für Lernende mit unterschiedlichem Leistungsstand geeignet. Sie sollen der Gestaltung gemeinsamer Lernsituationen dienen, in denen an einem gemeinsamen Inhalt gelernt wird und ein inhaltlicher Austausch aller Lernenden ermöglicht wird. Daher wurde auch folgender Frage nachgegangen, die sich auf das Lernen der Schülerinnen und Schüler ohne IB bezieht:

> Welchen Einfluss hat eine für den inklusiven Unterricht konzipierte Förderung der Mengen-Zahlen-Kompetenzen auf die Mathematikleistung von Lernenden ohne IB?

Die Intervention basiert auf dem Forschungsstand zum Mathematiklernen von Lernenden mit und ohne IB und berücksichtigt die Entwicklungen zum inklusiven Mathematikunterricht. Daher wird davon ausgegangen, dass die Intervention die mathematische Entwicklung aller Lernenden positiv beeinflusst. Die folgenden zwei Hypothesen werden in dieser Studie geprüft. Die erste Hypothese bezieht sich auf die mathematische Entwicklung der Kinder mit IB, während sich die zweite Hypothese auf die Kinder ohne IB bezieht.

H_1: Die Umsetzung einer für den inklusiven Unterricht konzipierten Förderung der Mengen-Zahlen-Kompetenzen hat einen positiven Einfluss auf die Mathematikleistung der Lernenden mit IB.

H_2: Die Umsetzung einer für den inklusiven Unterricht konzipierten Förderung der Mengen-Zahlen-Kompetenzen hat einen positiven Einfluss auf die Mathematikleistung der Lernenden ohne IB.

Die Hypothesen werden mit den in Kapitel 9.5 beschriebenen statistischen Methoden überprüft. Zunächst werden der Aufbau der Studie, die Stichprobe, eingesetzte Testverfahren, die konkrete Umsetzung der in Kapitel 8 beschriebenen Konzeption und die Analysemethoden dargestellt.

9.1 Untersuchungsdesign

Die hier beschriebene Studie ist Teil einer größeren vom Schweizerischen Nationalfonds geförderten Studie[11] mit dem Titel „Effective Teaching Practices in Inclusive Classrooms". In dieser ist neben einer Intervention für den Mathematikunterricht auch eine Intervention zur Förderung der sozialen Integration entwickelt und erprobt worden. Die Klassen, die an dieser Intervention teilgenommen haben, dienten als Kontrollgruppe zur Auswertung der Wirksamkeit der Mathematikintervention. Außerdem wurden mittels Fragebögen Daten zur Zusammenarbeit der Lehrkräfte, zur Einstellung der Klassenlehrkraft zum Kind mit IB, zur sozialen Integration (Garrote, 2016b) und zum Wissen der schulischen Heilpädagogin über das Mathematiklernen von Lernenden mit IB erhoben. In jeder teilnehmenden Klasse wurde eine Mathematikstunde auf Video aufgenommen, um weitere Analysen zur Unterrichtsqualität durchführen zu können.

Zur Beantwortung der Forschungsfragen wurde die bereits beschriebene Konzeption für den inklusiven Mathematikunterricht konkretisiert, indem Materialien zur Planung des Unterrichts und für die Unterrichtsgestaltung entwickelt wurden (Kap. 8). Deren Effekte wurden in einer Unterrichtsstudie mit quasi-experimentellem Design mit zwei Interventionsgruppen sowie zwei Messzeitpunkten untersucht. Die Zielgruppe der Intervention waren Kinder der zweiten und dritten Klasse. Die Anbindung der Intervention an das Lehrmittel bedingte die Beschränkung auf zwei Klassenstufen. Erste Klassen waren aufgrund der Vorerhebungen vor den Sommerferien für die Erprobung und Evaluation weniger geeignet, da die Kinder zu diesem Zeitpunkt noch nicht die Schule besuchten.

Die ersten Erhebungen fanden am Ende des Schuljahres vor Interventionsbeginn statt. Erfasst wurden zu diesem Zeitpunkt die Mathematikleistung, die allgemeine Denkfähigkeit und Strukturdaten (siehe unten). Die Interventionsphase dauerte von September bis Mai und hat mit einem Einführungstreffen im August begonnen, an dem die Lehrkräfte die in Kapitel 8.2 beschriebenen Materialien erhalten haben. Ein zweites Treffen, das vor allem dem Erfahrungsaustausch diente, hat während der Interventionsphase im Oktober stattgefunden (vgl. Kap. 9.4). Die Nacherhebungen wurden im Anschluss an die Interventionsphase am Ende des Schuljahres durchgeführt.

Erhobene Daten

Neben den Mathematikleistungen, die vor Interventionsbeginn und im Anschluss an die Intervention erhoben wurden, wurde zum ersten Messzeitpunkt die allgemeine Denkfähigkeit der Kinder erfasst (vgl. Kap. 9.3). Zu diesem Zeitpunkt haben die Lehrkräfte außerdem Angaben zu den einzelnen Kindern gemacht (Strukturdaten), die beim Förderbedarf auf ihrer Einschätzung basierten und nicht genau definiert wurden:

---

11 SNF-Projekt Nr. 100014-146086

- Geschlecht
- Geburtsdatum
- Förderbedarf (keiner/ Mathematik/ Deutsch bzw. Französisch/ Verhalten/ anderer)
- Reduzierte Lernziele (ja/ nein)
- Spezielle Diagnosen (keine/ Lese-Rechtschreibstörung/ Rechenschwäche/ Verhaltensauffälligkeiten/ ADHS/ andere)
- Familiensprache.

In Bezug auf die Familiensprache wurde erfasst, ob die Kinder in ihrer Familie in der Regel eine andere Sprache als die Unterrichtssprache (Deutsch bzw. Französisch) sprechen. Während des ersten Treffens zur Einführung in das Projekt, haben die Lehrkräfte zudem Auskunft zur Organisation des Unterrichts und der Klasse gegeben:

- Anzahl der Lektionen insgesamt der schulischen Heilpädagoginnen und -pädagogen (SHP) in der Klasse pro Woche
- Anzahl der Mathematiklektionen der SHP in der Klasse pro Woche
- Angaben zur Förderung der Kinder mit IB in Mathematik, wenn die SHP nicht anwesend ist
- Angaben zur Organisation der mathematischen Förderung der Kinder mit IB (Einzel-/ Gruppenunterricht, Team-Teaching).

9.2 Stichprobe

Die Stichprobe wurde in der deutsch- und französischsprachigen Schweiz gewonnen, indem sich Lehrkräfte freiwillig für das Projekt angemeldet haben. Es handelte sich um eine Selbstselektionsstichprobe (Döring & Bortz, 2016b). Um die Lehrkräfte auf das Projekt aufmerksam zu machen, wurden zunächst die kantonalen Behörden um Erlaubnis gefragt, für die Projektteilnahme zu werben. In einigen Kantonen wurde der Projektflyer über einen Mailverteiler an alle Lehrkräfte und schulischen Heilpädagoginnen und -pädagogen (SHP) geschickt, in anderen Kantonen wurden von vornherein nur Klassen angefragt, die die Bedingungen für die Teilnahme erfüllten. Bedingung war, dass mindestens ein Kind mit IB inklusiv beschult wurde, dass als Mathematiklehrmittel das Schweizer Zahlenbuch (Wittmann & Müller, 2007b), das Zürcher Lehrmittel (Keller & Noelle Müller, 2010) oder das französischsprachige Lehrmittel „Corome" (Ging et al., 1998) verwendet wurde und dass das Kind mit IB eine zweite oder dritte Klasse besuchte. Mehrjahrgangsklassen wurden auch in die Stichprobe aufgenommen. Das Kriterium des Mathematiklehrmittels wurde gewählt, weil die Intervention an das Lehrmittel angepasst wurde und die drei genannten Mathematikbücher in der Schweiz am weitesten verbreitet waren.

Stichprobengröße

Vor Projektbeginn wurde eine Poweranalyse durchgeführt, um die Größe der Stichprobe zu bestimmen, die notwendig ist, um Effekte berechnen zu können. Die Stichprobe der Lernenden mit IB sollte mindestens 42 Kinder umfassen (f = 0.25, α = 0.05, 1 – β = 0.8, F = 3.24), für eine größere Power wäre eine Stichprobe von n = 66 notwendig (f = 0.25, α = 0.05, 1 – β = 0.95, F = 3.14). Angestrebt wurde daher eine Stichprobengröße von 60 Klassen, jeweils 20 Klassen für die Gruppe$^{\text{Mat}}$ (Mathematikintervention), die Gruppe$^{\text{Soz}}$ (Intervention zur Förderung der sozialen Kompetenzen) und die Kontrollgruppe. Jedoch konnten im Schuljahr 2014/15 nur 20 Klassen rekrutiert werden, von denen zwei Klassen vorzeitig aus dem Projekt ausgestiegen sind. Aufgrund der wider Erwarten kleinen Grundgesamtheit von inklusiven Klassen, in denen Kinder mit IB unterrichtet wurden, musste das Design angepasst werden. Es wurde auf eine Kontrollgruppe ohne Intervention verzichtet und die beiden Interventionsgruppen dienten als Kontrollgruppe der jeweils anderen Interventionsgruppe. Zudem konnten zweite und dritte Klassen am Projekt teilnehmen. Schließlich wurden im Schuljahr 2015/16 noch einmal 17 Klassen rekrutiert, so dass die gesamte Stichprobe aus zwei Kohorten bestand.

Gruppeneinteilung

Die Einteilung der Klassen in die Gruppe$^{\text{Mat}}$ oder in die Gruppe$^{\text{Soz}}$ erfolgte so weit wie möglich unter Berücksichtigung der Sprachregion, der Klassenstufe sowie der Testergebnisse der Kinder mit IB in Mathematik und einem IQ-Test. Es wurde versucht, zwei vergleichbare Gruppen von Lernenden mit IB zu bilden. Zwei Klassen hatten die Teilnahme am Projekt an die Bedingung geknüpft, dass sie die Mathematikintervention erhalten. Diese beiden Klassen wurden der Gruppe$^{\text{Mat}}$ zugewiesen.

Beschreibung der Gesamtstichprobe

In die Analysen wurden nur Kinder, deren Daten für beide Testzeitpunkte vorlagen, einbezogen. Die Gesamtstichprobe setzte sich aus 528 Kindern mit und ohne IB in 35 Klassen der Deutschschweiz und Romandie zusammen. Bei einer Klasse fehlten jedoch die Daten des Nachtests der Lernenden ohne IB, weil das Kind mit IB die Schule gewechselt hatte. Da weiterhin die gleiche SHP für die Förderung des Kindes zuständig war und dieses am Nachtest teilgenommen hat, wurde das Kind mit IB nicht aus der Stichprobe ausgeschlossen.

Die Stichprobe umfasste sowohl jahrgangsdurchmischte Klassen als auch Klassen, in denen nur Kinder eines Jahrgangs beschult wurden (Tab. 12). Durch die Teilnahme der jahrgangsgemischten Klassen enthielt die Stichprobe Kinder der ersten bis dritten Klasse. Die durchschnittliche Klassengröße lag bei 14.95 (min. = 8, max. = 22, SD = 3.42). In neun Klassen wurden jeweils zwei Kinder mit IB unterrichtet und in 26 Klassen wurde jeweils ein Kind mit IB beschult.

Tabelle 12: Stichprobe: Anzahl Klassen, Kinder ohne IB, Kinder mit IB

	Klassen (*N* = 35)	**Kinder ohne IB (*N*= 493)**	**Kinder mit IB (*N* = 44)**
Klassenform			
2. Klasse	18+1**	252	23
3. Klasse	7	108	10
1./2. Klasse	5	74	6
1./2./3. Klasse	3	52	4
3./4. Klasse*	1	7	1
Klasse (Jahrgang)			
Erstklässler		55	-
Zweitklässler		315	33
Drittklässler		141	11
Sprachregion			
D-CH	22	317	30
F-CH	13	176	14

Anmerkung. * Kinder der 4. Klasse haben nicht an der Studie und den Erhebungen teilgenommen.
** Von einer Klasse werden nur die Daten des Kindes mit IB berücksichtigt.

In 15 Klassen wurde das Schweizer Zahlenbuch (Wittmann & Müller, 2007b) und in sieben Klassen das Mathematikbuch des Zürcher Lehrmittelverlags (Keller & Noelle Müller, 2010) eingesetzt. Diese beiden Lehrmittel verwenden ähnliche Anschauungs- und Arbeitsmittel und haben vergleichbare didaktische Grundlagen. In den 13 Klassen der Romandie wurde das Lehrmittel „Corome“ (Ging et al., 1998) eingesetzt, das sich an den Theorien Piagets orientiert, viele Aufgaben zum logischen Denken enthält und im Vergleich zu den deutschschweizer Lehrmitteln weniger strukturierte Anschauungsmittel einsetzt. Während in den Deutschschweizer Lehrmitteln im ersten Schuljahr sowohl Addition als auch Subtraktion eingeführt werden und im zweiten Schuljahr die Multiplikation und Division thematisiert werden, wird im Lehrmittel der Romandie pro Schuljahr nur eine der Grundoperationen eingeführt: im ersten Schuljahr die Addition, im zweiten Schuljahr die Subtraktion, im dritten Schuljahr die Multiplikation und im vierten Schuljahr die Division.

Beschreibung der Stichprobe der Kinder ohne IB

Die Stichprobe der Kinder ohne IB umfasste 493 Schülerinnen und Schüler aus der ersten bis dritten Klasse. Über die Hälfte der Kinder befand sich während der Intervention in der zweiten Klasse (63.9%), ca. ein Viertel in der dritten Klasse und weniger als 10% besuchte die erste Klasse (Tab. 13). Ungefähr zwei Drittel der Kinder ging in der deutschsprachigen Schweiz zur Schule (64.3%). Die Gruppe^{Mat} (n = 239) und Gruppe^{Soz} (n = 254) waren ungefähr gleich groß.

Zwischen beiden Interventionsgruppen waren bei der Verteilung der Geschlechter ($\chi^2_{(df=1)} = 2.78$; $p = .10$) und der Familiensprache ($\chi^2_{(df=1)} = 1.89$; $p = .40$) keine signifikanten Unterschiede. Die Verteilungen der Klassenstufen ($\chi^2_{(df=2)} = 37.4$; $p <$

.01) und der Sprachregion ($\chi^2_{(df=1)}$ = 13.7; p < .01) unterschieden sich hingegen signifikant zwischen der Gruppe^{Mat} und der Gruppe^{Soz}. Auch zwischen den Sprachregionen bestanden signifikante Unterschiede in den Verteilungen der Klassen (Jahrgänge) ($\chi^2_{(df=2)}$ = 21.1; p < .01) und der Familiensprache Deutsch bzw. Französisch und einer anderen Familiensprache ($\chi^2_{(df=1)}$ = 22.0; p < .01).

Tabelle 13: Stichprobe Kinder ohne IB unterteilt nach Interventionsgruppen und nach Sprachregionen

	Gesamt-stichprobe	**Interventionsgruppen**		**Sprachregionen**	
		Gruppe^{Mat}	**Gruppe^{Soz}**	**D-CH**	**F-CH**
	n (%)	*n* (%)	*n* (%)	*n* (%)	*n* (%)
Kinder	493	239	254	317	176
Geschlecht					
Jungen	247 (50.1)	129 (54)	118 (46.5)	158 (49.8)	89 (50.6)
Mädchen	246 (49.9)	110 (46)	136 (53.5)	159 (50.2)	87 (49.4)
Klasse					
1	46 (9.3)	25 (10.5)	21 (8.3)	39 (12.3)$_c$	7 (4.0)$_d$
2	315 (63.9)	180 (75.3)$_a$	135 (53.1)$_b$	180 (56.8)$_c$	135 (76.7)$_d$
3	132 (26.8)	34 (14.2)$_a$	98 (38.6)$_b$	98 (30.9)$_c$	34 (19.3)$_d$
Familienspr.					
Dt./ frz.	354 (71.8)	175 (73.2)	179 (70.5)	207 (65.3)$_c$	147 (83.5)$_d$
Andere	139 (28.2)	64 (26.8)	75 (29.5)	110 (34.7)$_c$	29 (16.5)$_d$
Sprachregion					
D-CH	317 (64.3)	134 (56.1)$_a$	183 (72)$_b$	-	-
F-CH	176 (35.7)	105 (43.9)$_a$	71 (28)$_b$	-	-
FB Mathe	47 (9.5)	28 (11.7)	19 (7.5)	31 (9.8)	16 (9.1)

Anmerkung. FB Mathe = Förderbedarf Mathematik; pro Zeile sind signifikante Unterschiede der Mittelwerte durch unterschiedlich Indizes gekennzeichnet (χ^2-Test, p < .05).

Die Unterteilung der Stichprobe nach Klasse und Sprachregion (Tab. 14) zeigt, dass in allen Schuljahren mehr Kinder aus der Deutschschweiz als aus der Romandie am Projekt teilgenommen haben.

Die Stichprobe der Erstklässlerinnen und Erstklässler in der Romandie setzte sich aus sieben Kindern zusammen, die alle Französisch als Familiensprache hatten und von denen ein Kind einen Förderbedarf in Mathematik hatte. Von den Kindern der ersten Klassen in der Deutschschweiz hatte ein Viertel eine andere Familiensprache als Deutsch und ein Kind (2.6%) hatte einen Förderbedarf in Mathematik. Die Zweitklässlerinnen und -klässler der beiden Sprachregionen unterschieden sich signifikant in der Familiensprache ($\chi^2_{(df=1)}$ = 10.0; p < .01). Auch die Kinder der dritten Klasse unterschieden sich zwischen den beiden Sprachregionen in diesem Merkmal, nur ein Kind (2.9%) in der Romandie hatte eine andere Familiensprache als Französisch.

Tabelle 14: Stichprobe der Kinder ohne IB, unterteilt nach Klassen und Sprachregion

	1. Klasse		2. Klasse		3. Klasse	
	D-CH	**F-CH**	**D-CH**	**F-CH**	**D-CH**	**F-CH**
	n (%)	*n* (%)	*n* (%)	*n* (%)	*n* (%)	*n* (%)
Kinder	39	7	180	135	98	34
Geschlecht						
Jungen	19 (48.7)	5 (71.4)	95 (52.8)	69 (51.1)	44 (44.9)	15 (44.1)
Mädchen	20 (51.3)	2 (28.6)	85 (47.2)	66 (48.9)	54 (55.1)	19 (55.9)
Familienspr.						
Dt./ frz.	29 (74.4)	7 (100)	113 $(62.8)_a$	107 $(79.3)_b$	65 $(66.3)_c$	33 $(97.1)_d$
andere	10 (25.6)	-	67 $(37.2)_a$	28 $(20.7)_b$	33 (33.7)	1 (2.9)
FB Mathe	1 (2.6)	1 (14.3)	22 (12.2)	15 (11.1)	8 (8.2)	-

Anmerkung. FB = Förderbedarf; pro Zeile sind signifikante Unterschiede der Mittelwerte durch unterschiedlich Indizes gekennzeichnet (χ^2-Test, $p < .05$).

Vergleich der Interventionsgruppen: Kinder ohne IB

Die Kinder der ersten Klasse waren mit 25 Kindern in der Gruppe^{Mat} und mit 21 Kindern in der Gruppe^{Soz} gleichmäßig verteilt (Tab. 15). Die Gruppen unterschieden sich in der Sprachregion, da in der Gruppe^{Soz} kein Kind aus der Romandie war. Bei den Zweitklässlerinnen und -klässlern konnten zwischen den beiden Interventionsgruppen keine Unterschiede festgestellt werden, weder bei den Variablen Geschlecht ($\chi^2_{(df=1)} = 0.95$; $p = .329$), Familiensprache ($\chi^2_{(df=1)} = 0.18$; $p = .671$) noch bei der Sprachregion ($\chi^2_{(df=1)} = 0.43$; $p = .511$). Die Interventionsgruppen der Kinder in der dritten Klasse unterschieden sich bezüglich Familiensprache ($\chi^2_{(df=1)} = 6.87$; $p < .01$) und Sprachregion ($\chi^2_{(df=1)} = 17.69$; $p < .01$). In der Gruppe^{Soz} waren mehr Kinder mit einer anderen Familiensprache als der Unterrichtssprache sowie mehr Kinder in der Deutschschweiz und weniger in der Romandie.

Tabelle 15: Stichprobe der Kinder ohne IB, unterteilt nach Klasse und Interventionsgruppe

	1. Klasse		2. Klasse		3. Klasse	
	Gruppe^{Mat}	**Gruppe^{Soz}**	**Gruppe^{Mat}**	**Gruppe^{Soz}**	**Gruppe^{Mat}**	**Gruppe^{Soz}**
	n (%)	*n* (%)	*n* (%)	*n* (%)	*n* (%)	*n* (%)
Kinder	25	21	180	135	34	98
Geschlecht						
Jungen	15 (60)	9 (42.9)	98 (54.4)	66 (48.9)	16 (47.1)	43 (43.9)
Mädchen	10 (40)	12 (57.1)	82 (45.6)	69 (51.1)	18 (52.9)	55 (56.1)
Familienspr.						
Dt./ frz.	20 (80)	16 (76.2)	124 (68.9)	96 (71.1)	31 $(91.2)_a$	67 $(68.4)_b$
andere	5 (20)	5 (23.8)	56 (31.1)	39 (28.9)	3 $(8.8)_a$	31 $(31.6)_b$
Sprachregion						
D-CH	18 (72)	21 (100)	100 (55.6)	80 (59.3)	16 $(47.1)_a$	82 $(83.7)_b$
F-CH	7 (28)	-	80 (44.4)	55 (40.7)	18 $(52.9)_a$	16 $(16.3)_b$
FB Mathe	2 (8)	-	25 (13.9)	12 (8.9)	1 (2.9)	7 (7.1)

Anmerkungen. FB Mathe = Förderbedarf Mathematik; pro Zeile sind signifikante Unterschiede der Mittelwerte durch unterschiedlich Indizes gekennzeichnet (χ^2-Test, $p < .05$).

Beschreibung der Stichprobe der Kinder mit IB

Die Stichprobe der Kinder mit IB umfasste 44 Schülerinnen und Schüler aus 35 Klassen, bei denen von einer Fachstelle eine „intellektuelle Beeinträchtigung" diagnostiziert worden war und die alle „integrative Sonderschulung" erhielten, d.h., dass ihnen besondere Fördermaßnahmen aufgrund einer IB zugesprochen wurden. Zu diesen Maßnahmen gehörte bei allen Kindern die schulische Begleitung durch eine SHP, deren Umfang zwischen 1.5 und 5 Lektionen (à 45 Minuten) pro Woche lag (M = 3.5 Lektionen, SD = 1.19). Außerdem haben einige Kinder weitere Fördermaßnahmen, z.B. Sprachtherapie, erhalten, die jedoch nicht erfasst wurden. In den meisten Fällen hat der schulpsychologische Dienst die Diagnose „intellektuelle Beeinträchtigung" in einem Abklärungsverfahren gestellt, wenn ein IQ unter 70 oder 75 gemessen worden war. Dafür wurden unterschiedliche Instrumente eingesetzt, z.B. der SON-R (Tellegen, Laros & Petermann, 2007) oder der WPSSI-III (Wechsler, 2014). Von einigen Kindern lagen keine IQ-Werte vor. Mit diesen wurde im Rahmen der Vorerhebungen der Studie ein Intelligenztest durchgeführt (siehe Kap. 9.3.3).

Die beiden Interventionsgruppen waren gleich groß, in beiden Gruppen waren mehr Jungen als Mädchen, mehr Kinder in der zweiten als in der dritten Klasse und mehr Kinder aus der Deutschschweiz als aus der Romandie (Tab. 16). In der Gruppe^{Soz} waren gleich viele Kinder, deren Familiensprache mit der Unterrichtssprache übereinstimmte und die eine andere Familiensprache hatten (je 11 Kinder). In der Gruppe^{Mat} waren hingegen nur neun Kinder mit einer anderen Familiensprache. In beiden Gruppen waren jeweils drei Kinder mit Down-Syndrom.

Tabelle 16: Stichprobe der Kinder mit IB

	Gesamtstichprobe	**Interventionsgruppen**	
		Gruppe^{Mat}	**Gruppe^{Soz}**
Kinder	44	22	22
Geschlecht			
Jungen	26	12	14
Mädchen	18	10	8
Klasse			
2	33	19	14
3	11	3	8
Familienspr.			
Dt./ frz.	24	13	11
Andere	20	9	11
Sprachregion			
D-CH	30	12	18
F-CH	14	10	4
Down-Syndrom	6	3	3

9.3 Messinstrumente

Zur Ermittlung des IQs und der Mathematikleistung wurden in der Studie verschiedene Instrumente eingesetzt. Die allgemeine Denkfähigkeit wurde bei den Lernenden ohne IB mit dem CFT 1-R (Weiß & Osterland, 2013) ermittelt. Bei der Mehrheit der Kinder mit IB wurde der IQ bereits vom schulpsychologischen Dienst während des sonderpädagogischen Abklärungsverfahrens bestimmt. Wenn der IQ noch nicht vorlag, wurden entweder der CFT 1-R oder der SON-R (Tellegen et al., 2007) in einer Einzeltestsituation durchgeführt. Die Mathematikleistung der Schülerinnen und Schüler ohne IB wurde mit einem stufenspezifischen Gruppentest der BASIS-MATH-Reihe (Tab. 17) erhoben. Die Lernenden mit IB haben in einer Einzeltestsituation ausgewählte Aufgaben aus dem TEDI-MATH (Kaufmann et al., 2009) bearbeitet. Diese Tests wurden vor den Sommerferien, am Ende des Schuljahres vor Interventionsbeginn, durchgeführt. Da sich einige Klassen jedoch erst kurz vor oder während der Sommerferien zur Teilnahme am Projekt gemeldet haben, wurden in diesen Klassen die Mathematik- und IQ-Tests zu Beginn des Schuljahres, in dem das Projekt stattfand, durchgeführt. Die Nachtests in Mathematik wurden acht Monate nach Interventionsbeginn durchgeführt. Alle Testungen wurden von geschulten Testleiterinnen und Testleitern durchgeführt und ausgewertet.

Tabelle 17: Übersicht über die eingesetzten Messinstrumente

	Klasse	**Mathematiktests**	**IQ-Tests**
Kinder ohne IB	Anfang 1. Klasse	BASIS-MATH KiGa+ (Moser Opitz et al., in Vorbereitung)	
	Ende 1./ Anfang 2. Klasse	BASIS-MATH-G 1+ (Moser Opitz et al., in Vorbereitung)	CFT 1-R (Weiss & Osterland, 2013)
	Ende 2./ Anfang 3. Klasse	BASIS-MATH-G 2+ (Moser Opitz et al., 2019)	
	Ende 3. Klasse	BASIS-MATH-G 3+ (Moser Opitz et al., 2019)	
Kinder mit IB	Unabhängig von der Klassenstufe	Ausgewählte Aufgaben aus dem TEDI-MATH (Kaufmann et al., 2009)	CFT 1-R*/ SON-R* (Tellegen et al., 2007)

Anmerkung. *Kinder mit IB haben einen IQ-Test gemacht, falls der IQ noch nicht vorlag.

9.3.1 Mathematiktests für die Schülerinnen und Schüler ohne IB

Zur Leistungserfassung der Lernenden ohne IB wurden Mathematiktests benötigt, die die Kompetenzen der Lernenden zu Beginn des ersten, zweiten und dritten Schuljahres sowie am Ende der jeweiligen Schuljahre messen und in Gruppen bzw. Klassen durchführbar sind. Diese Tests sollten unabhängig vom Lehrmittel und der Sprachregion messen, inwieweit die Lernenden grundlegende Inhalte und Konzepte, die im jeweiligen Schuljahr erarbeitet wurden, verstanden haben. Da keine standardisierten Mathematiktests, die diesen Kriterien entsprechen, vorlagen, wurde zum Teil auf Tests, die im Rahmen eines anderen Projekts entwickelt wurden, zurückgegriffen (Stöckli, 2018). Die Tests (Moser Opitz, Freesemann, Grob & Prediger, 2016; Moser Opitz, Stöckli, Grob, Nührenbörger & Reusser, 2019) differenzieren vor allem im unteren Leistungsbereich. So können auch mögliche Interventionseffekte auf die Leistung der schwächeren Rechnerinnen und Rechner überprüft werden. Die Inhalte des jeweiligen Schuljahres werden möglichst breit gefächert überprüft, indem es Aufgaben zum Zählen, zur Zahlzerlegung, zum Operationsverständnis und Rechnen gibt.

Mathematiktest am Anfang des ersten Schuljahres

Der Mathematiktest für Lernende zu Beginn des ersten Schuljahres wurde eigens für diese Studie entwickelt und vor den Sommerferien 2014 mit 109 Kindergartenkindern in der Deutschschweiz und Romandie erprobt. Die in dieser Studie eingesetzte Version hatte schließlich 31 Items (Tab. 18). Cronbachs Alpha war $\alpha = .86$ ($n = 31$). Der Test enthielt Aufgaben zum Zählen und Größenvergleich von Zahlen sowie zum ersten Rechnen.

Der Test wurde in Gruppen mit bis zu zehn Kindern durchgeführt und dauerte ca. 30 Minuten. Jede Aufgabe begann auf einer neuen Seite mit einer Beispielaufgabe, die die Testleitung mit den Kindern gemeinsam löste. Die jeweils nächste Aufgabe wurde immer gemeinsam begonnen.

Tabelle 18: Mathematikaufgaben Anfang 1. Klasse

Thema	Aufgaben	Thema	Aufgaben
Zahlenband – Zahlen ergänzen		Zählen	
1a	1	4a	7 Äpfel
1b	2	4b	11 Kreise
1c	3	4c	23 Kreise
1d	4	Geld zählen	
1e	7		
1f	8	5a	1 + 2 + 1 = 4
1g	9	5b	5 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 = 16
1h	10	Rechnen mit Bildern	
1i	12		
1j	14	6a	2 + 3
1k	16	6b	4 + 4
		6c	4 + 2
Größenvergleich – größere Zahl einkreisen			
2a	6; 2	Einkaufen	
2b	8; 7	7a	10 – 4 = 6
2c	16; 11		
2d	13; 14	Rechnungen	
2e	6; 11	8a	4 + 4 =
Zahlzerlegung von 6		8b	7 + 7 =
		8c	9 – 3 =
3a	2 und __	8d	18 – 8 =
3b	__ und __		

Mathematiktest am Ende des ersten bzw. am Anfang des zweiten Schuljahres

Auch dieser Mathematiktest wurde für den Einsatz in dieser Studie entwickelt. Die eingesetzte Testversion enthielt 25 Items (α = .91) und umfasste Aufgaben zu zentralen Inhalten des ersten Schuljahres. Der Test enthielt Aufgaben zum Zählen, Verdoppeln, zur Zahlzerlegung, Addition, Subtraktion und zum Sachrechnen (Tab. 19).

Tabelle 19: Mathematikaufgaben Ende 1. bzw. Anfang 2. Klasse (25 Items).

Thema	Aufgaben	Thema	Aufgaben
Punkte addieren*		Zählen in Schritten	
1a	Ergebnis: 12	6a	3, 5, 7, __ , __ , __ , 15
1b	Rechnung: 3 + 4 + 5	6b	12, 14, 16, __ , __ , __ , 24
Verdoppeln		Zählen	
2a	4	7	23 Kreise
2b	7	Subtraktion	
2c	12	8a	9 – 3 =
Addition – Geld zählen*		8b	18 – 8 =
3a	5 + 2 + 2 + 2 + 1 + 1 = 13	8c	17 – 12 =
3b	10 + 5 + 5 + 2 + 1 =23	8d	14 – 7 =
Rechnungen finden – Zahlzerlegung		Sachrechnen – Einkaufen*	
4a	20 = __ + __	9a	Ergebnis: 6
4b	20 = __ + __ + __	9b	Rechnung: 10 – 4
4c	20 = 7 + __ + __	9c	Ergebnis: 9
Addition – Ergänzen		9d	Rechnung: 20 – 6 – 5 =
5a	7 + __ = 13		
5b	11 + __ = 19		
5c	18 + __ = 23		
5d	80 + __ = 100		

Anmerkung. * Bei diesen Aufgaben sind in der Version B die Zahlen leicht abgeändert.

Mathematiktest am Ende des zweiten bzw. am Anfang des dritten Schuljahres

Der Mathematiktest BASIS-MATH-G 2+ (Moser Opitz, Stöckli, Grob, Nührenbörger et al., 2019) umfasst zentrale Inhalte der ersten beiden Schuljahre im Zahlenraum bis 100: die Grundoperationen Verdoppeln, Halbieren, Ergänzen, Addition, Subtraktion, Multiplikation und Division sowie mathematische Konzepte, z.B. Zahlenstrahl und Bündeln. Der Test besteht aus elf Aufgaben mit insgesamt 28 Items in der Version für die Deutschschweiz. Cronbachs Alpha war in dieser Stichprobe $\alpha = .89$ ($n = 28$).

Mathematiktest am Ende des dritten Schuljahres

Dieser Test (BASIS-MATH-G 3+; Moser Opitz, Stöckli, Grob, Nührenbörger et al., 2019) besteht aus 17 Aufgaben mit insgesamt 37 Items. In dieser Studie war Cronbachs Alpha $\alpha = .90$ ($n = 37$). Der Test beinhaltet Aufgaben zu den Grundoperationen Verdoppeln, Halbieren, Ergänzen, Addition, Subtraktion, Multiplikation und Division sowie zu zentralen mathematischen Konzepten, z.B. Zahlenstrahl, Bündeln und Entbündeln sowie Operationsverständnis.

9.3.2 Mathematiktest für die Kinder mit IB

Zur Erfassung mathematischer Kompetenzen von Lernenden mit IB sind nur wenige Instrumente vorhanden. Zwar sind diverse Beobachtungsbögen im Rahmen der Förderdiagnostik entwickelt worden, jedoch haben sie den Schwerpunkt meist auf der Rechenkompetenz (Ledl, 1997) und falls die Zahlbegriffsentwicklung berücksichtig wird, werden hauptsächlich nichtnumerische Kompetenzen erfasst (de Vries, 2018a; Eggert, 2000).

Die Herausforderung in dieser Studie bestand darin, dass die numerischen Kompetenzen detailliert erfasst werden sollten. D.h., dass ein Instrument Basiskompetenzen, wie das visuelle Vergleichen zweier Anzahlen, aber auch das einfache und tiefe Zahlverständnis sowie erste Rechenoperationen überprüfen sollte. Dafür mussten genügend Items in unterschiedlichen Zahlenräumen vorhanden sein. Hinzu kam, dass sprachliche Anforderungen, Anforderungen an das Arbeitsgedächtnis und die Konzentration möglichst niedrig gehalten werden sollten.

Ein Instrument, das diese Bedingungen weitgehend erfüllt, ist der TEDI-MATH (Kaufmann et al., 2009). Er basiert auf aktuellen kognitionspsychologischen und neurowissenschaftlichen Modellen der Zahlverarbeitung und des Rechnens. Die 28 Untertests lassen sich den Ebenen des ZGV-Modells (Krajewski & Ennemoser, 2013) und dem zusätzlichen Bereich der Rechenoperationen zuordnen (Garrote et al., 2015). In einer Pilotstudie haben Garrote et al. (2015) und Moser Opitz et al. (2014) aufgezeigt, dass der TEDI-MATH auch für die Kompetenzerfassung von Lernenden mit IB ein geeignetes Instrument ist. Konzipiert wurde der Test zur frühzeitigen Erkennung von Rechenschwäche und er ist für die Altersspanne 4;1 bis 10;1 Jahre (vorletztes Kindergartenjahr bis Ende erstes Schulhalbjahr der dritten Klasse) normiert. Je nach Klassenstufe bearbeiten die Kinder unterschiedliche Untertests, die Teil der Kern- oder Gesamtbatterie sind. Die Untertests decken teilweise den Zahlenraum bis 6000 ab. Bei einigen Untertests gibt es Abbruchkriterien, meist nach zwei bis fünf falsch beantworteten Items, um die Testdauer zu verkürzen und die Kinder nicht unnötig zu belasten (Kaufmann et al., 2009). Bei einigen Aufgaben werden Antwortmöglichkeiten vorgegeben, z.B. muss im Untertest zum Größenvergleich zweier Zahlen auf die größere Zahl gezeigt werden.

Das Abbruchkriterium wurde in der vorliegenden Studie verschärft, indem bereits nach drei falschen Antworten die Aufgabe abgebrochen wurde. Da sich gezeigt hatte, dass Aufgaben mit zwei Antwortmöglichkeiten eine hohe Ratewahrscheinlichkeit hatten und zu niedrigen Trennschärfen führten, wurden diese Aufgaben von den Analysen ausgeschlossen (Moser Opitz et al., 2015).

Der in dieser Studie eingesetzte Test enthielt Aufgaben mit insgesamt 95 Items (Tab. 20). Für richtig gelöste Items wurde überwiegend ein Punkt vergeben, bei drei Items konnten zwei Punkte erreicht werden (Ordnen nach numerischer Größe – Zahlen, Mengeninvarianz). Insgesamt konnten 98 Punkte erreicht werden.

Tabelle 20: eingesetzte Aufgaben aus dem TEDI-MATH

Verwendete Untertests TEDI-MATH (Anzahl verwendete Items / Anzahl Items pro Untertest im Original)	
– Zählprinzipien (11/13) – Abzählen (8/13) – Dekadisches Positionssystem – Repräsentation mit Stäbchen (Dezimalsystem) (7/11) – Transkodieren – Zahlenschreiben nach Diktat (18/28) – Transkodieren – Zahlen lesen (15/28) – Ordnen nach numerischer Größe – Bäume (1/1)	– Ordnen nach numerischer Größe – Zahlen (1/1) – Mengeninvarianz (2/2) – Additive Zerlegung (6/6) – Rechnen mit Objektabbildungen (6/6) – Addition (11/18) – Subtraktion (7/15) – Textaufgaben (4/12)

Sowohl im Vortest als auch im Nachtest war Cronbachs $\alpha = .98$ ($n = 95$). Bis auf die Aufgaben zur Mengeninvarianz wiesen alle Untertests befriedigende bis gute Reliabilität auf. Der Test wurde mit den Lernenden in einer Einzelsituation durchgeführt, dauerte zwischen 30 und 40 Minuten und konnte bei nachlassender Konzentration für einige Minuten unterbrochen werden.

9.3.3 Intelligenztest

CFT 1-R

In dieser Studie wurde die allgemeine Denkleistung als Kontrollvariable mit dem CFT 1-R (Weiß & Osterland, 2013) erhoben, damit der Einfluss der Intelligenz auf die Mathematikleistung kontrolliert werden konnte. Der CFT 1-R ist die revidierte Version vom CFT 1 (Weiß & Osterland, 1997), der wiederum in Anlehnung an den amerikanischen „Culture Fair Intelligence Test – Scale 1“ von Cattell entwickelt worden ist. Mit dem Test kann die Grundintelligenz bestimmt werden, d.h. die „Fähigkeit eines Kindes, in neuartigen Situationen und anhand von sprachfreiem, figuralem Material, Denkprobleme zu erfassen, Beziehungen herzustellen, Regeln zu erkennen, Merkmale zu identifizieren und rasch wahrzunehmen“ (Weiß & Osterland, 2013, S. 10). Diese Fähigkeiten werden mit sechs Subtests überprüft: Substitution, Labyrinthe, Ähnlichkeiten, Reihenfortsetzen, Klassifikationen, und Matrizen. Jeder Subtest wird mit einer Beispielaufgabe eingeführt, anschließend steht den Kindern für die Bearbeitung eine vorgegebene Zeit zur Verfügung. Der CFT 1-R kann in Einzel- oder Gruppentestungen mit Kindern zwischen 5;4 und 9;11 Jahren durchgeführt werden. Die Testgütekriterien genügen laut Manual den Anforderungen. So sind die Reliabilitätskoeffizienten (nach Kuder-Richardson) der Subtests zwischen $r = .78$ und $r = .89$ und für den Gesamttest $r = .97$. Auch bezüglich Konstrukt-, Inhalts- und Kriteriumsvalidität sind die Standards erfüllt (Weiß & Osterland, 2013). Normiert wurde der Test für die entsprechenden Altersklassen und Schulstufen, sowie Förderschulen in Deutschland. Insbesondere aufgrund der ökonomischen Testdurchführung (Gruppentest, Durchführungsdauer ca. 45 Minuten) und der Unabhängigkeit von millieuspezifischen, soziokulturellen und sprachlichen Einflüssen wurde dieser Test als Instrument zur Bestimmung des IQs ausgewählt. Zudem differenziert er gut im unteren Leistungsbereich und deckt die Altersspanne der an der Studie teilnehmenden Kinder ab. Die geschulten Testleiterinnen und Testleiter führten den CFT 1-R innerhalb einer Schulstunde in Anwesenheit einer Lehrkraft durch.

SON-R 2½ -7

Der Snijders-Oomen Non-verbale Intelligenztest (Tellegen et al., 2007) ist ein sprachfreier Test zur Erfassung der allgemeinen Intelligenz von Kindern zwischen 2.5 und 7 Jahren. Der Test ist geeignet für Kinder, deren Sprachentwicklung oder verbale Kommunikation beeinträchtigt ist, für Kinder mit fremdsprachigem Hintergrund, mit Verdacht auf autistisches Verhalten, mit Entwicklungsrückstand oder für Kinder, die in anderen Intelligenztests sehr schlecht abgeschnitten haben. Der Schwerpunkt des Tests liegt auf visuomotorischen, perzeptiven Fähigkeiten sowie dem räumlichen Verständnis, dem Erkennen von Ordnungsprinzipien und der Fähigkeit zum abstrakten und konkreten Denken. Auf die Erfassung sprachlicher Leistungen und Gedächtnisaufgaben wird verzichtet. Die Instruktionen können sowohl verbal als auch nonverbal gegeben werden. Der Test wird mit dem Kind einzeln durchgeführt und dauert 50 bis 60 Minuten. Nach jeder Aufgabe erhält das Kind die Rückmeldung, ob die Aufgabe richtig oder falsch gelöst wurde und ggf. wird die Aufgabe zusammen mit dem Kind verbessert. Einstiegsaufgaben werden in Abhängigkeit von Alter und Fähigkeiten des Kindes gewählt und nach einer vorgegebenen Anzahl nicht gelöster Aufgaben abgebrochen. Der Test besteht aus sechs Subtests: Mosaike, Kategorien, Puzzles, Analogien, Situationen und Zeichenmuster. Die Reliabilität des Gesamt-IQs lag bei der Normierung in Deutschland laut Manual bei .90 (stratifizierter Alpha-Wert) und wird, ebenso wie die Normen, Konstruktvalidität und Kriteriumsvalidität als gut beurteilt (ebd.).

9.4 Implementierung der Intervention

Die Intervention dauerte ca. acht Monate, von September bis Mai, und setzte bei den Lehrkräften an, die durch ihre Handlungskompetenz und das Material Einfluss auf den Unterricht und die Schülerinnen und Schüler nehmen sollten. Die Lehrkräfte nahmen an einem Einführungs- und Begleittreffen teil, an denen

- sie einen Einblick in den Aufbau des Projekts und seine Zielsetzungen erhielten.
- sie die Konzeption und die Materialien kennenlernten.
- sie Informationen über die mathematische Entwicklung von Lernenden mit IB erhielten.
- ihnen die Möglichkeiten der Gestaltung gemeinsamer Unterrichtssequenzen, vor allem zu Beginn und Ende der Unterrichtsstunden aufgezeigt wurden. Denn nur wenn es einen gemeinsamen Lerninhalt und eine Lernsituation gibt, an der alle Schülerinnen und Schüler teilhaben können, sind Kooperation und Austausch möglich.

- sie eine detaillierte Rückmeldung zum Leistungsstand des Kindes mit IB erhielten.
- sie sich über den inklusiven Unterricht und die Förderung der Kinder mit IB austauschen konnten.

Die Lehrkräfte haben die Materialien eigenständig eingesetzt, d.h., dass nicht vorgegeben wurde, welche Materialien in welchem Umfang eingesetzt werden sollen. Die Konzeption und die Materialien stellten ein Angebot dar, auf das die Lehrkräfte nach Bedarf zurückgreifen konnten.

Um Informationen über die Implementierung der Interventionen zu erfassen, haben die Lehrkräfte einmal im Monat einen Online-Fragebogen ausgefüllt, in dem sie Auskunft zu den Inhalten der mathematischen Förderung der Kinder mit IB, zum Einsatz der Interventionsmaterialien (Spiele, Karteien, Arbeitshefte) und zur Vereinbarkeit von Förderung und Klassenunterricht gegeben haben. Die Intervention war wenig kontrolliert, da es den Lehrkräften überlassen blieb, in welchem Umfang sie diese umsetzten.

9.5 Statistische Methoden zur Auswertung der Daten

Zur Beantwortung der Forschungsfragen, zur Überprüfung der Hypothesen und für die verschiedenen Teilstichproben wurden unterschiedliche Auswertungsmethoden eingesetzt. Um zu überprüfen, ob die Intervention für den inklusiven Mathematikunterricht einen Einfluss auf die mathematische Entwicklung der Lernenden hatte, wurden multiple Regressionsmodelle gerechnet. Da die Stichprobe der Kinder der zweiten Klasse die Kriterien für Mehrebenenanalysen erfüllte, konnten die Daten mit Mehrebenenmodellen analysiert werden. Die große Heterogenität der Stichprobe der Kinder mit IB erforderte zum einen die Kontrolle möglichst vieler Variablen, zum anderen ein Verfahren, das es ermöglichte die Stichprobe auf Leistungsprofile hin zu untersuchen. Deshalb wurden zum einen ein Matching-Verfahren und zum anderen eine Cluster-Analyse durchgeführt.

Diese für die Auswertung angewandten Analyseverfahren und Methoden mit ihren jeweiligen Voraussetzungen werden in diesem Kapitel beschrieben:
- Statistische Analysen zur Beschreibung der Stichprobe (Kap. 9.5.1)
- Multiple Regressionen (Kap. 9.5.2)
- Mehrebenenmodelle (Kap. 9.5.3)
- Matching (Kap. 9.5.4)
- Clusteranalysen (Kap. 9.5.5).

9.5.1 Statistische Analysen zur Beschreibung der Stichprobe

Die Analysen zur Beschreibung der Stichprobe wurden mit SPSS (Version 25) ausgeführt. Zur Berechnung von Unterschieden von nominal skalierten Variablen zwischen zwei Gruppen, z.B. bei der Beschreibung der Stichprobe, wurde der χ^2-Test nach Pearson angewandt. Dieser Test setzt voraus, dass die Stichprobe größer als 40 ist, keine erwartete Häufigkeit kleiner als 5 ist und dass die Variablen mindestens kategorial skaliert sind (Hirsig, 2006). Wenn diese Voraussetzungen nicht erfüllt waren, wurden die Häufigkeiten ohne statistische Berechnungen beschrieben.

Um die Mittelwerte von intervallskalierten Variablen zweier unabhängiger Stichproben zu vergleichen, wurden t-Tests durchgeführt. Der t-Test setzt voraus, dass die Variable in beiden Gruppen normalverteilt ist, sich deren Varianz nicht unterscheidet (Varianzhomogenität ist bei allen verwendeten Variablen gegeben) und dass die Testwerte unabhängig voneinander sind. Wenn das Kriterium der Normalverteilung nicht erfüllt war, wurde der Mann-Whitney-U-Test durchgeführt. Dieser Test setzt keine Normalverteilung voraus, sondern nur, dass die Variablen mindestens ordinalskaliert sind und dass es eine unabhängige Variable gibt, die die Stichprobe in zwei Gruppen unterteilt, z.B. Geschlecht oder Gruppenzugehörigkeit. Wenn die Mittelwerte einer Variabel von mehr als zwei Gruppen verglichen werden sollten, wurden einfaktorielle Varianzanalysen oder der Kruskal-Wallis-H-Test durchgeführt.

Bei der Berechnung von Korrelationen muss die Skalierung der Variablen beachtet werden. Wenn beide Variablen intervallskaliert sind, z.B. Mathematikleistung und IQ, dann wird der Zusammenhang mit Pearson's r beschrieben (.20 bis .40 = schwacher Zusammenhang; .40 bis .60 = mittlerer Zusammenhang; .60 bis .80 = starker Zusammenhang; ab .80 sehr starker Zusammenhang). Für die Beschreibung von Zusammenhängen zwischen nominal- und intervallskalierten Variablen, z.B. zwischen Geschlecht und Mathematikleistung, wurde Eta^2 berechnet. Eta^2 von .01 gilt als kleiner Effekt, .06 als mittlerer Effekt und ab 0.14 als großer Effekt. Die Korrelationskoeffizienten liegen immer zwischen -1 und +1.

Die Normalverteilung der Variablen wurde in Stichproben bis n = 100 mit dem Kolmogorov-Smirnov-Test oder dem Shapiro-Wilk-Test überprüft, größere Stichproben wurden mit dem Critical Ratio-Test geprüft.

9.5.2 Multiple Regressionen

Multiple Regressionen wurden mit allen Stichproben gerechnet, um zu analysieren inwieweit bestimmte Faktoren die Mathematikleistungen beeinflussten und um die aufgestellten Hypothesen zu überprüfen. Multiple Regressionsmodelle berücksichtigen mehrere unabhängige Variablen, jedoch sollten nach Schmidt (2011) pro unabhängige Variable 10 bis 20 Fälle vorliegen.

Die Daten der verschiedenen Stichproben haben die Voraussetzungen für multiple Regressionen erfüllt (Backhaus, Erichson, Plinke & Weiber, 2016; Rudolf & Müller, 2012):

- Die abhängige Variable muss metrisch skaliert und multivariat normal verteilt sein.
- Die Prädiktorvariablen müssen metrisch skaliert und multivariat normal verteilt oder dichotom sein.
- Die Zusammenhänge müssen linear sein.
- Die Residuen müssen normalverteilt sein.
- Die Prädiktoren dürfen untereinander multivariat nicht zu eng assoziiert sein (keine Multikollinearität).
- Homoskedastizität der Residuen: Die Varianz der Residuen darf nicht von der vorhergesagten AV (Erwartungswerte) abhängig sein.
- In den Residuen darf es keine Reiheneffekte geben (statistische Unabhängigkeit der Residuen untereinander, keine Autokorrelation).
- Die Fallzahl muss genügend groß sein.

9.5.3 Mehrebenenmodelle

Zur Beantwortung der Frage, wie sich die mathematischen Kompetenzen von Kindern ohne IB im inklusiven Mathematikunterricht entwickelt haben und ob die Zugehörigkeit zu einer der Interventionsgruppen die Entwicklung beeinflusst hat, wurden Mehrebenenmodelle gerechnet. Das Lernen der Kinder kann von Faktoren auf der Individualebene, den Personenvariablen, beeinflusst werden, z.B. Vorwissen, Alter und Geschlecht, aber auch von Faktoren auf der Klassenebene, den Kontextvariablen. Kinder der gleichen Klasse sind meist gemeinsamen Einflüssen ausgesetzt, z.B. Unterrichtssprache, Lehrkräfte, Lehrmittel und Klassengröße (Geiser, 2011). Mit Mehrebenenmodellen kann überprüft werden, welche Zusammenhänge und Wechselbeziehungen zwischen Personenvariablen (Level 1) und Kontextvariablen (Level 2) bestehen, z.B. zwischen dem IQ (Level 1) und der Interventionsform (Level 2). Eine Nichtberücksichtigung dieser hierarchischen Strukturen würde zu verzerrten Ergebnissen führen, z.B. weil Standardfehler unterschätzt und die effektive Stichprobengröße aufgrund angenommener Unabhängigkeit überschätzt würden (ebd.).

Mehrebenenmodelle basieren auf multiplen Regressionen, weshalb die Daten die gleichen Voraussetzungen wie bei multiplen Regressionen erfüllen müssen. Außerdem müssen sowohl auf Individual- als auch Klassenebene genügend Fälle (pro Prädiktor auf Klassenebene ca. zehn Klassen) vorhanden sein (ebd.). Den Mehrebenenmodellen liegt die Annahme zugrunde, dass sich die Regressionsgleichungen von verschiedenen Klassen in ihren Intercepts (y-Achsenabschnitte) und Steigungen (Slopes) unterscheiden.

In dieser Studie umfasste nur die Stichprobe der zweiten Klassen ausreichend Kinder (n = 315) und Klassen (n = 26) für Mehrebenenanalysen, um Zusammenhänge von Individual- und Klassenvariablen zu analysieren. Die Analysen wurden mit dem Programm Mplus 7.4 (Muthén & Muthén, 2015) durchgeführt.

Vorgehensweise

Mehrebenenmodelle werden schrittweise entwickelt, indem Variablen nacheinander eingeführt werden und die Modelle von wenig komplex bis zu komplex verändert werden (Tab. 21). Nach jedem Schritt wird die Passung zwischen Daten und Modell überprüft (Geiser, 2011). In dieser Studie wurde die beste Passung zwischen Daten und Modell mit den Random-Intercept-Modellen erreicht, bei denen die Intercepts der Regressionen auf Individual- und Klassenebene variieren konnten. Im Folgenden werden die Schritte der Modellentwicklung kurz beschrieben.

Modell twolevel basics:

In einem ersten Schritt, der vor allem einen Überblick über die Datenstruktur sowie den Grad der Abhängigkeit der Variablen bieten soll, wird das Modell *twolevel basics* gerechnet. Der Grad der Abhängigkeit zeigt, wie sehr Beobachtungen auf der Individualebene z.B. die Mathematikleistung von der Zugehörigkeit zu einer Klasse abhängen und wird mit der Intraklassenkorrelation (ICC) beschrieben. Sie ist das Verhältnis der Varianz zwischen den Klassen zur Gesamtvarianz. Bereits ICC von .05 oder .01 können zu Verzerrungen führen und sprechen für Mehrebenenanalysen (Geiser, 2011). Je höher der ICC ist, desto ähnlicher sind die Leistungen der Kinder einer bestimmten Klasse.

Random-Intercept-Modelle:

Die folgenden Modelle werden zunehmend komplexer und weniger restriktiv, d.h. es wird zunehmend mehr Variabilität zwischen den Regressionsgleichungen der Individuen sowie der Klassen zugelassen. In Random-Intercept-Modellen variieren die Intercepts der Regressionsgleichungen und Prädiktorvariablen werden entweder auf Level 1 oder auf Level 2 eingefügt.

Als erstes wird ein Nullmodell gerechnet, dessen Varianzen benötigt werden, um das korrigierte R^2 der folgenden Modelle zu berechnen. In das Nullmodell werden keine unabhängigen Variablen eingefügt, sondern nur die abhängige Variable. Es werden die Mittelwerte der Klassen berechnet und die Varianz auf Level 1 (Ausmaß der Unterschiedlichkeit der Kinder einer Klasse) sowie die Varianz zwischen den Klassenmittelwerten (Level 2-Varianz).

Anschließend werden die Modelle One-Way-Random-ANCOVA und Means-as-Outcomes-Modelle gerechnet, die schrittweise um weitere Prädiktorvariablen ergänzt werden. Beim Modell One-Way-Random-ANCOVA werden nur auf Level 1 Variablen eingefügt. Die Intercepts auf Level 1 können variieren, aber die Steigung der Regressionsgeraden der einzelnen Klassen ist jeweils gleich. In die Means-as-Outcomes-Modelle werden nur auf Level 2 Prädiktorvariablen eingefügt. Auch hier ist die Steigung der Regressionsgeraden der einzelnen Klassen gleich, die Intercepts hingegen können variieren (Geiser, 2011).

Random-Intercept-and-Slope-Modelle:
In Random-Intercept-and-Slope-Modellen können neben den Intercepts auch die Steigungen (Slopes) der Regressionsgleichungen variieren. Da in dieser Studie die Variable der Mathematikleistung im Vortest am Klassendurchschnitt zentriert worden ist, werden keine Modelle mit Slopes gerechnet (Hartig & Bechtoldt, o.J.).

Tabelle 21: Modellentwicklung im Rahmen von Mehrebenenanalysen

Modell	**Ziel**	**Eingefügte Variablen**	**Output**
Twolevel basic	Berechnung der Intraklassenkorrelationen (ICC), Überblick über Datenstruktur	Abhängige Variable	ICC, Level 1-Varianz, Level 2-Varianz
Random-Intercept-Modelle:			
1) Nullmodell: Die Mittelwerte der Klassen können variieren. Die Varianz wird durch keine Variable erklärt.	Beurteilung von Modellverbesserungen, Berechnung des korr. R^2	Nur die abhängige Variable	Mittelwerte der Klassen, Level 1-Varianz, Level 2-Varianz
2a) One-Way-Random-ANCOVA: Die Intercepts auf Level 1 können variieren, aber die Steigung der Regressionsgeraden der einzelnen Klassen ist gleich.	→ Überprüfen von Level 1 Prädiktoren	Nur Variablen auf Level 1	Level 1: Steigungskoeffizient, Residualvarianz Level 2: Intercept, Varianz der Intercepts
2b) Means-as-outcomes: Die Intercepts auf Level 2 können variieren, aber die Steigung der Regressionsgeraden der einzelnen Klassen ist gleich.	→ Überprüfen von Level 2 Prädiktoren	Nur Variablen auf Level 2	Level 1: Varianz, Residualvarianz Level 2: Steigungskoeffizient, Intercept, Residualvarianz

Überprüfung von Modellverbesserungen

Die Varianzen der beiden Ebenen, die mit dem Nullmodell berechnet wurden, wurden genutzt, um die Varianzaufklärung R^2 der jeweiligen Ebene zu berechnen (in Anlehnung an Hox, 2010):

$$korrigiertes\ R_1^2 = \frac{(\sigma_{e0}^2+\sigma_{u0}^2)-(\sigma_{e1}^2+\sigma_{u1}^2)}{\sigma_{e0}^2+\sigma_{u0}^2} \qquad korrigiertes\ R_2^2 = \frac{(\sigma_{e0}^2/n+\sigma_{u0}^2)-(\sigma_{e1}^2/n+\sigma_{u1}^2)}{\sigma_{e0}^2/n+\sigma_{u0}^2}$$

Die Fehlervarianz eines Modells verringert sich, je mehr Varianz einer Ebene aufgeklärt wird. Zur Berechnung von R^2 von Level 2, wurde das harmonische Mittel berechnet und für n eingesetzt, da die Klassen unterschiedlich groß waren.

Zentrierung der Level-1 Prädiktorvariablen

Der IQ wurde am „grand-mean" zentriert, d.h. dass im Regressionsmodell der durchschnittliche IQ der Stichprobe auf der X-Achse bei Null lag und die einzelnen Werte der Kinder um diesen Mittelwert zentriert wurden. Die Zentrierung musste durchgeführt werden, weil die IQ-Werte größer als Null sind und sonst die Interpretation der Modelle erschwert würde. Die Matheleistung vom Vortest als Prädiktorvariable wurde hingegen am „group-mean" zentriert, weil die Gruppenmittelwerte zwischen den Klassen stark variierten. Bei der Zentrierung am Gruppenmittelwert wird empfohlen, diesen auch auf Level 2 als Prädiktor einzubeziehen (Hartig & Bechtoldt, o.J.). Daher wurde eine Variable für den Klassendurchschnitt in Mathematik zu t1 aggregiert (Mean_kl).

9.5.4 Matching

Da das Lernen komplex ist und von vielen Faktoren beeinflusst wird, sollen in die Regressionsmodelle neben der Dummy-Variable für die Intervention noch möglichst viele weitere unabhängige Variablen eingefügt werden, die in einem Zusammenhang mit der Mathematikleistung stehen, z.B. das Vorwissen in Mathematik, der IQ, das Alter, sprachliche Kompetenzen. Die Stichprobe von N = 44 Kindern mit IB erlaubt es jedoch höchstens vier unabhängige Variablen einzufügen (Schmidt, 2011).

Das statistische Matching ermöglicht die Kontrolle mehrerer Variablen, insbesondere wenn die Gruppen aus sehr unterschiedlichen Personen bestehen und es Ausreißer gibt (Bacher, 2002). Wenn in einer Gruppe nur 22 Kinder sind, können Ausreißer die Ergebnisse der Regressionsmodelle verzerren. Mit dem Matching können z.B. trotz der großen Unterschiede in den Merkmalen Mathe t1 und IQ zwei ungefähr gleiche Gruppen gebildet werden. Ein Nachteil des Matchings hingegen ist die Verkleinerung der ohnehin schon kleinen Stichprobe, da diejenigen Fälle, zu denen es keinen statistischen Zwilling in der anderen Gruppe gibt, ausgeschlossen werden.

Das Matching wurde mit der Methode der Propensity Scores durchgeführt, bei der als erstes eine logistische Regression gerechnet worden ist (Bacher, 2002). Als abhängige Variable wurde die Dummy-Variable für die Interventionsgruppe und die unabhängigen Variablen Mathe t1 und IQ eingefügt. Auf der Grundlage der erhaltenen Schätzergebnisse wurde für jedes Kind ein Prognosewert (Propensity Score) berechnet, anhand dessen die statistischen Zwillinge gebildet wurden. Die Differenz ihrer Prognosewerte sollte kleiner als 0.1 sein. So wurden 20 Paare gebildet, vier Kinder wurden ausgeschlossen. Die Stichprobe$^{\text{Paar}}$ umfasste also 40 Lernende mit einer IB (vgl. Kap. 10.1.2). Zur Analyse von Interventionseffekten mussten die Variablen Mathe t1 und IQ nicht mehr in das Modell der multiplen Regression eingefügt werden, da diese durch das Matching-Verfahren schon berücksichtigt worden waren.

9.5.5 Clusteranalyse

Zur Beschreibung der numerischen Kompetenzen von Lernenden mit IB wurde eine Clusteranalyse durchgeführt. Mit dieser lassen sich Gruppen bilden, die sich in einem oder mehreren Merkmalen ähnlich sind. Einzelbeobachtungen werden dabei nach bestimmten Kriterien sortiert und können unterschiedliche Leistungsprofile der Lernenden sichtbar machen. Die Frage nach möglichen Leistungs- und Entwicklungsprofilen ist relevant, um mehr über das Mathematiklernen von Lernenden mit IB zu erfahren, das bei der Planung von Unterricht oder weiteren Interventionen genutzt werden kann. Es kann dabei helfen, die stark heterogene Gruppe der Lernenden mit IB detaillierter zu erfassen und zu beschreiben.

Da bei den vorliegenden Daten die Anzahl der Cluster nicht bekannt war, wurde als erstes ein agglomeratives hierarchisches Verfahren verwendet. Dabei wurden sukzessiv Einzelbeobachtungen zu Gruppen und Gruppen zu immer größeren Gruppen zusammengefasst, bis die gesamte Stichprobe eingeschlossen war (Wiedenbeck & Züll, 2010). Diesem Analyseverfahren liegt kein statistisches Modell zugrunde, sondern es werden Differenzen berechnet, um so Gruppen mit maximaler Homogenität zu bilden, die sich möglichst stark voneinander unterscheiden. Das Ward-Verfahren ist die am häufigsten verwendete Varianz-Methode. Dabei werden zunächst für jedes Cluster die Variablenmittelwerte berechnet. Anschließend werden die Distanzen der einzelnen Objekte eines Clusters zum Clustermittelwert bestimmt (Brosius, 2013). Aggregiert werden die Fälle, bei denen die Heterogenität am wenigsten zunimmt.

Nachdem mit dem Ward-Verfahren die Anzahl an Cluster bestimmt worden war, wurde eine andere Methode für Clusteranalysen, der Algorithmus für die K-Means (*k* steht für die bereits bekannte Anzahl Cluster), angewandt, um zu überprüfen, ob die Clusterbildung des Ward-Verfahrens durch Ausreißer bzw. Extremwerte verzerrt worden ist. Die Minimal- und Maximalwerte sowie die hohen Standardabweichungen haben für die Überprüfung gesprochen. Das Ward-Verfahren und die K-Means ergänzen sich und deren Indexe, bei beiden der „Euclidean Sum of Squares", stimmen überein (Wiedenbeck & Züll, 2010). Das Verfahren der K-Means ist jedoch nicht hierarchisch und aufteilend, sondern partitionierend, d.h. die Fälle werden zu verschiedenen Partitionen sortiert und können auch wieder umsortiert werden, was beim Ward-Verfahren nicht möglich ist. Die Anzahl der Cluster muss bei den K-Means bereits bekannt sein, aber man kann auch mit einer minimalen Clusterzahl beginnen und sie immer weiter erhöhen (ebd.). Die Fälle werden solange neu geordnet und deren Mittelwerte berechnet, bis deren Distanzen minimal sind und die Aufteilung der vorgegebenen Anzahl Cluster entspricht. Dieses Verfahren ist besonders anfällig gegenüber Ausreißern und sortiert sie in ein eigenes Cluster.

Um zu überprüfen, ob sich die gebildeten Gruppen signifikant unterschieden, wurde für die beiden berücksichtigten Variablen (Mathe t1 und t2), je nach Verteilung, eine einfaktorielle Varianzanalyse oder der Kruskal-Wallis-H-Test durchgeführt. So konnte bestimmt werden, ob sich die Mittelwerte der verschiedenen Untertests zu den beiden Messzeitpunkten signifikant verändert haben. Die Daten haben die Voraussetzungen für eine Clusteranalyse erfüllt: keine Werte fehlten, die verwendeten Variablen waren auf demselben Skalenniveau und die Wertebereiche der Variablen unterschieden sich nicht. Außerdem erfüllen die gefundenen Cluster die folgenden formalen Kriterien (Bacher, Pöge & Wenzig, 2010, S. 27):

- Die Cluster sind in sich homogen.
- Die Cluster sind voneinander verschieden.
- Die Clusterstruktur erklärt die Daten.
- Die Cluster und die Clusterstruktur sind stabil.
- Die Cluster haben eine bestimmte Mindestgröße und ihre Anzahl ist überschaubar (optional).

Die Erfüllung der ersten beiden Kriterien wird in Kapitel 10.1.3 anhand der Daten belegt. Das dritte Kriterium „Die Clusterstruktur erklärt die Daten" heißt, dass die Clusterzugehörigkeit, die Varianz der Daten erklären soll. Zur Überprüfung wurden Regressionsmodelle gerechnet, in denen die Cluster als unabhängige Variablen (Dummies) und Mathe t1 und Mathe 2 als abhängige Variable eingefügt wurden (Mathe t1: $F(3,40) = 165.89$, $p < .001$; Mathe t2: $F(3,40) = 152.81$, $p < .001$). Die Clusterzugehörigkeit erklärte 92.6 % der Varianz von Mathe t1 und 92% der Varianz von Mathe t2. Somit wurde auch das dritte Kriterium erfüllt. Dass die Cluster stabil waren, wird daran deutlich, dass eine Clusteranalyse mit den unterschiedlichen Stichproben (Gesamtstichprobe, Stichprobe^{Paar} und Stichprobe$^{IQ<75}$) zu den gleichen Ergebnissen geführt hat. Die Größe und Anzahl der Cluster war überschaubar und ließ sich inhaltlich interpretieren.

10. Ergebnisse

In diesem Kapitel werden die Ergebnisse der Analysen der unterschiedlichen Stichproben dargestellt und beschrieben. Zuerst werden in Kapitel 10.1 die Ergebnisse zu den Lernenden mit IB berichtet, anschließend werden in Kapitel 10.2 die Ergebnisse der Lernenden ohne IB dargelegt. Jeweils als erstes wird die Stichprobe mit ihren Eigenschaften beschrieben, bevor die Ergebnisse der Analysen dargelegt werden.

10.1 Entwicklung mathematischer Kompetenzen von Lernenden mit IB

10.1.1 Ergebnisse der Regressionsanalysen

Die Gesamtstichprobe der Lernenden mit IB umfasste 44 Kinder. Zur Überprüfung von Interventionseffekten wurde zuerst die Gesamtstichprobe analysiert. Anschließend wurden die Analysen mit zwei Teilstichproben durchgeführt. Die erste Teilstichprobe wurde mit dem Matching-Verfahren gebildet und die zweite Teilstichprobe bestand aus den Lernenden, deren IQ niedriger als 75 war. Sowohl die Gesamtstichprobe als auch die Teilstichproben werden zuerst beschrieben, bevor die Ergebnisse der Analysen berichtet werden.

Ergebnisse zur Gesamtstichprobe der Lernenden mit IB

Zum ersten Messzeitpunkt haben die Kinder im Mathematiktest eine durchschnittliche Punktzahl von 45.11 Punkten (SD = 25.89) erreicht, die sich beim zweiten Messzeitpunkt auf 58.7 Punkte (SD = 27.85) erhöht hat (Tab. 22). Der Unterschied der beiden Mittelwerte war signifikant ($t(44) = -8.16$, $p < .001$). Die hohen Standardabweichungen und die Extremwerte der Mathematikleistungen (t1: min. 1, max. 93; t2: min. 3, max. 98) deuten auf sehr unterschiedliche Leistungen der Kinder hin. Bei den IQ-Werten wird deutlich, dass es sich bei dieser Stichprobe um eine spezifische Gruppe handelte, da der Mittelwert des IQ (M = 65.39, SD = 11.87) deutlich unter dem Durchschnitt der Gesamtpopulation lag und die Standardabweichung etwas geringer war (SD < 15). Die IQ-Werte lagen zwischen 41 und 94. Das durchschnittliche Alter der Kinder war knapp 8 Jahre und vier Monate. Die beiden Interventionsgruppen unterschieden sich weder in Mathe t1, in Mathe t2, im IQ noch im Alter signifikant (Tab. 22).

Tabelle 22: Verteilung zentraler Merkmale der Gesamtstichprobe und der Interventionsgruppen sowie Ergebnisse des t-Tests

	Gesamtstichprobe		**Gruppe^{Mat}**		**Gruppe^{Soz}**			
	M (SD)		*M (SD)*		*M (SD)*		*t(42)*	*p*
Mathe t1	45.11	(25.89)	41.68	(26.31)	48.55	(25.61)	-.88	.386
Mathe t2	58.64	(27.85)	55.50	(28.06)	61.91	(27.92)	-.76	.452
IQ	65.39	(11.87)	64.73	(12.31)	66.05	(11.67)	-.37	.717
Alter (in Monaten)	99.95	(8.86)	99.27	(7.06)	100.64	(10.48)	-.51	.615

Während sich die Interventionsgruppen nicht signifikant unterschieden, lagen zwischen den Lernenden in der zweiten und dritten Klasse in allen vier Variablen signifikante Unterschiede vor (Tab. 23). In Mathe t1 sowie im Alter waren die Unterschiede am größten und eindeutigsten, aber auch in Mathe t2 sowie im IQ waren die Unterschiede hoch signifikant.

Tabelle 23: Verteilung zentraler Merkmale der Kinder mit IB unterteilt nach Klassenstufe sowie Ergebnisse des t-Tests

	2. Klasse (*n*=33)		**3. Klasse (*n*=11)**			
	M (SD)		*M (SD)*		*t(42)*	*p*
Mathe t1	36.73	(22.73)	70.27	(17.34)	-4.47	< .001
Mathe t2	51.45	(27.87)	80.45	(12.43)	-3.32	.002
IQ	62.64	(11.28)	73.67	(9.96)	-2.88	.006
Alter (in Monaten)	96.21	(6.7)	111.18	(2.96)	-7.14	< .001

Korrelationen

Die höchste Korrelation bestand zwischen den beiden Ergebnissen im Mathematiktest Mathe t1 und Mathe t2 (r = .92, p < .001). Zwischen IQ und Mathe t1 konnte ein mittlerer Zusammenhang (r = .54, p < .001) und zwischen IQ und Mathe t2 ein starker Zusammenhang festgestellt werden (r = .64, p < .001). Auch das Alter korrelierte mit den Mathematikleistungen (Tab. 24). Ein höherer IQ sowie ein höheres Alter gingen mit höheren Mathematikleistungen einher. Das Alter und der IQ korrelierten nicht.

Tabelle 24: Korrelationen (Pearson's *r*)

	Mathe t2	**Mathe t1**	**IQ**
Mathe t2			
Mathe t1	.92***		
IQ	.54***	.64***	
Alter	.41**	.50***	.287

Anmerkung. ***p < .001, **p < .01, *p < .05.

Auch zwischen der Klassenstufe (zweites oder drittes Schuljahr) und den Mathematikleistungen (t1: eta^2 = .32, p < .001; t2: eta^2 = .21, p < .01) sowie zwischen der Klassenstufe und dem IQ (eta^2 = .17, p < .01) waren signifikante Zusammenhänge mit großer Effektstärke sichtbar (Tab. 25). Das heißt, dass in dieser Stichprobe die Kinder mit IB in der dritten Klasse einen höheren IQ hatten als die Kinder in der zweiten Klasse. Zwischen dem Geschlecht und den Leistungsvariablen konnte kein signifikanter linearer Zusammenhang festgestellt werden.

Tabelle 25: Korrelationen (Eta^2)

	Mathe t2	**Mathe t1**	**IQ**	**Alter**
Klassenstufe	.21**	.32***	.17**	.55***
Familienspr.	.12*	.07	.11*	.00
Geschlecht	.06	.03	.01*	.09*

Regressionen
Zur Überprüfung von Einflussfaktoren auf das Mathematiklernen wurde als erstes eine multiple lineare Regression mit der Matheleistung zu t1 als abhängige Variable gerechnet, bei der die unabhängigen Variablen IQ, Alter, Klassenstufe und Familiensprache simultan eingefügt wurden (Tab. 26). Diese Variablen klärten 51.1 % der Varianz der Mathematikleistung im Vortest auf ($F_{(4;\ 39)}$ = 12.22, p < .001), wobei der IQ den größten Anteil der Varianz erklärte (β = .45, p < .001). Weder das Alter, die Klassenstufe noch die Familiensprache trugen signifikant zur Varianzaufklärung bei.

Tabelle 26: Regressionsmodell mit Mathe t1 als abhängige Variable

	B	***SE (B)***	**β**	***t***	***p***
(Konstante)	-106.69	36.21		-2.95	< .01
IQ	.98	.27	.45	4.25	< .001
Alter	.60	.46	.21	1.26	.202
Klassenstufe	13.75	9.87	.23	1.31	.171
Familienspr.[1)]	-6.25	5.87	-.12	-1.06	.293

Anmerkungen. Korr. R^2 = .51 (N = 44, p < .001); [1)] Kodierung Familiensprache: 0 (*andere Sprache als Unterrichtssprache*) bzw.1 (*Deutsch/ Französisch*).

Als zweites wurde ein Regressionsmodell mit der Matheleistung zu t2 als abhängige Variable gerechnet (Tab. 27). Der IQ, die Mathematikleistung zu t1, die Familiensprache und die Interventionsgruppe als Dummy-Variable wurden als Prädiktorvariablen simultan eingefügt. Dieses Modell konnte 85% der Varianz von Mathe t2 erklären (R^2 = .85, $F_{(4,39)}$ = 61.74, p < .001). Mathe t1 (β = .96, p < .001) und die Familiensprache Deutsch bzw. Französisch (β = -.14, p < .05) waren signifikante Prädiktoren der Mathematikleistung im Nachtest. Die Vorzeichen der Regressionskoeffizienten zeigen, dass eine hohe Mathematikleistung im Vortest zu einer höheren

Leistung im Nachtest führte und dass die Familiensprache Deutsch bzw. Französisch zu einer niedrigeren Leistung im Nachtest führte. Kinder mit einer anderen Familiensprache als der Unterrichtssprache erreichten im Vergleich zu Kindern, deren Familiensprache mit der Unterrichtssprache übereinstimmte, mehr Punkte im Mathematiknachtest. Auf dieses, auf den ersten Blick unerwartete Ergebnis, wird in Kapitel 11 eingegangen. Im Gegensatz zum ersten Modell mit Mathe t1 als abhängige Variable war der IQ kein signifikanter Prädiktor. Die Intervention hatte keinen signifikanten Einfluss auf die mathematische Entwicklung der Kinder mit IB.

Tabelle 27: Regressionsmodell mit Mathe t2 als abhängige Variable

	B	***SE (B)***	**β**	***t***	***p***
(Konstante)	40.32	13.58		2.97	< .01
IQ	-.28	.19	-.12	-1.49	.145
Mathe t1	1.03	.08	.96	12.31	<.001
Familienspr.[1)]	-7.64	3.47	-.14	-2.20	.034
Intervention [2)]	1.01	3.30	.02	.31	.761

Anmerkungen. Korr. R^2 = .85 (N = 44, p < .001); [1)] Kodierung Familiensprache: 0 (*andere Sprache als Unterrichtssprache*) bzw.1 (*Deutsch/ Französisch*), [2)]Kodierung Intervention: 0 (*Mathe*) bzw. 1 (*Soz.*).

Das Alter wurde in diesem Regressionsmodell zwar nicht berücksichtigt, erwies sich aber auch in anderen Modellen mit Mathe t2 als abhängige Variable nicht als ein signifikanter Prädiktor.

Ergebnisse zur Teilstichprobe „Paar"

Bei der Einteilung der Klassen in die Gruppe^{Mat} und in die Gruppe^{Soz} wurden verschiedene Faktoren (Klasse, Sprachregion, Alter, IQ und die Mathematikleistung im Vortest) berücksichtigt, um zwei Gruppen mit möglichst ähnlichen Lernenden zu bilden. Das Bilden zweier gleicher Gruppen von Lernenden mit IB wurde erschwert durch die beiden Kohorten und den vorzeitigen Projektaustritt einiger Klassen. Damit die Ergebnisse der Analysen zur Feststellung von Interventionseffekten nicht durch einzelne Kinder oder Ausreißer verzerrt wurden, wurde ein statistisches Matching-Verfahren durchgeführt.

Tabelle 28: Stichprobe^{Paar}, die durch das Matching-Verfahren gebildet wurde

	Stichprobe^{Paar}	Interventionsgruppen	
		Gruppe^{Mat}	Gruppe^{Soz}
Kinder	40	20	20
Geschlecht			
Jungen	23	11	12
Mädchen	17	9	8
Klasse			
2	32	18	14
3	8	2	6
Familienspr.			
Dt./ frz.	21	11	10
Andere	19	9	10
Sprachregion			
D-CH	27	11	16
F-CH	13	9	4
Down-Syndrom	6	3	3

Durch die Parallelisierung mit dem Propensity-Score-Matching-Verfahren mit den Variablen Mathe t1 und IQ wurde die Stichprobe auf n = 40 reduziert und umfasste noch 20 Paare (Tab. 28). Die Mittelwerte der Variablen unterschieden sich in der Stichprobe^{Paar} nicht signifikant zwischen der Gruppe^{Mat} und der Gruppe^{Soz} (Mathe t1: $t(38) = -.146$, $p = .885$; Mathe t2: $t(38) = -.126$, $p = .900$; IQ: $t(38) = -.039$, $p = .969$; Alter: $t(38) = -.210$, $p = .834$) und auch zwischen der Gesamtstichprobe und Stichprobe^{Paar} zeigten sich keine signifikanten Unterschiede (Tab. 29).

Tabelle 29: Stichprobenmerkmale der nach Mathe t1, IQ, Alter und Klasse parallelisierten Stichprobe

	Gruppe^{Mat}		Gruppe^{Soz}		Stichprobe^{Paar} (n = 40)		Ausgangsstichprobe (N = 44)	
	M	*(SD)*	*M*	*(SD)*	*M*	*(SD)*	*M*	*(SD)*
Mathe t1	43.55	(26.20)	44.70	(23.47)	44.13	(24.56)	45.11	(25.89)
Mathe t2	57.65	(27.75)	58.75	(27.27)	58.20	(27.16)	58.64	(27.85)
IQ	65.45	(12.40)	65.60	(12.15)	65.53	(12.12)	65.39	(11.87)
Alter (in Monaten)	99.15	(7.10)	99.75	(10.59)	99.45	(8.90)	99.95	(8.86)

Da bei der Bildung der Stichprobe^{Paar} sowohl der IQ als auch Mathe t1 berücksichtigt worden sind, wurden diese beiden Variablen nicht in das Regressionsmodell eingefügt (Tab. 30). Als unabhängige Variablen wurden das Alter, die Familiensprache und die Intervention berücksichtigt.

Tabelle 30: Regressionsmodell mit Mathe t2 als abhängige Variable

	B	*SE (B)*	β	*t*	*p*
(Konstante)	-44.07	44.79		-.98	.332
Alter	1.14	.44	.37	2.61	.013
Familienspr. 1)	-19.50	7.68	-.36	-2.54	.016
Intervention 2)	-.56	7.68	-.10	-.07	.942

Anmerkung. Korr. R^2 = .20 (n = 40, p < .01), 1) Kodierung Familiensprache: 0 (*andere Sprache als Unterrichtssprache*) bzw.1 (*Deutsch/ Französisch*), 2)Kodierung Intervention: 0 (*Mathe*) bzw. 1 (*Soz.*).

Dieses Modell erklärt deutlich weniger Varianz der Variable Mathe t2 als die Regressionsmodelle mit Mathe t1 und IQ als unabhängige Variablen. Das Alter (β = .37, p < .05) und die Familiensprache (β = -.36, p < .05) waren hier signifikante Prädiktoren von Mathe t2. Die Familiensprache stand wie im Modell in Kapitel 10.1.1 in einem negativen Zusammenhang mit Mathe t2. Interventionseffekte konnten auch in dieser Teilstichprobe nicht nachgewiesen werden.

Ergebnisse zur Teilstichprobe „IQ kleiner als 75"

Bei sechs Kindern, zwei Mädchen und vier Jungen wurde ein IQ über 75 gemessen, obwohl sie gemäß offizieller Diagnose als intellektuell beeinträchtigt galten. Wie bereits geschildert, hängt die Diagnose meist vom Ergebnis eines IQ-Tests ab (Werte unter 70 bzw. 75). Warum diese sechs Kinder trotz des IQ von über 75 als intellektuell beeinträchtigt galten, kann nur vermutet werden. Um zu überprüfen, ob der Ausschluss dieser Kinder zu anderen Ergebnissen führt, wurden sie von der Stichprobe$^{IQ<75}$ ausgeschlossen, die somit nur noch 38 Schülerinnen und Schüler umfasste (Tab. 31). Von den sechs ausgeschlossenen Lernenden mit einem IQ über 75 hatten fünf Kinder eine andere Familiensprache als die Unterrichtssprache. Auch nach ihrem Ausschluss aus der Stichprobe waren beide Interventionsgruppen noch gleich groß (n = 19) und die Verteilung der Geschlechter stimmte in beiden Gruppen überein.

Tabelle 31: Stichprobe der Kinder mit IB mit einem IQ < 75

	Stichprobe$^{IQ<75}$	Interventionsgruppen	
		Gruppe^{Mat}	Gruppe^{Soz}
Kinder	38	19	19
Geschlecht			
Jungen	22	11	11
Mädchen	16	8	8
Klasse			
2	30	17	13
3	8	2	6
Familienspr.			
Dt./ frz.	23	12	11
Andere	15	7	8
Sprachregion			
D-CH	27	11	16
F-CH	11	8	3
Down-Syndrom	6	3	3

Die Unterschiede zwischen den beiden Interventionsgruppen in den Variablen Mathe t1, Mathe t2, IQ und Alter waren nicht signifikant (Tab. 32).

Tabelle 32: Verteilung zentraler Merkmale der Stichprobe und der Interventionsgruppen sowie Ergebnisse des t-Tests

	Stichprobe$^{IQ<75}$	Gruppe^{Mat}	Gruppe^{Soz}		
	M (SD)	*M (SD)*	*M (SD)*	*t*(36)	*p*
Mathe t1	41.34 (25.09)	37.32 (25.35)	45.37 (24.85)	-.146	.885
Mathe t2	55.50 (28.32)	51.21 (27.60)	59.79 (29.13)	-.126	.900
IQ	62.03 (8.63)	61.21 (8.65)	62.84 (8.77)	-.039	.969
Alter (in Monaten)	99.84 (8.20)	98.95 (6.78)	100.74 (9.52)	-.210	.834

Im Vergleich zur Gesamtstichprobe ($N = 44$) war in der Stichprobe$^{IQ<75}$ die Korrelation zwischen IQ und Mathe t2 weniger stark und weniger signifikant und der IQ korrelierte mit dem Alter (Tab. 33).

Tabelle 33: Korrelationen (Pearson's *r*)

	Mathe t2	Mathe t1	IQ
Mathe t2			
Mathe t1	.92***		
IQ	.49**	.57***	
Alter	.43**	.52***	.38*

Anmerkung. ***$p < .001$, **$p < .01$, *$p < .05$.

Tabelle 34: Korrelation (Eta^2)

	Mathe t1	Mathe t2	IQ
Geschlecht	.02	.07	.00
Familienspr.	.04	.11*	.05*
Klassenstufe	.28***	.19**	.13*

Anmerkung. ***$p < .001$, **$p < .01$, *$p < .05$.

Auch für diese Stichprobe wurde zuerst ein Regressionsmodell mit Mathe t1 als abhängige Variable und IQ, Alter, Klassenstufe und Familiensprache als unabhängige Variablen gerechnet (Tab. 35). Das Modell erklärte 43.3% der Varianz ($R^2 = .43$). Der IQ war der einzige signifikante Prädiktor der Mathematikleistung im Vortest. Im Vergleich zur Gesamtstichprobe ($N = 44$) war der IQ hier weniger stark signifikant ($p < .05$) und der Regressionskoeffizient β war mit .36 auch niedriger (vorher β = .45).

Tabelle 35: Regressionsmodell mit Mathe t1 als abhängige Variable

	B	***SE (B)***	**β**	***t***	***p***
(Konstante)	-114.82			-2.68	.011
IQ	1.04	0.41	.36	2.52	.017
Alter	0.58	0.55	.19	1.05	.300
Klassenstufe	17.67	11.13	.29	1.59	.122
Familienspr.[1)]	-9.17	6.65	-.18	-1.38	.177

Anmerkung. Korr. $R^2 = .43$ ($n = 38$, $p < .001$). [1)] 0 (*andere Sprache als Unterrichtssprache*) bzw.1 (*Deutsch/ Französisch*).

Das Regressionsmodell mit Mathe t2 als abhängige Variable zeigt, dass IQ, Mathe t1, Familiensprache und Intervention als unabhängige Variablen 84.6% der Varianz von Mathe t2 erklärten ($R^2 = .85$, $F_{(4,33)} = 52.00$, $p < .001$). Von den eingefügten unabhängigen Variablen waren Mathe t1 (β = .93, $p < .001$) und die Familiensprache (β = -.16, $p < .05$) signifikante Prädiktoren. Der IQ hingegen trug nicht signifikant zur Varianzaufklärung bei. Die Intervention hatte keinen signifikanten Einfluss auf die Mathematikleistung (Tab. 36). Diese Ergebnisse stimmen weitestgehend mit den Ergebnissen der Gesamtstichprobe ($N = 44$) überein.

Tabelle 36: Regressionsmodell mit Mathe t2 als abhängige Variable

	B	***SE (B)***	**β**	***t***	***p***
Konstante	34.39	17.42		1.97	.057
IQ	-0.26	0.26	-.08	-1.00	.324
Mathe t1	1.05	0.09	.93	11.65	<.001
Familienspr.[1)]	-9.17	3.79	-.16	-2.42	.021
Intervention [2)]	-0.86	3.65	-.00	-.02	.981

Anmerkung. Korr. $R^2 = .85$ ($n = 38$, $p < .001$). [1)] Kodierung Familiensprache: 0 (*andere Sprache als Unterrichtssprache*) bzw.1 (*Deutsch/ Französisch*), [2)]Kodierung Intervention: 0 (*Mathe*) bzw. 1 (*Soz.*).

Zusammenfassung der Ergebnisse der Regressionsanalysen

In keinem der gerechneten Regressionsmodelle und in keiner Stichprobe konnten annähernd signifikante Interventionseffekte festgestellt werden. Die Hypothese, dass die Umsetzung einer für den inklusiven Unterricht konzipierten Förderung der Mengen-Zahlen-Kompetenzen einen positiven Einfluss auf die Mathematikleistung der Lernenden mit IB hat, kann also nicht bestätigt werden. In weiteren Analysen zur mathematischen Entwicklung von Lernenden mit IB muss aufgrund gleicher Ausgangsbedingungen und ausgebliebener Interventionseffekte nicht zwischen der Gruppe^{Math} und der Gruppe^{Soz} unterschieden werden. Die Varianz der Mathematikleistung zu t2 wurde vor allem durch die Mathematikleistung zu t1 erklärt. Weitere Variablen trugen nur geringfügig (Familiensprache) oder nicht signifikant zur Varianzaufklärung bei. Die hohe Bedeutung des mathematischen Vorwissens für die Mathematikleistung am Ende des Schuljahres könnte darauf hindeuten, dass spezifische Mengen-Zahlen-Kompetenzen einen größeren Einfluss auf die Entwicklung genommen haben als z.B. der IQ. Um herauszufinden, ob es verschiedene Leistungsprofile gab, d.h. ob gleiche Mengen-Zahlen-Kompetenzen zu gleichen Entwicklungsverläufen geführt haben, wurde eine Clusteranalyse durchgeführt.

10.1.2 Ergebnisse der Clusteranalyse

Die Clusteranalyse wurde mit den Variablen Mathe t1 und Mathe t2 durchgeführt. Mit dem Ward-Verfahren wurde die Stichprobe (N = 44) in vier Gruppen mit neun bis 15 Schülerinnen und Schülern geteilt.

Betrachtet man die Mittelwerte der vier Gruppen (Tab. 37), so fällt auf, dass sowohl diejenigen der Mathematikleistungen als auch jene von IQ und Alter von Cluster 1 bis Cluster 4 anstiegen. Sie unterschieden sich signifikant voneinander in den Mathematikleistungen im Vortest ($F_{(3;\ 40)}$= 165.89, p < .001) und im Nachtest ($F_{(3;\ 40)}$=152.81, p < .001). Im Nachtest waren die Unterschiede zwischen Cluster 3 und 4 nicht signifikant. Das kann daran liegen, dass sowohl Kinder aus Cluster 3 als auch Cluster 4 zu diesem Zeitpunkt Ergebnisse nahe an der Maximalpunktzahl erreichten. Außerdem sprechen die Ergebnisse für einen leichten Deckeneffekt in Gruppe 4: Die Standardabweichung (5.35) war geringer als in den anderen Gruppen, sieben Kinder hatten mehr als 88 Punkte und in den meisten Untertests haben fast alle Kinder die maximale Punktzahl erreicht (Tab. 37 und 39). Die Mittelwerte des IQ ($F_{(3;\ 40)}$= 7.88, p < .001) und des Alters ($F_{(3;\ 40)}$= 4.48, p < .01) unterschieden sich signifikant zwischen den Gruppen, jedoch zeigte sich beim Vergleich der einzelnen Gruppen, dass beim IQ nur die Mittelwertunterschiede zwischen Cluster 1 und 3, 1 und 4 sowie 2 und 4 signifikant waren. Das Alter unterschied sich zwischen Cluster 1 und 4 hoch signifikant (p < .001) und zwischen Cluster 2 und 4 signifikant (p < .05).

Tabelle 37: Merkmale der vier Gruppen sowie die Ergebnisse der Varianzanalyse

	Gruppe 1		**Gruppe 2**		**Gruppe 3**		**Gruppe 4**		***F*(3;40)**	***p***
Kinder	9		15		9		11			
IQ	55.00	$(8.00)_a$	62.47	(9.63)	68.67	(7.62)	75.18	$(12.39)_a$	7.88	< .001
Alter	94.78	$(6.80)_b$	98.27	(8.66)	99.22	(9.35)	107.09	$(6.38)_b$	4.48	.008
Mathe t1	8.11	(6.90)	36.20	(6.57)	56.67	(7.98)	78.09	(8.06)	165.89	< .001
Mathe t2	13.89	(8.01)	63.60	(9.05)	76.22	$(9.56)_A$	88.00	$(5.35)_A$	152.81	< .001
Geschlecht										
Junge	4		9		5		8			
Mädchen	5		6		4		3			
Klasse										
2	9		13		7		4			
3	0		2		2		7			
Familienspr.										
D / F	9		6		4		5			
andere	0		9		5		6			

Anmerkung. Die Mittelwerte von IQ und Alter mit demselben Kleinbuchstaben unterscheiden sich signifikant mit $p < .01$ im Bonferroni post hoc Test. Die Mittelwerte von Mathe t1 und Mathe t2 mit dem gleichen Großbuchstaben unterscheiden sich nicht signifikant.

Innerhalb der Cluster zeigte sich, dass sich die Mittelwerte vom Vor- und Nachtest signifikant unterschieden (Tab. 37). Die größte Effektstärke konnte in Cluster 2, die geringste Effektstärke in Cluster 1 festgestellt werden (Tab. 38).

Tabelle 38: Mittelwertvergleiche innerhalb der Cluster von Mathe t1 und Mathe t2 mittels t-Test und Wilcoxon-Test

	t-Tets			**Wilcoxon-Test**		
	t	*p*	*r*	*z*	*p*	*r*
Cluster 1 (n=9)	-2.503	.037	.66	-2.028	.043	.68
Cluster 2 (n=15)	-7.576	.000	.94	-3.409	.001	.88
Cluster 3 (n=9)	-3.590	.007	.79	-2.549	.011	.85
Cluster 4 (n=11)	-5.325	.000	.86	-2.852	.004	.86

Anmerkung. *r* = Effektstärke nach Cohen.

Bei der Überprüfung der Leistungsentwicklung in den Untertests auf Signifikanz wurde der Wilcoxon-Test durchgeführt, da bei den meisten Untertests nicht von einer Normalverteilung ausgegangen werden konnte. Die Entwicklungen der vier Gruppen in den Untertests lassen sich Tabelle 39 entnehmen, in der die Mittelwerte und Standardabweichung jeder Gruppe im jeweiligen Untertest aufgeführt sind. Signifikante Unterschiede zwischen Vor- und Nachtest innerhalb einer Gruppe sind entsprechend gekennzeichnet. Im Folgenden werden die vier Gruppen, ihre Merkmale sowie deren Leistungsentwicklung genauer beschrieben.

Tabelle 39: Mittelwerte und Standardabweichungen der Untertests in den vier Gruppen

	Gruppe 1		Gruppe 2		Gruppe 3		Gruppe 4	
Untertest (max.)	M_{t1} (*SD*)	M_{t2} (*SD*)	M_{t1} (*SD*)	M_{t2} (*SD*)	M_{t1} (*SD*)	M_{t2} (*SD*)	M_{t1} (*SD*)	M_{t2} (*SD*)
Zahlwortreihe (12)	1.11 (1.36)	1.22 (1.79)	6.20 (2.11)	8.07** (2.28)	8.44 (2.13)	10.78* (1.72)	9.73 (2.37)	10.63 (1.63)
Abzählen (6)	0.67 (0.87)	2.56* (1.01)	4.73 (1.1)	4.87 (1.25)	4.56 (1.42)	5.33 (1.12)	4.81 (1.47)	5.46 (0.82)
Zahlen schreiben (18)	1.00 (1.32)	1.78 (1.48)	5.73 (2.25)	9.00** (2.54)	8.22 (1.31)	12.78** (2.39)	13.64 (2.46)	16.73* (2.01)
Zahlen lesen (15)	2.44 (2.51)	4.33* (3.64)	7.20 (2.83)	11.67*** (1.84)	9.44 (1.74)	13.78** (0.83)	13.55 (1.45)	14.73* (0.65)
Anzahlen ordnen (2)	0.00 (0.00)	0.22 (0.44)	0.87 (0.92)	1.00 (0.93)	1.78 (0.44)	1.56 (0.73)	1.73 (0.65)	1.82 (0.41)
Zahlen ordnen (1)	0.00 (0.00)	0.00 (0.00)	0.40 (0.51)	0.73 (0.46)	0.78 (0.44)	0.89 (0.33)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)
Invarianz (4)	0.89 (1.45)	0.67 (0.87)	0.73 (1.53)	1.53 (0.92)	2.33 (1.23)	1.56 (1.33)	2.18 (1.40)	2.55 (1.21)
Rechnen mit Bildern (6)	1.44 (1.51)	2.00 (1.23)	3.80 (1.61)	4.47 (1.46)	5.11 (1.97)	5.44 (0.53)	5.73 (0.47)	5.64 (0.51)
Zahlzerlegung (6)	0.11 (0.33)	0.44 (0.53)	0.47 (0.64)	1.27* (1.44)	1.78 (1.72)	3.22 (2.05)	4.18 (1.94)	4.91 (1.81)
Dezimalsystem (7)	0.00 (0.00)	0.22 (0.44)	0.66 (0.90)	1.2 (1.37)	1.56 (1.51)	4.56* (2.46)	2.91 (1.97)	4.46* (1.92)
Addition (11)	0.22 (0.44)	0.11 (0.33)	3.00 (2.14)	5.47* (3.16)	7.89 (2.03)	8.00 (2.18)	9.82 (1.17)	10.09 (0.94)
Subtraktion (7)	0.00 (0.00)	0.00 (0.00)	0.73 (1.28)	2.40 (2.53)	2.89 (3.06)	5.22 (2.33)	5.55 (1.57)	6.27 1.10)
Textaufgaben (4)	0.22 (0.67)	0.22 (0.44)	1.67 (0.98)	1.93 (1.44)	1.89 (1.36)	3.11 (0.78)	3.27 (1.01)	3.73 (0.47)

Anmerkung. Signifikante Mittelwertunterschiede im Wilcoxon-Test: *** p < .001, **p < .01, *p <. 05.

Cluster 1: Basiskompetenzen, aber noch keine präzise Mengenvorstellung

Im ersten Cluster (n = 9) waren vier Jungen und fünf Mädchen, die alle das zweite Schuljahr besuchten und deren Familiensprache mit der Unterrichtssprache übereinstimmte. Die sechs Kinder mit Down-Syndrom dieser Stichprobe waren in dieser Gruppe. Cluster 1 hatte in den Mathetests, beim IQ und Alter die niedrigsten Mittelwerte. Die IQ-Werte lagen zwischen 40 und 72 (M = 55.0, SD = 8.0). Die Kinder machten vom Vor- zum Nachtest geringe, aber signifikante Fortschritte (t = -2.50, p < .05, n = 9). Im Vortest konnten diese Kinder einzelne einstellige Zahlen lesen und schreiben. Im Nachtest gelang es der Mehrheit der Kinder, alle abgefragten Zahlen bis zehn zu lesen und Mengen bis zehn abzuzählen. Dabei zeigten die meisten Kinder, dass sie die Zählprinzipien, die Irrelevanz der Anordnung und das Kardinalzahlprinzip bereits erworben hatten. Die Aufgaben zur Zahlwortreihe zeigten, dass die Lernenden die Zahlwortreihe noch als Ganzheit auffassten oder auf dem Level der unflexiblen Zahlwortreihe waren (vgl. Kap. 5). Vier der Kinder konnten bis zu einer vorgegebenen Zahl (6 oder 9) zählen. Die Kompetenzen der Kinder dieses Clusters befinden sich im Modell der Zahl-Größen-Verknüpfung (Krajewski & Ennemoser, 2013) auf der ersten Ebene, den Basisfertigkeiten.

Cluster 2: Basiskompetenzen bis 100 und Anzahlkonzept bis 20

Im zweiten Cluster waren neun Jungen und sechs Mädchen, von denen zwei Kinder im dritten Schuljahr und die anderen 13 Kinder im zweiten Schuljahr waren. In dieser Gruppe hatten mehr als die Hälfte der Kinder eine andere Familiensprache als Deutsch bzw. Französisch. Ihre IQ-Werte lagen zwischen 42 und 81 (M = 62.47, SD = 9.63). Zum ersten Messzeitpunkt konnten die Kinder in diesem Cluster alle abgefragten Zahlen bis 10 lesen und schreiben, vereinzelt Zahlen im Zwanzigerraum, und bis ca. 20 zählen. In den Aufgaben zum Abzählen und Ordnen von Zahlen und Mengen zeigten sie, dass sie bereits über ein präzises Anzahlkonzept verfügten. Dieses konnten sie im Laufe des Schuljahres weiter vertiefen. Zum zweiten Messzeitpunkt hatten sie den Zahlenraum bis 20 gefestigt und konnten auch die Zehnerzahlen bis 100 bereits lesen und schreiben. Signifikante Fortschritte machte diese Gruppe beim Zählen, bei der Addition und bei der Zahlzerlegung. Dennoch erreichte bei der Aufgabe zur Zahlzerlegung keines der Kinder die maximale Punktzahl (max. 6). Die Zählkompetenz hat sich bei den meisten Kindern vom teilweise flexiblen Zählen zum flexiblen Zählen entwickelt und fast alle Kinder konnten im Nachtest bis mindestens 31 zählen. Die von diesen Kindern bereits erworbenen Kompetenzen befinden sich im ZGV-Modell hauptsächlich auf den ersten beiden Ebenen (Kap. 5.3). Während die Basiskompetenzen bereits im Zahlenraum bis 100 gezeigt wurden, konnten Zahlen mit Anzahlen im Zahlenraum bis 20 verbunden werden. Kompetenzen der dritten Ebene (tiefes Zahlverständnis) schienen noch stark von der Aufgabenstellung und dem Abstraktionsniveau abzuhängen und waren in Ansätzen vorhanden.

Cluster 3: Basiskompetenzen bis 100, sicheres Anzahlkonzept und erste Rechenkompetenzen

In Cluster 3 (n = 9) waren fünf Jungen und vier Mädchen, von denen sieben die zweite und zwei die dritte Klasse besuchten. Fünf Kinder hatten eine andere Familiensprache als Deutsch bzw. Französisch. Ihr IQ lag zwischen 52 und 79 (M = 68.67, SD = 7.62). Die Kinder in diesem Cluster konnten zum ersten Messzeitpunkt Aufgaben im Zahlenraum bis 20 lösen und verfügten bereits über ein präzises Anzahlkonzept. Sie erweiterten bis zum zweiten Messzeitpunkt ihr Zahlenwissen im Hunderterraum. Sie konnten Zahlen bis 100 lesen und schreiben und konnten, ebenso wie die Lernenden des zweiten Clusters, ihre Zählkompetenz signifikant verbessern. Sie machten vor allem Fortschritte beim Zählen von einer Zahl zu einer anderen Zahl, beim Rückwärtszählen und Zählen in Schritten. Während sie beim Vortest die Zahlwortreihe flexibel beherrscht haben, zeigten sie im Nachtest, dass sie sie vollständig reversibel beherrschten. Außerdem haben sie sich bei der Aufgabe zum Dezimalsystem (Bündeln) signifikant verbessert. Die Lernenden dieser Gruppe haben im Laufe des Schuljahres die Kompetenzen, die zum einfachen und tiefen Zahlverständnis gehören, gefestigt und erweitert.

Cluster 4: Basiskompetenzen bis 1000, Rechnen und Verständnis des Dezimalsystems

Im vierten Cluster waren vor allem Kinder der dritten Klasse (sieben von elf), überwiegend Jungen und knapp über die Hälfte hatte als Familiensprache Deutsch bzw. Französisch. Fünf Kinder hatten einen IQ über 70 (M = 75.18, SD = 12.39). Diese Gruppe hatte schon im Vortest den höchsten Mittelwert im Mathematiktest, was sich auch in den bereits erworbenen Kompetenzen widerspiegelte. Sie hatten bereits zum ersten Messzeitpunkt eine präzise Mengenvorstellung, konnten Zahlen zerlegen, addieren und subtrahieren sowie Zahlen bis 100 lesen und schreiben. Zum zweiten Messzeitpunkt machten sie neben dem Lesen und Schreiben von Zahlen auch noch bei der Aufgabe zum Dezimalsystem signifikante Fortschritte. Obwohl die meisten Aufgaben des Mathematiktests nicht für eine so leistungsstarke Gruppe konzipiert waren und ein Deckeneffekt vermutet werden kann, konnten die Lernenden zeigen, dass sie ihre Mengen-Zahlen-Kompetenzen gefestigt und erweitert haben. Das wird auch an den vom Vor- zum Nachtest gestiegenen Mittelwerten deutlich, auch wenn die Unterschiede nicht signifikant waren.

Vergleich der Cluster und Zusammenfassung

Die durch die Clusteranalyse gebildeten Gruppen unterscheiden sich sowohl in den Kompetenzen zu Beginn sowie am Ende des Schuljahres als auch in ihrer Entwicklung. Abbildung 12 verdeutlicht die Unterschiede zwischen der Gesamtpunktzahl im Vor- und Nachtest jeder einzelnen Gruppe und zwischen den Gruppen.

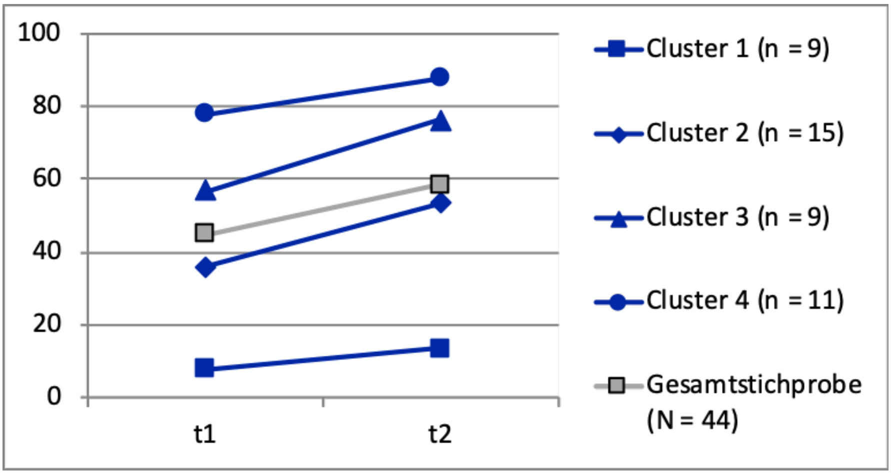


Abbildung 12: Entwicklung der Mathematikleistung der einzelnen Cluster und der Gesamtstichprobe

Die geringsten Fortschritte machte die Gruppe 1, die noch kein präzises Anzahlkonzept zu Beginn des Schuljahres entwickelt hatte. Die Kinder dieser Gruppe erreichten am Ende des Schuljahres signifikant mehr Punkte in den Bereichen Abzählen von Mengen bis zehn und Zahlenlesen. Beim Zählen (Aufsagen der Zahlwortreihe) hingegen, das laut des Modells der Zahl-Größen-Verknüpfung die Grundlage der präzisen Mengenvorstellung ist, zeigten die Kinder im Nachtest keine signifikant höhere Leistung. Im Vergleich zu Gruppe 1 hatte Gruppe 2 bereits zu Beginn des Schuljahres gewisse Grundkompetenzen. Sie konnten schon zum ersten Messzeitpunkt die Zahlwortreihe vorwärts aufsagen, Mengen bis 12 abzählen, Zahlen bis zehn lesen und schreiben sowie erste einfache Additionsaufgaben lösen. Am Ende des Schuljahres entsprachen ihre Leistungen ungefähr denjenigen der dritten Gruppe zu Beginn des Schuljahres. Gruppe 3 hatte zu t1 beim Ordnen von Zahlen und Anzahlen sowie Rechnen mit Bildern fast die maximale Punktzahl erreicht. Neben dem Lesen und Schreiben von Zahlen machten sie signifikante Fortschritte beim Zählen und in den Aufgaben zum Dezimalsystem. Auch in anderen Kompetenzen, z.B. der Subtraktion und Zahlzerlegung erreichten sie im Nachtest mehr Punkte, jedoch waren die Unterschiede nicht signifikant. In der vierten Gruppe lagen die Mittelwerte einiger Untertests zu t1 bereits nahe an der Maximalpunktzahl, z.B. Zahlen ordnen, Rechnen mit Bildern, Zahlzerlegung, Addition, Subtraktion und Textaufgaben. Dennoch zeigte auch diese Gruppe im Nachtest signifikant höhere Leistungen und verbesserte sich neben dem Lesen und Schreiben von Zahlen signifikant in der Aufgabe zum Dezimalsystem. In fast allen Untertests hat sich der Mittelwelt der Untertests in den Clustern vom Vor- zum Nachtest erhöht. In der Aufgabe zur Invarianz hingegen hatten Gruppe 1 und 3 im Nachtest weniger Punkte als im Vortest.

Die Ergebnisse der Clusteranalyse haben also verschiedene Leistungsprofile der Schülerinnen und Schüler mit IB offengelegt, die sich sowohl in den bereits vorhandenen Mengen-Zahlen-Kompetenzen als auch in der Entwicklung einzelner Kompetenzen unterscheiden.

10.2 Mathematische Kompetenzen von Kindern ohne IB

Da die Intervention für den inklusiven Mathematikunterricht entwickelt worden war und somit auch Materialien umfasste, die von allen Kindern genutzt werden konnten (Karteien, Spiele), wurde die mathematische Entwicklung der Kinder ohne IB in den beiden Interventionsgruppen verglichen. Zudem interessierte der Zusammenhang zwischen der Mathematikleistung und weiteren Variablen. Die Analysen wurden für die jeweiligen Klassenstufen getrennt durchgeführt, da stufenspezifische Tests eingesetzt worden waren.

Prädiktoren der mathematischen Entwicklung von Kindern im Primarschulalter

Bevor die Ergebnisse zu den mathematischen Kompetenzen von den Schülerinnen und Schülern ohne IB dargestellt werden, wird die Bedeutung der erhobenen Variablen IQ, Geschlecht, Sprache und Vorwissen für die mathematische Entwicklung von Kindern im Primarschulalter beschrieben. Diese Variablen dienten bei der Analyse von Interventionseffekten als Kontrollvariablen, d.h. dass ihr Einfluss auf die Mathematikleistung kontrolliert wurde, indem sie als unabhängige Variablen in die Regressionsmodelle eingefügt wurden.

IQ

Ein Zusammenhang zwischen der Mathematikleistung und dem IQ wurde in verschiedenen Studien festgestellt (zusammenfassend Schneider et al., 2013). Jedoch scheint das mathematikspezifische Vorwissen ein bedeutsamerer Prädiktor der Mathematikleistung zu sein als die Intelligenz (Grube & Hasselhorn, 2006). In verschiedenen Studien zeigte sich, dass die Intelligenz die Mengen-Zahlen-Kompetenzen beeinflusst, die wiederum einen Einfluss auf die schulische Mathematikleistung haben (Dornheim, 2008; Gallit et al., 2018; Krajewski & Schneider, 2006; Weißhaupt et al., 2006). Die Intelligenz hatte unter Kontrolle der Mengen-Zahlen-Kompetenzen nur einen Einfluss auf die Rechenleistung im ersten Schuljahr, wenn sie kurz vor der Einschulung gemessen wurde (Gallit et al., 2018).

Geschlecht

Die Bedeutung des Geschlechts für die mathematische Entwicklung ist nicht eindeutig (Lindberg, Hyde, Petersen & Linn, 2010). Häufig erbringen Jungen in Mathematik bessere Leistungen als Mädchen. Wenn Unterschiede in der mathematischen Leistung zwischen den Geschlechtern beobachtet werden, können sie größtenteils auf soziokulturelle Einflussfaktoren zurückgeführt werden, z.B. wird von Jungen meist eine bessere Mathematikleistung erwartet als von Mädchen (Landerl & Kaufmann, 2013; Schneider et al., 2013). In den Normierungsstichproben der Mathematiktests BASIS-MATH-G 2+ (Moser Opitz, Stöckli, Grob, Nührenbörger et al., 2019) und BASIS-MATH-G 3+ (Moser Opitz, Stöckli, Grob, Reusser & Nührenbörger, 2019) wurden signifikante Geschlechterunterschiede, wenn auch mit geringer Effektstärke, festgestellt. Die Jungen erbrachten bessere Leistungen als die Mädchen.

Sprache (Familiensprache)

Einige Forschungsergebnisse zeigen, dass Kinder, die eine andere Familiensprache als die Unterrichtssprache sprechen, niedrigere Mathematikleistungen erbringen als Kinder, die in ihrer Familiensprache unterrichtet werden (Paetsch, Felbrich & Stanat, 2015; Tarelli, Schwippert & Stubbe, 2012). Paetsch et al. (2015) gehen davon aus, dass Lernende mit einer anderen Familiensprache über geringere sprachliche Kompetenzen verfügen und deshalb weniger vom Unterricht profitieren als die anderen Lernenden. Sie haben nachgewiesen, dass insbesondere das Leseverstehen und die Wortschatzkenntnis die Mathematikleistung beeinflussen (ebd.). In einer Studie in der Schweiz und in Deutschland wurden bei Kindern der fünften Klasse Zusammenhänge zwischen der Familiensprache und dem mathematischen Fachwortschatz sowie der Mathematikleistung untersucht (Schindler, Moser Opitz, Cadonau-Bieler & Ritterfeld, 2018). Es konnte weder ein Einfluss der Erstsprache auf den Fachwortschatz der ersten vier Schuljahre noch auf die Mathematikleistung festgestellt werden. Die Bedeutung der Familiensprache scheint also nicht eindeutig zu sein.

Vorwissen

Wie schon im Zusammenhang mit den Mengen-Zahlen-Kompetenzen beschrieben wurde, ist das mathematische Vorwissen für die weitere mathematische Entwicklung von großer Bedeutung (vgl. Kap. 5.1). Mit fortschreitender Beschulung wird die Mathematikleistung zunehmend vom Vorwissen und weniger von der Intelligenz beeinflusst (Schneider et al., 2013).

Der Forschungsstand zum Einfluss von IQ, Geschlecht, Sprache und Vorwissen auf die mathematische Entwicklung legt dar, dass vor allem das Vorwissen und der IQ von Bedeutung sind. Die Effekte von Geschlecht und Familiensprache scheinen hingegen geringer und weniger eindeutig zu sein. Die beschriebenen Forschungsergebnisse sprechen dafür, bei der Analyse von Interventionseffekten, den Einfluss dieser Variablen zu kontrollieren.

Erstklässlerinnen und Erstklässler

Die Stichprobe der Erstklässler umfasste 46 Kinder und entsprach weniger als einem Zehntel der Gesamtstichprobe. Die Unterschiede in den Mittelwerten der Variablen Mathe t1, Mathe t2, IQ und Alter waren nicht signifikant, auch wenn sie in der Gruppe^{Soz} jeweils höher waren (Tab. 40). Insbesondere beim IQ fällt der große Unterschied der Mittelwerte auf, dennoch ist er nur tendenziell signifikant ($t(44) = -1.92$, $p = 0.062$). Dieses Ergebnis zeigt, dass bei den Regressionsanalysen zur Überprüfung von Interventionseffekten der IQ kontrolliert werden muss.

Tabelle 40: Verteilung zentraler Merkmale der Stichprobe 1. Klasse, der Interventionsgruppen sowie die Ergebnisse der t-Tests

	Stichprobe 1. Kl. ***n* = 46**		**Gruppe^{Mat}** ***n* = 25**		**Gruppe^{Soz}** ***n* = 21**			
	M (SD)		*M (SD)*		*M (SD)*		*t*(44)	*p*
Mathe t1 (max. 31)	23.09	(5.11)	22.32	(5.45)	24.00	(4.64)	-1.11	.272
Mathe t2 (max. 25)	16.72	(4.94)	16.32	(5.25)	17.19	(4.63)	-0.59	.558
IQ	98.24	(15.72)	94.28	(15.73)	102.95	(14.70)	-1.92	.062
Alter (in Monaten)	80.72	(5.71)	80.84	(6.09)	80.57	(5.37)	0.16	.876

Die Leistungen in den Mathematiktests korrelierten stark miteinander ($r = .71$, $p < .001$) und auch der IQ korrelierte stark mit den Mathematikleistungen ($r = .60$ bzw. $r = .66$, $p < .001$). Das Alter korrelierte mit keiner der drei Variablen. Am Ende der ersten Klasse konnte ein Zusammenhang mittlerer Stärke zwischen dem Geschlecht und der Mathematikleistung festgestellt werden ($eta^2 = .09$, $p < .05$) (Tab. 41 und 42).

Tabelle 41: Korrelationen (Pearson's *r*)

	Mathe t2	**Mathe t1**	**IQ**
Mathe t2			
Mathe t1	.71***		
IQ	.66***	.60***	
Alter	-.20	.25	-.19

Anmerkung. ****p* < .001, ***p* < .01, **p* < .05.

Tabelle 42: Korrelationen (Eta²)

	Mathe t1	**Mathe t2**	**IQ**
Geschlecht	.07	.09*	.00
Familienspr.	.00	.02	.00
Sprachreg.	.04	.04	.07

Anmerkung. ****p* < .001, ***p* < .01, **p* < .05.

Mit einem Regressionsmodell wurde analysiert, welche Faktoren zu Beginn des ersten Schuljahres einen Einfluss auf die Mathematikleistung hatten (Tab. 43). Die Varianz in der Mathematikleistung konnte vor allem durch den IQ erklärt werden (β = .57, $p < .001$), aber auch das Geschlecht trug signifikant zur Varianzaufklärung bei (β = -.29, $p < .05$). Mädchen schnitten im Durchschnitt fast drei Punkte schlechter ab als die Jungen (β = -.29, $p < .05$) (Tab. 43). Die Familiensprache und die Sprachregion waren keine signifikanten Prädiktoren der Mathematikleistung. Insgesamt klärte das Modell 40% ($r^2 = .40$) der Varianz in der Mathematikleistung auf.

Tabelle 43: Regressionsmodell mit Mathe t1 als abhängige Variable, erste Klasse

	B	***SE (B)***	**β**	***t***	***p***
(Konstante)	13.35	5.90		2.26	.029
IQ	0.19	0.04	.57	4.75	.000
Geschlecht [1)]	-2.92	1.19	-.29	-2.44	.019
Familienspr. [2)]	-1.62	1.46	-.13	-1.10	.276
Sprachregion [3)]	-1.90	1.76	-.14	-1.08	.287

Anmerkung. Korr. $R^2 = .401$ ($n = 46$, $p < .001$). [1)]Kodierung Geschlecht: 0 (*Jungen*) bzw. 1 (*Mädchen*),
[2)]Kodierung Familiensprache: 0 (*Deutsch/ Französisch*) bzw.1 (*andere Sprache als Unterrichtssprache*),
[3)]Kodierung Sprachregion 0 (*Deutschschweiz*) bzw. 1 (*Romandie*).

In die Regressionsanalyse zum Ende des ersten Schuljahres wurden die Prädiktoren IQ, Mathe t1, Geschlecht und die Intervention als unabhängige Variablen aufgenommen. Das Modell erklärte 59% ($R^2 = .59$) der Varianz der Mathematikleistung Mathe t2. Sowohl der IQ (β = .44, $p < .001$) als auch die Mathematikleistung vom Schuljahresbeginn erwiesen sich als signifikante Prädiktoren (β = .40, $p < .01$) (Tab. 44).

Tabelle 44: Regressionsmodell mit Mathe t2 als abhängige Variable, erste Klasse

	B	*SE (B)*	β	*t*	*p*
(Konstante)	-2.24	3.44		-0.65	.518
IQ	0.14	0.04	.44	3.51	.001
Mathe t1	0.39	0.12	.40	3.22	.002
Geschlecht	-1.79	1.00	-.18	-1.78	.083
Intervention [1)]	-0.68	0.99	-.07	-0.68	.500

Anmerkung. Korr. $R^2 = .590$ ($n = 46$, $p < .001$). [1)]Kodierung Intervention: 0 (*Mathe*) bzw. 1 (*Soz.*)

Die Regressionsanalysen zeigten, dass der IQ sowohl zu Beginn als auch am Ende der ersten Klasse ein signifikanter Prädiktor der Mathematikleistung war. Das Geschlecht hatte zwar zum ersten Testzeitpunkt einen Einfluss (Jungen erreichten mehr Punkte als die Mädchen), dieser war zum zweiten Messzeitpunkt jedoch nicht mehr signifikant. Die Zugehörigkeit zur Gruppe^{Mat} hatte keinen Einfluss auf die Mathematikleistung.

Zweitklässlerinnen und Zweitklässler

Die meisten Kinder, die am Projekt teilgenommen haben, besuchten die zweite Klasse ($n = 315$). Die Mittelwerte beider Interventionsgruppen unterschieden sich in der Mathematikleistung, dem IQ und dem Alter nicht signifikant (Tab. 45).

Tabelle 45: Verteilung zentraler Merkmale der Stichprobe 2. Klasse, der Interventionsgruppen und die Ergebnisse der t-Tests

	Stichprobe 2. Kl. ***n* = 315**		**Gruppe^{Mat}** ***n* = 180**		**Gruppe^{Soz}** ***n* = 135**			
	M	*(SD)*	*M*	*(SD)*	*M*	*(SD)*	*t(313)*	*p*
Mathe t1 (max. 25)	17.6	(6.01)	17.18	(6.38)	18.17	(5.44)	-1.45	.147
Mathe t2 (max. 28)	18.34	(6.63)	17.87	(7.07)	18.97	(5.96)	-1.49	.136
IQ	105.15	(14.67)	104.91	(15.32)	105.47	(13.80)	-0.34	.737
Alter (in Monaten)	90.58	(5.07)	90.51	(4.73)	90.67	(5.51)	-0.28	.778

Die Mathematikvariablen korrelierten stark miteinander ($r = .71$) und zwischen ihnen und dem IQ bestand ein mittlerer Zusammenhang ($r = .51$ bis $.53$). Das Alter korrelierte gering mit Mathe t1 ($r = .19$), aber nicht mit Mathe t2 (Tab. 46). Zwischen der Sprachregion und den Mathematikleistungen bestand ein Zusammenhang mit einem mittlerem Effekt ($eta^2 = .13$ bzw. $.11$, $p < .001$). Die Zusammenhänge zwischen der Familiensprache und den Variablen Mathe t1 und IQ waren zwar signifikant aber gering (Tab. 57).

Tabelle 46: Korrelationen (Pearson's *r*)

	Mathe t2	Mathe t1	IQ
Mathe t2			
Mathe t1	.71***		
IQ	.53***	.51***	
Alter	.05	.19***	-.13*

Anmerkung. ***$p < .001$, **$p < .01$, *$p < .05$.

Tabelle 47: Korrelation (Eta²)

	Mathe t1	Mathe t2	IQ
Geschlecht	.00	.01*	.00
Familienspr.	.02*	.01	.02*
Sprachreg.	.13***	.11***	.02**

Anmerkung. ***$p < .001$, **$p < .01$, *$p < .05$.

Multiple Regressionen

Die Regressionsanalyse mit Mathe t1 als abhängige Variable zeigte, dass der IQ, die Familiensprache sowie die Sprachregion signifikante Prädiktoren waren, aber nicht das Geschlecht (Tab. 48). Am meisten Varianz der Mathematikleistung erklärten der IQ ($\beta = .45$, $p < .001$) und die Sprachregion ($\beta = -.32$, $p < .001$). Insgesamt erklärte das Modell 34.8% der Varianz ($R^2 = .35$, $p < .001$).

Tabelle 48: Regressionsmodell mit Mathe t1 als abhängige Variable, zweite Klasse

	B	*SE (B)*	β	*t*	*p*
(Konstante)	6.79	2.70		2.52	.012
IQ	0.18	0.02	.45	9.54	.000
Geschlecht	-0.53	0.55	-.04	-0.97	.333
Familienspr.	-1.63	0.61	-.13	-2.66	.008
Sprachregion	-3.83	0.57	-.32	-6.72	.000

Anmerkung. Korr. $R^2 = .348$ ($n = 315$, $p < .001$).

Mehrebenenanalysen

Da das Lernen von Kindern einer Klasse von gleichen Einflussfaktoren beeinflusst wird, wurde überprüft, ob eine Mehrebenenanalyse angezeigt war. In den 26 Klassen, in denen Kinder der zweiten Klasse unterrichtet wurden, waren zwischen drei und 19 Zweitklässlerinnen und Zweitklässler (harmonisches $M = 12.08$). Die ICC der Mathematikvariablen (t1: $\rho_{IC} = .317$; t2: $\rho_{IC} = .261$) zeigten, dass 31.7% der Varianz im Vortest und 26.1% der Varianz im Nachtest auf die Klassenzugehörigkeit zurückgeführt werden konnten (Tab. 49). Die ICC deuten auf einen mittleren Effekt der Klassenzugehörigkeit hin. Das heißt, dass zur Auswertung der Daten auf jeden Fall Mehrebenenanalysen unter Berücksichtigung von Prädiktoren auf Klassenebene durchgeführt werden sollten, um die Unterschiede zwischen den Klassen zu erklären.

Tabelle 49: Mittelwerte, Varianzen auf Level 1 und Level 2 und ICC der Variablen Mathe t1 und t2, sowie IQ

	M/ γ_{00} (*SE*)	**Varianz L1 (*SE*)**	**Varianz L2 (*SE*)**	**ICC**
Mathe t1	17.69	24.50	11.115	0.317
Mathe t2	18.46	31.36	11.023	0.261
IQ	105.26	200.36	13.842	0.061

Um zu überprüfen, welche Variablen die Mathematikleistung am Ende der zweiten Klasse vorhersagten, wurde zunächst ein Modell mit ausschließlich Variablen auf Individualebene gerechnet. Am Ende des zweiten Schuljahres (t2) waren auf Individualebene der IQ, Mathe t1 und das Geschlecht signifikante Prädiktoren (Tab. 50). Das Alter war zu diesem Messzeitpunkt kein signifikanter Prädiktor. Dieses Modell erklärte auf Individualebene 40 % der Varianz und auf Klasseneben 6 % der Varianz. Durch die Hinzunahme des aggregierten Klassenmittelwertes von Mathe t1 (Mean_Kl) (Zentrierung von Mathe t1 am Gruppenmittelwert), erhöhte sich die erklärte Varianz auf Klassenebene von 6% auf 23% (Modell 2). Die Modelle 3 und 4, bei denen auf Ebene 2 die Sprachregion und die Intervention eingefügt wurden, führten kaum zu einer größeren Varianzaufklärung und die beiden Variablen erwiesen sich auch nicht als signifikante Prädiktoren von Mathe t2.

Tabelle 50: Mehrebenenmodelle mit Mathe t2 als abhängige Variable, zweite Klasse

	Modell 1		**Modell 2**		**Modell 3**		**Modell 4**	
	B	*(SE)*	*B*	*(SE)*	*B*	*(SE)*	*B*	*(SE)*
Intercept			20.80***	(0.83)	22.00***	(1.82)	21.25***	(2.22)
Level 1								
IQ	0.12***	(0.02)	0.12***	(0.02)	0.12***	(0.02)	0.12***	(0.02)
Mathe t1	0.57***	(0.05)	0.58***	(0.05)	0.58***	(0.05)	0.58***	(0.05)
Geschlecht	-1.66***	(0.46)	-1.64***	(0.46)	-1.63***	(0.46)	-1.63***	(0.46)
Level 2								
Mean_Kl			0.67***	(0.13)	0.60***	(0.16)	0.59***	(0.16)
Sprachregion					-0.86	(1.16)	-0.89	(1.16)
Intervention							0.55	(0.95)
Zufällige Effekte								
L1-Varianz	15.26***	(1.27)	15.24***	(1.27)	15.25***	(1.27)	15.25***	(1.27)
L2-Varianz	10.14**	(3.19)	4.42**	(1.59)	4.26**	(1.56)	4.20**	(1.54)
R^2 Level 1	.404		.538		.542		.543	
R^2 Level 2	.064		.231		.235		.237	

Anmerkungen. Kodierung Geschlecht: 0 (*männlich*) bzw. 1 (*weiblich*); Sprachregion: 0 (*Deutschschweiz*) bzw. 1 (*Romandie*); Intervention 0 (*Mathe*) bzw. 1 (*soziale Integration*); R^2 ist korrigiert. ***$p < .001$, **$p < .01$, *$p < .05$.

Die Modelle zeigen, dass ein höherer IQ und eine höhere Mathematikleistung im Vortest, zu einer höheren Leistung im Mathematiknachtest geführt haben. Jungen erzielten eine bessere Leistung als Mädchen. Die Zugehörigkeit der Klasse zu einer der beiden Interventionsgruppen oder die Sprachregion hatten keinen nachweisbaren Einfluss auf die mathematische Entwicklung.

Aufgrund der Zentrierung der Mathematikvortestleistung am Gruppenmittelwert lassen sich keine Erwartungswerte für die einzelnen Kinder berechnen, denn dafür müsste die Mathematikleistung am Gesamtmittelwert zentriert werden. Die Intercepts der Modelle stehen für den Wert, den Mathe t2 bei einem Kind einnimmt, wenn seine Leistung dem Durchschnitt seiner Klasse entspricht. Die Varianz des Intercepts (Zufällige Effekte L2-Varianz) ist das Ausmaß, in dem diese Erwartungswerte zwischen den Klassen variieren. Für Modell 2 (Tab. 50) heißt das, dass ein Kind, das in einer durchschnittlichen Klasse durchschnittliche Leistungen erbringt, 20.8 Punkte im Nachtest erreicht. Da diese Punktzahl aber zwischen Klassen variieren kann, hängt die Punktzahl davon ab, welche Klasse das Kind besucht. Wenn dieses Kind zehn IQ-Punkte mehr als der Durchschnitt der Stichprobe hat, hat es wahrscheinlich 1.2 Punkte mehr im Mathematiknachtest als der Klassendurchschnitt ($B = 0.12$, $p < .001$). Ist das Kind weiblich, hat es jedoch wahrscheinlich 1.6 Punkte weniger als das männliche „Durchschnittskind" der Klasse (Geschlecht: $B = -1.64$, $p < .001$).

Es konnten keine Cross-Level-Interaktions-Effekte zwischen den unabhängigen Variablen auf Level 1 und Level 2 festgestellt werden. Das heißt, dass die Prädiktoren auf Individualebene unabhängig von den Merkmalen auf Klassenebene Varianz aufklären.

Drittklässlerinnen und Drittklässler

Die beiden Interventionsgruppen der Lernenden der dritten Klasse waren unterschiedlich groß. Die Mittelwerte in den Mathematikleistungen und im IQ unterschieden sich nicht signifikant zwischen den Interventionsgruppen. Das durchschnittliche Alter war in der Gruppe^{Soz} signifikant geringer als in der Gruppe^{Mat} (Tab. 51).

Tabelle 51: Verteilung zentraler Merkmale der Stichprobe 3. Klasse, der Interventionsgruppen sowie die Ergebnisse der t-Tests

	Stichprobe 3. Kl. n = 132		**Gruppe^{Mat} *n* = 34**		**Gruppe^{Soz} *n* = 98**			
	M (SD)		*M (SD)*		*M (SD)*		*t(130)*	*p*
Mathe t1 (max. 28)	20.29	(4.96)	20.18	(4.64)	20.33	(5.09)	-0.15	.880
Mathe t2 (max. 37)	24.47	(7.25)	23.32	(6.73)	24.87	(7.41)	-1.07	.286
IQ	109.64	(11.91)	107.03	(12.06)	110.55	(11.78)	-1.49	.138
Alter (in Monaten)	103.64	(5.27)	105.24	(4.84)	103.09	(5.33)	2.07	.041

Während der Zusammenhang zwischen IQ und Mathe t1 hoch signifikant und von mittlerer Stärke war (r = .52), korrelierten der IQ und Mathe t2 schwach (r = .28) (Tab. 52). IQ und Alter korrelierten negativ, d.h. dass ältere Kinder einen niedrigeren IQ hatten. Das kann darauf hindeuten, dass in der Stichprobe Kinder waren, bei denen Maßnahmen wie eine verspätete Einschulung, der Besuch einer Einschulungsklasse oder eine Klassenrepetition ergriffen worden waren. Es bestanden signifikante Zusammenhänge zwischen der Familiensprache und den Mathematikleistungen sowie dem IQ (Tab. 53).

Tabelle 52: Korrelationen (Pearson's *r*)

	Mathe t2	**Mathe t1**	**IQ**
Mathe t2			
Mathe t1	.64***		
IQ	.28**	.52***	
Alter	-.17	-.06	-.30**

Anmerkung. ***p < .001, **p < .01, *p < .05.

Tabelle 53: Korrelation (Eta^2)

	Mathe t1	**Mathe t2**	**IQ**
Geschlecht	.01	.02	.01
Familienspr.	.12***	.04*	.07**
Sprachreg.	.00	.07**	.04*

Anmerkung. ***p < .001, **p < .01, *p < .05.

Da für Mehrebenenanalysen nicht ausreichend dritte Klassen an der Studie teilgenommen hatten, wurden die Prädiktoren der Mathematikleistungen für diese Teilstichprobe mit Hilfe von Regressionsanalysen bestimmt, bzw. auf ihre Signifikanz überprüft. Signifikante Prädiktoren von Mathe t1 waren der IQ (β = .49, p < .001), die Familiensprache (β = -.26, p < .001) und das Geschlecht (β = -.15, p < .05). Die Sprachregion war kein signifikanter Prädiktor der Mathematikleistung (Tab. 54). Das Regressionsmodell mit diesen Prädiktoren erklärte 32.9% der Varianz der Mathematikleistung zu t1.

Tabelle 54: Regressionsmodell mit Mathe t1 als abhängige Variable, dritte Klasse

	B	***SE (B)***	**β**	***t***	***p***
(Konstante)	5.78	3.99		1.45	.150
IQ	0.20	0.03	.49	6.46	.000
Geschlecht	-1.49	0.72	-.15	-2.09	.039
Familienspr.	-2.92	0.87	-.26	-3.36	.001
Sprachregion	-1.32	0.86	-.12	-1.54	.126

Anmerkung. Korr. R^2 = .329 (n = 132, p < .001).

Unter Kontrolle der Variablen IQ, Mathe t1 und Sprachregion wurde der Einfluss der Intervention auf die Mathematikleistung untersucht. Die Variablen erklärten 48.3% der Varianz der Mathematikleistung (R^2 = .48), zu der nur Mathe t1 (β = .65, p < .001) und die Sprachregion (β = -.31, p < .001) beitrugen (Tab. 55). Kinder in der Romandie erreichten im Mathematiktest weniger Punkte als Kinder in der Deutschschweiz. Dieses Ergebnis kann durch eine Verzerrung zustande gekommen sein, da nur 35 Kinder der dritten Klasse aus der Romandie und 98 Kinder aus der Deutschschweiz waren. Im Gegensatz zu t1 waren zu t2 der IQ, das Geschlecht und die Familiensprache keine signifikanten Prädiktoren der Mathematikleistung. Der Einfluss der Sprachregion, der zu t1 nicht signifikant war, erwies sich zu t2 als höchst signifikanter Prädiktor.

Tabelle 55: Regressionsmodell mit Mathe t2 als abhängige Variable, dritte Klasse

	B	*SE (B)*	β	*t*	*p*
(Konstante)	12.04	4.54		2.65	.009
IQ	0.00	0.05	.01	0.09	.928
Mathe t1	0.96	0.11	.65	8.86	.000
Sprachregion	-5.18	1.16	-.31	-4.47	.000
Intervention	-.51	1.15	-.03	-.45	.657

Anmerkung. Korr. R^2 = .483 (n = 132, p < .001).

10.3 Zusammenfassung

Lernende mit IB

Die hohen Standardabweichungen sowie die Extremwerte im Mathematiktest haben gezeigt, dass die Leistungen der Lernenden mit IB in Mathematik sehr heterogen waren. Die Mathematikleistung wurde zwar vom IQ beeinflusst, aber unter Kontrolle des mathematischen Vorwissens, war der IQ kein signifikanter Prädiktor der Mathematikleistung. Während unter der Kontrolle des Vorwissens die Bedeutung des IQ abnahm, erwies sich die Familiensprache als ein signifikanter Prädiktor, wenn auch mit einem geringen Effekt (β = -.14, p < .05).

Interventionseffekte konnten nicht nachgewiesen werden. Die Hypothese, dass die Umsetzung einer für den inklusiven Unterricht konzipierten Förderung der Mengen-Zahlen-Kompetenzen einen positiven Einfluss auf die Mathematikleistung der Lernenden mit IB hat, wurde also nicht bestätigt. Die Stichprobe$^{\text{Paar}}$, bei der Kinder der Gruppe$^{\text{Mat}}$ ohne statistischen Zwilling in der Gruppe$^{\text{Soz}}$ ausgeschlossen wurden, zeigte, dass unter Kontrolle des IQs und des Vorwissens sowohl das Alter als auch die Familiensprache signifikante Prädiktoren der Mathematikleistung im Nachtest waren. Der Ausschluss von Kindern mit einem IQ über 75 führte dazu, dass der IQ als Prädiktor weniger stark war (knapp 13% Varianzaufklärung).

Die Clusteranalyse verdeutlichte, dass die Kinder vier unterschiedlichen Entwicklungsprofilen zugewiesen werden konnten (Tab. 56). Entscheidend für die mathematische Entwicklung war das mathematische Vorwissen, insbesondere spezifische Mengen-Zahlen-Kompetenzen. Es zeigte sich, dass Kinder, die eine präzise Mengenvorstellung hatten, größere Fortschritte innerhalb eines Schuljahres gemacht haben als Kinder, die noch kein präzises Anzahlkonzept hatten. Die Kinder der Gruppe 1, die zum ersten Messzeitpunkt noch keine präzise Mengenvorstellung hatten, haben im Lesen von Zahlen und dem Abzählen kleiner Anzahlen Fortschritte gemacht. Sie haben sowohl zu Beginn als auch am Ende des Schuljahres die Zahlwortreihe noch als Ganzheit aufgefasst. Kinder, die bereits zu Beginn des Schuljahres über eine präzise Mengenvorstellung verfügten, erzielten am Ende des Schuljahres signifikant höhere Leistungen in den Aufgaben zu Zahlzerlegungen, zur Addition (Gruppe 2), zum Zählen (Gruppe 2 und 3) und zum Dezimalsystem (Gruppe 3 und 4).

Auch in Bezug auf den Zahlenraum und dessen Erweiterung unterschieden sich die Gruppen. Die Gruppe 1 zeigte Basiskompetenzen bis zehn, während Gruppe 2 über Basiskompetenzen bis 20 verfügte. Für einige Aufgaben war ein Zahlenwissen bis 100 notwendig, z.B. beim Zählen in Zehnerschritten und den Aufgaben zum Dezimalsystem. In diesen Aufgaben zeigten die Gruppe 3, die über Basiskompetenzen bis 100 verfügte, und die Gruppe 4, die über Basiskompetenzen bis 1000 verfügte, signifikante Fortschritte.

Tabelle 56: Kompetenzen und Bereiche, in denen die vier Gruppen signifikante Fortschritte innerhalb eines Schuljahres gemacht haben

Gruppe 1	**Gruppe 2**
Abzählen von Mengen bis zehn, Lesen von Zahlen bis zehn → Basiskompetenzen bis zehn, → erste Kompetenzen einfaches Zahlverständnis	Zählen (von … bis …), Zahlen bis 20 lesen und schreiben, Zahlzerlegungen, Addition → Basiskompetenzen bis 20, → präzise Mengenvorstellung, → erste Kompetenzen tiefes Zahlverständnis
Gruppe 3	**Gruppe 4**
Zählen (Rückwärts, Zählen in Schritten), Zahlen bis 100 lesen und schreiben, Dezimalsystem → Basiskompetenzen bis 100, → präzise Mengenvorstellung, → tiefes Zahlverständnis	Zahlen bis 1000 lesen und schreiben, Dezimalsystem → Basiskompetenzen bis 1000, → präzise Mengenvorstellung, → tiefes Zahlverständnis

Lernende ohne IB

Mit den Analysen der Daten der Kinder ohne IB wurde zum einen untersucht, welche Variablen einen Einfluss auf die Mathematikleistung hatten. Zum anderen sollte die Hypothese überprüft werden, dass die Umsetzung einer für den inklusiven Unterricht konzipierten Förderung der Mengen-Zahlen-Kompetenzen einen positiven Einfluss auf die Mathematikleistung der Lernenden ohne IB hat. Dazu wurden Variablen wie IQ, Geschlecht, Familiensprache und Sprachregion kontrolliert. Die Analysen wurden getrennt nach Klassenstufe durchgeführt. In keiner der Stichproben zeigten sich Interventionseffekte. Die Hypothese muss also verworfen werden. Die Prädiktoren der Mathematikleistungen unterschieden sich zum Teil zwischen den Klassenstufen, aber auch innerhalb einer Stufe zwischen Vor- und Nachtest (Tab. 57).

Tabelle 57: Prädiktoren der Mathematikleistungen der Kinder ohne IB

	1. Klasse		2. Klasse		3. Klasse	
	t1	t2	t1	t2	t1	t2
Mathe t1	-	X	-	X	-	X
IQ	X	X	X	X	X	*n.s.*
Geschlecht	X	*n.s.*	*n.s.*	X	X	*n.s.*
Familiensprache	*n.s.*	*n.s.*	X	*n.s.*	X	*n.s.*
Sprachregion	*n.s.*	*n.s.*	X	X[A)]	*n.s.*	X
Intervention	-	*n.s.*	-	*n.s.*	-	*n.s.*

Anmerkungen. X = signifikanter Prädiktor ($p < .05$); *n.s.* = nicht signifikant; [A)]Die Sprachregion war ein signifikanter Prädiktor im multiplen Regressionsmodell, aber nicht im Mehrebenenmodell.

Die Analysen zeigten:

- Der IQ war abgesehen vom Ende der dritten Klasse ein signifikanter Prädiktor der Mathematikleistung.
- Das Vorwissen in Mathematik war in alle Regressionsmodellen mit Mathe t2 als abhängige Variable der stärkste Prädiktor.
- Geschlecht, Familiensprache und Sprachregion waren nur teilweise signifikante Prädiktoren.
- Die Intervention hatte in keiner der Stichproben einen Effekt auf die Mathematikleistung.

Feedback zur Intervention

Neben den quantitativ erhobenen Daten, lagen Angaben der Lehrkräfte zum Einsatz der Materialien und zur Umsetzung der Intervention aus dem Online-Fragebogen vor. Die Rückmeldungen der Lehrkräfte zu den Materialien in der Online-Befragung waren insgesamt positiv. Sowohl die Regellehrkräfte als auch die sonderpädagogischen Lehrkräfte haben die Karteikarten, Spiele, Förderideen und Arbeitshefte in ihrem Unterricht und der Förderung eingesetzt. Die Lernenden mit und ohne IB haben gerne mit den Materialien gearbeitet. Hauptsächlich wurden die Materialien in der Förderung der Lernenden mit IB und der Kinder mit Schwierigkeiten beim Mathematiklernen eingesetzt. Inwieweit inklusiv unterrichtet wurde, ist nicht bekannt, aber den Rückmeldungen ließ sich entnehmen, dass in vielen Interventionsklassen durch die Teilnahme am Projekt vermehrt gemeinsame Unterrichtssequenzen durchgeführt worden sind und somit die Grundlage für Austausch und Interaktionen geschaffen wurde.

11. Diskussion

Anlass zu dieser Studie gaben fehlende Konzeptionen für den inklusiven Mathematikunterricht, die die Entwicklung numerischer Kompetenzen von Lernenden mit IB ausreichend berücksichtigen, gemeinsame Lernanlässe ermöglichen und deren Umsetzung erprobt und evaluiert wurde.

Ziel dieser Arbeit war die Entwicklung und Evaluation einer Konzeption für den inklusiven Mathematikunterricht, die einerseits die Entwicklung von Mengen-Zahlen-Kompetenzen von Kindern mit IB gemäß Forschungsstand berücksichtigt und andererseits das Lernen von Kindern mit IB an einem gemeinsamen Lerninhalt bzw. Lerngegenstand zusammen mit anderen Kindern ermöglicht.

Dabei wurde folgenden Fragen nachgegangen:

- Welchen Einfluss hat eine für den inklusiven Unterricht konzipierte Förderung der Mengen-Zahlen-Kompetenzen auf die Mathematikleistung von Lernenden mit IB?
- Wie entwickeln sich die Mengen-Zahlen-Kompetenzen von Kindern mit IB mit unterschiedlichen numerischen Vorkenntnissen im inklusiven Mathematikunterricht?
- Welchen Einfluss hat eine für den inklusiven Unterricht konzipierte Förderung der Mengen-Zahlen-Kompetenzen auf die Mathematikleistung von Lernenden ohne IB?

Die Ergebnisse der quasi-experimentellen Unterrichtsstudie in zweiten und dritten Klassen in der deutsch- und französischsprachigen Schweiz wurden im vorherigen Kapitel dargestellt. Bevor in diesem Kapitel die Ergebnisse zur Entwicklung mathematischer Kompetenzen von Schülerinnen und Schülern mit und ohne IB diskutiert werden, wird die Interventionsstudie reflektiert.

11.1 Die Interventionsstudie

11.1.1 Interventionskonzept

Die Intervention wurde für den inklusiven Mathematikunterricht, in dem auch Lernende mit IB unterrichtet werden, entwickelt. Neunzehn Klassen haben die entwickelte Konzeption umgesetzt, indem sie die Intervention durchgeführt haben, zu der verschiedene Materialien für die Unterrichtsplanung und -vorbereitung sowie Materialien und Spiele für die Lernenden mit und ohne IB gehörten.

Das Ziel der Intervention war die Gestaltung eines Mathematikunterrichts, in dem alle Schülerinnen und Schüler bestmöglich lernen können. Dazu

- sollte der Unterricht den unterschiedlichen Lernvoraussetzungen der Lernenden gerecht werden, indem
  - mathematische Inhalte ganzheitlich in fachlich sinnvollen Zusammenhängen strukturiert auf passendem Niveau bearbeitet werden
  - der Unterricht Phasen mit Strukturierung und gezielter Anleitung umfasst.
- sollte durch den inhaltlichen Austausch und Interaktionen der Kinder untereinander das Lernen voneinander ermöglicht werden, indem alle Kinder an einem gemeinsamen Inhalt arbeiten.

Um in der Intervention das Lernen an einem gemeinsamen Inhalt auf unterschiedlichen Niveaus zu ermöglichen, wurden die Mengen-Zahlen-Kompetenzen mit Inhalten aus dem Mathematikbuch der Kinder ohne IB verknüpft. Sie dienten somit als gemeinsamer Lerninhalt oder „Anknüpfungspunkt", der auf unterschiedlichen Niveaus bearbeitet werden konnte. Dies erforderte Differenzierungsmaßnahmen, die den Lehrkräften zusammen mit wichtigem didaktischem Hintergrundwissen aufgezeigt wurden. Durch die entsprechenden Materialien zur Unterrichtsplanung und -gestaltung sollten sowohl Phasen des gemeinsamen inhaltlichen Austauschs und der Kooperation als auch individuelle Arbeitsphasen geschaffen werden.

Diese Arbeit ist eine der ersten Studien, in deren Rahmen eine Konzeption für den inklusiven Mathematikunterricht entwickelt, erprobt und evaluiert wurde, die den aktuellen Forschungsstand zum Mathematiklernen von Schülerinnen und Schülern mit IB berücksichtigt und in der gemeinsame Lernanlässe ein wesentlicher Bestandteil sind. Auch fachdidaktische Ansätze zum Umgang mit Heterogenität und Aspekte des gemeinsamen Lernens wurden einbezogen. Die Intervention grenzte sich somit von Förderprogrammen ab, die aktuelle Forschungsergebnisse nicht berücksichtigen und auf teils veralteten Theorien basieren (z.B. de Vries, 2018b) oder Strategien zum Lösen von Rechenaufgaben fokussieren (Verein Hand in Hand, 2011). Neben der Berücksichtigung des Forschungsstandes zeichnete sich die Intervention durch die Anknüpfung der gemeinsamen Lerninhalte und individuellen Förderinhalte an das jeweilige Mathematiklehrmittel und die konkreten Ideen zur Differenzierung und Individualisierung aus. Ein Merkmal der Förderung der Kinder mit IB war die Schwerpunktsetzung auf die Mengen-Zahlen-Kompetenzen und die Orientierung am Entwicklungsmodell der Zahl-Größen-Verknüpfung (Krajewski & Ennemoser, 2013).

Anders als andere Interventionsstudien (z.B. Freesemann, 2014; Stöckli, 2018; Wittich, 2017) umfasste die Intervention nicht eine bestimmte Anzahl von Unterrichtsbausteinen, die in einer festen Abfolge durchgeführt wurden und Stundenverläufe vorgaben. Aufgrund unterschiedlicher Klassenzusammensetzungen und der großen Leistungsheterogenität der Lernenden mit IB wurden in dieser Studie für die Intervention nicht solche Bausteine geplant. Zudem haben die Ausführungen in Kapitel 7.1 gezeigt, dass im inklusiven Unterricht die Auswahl der Methoden, Aufgaben und Ziele ständig reflektiert und adaptiert werden müssen, was eine hohe Flexibilität der Lehrkräfte verlangt. Um ihnen diese Flexibilität zu ermöglichen, wurde ihnen ein Repertoire an Aufgaben, Materialien und Differenzierungsmöglichkeiten gegeben, in denen methodische sowie didaktische Aspekte bereits durchdacht waren. Da diese Bestandteile der Intervention sich am Entwicklungsmodell und dem Mathematikbuch orientierten, wiesen sie eine übersichtliche Struktur auf und sollten sich von den Lehrkräften flexibel einsetzen lassen (vgl. Kap. 8).

Die Rückmeldungen der Lehrkräfte ließen darauf schließen, dass sie die Materialien sowohl für die individuelle Förderung als auch gemeinsame Lern- und Austauschphasen hilfreich gefunden haben. Inwieweit die Lehrkräfte die mit der Intervention einhergehenden Ziele erreicht haben, wurde in einer Videostudie im Rahmen des gleichen Projekts untersucht (vgl. Kap. 9.1; Krähenmann, in Vorbereitung).

11.1.2 Fehlende Interventionseffekte

Aufgrund der Forschungsergebnisse zum inklusiven Mathematikunterricht und zum Lernen von Schülerinnen und Schülern mit und ohne IB wurde davon ausgegangen, dass sich die Intervention positiv auf die Leistungsentwicklung auswirkt (vgl. Kap. 9). Jedoch konnten keine Effekte der Intervention auf die mathematische Leistungsentwicklung der Schülerinnen und Schüler nachgewiesen werden. Die Ergebnisse zeigen, dass das Vorwissen der Kinder der stärkste Prädiktor der Mathematikleistung war und somit von größerer Bedeutung war als die Intervention bzw. der Unterricht. Die ausgebliebenen Effekte könnten vielfältige Ursachen haben, die in diesem Abschnitt diskutiert werden.

Störvariablen

Erstens fand die Studie im Unterricht und nicht in einem kontrollierten Laborexperiment statt. Der Unterricht sowie das Lernen der einzelnen Kinder werden von Störvariablen beeinflusst, die sich nicht kontrollieren und erfassen lassen, z.B. das Engagement der Lehrkraft. Störvariablen, die sich in quasi-experimentellen Studien im Feld Schule nicht vermeiden lassen, führen zu einer geringeren internen Validität, d.h. dass Effekte nicht nur durch die erhobenen unabhängigen Variablen bedingt sind.

Implementierung und deren Kontrolle

Zweitens bestand die Intervention nicht aus einer zusätzlichen Förderung, sondern sollte von den Lehrkräften in den Unterricht implementiert werden. Bei der Implementierung einer Intervention durch die Lehrkräfte in den Unterricht stellen sich Herausforderungen:

- *Motivation der Klassenlehrkraft und der Sonderpädagogin bzw. des Sonderpädagogen die Intervention umzusetzen:* Nur wenn die Lehrkräfte gewillt sind, die Intervention umzusetzen, Zeit aufzuwenden und sich mit den Materialien auseinanderzusetzen, kann die Intervention implementiert werden.

- *Verstehen und Nachvollziehen der Konzeption:* Damit die Materialien passend eingesetzt werden und der Unterricht im Sinne der Intervention gestaltet wird, müssen Aufbau und Zielsetzungen der Konzeption verstanden werden.
- *Fachliches und fachdidaktisches Wissen zu den Inhalten und Materialien:* Vor allem für die Differenzierung und die Gestaltung gemeinsamer Lernphasen sind fachliches und fachdidaktisches Wissen notwendig.
- *Wissen zur mathematischen Entwicklung von Lernenden mit einer IB:* Dieses ist für die Erfassung der Kompetenzen für die Förderplanung und -durchführung von Bedeutung.
- *Planung und Gestaltung des Unterrichts im Sinne der Konzeption:* Die Unterrichtsgestaltung muss evtl. umgestellt werden. Phasen des inhaltlichen Austauschs und des individuellen Arbeitens müssen geplant und eingeführt werden und können auch eine Umstellung für die Kinder bedeuten.
- *Passung zwischen Unterricht und den Lernenden (Adaptivität):* Sehr unterschiedlichen mathematischen Kompetenzen der Lernenden mit IB erfordern eine individualisierte Förderung. Nur so kann eine hohe Adaptivität erreicht werden, die für den Lernprozess entscheidend ist.

Der letzte Punkt, die Adaptivität der Förderung, scheint besonders herausfordernd, da sie diagnostische Kompetenzen der Lehrkraft, fachdidaktisches Wissen sowie Wissen über die mathematische Entwicklung von Lernenden mit IB erfordert.

Die Implementierung wurde mit einer monatlichen Online-Befragung überprüft. Aufgrund der Selbsteinschätzung ließen sich jedoch keine eindeutigen Aussagen machen, in welchem Umfang das Lernen an einem gemeinsamen Lerninhalt ermöglicht wurde und ein inhaltlicher Austausch darüber stattfand. Untersuchungen zur Passung zwischen dem Unterricht und den Lernenden waren Teil der Videostudie, die im Rahmen des Projekts durchgeführt wurde (Krähenmann, in Vorbereitung).

Interventionszeitraum

Drittens war der Interventionszeitraum von acht bis neun Monaten relativ kurz, obwohl sich in der Metastudie von Kroesbergen und van Luit (2003) gezeigt hat, dass sich Studien mit kurzer Interventionsdauer wirksamer erwiesen als länger dauernde Studien (vgl. Kap. 6.2.1). Kroesbergen und van Luit (2003) vermuten, dass in kurzen Studien gezielt wenige Kompetenzen fokussiert und überprüft und somit höhere Effektstärken erzielt werden. Demnach könnte der in dieser Studie fehlende Interventionseffekt darauf zurückgeführt werden, dass in der Intervention kein Schwerpunkt auf ausgewählte Kompetenzen gelegt wurde, sondern die Mengen-Zahlen-Kompetenzen als ein Konstrukt vieler einzelner Kompetenzen gefördert wurden.

Die Begründung ausgebliebener Interventionseffekte mit dem Interventionszeitraum kann auch vor dem Hintergrund der Ergebnisse der Studie von Peetsma et al. (2001) interpretiert werden (vgl. Kap. 3.3). In ihrer Studie wurde die Leistungsentwicklung von Lernenden mit leichter IB in Sonderschulen und in inklusiven Klassen verglichen. Erst nach vier Jahren war eine stärkere Leistungsentwicklung in Sprache und Mathematik von Lernenden mit IB in inklusiven Klassen feststellbar. Auch die Studien von Bryant et al. (2011; 2008) weisen in diese Richtung. Diese haben gezeigt, dass Kinder der ersten Klasse eine intensivere und längere Intervention benötigen als Kinder der zweiten Klasse, bis Interventionseffekte nachgewiesen werden konnten (vgl. Kap. 6.2.4). Die Autorinnen und Autoren haben diesen Zusammenhang mit dem langsameren Lernen von jüngeren Kindern erklärt. Die Studienergebnisse lassen vermuten, dass Interventionen für Kinder mit IB, deren Lernen im Vergleich zu demjenigen von Kindern ohne IB langsamer verläuft, noch längere Zeiträume und intensivere Förderung umfassen müssen, bis Interventionseffekte festgestellt werden können.

Kontrollgruppe

Viertens wurden die Kinder der Kontrollgruppe auch weiterhin in Mathematik unterrichtet und gefördert. Über die Inhalte und Methoden des Mathematikunterrichts der Kontrollgruppe liegen keine Informationen vor. Es könnte sein, dass sich die Intervention nicht stark genug vom Unterricht der Interventionsgruppe unterschieden hat.

Diese möglichen Aspekte, die zum Ausbleiben eines Interventionseffekts geführt haben können, sind vor allem auf das Forschungsdesign zurückzuführen. Inwieweit in weiteren Interventionsstudien Anpassungen vorgenommen werden können, wird in Kapitel 12 diskutiert.

11.2 Mathematische Entwicklung der Schülerinnen und Schüler mit IB

In der vorliegenden Arbeit wurde gezielt untersucht, wie sich die mathematischen Kompetenzen von Kindern mit IB im inklusiven Mathematikunterricht entwickeln. Deshalb wurde der Einfluss von verschiedenen Variablen auf die Mathematikleistung untersucht. Dies geschah mit Regressions- und Clusteranalysen. Zuerst werden die Ergebnisse der Regressionsanalysen diskutiert, danach die Ergebnisse der Clusteranalysen.

11.2.1 Herausforderungen des Diagnosekriteriums IB

Die Diagnose von IB ist mit Herausforderungen verbunden, die bereits bei der Intelligenzmessung auftreten. Da IQ-Tests unterhalb zweier Standardabweichungen nur unzureichend normiert sind, ist die Messgenauigkeit in vielen Instrumenten nicht gegeben (American Psychiatric Association, 2015; Garrote et al., 2015).

Bereits bei der Beschreibung der Stichprobe fiel die hohe Spannweite der IQ-Werte auf (min. = 41, max. = 94). Sechs Kinder (14%) hatten einen IQ, der höher als 75 war, trotz der Definition von IB, nach welcher eine IB durch einen IQ unter 75 gekennzeichnet ist. Warum bei den sechs Kindern mit einem IQ über 75 eine IB diagnostiziert worden ist, lässt sich nur vermuten.

Alltägliche Anpassungsfähigkeit

Eine mögliche Erklärung wäre, dass bei der Diagnose der IB die alltägliche Anpassungsfähigkeit im Alter-, Geschlechts- und soziokulturellen Vergleich zu Gleichaltrigen berücksichtigt worden ist, so wie es in der DSM-V gefordert wird (American Psychiatric Association, 2015). Demnach können das Verhalten und alltägliche Kompetenzen zu dieser Diagnose geführt haben. Jedoch ist es fragwürdig, ob sich die alltäglichen Kompetenzen bei Kindern in der zweiten und dritten Klasse schon zuverlässig beurteilen und kategorisieren lassen.

Einsatz verschiedener Instrumente und Faktor Zeit

Eine andere Erklärung ist, dass diese Ergebnisse durch den Einsatz verschiedener Instrumente oder durch lange zurückliegende Messungen beeinflusst wurden. Zwar führen unterschiedliche IQ-Messungen nicht zwangsläufig zu unterschiedlichen Ergebnissen (Moser Opitz & Ramseier, 2012; Tellegen et al., 2007) und Intelligenz gilt als relativ entwicklungsstabil (Koglin et al., 2009), dennoch haben Jenni et al. (2015) gezeigt, dass bei Kindern und Jugendlichen mit einem IQ unter 85 die Testergebnisse um bis zu 18 Punkte schwanken können. Die Schwankungen erklären sie durch Unterschiede in der Aufmerksamkeit, Motivation, Kooperationsbereitschaft und in der Testdurchführung (vgl. Kap. 6.1). Auch unterscheiden sich die sprachlichen Anforderungen in den Tests. Die in dieser Studie verwendeten Intelligenztests werden zwar als unabhängig von sprachlichen Einflüssen (Weiß & Osterland, 2013) bzw. als sprachfreier Test (Tellegen et al., 2007) beschrieben. In anderen Tests wird hingegen auch das Sprachverständnis erhoben, z.B. im WPPSI-III (Lipsius & Petermann, 2009). Mit diesem Test ist der IQ von einigen Kindern bereits vor der Studienteilnahme vom schulpsychologischen Dienst erhoben worden.

Bedarfs-Angebots-Junktim

Häufig ist die Bereitstellung von Ressourcen in Form von zusätzlichen Stunden eines Sonderpädagogen oder einer Sonderpädagogin abhängig von der Diagnose der Kinder. Für jedes Kind, bei dem eine IB diagnostiziert wurde, werden zusätzliche Stunden für die sonderpädagogischen Lehrkräfte bewilligt. Von Wocken (1996) wird dieser Zusammenhang als Bedarfs-Angebots-Junktim beschrieben. Einerseits wird durch diesen Bedingungszusammenhang sichergestellt, dass Kinder mit IB oder SFB die nötige und ihnen zustehende Förderung erhalten. Zudem werden zusätzliche Fördermaßnahmen oder die Anwesenheit einer zweiten Lehrkraft in der Klasse gerechtfertigt. Andererseits kann die Abhängigkeit der Ressourcen von der Anzahl diagnostizierter Kinder dazu führen, dass Kinder vorschnell als „behindert“ etikettiert werden (ebd.). Auch in der Stichprobe dieser Studie war der Zusammenhang zwischen Diagnose und Ressourcen gegeben. Je mehr Kinder mit IB oder SFB in der

Klasse waren, in desto mehr Mathematikstunden war die Sonderpädagogin bzw. der Sonderpädagoge anwesend.

IQ und Familiensprache

Die Korrelationen zwischen dem IQ und der Familiensprache haben gezeigt, dass in der Gesamtstichprobe der Lernenden mit einer IB ein positiver Zusammenhang zwischen IQ und Familiensprache bestand. Außerdem war die Familiensprache ein signifikanter Prädiktor der Mathematikleistung. Kinder mit einer anderen Familiensprache als die Unterrichtssprache hatten höhere IQ-Werte sowie höhere Mathematikleistungen. Dies könnte bedeuten, dass bei diesen Lernenden aufgrund ihrer fehlenden Kenntnis der Unterrichtssprache eine IB diagnostiziert worden ist.

11.2.2 Diskussion der Bedeutung des IQ

Zwar muss bei der Interpretation von Zusammenhängen des IQ mit anderen Variablen die nachlassende Messgenauigkeit von Intelligenzmessung bei Werten unterhalb zweier Standardabweichungen berücksichtigt werden, dennoch können die Ergebnisse zur Bedeutung des IQs für die Mengen-Zahlen-Kompetenzen in die Ergebnisse von Studien, die sich nicht auf Kinder mit IB beziehen, eingereiht werden.

Während der IQ im Vortest der stärkste Prädiktor der Mathematikleistung war, war im Nachtest das mathematische Vorwissen der stärkste Prädiktor der Mathematikleistung. Der IQ trug nicht signifikant zur Varianzaufklärung der Mathematikleistung im Nachtest bei (vgl. Kap. 10.1). Dieses Ergebnis verdeutlicht die hohe Bedeutung der Mengen-Zahlen-Kompetenzen für die weitere mathematische Entwicklung und stimmt mit anderen Studien überein (Aunio & Niemivirta, 2010; Desoete et al., 2012; Jordan, Glutting & Ramineni, 2010; Kolkman et al., 2013; Krajewski & Schneider, 2009; Stock et al., 2007). Auch bestätigt dieses Ergebnis, dass bei Lernenden mit IB das Vorwissen und bereits gesammelte numerische Erfahrungen für den Erwerb mathematischer Kompetenzen von größerer Bedeutung sind als der IQ (Baroody, 1999).

11.2.3 Unterschiedliche Voraussetzungen – unterschiedliche Entwicklung

Da sowohl die Variablen IQ, Alter und Familiensprache die mathematische Entwicklung nur unzureichend erklären konnten, wurde eine Clusteranalyse durchgeführt. Mit dieser sollte untersucht werden, ob bei einigen Kindern die Entwicklung gleich oder ähnlich verläuft und somit verschiedene Entwicklungsprofile bestehen. Durch die Clusteranalyse wurde die Stichprobe in vier unterschiedliche Gruppen unterteilt. Die Kinder einer Gruppe hatten jeweils das gleiche Vorwissen und entwickelten in einem Schuljahr die gleichen Kompetenzen. Die Ergebnisse der Clusteranalyse geben Aufschluss darüber, wie sich die verschiedenen Mengen-Zahlen-Kompetenzen bei Kindern mit IB entwickeln und welche Kompetenzen für die weitere mathematische Entwicklung wichtig sind.

Die Entwicklung der Mengen-Zahlen-Kompetenzen der Lernenden mit IB, wie sie durch die Entwicklungsprofile der Cluster deutlich wird, entspricht weitestgehend dem im Modell der Zahl-Größen-Verknüpfung (Krajewski & Ennemoser, 2013) dargestellten Verlauf. Auch zeigte sich, dass die Basiskompetenzen bei allen Kindern bereits in größeren Zahlenräumen vorhanden waren als das einfache oder tiefe Zahlverständnis und dass die Kompetenzen von der Abstraktionsebene der Aufgaben abhängen.

Präzises Anzahlkonzept

Es zeigte sich, dass für die mathematische Entwicklung vor allem die Zählkompetenz und ein präzises Anzahlkonzept von Bedeutung waren. Für die Entwicklung des Anzahlkonzepts sind die Zählkompetenz und die Zahlwortkenntnis (Lesen, Schreiben) eine wichtige Grundlage. Insbesondere die Entwicklung der Kinder in Gruppe 1 hat dies gezeigt. Auch wenn die Kinder die Zahlwortreihe noch als Ganzheit aufgefasst haben, konnten sie sie bereits zum Abzählen kleiner Mengen nutzen.

Die Entwicklung der mathematischen Kompetenzen in den unterschiedlichen Clustern verdeutlichte, dass Kinder, die über ein präzises Anzahlkonzept verfügten, innerhalb eines Schuljahres größere Fortschritte machten als Kinder, die noch kein präzises Anzahlkonzept hatten. Der Erwerb des Anzahlkonzepts ist also ein wichtiger Schritt in der mathematischen Entwicklung. Die Entwicklung der Kinder in Cluster 1, die nicht über dieses Konzept verfügten, haben kaum Fortschritte gemacht. Diese Erkenntnisse stimmen mit den Ergebnissen von Brankaer et al. (2011) und Garrote et al. (2015) überein (vgl. Kap. 6.2.3). Auch wenn die Fortschritte der Kinder des ersten Clusters im Zahlenlesen und Abzählen darauf hindeuten, dass sie sich auf dem Weg einer präzisen Mengenvorstellung befinden, könnten detailliertere Einblicke in die Zählkompetenz oder simultane Mengenerfassung ihre Entwicklung sicherlich noch besser beschreiben. Dafür müssten Diagnoseaufgaben eingesetzt werden, die in den Bereichen stärker differenzieren. Für die Förderung bedeutet die Entwicklung der Kinder im ersten Cluster, dass ein Schwerpunkt auf Aufgaben zum Zählen und zur Verbindung von Zahl und Anzahl liegen muss, damit sich das Anzahlkonzept entwickelt.

Zahlzerlegungen

Die Aufgabe zur Zahlzerlegung war eine der schwierigsten der ausgewählten Aufgaben aus dem TEDI-MATH (Kaufmann et al., 2009). Im Nachtest haben nur sieben Kinder alle sechs Items richtig gelöst und über die Hälfte der Kinder hat kein oder nur ein Item gelöst. Auch in der Studie von Garrote et al. (2015) gehörte die Zahlzerlegung mit zu den schwierigsten Aufgaben. Ein Aspekt, der diese Aufgabe erschwert haben könnte, ist die Form der Aufgabenstellung. Eine Herde mit sechs bzw. acht Schafen sollte auf zwei Weiden aufgeteilt werden. Den Kindern wurde zwar ein Bild mit zwei Weiden gezeigt, in denen als Beispiel die Zahlen Vier und Zwei standen. Die Zerlegung musste jedoch ohne Anschauungsmittel durchgeführt werden und verlangte von den Kindern eine hohe Abstraktionsfähigkeit. Obwohl die Zahlzerlegung und Zahlzusammensetzung wichtige Voraussetzungen für das Rechnen und die Ablösung vom zählenden Rechnen sind (Häsel-Weide et al., 2013), konnten die Kinder in Cluster 2 bereits Additionsaufgaben lösen, bevor sie die Aufgabe zur Zahlzerlegung lösen konnten (vgl. Kap. 10.1.4). Diese vom Entwicklungsmodell abweichende Reihenfolge des Kompetenzerwerbs kann neben dem Abstraktionsgrad der Aufgabe die Ursache darin haben, dass die Zahlzerlegung in der mathematischen Förderung wenig Beachtung findet, da häufig das (zählende) Lösen von Rechenaufgaben fokussiert wird. Sobald Kinder Anzahlen abzählen können, können sie diese Kompetenz zum Lösen von Rechnungen mit Materialien nutzen, indem sie z.B. mit Materialien die Additionsaufgaben legen und das Ergebnis abzählen. Die Kinder in Cluster 3 konnten am Ende des Schuljahres Zahlen zerlegen, sie machten in dieser Aufgabe signifikante Fortschritte und sie lösten im Durchschnitt fünf der sieben Subtraktionsaufgaben. Diese Ergebnisse lassen vermuten, dass die Kinder bereits Lege- und Abzählstrategien zum Lösen von Additionsaufgaben erlernen, bevor sie die Voraussetzungen zum flexiblen Operieren erworben haben.

Die Entwicklung eines tiefen Zahlverständnisses (Krajewski & Ennemoser, 2013), zu dem die Zahlzerlegung und die Einsicht in Zahlrelationen gehören, und die Zusammenhänge mit der Rechenkompetenz müssen noch weitergehend untersucht werden. Das erfordert die Weiterentwicklung von Testaufgaben, die die Kompetenzen in diesen Bereichen präziser erfassen, d.h. es müssten bei den Aufgaben sowohl unterschiedliche Zahlenräume als auch Abstraktionsebenen berücksichtigt werden.

Schlussfolgerungen

Die Ergebnisse lassen vermuten, dass bereits vorhandene mathematische Kompetenzen bzw. das Vorwissen von größerer Bedeutung für die Entwicklung sind als andere individuelle Faktoren oder Merkmale des Unterrichts. Daraus darf aber keinesfalls geschlossen werden, dass der Unterricht unbedeutend ist. In dieser Studie wurden die Kinder der Kontrollgruppe auch in Mathematik unterrichtet und gefördert und alle Kinder haben in einigen Kompetenzen Fortschritte gemacht. Die unterschiedlichen Entwicklungsprofile deuten darauf hin, dass für die Förderung eine Erfassung der Vorkenntnisse wichtig ist, wobei sowohl der Zahlenraum als auch der Abstraktionsgrad der Aufgaben berücksichtigt werden müssen. Nur so können die Kinder ihren Kompetenzen entsprechend gefördert werden. Ein Entwicklungsmodell, wie in dieser Studie dasjenige von Krajewski und Ennemoser (2013), kann sowohl bei der Erfassung der Lernausgangslage als auch bei der Förderung der Orientierung dienen.

Sowohl die verschiedenen Entwicklungsprofile als auch die hohe Bedeutung der einzelnen Mengen-Zahlen-Kompetenzen, insbesondere des präzisen Anzahlkonzepts, für die weitere mathematische Entwicklung und die sich daraus ergebenden Forderungen an die Förderung zeigen, dass die Intervention diesen Ansprüchen gerecht geworden ist. Sie hatte den Fokus auf der Förderung der Mengen-Zahlen-Kompetenzen, hat die unterschiedlichen Zahlenräume und Abstraktionsgrade von Aufgaben berücksichtigt und sowohl die Erfassung der Lernausgangslage als auch die Förderung haben sich am Entwicklungsmodell orientiert.

11.3 Mathematische Entwicklung der Schülerinnen und Schüler ohne IB

Die Daten der Schülerinnen und Schüler ohne IB wurden nicht nur auf Interventionseffekte untersucht, sondern es wurde auch überprüft, welche Faktoren die Mathematikleistung beeinflussen, sowohl im Vor- als auch im Nachtest. Der IQ, das Vorwissen, das Geschlecht und die Familiensprache sowie die Intervention wurden als unabhängige Variablen und die Mathematikleistung im Nachtest als abhängige Variable in die Regressionsmodelle eingefügt, die für die Klassenstufen getrennt berechnet wurden. Für alle Klassenstufen zeigte sich, dass die Intervention keine Effekte hatte und dass das Vorwissen ein Prädiktor der Mathematikleistung im Nachtest war. Der Anteil des Vorwissens zur Varianzaufklärung nahm mit fortschreitender Beschulung zu. Während im ersten Schuljahr das Vorwissen 16% der Varianz der Mathematikleistung erklärt hat, waren es im zweiten Schuljahr 30% und im dritten Schuljahr 42% der Varianz. Anders als das Vorwissen nahm die Bedeutung des IQ unter Kontrolle des Vorwissens ab. Er erklärte am Ende des ersten Schuljahres 19% der Varianz, am Ende des zweiten Schuljahres nur noch 6% und am Ende des dritten Schuljahres war der IQ kein signifikanter Prädiktor der Mathematikleistung. Diese Ergebnisse stimmen mit anderen Studien überein (vgl. Kap. 10.2, Schneider et al., 2013).

Der Einfluss der Variablen Geschlecht, Familiensprache und Sprachregion ist gering und auch nicht in jedem Schuljahr und zu jedem Messzeitpunkt signifikant. Das Geschlecht erwies sich zu Beginn des ersten Schuljahres, am Ende des zweiten und am Anfang des dritten Schuljahres als signifikanter Prädiktor der Mathematikleistung, jedoch nicht am Ende des ersten Schuljahres, zu Beginn des zweiten Schuljahres und am Ende des dritten Schuljahres. Dieses Ergebnis entspricht also dem Forschungsstand, dass keine eindeutigen Aussagen zur Rolle des Geschlechts im Zusammenhang mit der Mathematikleistung gemacht werden können (vgl. Kap. 10.2).

Die Familiensprache trug zu Beginn der zweiten und dritten Klasse zur Varianzaufklärung der Mathematikleistung bei, aber nicht zu Beginn der ersten Klasse. Kinder, die eine andere Familiensprache als die Unterrichtssprache hatten, zeigten in diesen Testungen niedrigere Leistungen. Dass die Familiensprache auf die Mathematikleistung zu Beginn der ersten Klasse keinen Einfluss hatte, kann mit der Testdurchführung erklärt werden. Die Aufgaben begannen mit einer Beispielaufgabe, die die Kinder gemeinsam mit der Testleitung lösten. Durch dieses Vorgehen könnte der Einfluss der sprachlichen Kompetenzen reduziert worden sein. Der signifikante Einfluss der Familiensprache zu Beginn der zweiten und dritten Klasse lässt vermuten, dass bei Erhebungen nach den Sommerferien die Familiensprache von größerer Bedeutung ist. Jedoch ist dieses Ergebnis aufgrund der Erhebungen vor den Sommerferien zustande gekommen. Die Bedeutung der Familiensprache war in dieser Studie also uneinheitlich und konnte nicht durch den Testzeitpunkt erklärt werden.

Die Sprachregion war zu Beginn der zweiten und am Ende der dritten Klasse ein signifikanter Prädiktor der Mathematikleistung. Kinder in der Romandie erbrachten niedrigere Leistungen als Kinder in der Deutschschweiz. Da zu Beginn der zweiten Klasse und am Ende der ersten Klasse die gleichen Tests eingesetzt wurden und der Einfluss der Sprachregion nur zu Beginn der zweiten Klasse signifikant war, kann davon ausgegangen werden, dass die Mathematiktests für die ersten beiden Schuljahre sprachregionsunabhängig sind.

11.4 Grenzen der Studie

Einige Grenzen dieser Studie wurden bereits im Zusammenhang mit den ausgebliebenen Interventionseffekten diskutiert und ergeben sich u.a. aus dem Forschungsdesign, der quasi-experimentellen Studie im schulischen Unterricht, z.B. aus dem nicht kontrollierbaren Einfluss von Störvariablen und der unzureichenden Überprüfung der Implementierung der Intervention (Kap. 11.1.2).

Stichprobengröße

Eine weitere Limitation der Studie, die vor allem bei der Interpretation der Ergebnisse und der Einschätzung ihrer Repräsentativität berücksichtigt werden muss, ist die Stichprobengröße der Lernenden mit IB. Ihre Zusammensetzung aus 44 Schülerinnen und Schülern hat zu Einschränkungen bei den statistischen Analysen geführt. Für die Berechnung multipler Regressionen konnten nicht mehr als vier unabhängige Variablen berücksichtigt werden, d.h. zur Überprüfung von Interventionseffekten konnten nur bis zu drei Variablen kontrolliert werden. Aufgrund der kleinen Stichprobe kann bereits die Hinzunahme oder der Ausschluss einzelner Fälle dazu führen, dass die Ergebnisse verzerrt werden bzw. dass das gleiche Modell zu anderen Ergebnissen führt. Auch für die Berechnung der Mehrebenenmodelle, die für die Analyse der Stichprobe der Zweitklässler durchgeführt wurde, wäre eine größere Stichprobe wünschenswert gewesen, weil bei 26 zweiten Klassen nicht mehr als zwei unabhängige Variablen auf Ebene 2 eingefügt werden sollten. Jedoch erweist sich die Rekrutierung von Stichproben bestehend aus Lernenden mit IB, die inklusive beschult werden, grundsätzlich als anspruchsvoll.

Messinstrumente

Eine Herausforderung der Studie bestand darin, ein Instrument zu finden, das geeignet ist die mathematischen Kompetenzen der Lernenden mit IB differenziert zu erfassen. Damit sollten die Mengen-Zahlen-Kompetenzen und erste Rechenoperationen in unterschiedlichen Zahlenräumen von Lernenden mit großen Unterschieden im Vorwissen erhoben werden (vgl. Kap. 9.3.2). Die sprachlichen Anforderungen wurden u.a. durch die Auswahl von zwei Antwortmöglichkeiten niedrig gehalten, was jedoch zu einer Ratewahrscheinlichkeit von 50% und somit zu einer niedrigen Reliabilität der Skalen führte. Deshalb wurden diese Untertests von den Analysen ausgeschlossen. In einer anderen Erhebung wurden diese Aufgaben angepasst, indem jedes Item mit Abstand zweimal gezeigt wurde und die Reihenfolge der Antworten getauscht wurde. Als richtig bewertet wurden die Items, wenn sie beide Male korrekt gelöst wurden. Die Ratewahrscheinlichkeit wurde so auf 25% reduziert und die Reliabilität erhöht (Moser Opitz et al., 2015). Weil in der vorliegenden Arbeit mit einem Teil der Kinder der Test bereits ohne diese Wiederholung durchgeführt worden war, wurde die ursprüngliche Testversion weiterhin eingesetzt. Diese von den Analysen ausgeschlossenen Aufgaben dienten der Überprüfung des unpräzisen Anzahlkonzepts und der groben Größenunterscheidung. Beide Bereiche wurden letztendlich in den Analysen nicht berücksichtigt.

Obwohl der Test aufgrund des Abbruchkriteriums sowohl für Lernende mit ersten Mengen-Zahlen-Kompetenzen als auch Lernende, die bereits Additions- und Subtraktionsaufgaben lösen konnten, geeignet erwies, zeichnete sich bei den Kindern in Cluster 4 ein leichter Deckeneffekt ab (vgl. Kap. 10.1.4). Um auch die Kompetenzen dieser Kinder differenziert zu erfassen und um die Testdauer zu reduzieren, wäre es sinnvoll, mit diesen Kindern bei schwierigeren Items einzusteigen und den Test um Items in größeren Zahlenräumen und zum Rechnen zu erweitern.

Eine weitere Grenze der Studie ergibt sich aufgrund der unterschiedlichen IQ-Messungen der Lernenden mit IB. Zwar führen unterschiedliche Messinstrumente und -zeitpunkte nicht zwangsläufig zu unterschiedlichen Ergebnissen (Moser Opitz & Ramseier, 2012), aber dennoch könnten in dieser Studie zuverlässigere Aussagen zur Bedeutung des IQs im Zusammenhang mit der mathematischen Entwicklung gemacht werden, wenn mit allen Kindern zum ersten Messzeitpunkt der gleiche Test durchgeführt worden wäre.

Wenig standardisierte Intervention

Eine der größten Einschränkungen der Studie ist auf die wenig standardisierte Intervention zurückzuführen (Kap. 11.1.2). Die Umsetzung war in hohem Maß von der Lehrkraft abhängig und ließ sich kaum kontrollieren. Zwar haben die Lehrkräfte regelmäßig eine Rückmeldung zum Einsatz der Materialien gegeben, jedoch konnte anhand dieser Angaben nicht eingeschätzt werden, wie intensiv oder in welchem Umfang sie eingesetzt wurden und inwieweit das Lernen an einem gemeinsamen Lerninhalt ermöglicht worden ist.

Die Hypothese, dass die Umsetzung einer für den inklusiven Unterricht konzipierten Förderung der Mengen-Zahlen-Kompetenzen einen positiven Einfluss auf die Mathematikleistung der Lernenden mit und ohne IB hat, wurde mit Regressionsanalysen geprüft. Die Interventionsgruppe wurde als unabhängige dichotome Variable in die Regressionsmodelle eingefügt (Kap. 10). Diese Variable spiegelt jedoch nicht wider, in welchem Umfang die Intervention implementiert worden ist. Es kann angenommen werden, dass die Ergebnisse durch Klassen der Gruppe^{Mat}, in denen nicht mit den Materialien gearbeitet wurde und die mathematische Förderung der Kinder mit IB außerhalb des Klassenzimmers stattgefunden hat, verzerrt wurden. Vielmehr müsste die Variable widerspiegeln, inwieweit die Intervention implementiert wurde.

12. Ausblick

In der vorliegenden Arbeit wurde gezeigt, wie eine Konzeption aussehen kann, die den Forschungsstand zum Mathematiklernen von Lernenden mit IB sowie Möglichkeiten zum Umgang mit Heterogenität aus der Mathematikdidaktik berücksichtigt und in der Aspekte, die für inklusiven Unterricht entscheidend sind, beachtet werden. Die Konzeption zeigt zudem auf, wie das scheinbare Spannungsverhältnis von gemeinsamem Lernen und individueller Förderung abgebaut werden kann und sowohl Individualisierung als auch gemeinsame Lernphasen zu zwei sich ergänzenden Bestandteilen inklusiven Unterrichts werden (vgl. Kap. 8).

Häufig sind Konzeptionen für den inklusiven Unterricht wenig konkret (vgl. Kap. 7) und wurden nicht evaluiert. Auch wenn in der vorliegenden Studie keine Unterschiede in der mathematischen Entwicklung zwischen Interventions- und Kontrollgruppe nachgewiesen werden konnten, können aus der Studie wichtige Folgerungen für weitere Interventionsstudien gezogen werden. So sollte eine längere Interventionsdauer mit mehreren Messzeitpunkten eingeplant werden, sowohl um mehr über die Effekte der Intervention zu erfahren als auch mehr Informationen zur mathematischen Entwicklung der Kinder zu erhalten. Außerdem muss die Implementierung stärker kontrolliert werden, z.B. durch eine engere Begleitung der Lehrpersonen, indem mehrere Treffen eingeplant werden, an denen sie sowohl neue Anregungen und Beratung zur Implementierung erhalten als auch die bisherige Implementierung und den Unterricht reflektieren. Um die Lehrkräfte zu inklusivem Unterricht zu ermutigen, müssen Wege aufgezeigt werden, wie gemeinsame Lernsequenzen gestaltet werden können. Oft erscheinen ihnen der Aufwand geringer und die Effektivität höher, wenn eine Kleingruppenförderung außerhalb der Klasse stattfindet, da so weniger Absprachen, die einen zeitlichen Aufwand bedeuten, stattfinden müssen.

Außerdem tragen die gewonnenen Erkenntnisse zur mathematischen Entwicklung von Lernenden mit IB dazu bei, die Forschungslücke in diesem Bereich zu schließen. Dennoch müssen noch weitere Studien durchgeführt werden, um die Zusammenhänge der Entwicklung der verschiedenen Mengen-Zahlen-Kompetenzen zu beschreiben. Insbesondere die Entwicklung der präzisen Mengenvorstellung und die Zusammenhänge der Zahlzerlegung mit der Rechenkompetenz müssen noch genauer erforscht werden. Des Weiteren ist der Einfluss weiterer Faktoren, z.B. der Sprache und des Arbeitsgedächtnisses, auf die Entwicklung der unterschiedlichen Mengen-Zahlen-Kompetenzen bei Lernenden mit IB erst unzureichend erforscht (vgl. Kap. 6.1). Auch die Erfassung von den Kompetenzen der Lernenden mit IB mit Hilfe von Tests erfordert eine Weiterentwicklung. Zum einen muss bei zukünftigen Testentwicklungen und Testungen überlegt werden, wie mit einer niedrigen Messgenauigkeit umgegangen wird bzw. wie die Messgenauigkeit erhöht werden kann. Zum anderen muss die Erfassung der Mengen-Zahlen-Kompetenzen den Lehrkräften im Unterricht oder unterrichtsnah ermöglicht werden, damit sie die Förderung adaptiv gestalten können.

Die Ergebnisse der Studie zeigen, dass sowohl im Bereich des inklusiven Unterrichts als auch der mathematischen Entwicklung von Lernenden mit IB noch hoher Forschungsbedarf besteht. Konzeptionen für den inklusiven Unterricht müssen unter Berücksichtigung des aktuellen Forschungsstandes weiterentwickelt und ihre Umsetzung erprobt und evaluiert werden.

Literatur

Abdelahmeed, H. (2007). Do children with Down syndrome have difficulty in counting and why? *International Journal of Special Education*, *22* (2), 129–139.

Aebli, H. (1981). *Grundformen des Lehrens: Eine allgemeine Didaktik auf kognitionspsychologischer Grundlage* (12. Aufl.). Stuttgart: Klett-Cotta.

Aebli, H. (2011). *Zwölf Grundformen des Lehrens: Eine allgemeine Didaktik auf psychologischer Grundlage: Medien und Inhalte didaktischer Kommunikation, der Lernzyklus* (14. Aufl.). Stuttgart: Klett-Cotta.

Ahrbeck, B. (2014). *Inklusion: Eine Kritik* (2. Aufl.). Stuttgart: Kohlhammer.

Alloway, T.P. & Alloway, R.G. (2010). Investigating the predictive roles of working memory and IQ in academic attainment. *Journal of experimental child psychology*, *106* (1), 20–29. doi.org/10.1016/j.jecp.2009.11.003

Alloway, T.P. & Passolunghi, M.C. (2011). The relationship between working memory, IQ, and mathematical skills in children. *Learning and Individual Differences*, *21* (1), 133–137. doi.org/10.1016/j.lindif.2010.09.013

American Psychiatric Association. (2015). *Diagnostisches und statistisches Manual psychischer Störungen: DSM-5*. Göttingen: Hogrefe.

Amrhein, B. & Reich, K. (2014). Inklusive Fachdidaktik. In B. Amrhein & M. Dziak-Mahler (Hrsg.), *Fachdidaktik inklusiv. Auf der Suche nach didaktischen Leitlinien für den Umgang mit Vielfalt in der Schule* (LehrerInnenbildung gestalten: Bd. 3, S. 31–44). Münster: Waxmann.

Antor, G. & Wocken, H. (Hrsg.). (1987). *Integrationsklassen in Hamburg: Erfahrungen, Untersuchungen, Anregungen*. Solms-Oberbiel: Oberbiel.

Aubrey, C., Dahl, S. & Godfrey, R. (2006). Early mathematics development and later achievement: Further evidence. *Mathematics Education Research Journal*, *18* (1), 27–46. https://doi.org/10.1007/BF03217428

Aunio, P. & Niemivirta, M. (2010). Predicting children's mathematical performance in grade one by early numeracy. *Learning and Individual Differences*, *20* (5), 427–435. doi.org/10.1016/j.lindif.2010.06.003

Aunola, K., Leskinen, E., Lerkkanen, M.-K. & Nurmi, J.-E. (2004). Developmental dynamics of math performance from preschool to grade 2. *Journal of educational psychology*, *96* (4), 699–713. doi.org/10.1037/0022-0663.96.4.699

Bacher, J. (2002). Statistisches Matching: Anwendungsmöglichkeiten, Verfahren und ihre praktische Umsetzung in SPSS. *ZA-Information / Zentralarchiv für Empirische Sozialforschung*, *51*, 38–66.

Bacher, J., Pöge, A. & Wenzig, K. (2010). *Clusteranalyse: Anwendungsorientierte Einführung in Klassifikationsverfahren* (3. Aufl.). München: Oldenbourg. https://doi.org/10.1524/9783486710236

Backhaus, K., Erichson, B., Plinke, W. & Weiber, R. (2016). *Multivariate Analysemethoden: Eine anwendungsorientierte Einführung* (14. Aufl.). Berlin: Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-662-46076-4

Baddeley, A.D. (2014). *Essentials of human memory* (classic ed.). London: Psychology Press. https://doi.org/10.4324/9780203587027

Baroody, A.J. (1986). Counting ability of moderately and mildly handicapped children. *Education and Training of the Mentally Retarded*, 289–300.

Baroody, A.J. (1988). Number-comparison learning by children classified as mentally retarded. *American Journal on Mental Retardation*, *92* (5), 461–471.

Baroody, A.J. (1999). The development of basic counting, number, and arithmetic knowledge among children classified as mentally handicapped. *International Review of Research in Mental Retardation*, *22* (22), 51–103. https://doi.org/10.1016/S0074-7750(08)60131-7

Baroody, A.J., Eiland, M. & Thompson, B. (2009). Fostering at-risk preschoolers' number sense. *Early Education and Development*, *20* (1), 80–128. https://doi.org/ 10.1080/10409280802206619

Bashash, L., Bochner, S. & Outhred, L. (2003). Counting skills and number concepts of students with moderate intellectual disabilities. *International Journal of Disability, Development and Education*, *50* (3), 325–345. https://doi.org/10.1080/1034912032000120480

Bauer, R. & Maurach, J. (2016). *Einstern – Mathematik für Grundschulkinder*. Berlin: Cornelsen.

Baxter, J.A. & Williams, S. (2010). Social and analytic scaffolding in middle school mathematics: managing the dilemma of telling. *Journal of Mathematics Teacher Education*, *13* (1), 7–26. doi.org/10.1007/s10857-009-9121-4

Belacchi, C., Passolunghi, M.C., Brentan, E., Dante, A., Persi, L. & Cornoldi, C. (2014). Approximate additions and working memory in individuals with Down syndrome. *Research in Developmental Disabilities*, *35* (5), 1027–1035. doi.org/10.1016/j.ridd.2014.01.036

Benz, C., Peter-Koop, A. & Grüssing, M. (2015). *Frühe mathematische Bildung: Mathematiklernen der Drei- bis Achtjährigen. Mathematik Primarstufe und Sekundarstufe I + II.* Berlin: Springer Spektrum. https://doi.org/10.1007/978-3-8274-2633-8

Biewer, G. (2010). *Grundlagen der Heilpädagogik und Inklusiven Pädagogik* (2., durchges. Aufl.). Bad Heilbrunn: Klinkhardt.

Bildungsdirektion Kanton Zürich, V. (2014). *Indikationsbereiche zur Klärung der Indikationen für sonderschulische Massnahmen durch die Schulpsychologie im Kontext des Standardisierten Abklärungsverfahrens (SAV)*. Zürich.

Blankson, A.N. & Blair, C. (2016). Cognition and classroom quality as predictors of math achievement in the kindergarten year. *Learning and Instruction*, *41*, 32–40. doi.org/10.1016/j.learninstruc.2015.09.004

Bless, G. (2007). *Zur Wirksamkeit der Integration: Forschungsüberblick, praktische Umsetzung einer integrativen Schulform, Untersuchungen zum Lernfortschritt* (Beiträge zur Heil- und Sonderpädagogik: Bd. 18, 3. Aufl.). Bern: Haupt.

Bless, G. (2017). Integrationsforschung: Entwurf einer Wissenskarte. *Zeitschrift für Heilpädagogik*, *68* (5), 216–227.

Blümer, T., Gräve, R. & Opitz, M. (1996). Struktur- und niveauorientierter Mathematikunterricht in der Schule für Geistigbehinderte. In W. Baudisch & D. Schmetz (Hrsg.), *Mathematik und Sachunterricht im Primar- und Sekundarbereich. Beispiele sonderpädagogischer Förderung* (Sonderpädagogische Beiträge: Bd. 4, S. 99–110). Frankfurt am Main: Diesterweg.

Blümer, T., Gräve, R. & Opitz, M. (2007). *Gegenstände und ihre Eigenschaften: Form, Größe, Farbe* (Neuaufl.). Horneburg: Persen.

Boban, I. & Hinz, A. (2009). Integration und Inklusion als Leitbegriffe der schulischen Sonderpädagogik. In G. Opp & G. Theunissen (Hrsg.), *Handbuch schulische Sonderpädagogik* (S. 29–36). Bad Heilbrunn: Klinkhardt.

Bonfranchi, R. (2011). Die unreflektierte Integration von Kindern mit geistiger Behinderung verletzt ihre Würde. *Teilhabe*, *50* (2), 90–91.

Brankaer, C., Ghesquière, P. & Smedt, B. de. (2011). Numerical magnitude processing in children with mild intellectual disabilities. *Research in Developmental Disabilities*, *32* (6), 2853–2859. doi.org/10.1016/j.ridd.2011.05.020

Brankaer, C., Ghesquière, P. & Smedt, B. de. (2013). The development of numerical magnitude processing and its association with working memory in children with mild intellectual disabilities. *Research in Developmental Disabilities*, *34* (10), 3361–3371. doi.org/10.1016/j.ridd.2013.07.001

Bringuier, J.-C. & Piaget, J. (1996). *Im allgemeinen werde ich falsch verstanden*. Hamburg: Europ. Verl.-Anst.

Brodkorb, M. (2014). Warum totale Inklusion unmöglich ist: Über schulische Paradoxien zwischen Liebe und Leistung. *Sonderpädagogische Förderung heute*, *59* (4), 422–447.

Brosius, F. (2013). *SPSS 21*. Heidelberg: mitp. https://doi.org/10.1111/1469-8676.12004_19

Browder, D.M., Spooner, F., Ahlgrim-Delzell, L., Harris, A.A. & Wakeman, S. (2008). A meta-analysis on teaching mathematics to students with significant cognitive disabilities. *Council for Exeptional Children*, *74* (4), 407–432. https://doi.org/10.1177/001440290807400401

Bruner, J., Olver, R.R. & Greenfield, P.M. (1971). *Studien zur Kognitiven Entwicklung: Eine kooperative Untersuchung*. Stuttgart: Klett.

Bruner, J.S. (1974). *Entwurf einer Unterrichtstheorie*. Düsseldorf: Schwann.

Bryant, D.P., Bryant, B.R., Gersten, R., Scammacca, N. & Chavez, M.M. (2008). Mathematics intervention for first- and second-grade students with mathematics difficulties: The effects of tier 2 intervention delivered as booster lessons. *Remedial and Special Education*, *29* (1), 20–32. doi.org/10.1177/0741932507309712

Bryant, D.P., Bryant, B.R., Roberts, G., Vaughn, S., Pfannenstiel, K.H., Porterfield, J. & Gersten, R. (2011). Early numeracy intervention program for first-grade students with mathematics difficulties. *Exceptional Children*, *78* (1), 7–23. https://doi.org/10.1177/001440291107800101

Buckley, S. (2007). Teaching numeracy. Available at: https://www.down-syndrome.org/updates. https://doi.org/10.3104/updates.2031

Bullock, J. (2012). TouchMath: Teacher Training Manual. Available at: http://www.touchmath.com/[04.10.2017].

Bundschuh, K. (1992). *Heilpädagogische Psychologie*. München: E. Reinhardt.

Butler, F.M., Miller, S.P., Kit-hung, L. & Pierce, T. (2001). Teaching mathematics to students with mild-to-moderate mental retardation: A review of the literature. *Mental Retardation*, *39* (1), 20–31. https://doi.org/10.1352/0047-6765(2001)039<0020:TMTSWM>2.0.CO;2

Butterworth, B. (2010). Foundational numerical capacities and the origins of dyscalculia. *Trends in cognitive sciences*, *14* (12), 534–541. doi.org/10.1016/j.tics.2010.09.007

Caffrey, E. & Fuchs, D. (2007). Differences in performance between students with learning disabilities and mild mental retardation: Implications for categorical instruction. *Learning Disabilities Research & Practice*, *22* (2), 119–128. https://doi.org/10.1111/j.1540-5826.2007.00236.x

CAST. (2011). Universal Design for Learning Guidelines version 2.0. Available at: http://www.udlcenter.org/research/researchevidence [19.04.2018].

Cheong, J.M., Walker, Z.M. & Rosenblatt, K. (2017). Numeracy abilities of children in grades 4 to 6 with mild intellectual disability in Singapore. *International Journal of Disability, Development and Education*, *64* (2), 150–168. doi.org/10.1080/1034912X.2016.1188891

Church, J. (2016). Prompt fading procedures. Available at: http://www.tecks.co.nz/home/Importantlearningandteachingevents/Functionalsequencesoflearninginteractions/Promptingandpromptfadingsequences/Promptfadingprocedures [04.10.2016].

Cirino, P.T. (2011). The interrelationships of mathematical precursors in kindergarten. *Journal of experimental child psychology*, *108* (4), 713–733. doi.org/10.1016/j.jecp.2010.11.004

Cirino, P.T., Fuchs, L.S., Elias, J.T., Powell, S.R. & Schumacher, R.F. (2015). Cognitive and mathematical profiles for different forms of learning difficulties. *Journal of Learning Disabilities*, *48* (2), 156–175. doi.org/10.1177/0022219413494239

Cloerkes, G. (2007). *Soziologie der Behinderten: Eine Einführung* (3., neu bearb. und erw. Aufl.). Heidelberg: Universitätsverlag Winter.

Cole, C.M., Waldron, N. & Maijd, M. (2004). Academic progresss of students across inclusive and traditional setting. *Mental Retardation*, *42* (2), 136–144. https://doi.org/10.1352/0047-6765(2004)42<136:APOSAI>2.0.CO;2

Cornwell, A.C. (1974). Development of language, abstraction, and numerical concept formation in Down's syndrome children. *American Journal of Mental Deficiency*, *79* (2), 179–190.

Cramer, C. & Harant, M. (2014). Inklusion – Interdisziplinäre Kritik und Perspektiven von Begriff und Gegenstand. *Zeitschrift für Erziehungswissenschaft*, *17* (4), 639–659. doi.org/10.1007/s11618-014-0584-4

Cushing, L.S., Carter, E.W., Clark, N., Wallis, T. & Kennedy, C.H. (2008). Evaluating inclusive educational practices for students with severe disabilities using the program quality measurement tool. *The Journal of Special Education*, *42* (4), 195–208. doi.org/10.1177/0022466907313352

de Vries, C. (2018a). *DIFMaB: Diagnostisches Inventar zur Förderung mathematischer Basiskompetenzen* (3. Aufl.). Dortmund: Modernes Lernen.

de Vries, C. (2018b). *Mathematik im Förderschwerpunkt Geistige Entwicklung: Grundlagen und Übungsvorschläge für Diagnostik und Förderung im Rahmen eines erweiterten Mathematikverständnisses* (4. Aufl., verb. und erw.). Dortmund: Modernes Lernen.

Dederich, M. (2009). Behinderung als sozial- und kulturwissenschaftliche Kategorie. In M. Dederich & W. Jantzen (Hrsg.), *Behinderung, Bildung, Partizipation. Behinderung und Anerkennung* (Enzyklopädisches Handbuch der Behindertenpädagogik: Bd. 2, S. 15–39). Stuttgart: Kohlhammer.

Dederich, M. (2012). Inklusion als Menschenrecht und Bedingung der Möglichkeit für Chancengleichheit? In I. Wallimann-Helmer (Hrsg), *Chancengleichheit und „Behinderung" im Bildungswesen. Gerechtigkeitstheoretische und sonderpädagogische Perspektiven* (S. 24–52). Freiburg, Br.: Karl Alber.

Dederich, M. (2013). Ethische Aspekte der Inklusion. Available at: http://www.inklusion-lexikon.de/ethik_dederich.php[18.02.2018].

Dehaene, S. (1999). *Der Zahlensinn oder warum wir rechnen können*. [S.l.]: Birkhäuser. https://doi.org/10.1007/978-3-0348-7825-8

Dehaene, S. (2001). Precis of the number sense. *Mind and Language*, *16* (1), 16–36. doi.org/10.1111/1468-0017.00154

Demeris, H., Childs, R.A. & Jordan, A. (2007). The influence of students with special needs included in grade-3 classrooms on the large-scale achievement scores of students without special needs. *Canadian Journal of Education / Revue canadienne de l'éducation*, *30* (3), 609. doi.org/10.2307/20466655

Dennis, M., Francis, D.J., Cirino, P.T., Schachar, R., Barnes, M.A. & Fletcher, J.M. (2009). Why IQ is not a covariate in cognitive studies of neurodevelopmental disorders.

Journal of the International Neuropsychological Society: JINS, *15* (3), 331–343. doi.org/10.1017/S1355617709090481
Desoete, A., Ceulemans, A., Weerdt, F. de & Pieters, S. (2012). Can we predict mathematical learning disabilities from symbolic and non-symbolic comparison tasks in kindergarten? Findings from a longitudinal study. *The British journal of educational psychology*, *82* (1), 64–81. doi.org/10.1348/2044-8279.002002
Desoete, A. & Grégoire, J. (2006). Numerical competence in young children and in children with mathematics learning disabilities. *Learning and Individual Differences*, *16* (4), 351–367. doi.org/10.1016/j.lindif.2006.12.006
Devlin, K. (1998). *Muster der Mathematik: Ordnungsgesetze des Geistes und der Natur*. Heidelberg: Spektrum, Akad. Verl.
Dilling, H., Mombour, W. & Schmidt, M.H. (Hrsg.). (2014). *Internationale Klassifikation psychischer Störungen: ICD-10 Kapitel V (F), Klinisch-diagnostische Leitlinien* (9. Aufl., unter Berücksichtigung der Änderungen entsprechend ICD-10-GM 2014). Bern: Huber.
Döring, N. & Bortz, J. (2016a). Metaanalyse. In N. Döring & J. Bortz (Hrsg.), *Forschungsmethoden und Evaluation in den Sozial- und Humanwissenschaften* (5. Aufl., S. 893–943). https://doi.org/10.1007/978-3-642-41089-5_16
Döring, N. & Bortz, J. (2016b). Stichprobenziehung. In N. Döring & J. Bortz (Hrsg.), *Forschungsmethoden und Evaluation in den Sozial- und Humanwissenschaften* (5 Aufl., S. 291–319). https://doi.org/10.1007/978-3-642-41089-5_9
Dornheim, D. (2008). *Prädiktion von Rechenleistung und Rechenschwäche: Der Beitrag von Zahlen-Vorwissen und allgemein-kognitiven Fähigkeiten*. Berlin: Logos.
Dworschak, W., Kannewischer, S., Ratz, C. & Wagner, M. (Hrsg.). (2012). *Schülerschaft mit dem Förderschwerpunkt geistige Entwicklung (SFGE): Eine empirische Studie*. (Lehren und Lernen mit behinderten Menschen: Bd. 25). Oberhausen: ATHENA.
DZLM. (2018). Lehren und Lernen mit substantiellen Lernumgebungen. Available at: https://www.dzlm.de/fort-und-weiterbildung/kurskonzepte/lehren-und-lernen-mit-substantiellen-lernumgebungen[20.04.2018].
Eckhart, M. & Sahli Lozano, C. (2014). Der lange Schatten der schulischen Separation: Ergebnisse einer Längsschnittuntersuchung. In M.P. Neuenschwander (Hrsg.), *Selektion in Schule und Arbeitsmarkt. Forschungsbefunde und Praxisbeispiele* (S. 113–131). Zürich: Rüegger.
Eggert, D. (2000). *Von den Stärken ausgehen: Individuelle Entwicklungspläne in der Lernförderungsdiagnostik* (4. Aufl.). Dortmund: Borgmann.
Ennemoser, M. & Krajewski, K. (2007). Effekte der Förderung des Teil-Ganzes-Verständnisses bei Erstklässlern mit schwachen Mathematikleistungen. *Vierteljahresschrift für Heilpädagogik und ihre Nachbargebiete*, *76* (3), 228–240.
Ennemoser, M., Krajewski, K. & Sinner, D. (2017). *Test mathematischer Basiskompetenzen ab Schuleintritt: MBK 1+*. Göttingen: Hogrefe.
Erziehungsdirektion des Kantons Bern (2018). *Besondere Massnahmen in der Volksschule: Information der Kantonalen Erziehungsberatung*. Available at: https://www.erz.be.ch /erz/de/index/erziehungsberatung/erziehungsberatung/unser_angebot/schul psychologie/schullaufbahnentscheide.assetref/dam/documents/ERZ/AKVB/de/Er ziehungsberatung/Downloads/Fachinformationen/EB_DL_FI_Info_EB_IBEM.pdf [13.02.2019].
Faragher, R. & Clarke, B. (2014). Mathematics profile of the learner with Down syndrome. In R. Faragher & B. Clarke (Hrsg.), *Educating learners with down syndrome.*

Research, theory and practice with children and adolescents (S. 119–145). New York: Routledge. https://doi.org/10.4324/9781315883588

Farrell, P., Dyson, A., Polat, F., Hutcheson, G. & Gallannaugh, F. (2007a). Inclusion and achievement in mainstream schools. *European Journal of Special Needs Education*, *22* (2), 131–145. doi.org/10.1080/08856250701267808

Farrell, P., Dyson, A., Polat, F., Hutcheson, G. & Gallannaugh, F. (2007b). SEN inclusion and pupil achievement in English schools. *Journal of Research in Special Educational Needs*, *7* (3), 172–178. doi.org/10.1111/j.1471-3802.2007.00094.x

Felder, F. (2017a). Was es bedeutet, Inklusion nicht-ideal zu rekonstruieren – ein Replik auf Hillenbrand und Stojanov. *Sonderpädagogik*, *62* (3), 326–330.

Felder, F. (2017b). Zwei Kritikpunkte und ein Vorschlag für ein anderes Verständnis von Inklusion. *Sonderpädagogische Förderung heute*, *62* (3), 301–311.

Feldman, R., Carter, E.W., Asmus, J. & Brock, M.E. (2016). Presence, proximity, and peer interactions of adolescents with severe disabilities in general education classrooms. *Exceptional Children*, *82* (2), 192–208. doi.org/10.1177/0014402915585481

Feuser, G. (1989). Allgemeine integrative Pädagogik und entwicklungslogische Didaktik. *Behindertenpädagogik*, *28* (1), 4–48.

Feuser, G. (2008). Didaktik integrativen Unterrichts. Eine Problemskizze. In H. Eberwein & J. Mand (Hrsg.), *Integration konkret. Begründung, didaktische Konzepte, inklusive Praxis* (S. 121–135). Bad Heilbrunn: Julius Klinkhardt.

Feuser, G. (2009). Eine Schule für alle. Durch Integration zur inklusiven Schule! *vpod-bildungspolitik* (160), 8–17.

Feuser, G. (2013a). Die „Kooperation am Gemeinsamen Gegenstand". *Behinderte Menschen* (3), 16–35.

Feuser, G. (2013b). Integrative Heilpädagogik – eine Fachdisziplin im Wandel. *Behindertenpädagogik*, *52* (2), 121–135.

Fischer, D. (1978). *Neues Lernen mit Geistigbehinderten: Eine methodische Grundlegung. Sonderpädagogische Praxis*. Würzburg: Vogel.

Fischer, E. (2008). *Bildung im Förderschwerpunkt geistige Entwicklung: Entwurf einer subjekt- und bedarfsorientierten Didaktik* (Bd. 3067). Stuttgart: Klinkhardt.

Fischer, E. & Markowetz, R. (2016). Schulische Inklusion: Paradiesmetapher und/ oder langer Weg zu einer inklusiven Schule? In E. Fischer & R. Markowetz (Hrsg.), *Inklusion im Förderschwerpunkt geistige Entwicklung* (S. 13–30). Stuttgart: Kohlhammer.

Fisseler, B. & Markmann, M. (2012). Universal Design als Umgang mit Diversität in der Hochschule. *journal hochschuldidaktik* (1-2), 13–16.

Florian, L. (2015). Conceptualising inclusive pedagogy: The inclusive pedagogical approach in action. *International Perspectives on Inclusive Education*, *7*, 11–24. https://doi.org/10.1108/S1479-363620150000007001

Florian, L. & Spratt, J. (2013). Enacting inclusion: a framework for interrogating inclusive practice. *European Journal of Special Needs Education*, *28* (2), 119–135. doi.org/10.1080/08856257.2013.778111

Francis, D.J., Fletcher, J.M., Stuebing, K.K., Lyon, R.G., Shaywitz, B.A. & Shaywitz, S.E. (2005). Psychometric approaches to the identification of LD: IQ and achievement scores are not sufficient. *Journal of Learning Disabilities*, *38* (2), 98–108. https://doi.org/10.1177/00222194050380020101

Freeman, S.F. & Alkin, M.C. (2000). Academic and social attainments of children with mental retardation in general education and special education settings. *Remedial and Special Education*, *21* (1), 3–18. https://doi.org/10.1177/074193250002100102

Freesemann, O. (2014). *Schwache Rechnerinnen und Rechner fördern: Eine Interventionsstudie an Haupt-, Gesamt- und Förderschulen* (Bd. 16). Wiesbaden: Imprint: Springer Spektrum. https://doi.org/10.1007/978-3-658-04471-8

Friso-van den Bos, I., Kroesbergen, E.H. & Van Luit, J.E.H. (2014). Number sense in kindergarten children: Factor structure and working memory predictors. *Learning and Individual Differences*, *33*, 23–29. doi.org/10.1016/j.lindif.2014.05.003

Friso-van den Bos, I., van der Ven, S.H.G., Kroesbergen, E.H. & Van Luit, J.E.H. (2013). Working memory and mathematics in primary school children: A meta-analysis. *Educational Research Review*, *10*, 29–44. doi.org/10.1016/j.edurev.2013.05.003

Fritz, A., Ehlert, A. & Leutner, D. (2018). Arithmetische Konzepte aus kognitiv-entwicklungspsychologischer Sicht. *Journal für Mathematik-Didaktik*, *39* (1), 7–41. doi.org/10.1007/s13138-018-0131-6

Fritz, A. & Ricken, G. (2008). *Rechenschwäche*. (UTB Profile: Bd. 3017). München: Reinhardt.

Fritz, A., Ricken, G. & Schmidt, S. (Hrsg.). (2003). *Handbuch Rechenschwäche. Lernwege, Schwierigkeiten und Hilfen bei Dyskalkulie*. Weinheim: Beltz.

Fuchs, D. & Fuchs, L.S. (2017). Critique of the national evaluation of response to intervention: A case for simpler frameworks. *Exceptional Children*, *83* (3), 255–268. doi.org/10.1177/0014402917693580

Fuson, K.C. (1988). *Children's counting and concepts of number*. *Springer series in cognitive development*. New York: Springer. https://doi.org/10.1007/978-1-4612-3754-9

Gallit, F., Wyschkon, A., Poltz, N., Moraske, S., Kucian, K., von Aster, M. & Esser, G. (2018). Henne oder Ei: Reziprozität mathematischer Vorläufer und Vorhersage des Rechnens. *Lernen und Lernstörungen*, *7* (2), 81–92. doi.org/10.1024/2235-0977/a000205

Galperin, P.J. (1974). Die geistige Handlung als Grundlage für die Bildung von Gedanken und Vorstellungen. In P.J. Galperin & A.N. Leontjev (Hrsg.), *Probleme der Lerntheorie.* Berlin: Volk und Wissen.

Garrote, A. (2016a). Soziale Teilhabe von Kindern in inklusiven Klassen. *Empirische Pädagogik*, *30* (1), 67–80.

Garrote, A. (2016b). *The social participation of pupils with special educational needs in inclusive classrooms*. Zürich: Zurich Open Repository and Archive.

Garrote, A., Moser Opitz, E. & Ratz, C. (2015). Mathematische Kompetenzen von Schülerinnen und Schülern mit dem Förderschwerpunkt geistige Entwicklung: Eine Querschnittstudie. *Empirische Sonderpädagogik*, *7* (1), 24–40.

Gasteiger, H. (2010). *Elementare mathematische Bildung im Alltag der Kindertagesstätte: Grundlegung und Evaluation eines kompetenzorientierten Förderansatzes.* (Empirische Studien zur Didaktik der Mathematik: Bd. 3). Münster: Waxmann.

Gebhardt, M., Heine, J.-H. & Sälzer, C. (2015). Schulische Kompetenzen von Schülerinnen und Schülern ohne sonderpädagogischen Förderbedarf im gemeinsamen Unterricht. *Vierteljahresschrift für Heilpädagogik und ihre Nachbargebiete*, *84* (3), 246. doi.org/10.2378/vhn2015.art28d

Geiser, C. (2011). *Datenanalyse mit Mplus: Eine anwendungsorientierte Einführung* (2., durchges. Aufl.). *Lehrbuch*. Wiesbaden: VS. https://doi.org/10.1007/978-3-531-93192-0

Gelman, R. & Cohen, M. (1988). Qualitative differences in the way Down syndrome and normal children solve a novel counting problem. In L. Nadel (Hrsg.), *The Psychology of Down's syndrome* (S. 51–99). Cambridge, MA: MIT Press.

Gelman, R. & Gallistel, C.R. (1978). *The child's understanding of number*. Cambridge, MA: Harvard University Press.

Gerlach, M., Fritz, A. & Leutner, D. (2013). *MARKO-T: Mathematik- und Rechenkonzepte im Vor- und Grundschulalter: Training*. Göttingen: Hogrefe.

Gersten, R., Chard, D.J., Jayanthi, M., Baker, S.K., Morphy, P. & Flojo, J. (2009). Mathematics instruction for students with learning disabilities: A meta-analysis of instructional components. *Review of Educational Research*, *79* (3), 1202–1242. doi.org/10.3102/0034654309334431

Gersten, R., Jordan, N.C. & Flojo, J.R. (2005). Early identification and interventions for students with mathematics difficulties. *Journal of Learning Disabilities*, *38* (4), 293–304. https://doi.org/10.1177/00222194050380040301

Gifford-Smith, M.E. & Brownell, C.A. (2003). Childhood peer relationships: social acceptance, friendships, and peer networks. *Journal of school psychology*, *41* (4), 235–284. doi.org/10.1016/S0022-4405(03)00048-7

Ging, E., Sauthier, M.-H. & Stierli, E. (1998). *Mathématiques: Deuxième année*. Neuchâtel: COROME.

Ginsburg, H.P. & Opper, S. (2004). *Piagets Theorie der geistigen Entwicklung* (9. Aufl.). Stuttgart: Klett-Cotta.

Grosche, M. (2015). Was ist Inklusion?: Ein Diskussions- und Positionsartikel zur Definition von Inklusion aus Sicht der empirischen Bildungsforschung. In P. Kuhl (Hrsg.), *Inklusion von Schülerinnen und Schülern mit sonderpädagogischem Förderbedarf in Schulleistungserhebungen* (S. 17–39). Wiesbaden: Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-658-06604-8_1

Grube, D. & Hasselhorn, M. (2006). Längsschnittliche Analysen zur Lese-, Rechtschreib- und Mathematikleistung im Grundschulalter: zur Rolle von Vorwissen, Intelligenz, phonologischem Arbeitsgedächtnis und phonologischer Bewusstheit. In I. Hosenfeld & F.-W. Schrader (Hrsg.), *Schulische Leistung. Grundlagen, Bedingungen, Perspektiven* (S. 87–105). Münster: Waxmann.

Grütter, J., Meyer, B. & Glenz, A. (2014). Sozialer Ausschluss in Integrationsklassen: Ansichtssache? *Psychologie in Erziehung und Unterricht*, *62* (1), 65–82. doi.org/10.2378/peu2015.art05d

Haeberlin, U., Bless, G., Moser, U. & Klaghofer, R. (2003). *Die Integration von Lernbehinderten: Versuche, Theorien, Forschungen, Enttäuschungen, Hoffnungen* (Beiträge zur Heil- und Sonderpädagogik: Bd. 9, 4. Aufl.). Bern: Haupt.

Hannula-Sormunen, M.M., Lehtinen, E. & Räsänen, P. (2015). Preschool children's spontaneous focusing on numerosity, subitizing, and counting skills as predictors of their mathematical performance seven years later at school. *Mathematical Thinking and Learning*, *17* (2-3), 155–177. doi.org/10.1080/10986065.2015.1016814

Hartig, J. & Bechtoldt, M. (o.J.). Hierarchisch lineare Modelle. Available at: http://user.uni-frankfurt.de/~johartig/hlm/HLM_Muenster.pdf[13.05.2018].

Hartke, B. (2002). Offener Unterricht – ein überbewertetes Konzept? *Sonderpädagogik*, *32* (3/4), 127–139.

Häsel-Weide, U., Nührenbörger, M., Moser Opitz, E. & Wittich, C. (2013). *Ablösung vom zählenden Rechnen: Fördereinheiten für heterogene Lerngruppen*. Seelze: Kallmeyer.

Hasemann, K. & Gasteiger, H. (2014). *Anfangsunterricht Mathematik* (3., überarb. u. erw. Aufl. 2014). *Mathematik Primarstufe und Sekundarstufe I + II*. Berlin: Springer Spektrum. https://doi.org/10.1007/978-3-642-40774-1

Hasselhorn, M. & Gold, A. (2012). *Pädagogische Psychologie: Erfolgreiches Lernen und Lehren* (3. Aufl.). *Kohlhammer Standards Psychologie*. Stuttgart: Kohlhammer.

Hasselhorn, M. & Mähler, C. (2007). Phonological working memory of children in two German special schools. *International Journal of Disability, Development and Education*, *54* (2), 225–244. doi.org/10.1080/10349120701330545

Hauser, B., Vogt, F., Stebler, R. & Rechsteiner, K. (2014). Förderung früher mathematischer Kompetenzen. *Frühe Bildung*, *3* (3), 139–145. doi.org/10.1026/2191-9186/a000144

Hecht, A.T. (2014). *Ressourcenorientierte Lernförderung in der Grundschule: Der Einfluss des Aufgabendesigns auf die Übungsleistungen von Zweitklässlern in Rechtschreiben und Mathematik*. Dissertation, Justus-Liebig-Universität Gießen.

Heimlich, U. (2014). Das provokative Essay: Teilhabe, Teilgabe oder Teilsein? Auf der Suche nach den Grundlagen inklusiver Bildung. *Vierteljahresschrift für Heilpädagogik und ihre Nachbargebiete*, *83* (1), 1–5. doi.org/10.2378/vhn2014.art01d

Heinen, N. (1994). Entwicklungen und Tendenzen in der Didaktik des Unterrichts mit geistigbehinderten Schülerinnen und Schülern. In T. Hofmann & B. Klingmüller (Hrsg.), *Abhängigkeit und Autonomie. Neue Wege in der Geistigbehindertenpädagogik. Festschrift für Martin Th. Hahn zum 60. Geburtstag* (S. 155–168). Berlin: VWB.

Hengartner, E., Hirt, U. & Wälti, B. (2010). *Lernumgebungen für Rechenschwache bis Hochbegabte: Natürliche Differenzierung im Mathematikunterricht* (Spektrum Schule – Beiträge zur Unterrichtspraxis, 2. aktual. und erw. Aufl.). Zug: Klett & Balmer.

Henry, L. & Winfield, J. (2010). Working memory and educational achievement in children with intellectual disabilities. *Journal of intellectual disability research: JIDR*, *54* (4), 354–365. doi.org/10.1111/j.1365-2788.2010.01264.x

Hinz, A. (2002). Von der Integration zur Inklusion – terminologisches Spiel oder konzeptionelle Weiterentwicklung? *Zeitschrift für Heilpädagogik*, *53* (9), 354–361.

Hinz, A. (2013). Inklusion – von der Unkenntnis zur Unkenntlichkeit!? – Kritische Anmerkungen zu einem Jahrzehnt Diskurs über schulische Inklusion in Deutschland. *Zeitschrift für Inklusion* (1). Available at: https://www.inklusion-online.net/index.php/inklusion-online/article/view/26 [30.8.2019].

Hinz, A. & Köpfer, A. (2016). Unterstützung trotz Dekategorisierung?: Beispiele für Unterstützung durch Dekategorisierung. *Vierteljahresschrift für Heilpädagogik und ihre Nachbargebiete*, *85* (1), 36–47. https://doi.org/10.2378/vhn2016.art04d

Hirsig, R. (2006). *Statistische Methoden in den Sozialwissenschaften: Eine Einführung im Hinblick auf computergestützte Datenanalysen mit SPSS für Windows* (5., überarb. Aufl.). Zürich: Seismo.

Hirt, U. & Wälti, B. (2016). *Lernumgebungen im Mathematikunterricht: Natürliche Differenzierung für Rechenschwache bis Hochbegabte* (5. Aufl.).

Hornung, C., Schiltz, C., Brunner, M. & Martin, R. (2014). Predicting first-grade mathematics achievement: the contributions of domain-general cognitive abilities, nonverbal number sense, and early number competence. *Frontiers in psychology*, *5*, 272. doi.org/10.3389/fpsyg.2014.00272

Hox, J.J. (2010). *Multilevel analysis: Techniques and applications* (2. Aufl.). *Quantitative methodology series*. New York: Routledge. https://doi.org/10.4324/9780203852279

Huber, C. & Grosche, M. (2012). Das response-to-intervention-Modell als Grundlage für einen inklusiven Paradigmenwechsel in der Sonderpädagogik. *Zeitschrift für Heilpädagogik*, *63* (8), 312–322.

Huber, C. & Wilbert, J. (2012). Soziale Ausgrenzung von Schülern mit sonderpädagogischem Förderbedarf und niedrigen Schulleistungen im gemeinsamen Unterricht. *Empirische Sonderpädagogik*, *4* (2), 147–165.

Huber, K.D., Rosenfeld, J.G. & Fiorello, C.A. (2001). The differential impact of inclusion and inclusive practices on high, average, and low achieving general education students. *Psychology in the Schools*, *38* (6), 497–504. doi.org/10.1002/pits.1038

Huffman, L.F., Fletcher, K.L., Bray, N.W. & Grupe, L.A. (2004). Smilarities and differences in addition strategies of children with and without mental retardation. *Education and Training in Developmental Disabilities*, *39* (4), 317–325.

Inhelder, B. (1978). Die kognitive Entwicklung und ihr Beitrag zur Diagnose einiger Erscheinungsformen geistiger Behinderung. In B. Inhelder & H. Chipman (Hrsg.), *Akademische Reihe. Von der Kinderwelt zur Erkenntnis der Welt* (S. 252–260). Wiesbaden: Akad. Verl.-Ges.

Jandl, S. (2016). *Mathematikspezifisches Professionswissen von Sonderpädagoginnen und Sonderpädagogen: Eine empirische Studie zur Entwicklung, Evaluation und dem Einsatz eines Befragungsinstruments*. Zürich.

Jenni, O.G., Fintelmann, S., Caflisch, J., Latal, B., Rousson, V. & Chaouch, A. (2015). Stability of cognitive performance in children with mild intellectual disability. *Developmental medicine and child neurology*, *57* (5), 463–469. doi.org/10.1111/dmcn.12620

Jitendra, A.K., Nelson, G., Pulles, S.M., Kiss, A.J. & Houseworth, J. (2016). Is mathematical representation of problems an evidence-based strategy for students with mathematics difficulties? *Exceptional Children*, *83* (1), 1–18. doi.org/10.1177/0014402915625062

Jordan, N.C., Glutting, J. & Ramineni, C. (2010). The importance of number sense to mathematics achievement in first and third grades. *Learning and Individual Differences*, *20* (2), 82–88. doi.org/10.1016/j.lindif.2009.07.004

Jordan, N.C., Glutting, J., Ramineni, C. & Watkins, M.W. (2010). Validating a number sense screening tool for use in kindergarten and first grade: Prediction of mathematics proficiency in third grade. *School Psychology Review*, *39* (2), 181–195.

Jordan, N.C., Kaplan, D., Locuniak, M.N. & Ramineni, C. (2007). Predicting first-grade math achievement from developmental number sense trajectories. *Learning Disabilities Research & Practice*, *22* (2), 36–46. https://doi.org/10.1111/j.1540-5826.2007.00229.x

Kahlert, J. (2007). Wozu dienen Konzeptionen? In J. Kahlert (Hrsg.), *Handbuch Didaktik des Sachunterrichts* (S. 215–220). Bad Heilbrunn: Klinkhardt.

Kalambouka, A., Farrell, P., Dyson, A. & Kaplan, I. (2007). The impact of placing pupils with special educational needs in mainstream schools on the achievement of their peers. *Educational Research*, *49* (4), 365–382. doi.org/10.1080/00131880701717222

Kanton Luzern, Dienststelle Volksschulbildung (2018). *Kriterien der DVS für eine Sonderschulzuweisung*. Available at: https://volksschulbildung.lu.ch/-/media/Volksschulbildung/Dokumente/unterricht_organisation/sonderschulung/abklaerung_antraege/kriterien_dvs_sonderschul zuweisung.pdf?la=de-CH [13.02.2019].

Kaufmann, L., Nuerk, H.-C., Graf, M., Krinzinger, H., Delazer, M. & Willmes, K. (2009). *TEDI-MATH: Test zur Erfassung numerisch-rechnerischer Fertigkeiten vom Kindergarten bis zur 3. Klasse*. Bern: Huber.

Kearns, J.F., Towles-Reeves, E., Kleinert, H.L., Kleinert, J.O.'R. & Thomas, M.K.-K. (2011). Characteristics of and implications for students participating in alternate assessments based on alternate academic achievement standards. *The Journal of Special Education*, *45* (1), 3–14. doi.org/10.1177/0022466909344223

Keller, B. & Noelle Müller, B. (2010). *Mathematik 1 Primarstufe. Lehrmittel der Interkantonalen Lehrmittelzentrale*. Zürich: Lehrmittelverlag des Kantons Zürich.

Klafki, W. (1968). Die didaktischen Prinzipien des Elementaren, Fundamentalen und Exemplarischen. In H. Heiland (Hrsg.), *Didaktik* (S. 64–83). Bad Heilbrunn: Klinkhardt.

Klafki, W. (2007). *Neue Studien zur Bildungstheorie und Didaktik: Zeitgemäße Allgemeinbildung und kritisch-konstruktive Didaktik* (6., neu ausgestattete Aufl.). Weinheim: Beltz.

Klemm, K. (2015). *Inklusion in Deutschland: Daten und Fakten*. Available at: https://www.bertelsmann-stiftung.de/de/publikationen/publikation/did/inklusion-in-deutschland-1/ [24.01.2018].

KMK. (2016a). *Sonderpädagogische Förderung in Förderschulen (Sonderschulen): 2015/2016*. Available at: https://www.kmk.org/fileadmin/Dateien/pdf/Statistik/Dokumentationen/Aus_SoPae_2015.pdf [25.01.2018].

KMK. (2016b). *Sonderpädagogische Förderung in Schulen 2005 bis 2014*. Available at: https://www.kmk.org/fileadmin/Dateien/pdf/Statistik/Dokumentationen/Dok_210_SoPae_2014.pdf [25.01.2018].

Kocaj, A., Kuhl, P., Kroth, A.J., Pant, H.A. & Stanat, P. (2014). Wo lernen Kinder mit sonderpädagogischem Förderbedarf besser? Ein Vergleich schulischer Kompetenzen zwischen Regel- und Förderschulen in der Primarstufe. *KZfSS Kölner Zeitschrift für Soziologie und Sozialpsychologie*, *66* (2), 165–191. doi.org/10.1007/s11577-014-0253-x

Koglin, U., Janke, N. & Petermann, F. (2009). Werden IQ-Veränderungen vom Kindergarten- zum Schulalter durch psychosoziale Risikofaktoren beeinflusst? *Zeitschrift für Entwicklungspsychologie und Pädagogische Psychologie*, *41* (3), 132–141. doi.org/10.1026/0049-8637.41.3.132

Kohler, R. (2009). *Piaget und die Pädagogik: Eine historiographische Analyse*. (Klinkhardt Forschung). Bad Heilbrunn: Klinkhardt.

Kolkman, M.E., Kroesbergen, E.H. & Leseman, P.P.M. (2013). Early numerical development and the role of non-symbolic and symbolic skills. *Learning and Instruction*, *25*, 95–103. doi.org/10.1016/j.learninstruc.2012.12.001

Kollosche, D. (2017). Entdeckendes Lernen: Eine Problematisierung. *Journal für Mathematik-Didaktik*, *38* (2), 209–237. doi.org/10.1007/s13138-017-0116-x

Korff, N. (2015). *Inklusiver Mathematikunterricht in der Primarstufe: Erfahrungen, Perspektiven und Herausforderungen*. (Basiswissen Grundschule: Bd. 31). Baltmannsweiler: Schneider Verlag Hohengehren.

Kornmann, R. (2014). Zum Erwerb grundlegender mathematischer Erfahrungen auf elementaren Etappen der Tätigkeitsentwicklung. *Teilhabe*, *53* (1), 11–18.

Koster, M., Nakken, H., Pijl, S.J. & van Houten, E. (2009). Being part of the peer group: a literature study focusing on the social dimension of inclusion in education. *International Journal of Inclusive Education*, *13* (2), 117–140. doi.org/10.1080/13603110701284680

Koster, M., Pijl, S.J., Nakken, H. & van Houten, E. (2010). Social participation of students with special needs in regular primary education in the Netherlands. *International Journal of Disability, Development and Education*, *57* (1), 59–75. doi.org/10.1080/10349120903537905

Krähenmann, H. (in Vorbereitung). *Gestaltung und Qualität des inklusiven Mathematikunterrichts in der Primarschule – eine Videostudie zur Klassenführung, inneren Differenzierung und zur Unterstützung von Lernenden mit intellektueller Beeinträchtigung.*

Krähenmann, H., Labhart, D., Schnepel, S., Stöckli, M. & Moser Opitz, E. (2015). Gemeinsam lernen – individuell fördern: Differenzierung im inklusiven Mathematikunterricht. In A. Peter-Koop, T. Rottmann & M.M. Lüken (Hrsg.), *Inklusiver Mathematikunterricht in der Grundschule* (S. 43–57). Offenburg: Mildenberger.

Krähenmann, H. & Schnepel, S. (2016). „Das Doppelte oder noch einmal so viel": Unterrichtsideen zum Verdoppeln im inklusiven Mathematikunterricht. *Grundschulunterricht*, *63* (1), 26–29.

Krajewski, K. & Ennemoser, M. (2010). Entwicklung mathematischer Basiskompetenzen in der Sekundarstufe. *Empirische Pädagogik*, *24* (4), 353–370.

Krajewski, K. & Ennemoser, M. (2013). Entwicklung und Diagnostik der Zahl-Größen-Verknüpfung zwischen 3 und 8 Jahren. In M. Hasselhorn, A. Heinze, W. Schneider & U. Trautwein (Hrsg.), *Diagnostik mathematischer Kompetenzen* (Tests und Trends. Neue Folge: Bd. 11, S. 41–65). Göttingen: Hogrefe.

Krajewski, K., Nieding, G. & Schneider, W. (2010). *Mengen, zählen, Zahlen: die Welt der Mathematik verstehen: Förderkonzept*. Berlin: Cornelsen.

Krajewski, K. & Schneider, W. (2006). Mathematische Vorläuferfertigkeiten im Vorschulalter und ihre Vorhersagekraft für die Mathematikleistungen bis zum Ende der Grundschulzeit. *Psychologie in Erziehung und Unterricht*, *53*, 246–262.

Krajewski, K. & Schneider, W. (2009). Early development of quantity to number-word linkage as a precursor of mathematical school achievement and mathematical difficulties: Findings from a four-year longitudinal study. *Learning and Instruction*, *19* (6), 513–526. doi.org/10.1016/j.learninstruc.2008.10.002

Krauthausen, G. & Scherer, P. (2010). *Umgang mit Heterogenität*. Kiel: IPN Leibniz-Institut f. d. Pädagogik d. Naturwissenschaften an d. Universität Kiel.

Krauthausen, G. & Scherer, P. (2014). *Einführung in die Mathematikdidaktik* (Mathematik Primar- und Sekundarstufe I und II. 3. Aufl. 2007, Nachdruck 2014). Berlin: Springer Spektrum.

Kroesbergen, E.H. & van Luit, J.E.H. (2002). Teaching multiplication to low math performers: Guided versus structured instruction. *Instructional Science*, *30*, 361–378. https://doi.org/10.1023/A:1019880913714

Kroesbergen, E.H. & van Luit, J.E.H. (2003). Mathematics interventions for children with special educational needs: A meta-analysis. *Remedial and Special Education*, *24* (2), 97–114. doi.org/10.1177/07419325030240020501

Krull, J., Wilbert, J. & Hennemann, T. (2014). Soziale Ausgrenzung von Erstklässlerinnen und Erstklässlern mit sonderpädagogischem Förderbedarf im Gemeinsamen Unterricht. *Empirische Sonderpädagogik*, *6* (1), 59–75.

Kuhl, J., Hecht, T. & Euker, N. (2015). Grundprinzipien des Unterrichts und der Förderung von Kindern und Jugendlichen mit intellektueller Beeinträchtigung – Entwicklungs-, Ressourcen- und Lebensweltorientierung. In J. Kuhl & N. Euker (Hrsg.), *Evidenzbasierte Diagnostik und Förderung von Kindern und Jugendlichen mit intellektueller Beeinträchtigung* (S. 39–64). Bern: Hogrefe.

Kullmann, H., Geist, S. & Lütje-Klose, B. (2015). Erfassung schulischen Wohlbefindens in inklusiven Schulen. In P. Kuhl (Hrsg.), *Inklusion von Schülerinnen und Schülern mit sonderpädagogischem Förderbedarf in Schulleistungserhebungen* (S. 301–333). Wiesbaden: Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-658-06604-8_11

Kurth, J.A., Lyon, K.J. & Shogren, K.A. (2015). Supporting students with severe disabilities in inclusive schools: A descriptive account from schools implementing inclusive practices. *Research and Practice for Persons with Severe Disabilities*, *40* (4), 261–274. doi.org/10.1177/1540796915594160

Kutzer, R. (1995). *Mathematik entdecken und verstehen: Struktur- und niveauorientiertes Arbeitsbuch für den Mathematikunterricht an der Schule für Lernbehinderte* (2. Aufl.). Frankfurt a.M.: Diesterweg.

Kutzer, R. (1999). Überlegungen zur Unterrichtsorganisation im Sinne strukturorientierten Lernens. In H. Probst (Hrsg.), *Mit Behinderungen muss gerechnet werden. Der Marburger Beitrag zur lernprozessorientierten Diagnostik, Beratung und Förderung* (S. 15–69). Solms-Oberbiel: Jarick Oberbiel.

Labhart, D., Pool Maag, S. & Moser Opitz, E. (2018). Differenzieren im selektiven Schulsystem: Der Widerspruch zwischen den gesellschaftlichen Funktionen der Schule und der Forderung nach individueller Förderung. *Sonderpädagogische Förderung heute*, *63* (1), 71–87.

Ladd, G.W. & Troop-Gordon, W. (2003). The role of chronic peer difficulties in the development of children's psychological adjustment problems. *Child Development*, *74* (5), 1344–1367. doi.org/10.1111/1467-8624.00611

Ladel, S., Schlabitz, B. & Wallis, E. (2013). *Mathefreunde 3. Schuljahr: Handreichungen für den Unterricht*. Berlin: Cornelsen.

Landerl, K. & Kaufmann, L. (2013). *Dyskalkulie: Modelle, Diagnostik, Intervention* (2., aktual. Aufl.). München: Reinhardt.

Lanfranchi, S., Aventaggiato, F., Jerman, O. & Vianello, R. (2015). Numerical skills in children with Down syndrome. Can they be improved? *Research in Developmental Disabilities*, *45-46*, 129–135. doi.org/10.1016/.j.ridd.2015.07.006

Lauth, G.W. (2014). Selbstinstruktionstraining. In G.W. Lauth, M. Grünke & J.C. Brunstein (Hrsg.), *Interventionen bei Lernstörungen. Förderung, Training und Therapie in der Praxis* (S. 440–450). Göttingen: Hogrefe.

Lauth, G.W., Grünke, M. & Brunstein, J.C. (Hrsg.). (2014a). *Interventionen bei Lernstörungen: Förderung, Training und Therapie in der Praxis* (Online-Ausg.). Göttingen: Hogrefe.

Lauth, G.W., Grünke, M. & Brunstein, J.C. (2014b). Vermittlung von Lernstrategien und selbstreguliertem Lernen. In G.W. Lauth, M. Grünke & J.C. Brunstein (Hrsg.), *Interventionen bei Lernstörungen. Förderung, Training und Therapie in der Praxis* (S. 262–276). Göttingen: Hogrefe.

Laws, G., Byrne, A. & Buckley, S. (2000). Language and memory development in children with Down syndrome at mainstream schools and special schools: A comparison. *Educational Psychology*, *20* (4), 447–457. doi.org/10.1080/713663758

Ledl, V. (1997). *Kinder beobachten und fördern: Eine Handreichung zur gezielten Beobachtung und Förderung von Kindern mit besonderen Lern- und Erziehungsbedürfnissen bzw. sonderpädagogischem Förderbedarf* (4. Aufl.). Wien: Jugend und Volk.

Lemons, C.J., Powell, S.R., King, S.A. & Davidson, K.A. (2015). Mathematics interventions for children and adolescents with Down syndrome: a research synthesis. *Journal of intellectual disability research: JIDR*, *59* (8), 767–783. doi.org/10.1111/jir.12188

Leont'ev, A.N. (1977). *Probleme der Entwicklung des Psychischen* (2., rev. Aufl.). Frankfurt am Main: Athenäum.

Lerner, J.W. & Johns, B.H. (2011). *Learning disabilities and related mild disabilities* (12. Aufl.). Belmont, CA: Wadsworth; Cengage Learning.

Lindberg, S.M., Hyde, J.S., Petersen, J.L. & Linn, M.C. (2010). New trends in gender and mathematics performance: A meta-analysis. *Psychological bulletin*, *136* (6), 1123–1135. doi.org/10.1037/a0021276

Lindmeier, B. & Lindmeier, C. (2012). *Pädagogik bei Behinderung und Benachteiligung.*

Lindmeier, C. (2017). Das aktuelle Thema: Enger und weiter Inklusionsbegriff – eine fragwürdige Unterscheidung?! *Sonderpädagogische Förderung heute*, *62* (3), 231–232.

Lindsay, G. (2007). Educational psychology and the effectiveness of inclusive education/mainstreaming. *The British journal of educational psychology*, *77* (1), 1–24. doi.org/10.1348/000709906X156881

Lipsius, M. & Petermann, F. (2009). *Wechsler Preschool and Primary Scale of Intelligence-III (WPPSI-III): Manual* (Dt. Version). Frankfurt am Main: Pearson.

Lurija, A.R. (1982). *Sprache und Bewusstsein*. (Beiträge zur Psychologie: Bd. 12). Berlin: Volk und Wissen.

Lütje-Klose, B. & Miller, S. (2015). Inklusiver Unterricht – Forschungsstand und Desiderata. In A. Peter-Koop, T. Rottmann & M.M. Lüken (Hrsg.), *Inklusiver Mathematikunterricht in der Grundschule* (S. 10–32). Offenburg: Mildenberger.

Mahlau, K., Blumenthal, Y. & Hartke, B. (2016). Prävention und Inklusion in den Förderschwerpunkten Emotional-soziale Entwicklung, Lernen und Sprache im Rügener Inklusionsmodell. *Zeitschrift für Heilpädagogik*, *67* (3), 104–118.

Mähler, C. (2007). Arbeitsgedächtnisfunktionen bei lernbehinderten Kindern und Jugendlichen. *Zeitschrift für Entwicklungspsychologie und Pädagogische Psychologie*, *39* (2), 97–106. doi.org/10.1026/0049-8637.39.2.97

McDonnell, J., Thorson, N., Disher, S., Mathot-Buckner, C., Mendel, J. & Ray, L. (2003). The achievement of students with developmental disabilities and their peers without disabilities in inclusive settings: an exploratory study. *Education and Treatment of Children*, *26* (3), 224–236.

McLeskey, J. & Waldron, N.L. (2011). Educational programs for elementary students with learning disabilities: Can they be both effective and inclusive? *Learning Disabilities Practice*, *26* (1), 48–57. https://doi.org/10.1111/j.1540-5826.2010.00324.x

Mononen, R. & Aunio, P. (2014). A Mathematics intervention for low-performing Finnish second graders: findings from a pilot study. *European Journal of Special Needs Education*, *29* (4), 457–473. doi.org/10.1080/08856257.2014.922794

Mononen, R., Aunio, P., Koponen, T. & Aro, M. (2014). A review of early numeracy interventions for children at risk in mathematics. *International Journal of Early Childhood Special Education*, *6* (1), 25–54. https://doi.org/10.20489/intjecse.14355

Montague, M. (2008). Self-regulation strategies to improve mathematical problem solving for students with learning disabilities. *Learning Disability Quarterly*, *31* (4), 37–44. https://doi.org/10.2307/30035524

Montague, M. (2011). Effective instruction in mathematics for students with learning difficulties. In C. Wyatt-Smith, J. Elkins & S. Gunn (Hrsg.), *Multiple perspectives on difficulties in learning literacy and numeracy* (S. 295–313). Dordrecht: Springer. https://doi.org/10.1007/978-1-4020-8864-3_14

Moser Opitz, E. (2008). *Zählen, Zahlbegriff, Rechnen: Theoretische Grundlagen und eine empirische Untersuchung zum mathematischen Erstunterricht in Sonderklassen* (3. Aufl.). *Vierteljahresschrift für Heilpädagogik und ihre Nachbargebiete / Beiheft: Bd. 27*. Bern: Haupt.

Moser Opitz, E. (2011). Integrative Schulung. In L. Criblez, B. Müller & J. Oelkers (Hrsg.), *NZZ Libro. Die Volksschule – zwischen Innovationsdruck und Reformkritik* (S. 140–150). Zürich: Neue Zürcher Zeitung.

Moser Opitz, E. (2014). Inklusive Didaktik im Spannungsfeld von gemeinsamem Lernen und effektiver Förderung: Ein Forschungsüberblick und eine Analyse von didaktischen Konzeptionen für inklusiven Unterricht. *Jahrbuch für allgemeine Didaktik*, *4*, 52–68.

Moser Opitz, E., Freesemann, O., Grob, U. & Prediger, S. (2016). *BASIS-MATH-G 4+-5: Gruppentest zur Basisdiagnostik Mathematik für das vierte Quartal der 4. Klasse und für die 5. Klasse*. Bern: Hogrefe.

Moser Opitz, E., Garrote, A. & Ratz, C. (2014). Mathematische Kompetenzen von Schülerinnen und Schülern mit geistiger Behinderung: Erste Ergebnisse einer Pilotstudie. *Sonderpädagogische Förderung heute*, *59* (1), 19–31.

Moser Opitz, E. & Ramseier, E. (2012). Rechenschwach oder nicht rechenschwach? *Lernen und Lernstörungen*, *1* (2), 99–117. doi.org/10.1024/2235-0977/a000013

Moser Opitz, E., Schnepel, S., Ratz, C. & Iff, R. (2015). Diagnostik und Förderung mathematischer Kompetenzen. In J. Kuhl & N. Euker (Hrsg.), *Evidenzbasierte Diagnos-*

tik und Förderung von Kindern und Jugendlichen mit intellektueller Beeinträchtigung (1. Aufl., S. 123–151). Bern: Hogrefe.

Moser Opitz, E., Stöckli, M., Grob, U., Nührenbörger, M. & Reusser, L. (2019). *BASIS-MATH-G 2+: Gruppentest zur Basisdiagnostik Mathematik für das vierte Quartal der 2. Klasse und das erste Quartal der 3. Klasse*. Bern: Hogrefe.

Moser Opitz, E., Stöckli, M., Grob, U., Reusser, L. & Nührenbörger, M. (2019). *BASIS-MATH-G 3+: Gruppentest zur Basisdiagnostik Mathematik für das vierte Quartal der 3. Klasse und das erste Quartal der 4. Klasse*. Bern: Hogrefe.

Mühl, H. (1982). *Handlungsbezogener Unterricht mit Geistigbehinderten: Materialien zur Planung und Organisation des Unterrichts* (4. Aufl.). *Dürr-Unterrichtspraxis*. Bonn-Bad Godesberg: Dürr.

Mühl, H. (1987). *Integration von Kindern und Jugendlichen mit geistiger Behinderung: Gemeinsame Erziehung mit Nichtbehinderten in Kindergarten und Schule*. Berlin: Marhold.

Mühl, H. (1993). Handlungsbezogener Unterricht in der Schule für Geistigbehinderte. *Vierteljahresschrift für Heilpädagogik und ihre Nachbargebiete*, *62* (4), 409–421.

Mühl, H. (2000). *Einführung in die Geistigbehindertenpädagogik* (Kohlhammer Pädagogik. 4., überarb. Aufl.). Stuttgart: Kohlhammer.

Mühl, H. (2006). Merkmale und Schweregrade geistiger Behinderung. In H. Mühl, G. Theunissen & E. Wüllenweber (Hrsg.), *Pädagogik bei geistigen Behinderungen. Ein Handbuch für Studium und Praxis* (S. 128–141). Stuttgart: Kohlhammer.

Muthén, L.K. & Muthén, B.O. (2015). Mplus (Version 7.4). Los Angeles, CA: Muthén & Muthén.

Nolte, M. (2015). Kommentar zu Ennemoser, Sinner & Krajewski (2015). Kurz- und langfristige Effekte einer entwicklungsorientierten Mathematikförderung bei Erstklässlern mit drohender Rechenschwäche. Lernen und Lernstörungen, 4 43–59. *Lernen und Lernstörungen*, *4* (1), 61–64. doi.org/10.1024/2235-0977/a000092

Nye, J., Buckley, S. & Bird, G. (2005). Evaluating the numicon system as a tool for teaching number skills to children with Down syndrome. *Down Syndrome News and Updates*, *5* (1), 2–13.

Paetsch, J., Felbrich, A. & Stanat, P. (2015). Der Zusammenhang von sprachlichen und mathematischen Kompetenzen bei Kindern mit Deutsch als Zweitsprache. *Zeitschrift für Pädagogische Psychologie*, *29* (1), 19–29. doi.org/10.1024/1010-0652/a000142

Parmar, R.S. & Cawley, J.F. (1991). Challenging the routines and passivity that characterize arithmetic instruction for children with mild handicaps. *Remedial and Special Education*, *12* (5), 23–43. https://doi.org/10.1177/074193259101200505

Paterson, S.J., Girelli, L., Butterworth, B. & Karmiloff-Smith, A. (2006). Are numerical impairments syndrome specific? Evidence from Williams syndrome and Down's syndrome. *Journal of child psychology and psychiatry, and allied disciplines*, *47* (2), 190–204. doi.org/10.1111/j.1469-7610.2005.01460.x

Peetsma, T., Vergeer, M., Roeleveld, J. & Karsten, S. (2001). Inclusion in Education: Comparing pupils' development in special and regular education. *Educational Review*, *53* (2), 125–135. doi.org/10.1080/00131910125044

Peschel, F. (2003). *Offener Unterricht: Idee, Realität, Perspektive und ein praxiserprobtes Konzept zur Diskussion* (Basiswissen Grundschule: Bd. 9, 2., korrigierte Aufl.). Baltmannsweiler: Schneider Hohengehren.

Piaget, J. (1976). *Die Äquilibration der kognitiven Strukturen*. Stuttgart: Klett.

Piaget, J. (1982). *Sprechen und Denken des Kindes* (Sprache und Lernen: Bd. 1, 5. Aufl.). Düsseldorf: Schwann.

Piaget, J. (2003). *Das Erwachen der Intelligenz beim Kinde* (5. Aufl.). Stuttgart: Klett-Cotta.

Piaget, J. (2014). *Psychologie der Intelligenz* (Schlüsseltexte: Bd. 4.). Stuttgart: Klett-Cotta.

Piaget, J. (2016). *Meine Theorie der geistigen Entwicklung* (4. Aufl.). Weinheim: Beltz.

Piaget, J. & Szeminska, A. (1972). *Die Entwicklung des Zahlbegriffs beim Kinde* (3. Aufl.). Stuttgart: Klett.

Piezunka, A., Schaffus, T. & Grosche, M. (2017). Vier Definitionen von schulischer Inklusion und ihr konsensueller Kern. *Unterrichtswissenschaft*, *45* (4), 207–222.

Pitsch, H.-J. & Thümmel, I. (2011). *Zur Didaktik und Methodik des Unterrichts mit geistig Behinderten* (Lehren und Lernen mit behinderten Menschen: Bd. 2, 4., überarb. und erw. Aufl.). Oberhausen: ATHENA.

Pitsch, H.-J. & Thümmel, I. (2015a). *Methodenkompendium für den Förderschwerpunkt geistige Entwicklung*. (Lehren und Lernen mit behinderten Menschen: Bd. 31). Oberhausen: ATHENA.

Pitsch, H.-J. & Thümmel, I. (2015b). *Methodenkompendium für den Förderschwerpunkt geistige Entwicklung: Band 2: Lernen in der Schule*. (Lehren und Lernen mit behinderten Menschen: Bd. 32). Oberhausen: ATHENA.

Pool Maag, S. & Moser Opitz, E. (2014). Inklusiver Unterricht – grundsätzliche Fragen und Ergebnisse einer explorativen Studie. *Empirische Sonderpädagogik* (2), 133–149.

Praet, M. & Desoete, A. (2014). Enhancing young children's arithmetic skills through non-intensive, computerised kindergarten interventions: A randomised controlled study. *Teaching and Teacher Education* (39), 56–65. doi.org/10.1016/j.tate.2013.12.003

Praet, M., Titeca, D., Ceulemans, A. & Desoete, A. (2013). Language in the prediction of arithmetics in kindergarten and grade 1. *Learning and Individual Differences* (27), 90–96. doi.org/10.1016/j.lindif.2013.07.003

Prast, E.J., Van de Weijer-Bergsma, E., Kroesbergen, E.H. & Van Luit, J.E.H. (2015). Readiness-based differentiation in primary school mathematics: Experts recommendations and teacher self-assessment. *Frontline Learning Research*, *3* (2), 90–116.

Prediger, S. & Scherres, C. (2012). Niveauangemessenheit von Arbeitsprozessen in selbstdifferenzierenden Lernumgebungen. *Journal für Mathematik-Didaktik*, *33* (1), 143–173. doi.org/10.1007/s13138-012-0035-9

Prengel, A. (1995). *Pädagogik der Vielfalt: Verschiedenheit und Gleichberechtigung in Interkultureller, Feministischer und Integrativer Pädagogik* (2. Aufl.). Opladen: Leske und Budrich. https://doi.org/10.1007/978-3-322-97315-3

Prengel, A. (2012). Kann Inklusive Pädagogik die Sehnsucht nach Gerechtigkeit erfüllen? – Paradoxien eines demokratischen Bildungskonzepts. In S. Seitz, N.-K. Finnern, N. Korff & K. Scheidt (Hrsg.), *Inklusiv gleich gerecht? Inklusion und Bildungsgerechtigkeit* (S. 16–31). Bad Heilbrunn: Klinkhardt.

Preuss-Lausitz, U. (2002). Integrationsforschung. Ansätze, Ergebnisse und Perspektiven. In H. Eberwein & S. Knauer (Hrsg.), *Integrationspädagogik. Kinder mit und ohne Beeinträchtigung lernen gemeinsam* (6. Aufl., S. 458–470). Weinheim: Beltz.

Prote, R.-F. (2014). Spielerisches Lernen mit Gesellschaftsspielen: Entwicklung einer Handreichung zur praxisnahen Förderung mathematischer Kompetenzen und zur Prävention von Rechenschwierigkeiten im elementaren Bildungsbereich. *Zeitschrift für Heilpädagogik*, *65* (4), 137–146.

Rao, K., Smith, S.J. & Lowrey, K.A. (2017). UDL and intellectual disability: What do we know and where do we go? *Intellectual and Developmental Disabilities*, *55* (1), 37–47. doi.org/10.1352/1934-9556-55.1.37

Ratz, C. (2009). *Aktiv-entdeckendes Lernen im Mathematikunterricht bei Schülern mit geistiger Behinderung: Eine qualitative Studie am Beispiel von mathematischen Denkspielen* (Bd. 17). Oberhausen: ATHENA.

Ratz, C. (Hrsg.). (2011a). *Unterricht im Förderschwerpunkt geistige Entwicklung: Fachorientierung und Inklusion als didaktische Herausforderungen* (Lehren und Lernen mit behinderten Menschen: Bd. 21). Oberhausen: ATHENA.

Ratz, C. (2011b). Zur Bedeutung einer Fachorientierung. In C. Ratz (Hrsg.), *Unterricht im Förderschwerpunkt geistige Entwicklung. Fachorientierung und Inklusion als didaktische Herausforderungen* (Lehren und Lernen mit behinderten Menschen: Bd. 21, S. 9–38). Oberhausen: ATHENA.

Ratz, C. (2012). Mathematische Fähigkeiten von Schülern mit dem Förderschwerpunkt geistige Entwicklung. In W. Dworschak, S. Kannewischer, C. Ratz & M. Wagner (Hrsg.), *Schülerschaft mit dem Förderschwerpunkt geistige Entwicklung (SFGE). Eine empirische Studie* (Lehren und Lernen mit behinderten Menschen: Bd. 25, S. 133–147). Oberhausen: ATHENA.

Ratz, C. (2017). Inklusive Didaktik für den Förderschwerpunkt geistige Entwicklung. In E. Fischer & C. Ratz (Hrsg.), *Inklusion – Chancen und Herausforderungen für Menschen mit geistiger Behinderung* (S. 172–191). Weinheim: Beltz Juventa.

Ratz, C. & Moser Opitz, E. (2016). Mathematische Förderung von Schülerinnen und Schülern mit Down-Syndrom. *Zeitschrift für Heilpädagogik*, *67* (9), 400–411.

Ratz, C. & Wittmann, E.C. (2011). Mathematisches Lernen im Förderschwerpunkt geistige Entwicklung. In C. Ratz (Hrsg.), *Unterricht im Förderschwerpunkt geistige Entwicklung. Fachorientierung und Inklusion als didaktische Herausforderungen* (Lehren und Lernen mit behinderten Menschen: Bd. 21, S. 129–152). Oberhausen: ATHENA.

Reiser, H. (2007). Inklusion – Vision oder Illusion. In D. Katzenbach (Hrsg.), *Vielfalt braucht Struktur. Heterogenität als Herausforderung für Unterrichts- und Schulentwicklung* (S. 99–105). Frankfurt am Main: J. W. Goethe Universität.

Reiß, G., Böhm, O. & Eberle, G. (1997). Offener Unterricht mit lernschwachen Schülerinnen und Schülern – eine Einführung. In G. Reiß & G. Eberle (Hrsg.), *Offener Unterricht. Freie Arbeit mit lernschwachen Schülerinnen und Schülern* (4. Aufl., S. 9–44). Weinheim: Dt. Studien-Verl.

Reschly, D.J. & Bergstrom, M.K. (2009). Response to intervention. In T.B. Gutkin & C.R. Reynolds (Hrsg.), *The handbook of school psychology* (4. Aufl., S. 434–460). New York: Wiley.

Resnick, L.B. (1989). Developing mathematical knowledge. *American Psychologist*, *44* (2), 162–169. https://doi.org/10.1037/0003-066X.44.2.162

Resnick, L.B. (1992). From protoquantities to operators: Building mathemaical competence on a foundation of everyday knowledge. In G. Leinhardt, R. Putnam & R.A. Hattrup (Hrsg.), *Analysis of arithmetic for mathematics teaching* (S. 373–429). Hillsdale, NJ: L. Erlbaum Associates.

Reusser, K. (2008). Empirisch fundierte Didaktik – didaktisch fundierte Unterrichtsforschung: Eine Perspektive zur Neuorientierung der Allgemeinen Didaktik. *Zeitschrift für Erziehungswissenschaft*, *10* (9), 219–237. https://doi.org/10.1007/978-3-531-91775-7_15

Ricken, G., Fritz, A. & Balzer, L. (2013a). *MARKO-D: Mathematik- und Rechenkonzepte im Vorschulalter – Diagnose*. Göttingen: Hogrefe.

Ricken, G., Fritz, A. & Balzer, L. (2013b). *Mathematik- und Rechenkonzepte im Vorschulalter – Diagnose (MARKO-D)*. Göttingen: Hogrefe.

Riegert, J., Sansour, T. & Musenberg, O. (2015). „Gemeinsame Sachen machen“: Didaktische Theoriebildung und die Modellierung der Gegenstände im inklusiven Unterricht. *Sonderpädagogische Förderung heute*, *60* (1), 9–23.

Rihs, N. (2016). *Selektive schulische Integration geistig behinderter Kinder: Variierende Zuweisungsentscheidungen beim Kindergarteneintritt*. Wiesbaden: Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-658-13390-0

Rosenkranz, C. (2011). *Kieler Zahlenbilder: Zahlenraum 1-20* (4. Aufl.). Kiel: Veris.

Rudolf, M. & Müller, J. (2012). *Multivariate Verfahren: Eine praxisorientierte Einführung mit Anwendungsbeispielen in SPSS* (2., überarb. u. erw. Aufl.). Göttingen: Hogrefe.

Ruijs, N.M. & Peetsma, T.T.D. (2009). Effects of inclusion on students with and without special educational needs reviewed. *Educational Research Review*, *4* (2), 67–79. doi.org/10.1016/j.edurev.2009.02.002

Sander, A. (2006). Liegt Inklusion im Trend? *Vierteljahresschrift für Heilpädagogik und ihre Nachbargebiete*, *75* (1), 51–53.

Sander, A. (2008). Inklusion macht Schule. Ein langer Weg zu einem humaneren Bildungswesen. *Sonderpädagogische Förderung heute*, *53* (4), 342–353.

Schäfer, H. (2017). *Unterrichtsplanung im Förderschwerpunkt geistige Entwicklung: Das MehrPerspektivenSchema als didaktischer Orientierungsrahmen*. Weinheim: Beltz Juventa.

Schäfers, M. (2002). Produktives Üben im Mathematikunterricht der Schule für geistig Behinderte – Bedeutung und unterrrichtspraktische Erprobung. *Zeitschrift für Heilpädagogik*, *53* (8), 322–328.

Schalock, R.L., Luckasson, R.A. & Shogren, K.A. (2007). The renaming of mental retardation: Understanding the change to the term intellectual disability. *Intellectual and Developmental Disabilities*, *45* (2), 116–124. doi.org/10.1352/1934-9556(2007)45[116:TROMRU]2.0.CO;2

Scherer, P. & Moser Opitz, E. (2010). *Fördern im Mathematikunterricht der Primarstufe*. Heidelberg: Springer Spektrum. https://doi.org/10.1007/978-3-8274-2693-2

Schindler, V., Moser Opitz, E., Cadonau-Bieler, M. & Ritterfeld, U. (2018). Überprüfung und Förderung des mathematischen Fachwortschatzes der Grundschulmathematik – eine empirische Studie. *Journal für Mathematik-Didaktik*, *9* (1), 1–35. doi.org/10.1007/s13138-018-0135-2

Schlüter, A.-K., Melle, I. & Wember, F.B. (2016). Unterrichtsgestaltung in Klassen des Gemeinsamen Lernens. *Sonderpädagogische Förderung heute*, *61* (3), 270–285.

Schmassmann, M. & Moser Opitz, E. (2007). *Heilpädagogischer Kommentar zum Schweizer Zahlenbuch 1: Hinweise zur Arbeit mit Kindern mit mathematischen Lernschwierigkeiten*. Zug: Klett und Balmer.

Schmidt, C.O. (2011). Welche Fallzahl braucht man, um komplexe Regressionsmodelle zu berechnen? [What sample size is needed to calculate complex regression models?]. *Psychotherapie, Psychosomatik, medizinische Psychologie*, *61* (9–10), 435. doi.org/10.1055/s-0031-1276912

Schmitz, G. & Scharlau, R. (1986). *Neues Lernen mit Geistigbehinderten: Mathematik als Welterfahrung* (2. Aufl.). *Sonderpädagogische Praxis*. Bonn-Bad Godesberg: Dürr.

Schneider, W., Küspert, P. & Krajewski, K. (2013). *Die Entwicklung mathematischer Kompetenzen*. (UTB: Bd. 3899). Paderborn: Schöningh.

Schnepel, S. & Krähenmann, H. (2016). Von ungefähr bis ganz genau: Förderung der Größenvorstellung. *Lernen konkret*, *35* (4), 10–11.

Schnepel, S., Krähenmann, H., Moser Opitz, E., Hepberger, B. & Ratz, C. (2015). Integrativer Mathematikunterricht – auch für Schülerinnen und Schüler mit intellektueller Beeinträchtigung, *21* (4), 6–12.

Schröder, A. (2014). Förderung mathematischen Lernens mit Kindern mit Spracherwerbsstörungen. In S. Sallat, M. Spreer, C.W. Glück & Deutsche Gesellschaft für Sprachheilpädagogik Deutsche Gesellschaft für Sprachheilpädagogik (Hrsg.), *Sprach-*

heilpädagogik aktuell: Bd. 1. Sprache professionell fördern. Kompetent, vernetzt, innovativ (S. 91–97). Idstein: Schulz-Kirchner.

Schuchardt, K., Piekny, J., Grube, D. & Mähler, C. (2014). Einfluss kognitiver Merkmale und häuslicher Umgebung auf die Entwicklung numerischer Kompetenzen im Vorschulalter. *Zeitschrift für Entwicklungspsychologie und Pädagogische Psychologie*, *46* (1), 24–34. https://doi.org/10.1026/0049-8637/a000099

Schuler, S. (2013). *Mathematische Bildung im Kindergarten in formal offenen Situationen: Eine Untersuchung am Beispiel von Spielen zum Erwerb des Zahlbegriffs* (Empirische Studien zur Didaktik der mathematik, Bd. 15). Münster: Waxmann.

Schumann, B. (2007). *„Ich schäme mich ja so!": Die Sonderschule für Lernbehinderte als Schonraumfalle*. *Klinkhardt-Forschung*. Bad Heilbrunn: Klinkhardt.

Schweizer Medieninstitut für Bildung und Kultur Genossenschaft. (2019). Bildungssystem: Sonderpädagogik. Available at: https://bildungssystem.educa.ch/de/sonderpae dagogik.

Schweizerische Eidgenossenschaft. (2009). Behinderung hat viele Gesichter: Definitionen und Statistiken zum Thema Menschen mit Behinderungen. Available at: http://www.bfs.admin.ch/bfs/portal/de/index/themen/20/22/publ.html?publicationID=3788[19.09.2016].

Schweizerische Konferenz der kantonalen Erziehungsdirektoren. (2014). *Standardisiertes Abklärungsverfahren (SAV): Instrument des Sonderpädagogik-Konkordats als Entscheidungsgrundlage für die Anordnung verstärkter individueller Massnahmen*. Handreichung. Bern.

Seitz, S. (2006). Inklusive Didaktik: Die Frage nach dem ‚Kern der Sache'. *Zeitschrift für Inklusion. Online-Magazin* (1). Available at: http://www.inklusion-online.net/index.php?menuid=3&reporeid=16[21.06.2017].

Seitz, S. (2008). Leitlinien didaktischen Handelns. *Zeitschrift für Heilpädagogik* (6), 226–233.

Seiwert, T. (2009). *Rechenrakete 100*. Beckingen: SSS-Lehrmittel.

Sella, F., Lanfranchi, S. & Zorzi, M. (2013). Enumeration skills in Down syndrome. *Research in Developmental Disabilities*, *34* (11), 3798–3806. doi.org/10.1016/j.ridd.2013.07.038

Sermier Dessemontet, R. & Bless, G. (2013). The impact of including children with intellectual disability in general education classrooms on the academic achievement of their low-, average-, and high-achieving peers. *Journal of intellectual & developmental disability*, *38* (1), 23–30. doi.org/10.3109/13668250.2012.757589

Sermier Dessemontet, R., Bless, G. & Morin, D. (2012). Effects of inclusion on the academic achievement and adaptive behaviour of children with intellectual disabilities. *Journal of intellectual disability research : JIDR*, *56* (6), 579–587. doi.org/10.1111/j.1365-2788.2011.01497.x

Sermier Dessemontet, R., Moser Opitz, E. & Schnepel, S. (2019). The profiles and patterns of progress in numerical skills of elementary school students with mild and moderate intellectual disability. *International Journal of Disability, Development and Education*, *24* (2), 1–15. doi.org/10.1080/1034912X.2019.1608915

Siegemund, S. (2016). *Kognitive Lernvoraussetzungen und mathematische Grundbildung von Schülerinnen und Schülern mit dem Förderschwerpunkt geistige Entwicklung*. (Schriften zur Pädagogik bei Geistiger Behinderung: Bd. 6). Oberhausen: ATHENA.

Smedt, B. de, Noël, M.-P., Gilmore, C. & Ansari, D. (2013). How do symbolic and non-symbolic numerical magnitude processing skills relate to individual differences in children's mathematical skills? A review of evidence from brain and behavior. *Trends in Neuroscience and Education*, *2* (2), 48–55. doi.org/10.1016/j.tine. 2013.06.001

Speck, O. (2012a). *Menschen mit geistiger Behinderung: Ein Lehrbuch zur Erziehung und Bildung* (11., überarb. Aufl.). München: Reinhardt.

Speck, O. (2012b). Schulische Inklusion – Regel und Ausnahme. *Sonderpädagogische Förderung heute*, *57* (2), 176–182.

Spitz, R.A. (1996). *Vom Säugling zum Kleinkind: Naturgeschichte der Mutter-Kind-Beziehungen im ersten Lebensjahr* (11. Aufl.). Stuttgart: Klett-Cotta.

Staub-Verhees, B. (2010). Das Besta-Rechenkonzept. Ein Konzept zum Erlernen lebenspraktischer Rechenfertigkeiten für intellektuell beeinträchtigte Kinder, Jugendliche und Erwachsene. Available at: http://www.besta-rechenkonzept.ch/[11.09.2017].

Stock, P., Desoete, A. & Roeyers, H. (2007). Early markers for arithmetic difficulties. *Education & Child Psychology*, *24* (2), 28–39.

Stöckli, M. (2018). *Unterrichtsintegrierte Förderung im Mathematikunterricht: Eine empirische Studie in der Primarschule*. Dissertation. Zürich: Universität Zürich.

Strassmeier, W. (2000). *Didaktik für den Unterricht mit geistigbehinderten Schülern* (2. Aufl.). München: Reinhardt. https://doi.org/10.2378/9783497014262

Sturaro, C., van Lier, P.A., Cuijpers, P. & Koot, H.M. (2011). The role of peer relationships in the development of early school-age externalizing problems. *Child Development*, *82* (3), 758–765. doi.org/10.1111/j.1467-8624.2010.01532.x

Sweller, J., Kirschner, P.A. & Clark, R.E. (2007). Why minimally guided teaching techniques do not work: A reply to commentaries. *Educational Psychologist*, *42* (2), 115–121. doi.org/10.1080/00461520701263426

Tarelli, I., Schwippert, K. & Stubbe, T.C. (2012). Mathematische und naturwissenschaftliche Kompetenzen von Schülerinnen und Schülern mit Migrationshintergrund. In W. Bos, H. Wendt, O. Köller & C. Selter (Hrsg.), *TIMSS 2011. Mathematische und naturwissenschaftliche Kompetenzen von Grundschulkindern in Deutschland im internationalen Vergleich* (S. 247–267). Münster: Waxmann.

Tellegen, P.J., Laros, J.A. & Petermann, F. (2007). *SON-R 2 ½-7: Non-verbaler Intelligenztest*. Göttingen: Hogrefe.

Terfloth, K. & Bauersfeld, S. (2012). *Schüler mit geistiger Behinderung unterrichten*. München: Reinhardt.

Theunissen, G. (2008). Geistige Behinderung und Lernbehinderung: Zwei inzwischen umstrittene Begriffe in der Diskussion. *Geistige Behinderung*, *47* (2), 127–136.

Toll, S.W., Kroesbergen, E.H. & Van Luit, J.E. (2016). Visual working memory and number sense: Testing the double deficit hypothesis in mathematics. *The British journal of educational psychology*, *86* (3), 429–445. doi.org/10.1111/bjep.12116

Tomlinson, C.A., Brighton, C., Hertberg, H., Callahan, C.M., Moon, T.R., Brimijoin, K., Conover, L.A. & Reynolds, T. (2003). Differentiation instruction in response to student readiness, interest, and learning profile in academically diverse classrooms: a review of literature. *Journal for the Education of the Gifted*, *27* (2), 119–145. https://doi.org/10.1177/016235320302700203

Towles-Reeves, E., Kearns, J., Kleinert, H. & Kleinert, J. (2009). An analysis of the learning characteristics of students taking alternate assessments based on alternate achievement standards. *The Journal of Special Education*, *42* (4), 241–254. doi.org/10.1177/0022466907313451

Towse, J.N. & Hitch, G.J. (1996). Performance demands in the selection of objects for counting. *Journal of experimental child psychology*, *61* (1), 67–79. doi.org/10.1006/jecp.1996.0003

Turner, S., Alborz, A. & Gayle, V. (2008). Predictors of academic attainments of young people with Down's syndrome. *Journal of intellectual disability research: JIDR*, *52* (5), 380–392. doi.org/10.1111/j.1365-2788.2007.01038.x

Tzanakaki, P., Hastings, R.P., Grindle, C.F., Hughes, J.C. & Hoare, Z. (2014). An individualized numeracy curriculum for children with intellectual disabilities: A single blind pilot randomized controlled trial. *Journal of Developmental and Physical Disabilities*, *26* (5), 615–632. doi.org/10.1007/s10882-014-9387-z

Übereinkommen über die Rechte von Menschen mit Behinderung 1119, UNO 2006.

van de Rijt, B.A., Van Luit, J.E. & Pennings, A.H. (1999). The construction of the Utrecht early mathematical competence scales. *educational and psychological measurement*, *59* (2), 289–309. https://doi.org/10.1177/0013164499592006

Van der Molen, M.J., Van Luit, J.E., Jongmans, M.J. & Van der Molen, M.W. (2007). Verbal working memory in children with mild intellectual disabilities. *Journal of intellectual disability research: JIDR*, *51* (2), 162–169. doi.org/10.1111/j.1365-2788.2006.00863.x

Verein Hand in Hand. (2011). *Yes, we can: Handbuch*. Loeben: www.downsyndromzentrum.at.

von Rotz, R. (2016). Rahmenkonzept Heilpädagogische Schule Rümlang. Available at: www.psruemlang.ch/p28006427.html?cmsaction=get_document&page_id=28006802 [12.04.2017].

Voß, S. & Blumenthal, Y. (2019). Impacts of the Response-to-Intervention Approach on German elementary students. *International Journal of Technology and Education*, *8* (1), 1347–1355.

Waddington, E.M. & Reed, P. (2017). Comparison of the effects of mainstream and special school on National Curriculum outcomes in children with autism spectrum disorder: an archive-based analysis. *Journal of Research in Special Educational Needs*, *17* (2), 132–142. doi.org/10.1111/1471-3802.12368

Wechsler, D. (2014). *Wechsler Preschool and Primary Scale of Intelligence – III Deutsche Version* (3. Aufl.). Frankfurt a.M.: Pearson.

Weiß, R. & Osterland, J. (1997). *Grundintelligenztest Skala 1 (CFT 1)* (5. rev. Aufl.). Göttingen: Hogrefe.

Weiß, R.H. & Osterland, J. (2013). *CFT 1-R: Grundintelligenztest Skala 1*. Göttingen: Hogrefe.

Weißhaupt, S., Peucker, S. & Wirtz, M. (2006). Diagnose mathematischen Vorwissens im Vorschulalter und Vorhersage von Rechenleistungen und Rechenschwierigkeiten in der Grundschule. *Psychologie in Erziehung und Unterricht*, *53*, 236–245.

Wember, F.B. (1986). *Piagets Bedeutung für die Lernbehindertenpädagogik: Untersuchungen zur kognitiven Entwicklung und zum schulischen Lernen bei Sonderschülern*. Heidelberg: Edition Schindele.

Wenger, S. & Steiner, B. (2010). Ein „Bad in der Normalität"? Oder eine „Verletzung der Menschenwürde"? *Curaviva* (9), 4–9.

Werning, R. (2014). Stichwort: Schulische Inklusion. *Zeitschrift für Erziehungswissenschaft*, *17* (4), 601–623. doi.org/10.1007/s11618-014-0581-7

Wiedenbeck, M. & Züll, C. (2010). Clusteranalyse. In C. Wolf & H. Best (Hrsg.), *Handbuch der sozialwissenschaftlichen Datenanalyse* (S. 525–552). Wiesbaden: VS. https://doi.org/10.1007/978-3-531-92038-2_21

Wielpütz, H. (2010). Qualitätsanalyse und Lehrerbildung. In C. Böttinger, K. Bräuning, M. Nührenbörger, R. Schwarzkopf & E. Söbbeke (Hrsg.), *Mathematik im Denken der Kinder. Anregungen zur mathematik-didaktischen Reflexion* (S. 109–114). Seelze: Kallmeyer.

Wieser, J. (2009). Yes we can! Needs analysis. Available at: www.downsyndrom-yeswecan.eu[15.12.2014].

Wieser, J. (2012). Yes We Can: Final report.

Wittich, C. (2017). *Mathematische Förderung durch kooperativ-strukturiertes Lernen: Eine Interventionsstudie zur Ablösung vom zählenden Rechnen an Grund- und Förderschulen*. (Dortmunder Beiträge zur Entwicklung und Erforschung des Mathematikunterrichts: Bd. 28). Wiesbaden: Springer Spektrum. https://doi.org/10.1007/978-3-658-17701-0

Wittmann, E.C. (1990). Wider die Flut der ‚bunten Hunde' und der ‚grauen Päckchen'. In E.C. Wittmann & G.N. Müller (Hrsg.), *Handbuch produktiver Rechenübungen: Bd. 1. Vom Einspluseins zum Einmaleins* (S. 152–166). Stuttgart: Klett.

Wittmann, E.C. (1995). Unterrichtsdesign und empirische Forschung. In *Beiträge zum Mathematikunterricht 1995* (S. 528–531). Hildesheim: Franzbecker.

Wittmann, E.C. & Müller, G.N. (2007a). *Schweizer Zahlenbuch 1*. Zug: Klett und Balmer.

Wittmann, E.C. & Müller, G.N. (2007b). *Schweizer Zahlenbuch 2*. Zug: Klett und Balmer.

Wittmann, E.C. & Müller, G.N. (2016). Muster und Strukturen als fachliches Grundkonzept. In G. Walther, Heuvel-Panhuizen, Marja van den, D. Granzer & O. Köller (Hrsg.), *Bildungsstandards für die Grundschule: Mathematik konkret* (7. Aufl., S. 42–65). Berlin: Cornelsen.

Wocken, H. (1987). Schulleistungen in Integrationsklassen. In G. Antor & H. Wocken (Hrsg.), *Integrationsklassen in Hamburg. Erfahrungen, Untersuchungen, Anregungen* (S. 276–306). Solms-Oberbiel: Oberbiel.

Wocken, H. (1996). Sonderpädagogischer Förderbedarf als systemischer Begriff. *Sonderpädagogik*, *26* (1), 34–38.

Wocken, H. (2009). Von der Integration zur Inklusion: Ein Spickzettel für Inklusion. *Gemeinsam leben. Zeitschrift für integrative Erziehung*, *17* (4), 216–219.

Wocken, H. (2011). *Das Haus der inklusiven Schule: Baustellen – Baupläne – Bausteine*. Hamburg: Feldhaus.

The International Classification of Functioning, Disability and Health, World Health Organization 2001.

World Health Organization. (2010). *ICF – Internationale Klassifikation der Funktionsfähigkeit, Behinderung und Gesundheit* (Unveränd. Nachdr.). Köln: DIMDI.

World Health Organization. (2016). ICD-10. International Statistical Classification of Diseases and Related Health Problems. Available at: http://apps.who.int/classifications/icd10/browse/2016/en[01.03.2018].

Wullschleger, A. (2017). *Individuell-adaptive Lernunterstützung im Kindergarten: Eine Videoanalyse zur spielintegrierten Förderung von Mengen-Zahlen-Kompetenzen*. (Empirische Studien zur Didaktik der Mathematik: Bd. 29). Münster: Waxmann.

Wygotski, L.S. (1977). *Denken und Sprechen*. Frankfurt am Main: Fischer.

Wynn, K., Bloom, P. & Chiang, W.-C. (2002). Enumeration of collective entities by 5-month-old infants. *Cognition*, *83*, B55-B62. https://doi.org/10.1016/S0010-0277(02)00008-2

Zentel, P. & Sarimski, K. (2017). Mathematische Fähigkeiten von Kindern mit Down-Syndrom – Eine Untersuchung mit dem MARKO-D. *Zeitschrift für Heilpädagogik*, *68* (12), 592–601.

Zigmond, N. & Baker, J.M. (1996). Full inclusion for students with learning disabilities: Too much of a good thing? *Theory into Practice*, *35* (1), 26–34. https://doi.org/10.1080/00405849609543698

Abbildungsverzeichnis

Tabellenverzeichnis